

УДК 550.837:517.958

О ПОДХОДЕ К РЕШЕНИЮ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ВЫЗВАННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ ПРИ ВОССТАНОВЛЕНИИ ГРАНИЦ АНОМАЛЬНЫХ ПО ПОЛЯРИЗУЕМОСТИ ОБЪЕКТОВ

М.Г. Персова, О.С. Трубачева

Новосибирский государственный технический университет

Представлены метод и вычислительная схема для решения задачи восстановления границ аномальных по поляризуемости трехмерных структур и параметров поляризации в них по измеренному на дневной поверхности полю вызванной поляризации. Значения параметров среды определяются путем минимизации суммы квадратов отклонений измеренных значений поля вызванной поляризации от теоретических. Параметры среды восстанавливаются в трехмерной области под профилем съемки. На начальном этапе аномально поляризуемая часть данной области разбивается на несколько крупных подобластей одинакового размера, каждой дается некоторое значение начальной поляризуемости. В процессе решения задачи ищутся положения границ подобластей, а также значения поляризуемости в них, в соответствии с требованием минимальности отклонения практического значения поля вызванной поляризации от рассчитанного теоретически. В данной работе рассмотрен поиск геометрического положения границ подобластей по одному из пространственных измерений. Приведены результаты работы на примере синтетических данных, полученных с помощью конечноэлементного моделирования трехмерного поля вызванной поляризации, которые подтверждают работоспособность предлагаемого подхода и вычислительной схемы и возможность их использования в программных системах обработки данных электроразведки методом вызванной поляризации.

Ключевые слова: обратная задача, вызванная поляризация, поляризуемость, границы аномальных структур.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-3-88-98

Введение

Одной из основных задач электроразведки является исследование структуры земной коры для обнаружения залежей полезных ископаемых. Задача поиска полезных ископаемых с помощью методов электроразведки сводится к решению двух основных задач: разработке способа моделирования реальных физических процессов, протекающих в Земле (прямая задача), и разработке способа интерпретации данных, полученных в результате полевых измерений (обратная задача) [1].

Одним из перспективных методов электроразведки является метод вызванной поляризации (ВП), основанный на изучении вторичных электрических полей, возникающих в Земле при пропускании электрического тока [2]. Для метода ВП разработано несколько вычислительных схем решения прямых задач, которые проверены на практических данных и дают хорошие результаты [3, 4].

Решение обратной задачи ВП подразумевает восстановление параметров среды по измеренным на поверхности Земли сигналам. Эффективное решение обратной задачи является серьезной проблемой из-за сложности структуры строения Земли. Существующие на сегодняшний день методы решения обратных задач ВП,

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых – докторов наук (№ гранта МД-7244.2015.5).

© 2015 М.Г. Персова, О.С. Трубачева

основанные на одномерной и двумерной инверсии, применимы на практике только для сред простой структуры (например, для горизонтально-слоистых сред, содержащих протяженные по одной из координат объекты) [5, 6]. Если исследуемая область является трехмерной геологической структурой (сложный трехмерный рельеф, трехмерное изменение проводимости и поляризуемости), то требуется использование трехмерной инверсии, однако огромная вычислительная сложность соответствующих алгоритмов препятствует использованию трехмерной инверсии на практике.

Метод моделирования поля ВП, предложенный в работе [7] и используемый в дальнейшем в работах [3, 8], открывает перспективы для разработки эффективных подходов к решению трехмерных задач ВП. Здесь мы рассмотрим вычислительную схему для решения трехмерной обратной задачи ВП, основанную на методе [7]. Будем восстанавливать границы аномальных по поляризуемости трехмерных структур и параметры поляризации в них по измеренному на дневной поверхности полю ВП.

1. Математическая модель

Пусть электромагнитное поле в трехмерной горизонтально-слоистой среде с объектами возбуждается токовой линией AB с заземленными электродами A и B . Считаем, что трехмерное распределение проводимости и параметры спада ВП известны. При решении обратной задачи аномально поляризующуюся область разобьем на начальном этапе на относительно небольшое число подобластей (крупных ячеек) одинакового размера (M – общее количество ячеек). Вне этой области считаем значения параметров поляризации известными. Каждая из рассматриваемых ячеек будет характеризоваться начальной поляризуемостью $\alpha_m = \text{const}$, параметром спада $\beta_m = \beta_m(t)$ и своими геометрическими размерами.

Попробуем восстановить значения α в каждой ячейке и найти геометрические размеры этих ячеек (в данной работе рассматривается поиск размера ячейки по одному из пространственных измерений – по оси X).

Пусть $b = \{\alpha_1, \dots, \alpha_M, \Delta x_1, \dots, \Delta x_{M-1}\}$ – вектор искомых параметров, где $\alpha_1, \dots, \alpha_M$ – значения начальной поляризуемости в каждой ячейке начального разбиения; $\Delta x_1, \dots, \Delta x_{M-1}$ – смещение границ ячеек начального разбиения по оси X ; $V_i^{\text{нп}}$ – измеренные «практические» значения поля ВП на поверхности; \tilde{V}_i – теоретические значения поля ВП при определенном наборе b_m ($m = 1 \dots 2M - 1$); γ_m – коэффициенты регуляризации; N – количество точек измерения ($i = 1 \dots N$). Будем искать нужный нам набор параметров b_m путем минимизации суммы квадратов отклонений $V_i^{\text{нп}}$ от \tilde{V}_i с регуляризацией:

$$\sum_{i=1}^N (V_i^{\text{нп}} - \tilde{V}_i)^2 + \sum_{m=1}^{2M-1} \gamma_m (b_m - b_m^0)^2 \rightarrow \min_{b_m}. \quad (1)$$

Преобразуем выражение (1). Обозначим $\delta(V_i) = V_i^{\text{нп}} - \tilde{V}_i$, тогда, если линеаризовать $\delta(V_i)$ по b в окрестности b^0 , подставить в (1), затем взять производную от (1) и приравнять к нулю, то получим, что минимизация (1) сводится к решению СЛАУ вида $Ab = F$, где элементы матрицы A и вектора F выглядят следующим образом:

$$\begin{cases} a_{rj} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial \delta(V_i)}{\partial b_r} \frac{\partial \delta(V_i)}{\partial b_j}, & r \neq j \\ a_{rr} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial \delta(V_i)}{\partial b_r} \right)^2 + \gamma_r, \\ f_r = -\sum_{i=1}^N \delta(V_i(b^0)) \frac{\partial \delta(V_i)}{\partial b_r} + \gamma_r b_r^0, \end{cases}$$

где $r = 1 \dots 2M - 1$, $j = 1 \dots 2M - 1$, а производную $\frac{\partial \delta(V_i)}{\partial b_m}$ можно определить как

$$\frac{\partial \delta(V_i)}{\partial b_m} = \frac{\delta(V_i(b^0 + db_m)) - \delta(V_i(b^0))}{db_m}.$$

Согласно [7] поле, описывающее процесс ВП, может быть представлено в виде

$$V^{\text{ВП}} = \sum_{k=1}^M \alpha_k \beta_k(t) W_k,$$

где функции W_k удовлетворяют краевой задаче для уравнения

$$-\text{div}(\sigma \cdot \text{grad} W_k) = -\text{div}(\delta_k \sigma \cdot \text{grad} V_0). \quad (2)$$

V_0 – потенциал поляризуемого поля; σ – удельная проводимость; δ_k – индикатор ячейки, $k = 1 \dots M$.

Тогда для $b_m \in \{\alpha_1, \dots, \alpha_M\}$ производная $\frac{\partial \delta(V_i)}{\partial b_m}$ принимает вид

$$\frac{\partial \delta(V_i)}{\partial b_m} = -W_k \beta_k(t).$$

Для $b_m \in \{\Delta x_1, \dots, \Delta x_{M-1}\}$ производная $\frac{\partial \delta(V_i)}{\partial b_m} = -\frac{(\alpha_k - \alpha_{k+1})}{d \Delta x_k} \tilde{W}_k \beta_k(t)$. \tilde{W}_k – это решение задачи (2) для смещения k -й границы (между k -й и $k+1$ -й ячейками).

Матрица A и вектор F имеют блочную структуру:

$$A = \begin{pmatrix} A^1 & A^2 \\ A^3 & A^4 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} F^1 \\ F^2 \end{pmatrix},$$

где элементы a_{ps}^1 , a_{pc}^2 , a_{ls}^3 , a_{lc}^4 , f_p^1 , f_l^2 блоков A^1 , A^2 , A^3 , A^4 , F^1 , F^2 соответственно можно найти по следующим формулам:

$$\begin{cases} a_{ps}^1 = \sum_{i=1}^N W_p W_s \beta^2(t), & p \neq s, \\ a_{pp}^1 = \sum_{i=1}^N (W_p)^2 \beta^2(t) + \gamma_p, \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
a_{pc}^2 &= \sum_{i=1}^N \frac{(\alpha_c - \alpha_{c+1})}{d\Delta x_c} W_p \tilde{W}_c \beta^2(t), \\
a_{ls}^3 &= \sum_{i=1}^N \frac{(\alpha_l - \alpha_{l+1})}{d\Delta x_l} W_s \tilde{W}_l \beta^2(t), \\
\begin{cases} a_{lc}^4 = \sum_{i=1}^N \frac{(\alpha_l - \alpha_{l+1}) (\alpha_c - \alpha_{c+1})}{d\Delta x_l d\Delta x_c} \tilde{W}_l \tilde{W}_c \beta^2(t), l \neq c, \\ a_{ll}^4 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{(\alpha_l - \alpha_{l+1})}{d\Delta x_l} \tilde{W}_l \right)^2 \beta^2(t) + \gamma_l, \end{cases} \\
f_p^1 &= \sum_{i=1}^N (V_i^{\text{np}} - V_i(b^0)) W_p \beta(t) + \gamma_p b_p^0, \\
f_l^2 &= \sum_{i=1}^N (V_i^{\text{np}} - V_i(b^0)) \frac{(\alpha_l - \alpha_{l+1})}{d\Delta x_l} \tilde{W}_l \beta(t) + \gamma_l b_l^0,
\end{aligned}$$

$$p = 1 \dots M, \quad s = 1 \dots M, \quad c = 1 \dots M - 1, \quad l = 1 \dots M - 1.$$

2. Результаты численного моделирования

Рассмотрим работу представленной выше вычислительной схемы на двух сериях тестов. В качестве вмещающей среды будем рассматривать однородное полупространство с параметрами $\sigma_{\text{ср}} = 0,01$ См/м, $\alpha_{\text{ср}} = 0,001$, в которое на глубине 100 м помещен слой со следующими параметрами: $\sigma_{\text{сл}} = 0,05$ См/м, $\alpha_{\text{сл}} = 0,05$, $h_{\text{сл}} = 100$ м (σ – удельная проводимость; α – поляризуемость; h – толщина). Поместим в этот слой объект с отличной от слоя проводимостью и поляризуемостью. Далее выберем произвольную область, которая полностью или частично перекрывает объект. Попробуем в данной области восстановить значения параметра поляризуемости и границы подобластей, отличных по значению параметра поляризуемости. Затем изменим размеры объекта и вновь попытаемся восстановить параметры среды в выбранной ранее области. В первой серии тестов выберем в качестве области восстановления параметров среды «узкую» по оси Y область с размерами $600 \times 100 \times 100$ м³ (рис. 1, а). Разобьем эту область на три ячейки, как показано на рис. 1, б (границы между ячейками обозначены штрихпунктирной линией). Для каждой ячейки будем находить значение параметра поляризуемости и определять положения границ между ячейками, которые можно будет считать границами объекта.

Проведем вычисления для четырех вариантов размера поискового (аномального по поляризуемости) объекта с характеристиками $\sigma_{\text{об}} = 1$ См/м, $\alpha_{\text{об}} = 0,15$. Размеры объекта для каждого варианта приведены в табл. 1. Положение поискового объекта относительно области восстановления параметров приведено на рис. 2. В качестве практических данных будем использовать данные, полученные в результате моделирования трехмерного поля ВП методом, описанным в [7]. Параметр спада вычисляется по формуле $\beta(t) = 1 - \exp(-n\sqrt{t/T_0} \ln 2)$, вычисления проводятся при $n = 3$, $T_0 = 0,02$. Практические данные моделируются вдоль од-

ного профиля, его положение показано пунктирной линией на рис. 1, б. Длина приемных линий $M_i N_i$ 50 м.

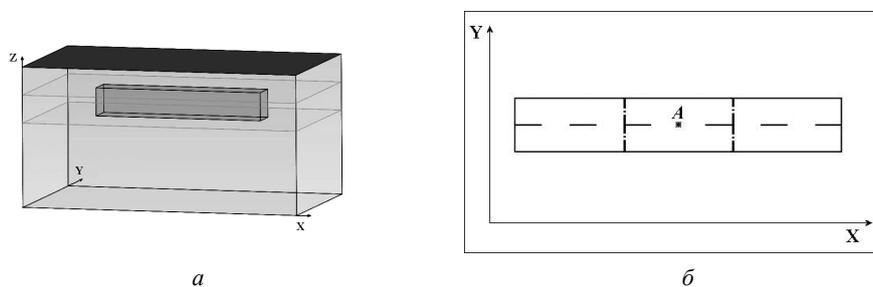


Рис. 1 – «Узкая» область восстановления параметров (а), разбиение области на ячейки (б)

Fig. 1 – The «narrow» area of the parameters recovery (a), the division of the area into cells (b)

Таблица 1 / Table 1

Размеры объекта
The size of the object

Номер варианта	Размер по оси X, м	Размер по оси Y, м	Размер по оси Z, м
1	200	100	100
2	200	200	100
3	200	300	100
4	200	400	100

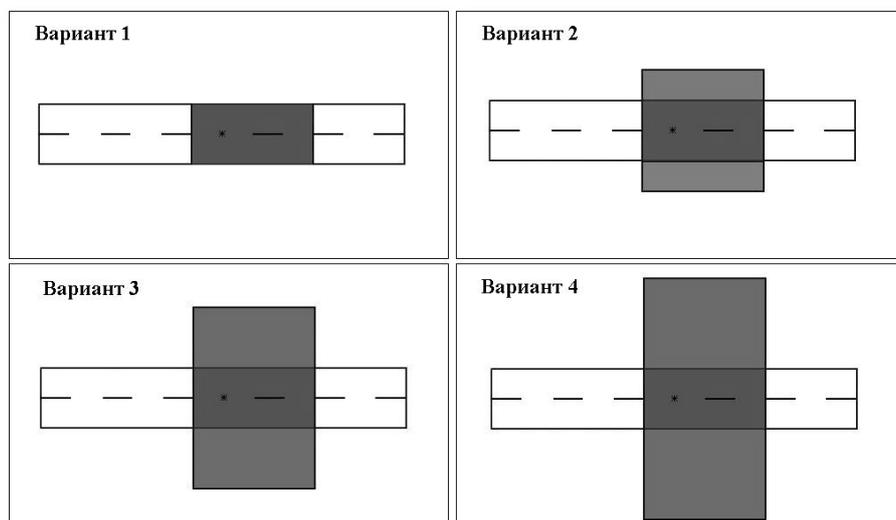


Рис. 2 – Положение поискового объекта относительно области восстановления параметров

Fig. 2 – The position of the search object relative to the parameters recovery area

В табл. 2 приведены восстановленные параметры среды для ячеек «узкой» области, начальные и конечные значения функционала невязки

$\Phi(b) = \sqrt{\sum_{i=1}^N (V_i^{np} - \tilde{V}_i)^2}$. В табл. 3 приведено сравнение истинных ($x_{ист}$, $\alpha_{ист}$) и восстановленных ($x_{восст}$, $\alpha_{восст}$) значений координаты X границ поискового объекта и его поляризуемости.

Таблица 2 / Table 2

Восстановленные параметры среды для ячеек «узкой» области
Recovered environment parameters for the cells of the «narrow» area

Номер варианта	Номер ячейки	Левая граница по оси X , м	Правая граница по оси X , м	Поляризуемость	Начальный функционал невязки	Конечный функционал невязки
1	1	4700	4950	0,05	1,70E-004	1,46E-014
	2	4950	5150	0,15		
	3	5150	5300	0,05		
2	1	4700	4950	0,05	1,60E-004	6,26E-006
	2	4950	5150	0,23		
	3	5150	5300	0,05		
3	1	4700	4950	0,05	1,68E-004	9,33E-006
	2	4950	5150	0,26		
	3	5150	5300	0,07		
4	1	4700	4960	0,06	1,91E-004	2,87E-005
	2	4960	5140	0,29		
	3	5140	5300	0,09		

Таблица 3 / Table 3

Сравнение истинных и восстановленных границ объекта и его поляризуемости
Comparison of proper and recovered objects boundaries and its polarizability

Номер варианта	Левая граница по оси X , м		Правая граница по оси X , м		Поляризуемость	
	$x_{восст}$	$x_{ист}$	$x_{восст}$	$x_{ист}$	$\alpha_{восст}$	$\alpha_{ист}$
1	4950	4950	5150	5150	0,15	0,15
2	4950	4950	5150	5150	0,23	0,15
3	4950	4950	5150	5150	0,26	0,15
4	4960	4950	5140	5150	0,29	0,15

По данным табл. 3 видно, что в том случае, когда границы объекта по оси Y совпадают с границами области восстановления параметров, удается найти и правильное положение границ объекта по оси X , и значения поляризуемости во всей области восстановления параметров (вариант 1). При увеличении размера поискового объекта по оси Y положение границ объекта по оси X восстанавливается практически правильно, но значение поляризуемости во всей области восстановления параметров завышается, хотя в целом восстанавливается вполне корректно.

На рис. 3, 4 показано отклонение значений потенциала поля ВП, деленного на потенциал поляризирующего поля (в приемных линиях $M_i N_i$) от истинного значения поля ВП, деленного на потенциал поляризирующего поля. На рис. 3 показаны значения поля ВП среды без поискового объекта (итерация 1) и значения полей

ВП сред, получаемых в ходе итерационного процесса. Данные на рис. 3 приведены для варианта 1. На рис. 4 показаны значения поля ВП среды без поискового объекта и значения поля ВП восстановленной среды. На рис. 4, *a* данные приведены для варианта 2, на рис. 4, *б* – для варианта 3, на рис. 4, *в* – для варианта 4.

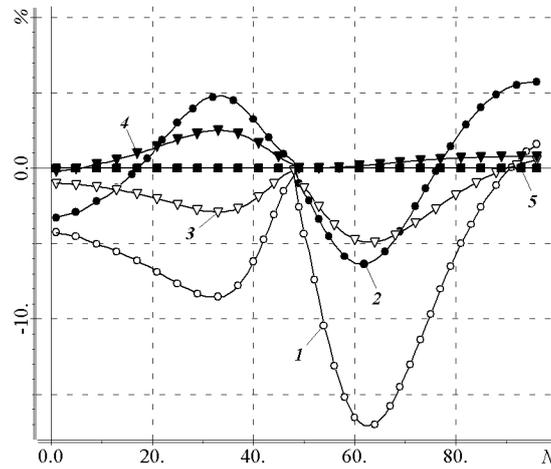


Рис. 3 – Поле ВП для варианта 1 (индекс кривой – номер итерации)

Fig. 3 – IP field for variant 1 (the curve index is number of iteration)

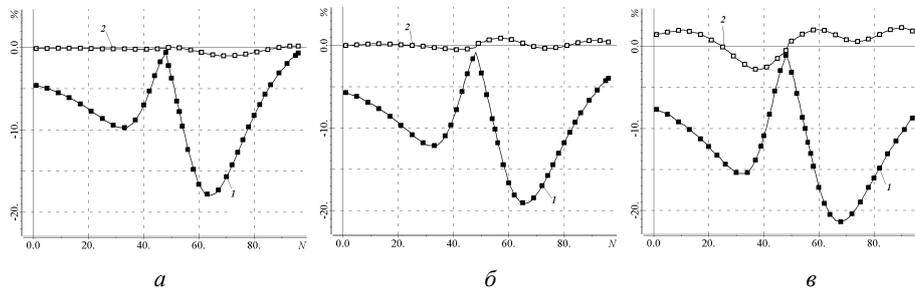


Рис. 4 – Поле ВП для варианта 2 (*a*); для варианта 3 (*б*); для варианта 4 (*в*):

1 – кривая поля ВП среды без поискового объекта; 2 – кривая поля ВП восстановленной среды

Fig. 4 – IP field for variant 2 (*a*); for variant 3 (*б*); for variant 4 (*в*):

1 – no-object environment IP field curve; 2 – recovery environment IP field curve

Теперь рассмотрим обратную ситуацию. В качестве области восстановления параметров среды выберем «широкую» область с размерами $600 \times 400 \times 100 \text{ м}^3$ (рис. 5, *a*). Разобьем эту область на три подобласти, как показано на рис. 5, *б* (границы между ячейками обозначены штрихпунктирной линией). Как и в первом случае, для каждой подобласти найдем значение поляризуемости и определим положение границ между ячейками по оси X .

Вычисления будем проводить для вариантов поискового объекта с теми же параметрами, что и в первой серии тестов. Положение объекта относительно «широкой» области восстановления параметров приведено на рис. 6.

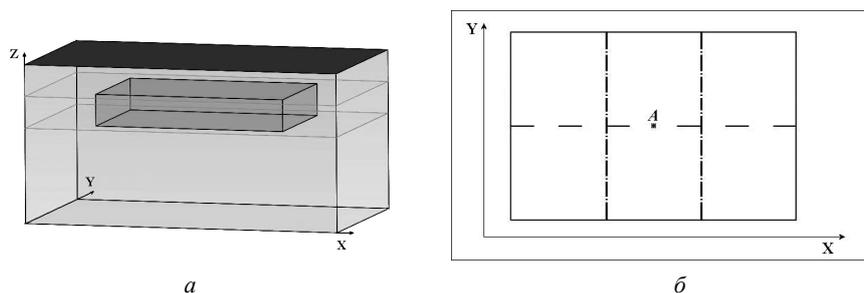


Рис. 5 – «Широкая» область восстановления параметров среды (а), разбиение области на ячейки (б)

Fig. 5 – The «wide» area of the parameters recovery (а), the division of the area into cells (б)

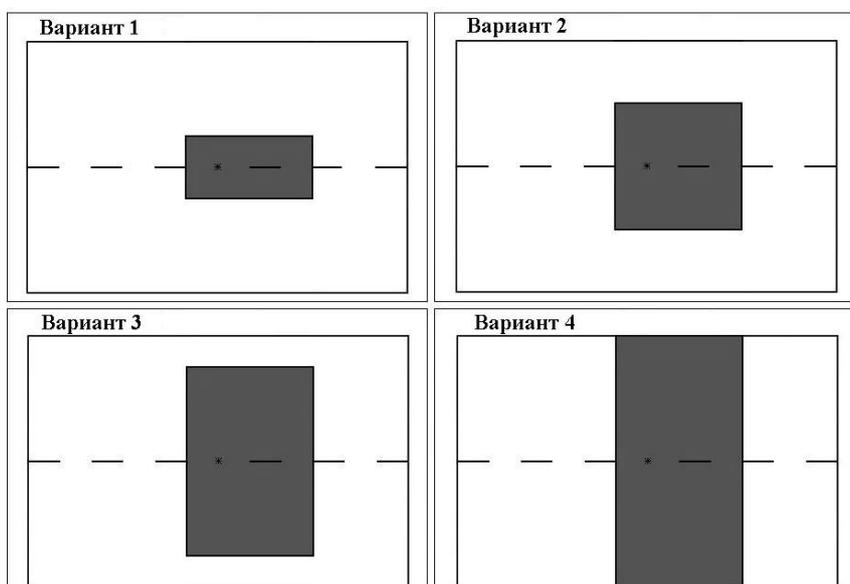


Рис. 6 – Положение поискового объекта относительно области восстановления параметров

Fig. 6 – The position of the search object relative to the parameters recovery area

Восстановленные параметры среды для ячеек «широкой» области приведены в табл. 4. В табл. 5 приведено сравнение истинных ($x_{\text{ист}}$, $\alpha_{\text{ист}}$) и восстановленных ($x_{\text{восст}}$, $\alpha_{\text{восст}}$) значений координаты X границ поискового объекта по оси X и его поляризуемости.

По данным табл. 5 видно, что во второй серии тестов также удается абсолютно точно определить границы объекта по оси X и значения поляризуемости во всей области восстановления параметров для той ситуации, когда границы объекта по оси Y совпадают с границами области восстановления параметров (вариант 4), в остальных случаях границы и поляризуемость восстанавливаются хотя и не точно, но корректно. При уменьшении объекта по оси Y восстанавливается более «узкий» по оси X объект.

Таблица 4 / Table 4

Восстановленные параметры среды для ячеек «широкой» области
Recovered environment parameters for the cells of the «wide» area

Номер варианта	Номер ячейки	Левая граница по оси X, м	Правая граница по оси X, м	Поляризуемость	Начальный функционал невязки	Конечный функционал невязки
1	1	4700	5040	0,05	1,70E-004	4,26E-005
	2	5040	5070	0,30		
	3	5070	5300	0,04		
2	1	4700	5040	0,05	1,60E-004	4,2E-005
	2	5040	5130	0,15		
	3	5130	5300	0,04		
3	1	4700	5020	0,05	1,68E-004	1,81E-005
	2	5020	5070	0,34		
	3	5070	5300	0,05		
4	1	4700	4950	0,05	1,91E-004	5,04E-014
	2	4950	5150	0,15		
	3	5150	5300	0,05		

Таблица 5 / Table 5

Сравнение истинных и восстановленных границ объекта и его поляризуемости
Comparison of proper and recovered objects boundaries and its polarizability

Номер объекта	Левая граница по оси X, м		Правая граница по оси X, м		Поляризуемость	
	$x_{восст}$	$x_{ист}$	$x_{восст}$	$x_{ист}$	$\alpha_{восст}$	$\alpha_{ист}$
1	5040	4950	5070	5150	0,30	0,15
2	5040	4950	5130	5150	0,15	0,15
3	5020	4950	5070	5150	0,34	0,15
4	4950	4950	5150	5150	0,15	0,15

Заключение

Разработаны метод и вычислительная схема для решения задачи определения границ аномальных по поляризуемости трехмерных структур и значений поляризуемости в них по измеренному на поверхности Земли полю вызванной поляризации. На примере синтетических данных, полученных с использованием 3D-моделирования, подтверждена работоспособность разработанной вычислительной схемы и возможность ее использования в программных системах обработки данных электроразведки методом вызванной поляризации.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Жданов М.С.** Теория обратных задач и регуляризации в геофизике / пер. с англ. С.А. Варенцовой и Е.Ю. Соколовой. – М.: Научный мир, 2007. – 712 с.
2. **Комаров В.А.** Электроразведка методом вызванной поляризации. – 2-е изд., перераб. и доп. – Л.: Недра, Ленинградское отделение, 1980. – 390 с.
3. Конечноэлементное моделирование электрического и магнитного поля вызванной поляризации в трехмерной среде / Ю.Г. Соловейчик, М.Г. Персова, М.В. Абрамов, М.Г. Токарева // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2011. – Т. 14, № 3. – С. 112–124.

4. **Zhdanov M.** Generalized effective-medium theory of induced polarization // *Geophysics*. – 2008. – Vol. 73, N 5. – P. F197–F211. – doi: 10.1190/1.2973462.
5. **Loke M.H., Chambers J.E., Ogilvy R.D.** Inversion of 2D spectral induced polarization imaging data // *Geophysical Prospecting*. – 2006. – Vol. 54, iss. 3. – P. 287–301. – doi: 10.1111/j.1365-2478.2006.00537.x.
6. **Li Ya., Oldenburg D.W.** 3-D inversion of induced polarization data // *Geophysics*. – 2000. – Vol. 65, N 6. – P. 1931–1945. – doi: 10.1190/1.1444877.
7. **Моисеев В.С., Рояк М.Э., Соловейчик Ю.Г.** Математическое моделирование процессов вызванной поляризации в сложных средах для токовой линии с заземленными электродами // *Сибирский журнал индустриальной математики*. – 1999. – Т. 2, № 1. – С. 79–93.
8. Methods and algorithms for reconstructing three-dimensional distributions of electric conductivity and polarization in the medium by finite-element 3D modeling using the data of electromagnetic sounding / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, G.M. Trigubovich, M.G. Tokareva // *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*. – 2013. – Vol. 49, iss. 3. – P. 329–343. – doi: 10.1134/S1069351313030117.

**ON AN APPROACH TO SOLVING INDUCED POLARIZATION
INVERSE PROBLEMS UNDER RECOVERY OF BOUNDARIES
OF AN OBJECT WITH ANOMALOUS POLARIZABILITY**

Persova M.G., Trubacheva O.S.

Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation

This paper presents the method and the computational scheme to determine for the boundaries of three-dimensional structures with anomalous polarizabilities and the polarization parameter values in them. The boundaries of structures and the polarization parameter values are recovered from the measured induced polarization field values on the surface. These environment parameters are recovered in the three-dimensional area. First, this area is divided into several large sub-areas. Each of the sub-areas is characterized by its own arbitrary initial polarizability. In the process of solving the problem, we determine a new geometric position of the cell boundaries and the polarizability value in them. The environment parameters are found by minimizing the sum of squared differences between the measured and theoretical induced polarization field values. This paper considers the search for geometrical positions of cell boundaries by one of the spatial dimensions. The efficiency of the proposed computational scheme is validated for synthetic data obtained by three-dimensional finite element modeling of the induced polarization field.

Keywords: inverse problem, induced polarization, polarizability, boundaries of anomalous structures.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-3-88-98

REFERENCES

1. Zhdanov M.S. *Teoriya obratnykh zadach i regularizatsii v geofizike*. Amsterdam [et al.], Elsevier, 2002. 628 p. (Russ. ed.: Zhdanov M.S. *Teoriya obratnykh zadach i regularizatsii v geofizike*. Translated from English S.A. Varentsova, E.Yu. Sokolova. Moscow, Nauchnyi mir Publ., 2007. 712 p.).
2. Komarov V.A. *Elektrozvedka metodom vyzvannoi polarizatsii* [Geophysical prospecting by method of induced polarization]. 2nd ed., rev. and enl. Leningrad, Nedra Publ., Leningrad branch, 1980. 390 p.
3. Soloveichik Iu.G., Persova M.G., Abramov M.V., Tokareva M.G. Konechnoelementnoe modelirovanie elektricheskogo i magnitnogo polia vyzvannoi polarizatsii v trekhmernoi srede [Finite-element modeling of electric and magnetic fields of induced polarization in a three-dimensional medium]. *Sibirskii zhurnal industrial'noi matematiki – Journal of Applied and Industrial Mathematics*, 2011, vol. 14, iss. 3, pp. 112–124. (In Russian)
4. Zhdanov M. Generalized effective-medium theory of induced polarization. *Geophysics*, 2008, vol. 73, no. 5, pp. F197–F211. doi: 10.1190/1.2973462

5. Loke M.H., Chambers J.E., Ogilvy R.D. Inversion of 2D spectral induced polarization imaging data. *Geophysical Prospecting*, 2006, vol. 54, iss. 3, pp. 287–301. doi: 10.1111/j.1365-2478.2006.00537.x
6. Li Ya., Oldenburg D.W. 3-D inversion of induced polarization data. *Geophysics*, 2000, vol. 65, no. 6, pp. 1931–1945. doi: 10.1190/1.1444877
7. Moiseev V.S., Royak M.E., Soloveichik Y.G. Matematicheskoe modelirovanie protsessov vyzvannoi poliarizatsii v slozhnykh sredakh dlia tokovoi linii s zazemlennymi elektrodami [Mathematical simulation of summoned polarization processes in complex media for current line with earthed electrodes]. *Sibirskii zhurnal industrial'noi matematiki – Journal of Applied and Industrial Mathematics*, 1999, vol. 2, iss. 1, pp. 79–93. (In Russian)
8. Persova M.G., Soloveichik Y.G., Trigubovich G.M., Tokareva M.G. Methods and algorithms for reconstructing three-dimensional distributions of electric conductivity and polarization in the medium by finite-element 3D modeling using the data of electromagnetic sounding. *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, 2013, vol. 49, iss. 3, pp. 329–343. doi: 10.1134/S1069351313030117

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



Персова Марина Геннадьевна – родилась в 1978 году, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры прикладной математики Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: конечноэлементное моделирование электромагнитных полей в задачах геоэлектрики и электромеханики. Опубликовано 100 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. Email: persova@fpm.ami.nstu.ru).

Persova Marina Gennad'evna (b. 1978) – Doctor of Science (Eng.), Professor, Professor at the Applied Mathematics Department in Novosibirsk State Technical University. Her research interests are currently focused on the finite element simulation of electromagnetic fields in problems geoelectric and electromechanics. She is author of 100 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation. Email: persova@fpm.ami.nstu.ru).



Трубачева Ольга Сергеевна – родилась в 1986 году, окончила Новосибирский государственный технический университет, с 2013 года аспирант кафедры прикладной математики НГТУ. Область научных интересов: решение обратных задач вызванной поляризации. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20).

Trubacheva Olga Sergeevna (b. 1986) – graduated from the Novosibirsk State Technical University, Post-graduate Student at the Applied Mathematics Department in NSTU. Area of research: inverse problems of induced polarization. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation).

*Статья поступила 10 июля 2015 г.
Received July 10, 2015*

To Reference:

Persova M.G., Trubacheva O.S. O podkhode k resheniyu obratnoi zadachi vyzvannoi poliarizatsii pri vosstanovlenii granits anomal'nykh po poliarizuemosti ob"ektov [On an approach to solving induced polarization inverse problems under recovery of boundaries of an object with anomalous polarizability]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2015, no. 3 (28), pp. 88–98. doi: 10.17212/1727-2769-2015-3-88-98