

УДК 519.254

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОСТОЯНИЯ КВАНТОВОГО БИТА НА ОСНОВЕ ПЕРЕХОДОВ ДЖОЗЕФСОНА ПРИ ПОМОЩИ МЕТОДА МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ

**А.Г. Вострецов, А.В. Кривецкий, С.Е. Радченко, Д.К. Пицун**  
*Новосибирский государственный технический университет*

Предложен алгоритм оценки резонансной частоты системы, состоящей из резонатора и индуктивно связанного с ним квантового бита. Алгоритм предназначен для выяснения состояния кубита при определенном значении пронизывающего его внешнего магнитного потока. В качестве измерительного сигнала используется реализация гауссовского шума с известным статистическим описанием. Синтез оценки резонансной частоты проведен методом максимального правдоподобия, что обеспечивает ее асимптотическую эффективность. Получено аналитическое выражение для относительной среднеквадратической погрешности оценки, анализ которого позволил сделать предположение о независимости погрешности от параметров измерительного сигнала. Проведено статистическое моделирование, результаты которого подтвердили предположения об эффективности оценки и независимости ее погрешности от уровня измерительного сигнала. Для проведения натурных испытаний разработано программное обеспечение, позволяющее осуществлять настройку оборудования, в автоматическом режиме генерировать измерительные сигналы, а также регистрировать и обрабатывать выходные сигналы исследуемой системы. Установлено, что из-за ограничений, связанных с максимальным уровнем сигнала, передаваемого в резонатор, уровень собственных шумов входных каскадов применяемого анализатора спектра сопоставим с уровнем измерительного сигнала. При этом порядок относительной среднеквадратической погрешности полученной оценки частоты остается прежним. Применение предложенной оценки в совокупности с соответствующим измерительным оборудованием позволит существенно повысить скорость и точность измерения резонансной частоты рассматриваемой системы.

*Ключевые слова:* квантовые биты, переход Джозефсона, резонансная частота, плотность распределения вероятности, функция правдоподобия.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-3-39-49

### Введение

В межфакультетской лаборатории квантовой криогенной электроники НГТУ проводятся эксперименты по исследованию свойств сверхпроводящих квантовых систем. Одним из объектов исследования является квантовый бит (кубит), представленный сверхпроводящим кольцом, разделенным тремя переходами Джозефсона [1, 2]. Квантовое состояние такого кубита ( $|0\rangle$  или  $|1\rangle$ ) зависит, среди прочего, от величины внешнего магнитного потока, пронизывающего кубит. Для проведения экспериментов по определению квантовых состояний применяется система, состоящая из высокочастотного высокочастотного резонатора, индуктивно связанного с исследуемым кубитом. Изменение состояния кубита приводит к изменению эквивалентной индуктивности резонатора и, соответственно, изменению эквивалентной индуктивности всей системы [3]. Следовательно, резонансная частота системы также определяется состоянием кубита. Таким образом,

---

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках государственного задания, проект № 8.337.2014/К.

задача определения состояния квантового бита состоит в определении резонансной частоты связанного с ним высокочастотного резонатора.

Традиционный метод измерения резонансной частоты, применяемый в настоящее время в лаборатории, заключается в следующем. Векторный анализатор цепей R&S ZVL13 в автоматическом режиме сканирует заданный частотный диапазон с требуемым шагом, выполняя для каждого значения порядка 100 измерений с последующим усреднением. Результатом эксперимента является усредненная амплитудно-частотная характеристика системы, максимум которой соответствует резонансной частоте.

Несмотря на простоту реализации и применения данного метода, несколько обстоятельств снижают перспективы его применения при дальнейшем развитии исследований.

1. Сканирование частотного диапазона заключается в последовательном возбуждении резонатора моночастотным сигналом и измерении параметров отклика. В совокупности с необходимостью усреднения результатов это приводит к чрезвычайно большой длительности эксперимента (несколько часов работы оборудования).

2. Определение резонансной частоты путем отыскания максимума экспериментальной частотной характеристики подвержено воздействию случайных мешающих воздействий (собственные шумы измерительного тракта). Операция усреднения позволяет лишь снизить дисперсию ошибки измерения, а не добиться устойчивости к мешающим факторам.

3. Невозможно обеспечить полную автоматизацию измерения, исключаящую влияние человеческого фактора.

Таким образом, актуальна задача разработки процедуры, обеспечивающей оперативное определение резонансной частоты описываемой системы с минимальным уровнем погрешности и возможностью автоматизации работы.

### 1. Оценка резонансной частоты

В соответствии с вышеперечисленными обстоятельствами могут быть сформулированы основные требования к алгоритму оценки резонансной частоты.

1. Возможность получения оценки на основе результатов однократного измерения.

2. Использование измерительных сигналов малой мощности с целью исключения влияния резонатора на состояние связанного с ним кубита.

3. Работа в автоматическом режиме, исключаящем влияние человеческого фактора.

Резонатор, индуктивно связанный с кубитом, может быть представлен эквивалентной схемой параллельного колебательного контура (рис. 1) [4], комплексное сопротивление которого описывается выражением

$$K(j\omega) = \frac{R}{1 + jR\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)},$$

где  $\omega$  – круговая частота;  $C$  – эквивалентная емкость;  $L$  – эквивалентная индуктивность;  $R$  – эквивалентное сопротивление резонатора.

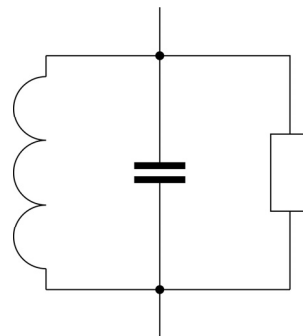


Рис. 1 – Эквивалентная схема резонатора

Fig. 1 – Resonator substitution scheme

В качестве измерительного сигнала будем использовать ток в виде реализации белого (в полосе пропускания резонатора) гауссовского шума с нулевым средним и известной дисперсией  $\sigma_x^2$ . Выходным сигналом будем считать напряжение на рассматриваемом колебательном контуре. Отсчеты тока обозначим:

$$\mathbf{x} = \{x_i\}, \quad i = 0 \dots (N-1).$$

Оценка спектральной плотности мощности (СПМ) выходного сигнала может быть представлена выражением [5]:

$$Y(\omega) = X(\omega)Z(\omega)^2, \quad (1)$$

где  $X(\omega)$  и  $Y(\omega)$  – оценки СПМ входного и выходного сигналов соответственно;

$$Z(\omega) = \frac{R}{\sqrt{1 + R^2 \left( \omega C - \frac{1}{\omega L} \right)^2}} - \text{модуль комплексного сопротивления рассматрива-$$

емого резонатора.

Из теории спектрального анализа известно, что если  $x(t)$  – случайный гауссовский процесс с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_x^2$ , то отсчеты случайного процесса  $X'(\omega) = \frac{2X(\omega)}{F_d \sigma_x^2}$  ( $F_d$  – частота дискретизации измерительного сигнала)

имеют  $\chi^2$ -распределение с двумя степенями свободы [6]. Следовательно, с учетом (1) плотность распределения вероятности отсчетов спектра мощности входного сигнала имеет вид

$$\omega(X'_i) = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{X'_i}{2}\right) = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{Y_i}{F_d \sigma_x^2 Z(\omega_i)^2}\right), \quad i = 0 \dots (N-1),$$

где  $\omega_i$  – моменты взятия отсчетов на оси частот;  $N$  – объем выборки.

Отсчеты  $X'_i$  взаимно независимы [6], поэтому совместная плотность распределения вектора, сформированного отсчетами спектра мощности выходного сигнала, равна произведению плотностей распределения вероятностей отсчетов:

$$\omega(\mathbf{X}') = \prod_{i=0}^{N-1} \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{Y_i}{F_d \sigma_x^2 \left( \frac{1 + R^2 \left( \omega_i C - \frac{1}{\omega_i L} \right)^2}{R^2} \right)}\right). \quad (2)$$

Данное распределение содержит параметры параллельного колебательного контура, представляющего резонатор, и, следовательно, может быть применено для их оценки. В контексте поставленной задачи определения резонансной частоты контура представляется целесообразным получить оценку параметра  $L$ , поскольку изменение характеристик кубита влечет изменение эквивалентной индуктивности резонатора. Предлагается применить метод максимального правдоподобия, поскольку данный метод позволит получить эффективную оценку пара-

метра  $L$  [7]. Для этого следует прологарифмировать функцию правдоподобия [7, 8], представленную совместным распределением (2):

$$\begin{aligned} \ln(\omega(\mathbf{X}')) = & \sum_{i=0}^{N-1} \ln \frac{1}{2} - \frac{1}{R^2 F_d \sigma_x^2} \sum_{i=0}^{N-1} Y_i - \frac{C^2}{F_d \sigma_x^2} \sum_{i=0}^{N-1} (Y_i \omega_i^2) + \\ & + \frac{2C}{L F_d \sigma_x^2} \sum_{i=0}^{N-1} Y_i - \frac{1}{L^2 F_d \sigma_x^2} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{Y_i}{\omega_i^2}. \end{aligned}$$

Оценку максимального правдоподобия параметра  $L$  найдем из уравнения правдоподобия:

$$\begin{aligned} \frac{d \ln(\omega(\mathbf{X}'))}{dL} = & -\frac{2C}{L^2 F_d \sigma_x^2} \sum_{i=0}^{N-1} Y_i + \frac{2}{L^3 F_d \sigma_x^2} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{Y_i}{\omega_i^2} = 0, \\ \hat{L} = & \frac{1}{C} \frac{\sum_{i=0}^{N-1} \frac{Y_i}{\omega_i^2}}{\sum_{i=0}^{N-1} Y_i}. \end{aligned} \quad (3)$$

Полученная оценка индуктивности (3) является асимптотически эффективной и обладает минимальной дисперсией среди несмещенных оценок. Оценка резонансной частоты может быть получена из оценки (3):

$$\hat{\omega}_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} Y_i}{\sum_{i=0}^{N-1} \frac{Y_i}{\omega_i^2}}}. \quad (4)$$

Данная оценка также является оценкой максимального правдоподобия, так как является монотонной функцией от оценки индуктивности [9].

## 2. Анализ погрешности оценки

Выражение оценки резонансной частоты (4) может быть представлено в виде

$$\hat{\omega}_p = \sqrt{\frac{A}{B}}, \quad (5)$$

где  $A = \sum_{i=0}^{N-1} Y_i$ ;  $B = \sum_{i=0}^{N-1} \frac{Y_i}{\omega_i^2}$ ,  $i = 0 \dots (N-1)$ .

Статистика  $A$  в выражении (5) представляет собой сумму независимых случайных величин, поэтому абсолютная погрешность ее определения имеет вид [11]

$$\sigma_A = \sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} \sigma_{Y_i}^2} = \sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} (F_d \sigma_x^2 Z(\omega_i)^2)^2} = \sigma_x^2 F_d \sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} Z(\omega_i)^4}.$$

Абсолютная погрешность статистики  $B$  может быть определена аналогичным образом:

$$\sigma_B = \sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} \sigma_{Y_i/\omega_i}^2} = \sigma_x^2 F_d \sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} \frac{Z(\omega_i)^4}{\omega_i^4}}.$$

Статистики  $A$  и  $B$  являются случайными величинами, которые нельзя считать независимыми, поскольку они получены в результате суммирования элементов одной и той же выборки, но с различными весовыми коэффициентами. В данном случае максимальное значение относительной погрешности выражения (5) составит [11]

$$\delta_{\bar{\omega}_p} = \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma_A}{A} + \frac{\sigma_B}{B} \right).$$

Математические ожидания статистик  $A$  и  $B$  могут быть определены как суммы математических ожиданий соответствующих случайных величин:

$$\begin{aligned} \mu_A &= \sum_{i=0}^{N-1} \mu_{Y_i} = \sum_{i=0}^{N-1} F_d \sigma_x^2 Z(\omega_i)^2 = \sigma_x^2 F_d \sum_{i=0}^{N-1} Z(\omega_i)^2, \\ \mu_B &= \sum_{i=0}^{N-1} \mu_{Y_i/\omega_i} = \sigma_x^2 F_d \sum_{i=0}^{N-1} \frac{Z(\omega_i)^2}{\omega_i^2}. \end{aligned}$$

В результате выражение для относительной погрешности оценивания резонансной частоты принимает вид

$$\delta_{\bar{\omega}_p} = \frac{1}{2} \left( \frac{\sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} Z(\omega_i)^4}}{\sum_{i=0}^{N-1} Z(\omega_i)^2} + \frac{\sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} \frac{Z(\omega_i)^4}{\omega_i^4}}}{\sum_{i=0}^{N-1} \frac{Z(\omega_i)^2}{\omega_i^2}} \right). \quad (6)$$

Таким образом, полученная оценка устойчива относительно изменения параметров измерительного сигнала. Это является важным практическим качеством оценки, которое освобождает от необходимости контроля параметров измерительного сигнала и позволяет применять сигналы малых уровней, что обусловлено спецификой слабых квантовых измерений.

### 3. Моделирование оценки резонансной частоты

Относительная среднеквадратическая погрешность оценки (4) вычислялась для различных значений среднеквадратического отклонения шума, представляющего измерительный сигнал, в диапазоне от  $\sigma = 10^{-10}$  до  $\sigma = 1$  по 50 000 реализациям сигнала для каждого значения  $\sigma$ , каждая реализация состояла из 10 000 отсчетов при истинном значении резонансной частоты, равном 25 МГц (рис. 2).

Из рисунка видно, что погрешность оценки практически не зависит от энергетического параметра измерительного сигнала, что согласуется с теоретически полученной зависимостью (6).

Для выяснения состоятельности полученной оценки среднеквадратическая погрешность определялась по 10 000 реализаций для различных значений объема

экспериментальной выборки в диапазоне от 50 до 50 000 при уровне измерительного сигнала  $-170$  дБм ( $\sigma = 10^{-10}$ ) и истинном значении резонансной частоты, равном 25 МГц. Шаг дискретизации по частоте составил 400 Гц (рис. 3).

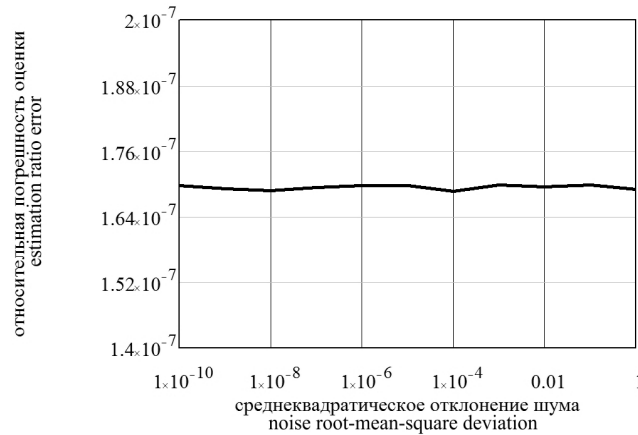


Рис. 2 – Зависимость относительной среднеквадратической погрешности оценки от среднеквадратического отклонения измерительного сигнала

Fig. 2 – Root-mean-square estimation error dependence of the root-mean-square of the measurement signal

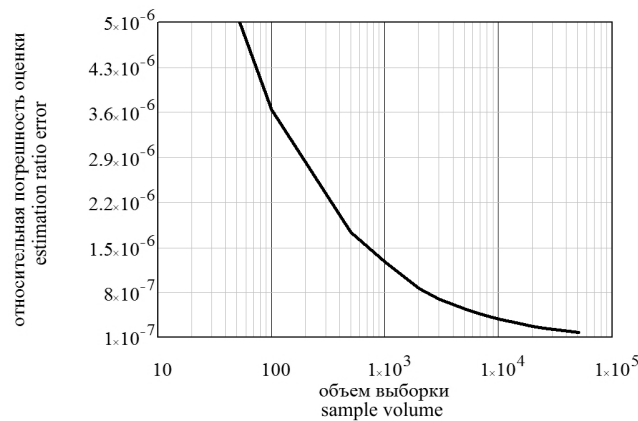


Рис. 3 – Зависимость относительной среднеквадратической погрешности оценки от объема выборочных данных

Fig. 3 – Root-mean-square estimation error dependence of the sample size

Характер зависимости на рис. 3 не противоречит утверждениям о состоятельности и эффективности оценки (6). Увеличение объема выборочных данных более 10 000 позволяет получить относительную среднеквадратическую погрешность оценивания на уровне не более  $5 \cdot 10^{-7}$ , что положительным образом характеризует предложенный алгоритм оценивания.

#### 4. Результаты экспериментов

Экспериментальная проверка оценки проводилась в межфакультетской лаборатории квантовой криогенной электроники Новосибирского государственного технического университета. С этой целью разработано программное обеспечение в среде LabVIEW, позволяющее осуществлять настройку оборудования, в автоматическом режиме генерировать измерительные сигналы, а также регистрировать и обрабатывать выходные сигналы исследуемой системы. Измерительный сигнал, представляющий собой реализацию гауссовского шума в полосе частот  $2,607 \text{ ГГц} \pm 2 \text{ МГц}$ , генерировался аппаратными модулями фирмы National Instruments, входящими в состав PXI-шасси. Сигнал, прошедший через комбинацию аттенуаторов и исследуемый алюминиевый резонатор, находящийся в сверхпроводящем состоянии при температуре около  $0,01 \text{ К}$ , поступал на вход векторного анализатора цепей R&S ZVL13, работающего в режиме анализатора спектра в полосе частот  $2,60805 \text{ ГГц} \pm 1,5 \text{ МГц}$  с шириной полосы разрешения (RBW), равной  $300 \text{ Гц}$ .

При запуске и настройке системы в регистрируемом сигнале было выявлено наличие собственных шумов входного тракта анализатора цепей, сопоставимых по уровню с измерительным сигналом (рис. 4).

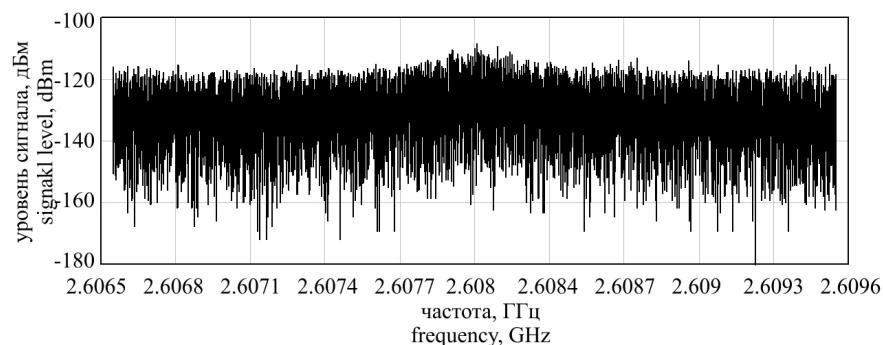


Рис. 4 – Спектр сигнала, регистрируемого на выходе исследуемой системы

Fig. 4 – Output signal spectrum

Несмотря на данное обстоятельство, по результатам 50 измерений, сохраненных в виде отдельных файлов, была получена оценка резонансной частоты и рассчитана относительная среднеквадратическая погрешность, которая составила  $1,534 \cdot 10^{-7}$ , что при истинном значении резонансной частоты, равном  $2,60805 \text{ ГГц}$ , составляет величину  $400 \text{ Гц}$ . Для достижения такой же величины погрешности измерений традиционным методом (по положению максимума частотной характеристики при возбуждении контура сигналом с линейно изменяющейся частотой) требуется усреднение спектра на выходе анализатора цепей в течение нескольких часов, в то время как с помощью предложенного алгоритма результат получается практически мгновенно.

#### Заключение

На основе метода максимального правдоподобия разработан алгоритм оценки резонансной частоты системы, состоящей из резонатора и индуктивно связанного с ним квантового бита, выполненного на основе сверхпроводящего кольца с тремя

переходами Джозефсона. Алгоритм предназначен для выяснения состояния кубита при определенном значении пронизывающего его внешнего магнитного потока. В качестве измерительного сигнала предложено использовать реализацию гауссовского шума с известным статистическим описанием. Аналитическое исследование погрешности оценки проведено в соответствии с правилами определения погрешностей косвенных измерений. Полученная структура погрешности не зависит от параметров измерительного сигнала и определяется объемом выборочных данных, что практически важно при проведении экспериментов по определению состояния кубита в соответствии с идеологией слабых квантовых измерений.

Проведено статистическое моделирование, результаты которого подтвердили предположения об эффективности оценки и характере ее погрешности. Разработано программное обеспечение для автоматизированной работы с оборудованием, передаваемыми и принимаемыми сигналами. Установлено, что несмотря на ограничения, связанные с допустимым уровнем измерительного сигнала, передаваемого в резонатор, и, как следствие, высокий уровень собственных шумов измерительной системы, погрешность оценки частоты, получаемая при применении предложенного алгоритма, остается достаточно низкой.

Применение предложенной оценки в совокупности с соответствующим измерительным оборудованием позволяет существенно повысить скорость и точность измерения резонансной частоты рассматриваемой системы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Josephson persistent-current qubit / J.E. Mooij, T.P. Orlando, L. Levitov, L. Tian, C.H. van der Wal, S. Lloyd // *Science*. – 1999. – Vol. 285, N 5430. – P. 1036–1039. – doi: 10.1126/science.285.5430.1036.
2. **Clarke J., Wilhelm F.K.** Superconducting quantum bits // *Nature*. – 2008. – Vol. 453, N 7198. – P. 1031–1042. – doi: 10.1038/nature07128.
3. Low-frequency characterization of quantum tunneling in flux qubits / Ya.S. Greenberg, A. Izmailkov, M. Grajcar, E. Il'ichev, W. Krech, H.-G. Meyer, M.H.S. Amin, Alec Maassen van den Brink // *Physical Review B*. – 2002. – Vol. 66, iss. 21. – P. 214525-1–214525-6. – doi: 10.1103/PhysRevB.66.214525.
4. **Федоров Н.Н.** Основы электродинамики: учебное пособие. – М.: Высшая школа, 1980. – 399 с.
5. **Баскаков С.И.** Радиотехнические цепи и сигналы: учебник. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 2000. – 462 с.
6. **Дженкинс Г., Ваттс Д.** Спектральный анализ и его приложения. Т. 1 / пер. с англ. В.Ф. Писаренко. – М.: Мир, 1971. – 317 с.
7. **Боровков А.А.** Математическая статистика. Оценка параметров. Проверка гипотез: учебное пособие. – М.: Наука, 1984. – 472 с.
8. **Богданович В.А., Вострецов А.Г.** Теория устойчивого обнаружения, различения и оценивания сигналов. – 2-е изд., испр. – М.: Физматлит, 2004. – 320 с.
9. **Закс Ш.** Теория статистических выводов / пер. с англ. Е.В. Чепурина. – М.: Мир, 1975. – 776 с.
10. **Тихонов В.И., Шахтарин Б.И., Сизых В.В.** Случайные процессы. Примеры и задачи. Т. 1. Случайные величины и процессы. – М.: Радио и связь, 2003. – 400 с.
11. **Тейлор Дж.** Введение в теорию ошибок / пер. с англ. Л.Г. Деденко. – М.: Мир, 1985. – 272 с.



### 3JJ Q-BIT STATE IDENTIFICATION USING MAXIMUM- LIKELIHOOD METHOD

Vostretsov A.G., Krivetskiy A.V., Radchenko S.E., Pitsun D.K.

*Novosibirsk state technical university, Novosibirsk, Russian Federation*

An algorithm was supposed to estimate a resonance frequency of a system composed of quantum bit coupled to a resonator. This algorithm is intended for q-bit state identification depending on the magnitude of external magnetic flux passing through the q-bit. Measuring signal is supposed to be a Gaussian noise sample with known statistical parameters. An estimation algorithm was developed in accordance with the maximum likelihood method so that the result obtained is proved to be an asymptotically efficient estimator. An analytical form of the relative root-mean-square estimation error was obtained. This expression shows the error level independence of the measuring signal variance parameter. A numerical modeling was carried out to show the efficiency of the algorithm and its estimation error independence on the measuring signal level. An experimental software was developed for full-scale estimation algorithm testing. This software is able to configure measurement instrumentation, generate, receive signals and process the data obtained according to the algorithm requirements. It was found out that measurement signal level limitations lead to registration of the informative signal mixed with measurement equipment self-noise of the same level. In spite of this the estimation error stays on the same level. Application of the algorithm supposed allows to essentially improve measurement rate and estimation accuracy of the resonance frequency for the system observed.

**Keywords:** q-bit, Josephson junction, resonant frequency, probability density distribution, likelihood function.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-3-39-49

#### REFERENCES

1. Mooij J.E., Orlando T.P., Levitov L., Tian L., Wal C.H. van der, Lloyd S. Josephson persistent-current qubit. *Science*, 1999, vol. 285, no. 5430, pp. 1036–1039. doi: 10.1126/science.285.5430.1036
2. Clarke J., Wilhelm F.K. Superconducting quantum bits. *Nature*, 2008, vol. 453, no. 7198, pp. 1031–1042. doi: 10.1038/nature07128
3. Greenberg Ya.S., Izmailov A., Grajcar M., Il'ichev E., Krech W., Meyer H.-G., Amin M.H.S., Brink A.M. van den. Low-frequency characterization of quantum tunneling in flux qubits. *Physical Review B*, 2002, vol. 66, iss. 21, pp. 214525-1–214525-6. doi: 10.1103/PhysRevB.66.214525
4. Fedorov N.N. *Osnovy elektrodinamiki* [The foundations of electrodynamics]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1980. 399 p.
5. Baskakov S.I. *Radiotekhnicheskie tsepi i signaly* [Radio circuits and signals]. 3rd ed., rev. and enl. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2000. 462 p.
6. Jenkins G.M., Watts D.G. *Spectral analysis and its applications*. San Francisco, Holden Day, 1969 (Russ. ed.: Dzhenkins G., Vatts D. *Spektral'nyy analiz i ego prilozheniya*. T. 1. Translated from English V.F. Pisarenko. Moscow, Mir Publ., 1971. 317 p.).
7. Borovkov A.A. *Matematicheskaya statistika. Otsenka parametrov. Proverka gipotez* [Mathematical statistics. Parameter estimation. Hypothesis testing]. Moscow, Nauka Publ., 1984. 472 p.
8. Bogdanovich V.A., Vostretsov A.G. *Teoriya ustoichivogo obnaruzheniya, razlicheniya i otsenivaniya signalov* [The theory of sustainable detection, distinction and evaluation of signals]. 2nd ed., rev. Moscow, Fizmatlit Publ., 2004. 320 p.
9. Zacks Sh. *The theory of statistical inference*. 1st ed. New York, John Wiley & Sons, 1971. 626 p. (Russ. ed.: Zaks Sh. *Teoriya statisticheskikh vyvodov*. Translated from English E.V. Chepurin. Moscow, Mir Publ., 1975. 776 p.).

10. Tikhonov V.I., Shakhtarin B.I., Sizykh V.V. *Sluchainye protsessy. Primery i zadachi*. Т. 1. *Sluchainye velichiny i protsessy* [Stochastic processes. Examples and problems. Vol. 1. Stochastic variables and processes]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 2003. 400 p.
11. Taylor J. *An introduction to error analysis: the study of uncertainties in physical measurements*. California, USA, University science books Mill Valley, 1982. 270 p. (Russ. ed.: Teilor Dzh. *Vvedenie v teoriyu oshibok*. Translated from English L.G. Dedenko. Moscow, Mir Publ., 1985. 272 p.).

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Вострецов Алексей Геннадьевич** – родился в 1955 году, д-р техн. наук, профессор, проректор по научной работе, Новосибирский государственный технический университет. Область научных интересов: методы статистической обработки сигналов. Опубликовано свыше 150 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. Email: [vostretsov@adm.nstu.ru](mailto:vostretsov@adm.nstu.ru)).

**Vostretsov Aleksey G.** (b. 1955) – Doctor of Technical Sciences, Full Professor, the vice-rector for research at Novosibirsk State Technical University. His main field of research is the statistical theory of signal processing in conditions of a priori uncertainty. He has been working in this field since 1980. He has over 150 publications, including 3 monographs (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. Email: [vostretsov@adm.nstu.ru](mailto:vostretsov@adm.nstu.ru)).



**Кривецкий Андрей Васильевич** – канд. техн. наук, доцент кафедры конструирования и технологии радиоэлектронных средств, научный сотрудник межфакультетской лаборатории криогенной квантовой электроники НГТУ. Область научных интересов: измерения, обработка сигналов, схемотехника измерительных устройств, автоматизация измерений. Опубликовано более 20 научных работ. (Адрес: 630511, Россия, Новосибирская область, с. Криводановка. Email: [jcu@ngs.ru](mailto:jcu@ngs.ru)).

**Krivetsky Andrey V.** (b. 1974) – candidate of technical science, associate professor of Department of Development and Technology Radioelectronic Devices, senior scientist of cryogenic quantum electronics laboratory in Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on measurements, signal processing, measurement electronics, measurement automatization. He is author more than 20 scientific papers. (Address: Novosibirsk district, Krivodanovka, 630511, Russia. Email: [jcu@ngsl.ru](mailto:jcu@ngsl.ru)).



**Радченко Сергей Евгеньевич** – канд. техн. наук, научный сотрудник кафедры конструирования и технологии радиоэлектронных средств Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – применение теории устойчивого обнаружения, различения и оценивания сигналов в условиях априорной неопределенности в задачах спектрального анализа и автоматизации физического эксперимента. Работает в этой области с 2008 г., имеет 16 публикаций. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. Email: [R1505@mail.ru](mailto:R1505@mail.ru)).

**Radchenko Sergey E.** (b. 1986), candidate of technical science, research fellow of Electronic Equipment Engineering Department in Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on stochastic signal detection and estimation theory in case of a priori uncertainty applied to spectral analysis and experiment automation. He has published 16 scientific papers since 2008. (Address: 20, Karl Marks Av., Novosibirsk, 630073, Russia. Email: [R1505@mail.ru](mailto:R1505@mail.ru)).



**Пицун Дмитрий Константинович** – студент кафедры конструирования и технологии радиоэлектронных средств Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных интересов – методы и средства численного моделирования и натурного эксперимента в системах обнаружения и оценивания параметров сигналов. Опубликовано 5 печатных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. Email: dmitrijpicun@rambler.ru).

**Pitsun Dmitriy K.** (b. 1993), student of Electronic Equipment Engineering Department in Novosibirsk State Technical University. His interests are currently focused on facilities and methods of numerical modeling and full-scale experiments for signal detection and estimation systems. He has published 5 scientific papers. (Address: 20, Karl Marks Av., Novosibirsk, 630073, Russia. Email: dmitrijpicun@rambler.ru).

*Статья поступила 17 февраля 2014 г.  
Received February 17, 2014*

---

To Reference:

Vostretsov A.G., Krivetsky A.V., Radchenko S.E., Pitsun D.K. Opredelenie sostoyaniya kvantovogo bita na osnove perekhodov Dzhozefsona pri pomoshchi metoda maksimal'nogo pravdopodobiya [3JJ Q-bit state identification using the maximum-likelihood method]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2015, no. 3 (28), pp. 39–49. doi: 10.17212/1727-2769-2015-3-39-49