

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ  
ДОКЛАДЫ  
АКАДЕМИИ НАУК  
ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

2018

январь–март

№ 1 (38)



*Выходит четыре раза в год*

ISSN 1727-2769

**Учредители**

*Академия наук высшей школы России  
Новосибирское отделение Академии наук высшей школы*

**Главный редактор**

А.Г. Вострецов, д-р техн. наук, проф., засл. деятель науки РФ

**Заместитель главного редактора**

В.Н. Васюков, д-р техн. наук, проф.

**Редакционный совет**

М. Грайцар, PhD, проф. (Словакия)  
Д.В. Винников, д-р техн. наук, проф. (Эстония)  
А. Загоскин, PhD (Великобритания)  
Е.В. Ильичев, д-р физ.-мат. наук, проф. (Германия)  
М.Н. Клыماش, д-р техн. наук, проф. (Украина)  
К.Ю. Арутюнов, д-р физ.-мат. наук  
И.С. Грузман, д-р техн. наук, проф.  
А.О. Давидов, д-р техн. наук  
В.П. Драгунов, д-р техн. наук, проф.  
В.Г. Дубровский, д-р физ.-мат. наук, проф.  
А.И. Легалов, д-р техн. наук, проф.  
Б.Ю. Лемешко, д-р техн. наук, проф.  
Г.В. Майер, д-р физ.-мат. наук, проф., засл. деятель науки РФ  
В.К. Макуха, д-р техн. наук, проф.  
В.Ю. Нейман, д-р техн. наук, проф.  
В.Я. Рудяк, д-р физ.-мат. наук, проф.  
А.А. Спектор, д-р техн. наук, проф.  
С.П. Халютин, д-р техн. наук, проф.  
С.А. Харитонов, д-р техн. наук, проф.  
В.Д. Юркевич, д-р техн. наук, проф.

**Ответственный секретарь**

Д.О. Соколова, канд. техн. наук

*Журнал зарегистрирован в Министерстве РФ по делам печати, телерадиовещания и средств  
массовых коммуникаций в 2002 г. (свидетельство ПИ № 77-11517 от 04.01.2002 г.)*

Адрес редакции: 630073, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20, НГТУ, корп. 4, ком. 415,  
телефон: (383) 346-15-37, факс: (383) 346-02-09. Email: danvshrf@corp.nstu.ru

© Новосибирское отделение АН ВШ, 2018 г.

SCIENTIFIC JOURNAL

**PROCEEDINGS  
OF THE RUSSIAN HIGHER SCHOOL  
ACADEMY OF SCIENCES**

2018

January – March

№ 1 (38)



*Journal is published quarterly*

ISSN 1727-2769

*Journal was established by*

*Russian Higher Education Academy of Science  
Novosibirsk Branch of Higher Education Academy of Science*

**Chief Editor**

A.G. Vostretsov, D.Sc. (Eng.), Prof., Honoured Science Worker of Russian Federation

**Deputy Chief Editor**

V.N. Vasyukov, D.Sc. (Eng.), Prof.

**Editorial Council**

M. Grajcar, PhD, Prof. (Slovakia)  
D.V. Vinnikov, D.Sc. (Eng.), Prof. (Estonia)  
A.M. Zagoskin, PhD (United Kingdom)  
E.V. Ilyichev, D.Sc. (Phys.&Math.), Prof. (Germany)  
M.M. Klymash, D.Sc. (Eng.), Prof. (Ukraine)  
K.Yu. Arutyunov, D.Sc. (Phys.&Math.)  
I.S. Gruzman, D.Sc. (Eng.), Prof.  
A.O. Davidov, D.Sc. (Eng.)  
V.P. Dragunov, D.Sc. (Eng.), Prof.  
V.G. Dubrovsky, D.Sc. (Phys.&Math.), Prof.  
A.I. Legalov, D.Sc. (Eng.), Prof.  
B.Yu. Lemeshko, D.Sc. (Eng.), Prof.  
G.V. Mayer, D.Sc. (Phys.&Math.), Prof., Honoured Science Worker of Russian Federation  
V.K. Makukha, D.Sc. (Eng.), Prof.  
V.Yu. Neyman, D.Sc. (Eng.), Prof.  
V.Ya. Rudyak, D.Sc. (Phys.&Math.), Prof.  
A.A. Spector, D.Sc. (Eng.), Prof.  
S.P. Khaljutin, D.Sc. (Eng.), Prof.  
S.A. Haritonov, D.Sc. (Eng.), Prof.  
V.D. Yurkevich, D.Sc. (Eng.), Prof.

**Executive Secretary**

D.O. Sokolova, C.Sc.(Eng.)

Editor Address: Office 415, 20 bld. 4, K. Marx Prospect, Novosibirsk, 630073, Russian Federation.  
Tel: +7 (383) 346-15-37. Fax: +7 (383) 346-02-09. Email: danvshrf@corp.nstu.ru

© Novosibirsk Branch of Higher Education Academy of Science, 2018

## СОДЕРЖАНИЕ

## ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

*Остертак Д.И., Пельменев К.Г.*

Анализ электростатических взаимодействий  
в плоскопараллельных МЭМС со смещением электродов .....7

## ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

*Анискин В.М., Коротаева Т.А., Ободовская Е.А.,  
Турчинович А.О.*

Численное моделирование недорасширенных  
осесимметричных микроструй, истекающих  
в затопленное пространство .....22

*Белова И.А., Мартинович М.В., Сколота В.А.,  
Канюков И.И.*

Автономный преобразователь электрической энергии  
с интеллектуальной системой управления на основе  
искусственной нейронной сети для фотовольтаики .....36

*Каледин В.О., Ульянов А.Д., Каледин Вл.О.*

Математическое моделирование напряженного состояния  
кольцевых композитных конструкций  
при высокотемпературных воздействиях .....54

*Персова М.Г., Соловейчик Ю.Г., Вагин Д.В., Киселев Д.С.,  
Кондратьев Н.В., Кошкина Ю.И., Трубачева О.С.*

Применение неконформных сеток с шестигранными ячейками  
для 3D-моделирования технологий аэроэлектроразведки .....64

СОДЕРЖАНИЕ

---

**Смирнов П.Н., Харитонов С.А., Преображенский Е.Б.**

Анализ процессов в сети с изолированной нейтралью  
и полупроводниковым преобразователем для компенсации  
емкостных токов короткого замыкания .....80

**Хайло Н.С., Вострецов А.Г.**

О количественной мере асимптотической робастности  
алгоритмов обнаружения и различения сигналов.....94

**Чичиндаев А.В., Хромова И.В., Дьяченко Ю.В.**

Влияние переноса тепла между расчетными элементами на  
тепловые процессы в системе «человек – окружающая среда» .....106

---

---

CONTENTS

---

PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

*Ostertak D.I., Pelmenev K.G.*

An analysis of electrostatic interactions in parallel-plate MEMS  
with an electrode offset .....

7

---

TECHNICAL SCIENCES

*Aniskin V.M., Korotaeva T.A., Obodovskaya E.A.,  
Turchinovich A.O.*

Numerical simulation of underexpanded axisymmetrical microjets  
ejected into still air .....

22

*Belova I.A., Martinovich M.V., Skolota V.A., Kanyukov I.I.*

A stand-alone system for converting electric energy fed  
by solar panels with an intelligent control system based  
on an artificial neural network .....

36

*Kaledin V.O., Ul'janov A.D., Kaledin V.I.*

Simulation of the stress-strain state in the composite ring body  
under high temperature conditions .....

54

*Persova M.G., Soloveichik Yu.G., Vagin D.V., Kiselev D.S.,  
Kondratyev N.V., Koshkina Yu.I., Trubacheva O.S.*

Application of non-conforming meshes with hexahedral cells  
for 3D modelling of airborne electromagnetic technologies.....

64

CONTENTS

---

***Smirnov P.N., Kharitonov S.A., Preobrazhenskiy E.B.***

Analysis of processes in a network with an isolated neutral  
and a semiconductor converter for the compensation  
of short-circuit capacitive currents ..... 80

***Khailo N.S., Vostretsov A.G.***

A quantitative measure of asymptotic robustness  
of signal detection algorithms ..... 94

***Chichindaev A.V., Khromova I.V., Dyachenko Yu.V.***

Influence of heat transfer between calculated elements on thermal  
processes in the human body-environment system ..... 106

---

УДК 621.3.049.77.002.5

**АНАЛИЗ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В  
ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫХ МЭМС СО СМЕЩЕНИЕМ ЭЛЕКТРОДОВ****Д.И. Остертак, К.Г. Пельменев***Новосибирский государственный технический университет*

При разработке электростатических микроэлектромеханических систем (МЭМС) возникает необходимость в определении электрической емкости и электростатических сил, действующих между различными частями конструкции. Обычно для этого используются аналитические выражения, не учитывающие влияние краевых эффектов, либо численные методы, которые их учитывают, но требуют больших затрат времени и мощной компьютерной техники, что значительно усложняет дальнейшую оптимизацию МЭМС, где желательно иметь быстрые и наглядные методы расчета. Поэтому аналитические выражения, позволяющие оценивать емкости и силы с достаточной для практических применений точностью, представляют большой интерес. В данной работе представлены результаты экспериментальных и теоретических исследований электростатических взаимодействий в МЭМС с плоскопараллельными электродами в 2D-приближении, с учетом относительного смещения электродов. Методом конечных элементов рассчитаны зависимости емкости и силы от величины межэлектродного зазора, толщины электродов и их относительного смещения (изменения площади перекрытия электродов), на основе чего получены аппроксимационные формулы для расчета емкости и тангенциальной составляющей электростатической силы с учетом краевых эффектов. Показано хорошее совпадение экспериментальных и теоретических результатов, оценены пределы применимости полученных формул.

*Ключевые слова:* МЭМС, плоскопараллельный конденсатор, электрическая емкость, электростатическая сила, краевые эффекты, метод конечных элементов, аппроксимационные формулы.

DOI: 10.17212/1727-2769-2018-1-7-21

**Введение**

При разработке и проектировании электростатических микроэлектромеханических систем (МЭМС) возникает необходимость в определении электрической емкости и электростатических сил, действующих между различными частями конструкции с отличающимися потенциалами. Как правило, для этого используется классическая формула емкости идеального плоского конденсатора (ИПК), не учитывающая, однако, влияние краевых эффектов, которое значительно усиливается с увеличением расстояния между электродами.

Использование численных расчетов, таких как метод конечных (МКЭ) или граничных (МГЭ) элементов, позволяет рассчитать емкости и силы в МЭМС с учетом краевых эффектов. Подобные методы, однако, требуют больших временных затрат и мощной компьютерной техники, что значительно усложняет дальнейшее проектирование и оптимизацию МЭМС, где желательно иметь быстрые и наглядные методы расчета. Особый интерес представляют аналитические выра-

---

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках базовой части государственного задания, шифр проекта 8.6847.2017/БЧ, тема проекта «Разработка теоретических основ построения измерительного оборудования для телекоммуникационных систем, содержащего мощные СВЧ аттенюаторы, полосовые фильтры с заданными частотами режекции и микрополосковые печатные антенны».

жения, позволяющие рассчитывать емкости и силы с достаточной для практических применений точностью.

Существуют аналитические выражения для расчета емкостей и электростатических сил с учетом краевых эффектов [1–14], однако большинство из них подходит лишь для случая несмещенных плоскопараллельных электродов, когда площадь перекрытия электродов максимальна и равна площади каждого из электродов. В [7–9, 12, 14] имеются выражения для оценки электростатических взаимодействий в зависимости от площади перекрытия электродов, которые, однако, не учитывают влияние краевых эффектов, связанных с конечной (ненулевой) толщиной электродов. С практической точки зрения большой интерес представляют аналитические выражения, которые бы учитывали конечную толщину электродов в случае со смещением электродов относительно друг друга (изменением площади перекрытия электродов).

В данной работе проводится экспериментальное и теоретическое исследование зависимостей электрической емкости и латеральной (тангенциальной) составляющей электростатической силы в МЭМС с плоскопараллельной двухэлектродной структурой от геометрических параметров электродов: межэлектродного зазора, толщины электродов и их относительного смещения (изменения площади перекрытия электродов) в 2D-приближении, предлагаются соответствующие аппроксимационные формулы, полученные на основе рассчитанных данных.

## 1. Методика эксперимента

На рис. 1 приведено схематическое изображение конструкции двухэлектродного плоскопараллельного конденсатора, которая использовалась для измерения и расчета емкости системы в зависимости от относительного смещения  $x$  при различных межэлектродных зазорах  $d$ .

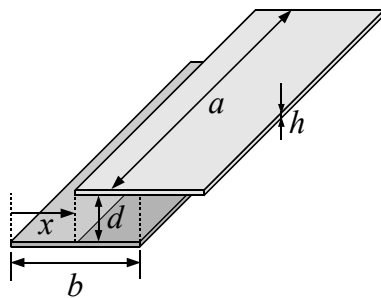


Рис. 1 – Конструкция переменного конденсатора, используемая для измерения и расчета емкости

Fig. 1 – Variable capacitor structure used for measurements and modeling

Данная конструкция представляла собой два прямоугольных алюминиевых электрода с одинаковой длиной  $a = 98,58$  мм, шириной  $b = 26,92$  мм и толщиной  $h = 1,2$  мм, межэлектродный зазор величиной  $d$  был заполнен воздухом. Электроды закреплялись на штативах измерительного прибора ИЗА-2, что позволяло устанавливать зазор  $d$  с точностью 0,5 мкм, а величину относительного смещения электродов  $x$  – с точностью 0,25 мм.

Для измерения емкости использовался цифровой LCR измеритель E7-8, позволяющий измерять значения от 0,01 пФ до 100 мкФ с погрешностью  $\pm 2,5\%$ . Паразитная емкость между электродами составляла от 1,5 до 3,6 пФ, которая в дальнейшем вычиталась из экспериментальных данных.

## 2. Методика расчета

Расчет проводился с использованием метода конечных элементов (МКЭ) в программном пакете ANSYS. Были рассчитаны зависимости емкости и электростатической силы от величины относительного смещения  $x$  подвижного электрода при различных соотношениях толщины электродов  $h$  и межэлектродного зазора  $d$ , а также ширины электродов  $b$  и зазора  $d$ . Для 2D-расчета было принято,



что длина электродов  $a$  много больше их ширины  $b$  (бесконечно длинные электроды). Использовалась адаптивная методика разбиения на конечные элементы, т. е. в областях с резким пространственным изменением электрического поля плотность сетки была значительно выше, чем в остальных областях. В качестве окружающей среды был использован воздух. Рассматривался случай постоянного напряжения на электродах, в качестве граничных условий полагалось, что потенциал одного из электродов был 1 В, а другого – 0 В.

### 3. Результаты расчетов и эксперимента

На рис. 2 представлены зависимости емкости от нормированного смещения электродов  $x/b$ , полученные для различных соотношений  $b/d$ . Белыми маркерами обозначены экспериментальные результаты, черной сплошной линией – расчет МКЭ. Согласно рис. 2 зависимость, рассчитанная в рамках МКЭ, в диапазоне  $0 \leq x/b \leq 0,8$  расходится с экспериментом не более чем на 5%, что может быть связано с погрешностью измерений и паразитными эффектами и вполне приемлемо для практических применений.

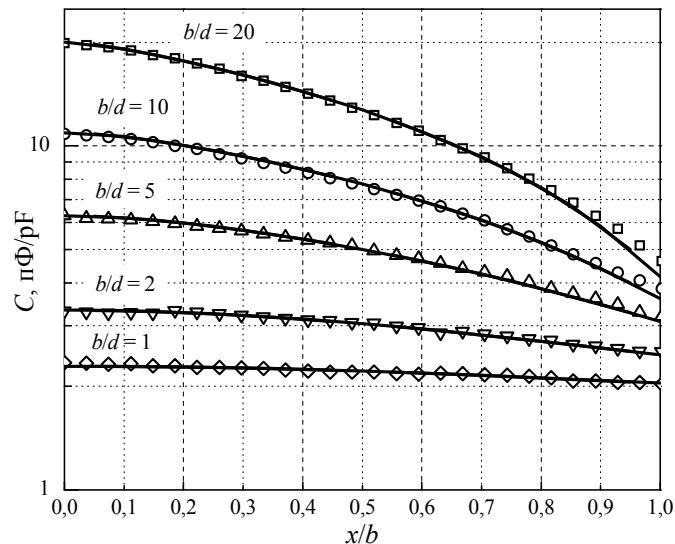


Рис. 2 – Зависимости емкости  $C$  от нормированного смещения электродов  $x/b$

Fig. 2 – Dependences of the capacitance  $C$  on the normalized electrode offset  $x/b$

### 4. Анализ расчета электрической емкости

При проектировании МЭМС наиболее удобным является использование аналитических выражений. Для расчета зависимости емкости плоскопараллельного конденсатора в общем случае применяется формула на основе модели ИПК:

$$C_x = C_0(1 - x/b) = \varepsilon_0 \varepsilon a(b - x)/d, \quad (1)$$

где  $C_0 = \varepsilon_0 \varepsilon ab/d$  – емкость ИПК;  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная;  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды между электродами;  $a$ ,  $b$  и  $d$  – длина, ширина

электрода и межэлектродный зазор, соответственно;  $x$  – величина смещения электродов относительно друг друга (см. рис. 1).

Однако согласно результатам расчетов в рамках МКЭ, оценки емкости, полученные с использованием модели ИПК, могут иметь значительную погрешность, которая неуклонно растет с увеличением межэлектродного зазора  $d$ , смещения  $x$  и толщины  $h$ . Различие между значениями емкости, полученными МКЭ и с помощью формулы ИПК, можно видеть на рис. 3, где представлены зависимости емкости от нормированного смещения  $x/b$  при различных отношениях  $h/b$  и  $b/d$ , линии с маркерами – расчет МКЭ, штриховые линии – расчет по модели ИПК.

Для более точной оценки емкости требуется аналитическое выражение, которое бы учитывало влияние краевых эффектов при различных соотношениях толщины и ширины электродов  $h/b$ , межэлектродного зазора и ширины электродов  $d/b$  для различных величин  $x/b$ . Сначала рассмотрим влияние краевых эффектов в системе при отсутствии смещения ( $x/b = 0$ ). В литературе имеется выражение для оценки емкости с учетом толщины электродов, основанное на модификации формулы Пальмера–Янга [4, 11]

$$C_{Pal} = C_0 \left\{ 1 + \frac{d}{\pi b} \left[ 1 + \ln \left[ (2\pi)^{1,04} \left( \frac{b}{d} + \frac{3}{4} \right) \right] + \theta_1 \ln^{1,16} \Omega \right] \right\}, \quad (2)$$

где  $\Omega = 1 + 2h/d + 2\sqrt{h/d + (h/d)^2}$ ,  $\theta_1 = 1,268 / [1 + 0,2(h/b)^{-0,449}]$ . Погрешность расчетов с применением (2) составляет менее 1,3 % при условиях  $d/b \leq 1$  и  $h/b \leq 1$ . Если произвести некоторую оптимизацию выражения (2), то его можно представить в виде

$$C_{ph} = C_0 \left\{ 1 + \frac{d}{\pi b} \left[ 1 + \ln \left[ (2\pi)^{1,08} \left( \frac{b}{d} + 0,68 \right) \right] \right] + \theta_2 \ln^{1,376} \Omega \right\}, \quad (3)$$

где  $\theta_2 = 0,39 / [(b/d)^{0,056} - 0,59]$  – коэффициент для учета соотношения  $b/d$ .

Анализ показывает, что погрешность расчетов с использованием (3) при  $d/b \leq 1$  и  $h/b \leq 1$  составляет менее 0,55 % (относительно численных расчетов), что вполне достаточно для практических применений.

Для оценки изменения емкости при смещении электродов  $x$  в [7, 8] имеется аналитическое выражение для случая с нулевой толщиной электродов

$$C_{Offs} = C_0 \left[ 1 + \frac{1}{\pi} \frac{d}{b} \left( 1 + \ln \left( 2\pi \frac{b}{d} \right) \right) \right] \left[ 1 - \theta \left\{ \frac{x}{b} - \frac{d}{b} \left( 1 - \exp \left( -\frac{b}{d} \frac{x}{b} \right) \right) \right\} \right], \quad (4)$$

где  $\theta = 1,0366 - 2,2275 / [1 + 2,3467 \times (b/d)^{0,5403}]$ . Данное выражение позволяет аппроксимировать значения, полученные МКЭ, в диапазоне  $0 \leq x/b \leq 1$  с погрешностью не более 10 % для отношения  $d/b \leq 1$ .

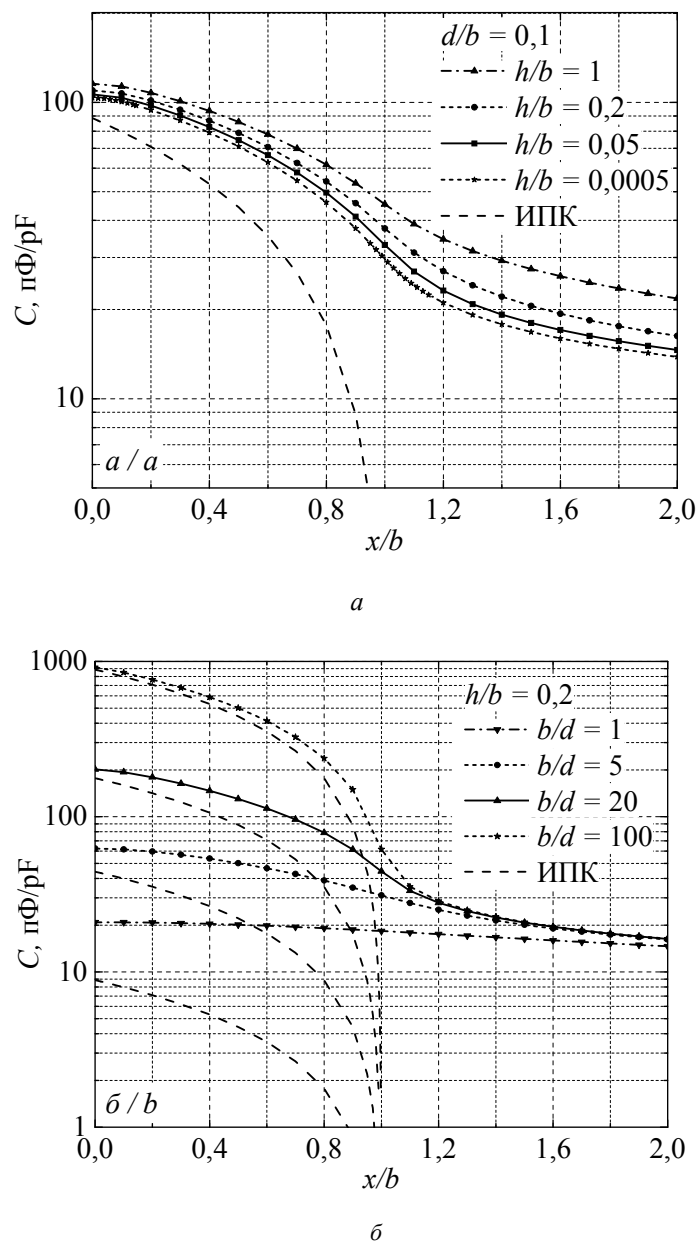


Рис. 3 – Зависимости емкости  $C$  от нормированного смещения электродов  $x/b$ , рассчитанные:

$a$  – для различных отношений  $h/b$  при неизменном  $d/b$ ;  $б$  – для различных отношений  $b/d$  при неизменном  $h/b$

Fig. 3 – Dependences of the capacitance  $C$  on the normalized electrode offset  $x/b$  calculated:

$a$  – for different  $h/b$  ratios at a fixed  $d/b$ ;  $b$  – for different  $b/d$  ratios at a fixed  $h/b$

Точность расчетов с помощью (4) можно дополнительно повысить, если модифицировать его следующим образом:

$$C_{of} = C_{ph} \left\{ 1 - \theta_3 \left[ \frac{x}{b} \left( \frac{1}{\theta_3} - 1 \right) - 0,455 \left( 1 - \exp \left( -\theta_4 \frac{x}{b} \right) \right) \right] \right\}, \quad (5)$$

где  $\theta_3 = 1,418 / \left[ 1,116 + (b/d)^{0,764} \right] - 0,008$ ,  $\theta_4 = 2,35(b/d)^{0,65} - 1,192$ .

Анализ показывает, что погрешность расчетов с использованием (5) при  $d/b \leq 1$  и  $0 \leq x/b \leq 1$  составляет менее 3 %, а при  $d/b \leq 1$  и  $0 \leq x/b \leq 0,85$  составляет менее 1 % (относительно численных расчетов). Однако выражение (5) не позволяет с высокой точностью оценить емкость при смещении электродов, имеющих конечную толщину. Как можно видеть из рис. 3, а, увеличение толщины электродов ведет к увеличению емкости за счет роста вклада краевых эффектов. Чтобы повысить точность расчетов с использованием (5) для электродов с конечной толщиной, (5) можно модифицировать путем добавления поправки, содержащей отношение  $h/b$ :

$$C_{ofh} = C_{of} + \varepsilon_0 \varepsilon a \frac{\alpha}{\beta + d/b} \left[ 1 - \exp \left( -\gamma \frac{x}{b} \right) \right], \quad (6)$$

где  $\alpha = 0,3388 / (1,1 + b/h)$ ,  $\beta = 0,122 / (2,27 + b/h)$ ,  $\gamma = 2,237 / \left[ 0,125 + (h/b)^{0,335} \right]$ .

На рис. 4 представлены зависимости нормированной емкости  $C/C_0$  от нормированного смещения  $x/b$ , полученные при различных отношениях  $d/b$  и  $h/b$  на основе данных расчета МКЭ (маркеры) и с использованием выражения (6) (линии). Анализ показывает, что выражение (6) позволяет рассчитать емкость с погрешностью при  $d/b \leq 1$  и  $h/b \leq 1$  не более 3 % в диапазоне  $0 \leq x/b \leq 0,8$  и не более 8 % в диапазоне  $0,8 \leq x/b \leq 1$ .

### 5. Анализ расчета электростатических сил

При приложении между электродами электрического напряжения  $V$  возникает электростатическая сила притяжения, стремящаяся уменьшить расстояние между электродами: нормальная составляющая электростатической силы стремится уменьшить межэлектродный зазор  $d$ , а латеральная составляющая электростатической силы стремится увеличить площадь перекрытия между электродами (уменьшить величину  $x$ ). В рамках модели ИПК формулы для расчета нормальной и латеральной (тангенциальной) составляющих электростатических сил при постоянном напряжении имеют вид:

$$F_{y_0}^V = -\frac{\varepsilon_0 \varepsilon a b V^2}{2d^2}; \quad (7)$$

$$F_{x_0}^V = -\frac{\varepsilon_0 \varepsilon a V^2}{2d}. \quad (8)$$

Согласно выражениям (7) и (8) в рамках модели ИПК при смещении подвижного электрода (уменьшении площади перекрытия электродов) нормальная составляющая электростатической силы будет линейно уменьшаться из-за уменьшения  $b$ , тогда как латеральная составляющая останется неизменной. Однако, как показывает анализ расчетов МКЭ, влияние краевых эффектов необходимо учитывать не только при оценке электрической емкости, но и при оценке

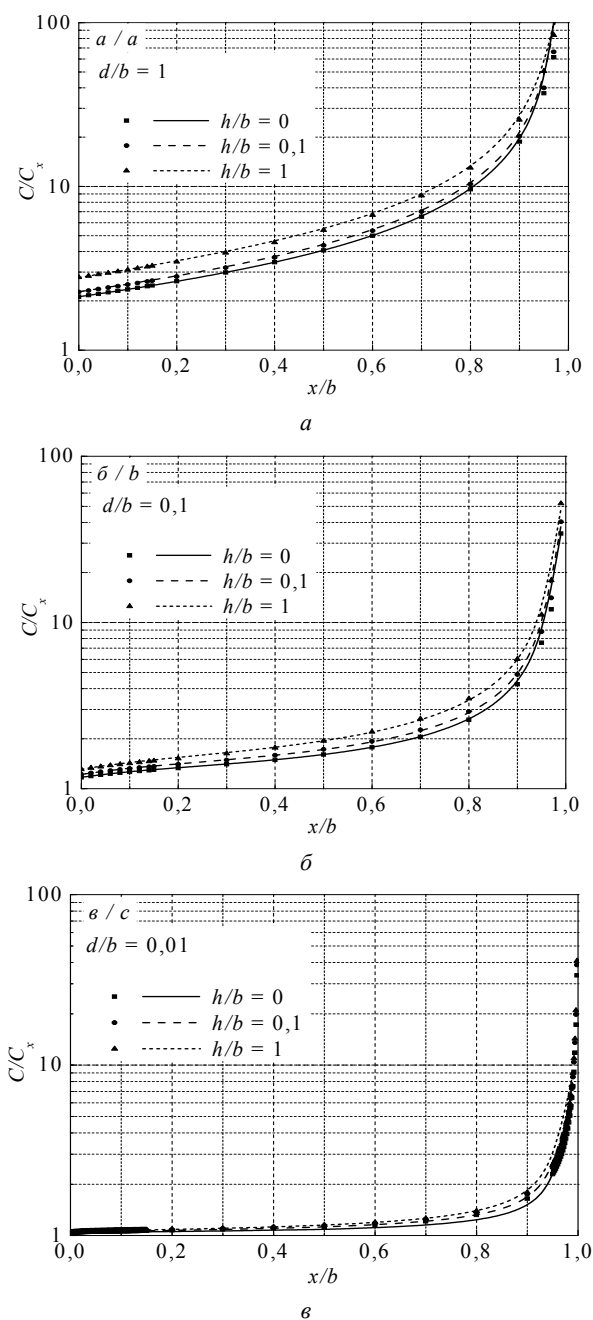


Рис. 4 – Зависимости нормированной емкости  $C/C_0$  от нормированного смещения  $x/b$  при различных отношениях  $d/b$  и  $h/b$ :  $a - d/b = 1$ ;  $б - d/b = 0,1$ ;  $в - d/b = 0,01$  (маркеры – расчет МКЭ, линии – расчет с использованием (6))

Fig. 4 – Dependences of the normalized capacitance  $C/C_0$  on the normalized interelectrode offset  $x/b$  with different ratios of  $d/b$  and  $h/b$ :

$a - d/b = 1$ ;  $b - d/b = 0,1$ ;  $c - d/b = 0,01$  (symbols are FEM calculations, lines are calculations using equation (6))

электростатических сил. На рис. 5 приведены зависимости тангенциальной составляющей электростатической силы от отношения  $x/b$ , рассчитанные при постоянном напряжении, линии с маркерами – расчет МКЭ, сплошные серые линии – расчет по модели ИПК. Так же, как и в случае с электрической емкостью, значения сил, рассчитанные с использованием модели ИПК, с ростом отношения  $d/b$  все сильнее расходятся с результатами численного расчета.

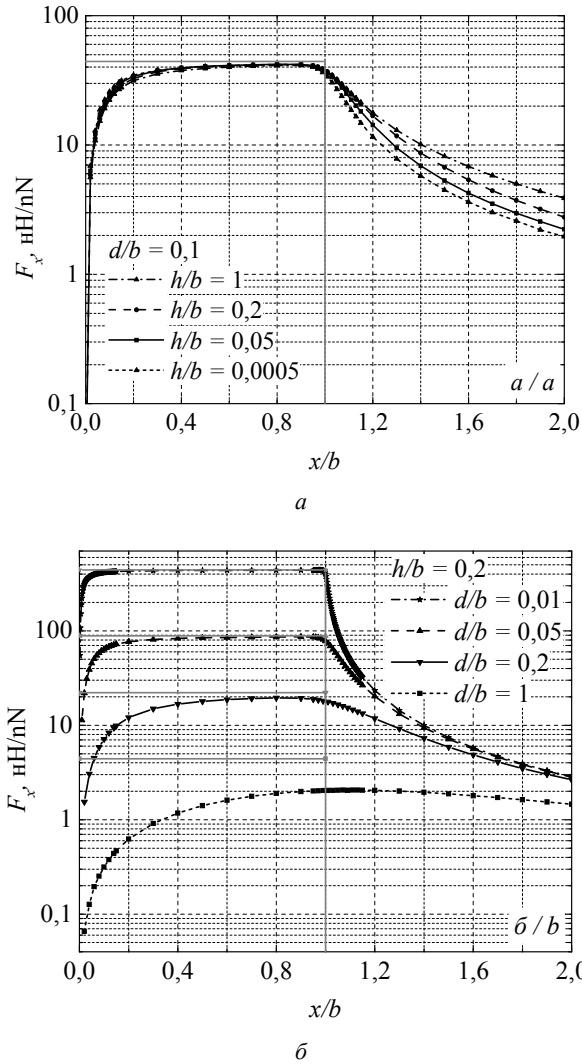


Рис. 5 – Зависимости тангенциальной составляющей электростатической силы от нормированного смещения электродов  $x/b$  рассчитанные:

$a$  – для различных отношений  $h/b$  при неизменном  $d/b$ ;  $b$  – для различных отношений  $d/b$  при неизменном  $h/b$

Fig. 5 – Dependences of the tangential component of the electrostatic force on normalized electrode offset  $x/b$  calculated:

$a$  – for different  $h/b$  ratios at a fixed  $d/b$ ;  $b$  – for different  $d/b$  ratios at a fixed  $h/b$

В литературе [7, 9] имеются выражения для оценки электростатических сил с учетом краевых эффектов при смещении подвижного электрода. В частности для тангенциальной компоненты силы

$$F_x^V = -\frac{C_{ph}V^2}{2b} \theta \left[ 1 - \exp\left(-\frac{b}{d} \frac{x}{b}\right) \right], \quad (9)$$

где  $\theta = 1,0366 - 2,2275 \sqrt{1 + 2,3467 \times (b/d)^{0,5403}}$ .

Сравнение оценок, выполненных с использованием выражения (9) с результатами расчета МКЭ, показывает, что данное выражение при значениях  $d/b \leq 1$  имеет погрешность не более 5 % в диапазоне  $0,1 \leq x/b \leq 0,8$  и не более 10 % в диапазоне  $0,02 \leq x/b \leq 0,9$ , однако оценка применима только для электродов с нулевой толщиной, поскольку не учитывает вклада краевых эффектов за счет конечной толщины электродов.

Получить выражение для оценки тангенциальной составляющей электростатической силы, учитывающее краевые эффекты при изменении параметров  $d$ ,  $h$ , и  $x$ , возможно на основе выражения (6) путем дифференцирования выражения для потенциальной энергии  $E$  по смещению  $x$ :

$$F_x^V = -\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial C_{ofh}}{\partial x} \frac{V^2}{2}. \quad (10)$$

Анализ показывает, что погрешность расчета в данном случае, относительно МКЭ, составляет не более 5 % в диапазоне  $0,1 \leq x/b \leq 0,8$  при значениях  $d/b \leq 1$ ,  $h/b \rightarrow 0$ , и не более 10 % в диапазоне  $0,1 \leq x/b \leq 0,9$  при значениях  $d/b \leq 0,1$ ,  $h/b \leq 1$ . Следует отметить, что погрешность расчета в интервале  $0 \leq x/b \leq 0,2$  существенно возрастает, что сужает общий диапазон применимости (10).

В качестве альтернативного решения задачи аппроксимации данных расчета МКЭ предлагается модификация выражения (9) с заменой функции  $1 - \exp(x)$  функцией  $\arctg(x)$ :

$$F_x^V = \frac{2}{\pi} F_{x_0}^V \arctg\left(\frac{\Theta \cdot x/b}{1000 d/b + x/b}\right), \quad (11)$$

где  $\Theta = \frac{1715 \sqrt{3 + (b/d)^2} + 26}{h/b + 2,14 / (b/d)^{1,392} + 0,038} - 300 \exp(-b/1,4d) - 0,7 b/d + 989$ .

На рис. 6 показаны зависимости нормированных значений  $F_x^V$  от нормированного смещения  $x/b$ , аппроксимированные выражениями (9), (10), (11) для случая с электродами нулевой толщины ( $h/b \rightarrow 0$ ). Из рис. 6 видно, что формула (11) (сплошная линия) наиболее точно описывает результаты расчетов тангенциальной составляющей электростатической силы МКЭ.

Как было отмечено ранее, выражение (9) не применимо для описания системы с электродами конечной толщины, поэтому в дальнейшем анализе оно не участвует. На рис. 7 для сравнения приведены графики зависимости погрешности (относительно расчетов МКЭ) значений тангенциальной составляющей электростати-

ческой силы, аппроксимированных выражениями (10) и (11), от нормированного смещения  $x/b$  (черные маркеры – формула (11), белые – формула (10)). Анализ показывает, что погрешность расчета с использованием (11) составляет не более 5 % в диапазоне  $0,05 \leq x/b \leq 0,85$  при значениях  $d/b \leq 0,5$ ,  $h/b \leq 1$ , что является более точным результатом по сравнению с выражением (10).

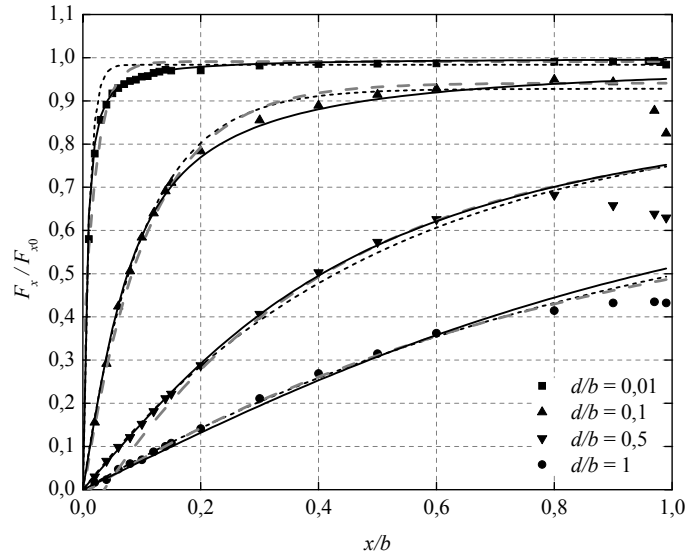


Рис. 6 – Зависимости нормированных значений тангенциальной электростатической силы при постоянном напряжении от нормированного смещения  $x/b$  при различных отношениях  $d/b$  для  $h/b \rightarrow 0$  (маркеры – расчет МКЭ; штриховая линия – расчет по формуле (9), серая штриховая линия – расчет по формуле (10), сплошная – расчет по формуле (11))

Fig. 6 – Dependences of normalized tangential term of the electrostatic force on the normalized electrode offset  $x/b$  with different ratios of  $d/b$  in case of  $h/b \rightarrow 0$  (symbols are FEM data points; dash line is calculation of the equation (9); gray dash line is calculation of the equation (10); straight line is calculation of the equation (11))

Взяв за основу (11), можно также получить выражение для электрической емкости путем интегрирования силы  $F_x^V$  по величине смещения  $x$ :

$$C_{Fx} = \frac{2}{V^2} \int F_x^V dx + C_{ph} - \varepsilon_0 \varepsilon \eta, \quad (12)$$

где  $\eta = 0,113(b/d)/(0,4b/d + 9)$  – корректирующий коэффициент для снижения погрешности (относительно МКЭ) в диапазоне  $0 \leq x/b \leq 1$ .

На рис. 8 для сравнения приведены графики зависимости погрешности значений емкости, аппроксимированных выражениями (6) и (12), от нормированного смещения  $x/b$ . Как можно видеть, выражение (12), полученное на основе формулы для аппроксимации электростатической силы (11), имеет относительно меньшие погрешности: не более 2 % при  $d/b \leq 1$  и  $h/b \leq 1$  в диапазоне  $0 \leq x/b \leq 1$ .



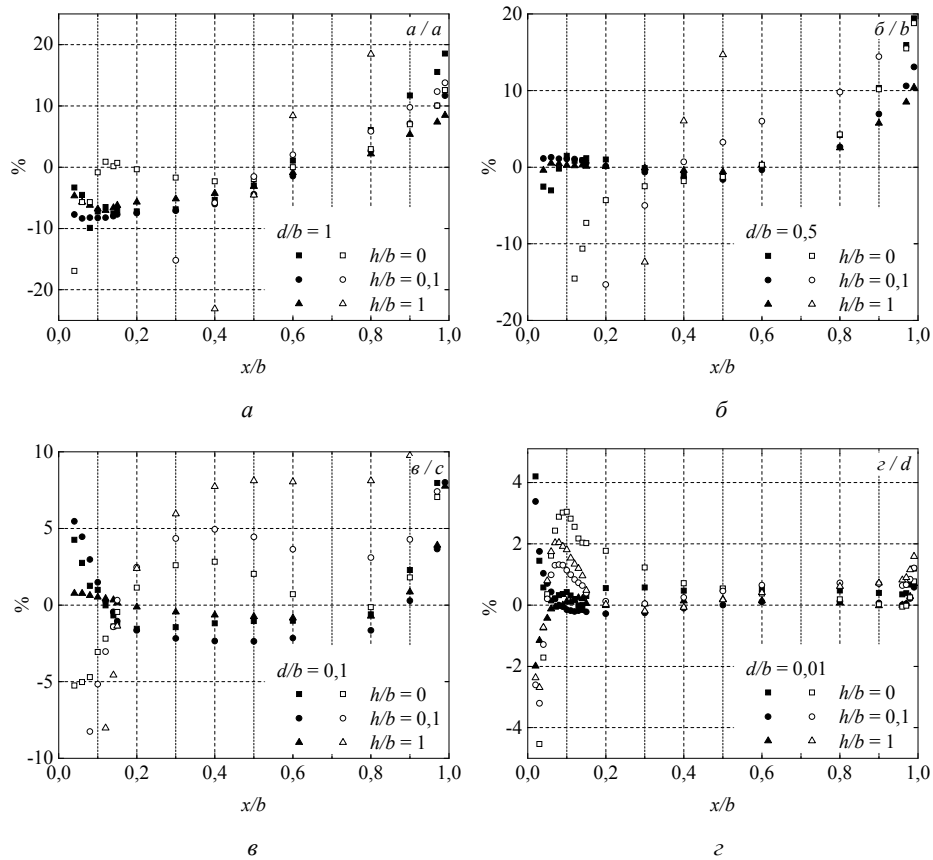


Рис. 7 – Графики отклонения (в процентах) аппроксимированных значений тангенциальной составляющей электростатической силы от значений МКЭ при различных отношениях  $d/b$  и  $h/b$  (черные маркеры – формула (11), белые – формула (10)):

$a - d/b = 1$ ;  $б - d/b = 0,5$ ;  $в - d/b = 0,1$ ;  $г - d/b = 0,01$

Fig. 7 – Deviation plots (in per cent) of approximated values of lateral electrostatic force from FEM values with different ratios of  $d/b$  and  $h/b$  (black symbols – equation (11), white symbols – equation (10)):

$a - d/b = 1$ ;  $b - d/b = 0,5$ ;  $c - d/b = 0,1$ ;  $d - d/b = 0,01$

### Заклучение

В работе приведены результаты теоретических исследований электрической емкости и электростатических сил в системе со смещающимися плоскопараллельными электродами в 2D-приближении. Также представлены данные эксперимента по измерению зависимости емкости от величины относительного смещения электродов при различных величинах межэлектродного зазора. Показано, что за счет вклада краевых эффектов значения емкости при смещении электродов существенно отличаются от значений, рассчитываемых по формуле ИПК, когда уже при  $x/b \geq 1$  значения емкостей равны нулю.

Методом конечных элементов были рассчитаны зависимости емкости и электростатических сил от величины межэлектродного зазора, толщины электродов и их относительного смещения с учетом краевых эффектов. Выполнено сравнение теоретических и экспериментальных результатов, показано, что зависимость,

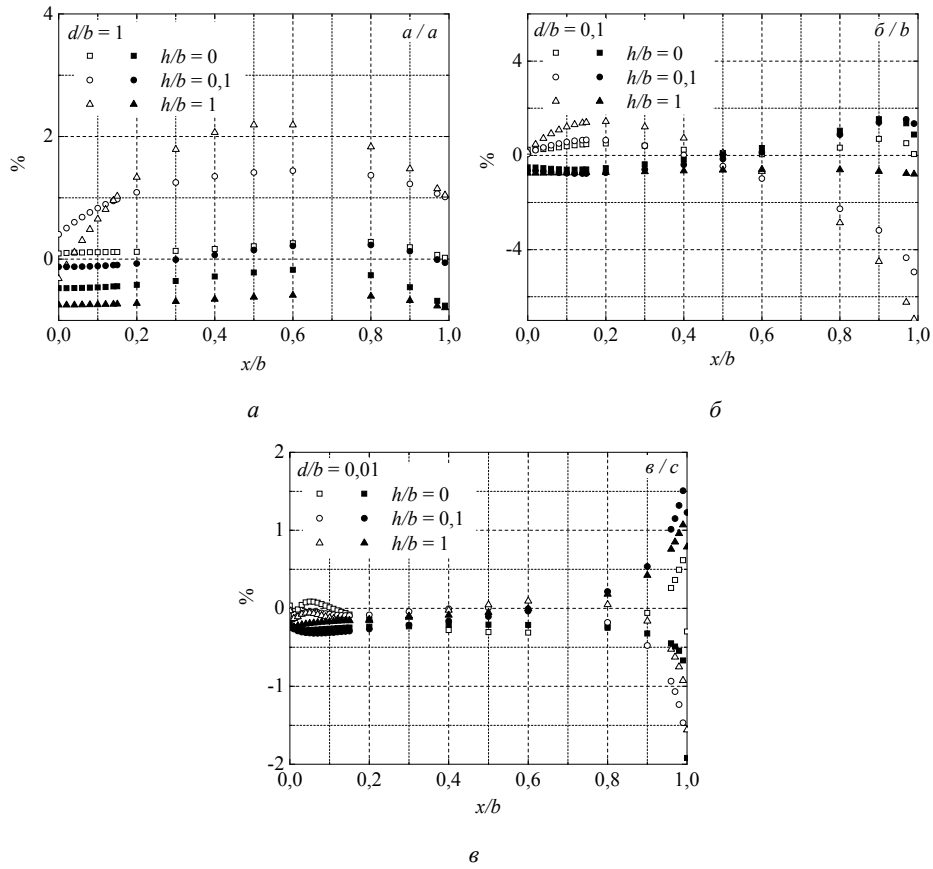


Рис. 8 – Графики отклонения (в процентах) аппроксимированных значений электрической емкости от значений МКЭ при различных отношениях  $d/b$  и  $h/b$  (черные маркеры – формула (12), белые – формула (6)):

$a - d/b = 1$ ;  $б - d/b = 0,1$ ;  $в - d/b = 0,01$

Fig. 8 – Deviation plots (in per cent) of approximated values of capacitance from FEM values with various ratios of  $d/b$  and  $h/b$  (black symbols – equation (12), white symbols – equation (6)):

$a - d/b = 1$ ;  $b - d/b = 0,1$ ;  $c - d/b = 0,01$

рассчитанная в рамках МКЭ, в диапазоне  $0 \leq x/b \leq 0,8$  расходится с экспериментом не более чем на 5 %.

Получены аппроксимационные формулы для расчета емкости и тангенциальной составляющей электростатической силы с учетом краевых эффектов. Произведена оценка пределов применимости полученных формул, учитывающих краевые эффекты в двумерном приближении. Данные формулы позволяют рассчитывать электрическую емкость при  $d/b \leq 1$ ,  $h/b \leq 1$  и  $0 \leq x/b \leq 1$  с погрешностью менее 2 %, а тангенциальную электростатическую силу при постоянном напряжении – с погрешностью не более 5 % в диапазоне  $0,05 \leq x/b \leq 0,85$  при значениях  $d/b \leq 0,5$  и  $h/b \leq 1$ , что вполне достаточно для практических применений.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Palmer H.B.** Capacitance of a parallel-plate capacitor by the Schwartz–Christoffel transformation // Transaction on AIEE. – 1937. – Vol. 56, N 3. – P. 363–366. – doi: 10.1109/T-AIEE.1937.5057547.
2. **Elliot R.S.** Electromagnetics: history, theory, and applications. – New York: McGraw-Hill, 1966. – 631 p.
3. **Иосель Ю.Я., Кочанов Э.С., Струнский М.Г.** Расчет электрической емкости. – Л.: Энергоиздат, 1981. – 288 с.
4. **Leus V., Elata D.** Fringing field effect in electrostatic actuators // Technical Report ETR. – 2004. – Vol. 2. – P. 2–15.
5. **Hosseini M., Zhu G., Peter Y.-A.** A new formulation of fringing capacitance and its application to the control of parallel-plate electrostatic micro actuators // Analog Integrated Circuits and Signal Processing. – 2007. – Vol. 53, iss. 2. – P. 119–128. – doi: 10.1007/s10470-007-9067-3.
6. **Драгунов В.П., Остертак Д.И.** Расчет нормальной составляющей электростатической силы в МЭМС // Сборник научных трудов НГТУ. – 2009. – № 1 (55). – С. 40–45.
7. **Драгунов В.П., Колчужин В.А., Остертак Д.И.** Влияние краевых эффектов на электрическую емкость в МЭМС // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2009. – № 2 (13). – С. 97–105.
8. **Драгунов В.П., Остертак Д.И.** Электростатические взаимодействия в МЭМС с плоскопараллельными электродами. Ч. 1. Расчет емкостей // Нано- и микросистемная техника. – 2010. – № 7. – С. 37–41.
9. **Драгунов В.П., Остертак Д.И.** Электростатические взаимодействия в МЭМС с плоскопараллельными электродами. Ч. 2. Расчет электростатических сил // Нано- и микросистемная техника. – 2010. – № 8. – С. 40–47.
10. **Доржиев В.Ю., Драгунов В.П., Остертак Д.И.** Расчет емкости МЭМС в 2D-приближении // Сборник научных трудов НГТУ. – 2010. – № 4 (62). – С. 73–80.
11. **Остертак Д.И.** Анализ электростатических взаимодействий в плоскопараллельных МЭМС с учетом краевых эффектов в 3D-приближении // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2017. – № 1 (34). – С. 116–132. – doi: 10.17212/1727-2769-2017-1-116-132.
12. **Остертак Д.И.** Микроэлектромеханика. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. – 120 с.
13. **Драгунов В.П., Остертак Д.И.** Анализ электромеханических процессов в МЭМП с изменяющейся площадью перекрытия электродов // Научный вестник НГТУ. – 2009. – № 2 (35). – С. 115–127.
14. **Драгунов В.П., Остертак Д.И.** Расчет латеральной составляющей электростатической силы в МЭМС // Научный вестник НГТУ. – 2009. – № 1 (34). – С. 229–232.

**AN ANALYSIS OF ELECTROSTATIC  
INTERACTIONS IN PARALLEL-PLATE MEMS  
WITH AN ELECTRODE OFFSET**

**Ostertak D.I., Pelmenev K.G.**

*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

During the design process of electrostatic microelectromechanical systems (MEMS) it is necessary to evaluate electric capacitance and electrostatic forces acting between different elements of the structure. These parameters are usually evaluated using analytical expressions that do not take into account fringing field effects or using numerical computations that take into account these effects, but require a lot of time and powerful computers hampering further MEMS optimization, where it is essential to have fast and evident calculation methods. Therefore analytical expressions making it possible to evaluate capacitances and electrostatic forces with a sufficient for practical application accuracy are very attractive. This work is devoted to the experimental

and theoretical study of electrostatic interactions in parallel-plate MEMS within the 2D-approach with a relative electrode offset. Dependences of capacitance and electrostatic force on the interelectrode gap, electrode thickness, and electrode offset are calculated using the finite element method. On the basis of the calculation approximation formulas to calculate capacitance and the tangential component of the electrostatic force taking into account fringing field effects have been obtained. A comparison between experimental and theoretical results demonstrates good agreement. Applicability limits of the obtained formulas are estimated.

*Keywords:* MEMS, parallel-plate capacitor, capacitance, electrostatic forces, fringing field effects, finite element method, approximation formulas.

DOI: 10.17212/1727-2769-2018-1-7-21

#### REFERENCES

1. Palmer H.B. Capacitance of a parallel-plate capacitor by the Schwartz–Christoffel transformation. *Transaction on AIEE*, 1937, vol. 56, no. 3, pp. 363–366. doi: 10.1109/T-AIEE.1937.5057547.
2. Elliot R.S. *Electromagnetics: history, theory, and applications*. New York, McGraw-Hill, 1966. 631 p.
3. Iossel' Yu.Ya., Kochanov E.S., Strunskii M.G. *Raschet elektricheskoi emkosti* [Electric capacitance calculation]. Leningrad, Energoizdat Publ., 1981. 288 p.
4. Leus V., Elata D. Fringing field effect in electrostatic actuators. *Technical Report ETR*, 2004, vol. 2, pp. 2–15.
5. Hosseini M., Zhu G., Peter Y.-A. A new formulation of fringing capacitance and its application to the control of parallel-plate electrostatic micro actuators. *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, 2007, vol. 53, iss. 2, pp. 119–128. doi: 10.1007/s10470-007-9067-3.
6. Dragunov V.P., Ostertak D.I. Raschet normal'noi sostavlyayushchei elektrostatischei sily v MEMS [The calculation of the normal component of electrostatic force in MEMS]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2009, no. 1 (55), pp. 40–45.
7. Dragunov V.P., Kolchuzhin V.A., Ostertak D.I. Vliyanie kraevykh effektov na elektricheskuyu emkost' v MEMS [Fringing field effect on electric capacitance in MEMS]. *Doklady Akademii Nauk Vysshei Shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian Higher School Academy of Sciences*, 2009, no. 2 (13), pp. 97–105.
8. Dragunov V.P., Ostertak D.I. Elektrostatische vzaimodeistviya v MEMS s ploskoparallel'nymi elektrodami. Ch. 1. Raschet emkosti [Electrostatic interactions in MEMS with plane-parallel electrodes. Pt. 1. Estimation of the capacitance]. *Nano- i mikrosistemnaya tekhnika – Journal of Nano- and Microsystem Technique*, 2010, no. 7, pp. 37–41.
9. Dragunov V.P., Ostertak D.I. Elektrostatische vzaimodeistviya v MEMS s ploskoparallel'nymi elektrodami. Ch. 2. Raschet elektrostatischeikh sil [Electrostatic interactions in MEMS with plane-parallel electrodes. Pt. 2. Estimation of electrostatic forces]. *Nano- i mikrosistemnaya tekhnika – Journal of Nano- and Microsystem Technique*, 2010, no. 8, pp. 40–47.
10. Dorzhiev V.Yu., Dragunov V.P., Ostertak D.I. Raschet emkosti MEMS v 2D-priblizhenii [MEMS capacitance calculation within 2D-approach]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2010, no. 4 (62), pp. 73–80.
11. Ostertak D.I. Analiz elektrostatischeikh vzaimodeistvii v ploskoparallel'nykh MEMS s uchetom kraevykh effektov v 3D-priblizhenii [An analysis of electrostatic interactions in parallel-plate MEMS with regard to fringing field effects within a 3d-approach]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2017, no. 1 (34), pp. 116–132. doi: 10.17212/1727-2769-2017-1-116-132.
12. Ostertak D.I. *Mikroelektromekhanika* [Microelectromechanics]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2016. 120 p.
13. Dragunov V.P., Ostertak D.I. Analiz elektromekhanicheskikh protsessov v MEMS s izmenyayushcheisya ploschad'yu perekrytiya elektrodov [The analysis of electromechanical operation of in-plane overlap MEMS converter]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudar-*

stvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university, 2009, no. 2 (35), pp. 115–127.

14. Dragunov V.P., Ostertak D.I. Raschet lateral'noi sostavlyayushchei elektrostaticheskoi sily v MEMS [The calculation of lateral electrostatic force component of MEMS]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2009, no. 1 (34), pp. 229–232.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Остертак Дмитрий Иванович** – родился в 1983 году, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры полупроводниковых приборов и микроэлектроники Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: нано- и микросистемная техника. Опубликовано более 40 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса 20, корп. 4. E-mail: ostertak@ngs.ru, ostertak@corp.nstu.ru).

**Ostertak Dmitriy Ivanovich** (b. 1983) – PhD (Eng.), associate professor, associate professor of the Department of Semiconductor Devices and Microelectronics at the Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on nano- and microsystem engineering. He is the author of more than 40 scientific papers. (Address: 20, Karl Marks Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: ostertak@ngs.ru, ostertak@corp.nstu.ru).



**Пельменев Константин Геннадьевич** – родился в 1993 году, аспирант кафедры полупроводниковых приборов и микроэлектроники Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: нано- и микросистемная техника. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса 20, корп. 4. E-mail: pelkonst@mail.ru).

**Pelmenev Konstantin Gennadyevich** (b. 1993) – a graduate student at the Department of Semiconductor Devices and Microelectronics in the Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on nano- and microsystem engineering. (Address: 20, Karl Marks Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: pelkonst@mail.ru).

*Статья поступила 28 февраля 2018 г.  
Received February 28, 2018*

## To Reference:

Ostertak D.I., Pelmenev K.G. Analiz elektrostaticheskikh vzaimodeistvii v ploskoparallelnykh MEMS so smescheniem elektrodov [An analysis of electrostatic interactions in parallel-plate MEMS with an electrode offset]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2018, no. 1 (38), pp. 7–21. doi: 10.17212/1727-2769-2018-1-7-21.

УДК 533.17

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕДОРАСШИРЕННЫХ  
ОСЕССИМЕТРИЧНЫХ МИКРОСТРУЙ, ИСТЕКАЮЩИХ  
В ЗАТОПЛЕННОЕ ПРОСТРАНСТВО****В.М. Анискин<sup>1</sup>, Т.А. Коротаева<sup>1,2</sup>, Е.А. Ободовская<sup>3</sup>, А.О. Турчинович<sup>1,2</sup>**<sup>1</sup>*Институт теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича СО РАН*<sup>2</sup>*Новосибирский государственный технический университет*<sup>3</sup>*Новосибирский государственный университет*

В последнее время возрос интерес к исследованию микроструй, что связано с широкой перспективой использования микроструй в практических приложениях химической и аэрокосмической промышленности. В отличие от хорошо изученных макроструй экспериментальных и расчетных данных по структуре микротечений недостаточно. Данная работа представляет результаты численного моделирования истечения сверхзвуковых недорасширенных микроструй в затопленное пространство. Условия в затопленной области соответствуют стандартной атмосфере на нулевой высоте. Численное моделирование истечения сверхзвуковых струй из микросопел выполнено с помощью академической версии коммерческого пакета ANSYS. Стационарные уравнения Навье–Стокса, осредненные по Рейнольдсу, решались для ламинарного режима истечения и турбулентного с моделью турбулентности  $k-\omega$  SST. В работе представлены результаты, полученные для диаметров сопел 2 – 44.3 мкм, степеней нерасчетности  $n = 1.5 - 4$ . Показано влияние нерасчетности на ударно-волновую структуру сверхзвукового участка струи, истекающей из сопла диаметром 16.1 мкм для ламинарного режима истечения, а также распределение параметров вдоль оси струи для ламинарного и турбулентного режимов истечения. Представлены основные параметры струи: размеры бочек и дальнобойность струй в широком диапазоне степеней нерасчетности и диаметров сопел осесимметричных сверхзвуковых недорасширенных струй. Проведено их сопоставление с известными обобщающими зависимостями для макроструй.

*Ключевые слова:* сверхзвуковые микроструи, степень нерасчетности, газодинамическая структура струи, ламинарный и турбулентный режимы течения, модель турбулентности, дальнобойность, длина бочки, численное моделирование, уравнения Навье–Стокса.

DOI: 10.17212/1727-2769-2018-1-22-35

**Введение**

Область газовой динамики, изучающая процессы истечения, интенсивно развивалась с 50-х годов прошлого столетия, что было обусловлено необходимостью решения насущных задач, возникающих при разработке реактивных летательных аппаратов. Постепенно область практических приложений расширялась, включая разработку разнообразных струйных технологических процессов и газоструйных аппаратов. Результаты экспериментальных и численных исследований макроструй нашли отражение в огромном числе публикаций, монографий и обзоров, например [1–5].

В последнее время возрос интерес к исследованию микроструй, что связано с потенциальной возможностью их использования в различных процессах, таких,

---

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда, грант № 17-19-01157.

как охлаждение на микроуровне, струйное горение, производство нанопорошков, создание новых материалов, отличающихся необычными свойствами. Микроструи применяются при смешении газов и защиты поверхностей от воздействия химически агрессивной или высокотемпературной среды. Они могут быть использованы в аэрокосмической отрасли для подавления шума струй реактивных двигателей или в реактивных системах ориентации микроспутников.

Таким образом, широкая перспектива использования микроструй в практических приложениях химической и аэрокосмической промышленности создает предпосылки к углубленному исследованию процессов истечения до- и сверхзвуковых струй при различных режимах. Как и макроструи, микроструи могут иметь дозвуковую, сверхзвуковую и звуковую скорость истечения из сопла. Пространство, в которое истекает струя, может быть покоящимся или движущимся со скоростью. Возможны различные режимы истечения. Все это определяет особенности струи, которые описывают с использованием характеристических линейных масштабов в продольном и поперечном по отношению к оси струи направлениям.

Экспериментальное исследование структуры сверхзвуковой осесимметричной микроструи представлено в работе [6]. Результаты экспериментального исследования устойчивости и ламинарно-турбулентного перехода в плоской дозвуковой гелиевой микроструе, истекающей в атмосферу, представлены в [7]. Развитие стационарных возмущений в недорасширенных осесимметричных и двумерных микроструях описано в работе [8].

Целью настоящей работы является определение основных газодинамических параметров осесимметричных недорасширенных микроструй струй воздуха: размера первой бочки струи, среднего размера бочек, длины сверхзвукового участка и установление особенностей течения при различных режимах: ламинарном и турбулентном.

### 1. Постановка задачи

Настоящая работа посвящена численному исследованию истечения осесимметричных недорасширенных струй в затопленное пространство.

Постановка задачи для численного моделирования соответствует схеме экспериментов, представленной в работе [9]. Все эксперименты были проведены с использованием азота и воздуха в качестве рабочего газа. Газ под давлением подается в форкамеру, после чего поступает в сопловой тракт и истекает в атмосферу при комнатной температуре. В экспериментах [9] рассматривалось истечение азота и воздуха из круглых звуковых сопел с острой кромкой в диапазоне диаметров от 10.4 до 340 мкм и была проанализирована их газодинамическая структура. Дозвуковая часть сопел представляла собой коническое сужение с начального диаметра 4 мм под углом  $47^\circ$ .

Струи, истекающие из осесимметричных сопел, исследовались в рамках численного решения задачи в постановке, соответствующей постановке экспериментов. При численном моделировании рассматривался сопловой тракт и область, в которую происходило истечение. Расчеты проведены для диаметров сопел: 44.3; 34.8; 21.4; 16.1; 10.4; 5.2; 2 мкм. Условия в затопленной области соответствуют стандартной атмосфере на нулевой высоте, температура комнатная, нерасчетность для каждого диаметра:  $n = 1.5; 1.7; 2; 2.5; 3; 3.5; 4$ .

На рис. 1 приведен пример двумерной расчетной сетки, построенной с помощью сеточного генератора ICEM CFD. Рассматривается половина расчетной области.

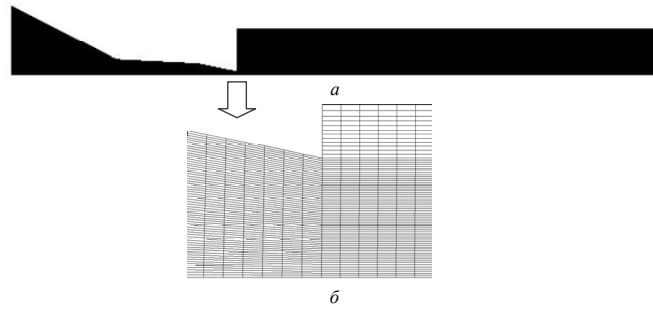


Рис. 1 – Разностная сетка:

*a* – общий вид области; *б* – фрагмент области

Fig. 1. Mesh:

*a* – a general view; *b* – part of the calculation domain

На рис. 1, *a* приведен общий вид области, фрагмент сетки вблизи среза сопла представлен на рис. 1, *б*. Сетка построена со сгущением в поперечном направлении в области среза сопла и в продольном направлении в струе. Строились сетки с различными габаритами области, в которую происходит истечение струи: от 50 диаметров струи ( $D$ ) до  $250D$ . Таким образом, с ростом нерасчетности использовались более длинные расчетные области, для того, чтобы вся сверхзвуковая часть струи полностью помещалась в расчетную область. Вертикальный размер, равный  $5D$ , был выбран для того, чтобы внешняя граница расчетной области располагалась на достаточном удалении от струи. Прямоугольная сетка насчитывала  $\sim 0.5$  млн ячеек при продольных габаритах  $50D$ ,  $100D$  и порядка  $\sim 1$  млн ячеек при продольном размере  $250D$ .

Стационарные уравнения Навье–Стокса, осредненные по Рейнольдсу, решались как для ламинарного режима истечения, так и турбулентного с использованием модели турбулентности  $k-\omega$  SST. В рамках задачи использовались “density-based” решатель (термин пакета Ansys Fluent, означающий определение поля давления из уравнения состояния), неявная схема второго порядка точности, расщепление конвективных потоков производилось с использованием схемы Рунге. В качестве граничных условий на левой границе расчетной области использовался тип “pressure-inlet” (рис. 2), т. е. задавались давление торможения  $P_0$ , статическое давление  $p$  в диапазоне от 2.5 до 7.56 атм и температура торможения  $T_0 = 300^\circ \text{K}$ . На стенках сопла ставилось граничное условие “wall” с условием прилипания и температурой стенки  $T_w = 300^\circ \text{K}$ . На выходной границе с помощью условия “pressure outlet” задавалось атмосферное давление и  $T_0 = 300^\circ \text{K}$ . Нижняя граница расчетной области для плоской задачи являлась осью симметрии и на ней задавалось условие “axis”.

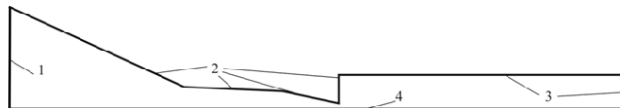


Рис. 2 – Граничные условия:

1 – pressure-inlet; 2 – wall; 3 – pressure-outlet; 4 – axis

Fig. 2 – Boundary conditions:

1 – is a pressure-inlet; 2 – is the wall; 3 – is a pressure-outlet; 4 – is the axis



Параметры газа – воздуха были следующие: в качестве уравнения состояния задавалась опция “*ideal gas*”, теплоемкость  $C_p$  полагалась постоянной, теплопроводность определялась кинетической теорией, вязкость подчинялась закону Сазерленда.

Численное моделирование истечения сверхзвуковых струй из микросопел было выполнено с помощью академической версии коммерческого пакета ANSYS Fluent 18.0, который отличается широкими возможностями для моделирования сложных задач [10].

## 2. Результаты

### Структура течения

Исследование основных газодинамических параметров осесимметричных недорасширенных микроструй воздуха, истекающих в затопленное пространство основывается на определении характеристических линейных масштабов [11] для продольных (вдоль оси  $ox$ ) и поперечных (вдоль оси  $oy$ ) размеров сверхзвуковой струи. На рис. 3, *a* представлена схема течения недорасширенной струи из работы [12]. В такой струе можно выделить ядро струи с его волновой структурой и зону смешения. Зона смешения находится у границы струи, начиная от среза сопла; вниз по течению она расширяется и на достаточном удалении охватывает всю струю. При этом выделяют три участка.

1. Начальный участок, течение в котором сильно зависит от числа Рейнольдса, диаметра сопла, особенностей течения в сопле, угла раскрытия сопла и т. д.

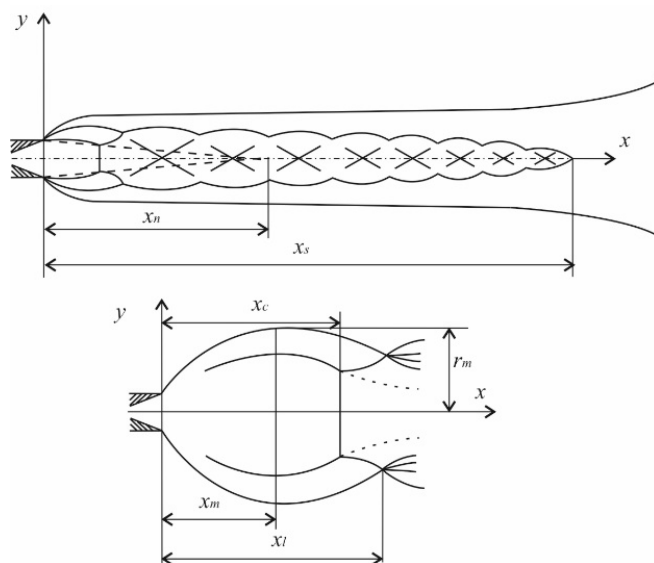


Рис. 3 – Структура сверхзвуковой недорасширенной струи при  $n > 2$  :

$x_c$  – расстояние до диска Маха;  $L$  – длина первой бочки;  $L_s$  – дальность струи;  $r_m$  – высота бочки

Fig. 3 – Supersonic underexpanded jet structure at  $n > 2$  :

$x_c$  – is the distance to the Mach disk;  $L$  – is the first shock cell length;  $L_s$  – is the supersonic length;  $r_m$  – is the cell height

2. Переходный участок, для которого характерно смыкание слоев смешения и существенна турбулизация потока.

3. Основной участок струи, для которого, начиная с некоторого момента, среднее течение становится автомодельным.

Точка на оси струи, соответствующая расстоянию  $x_n$ , где смыкается зона смешения, характеризует конец начального участка струи. На расстояния  $x > x_n$  вблизи оси струи сохраняются сверхзвуковые скорости, постепенно убывающие до скорости звука в некоторой точке на оси  $x_s$ . Величина  $x_s$  – длина сверхзвукового участка струи, называемая дальнобойностью. Отрезок  $x_n x_s$  представляет переходный участок струи. При  $x > x_s$  начинается дозвуковой основной участок струи. Еще одной из характеристик сверхзвуковых недорасширенных струй является средний размер бочек, представляющей собой средний размер второй, третьей и четвертой бочек струй.

В целом, структура струи определяется тем, что в неизобарических струях из-за нерасчетности истечения ( $n = p_a / p_n > 1$ , где  $p_a$  – давление в выходном сечении сопла,  $p_n$  – давление в окружающем струю пространстве), газ имеет большую скорость в радиальном направлении, что приводит к сложному течению с областями расширения и сжатия, а также с ударными волнами сложной конфигурации. При этом радиальная компонента скорости газа вблизи границы струи оказывается переменной по длине струи и может несколько раз менять свое направление, пока под воздействием эффектов диссипации не станет пренебрежимо малой. Это приводит к тому, что на некотором расстоянии от среза сопла струи образуются последовательность характерных бочкообразных и приближенно подобных структур, очертания которых постепенно размываются под воздействием эффектов вязкости в нарастающем вдоль границы струи слое смешения, а также под воздействием волновых потерь.

При нерасчетности  $n > 2$  сверхзвуковая недорасширенная струя имеет бочкообразную квазипериодическую структуру с присущей ей специфической системой ударных волн в первой бочке (рис. 3, схема снизу). Течение во второй и последующих бочках, длины которых незначительно монотонно уменьшаются по сравнению с длиной первой бочки, характеризуется наличием регулярно взаимодействующих наклонных ударных волн. Точка пересечения этих волн расположена на оси струи (рис. 3, схема сверху). Регулярно взаимодействующими наклонными волнами определяется также конфигурация первой бочки при степенях нерасчетности  $n < 2$ .

В настоящей работе предметом исследования являлся сверхзвуковой участок струи: длины первых и средних бочек и дальнобойность, или длина сверхзвукового участка. На рис. 4 показаны распределения чисел Маха в сверхзвуковых областях ламинарной струи с диаметром выходного сечения сопла  $D = 16.1$  мкм при различных степенях нерасчетности. Видно, что структура струи полностью соответствует описанию выше. При степени нерасчетности  $n = 2$  появляется очень маленький диск Маха (рис. 4, б), который увеличивается с ростом степени нерасчетности (рис. 4, в и г). Внутри сверхзвуковой струи за скачками уплотнения возникают области дозвукового течения. На рис. 4, в и г это белые пятна без изолиний вблизи оси струи.

На рис. 5 показаны продольные распределения чисел Маха и давления торможения за прямым скачком уплотнения на сверхзвуковом участке для струи с диаметром выходного сечения сопла  $D = 16.1$  мкм при степени нерасчетности  $n = 2$ . В рассматриваемом диапазоне нерасчетностей, а также в зависимости от режима

истечения наблюдается образование структур, содержащих от 6 до 10 для турбулентного режима, либо от 20 до 25 бочек для ламинарного. Как отмечалось выше, бочкообразная структура определяется эффектами вязкости в слое смешения и волновыми потерями. Из рисунка видно, что вблизи среза сопла структуры струй, рассчитанных в рамках ламинарной и турбулентной моделей, одинаковы, затем, в случае турбулентного истечения, струя сильно расширяется, эффекты диссипации в слое смешения более значительны, в результате чего бочек образуется меньше.

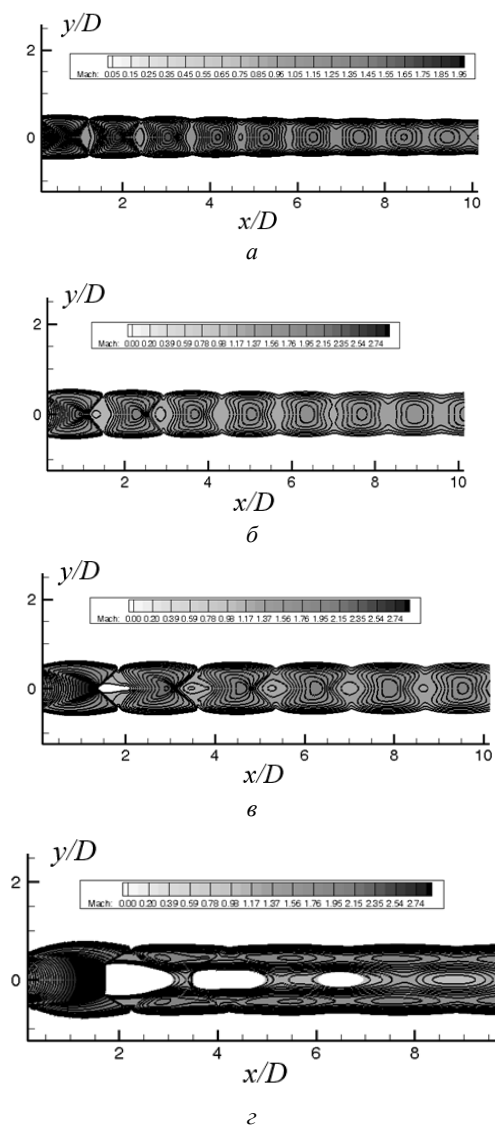


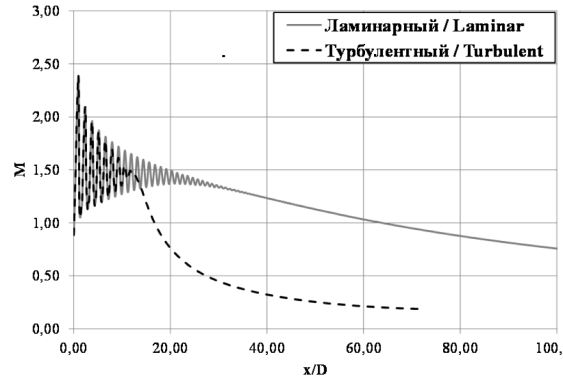
Рис. 4 – Распределение числа Маха в сверхзвуковой части струи диаметром 16.1 мкм:

$a - n = 1.7$ ;  $b - n = 2$ ;  $c - n = 2.5$ ;  $d - n = 4$

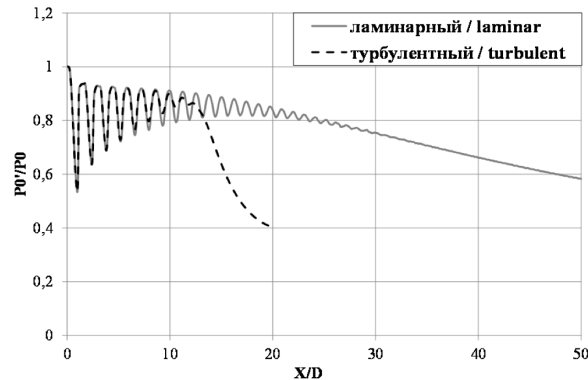
Fig. 4 – Mach number distribution in the jet supersonic part of the diameter of 16.1  $\mu\text{m}$ :

$a - n = 1.7$ ;  $b - n = 2$ ;  $c - n = 2.5$ ;  $d - n = 4$

На больших расстояниях от среза сопла (в основном участке) волновые процессы ослабевают, давление в струе выравнивается, и течение приобретает изобарический характер.



а



б

Рис. 5 – Осевое распределение (а) числа Маха и (б) давления торможения за прямым скачком уплотнения для струи, истекающей из сопла диаметром 16.1 мкм для ламинарного (сплошная линия) и турбулентного (штриховая линия) режима истечения при  $n = 2$

Fig. 5. Parameter distributions along the jet axis with a nozzle diameter of 16.1  $\mu\text{m}$ ,  $n = 2$  at laminar (solid line) and turbulent (dashed line) flows:  $a$  – Mach number;  $b$  – total pressure behind a normal shock wave

Из рис. 5 видно, что ламинарные струи значительно длиннее по сравнению с турбулентными.

#### Размеры бочек и дальнобойность струй

В работе длина первой бочки обозначается через  $L$ , длина средней бочки –  $L_s$ , дальнобойность –  $L_c$ .

Длины первой бочки макроструи  $L$  определялись во многих расчетных и экспериментальных работах. Существуют различные формулы, например, в работе [12] приведена эмпирическая формула для определения этого параметра:

$$\frac{L}{r_a} = 1.72M_a\sqrt{\gamma_a n}, \tag{1}$$

где  $M_a$  – число Маха в выходном сечении сопла;  $r_a$  – диаметр сопла;  $\gamma_a$  – показатель адиабаты.

Более сложная формула, полученная на основе анализа размерностей в работе [13], учитывает угол полураскрытия сопла  $\theta_a$  :

$$L = 1.558x^*, \tag{2}$$

$$\frac{x^*}{r_a} \sim \sqrt{n(1 + \gamma_a M_a^2 f(\theta_a)) - 1}, \tag{3}$$

где  $f(\theta_a) = \cos(\theta_a)$ .

Зависимость [14] обобщает данные, полученные при параметрических расчетах методом характеристик.

На рис. 6–9 показаны дальности струи и размеров бочек (первой и средней) в зависимости от нерасчетности струй, полученные в данной работе для микроструй. Размеры первой бочки сопоставлены с данными работ [12–14]. Из рис. 6 видно, что полученные в данной работе результаты численного моделирования недорасширенных микроструй по размерам первой бочки хорошо согласуются с данными [14] для всех степеней нерасчетности в диапазоне 1–4 для диаметров 10.4...44.3 мкм, несколько хуже для диаметров 2 и 5.2 мкм. Соотношения (2)–(3), взятые из работы [13], расходятся с результатами настоящей работы и [14] в области маленьких степеней нерасчетности. Наблюдается лишь качественное согласие представленных данных с эмпирической формулой (1).

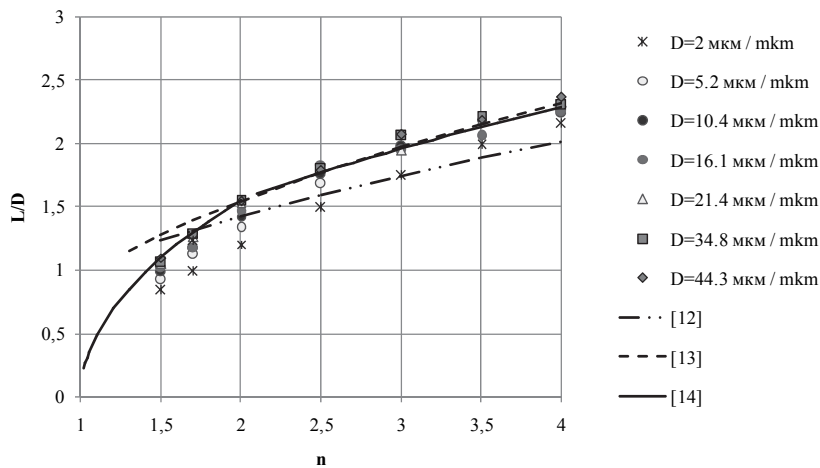


Рис. 6 – Длина первой бочки  
 Fig. 6 – Non-dimensional first shock cell length

Проведенное сравнение дает основание для утверждения, что результаты данного моделирования являются надежными. На рис. 7 показаны размеры средних бочек. Видно, что они меньше по сравнению с первыми бочками, и чем меньше выходной диаметр микросопла, тем эта разница больше.

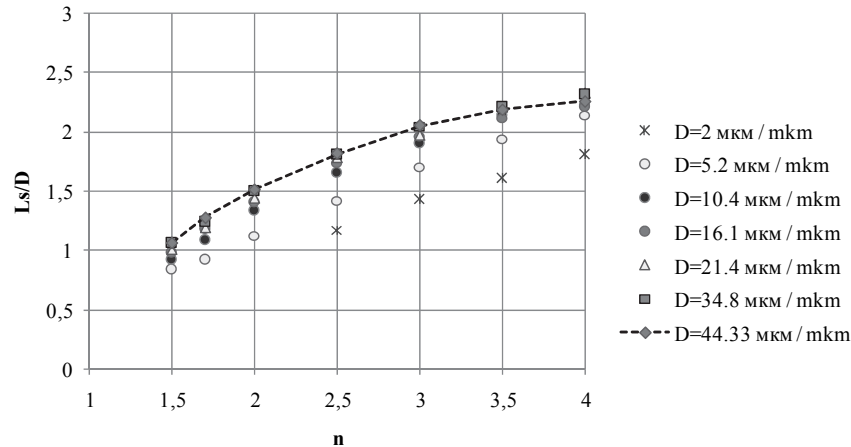


Рис. 7 – Длина средней бочки

Fig. 7 – Non-dimensional average shock cell length

В целом, анализ представленных данных показывает, что размер первых бочек и средний размер бочек, увеличивается по мере увеличения диаметра сопла и нерасчетности.

Длина сверхзвуковой части струи определяется локальным значением числа Маха вдоль оси симметрии. По положению точки, в которой  $M = 1$ , можно оценить длину сверхзвукового участка струи, или дальнобойность. На рис. 8, 9 показаны зависимости дальнобойности струй от нерасчетности, истекающих в ламинарном, либо турбулентном режиме. Зависимости отнесены к диаметру сопла и представлены с использованием логарифмической шкалы вдоль вертикальной оси.

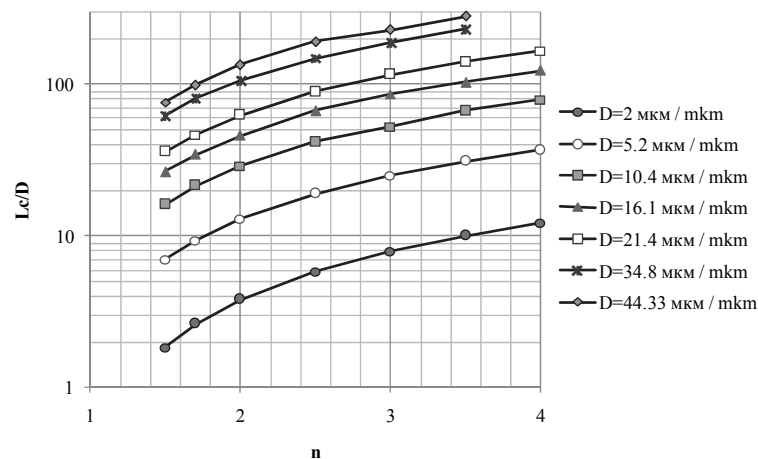


Рис. 8 – Дальнобойность ламинарных струй

Fig. 8 – A jet supersonic length laminar regime

Из рис. 8, а видно, что дальнобойность ламинарных струй увеличивается по мере увеличения диаметра сопла и степени нерасчетности. Турбулентные струи заметно короче ламинарных. За исключением маленьких диаметров 2 и 5.2 мкм, они укладываются на одну обобщающую зависимость.

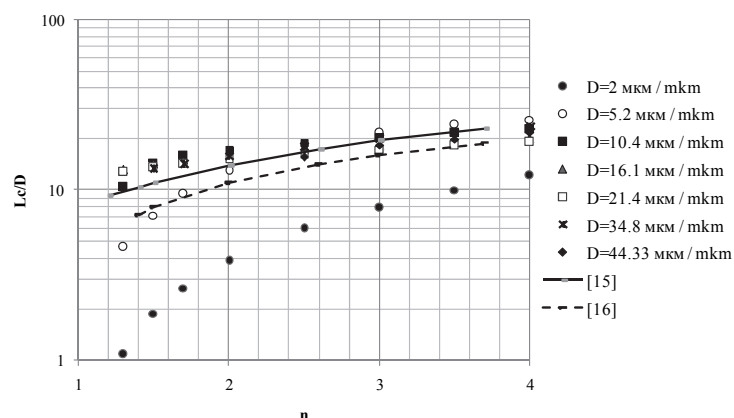


Рис. 9 – Дальность турбулентных струй

Fig. 9 – A jet supersonic length turbulent regime

### Заклучение

Данная работа представляет результаты численного моделирования истечения сверхзвуковых недорасширенных микроструй в затопленное пространство. Условия в затопленной области соответствуют стандартной атмосфере на нулевой высоте. Численное моделирование истечения сверхзвуковых струй из микросопел было выполнено с помощью академической версии коммерческого пакета ANSYS. Стационарные уравнения Навье–Стокса, осредненные по Рейнольдсу, решались для ламинарного режима истечения и турбулентного с моделью турбулентности  $k-\omega$  SST. В работе представлены результаты, полученные для диаметров сопел 2 – 44.3 мкм, степеней нерасчетности  $n = 1.5 - 4$ . Показано влияние степени нерасчетности на ударно-волновую структуру сверхзвукового участка струи. Размер первых бочек и средний размер бочки увеличивается по мере увеличения диаметра сопла и степени нерасчетности. По размерам бочек проведено сопоставление результатов настоящей работы с данными для макроструй других авторов, полученными с использованием различных подходов. Показано, что при диаметрах сопел больших 10.4 мкм наблюдается удовлетворительное согласование данных.

В работе исследовались турбулентные и ламинарные режимы истечения. Показано, что дальность как ламинарных, так и турбулентных микроструй увеличивается с ростом диаметра сопла и степени нерасчетности. Турбулентные струи заметно короче ламинарных. За исключением маленьких диаметров 2 мкм и 5.2 мкм, они ни укладываются на одну обобщающую зависимость, полученную для макроструй.

Проведенное численное исследование истечения недорасширенных осесимметричных сверхзвуковых микроструй показало, что для определения основных продольных параметров, таких как размер бочки и дальность, при диаметрах сопел свыше 10 мкм можно использовать известные обобщенные зависимости для макроструй.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Исследование структуры сверхзвуковых неизобарических струй / В.М. Бойко, А.В. Достовалов, В.И. Запрягаев, И.Н. Кавун, Н.П. Киселев, А.А. Пивоваров // Ученые записки ЦАГИ. – 2010. – Т. 41, № 2. – С. 44–57.
2. Дулов В.Г., Лукьянов Г.А. Газодинамика процессов истечения. – Новосибирск: Наука, 1984. – 236 с.

3. Investigation of the flow structures in supersonic free and impinging jet flows / C. Chin, M. Li, C. Harkin, T. Rochwerger, L. Chan, A. Ooi // *Journal of Fluids Engineering*. – 2013. – Vol. 135, N 3. – P. 031202-1–031202-12.
4. **Волков К.Н., Емельянов В.Н., Зазимко В.А.** Турбулентные струи – статические модели и моделирование крупных вихрей. – М.: Физматлит, 2014. – 360 с. – ISBN 978-5-9221-1526-1.
5. **Запругаев В.И., Киселев Н.П., Кундасев С.Г.** Структура течения при взаимодействии сверхзвуковой перерасширенной струи с плоской наклонной преградой // *Вестник ПНИПУ. Аэрокосмическая техника*. – 2016. – № 45. – С. 32–44.
6. **Анискин В.М., Миронов С.Г.** Экспериментальное исследование структуры сверхзвуковой осесимметричной микроструи // *Фундаментальные основы МЭМС- и нанотехнологий: тезисы докладов*. – Новосибирск, 2011. – Вып. 3. – С. 22.
7. Исследование устойчивости дозвуковой газовой микроструи / В.М. Анискин, Д.А. Бунтин, А.А. Маслов, С.Г. Миронов, И.С. Цырюльников // *ЖТФ*. – 2012. – Т. 82, вып. 2. – С. 17–23.
8. **Анискин В.М., Миронов С.Г., Маслов А.А.** Развитие стационарных возмущений в недорасширенных осесимметричных и двумерных микроструях // *XXIII семинар по струйным, отрывным и нестационарным течениям: сборник трудов (с международным участием)*. – Томск, 2012. – С. 15–17.
9. **Анискин В.М.** Экспериментальное исследование микротечений жидкости и газа: дис. ... д-ра физ.-мат. наук: 01.05.02 / ИТПМ СО РАН. – Новосибирск, 2013. – 200 с.
10. **Иткина Н.Б., Марков С.И.** Применение стабилизированного векторного метода конечных элементов для моделирования течения газов // *Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации*. – 2016. – № 2 (31). – С. 57–67.
11. **Анцупов А.В., Благосклонов В.И.** О структуре сверхзвуковой струи, истекающей в затопленное пространство // *Труды ЦАГИ*. – 1976. – Вып. 1781.
12. **Цзян Чже-Син.** Исследование осесимметричной сверхзвуковой турбулентной струи при истечении из сопла с недорасширением // *Исследование турбулентных струй воздуха, плазмы и реального газа / под ред. Г.Н. Абрамовича*. – М.: Машиностроение, 1967. – С. 144–181.
13. **Шелухин Н.Н.** Исследование характеристик сверхзвуковой недорасширенной струи // *Труды ЦАГИ*. – 1995. – Т. 26, № 1–2.
14. Experimental and theoretical studies of axisymmetric free jets / E.S. Love, C.E. Grigsby, L.P. Lee, M.J. Woodling. – Washington, 1959. – 292 p. – (NASA Technical Report; R-6).
15. **Погорелов В.И.** Параметры, определяющие дальнобойность сверхзвуковой газовой струи // *ЖТФ*. – 1977. – Т. 47, вып. 2. – С. 444–445.
16. **Seubold J.G., Shirie J.W.** Length of the supersonic core in high-speed jets // *AIAA Journal*. – 1967. – Vol. 5, N 11. – P. 2062–2064.

#### NUMERICAL SIMULATION OF UNDEREXPANDED AXISYMMETRICAL MICROJETS EJECTED INTO STILL AIR

**Aniskin V.M.<sup>1</sup>, Korotaeva T.A.<sup>1,2</sup>, Obodovskaya E.A.<sup>3</sup>, Turchinovich A.O.<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup>*Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS,  
Novosibirsk, Russia*

<sup>2</sup>*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

<sup>3</sup>*Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia*

Recently, the flow field associated with microjets has been of interest to researchers due to a wide range of advanced practical applications of the microjets for chemical and aerospace industries. Experimental and numerical simulation data on the structure of microflows are not sufficient in contrast to the well-studied macrojets. The paper presents the results of numerical simulation of supersonic underexpanded microjets issued into still air. The conditions in the still air correspond to the standard atmosphere at an altitude equal to zero. Numerical simulation of supersonic jet outflow from micro-nozzles has been performed using the academic version of ANSYS commer-



cial package. The stationary Navier-Stokes equations averaged over the Reynolds method have been solved both for the laminar and the turbulent flow. The turbulence model  $k-\omega$  SST has been used in the simulation of a turbulent mode.

The results obtained for the nozzle diameters of 2 to 44.33  $\mu\text{m}$  and the jet pressure ratio of  $n = 1.5$  to 4 are presented. The effect of the jet pressure ratio on the shock wave structure of the supersonic part of the jet issued from the axymmetrical nozzle with the diameter of 16.1  $\mu\text{m}$  for the laminar flow is shown, as well as parameters distributed along a jet axis both for the laminar and turbulent regimes.

The basic longitudinal parameters are presented: the wavelength and jet range in a wide range of jet pressure ratios and nozzle diameters of axisymmetric supersonic underexpanded jets. Comparison of the parameters with the known generalizing dependencies for macrojets is made.

*Keywords:* Supersonic microstructures, jet pressure ratio, gas-dynamic jet structure, laminar and turbulent flow regimes, turbulence model, jet range, wavelength, numerical simulation, Navier-Stokes equations.

DOI: 10.17212/1727-2769-2018-1-22-35

#### REFERENCES

1. Boyko V.M., Dostovalov A.V., Zapryagaev V.I., Kavun I.N., Kiselev N.P., Pivovarov A.A. Issledovanie struktury sverkhzvukovykh neizobaricheskikh strui [Investigation of supersonic non-isobaric jet structure]. *Uchenye zapiski TsAGI – TsAGI Science Journal*, 2010, vol. 41, no. 2, pp. 44–57. (In Russian).
2. Dulov V.G., Luk'yanov G.A. *Gazodinamika protsessov istecheniya* [Gas dynamics of out-flow processes]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1984. 236 p.
3. Chin C., Li M., Harkin C., Rochwerger T., Chan L., Ooi A. Investigation of the flow structures in supersonic free and impinging jet flows. *Journal of Fluids Engineering*, 2013, vol. 135, no. 3, pp. 031202-1–031202-12.
4. Volkov K.N., Emel'yanov V.N., Zazimko V.A. *Turbulentnye strui – staticheskie modeli i modelirovanie krupnykh vikhrei* [Turbulent jets – static models and simulation of large eddies]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2014. 360 p. ISBN 978-5-9221-1526-1.
5. Zapryagaev V.I., Kiselev N.P., Kundasev S.G. Struktura techeniya pri vzaimodeistvii sverkhzvukovoi pererasshirennoi strui s ploskoi naklonnoi pregradoi [Structure of the flow in the interaction of a supersonic overexpanded jet with a flat inclined obstacle]. *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Aerokosmicheskaya tekhnika – PNRPU Aerospace Engineering Bulletin*, 2016, no. 45, pp. 32–44.
6. Aniskin V.M., Mironov S.G. [Experimental study of the structure of a supersonic axisymmetric microstructure]. *Fundamental'nye osnovy MEMS- i nanotekhnologii: tezisy dokladov* [Abstracts of the All-Russian Seminar "Fundamental Foundations of MEMS- and Nanotechnology"]. Novosibirsk, 2011, iss. 3, p. 22. (In Russian).
7. Aniskin V.M., Buntin D.A., Maslov A.A., Mironov S.G., Tsyriul'nikov I.S. Issledovanie ustoychivosti dozvukovoi gazovoi mikrostui [Stability of a subsonic gas microjet]. *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki – Technical Physics. The Russian Journal of Applied Physics*, 2012, vol. 82, iss. 2, pp. 17–23. (In Russian).
8. Aniskin V.M., Mironov S.G., Maslov A.A. [The development of stationary perturbations in underexpanded axisymmetric and two-dimensional microjets]. *XXIII seminar po struinym, otrynnym i nestatsionarnym techeniyam (s mezhdunarodnym uchastiem): sbornik trudov* [Abstracts of the seminar with international participation: Jet, detachment and nonstationary flows]. Tomsk, 2012, pp. 15–17. (In Russian).
9. Aniskin V.M. *Eksperimental'noe issledovanie mikrotechenii zhidkosti i gaza*. Diss. dokt. fiz.-mat. nauk [Experimental research of fluid and gas microflows. Dr. phys. and math. sci. diss.]. ITAM SB RAS. Novosibirsk, 2013. 200 p.
10. Itkina N.B., Markov S.I. Primenenie stabilizirovannogo vektornogo metoda konechnykh elementov dlya modelirovaniya techeniya gazov [Stabilized vector finite element method for modeling gas flows]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2016, no. 2 (31), pp. 57–67.

11. Antsupov A.V., Blagosklonov V.I. O strukture sverkhzvukovoi strui, istekayushchei v zaptoplennoe prostranstvo [On the structure of a supersonic jet flowing into a flooded space]. *Trudy TsAGI*, 1976, iss. 1781.
12. Tszyan Chzhe-Sin. Issledovanie osesimmetrichnoi sverkhzvukovoi turbulentnoi strui pri istechenii iz sopla s nedorasshireniem [Investigation of an axisymmetric supersonic turbulent jet upon discharge from a nozzle with underexpansion]. *Issledovanie turbulentnykh strui vozdukha, plazmy i real'nogo gaza* [Investigation of turbulent jets of air, plasma and real gas]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1967, pp. 144–181.
13. Shelukhin N.N. Issledovanie kharakteristik sverkhzvukovoi nedorasshirennoi strui [Investigation of the characteristics of a supersonic underexpanded jet]. *Trudy TsAGI*, 1995, vol. 26, no. 1–2.
14. Love E.S., Grigsby C.E., Lee L.P., Woodling M.J. *Experimental and theoretical studies of axisymmetric free jets*. NASA Technical Report. Washington, 1959, R-6. 292 p.
15. Pogorelov V.I. Parametry, opredelyayushchie dal'noboinost' sverkhzvukovoi gazovoi strui [Parameters determining the range of a supersonic gas jet]. *Zhurnal Tehnicheskoj Fiziki – Soviet Physics: Technical Physics*, 1977, vol. 47, iss. 2, pp. 444–445. (In Russian).
16. Seubold J.G., Shirie J.W. Length of the supersonic core in high-speed jets. *AIAA Journal*, 1967, vol. 5, no. 11, pp. 2062–2064.

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Анискин Владимир Михайлович** – родился в 1973 году, д-р физ.-мат. наук, старший научный сотрудник лаборатории физических проблем управления газодинамическими течениями Института теоретической и прикладной механики СО РАН. Область научных интересов: экспериментальная аэродинамика, микротечения. Опубликовано более 40 научных работ. (Адрес: 630090, Россия, Новосибирск, ул. Институтская, 4/1. Email: aniskin@itam.nsc.ru).

**Aniskin Vladimir Mihailovich** (b. 1973) – Doctor of Science (Phys.&Math), associate professor, senior researcher in the physical problems of gasdynamic flows laboratory at the Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Science. His research interests are currently focused on experimental aerodynamics, and microflows. He is the author of more than 40 scientific papers. (Address: 4/1, Institutskaya St., Novosibirsk, 630090, Russia. E-mail: aniskin@itam.nsc.ru).



**Коротаяева Татьяна Александровна** – родилась в 1962 году, д-р физ.-мат. наук, доцент, старший научный сотрудник лаборатории физических проблем управления газодинамическими течениями Института теоретической и прикладной механики СО РАН, профессор кафедры инженерных проблем экологии факультета летательных аппаратов Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: вычислительная аэродинамика. Опубликовано более 100 научных работ. (Адрес: 630090, Россия, Новосибирск, ул. Институтская, 4/1. E-mail: korta@itam.nsc.ru).

**Korotaeva Tatiana Alexandrovna** (b. 1962) – Doctor of Science (Phys.&Math), associate professor, senior researcher in the physical problems of gasdynamic flows laboratory at the Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Science, professor at the department of engineering ecology problem at the aircraft faculty of the Novosibirsk State Technical University. Her research interests are currently focused on computational aerodynamics. She is the author of more than 100 scientific papers. (Address: 4/1, Institutskaya St., Novosibirsk, 630090, Russia. E-mail: korta@itam.nsc.ru).



**Ободовская Екатерина Александровна** – родилась в 1994 году, студентка 4 курса механико-математического факультета Новосибирского государственного университета. Область научных интересов: газовая динамика, физико-химическая гидродинамика. Опубликовано одна научная работа. (Адрес: 630090, Россия, Новосибирск, Академическая, 25. E-mail: [katrin.nsk@ngs.ru](mailto:katrin.nsk@ngs.ru)).

**Obodovskaya Ekaterina Aleksandrovna** (b. 1994) – a 4-year student at the Faculty of Mechanics and Mathematics, Novosibirsk State University. Her research interests are currently focused on flow dynamics and physical-chemical hydrodynamics. She is the author of 1 scientific paper. (Address: 25, Akademicheskaya St., Novosibirsk, 630090, Russia. E-mail: [katrin.nsk@ngs.ru](mailto:katrin.nsk@ngs.ru)).



**Турчинович Анна Олеговна** – родилась в 1988 году, канд. техн. наук, доцент кафедры инженерных проблем экологии факультета летательных аппаратов Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: математическое моделирование, транспортная экология. Опубликовано 23 печатные работы. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, д. 20. E-mail: [golubevaa@ngs.ru](mailto:golubevaa@ngs.ru)).

**Turchinovich Anna Olegovna** (b. 1988), Candidate of Sciences (Eng.), associate professor of Engineering ecology problem chair of the aircraft faculty of the Novosibirsk state technical university. Area of research: mathematical simulation, transport ecology. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: [golubevaa@ngs.ru](mailto:golubevaa@ngs.ru)).

*Статья поступила 11 февраля 2018 г.  
Received February 11, 2018*

---

To Reference:

Aniskin V.M., Korotaeva T.A., Obodovskaya E.A., Turchinovich A.O. Chislennoe modelirovanie nedorasshirenykh osesimmetrichnykh mikrostrui, istekayushchikh v zatoplennoe prostranstvo [Numerical simulation of underexpanded axisymmetrical microjets ejected into still air]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2018, no. 1 (38), pp. 22–35. doi: 10.17212/1727-2769-2018-1-22-35.

УДК 62-503.5

**АВТОНОМНЫЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ  
С ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СИСТЕМОЙ УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ  
ИСКУССТВЕННОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ ДЛЯ ФОТОВОЛЬТАИКИ****И.А. Белова, М.В. Мартинович, В.А. Сколота, И.И. Канюков**  
*Новосибирский государственный технический университет*

Солнечные батареи в настоящее время находят широкое применение во многих сферах. Этому способствует как прогресс в развитии технологии изготовления солнечных элементов, так и уровень развития энергетики в целом. В данной работе рассматривается проблема низкой эффективности автономных источников питания от солнечных батарей. Выделены основные способы повышения КПД солнечных энергоустановок. Рассмотрено схемотехническое решение автономной системы преобразования от солнечных батарей. Описаны основные каналы работы схемы в звене постоянного тока. Создана искусственная нейронная сеть (ИНС), обеспечивающая алгоритм отслеживания точки максимальной мощности (ОТММ) и подробно рассмотрено ее проектирование. Определено количество скрытых слоев и нейронов в скрытом слое. Проведена оптимизация при выборе функции активации ИНС. Произведено сравнение времени расчета искусственных нейронных сетей с различными функциями активации. Обучена нейронная сеть. Сделаны соответствующие выводы. Разработана интеллектуальная система управления на основе данной нейронной сети. Также известно, что изменение внешних условий, таких как освещенность и температура, серьезно сказывается на характеристиках солнечных батарей. В соответствии с этим были определены основные режимы работы схемы, так как для эффективной работы преобразователя необходимо обеспечить отбор максимальной мощности солнечной батареи при любых условиях. Для этого работа системы управления была разделена на режимы в зависимости от условий окружающей среды и работы автономной системы в целом. Отработано управление режимами, переключение между которыми основано на использовании ИНС как ключевого звена системы управления. Организован плавный переход между данными режимами работы преобразователя в зависимости от погодных условий или времени суток. Проведено имитационное моделирование в программном пакете Matlab, подтверждающее работоспособность предложенной системы. Сделаны выводы о преимуществах и недостатках предложенной системы управления.

*Ключевые слова:* солнечная энергетика, система управления, ИНС, ОТММ, Matlab.

DOI: 10.17212/1727-2769-2018-1-36-53

**Введение**

Рост потребностей в топливе и энергии при ресурсных и экологических ограничениях становится критическим фактором дальнейшего развития мировой экономики. Беспокойство по поводу изменения климата, влияния традиционных источников получения энергии на экологию, недостаток ресурсов приводят к повышению интереса к возобновляемым видам источников энергии: солнечная, геотермальная, ветровая, энергия морских волн, течений, приливов и океана, энергия биомассы, гидроэнергия, низкопотенциальная тепловая энергия и другие виды возобновляемой энергии.

Наиболее перспективной технологией использования возобновляемых источников энергии являются солнечные батареи, которые преобразуют солнечный свет непосредственно в электрическую энергию. Солнечная энергетика – одна из

самых быстрорастущих отраслей энергетики в мире. Объем рынка солнечной энергетики увеличивается с каждым годом. По данным аналитиков, к 2018 году рост рынка солнечной энергетики составит 63 % [1]. Роль солнечной энергии в энергетике будущего определяется возможностями промышленного использования солнечных элементов и модулей в системах бесперебойного электропитания, а также источниках вторичного электропитания. В России в настоящее время имеется, по крайней мере, восемь предприятий, имеющих технологии и производственные мощности для изготовления 2 МВт солнечных элементов и модулей в год. Полное количество солнечной энергии, поступающей на поверхность Земли за неделю, превышает энергию всех мировых запасов нефти, газа, угля и урана [2, 3]. И в России наибольший теоретический потенциал, более 2000 млрд тонн условного топлива (т у.т.), имеет солнечная энергия.

Обеспечение энергетической безопасности и экологически сбалансированного экономического роста на сегодняшний день является приоритетным направлением развития и для России, а развитие возобновляемой энергетики может стать одним из способов движения страны в данном направлении.

Ресурсный потенциал солнечных панелей огромен, но в настоящее время составляет лишь малую долю глобального энергообеспечения. Одним из основных факторов, ограничивающих их широкое применение, является низкая эффективность.

Существует несколько основных способов повышения эффективности солнечной энергоустановки.

1. Одним из главных путей повышения эффективности является применение новых технологий и материалов (медь-индий-галлий, кадмий-теллур и т. д.). Исследователи, специализирующиеся в области технологии, в настоящее время разработали множество гибридных вариантов изготовления солнечных элементов [4–6].

2. Установка солнечных батарей на некотором расстоянии от земли и ориентация на солнце [7]. Крупные системы оснащают автоматикой, которая меняет угол наклона панелей в течение дня.

3. Использование концентраторов солнечной энергии.

4. Преобразователи напряжения с высоким КПД.

5. Использование современных систем управления для преобразователей.

Основным элементом солнечных энергетических установок, как правило, является силовой каскад (dc/dc-преобразователь, инвертор). Преобразователи в таких системах должны иметь высокий КПД (не менее 90 %), высокое качество выходного сигнала и обеспечивать работу энергоустановки с максимальным отбором мощности от солнечной батареи.

Характеристики солнечных батарей существенно зависят от погодных условий, таких как освещенность и температура. В течение дня температура и мощность облучения солнечного генератора постоянно меняются. Эти изменения приводят к сдвигу точки максимальной мощности и к частичной потере мощности установки. Для того чтобы обеспечить получение максимально возможной мощности от солнечной батареи, необходимо использовать соответствующий алгоритм отслеживания точки максимальной мощности (ОТММ).

Для ОТММ применяются специализированные контроллеры, которые используют один из алгоритмов для оптимизации рабочей точки фотомодулей. Наиболее часто используемые методы: возмущение и наблюдение, метод возрастающей проводимости и метод постоянного напряжения [8–11].

Максимальный отбор мощности от солнечных батарей возможен только при осуществлении непрерывного регулирования напряжения батареи в оптимальной рабочей точке.

Таким образом, при проектировании и создании современных эффективных автономных фотоэлектрических установок должны решаться задачи не только улучшения технологии солнечных элементов с повышенным КПД, но и ряд вопросов проектирования фотоэлектрических преобразователей и их системы управления с целью существенного повышения их энергетической эффективности.

### 1. Модель солнечного элемента

Солнечные элементы преобразуют солнечный свет в электрическую энергию с помощью  $p-n$ -перехода. Элемент представляет собой базовый блок, который генерирует напряжение в диапазоне от 0.5 до 0.8 вольт [12]. Выходной ток зависит от интенсивности света и размера элемента, под которым подразумевается площадь поверхности.

В качестве математической модели солнечного элемента используется характеристическое уравнение для тока и напряжения идеального солнечного элемента, которое имеет вид

$$I = I_{ph} - I_{s1} \left[ e^{\left( \frac{q(V+R_s I)}{n_1 \cdot k \cdot T} \right)} - 1 \right] - I_{s2} \left[ e^{\left( \frac{q(V+R_s I)}{n_2 \cdot k \cdot T} \right)} - 1 \right] - \frac{(V + R_s I)}{R_{sh}}, \quad (1)$$

где  $I$  и  $V$  – выходной ток и напряжение солнечного элемента;  $I_{ph}$  – фототок солнечного элемента;  $I_{s1}$  и  $I_{s2}$  – токи насыщения первого и второго диодов соответственно;  $n_1$  и  $n_2$  – коэффициенты отклонения соответствующих диодов;  $R_s$  – последовательное сопротивление, представляющее собой падение напряжения на выходе;  $R_{sh}$  – шунтирующее сопротивление, которое используется для представления тока утечки [13].

Данное уравнение (1) является наиболее точным математическим описанием фотоэлектрического элемента.

### 2. DC-DC преобразователь

В качестве преобразователя в данной работе предлагается схема регулятора напряжения, поддерживающего напряжение на шине на фиксированном уровне. Схема регулятора представлена на рис. 1. Предлагаемая система электропитания и преобразования энергии содержит в себе регулятор тока солнечной батареи и регуляторы заряда-разряда аккумуляторной батареи. Таким образом, данная схема выступает связующим звеном между солнечной батареей и аккумуляторной батареей, а также повышает выходное напряжение для дальнейшего преобразования в звене переменного тока.

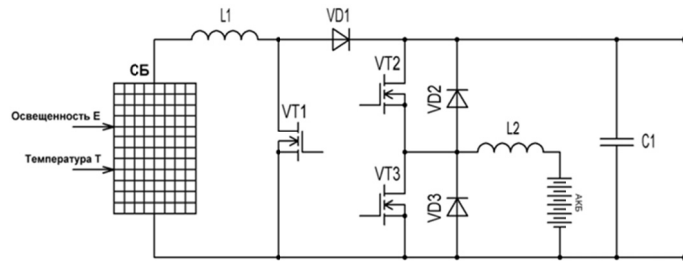


Рис. 1 – DC/DC-преобразователь

Fig. 1 – DC/DC-converter

Данный преобразователь может работать по трем каналам в зависимости от того, на какой из транзисторов поступают управляющие импульсы.

**А) Канал тока солнечной батареи**

Схема замещения (рис. 2) представляет собой повышающий преобразователь. Следовательно, напряжение на нагрузке должно быть больше напряжения на солнечной батарее. Управление стабилизатором осуществляется посредством широтно-импульсной модуляции. Управляющие импульсы поступают на транзистор VT1.

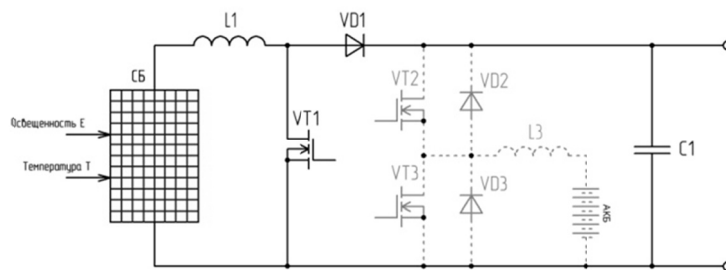


Рис. 2 – Регулятор тока солнечной батареи

Fig. 2 – Current regulator of solar cell

**Б) Канал заряда аккумуляторной батареи**

Регулятор заряда, представленный на рис. 3, контролирует заряд аккумуляторной батареи в режиме изменяющегося, в зависимости от уровня освещенности, тока при одновременном поддержании напряжения на нагрузке. Коммутация транзистора VT2 регулирует ток, текущий в батарею.

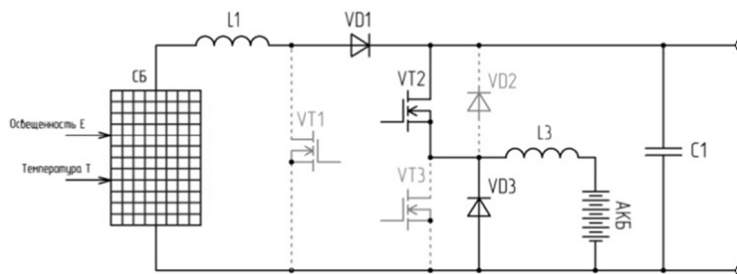


Рис. 3 – Регулятор заряда аккумуляторной батареи

Fig. 3 – Battery charge regulator

Зарядный ток уменьшается по мере накопления заряда, что позволяет избежать накопления газа в накопительных элементах, что в свою очередь повышает их время жизни. Таким образом, работа регулятора заряда аналогична работе стабилизатора, и вся избыточная энергия, производимая солнечной батареей, запасается в аккумуляторной батарее, что ведет к повышению эффективности системы в целом.

**С) Канал разряда аккумуляторной батареи**

Регулятор разряда (рис. 4) представляет собой преобразователь, повышающий напряжение, получаемое от аккумуляторной батареи до уровня напряжения на нагрузке посредством коммутации ключа VT3.

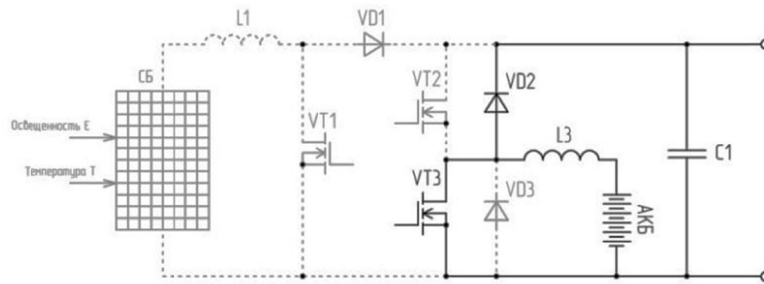


Рис. 4 – Регулятор разряда аккумуляторной батареи

Fig. 4 – Battery discharge regulator

### 3. Система управления

Корректную работу преобразователя и своевременное переключение между режимами должна обеспечивать система управления.

Главным компонентом системы управления является блок, обеспечивающий работу преобразователя в точке максимальной мощности. В данной работе эту функцию выполняет искусственная нейронная сеть, которая была создана и исследована ранее, в работе [14]. Структурная схема системы с ОТММ представлена на рис. 5.

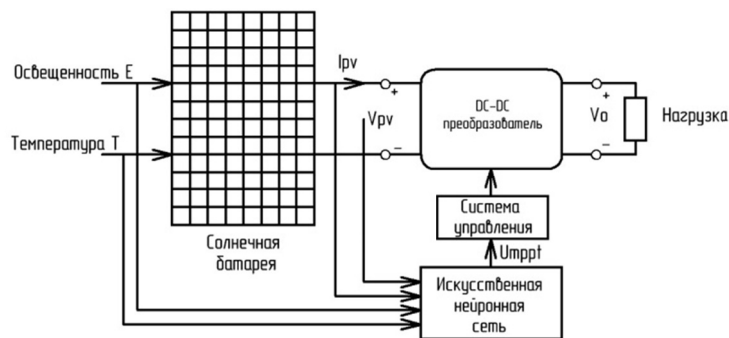


Рис. 5 – Блок диаграмма фотовольтаической системы с нейросетевым алгоритмом управления

Fig. 5 – Block diagram of a photovoltaic system with neural network control algorithm

Нейронная сеть содержит входной слой, два скрытых слоя и один выходной. Входными данными сети являются: освещенность, температура, напряжение и ток солнечного модуля. Сигнал выходного нейрона равен напряжению, при котором достигается максимальная мощность солнечного модуля.

На рис. 6 показана общая архитектура ИНС.

Рассмотрим более подробно проектирование ИНС.

При проектировании необходимо определить количество скрытых слоев и нейронов в скрытом слое, функцию активации, выбрать алгоритм обучения.

а) Количество скрытых слоев и нейронов в скрытом слое

В настоящее время нет определенных правил по количеству скрытых слоев и нейронов в скрытом слое, все зависит от конкретной задачи. Это зависит от



многих факторов, в том числе сложности задачи, количества данных в обучающем множестве, количества весов, быстродействия и т. д.

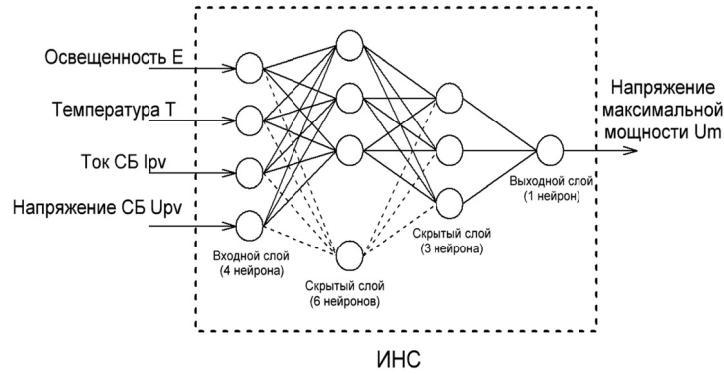


Рис. 6 – Архитектура ИНС

Fig. 6 – The architecture of the ANN

Выбор правильного количества скрытых слоев и нейронов в них является очень важной задачей. Если нейронов будет мало, то сеть не сможет обучиться и ошибка при работе сети будет очень большой. Если нейронов слишком много, то время обучения может затянуться, а сеть переобучится и будет плохо работать на примерах, не вошедших в ее обучающую выборку. В нашей работе количество скрытых слоев и нейронов в скрытом слое определялись эмпирическим путем. Было проведено исследование оптимизации числа слоев и нейронов итерационным способом. Основным критерием оптимизации являлась точность, т. е. количество нейронов увеличивалось до тех пор, пока точность не достигала оптимального значения. Что касается переобучения, то в Matlab Neural Network Toolbox есть защитная функция, которая прекращает обучение нейронной сети, если она переобучается. Решением проблемы переобучения может быть увеличение обучающего массива.

*б) Функция активации*

В качестве функции активации был использован гиперболический тангенс. Функция является более гибкой при обучении и настройке нейронной сети. Подобно сигмоидной функции гиперболический тангенс может насыщаться. Однако в отличие от сигмоиды выход данной функции центрирован относительно нуля. Именно из-за этих свойств данная функция является наиболее применяемой в искусственных нейронных сетях.

Для сравнения был проведен анализ. Нейронная сеть, используемая в данной статье, была создана и обучена с использованием функции активации «гиперболический тангенс».

$$\psi = \text{tansig}(\psi) = \frac{2}{(1 + e^{-2 \cdot \psi})} - 1. \tag{2}$$

Оптимальное количество скрытых слоев – два, содержащие шесть и три нейрона соответственно. Использование данной функции обеспечивает достаточно хорошую точность, что подтверждается величиной средней квадратичной ошибки  $MSE = 2.07e - 5$ .

В случае применения ступенчатой функции активации значение функции вычисляется по формуле

$$\psi = \text{hardlim } s(\psi) = \begin{cases} 0, \psi < 0, \\ 1, \psi \geq 0. \end{cases} \quad (3)$$

Основным недостатком данной функции является отсутствие достаточной гибкости при обучении и настройке нейронной сети на решаемую задачу. Преимуществом является то, что нейроны с такой нелинейностью требуют малых вычислительных затрат. Но эта функция упрощена и не позволяет моделировать схемы с непрерывными сигналами. Следовательно, для данной задачи нужно увеличить количество нейронов в скрытых слоях. Увеличение количества нейронов в 10 раз не дало приемлемых результатов. Средняя квадратичная ошибка получилась довольно высокой:  $MSE = 0,148$ . В данном случае, чтобы добиться приемлемой точности, необходимо увеличивать количество нейронов в сотни раз, но это влечет за собой увеличение времени на обучение и проблемы с дальнейшей реализацией системы управления. Такой вариант нас не устраивает. Кроме того, отсутствие первой производной затрудняет применение градиентных методов для обучения таких нейронов.

Также есть вариант использования кусочно-линейной функции активации, которая описывается формулой

$$\psi = \text{satlin}(\psi) = \begin{cases} 0, \psi \leq 0, \\ \psi, 0 \leq \psi \leq 1, \\ 1, \psi \geq 1. \end{cases} \quad (4)$$

При неизменном количестве нейронов в скрытых слоях использование данной функции дает неплохие результаты:  $MSE = 0,00404$ . Для того, чтобы добиться сопоставимой точности, было увеличено количество нейронов в скрытых слоях (11 и 9). При этом ошибка уменьшилась до  $MSE = 1.73e - 5$ . Использование данной функции позволяет нам добиться приемлемых результатов точности, но приходится увеличить количество нейронов, что сказывается на быстродействии. Также существенным недостатком является то, что данная активационная функция не является дифференцируемой на всей числовой оси, а значит, не может быть использована при обучении по некоторым алгоритмам.

При программной реализации данной нейронной сети важным параметром, обуславливающим выбор ее структуры, является время, затрачиваемое на ее расчет. Далее приведена оценка этого времени при использовании различных функций активации.

Программа должна выполнять три основные операции: сложение –  $T_{\text{сумм}}$ , умножение –  $T_{\text{умн}}$  и взятие функции активации ( $T_{\text{актив.тн}}$  – гиперболический тангенс,  $T_{\text{актив.ст}}$  – ступенчатая,  $T_{\text{актив.кс}}$  – кусочно-линейная). Также исходными данными является количество нейронов ( $N_{\text{нейрон}}$ ) и весовых коэффициентов ( $N_{\text{вес}}$ ). Общее время на расчет ИНС определяется по формуле

$$T = (T_{\text{умн}} \cdot N_{\text{вес}}) + (T_{\text{сумм}} \cdot N_{\text{вес}}) + (T_{\text{актив}} \cdot N_{\text{нейрон}}). \quad (5)$$

Нейронная сеть содержит 9 нейронов с использованием функции активации «гиперболический тангенс» и один выходной нейрон с линейной функцией активации. Соответственно 45 весовых коэффициентов. Количество входных нейронов остается неизменным и в оптимизации они не участвуют.

Для начала сравним данную нейронную сеть с нейронной сетью, использующей ступенчатую функцию активации. Количество нейронов в скрытых слоях увеличилось в 10 раз. Следовательно,  $N_{\text{нейрон.ст}} = 90$  и  $N_{\text{вес.ст}} = 2070$ . Расчет числовых значений времен был произведен в программе Matlab. Необходимо учитывать, что при программной реализации на процессоре время вычислений будет отличаться в зависимости от быстродействия процессора.

$$\begin{aligned} \frac{T_{\text{ст}}}{T_{\text{тн}}} &= \frac{(T_{\text{умн.ст}} \cdot N_{\text{вес.ст}}) + (T_{\text{сумм.ст}} \cdot N_{\text{вес.ст}}) + (T_{\text{актив.ст}} \cdot N_{\text{нейрон.ст}})}{(T_{\text{умн.тн}} \cdot N_{\text{вес.тн}}) + (T_{\text{сумм.тн}} \cdot N_{\text{вес.тн}}) + (T_{\text{актив.тн}} \cdot N_{\text{нейрон.тн}})} = \\ &= \frac{(T_{\text{умн.ст}} + T_{\text{сумм.ст}}) \cdot N_{\text{вес.ст}} + (T_{\text{актив.ст}} \cdot N_{\text{нейрон.ст}})}{(T_{\text{умн.тн}} + T_{\text{сумм.тн}}) \cdot N_{\text{вес.тн}} + (T_{\text{актив.тн}} \cdot N_{\text{нейрон.тн}})} = \\ &= \frac{(0.024 + 0.024) \cdot 2070 + (0.011 \cdot 90)}{(0.024 + 0.024) \cdot 45 + (0.123 \cdot 9)} = 30.7. \end{aligned} \quad (6)$$

Время вычисления нейронной сети с использованием *ступенчатой* функции активации в 30 раз больше, чем время вычисления нейронной сети с использованием тангенса. При этом необходимо учитывать, что такое количество нейронов не обеспечивает высокую точность работы нейронной сети. Для сопоставимой точности количество нейронов необходимо увеличить в сотни раз, следовательно, время расчета тоже увеличится.

Также проведем сравнение с нейронной сетью, использующей кусочно-линейную функцию активации. Количество нейронов в скрытых слоях  $N_{\text{нейрон.кл}} = 20$  и  $N_{\text{вес.кл}} = 152$ .

$$\begin{aligned} \frac{T_{\text{кл}}}{T_{\text{тн}}} &= \frac{(T_{\text{умн.кл}} \cdot N_{\text{вес.кл}}) + (T_{\text{сумм.кл}} \cdot N_{\text{вес.кл}}) + (T_{\text{актив.кл}} \cdot N_{\text{нейрон.кл}})}{(T_{\text{умн.тн}} \cdot N_{\text{вес.тн}}) + (T_{\text{сумм.тн}} \cdot N_{\text{вес.тн}}) + (T_{\text{актив.тн}} \cdot N_{\text{нейрон.тн}})} = \\ &= \frac{(T_{\text{умн.кл}} + T_{\text{сумм.кл}}) \cdot N_{\text{вес.кл}} + (T_{\text{актив.кл}} \cdot N_{\text{нейрон.кл}})}{(T_{\text{умн.тн}} + T_{\text{сумм.тн}}) \cdot N_{\text{вес.тн}} + (T_{\text{актив.тн}} \cdot N_{\text{нейрон.тн}})} = \\ &= \frac{(0.024 + 0.024) \cdot 152 + (0.017 \cdot 20)}{(0.024 + 0.024) \cdot 45 + (0.123 \cdot 9)} = 8.4. \end{aligned} \quad (7)$$

Время вычисления нейронной сети с использованием *кусочно-линейной* функции активации в 8 раз больше, чем время вычисления нейронной сети с использованием гиперболического тангенса. При этом удалось добиться сопоставимой точности. Следовательно, можем сделать вывод, что экономия времени на расчете более простой функции активации не приводит к уменьшению времени при расчете нейронной сети в целом. То есть для данной задачи использование функции активации «гиперболический тангенс» является верным решением.

в) *Алгоритм обучения*

Для обучения ИНС был использован алгоритм Левенберга–Марквардта (Levenberg–Marquardt). Алгоритм Левенберга–Марквардта предназначен для оптимизации параметров нелинейных регрессионных моделей. В качестве критерия оптимизации используется среднеквадратичная ошибка модели на обучающей выборке. Алгоритм Левенберга–Марквардта может рассматриваться как комбинация метода Гаусса–Ньютона и метода градиентного спуска. Данный алгоритм имеет высокую скорость сходимости и вычислительную робастность [15].

Далее рассмотрим использование созданной ИНС в системе управления исследуемого преобразователя.

На рис. 7 показаны вольт-амперная и вольт-ваттная характеристики солнечной батареи. МРРТ – точка максимальной мощности солнечной батареи. Система управления должна сдвигать рабочую точку солнечной батареи в точку максимальной мощности, обеспечивая эффективную работу автономной системы преобразования энергии.

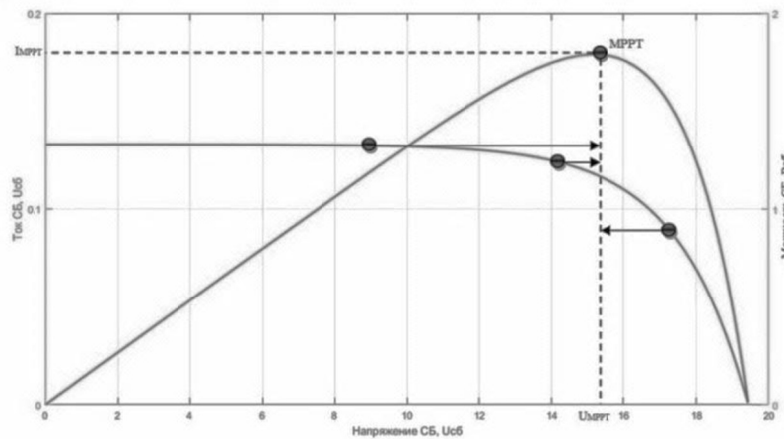


Рис. 7 – ВАХ и ВВХ солнечной батареи при  $E = 380 \text{ Вт/м}^2$ ,  $T = 35 \text{ }^\circ\text{C}$

Fig. 7 – Current-Voltage and Power-Voltage characteristics of solar cell at  $E = 380 \text{ Вт/м}^2$ ,  $T = 35 \text{ }^\circ\text{C}$

Для эффективной работы преобразователя необходимо обеспечить отбор максимальной мощности солнечной батареи при работе любого из каналов. Для обеспечения этого работа системы управления была разделена на режимы в зависимости от условий работы автономной системы в целом.

*Режим работы № 1.* В дневное время солнечная батарея вырабатывает достаточное количество энергии для питания нагрузки. Следовательно, первый режим заключается в отборе необходимой мощности от солнечной батареи и стабилизации напряжения на нагрузке посредством обратной связи по напряжению. Данный режим является наиболее простым. С помощью искусственной нейронной сети можно оценить, какое количество энергии, получаемое от солнечной батареи, остается невостребованным.

*Режим работы № 2.* Если имеется избыток энергии, данная система позволяет запасти эту энергию в аккумуляторную батарею, подключая регулятор заряда. Система управления, руководствуясь данными, полученными от ИНС, обеспечи-

вает плавный переход от режима № 1 к режиму № 2 для того, чтобы при подключении аккумуляторной батареи не возникло потери напряжения на нагрузке. В данном режиме транзисторы VT1 и VT2 работают одновременно. Энергетический приоритет остается у нагрузки, а излишки энергии, получаемые от солнечной батареи, запасаются в аккумулятор. Величина тока заряда устанавливается такой, чтобы отобрать от солнечной батареи всю энергию. Величина этого тока ограничена максимальным зарядным током АКБ.

В том случае, если солнечная активность начинает уменьшаться, система управления, получая сигнал задания от искусственной нейронной сети, постепенно снижает зарядный ток аккумуляторной батареи.

*Режим работы № 3.* В вечернее или пасмурное время солнечной энергии недостаточно для обеспечения нагрузки необходимым количеством энергии. Система управления получает сигнал от ИНС о том, что мощность, получаемая от солнечной батареи, снижается и необходимо подключать аккумуляторную батарею. АКБ также подключается постепенно, чтобы на нагрузке не было скачков напряжения. В данном режиме транзисторы VT1 и VT3 работают одновременно. Происходит отбор максимальной мощности от солнечной батареи, а недостаток энергии восполняется с помощью аккумулятора.

*Режим работы № 4.* В темное время суток, когда солнечная батарея не производит энергии, работает только транзистор VT3. АКБ обеспечивает нагрузку стабилизированным напряжением необходимого уровня.

#### 4. Имитационная модель

Модель схемы силовых цепей и интеллектуальная система управления, реализованная на элементах программного обеспечения *Matlab*, представлены на рис. 8 и 9.

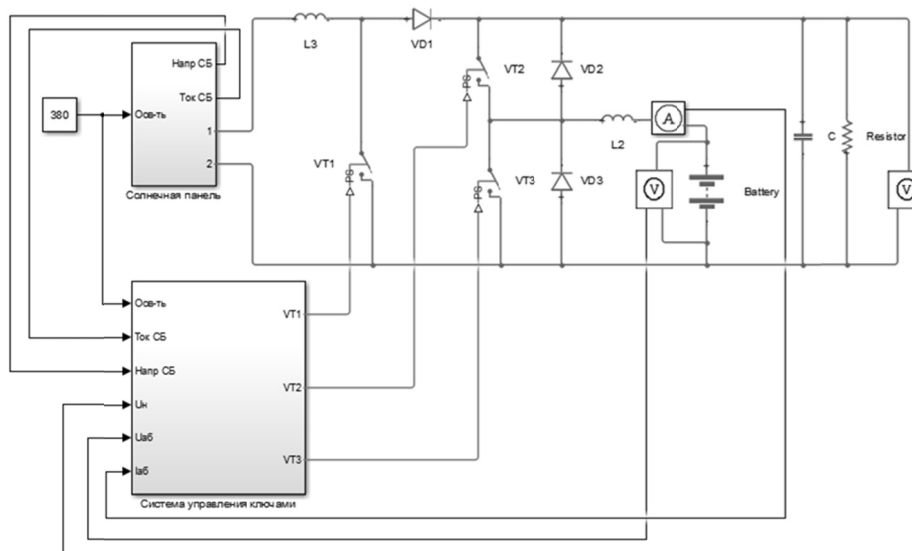


Рис. 8 – Схема силовых цепей преобразователя

Fig. 8 – The converter power circuits

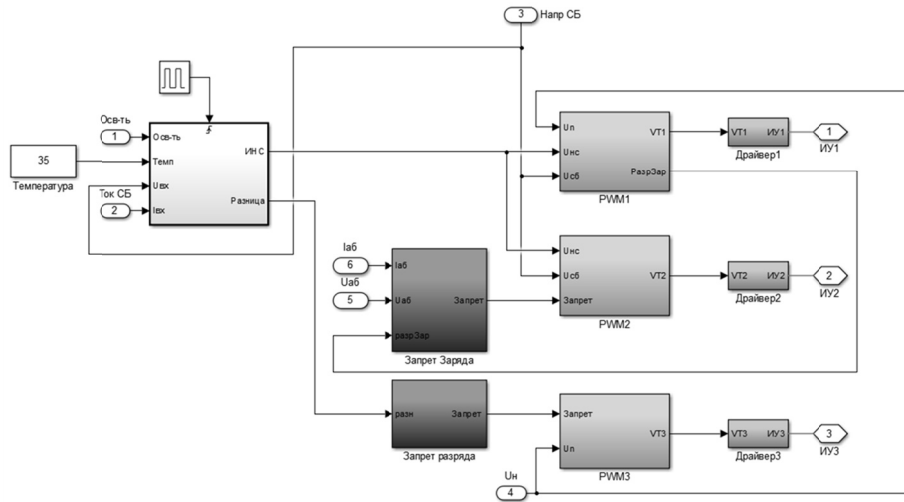


Рис. 9 – Интеллектуальная система управления

Fig. 9 – Intelligent Control System

В системе управления имеется несколько основных блоков.

1. Блок искусственной нейронной сети. ИНС обеспечивает режим отслеживания точки максимальной мощности. На вход сети поступают сигналы, соответствующие условиям, в которых находится солнечный модуль: температура, солнечное излучение, ток и напряжение на выходных зажимах солнечного модуля. Нейронная сеть формирует два сигнала: сигнал напряжения соответствующего напряжению максимальной мощности и сигнал разницы между напряжением в точке максимальной мощности и реальным напряжением максимальной мощности солнечной батареи.

2. Регулятор тока СБ. В данном блоке происходит сравнение сигнала ИНС с напряжением солнечной батареи и определяется режим работы схемы. Далее, блок ШИМ формирует импульсы управления, поступающие на транзистор VT1.

3. Регулятор заряда АКБ. Сравнивая напряжение на солнечной батарее с напряжением максимальной мощности ИНС, ШИМ формирует импульсы управления транзистором VT2, запасая в аккумулятор избыток энергии СБ.

4. Регулятор разряда АКБ. Выполняет функцию стабилизации напряжения на нагрузке при питании от аккумулятора.

5. Также в системе управления имеются блоки запрета заряда и разряда, обеспечивающие защиту от перезаряда или полного разряда аккумуляторной батареи, что значительно продлевает срок службы АКБ.

## 5. Результаты имитационного моделирования

В качестве результатов численного эксперимента приведены диаграммы токов и напряжения для основных режимов работы схемы.

На рис. 10 показаны временные диаграммы входного и выходного напряжения, а также ток аккумуляторной батареи. Данные условия соответствуют уровню освещенности  $E = 380 \text{ Вт/м}^2$ , температура  $T = 35 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Анализируя полученные графики, можно утверждать, что данной освещенности достаточно для стабилизации напряжения на уровне 24 В. Излишки энергии запасаются в аккумуляторную батарею. Напряжение максимальной мощности,

полученное с выхода нейронной сети,  $U_{mppt} = 15,21$  В. При этом напряжение на солнечной батарее в установившемся режиме  $U_{сб} = 15,36$  В. Следовательно, система отбирает от солнечной батареи максимальную энергию с точностью 99,03 %.

Далее, эксперимент проводился при переходе от низкого уровня освещенности к высокому. Как можно увидеть на рис. 11, на интервале  $t_1$  при  $E = 150$  Вт/м<sup>2</sup> напряжения на солнечной батарее недостаточно для питания нагрузки, следовательно, в работу включен второй канал. То есть потребность в энергии система восполняет подключением аккумуляторной батареи. В данном случае также происходит отбор максимальной мощности от солнечной батареи и стабилизация нагрузки на уровне 24 В.

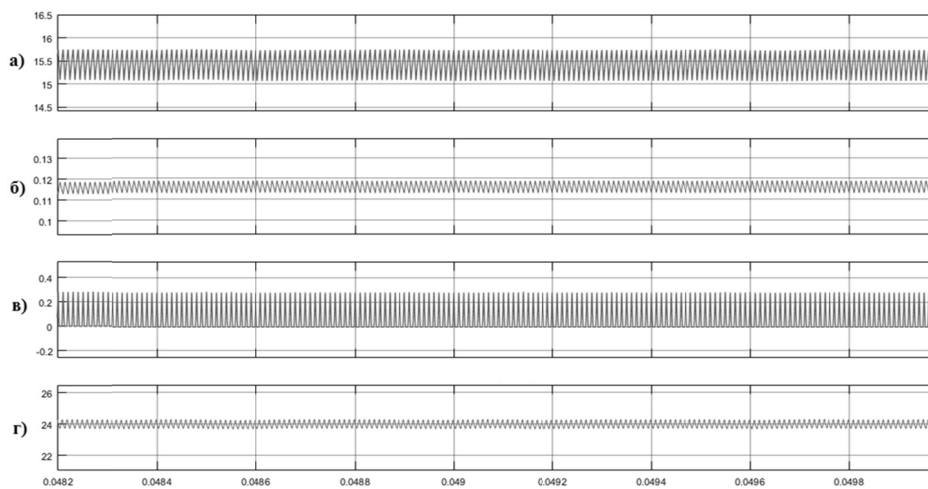


Рис. 10 – Токи и напряжения основных элементов схемы:

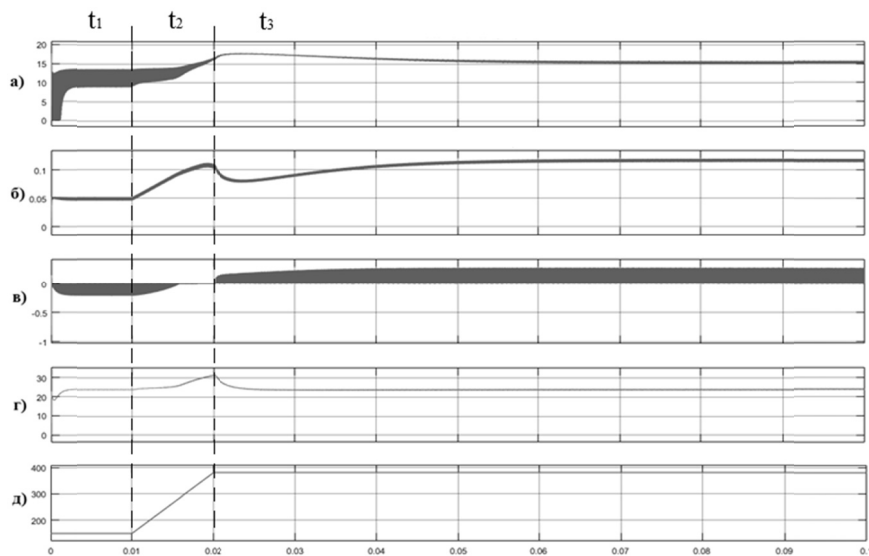
*a* – напряжение на солнечной батарее ( $U_{сб}$ ); *б* – ток солнечной батареи ( $I_{сб}$ ); *в* – ток аккумуляторной батареи ( $I_{акб}$ ); *г* – напряжение на нагрузке ( $U_n$ )

Fig. 10 – The currents and voltage main circuit elements:

*a* – the voltage on the solar battery ( $U_{sb}$ ); *b* – of the solar battery current ( $I_{sb}$ ); *c* – the battery current ( $I_{akb}$ ); *d* – load voltage ( $U_n$ )

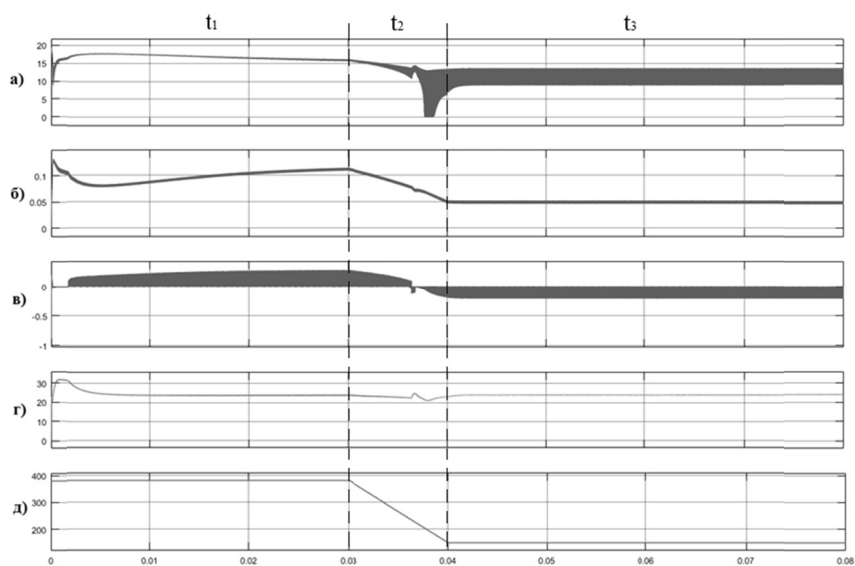
Имитируя реальные условия, постепенно повышается освещенность до уровня  $E = 380$  Вт/м<sup>2</sup> (интервал  $t_2$ ). Выходное напряжение стабилизируется, система управления подключает канал заряда аккумуляторной батареи, тем самым запасая излишки энергии.

Рис. 12 иллюстрирует снижение уровня освещенности до  $E = 150$  Вт/м<sup>2</sup>. В момент времени  $t_1$ , когда освещенность высокая, система управления запасает излишки энергии в АКБ, увеличивая зарядный ток. В момент снижения освещенности на интервале  $t_2$  наблюдается переходной процесс, в ходе которого напряжение и ток на солнечной батарее становятся меньше, также постепенно снижается зарядный ток. При этом напряжение на нагрузке также реагирует на изменение освещенности, появляются некоторые переколебания. Когда освещенность становится постоянной (интервал  $t_3$ ) напряжение на нагрузке стабилизируется за счет энергии, получаемой от аккумуляторной батареи.



*Рис. 11* – Временные диаграммы токов и напряжений при увеличении освещенности:  
*a* – напряжение на солнечной батарее ( $U_{c6}$ ); *б* – ток солнечной батареи ( $I_{c6}$ ); *в* – ток аккумуляторной батареи ( $I_{ак6}$ ); *г* – напряжение на нагрузке ( $U_n$ ); *д*) освещенность ( $E$ )

*Fig. 11* – Timing diagram of currents and voltages with increasing illumination:  
*a* – the voltage on the solar battery ( $U_{sb}$ ); *b* – the solar battery current ( $I_{sb}$ ); *c* – the battery current ( $I_{akb}$ );  
*d* – load voltage ( $U_n$ ); *e* – irradiance ( $E$ )



*Рис. 12* – Временные диаграммы при уменьшении освещенности:  
*a* – напряжение на солнечной батарее ( $U_{c6}$ ); *б* – ток солнечной батареи ( $I_{c6}$ ); *в* – ток аккумуляторной батареи ( $I_{ак6}$ ); *г* – напряжение на нагрузке ( $U_n$ ); *д* – освещенность ( $E$ )

*Fig. 12* – Timing diagrams with decreasing illumination:  
*a* – the voltage on the solar battery ( $U_{sb}$ ); *b* – the solar battery current ( $I_{sb}$ ); *c* – the battery current ( $I_{akb}$ );  
*d* – load voltage ( $U_n$ ); *e* – irradiance ( $E$ )



## 6. Обсуждение результатов

Использование нейросетевых технологий позволяет с высокой точностью решать сложные задачи при динамическом изменении состояния системы.

Сравнивая данную систему управления с наиболее распространенными системами, также работающими на основе алгоритма отслеживания точки максимальной мощности (указаны во введении), можно сказать, что данная система управления по сравнению с алгоритмом «Возмущения и наблюдения» [9] наиболее точно определяет точку максимальной мощности, а по сравнению с алгоритмом «Возрастающая проводимость» [11] – более быстро.

При изменении установленной мощности системы управления настраиваются по-разному. Системы, работающие на основе алгоритмов «Возмущения и наблюдения» и «Возрастающая проводимость», не требуют перенастройки при изменении мощности. Алгоритм «Напряжение холостого хода» при замене солнечных батарей на батареи другого типа требует перерасчета коэффициента пропорциональности между напряжением холостого хода и напряжением максимальной мощности. Что касается системы управления, рассмотренной в данной статье, то если при повышении мощности автономной установки используются солнечные батареи одного типа, то в зависимости от соединения необходимо пропорционально уменьшить один из параметров ИНС. Если соединение последовательное, то уменьшается напряжение, а если параллельное – ток. Если же происходит замена одного типа солнечных батарей на другие, то необходимо переобучить ИНС, заново собрав обучающие данные. Будучи один раз обучена, данная нейронная сеть может быть использована в различных устройствах для вычисления точки максимальной мощности.

Остальная часть автономной системы может быть достаточно просто рассчитана на любую установленную мощность.

Проведенные исследования подтверждают результаты, полученные ранее в работах [14] и [16].

## 7. Заключение

Разработан алгоритм управления преобразователем постоянного тока с питанием от солнечной батареи.

Полученные результаты свидетельствуют об эффективности данного метода регулирования по сравнению с системами со стабильным напряжением солнечной батареи. Система управления, работающая без алгоритма ОТММ, неизбежно будет терять энергию, получаемую от солнечной батареи.

Реализация системы управления с алгоритмом отслеживания точки максимальной мощности на основе искусственной нейронной сети является одним из действенных способов повышения энергетической эффективности автономных энергетических установок.

К достоинствам можно отнести практически мгновенное формирование сигнала, поступающего от ИНС, что позволяет системе быстро реагировать на любые изменения внешних условий.

В ходе моделирования выяснилось, что процент ошибки между напряжением максимальной мощности, которую определяет нейронная сеть, и напряжением солнечной батареи в определенный момент времени составляет 0,97 %. В статье [16] было проведено исследование ошибки по напряжению по сравнению с ошиб-

кой по мощности. При наибольшей ошибке по напряжению ошибка по мощности оказывается примерно в 4 раза меньше. Следовательно, в данном случае ошибка по мощности примерно равна 0,24 %, что является неплохим результатом, так как генерирование максимальной мощности является приоритетной задачей.

Дальнейшим этапом исследования данной работы может быть поиск возможностей уменьшения ошибки по напряжению.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Казанцев Т.В.** Российский мировой рынок солнечной энергетики [Электронный ресурс]. – URL: [http://www.marketing.spb.ru/mr/industry/solar\\_energy.htm](http://www.marketing.spb.ru/mr/industry/solar_energy.htm) (дата обращения: 27.03.2018).
2. Энергетика мира: уроки будущего / под ред. И.А. Башмакова. – М.: МТЭА, 1992. – С. 355–380.
3. **Стребков Д.С., Муругов В.П.** Энергосбережение и возобновляемые источники энергии // Вестник сельскохозяйственной науки. – 1991. – № 2. – С. 117–125.
4. **Ефимов В.П.** Фотопреобразователи энергии солнечного излучения нового поколения // Физическая инженерия поверхности. – 2010. – Т. 8, № 2. – С. 100–115.
5. **Андреев В.М.** Гетероструктурные солнечные элементы // Физика и техника полупроводников. – 1999. – Т. 33, вып. 9. – С. 1035–1038.
6. **Алферов Ж.И., Андреев В.М., Румянцев В.Д.** Тенденции и перспективы развития солнечной фотоэнергетики // Физика и техника полупроводников. – 2004. – Т. 38, вып. 8. – С. 937–948.
7. **Нго С.К.** Повышение эффективности солнечных батарей с помощью следящей системы // Известия ТулГУ. Технические науки. – 2013. – Вып. 1. – С. 318–321.
8. **Faranda R., Leva S.** Energy comparison of MPPT techniques for PV Systems // WSEAS Transactions on Power Systems. – 2008. – Vol. 3, iss. 6. – P. 495–506.
9. Perturb and observe MPPT algorithm for solar PV systems-modeling and simulation / J.J. Nedumgatt, K.B. Jayakrishnan, S. Umashankar, D. Vijayakumar, D.P. Kothari // Annual IEEE India Conference (INDICON). – Hyderabad, India, 2011. – P. 1–6.
10. **Saravana Selvan D.** Modeling and simulation of incremental conductance MPPT algorithm for photovoltaic applications // International Journal of Scientific Engineering and Technology. – 2013. – Vol. 2, iss. 7. – P. 681–685.
11. **Esram T., Chapman P.L.** Comparison of photovoltaic array maximum power point tracking techniques // IEEE Transactions on Energy Conversion. – 2007. – Vol. 22, iss. 2. – P. 439–449.
12. **Фаренбрух А., Бьюб Р.** Солнечные элементы: теория и эксперимент / пер. с англ. под ред. М.М. Колтуна. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 280 с.
13. **Колтун М.М.** Солнечные элементы. – М.: Наука, 1987. – 191 с.
14. **Belova I.A., Martinovich M.V.** Neural network control algorithm for stand-alone solar cell electrical energy conversion system // 16th International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices (EDM 2015). – Erlagol, Altai, 2015. – P. 387–390.
15. Методы робастного, нейро-нечеткого и адаптивного управления: учебник / под ред. Н.Д. Егулова. – Изд. 2-е, стер. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 744 с.
16. **Belova I.A., Martinovich M.V., Skolota V.A.** Application of photovoltaic cells with an intelligent control system for railway transport // 13th International Scientific-Technical Conference on Actual problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE-2016): proceedings, Novosibirsk, 3–6 October 2016. – Novosibirsk, 2016. – Vol. 3. – P. 64–68.

**STAND-ALONE SYSTEM CONVERTING ELECTRICAL ENERGY  
FED BY SOLAR PANELS WITH AN INTELLIGENT CONTROL  
SYSTEM BASED ON ARTIFICIAL NEURAL NETWORK**

**Belova I.A., Martinovich M.V., Skolota V.A., Kanyukov I.I.**  
*Novosibirsk state technical university, Novosibirsk, Russia*

Solar panels are widely used now in many areas of society. Both the progress in the development of manufacturing technology of solar cells and the level of energy development in general promote the use of solar panels. In this paper, the problem of low efficiency of independent power supply from solar panels was considered. The basic methods of increasing the efficiency of solar power plants were marked. Circuit of the stand-alone system conversion fed from solar panels is proposed. The basic channels of the circuit in the DC link are described. An artificial neural network (ANN) ensuring maximum power point tracking (MPPT) has been created and its design has been discussed in detail. The number of hidden layers and neurons in the hidden layer is determined. Optimization was performed for different activating function of neurons. The timing of the calculation of artificial neural networks with different activation functions is compared. The neural network is trained. The corresponding conclusions are drawn. Intelligent control system based on artificial neural network (ANN) algorithm is developed. The change in external conditions, such as illumination and temperature, seriously affects the characteristics of solar cells. In accordance with this, the basic modes of operation of the circuit were determined. For efficient operation of the converter it is necessary to ensure the selection of the maximum power of the solar battery under any conditions. To ensure this, the operation of the control system was divided into regimes, depending on the environmental conditions and the operation of the autonomous system as a whole. Control switching between modes using the ANN as a key element in the control system has been developed. A smooth transition between operation modes of the converter according to the weather conditions or time of day has been organized. A simulation in Matlab software package confirming the operation of the proposed system was conducted. The conclusions about the advantages and disadvantages of this control system are made.

*Keywords:* solar energy, control system, ANN, MPPT, Matlab.

DOI: 10.17212/1727-2769-2018-1-36-53

REFERENCES

1. Kazantsev T.V. *Rossiiskii mirovoi rynek solnechnoi energetiki*. Available at: [http://www.marketing.spb.ru/mr/industry/solar\\_energy.htm](http://www.marketing.spb.ru/mr/industry/solar_energy.htm) (accessed 27.03.2018).
2. Bashmakov I.A., ed. *Energetika mira: uroki budushchego* [World energy: lessons from the future]. Moscow, IFPA Publ., 1992, pp. 355–380.
3. Strebkov D.S., Murugov V.P. Energoberezhenie i vozobnovlyaemye istochniki energii [Energy saving and renewable energy]. *Vestnik sel'skokhozyaystvennoi nauki – Journal of Agricultural Science*, 1991, no. 2, pp. 117–125.
4. Efimov V.P. Fotopreobrazovateli energii solnechnogo izlucheniya novogo pokoleniya [Photovoltaic converters of solar radiation energy of a new generation]. *Fizicheskaya inzheneriya poverkhnosti – Physical surface engineering*, 2010, vol. 8, no. 2, pp. 100–115.
5. Andreev V.M. Geterostrukturnye solnechnye elementy [Heterostructure-based solar cells]. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov – Semiconductors*, 1999, vol. 33, iss. 9, pp. 1035–1038. (In Russian).
6. Alferov Zh.I., Andreev V.M., Rumyantsev V.D. Tendentsii i perspektivy razvitiya solnechnoi fotoenergetiki [Trends and perspectives of solar photovoltaics]. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov – Semiconductors*, 2004, vol. 38, iss. 8, pp. 937–948. (In Russian).
7. Ngo X.C. Povyshenie effektivnosti solnechnykh batarei s pomoshch'yu sledyashchei sistemy [Increase efficiency solar cells using the tracking system]. *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki – News of the Tula state university. Technical sciences*, 2013, iss. 1, p. 318–321.
8. Faranda R., Leva S. Energy comparison of MPPT techniques for PV Systems. *WSEAS Transactions on Power Systems*, 2008, vol. 3, iss. 6, pp. 495–506.

9. Nedumgatt J.J., Jayakrishnan K.B., Umashankar S., Vijayakumar D., Kothari D.P. Perturb and observe MPPT algorithm for solar PV systems-modeling and simulation. *Annual IEEE India Conference (INDICON)*, Hyderabad, India, 2011, pp. 1–6.
10. Saravana Selvan D. Modeling and simulation of incremental conductance MPPT algorithm for photovoltaic applications. *International Journal of Scientific Engineering and Technology*, 2013, vol. 2, iss. 7, pp. 681–685.
11. ESRAM T., Chapman P.L. Comparison of photovoltaic array maximum power point tracking techniques. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2007, vol. 22, iss. 2, pp. 439–449.
12. Fahrenbruch A.L., Bube R.H. *Fundamentals of solar cells: photovoltaic solar energy conversion*. New York, Academic Press, 1983 (Russ. ed.: Farenbrukh A., B'yub R. *Solnechnye elementy: teoriya i eksperiment*. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1987. 280 p.).
13. Koltun M.M. *Solnechnye elementy [Solar cells]*. Moscow, Nauka Publ., 1987. 191 p.
14. Belova I.A., Martinovich M.V. Neural network control algorithm for stand-alone solar cell electrical energy conversion system. *16th International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices (EDM 2015)*, Eragol, Altai, 2015, pp. 387–390.
15. Egupov N.D., ed. *Metody robustnogo, neuro-nechetkogo i adaptivnogo upravleniya [Methods of robust, neuro-fuzzy and adaptive control]*. 2nd ed., ster. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2002. 744 p.
16. Belova I.A., Martinovich M.V., Skolota V.A. Application of photovoltaic cells with an intelligent control system for railway transport. *13th International Scientific-Technical Conference on Actual problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE-2016): proceedings*, Novosibirsk, 3–6 October 2016, vol. 3, pp. 64–68.

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Белова Ирина Анатольевна** – родилась в 1991 году. В 2015 году получила степень магистра техники и технологий Новосибирского государственного технического университета, в настоящее время является аспирантом кафедры электроники и электротехники НГТУ. Область научных интересов: солнечная энергетика, искусственные нейронные сети. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: ira.belowa@gmail.com).

**Belova Irina Anatol'evna** – (born 1991). Awarded a Master's degree from the Novosibirsk State Technical University in 2015. She is currently a postgraduate student at the department of electronics and electrical engineering, NSTU. Her research interests are currently focused on solar energy and artificial neural networks. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: ira.belowa@gmail.com).



**Мартинович Мирослав Владимирович** – канд. техн. наук, доцент кафедры электроники и электротехники Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: искусственные нейронные сети. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: martinovich\_m@mail.ru).

**Martinovich Miroslav Vladimirovich** – Candidate of Sciences (Eng.), associate. Professor, NSTU. His research interests are currently focused on artificial neural networks. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: martinovich\_m@mail.ru).



**Сколота Владимир Александрович** – родился в 1989 году. В 2015 году получил степень магистра техники и технологий Новосибирского государственного технического университета, в настоящее время является аспирантом кафедры электроники и электротехники НГТУ. Область научных интересов: наноэлектроника, искусственные нейронные сети. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: sva008@yandex.ru).

**Skolota Vladimir Aleksandrovich** – (born 1989). Awarded a Master's degree from the Novosibirsk State Technical University in 2015. He is currently a postgraduate student at the department of electronics and electrical engineering, NSTU. His research interests are currently focused on nanoelectronics and artificial neural networks. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: sva008@yandex.ru).



**Канюков Игнат Иванович** – в 2016 году получил диплом бакалавра техники и технологий Новосибирского государственного технического университета. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20).

**Kanyukov Ignat Ivanovich** – Awarded a Bachelor's degree from the Novosibirsk State Technical University. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: sva008@yandex.ru).

*Статья поступила 05 декабря 2016 г.  
Received December 05, 2016*

---

To Reference:

Belova I.A., Martinovich M.V., Skolota V.A., Kanyukov I.I. Avtonomnyi preobrazovatel' elektricheskoi energii s intellektual'noi sistemoi upravleniya na osnove iskusstvennoi neironnoi seti dlya fotovol'taiki [A stand-alone system converting electric energy fed by solar panels with an intelligent control system based on an artificial neural network]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2018, no. 1 (38), pp. 36–53. doi: 10.17212/1727-2769-2018-1-36-53.

УДК 539.5

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ КОЛЬЦЕВЫХ КОМПОЗИТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ****В.О. Каледин<sup>1</sup>, А.Д. Ульянов<sup>1</sup>, Вл.О. Каледин<sup>2</sup>***<sup>1</sup>Новокузнецкий институт (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Кемеровский государственный университет»**<sup>2</sup>ОАО «Центральный научно-исследовательский институт специального машиностроения»*

Рассмотрена математическая модель термоупругого тела вращения из анизотропного материала, физико-механические свойства которого зависят от температуры. Подобные модели используются при проектировании конструкций, работающих при высоких температурах, поэтому жесткостные и прочностные характеристики материала исследуемого объекта изменяются вследствие его термической деструкции. Решение задачи термоупругости при силовых и температурных воздействиях получено методом конечных элементов в осесимметричной постановке, что позволяет увеличить точность решения задачи при меньшем количестве конечных элементов сетки рассматриваемой модели. В качестве конечных элементов использованы кольцевые элементы с четырехугольным осевым сечением, имеющие четыре узла в вершинах при кусочно-билинейной интерполяции перемещений или восемь узлов – при кусочно-биквадратичной интерполяции. Программная реализация выполнена с использованием визуальных средств, упрощающих понимание алгоритма, усложненного введением переменных физико-механических свойств материала. Визуальные средства и процедуры алгоритма обеспечиваются программным комплексом специального назначения. Используя предложенную методику и программную реализацию, была исследована модель кольца из композиционного материала при низкотемпературных и высокотемпературных воздействиях. Определены поля напряжений и перемещений по сечению кольца при низкотемпературных и высокотемпературных воздействиях. При рассматриваемых низкотемпературных воздействиях наибольшие сжимающие напряжения возникают по окружной координате на внешней стороне кольца. При высокотемпературных воздействиях распределение напряжений по сечению качественно изменяется вследствие уменьшения модулей упругости материала в прогретой зоне. Предложенная модель позволяет рассчитывать термонапряженное состояние элементов конструкций из полимерных композиционных материалов при высокотемпературных воздействиях.

*Ключевые слова:* термоупругость, термодеструкция, композиционные материалы, математическая модель, функционально-объектная схема, структурная модель, высокотемпературные воздействия.

DOI: 10.17212/1727-2769-2018-1-54-63

**Введение**

Задачи отыскания термоупругих деформаций тел вращения из композиционных материалов актуальны при проектировании конструкций, работающих при повышенных температурах. Основной особенностью задач данного класса является деградация физико-механических свойств материала при повышении температуры, приводящая к снижению его прочностных и жесткостных характеристик. Это затрудняет получение адекватных оценок напряжений и несущей способности. В известных работах, например [1], для этой цели используются модели, не

учитывающие выгорания материала. Модели, учитывающие изменение физико-механических характеристик при нагреве, разрабатывались либо для конструкций из традиционных материалов [2], либо для тонких пограничных слоев композиционного материала [3], что делает их трудно применимыми к расчету тонкостенных композитных элементов конструкций сложной формы при их проектировании.

В настоящей работе предложена методика, позволяющая учитывать изменение свойств материала при изменении температуры и вводить произвольную форму поперечного сечения рассматриваемого тела вращения. Задача решается для объектов, обладающих осевой симметрией. Температурные поля распределены симметрично оси вращения. Механические нагрузки отсутствуют. Это делает возможным использование двумерной постановки и конечно-элементной модели, составленной из плоских элементов продольного сечения [4–5]. Переход от объемных конечных элементов к плоским значительно сокращает объем вычислений и погрешность расчета.

С другой стороны, усложнение алгоритма расчета вследствие необходимости учета изменяющихся свойств материала вынуждает разрабатывать средства для программной реализации, допускающие обзорность и наглядность представления алгоритма в графическом виде. Для реализации данной методики был выбран программный комплекс «Композит 2015», так как он предоставляет удобный инструментальный для разработки и отладки алгоритмов посредством функционально-объектных схем [6].

### 1. Математическая модель

Разрешающее уравнение получено на основе минимизации потенциальной энергии, которая выражается через перемещения и упругие константы материала с любой схемой армирования. При этом материал считаем термоупругим, а деформации и градиенты температуры достаточно малыми, чтобы было возможным использование линейного закона Дюамеля–Неймана (1) для анизотропного материала [7]:

$$\sigma_{ij} = d_{ijkl}(e_{kl} - \Delta t \zeta_{kl}), \quad (1)$$

где  $\sigma_{ij}$  – тензор напряжений;  $e_{kl}$  – линейный тензор деформаций;  $d_{ijkl}$  – компоненты тензора упругости;  $\Delta t$  – разность текущей и начальной температуры;  $\zeta_{kl}$  – коэффициенты линейного теплового расширения (КЛТР).

Компоненты тензора упругости и коэффициенты теплового расширения являются функциями температуры. По мере прогрева материала эти величины изменяются, причем модули упругости уменьшаются вплоть до нуля при достижении критической температуры, при которой материал выгорает. Отметим, что процесс нагрева может рассматриваться отдельно, поскольку его характерное время существенно превышает характерное время процесса упругой деформации. Тогда в каждый момент времени температура, а значит, и характеристики материала, известны, а деформации успевают измениться так, что выполняются условия равновесия. В этом случае равновесную конфигурацию в каждый текущий момент времени можно найти как решение несвязанной задачи термоупругости из вариационного принципа Лагранжа [8], приравняв к нулю вариацию потенциальной энергии:

$$\delta \left( \int_V w dV - \int_V F_i u_i dV - \int_S f_i u_i dS \right) = 0, \quad (2)$$

где  $w$  – плотность энергии деформации;  $u_i$  – векторное поле перемещений;  $F_i$  – объемные силы;  $f_i$  – поверхностные силы;  $V$  – объем;  $S$  – поверхность тела. Плотность энергии деформации выражается через деформации и напряжения следующим образом:

$$w = \frac{1}{2} \sigma_{ij} (e_{ij} - \Delta t \zeta_{ij}) + \text{const}.$$

Константа в этом соотношении несущественна, поскольку ее вариация равна нулю. С учетом линейности тензора деформаций функционал (2) оказывается квадратичным, и условие его стационарности равносильно условию минимума:

$$\min \Pi = \min(W - A),$$

где  $W = \int_V w dV$  – полная энергия деформации;  $A = \int_V F_i u_i dV + \int_S f_i u_i dS$  – работа внешних сил.

Геометрия конструкции (рис. 1) полностью определяется формой продольного сечения, которая задается по исходным данным, представленным ниже для рассматриваемых случаев. Сечение задается в плоскости  $XO\eta$  цилиндрической системы координат, где ось  $X$  совпадает с осью симметрии тела вращения. Для расчетов используются четырехузловые или восьмиузловые конечные элементы.

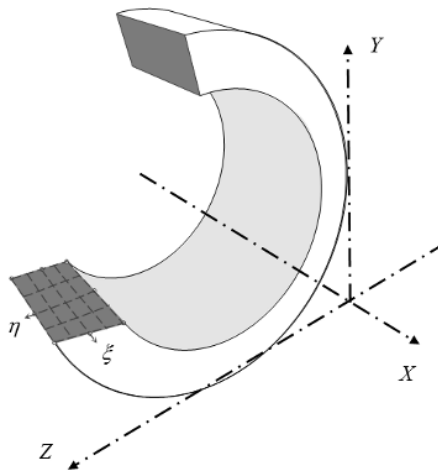


Рис. 1 – Тело вращения с конечными элементами на нем

Fig. 1 – Body of revolution with finite elements

Произвольная схема армирования приводит к взаимному влиянию нормальных и касательных напряжений, что вызывает при изменении температуры не только линейные деформации, но и сдвиговые, в том числе кручение. Таким образом, даже при осесимметричных воздействиях деформирование может не быть осесимметричным. Далее рассматривается возможность одновременных симметричных и антисимметричных деформаций, описываемых двумя гармониками ряда Фурье по окружной координате.

Задача статики решается по обычному алгоритму метода конечных элементов в форме метода перемещений [4–5].

В качестве неизвестных возьмем амплитудные значения линейных перемещений  $u$  – осевые,  $v$  – радиальные,  $w$  – окружные, по нескольким учитываемым гармоникам. Эти перемещения, заданные в узлах конечно-элементной сетки сечения, аппроксимируем в пределах элемента с использованием обычной техники изопараметрического отображения [4].

Для построения конечно-элементной сетки сечение разбивается на конечные четырехузловые или восьмиузловые элементы (рис. 1).



Используя физический закон (1), получим выражение энергии деформации в точке с координатами  $(X, \rho, \Phi)$ :

$$w = \frac{1}{2}(\varepsilon - \Delta t \zeta)^T D(\varepsilon - \Delta t \zeta),$$

где  $\varepsilon$  – вектор деформаций;  $\zeta$  – вектор КЛТР;  $\Delta t$  – разность начальной и узловой температуры;  $D$  – матрица упругости.

Потенциальная энергия элемента складывается из энергии деформации за вычетом работы внешних сил:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_V (\varepsilon - \Delta t \zeta)^T D(\varepsilon - \Delta t \zeta) dV - A.$$

Равновесие тела достигается при минимуме потенциальной энергии, для отыскания которого необходимо выразить деформации и перемещения через узловые переменные и найти их из условия равенства нулю частных производных от потенциальной энергии по искомым узловым переменным.

В силу периодичности искомым факторов напряженно-деформированного состояния разложим перемещения элемента в ряды Фурье по координате  $\Phi$ , учитывая нулевую и первую гармоники:

$$\begin{cases} u_X(X, \rho, \Phi) = u(X, \rho) + u^c(X, \rho) \cos \Phi + u^s(X, \rho) \sin \Phi, \\ u_\rho(X, \rho, \Phi) = v(X, \rho) + v^c(X, \rho) \cos \Phi + v^s(X, \rho) \sin \Phi, \\ u_\Phi(X, \rho, \Phi) = w(X, \rho) + w^c(X, \rho) \cos \Phi + w^s(X, \rho) \sin \Phi. \end{cases} \quad (3)$$

Для задания зависимости перемещений от радиальной и осевой координат используем нормализованные координаты  $(\xi, \eta)$  (см. рис. 1). Начало нормализованной системы  $(\xi, \eta)$  помещено в центр тяжести элемента, а стороны четырехугольного элемента совпадают с координатными линиями  $\xi = \pm 1, \eta = \pm 1$ . Функции формы  $N_i(\xi, \eta)$  для таких элементов известны [3]. Нормализованные координаты связаны с координатами  $(X, \rho)$  соотношениями:

$$\begin{cases} X = \sum_i X_i N_i(\xi, \eta), \\ \rho = \sum_i \rho_i N_i(\xi, \eta), \end{cases} \quad (4)$$

где  $(X_i, \rho_i)$  – координаты  $i$ -го узла [4–5].

С учетом формул перехода (4) каждую гармонику перемещений (3) на элементе можно представить в виде линейной комбинации базисных функций с коэффициентами, равными узловым переменным. Тогда вектор деформаций в произвольной точке элемента выражается через узловые переменные  $\bar{\delta}_e$  следующим образом:

$$\varepsilon = (B_0 + B_c \cos \Phi + B_s \sin \Phi) \bar{\delta}_e, \quad (5)$$

где  $B_0$ ,  $B_c$  и  $B_s$  – матрицы связи амплитуд гармоник деформаций с узловыми перемещениями элемента, не зависящие от окружной координаты  $\Phi$ , содержащие производные от базисных функций по координатам.

С учетом изложенного условие минимума потенциальной энергии известным образом приводится к системе линейных алгебраических уравнений

$$K\Delta = Q, \quad (6)$$

где  $K$  – матрица жесткости;  $\Delta$  – вектор амплитуд гармоник узловых перемещений;  $Q$  – вектор эквивалентных узловых сил, включающий силовые и температурные составляющие.

Решив систему уравнений (6) и подставив узловые переменные в интерполяционную формулу, найдем амплитуды разложения в ряд Фурье перемещений в любой точке сечения. Тогда могут быть вычислены деформации по формулам (5), а затем напряжения (как в цилиндрических координатах, так и в главных осях анизотропии) по формуле (1).

## 2. Программная реализация

Алгоритм решения рассмотренной выше задачи отличается вычислением характеристик материала при заданной температуре, которая переменна по сечению кольца. Учитывая, что эта задача может решаться в комплексе с моделированием других физических процессов, реализация была выполнена в комплексе «Композит 2015», содержащем визуальные средства для наглядного представления реализуемых алгоритмов. Комплекс содержит редактор конфигурации, интерпретатор и библиотеку функциональных классов [5]. Для решения поставленной задачи была изменена конфигурация и дополнена библиотека функциональных классов.

На рис. 2 представлен фрагмент конфигурации, представляющий конечный элемент.

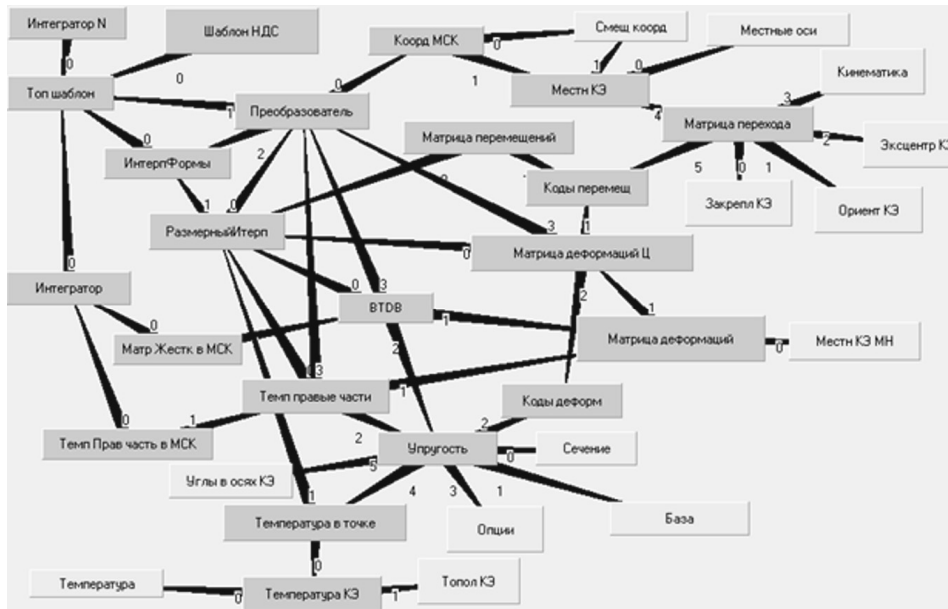


Рис. 2 – Фрагмент конфигурации на уровне конечного элемента

Fig. 2 – Schematic fragment at the finite element level

Основные изменения коснулись объекта «Упругость» и его аргументов, на базе которого в дальнейшем происходит вычисление матрицы жесткости в местной системе координат и температурных составляющих правых частей для конечного элемента. Для объекта «Матрица деформаций» определен переход к новой системе координат (меридиан-нормаль), учитывая, что деформации могут вычисляться в системе координат, не совпадающей с цилиндрической. Схема на рис. 2 используется как представление и для восьмиузлового конечного элемента, и для четырехузлового, с изменением только названий функциональных классов топологического шаблона и интерполятора, что иллюстрирует одно из преимуществ предлагаемого подхода.

### 3. Структурная модель

Исследуемые объекты представляют собой кольцо с заданным продольным сечением, в котором задано поле температур. Все физико-механические характеристики материала объекта были заданы как функции температуры. Основные геометрические характеристики и форма показаны на чертеже (рис. 3), где  $r$  – малый радиус скругления;  $R$  – большой радиус скругления;  $R1$  – расстояние до нижней грани;  $R2$  – расстояние до верхней грани;  $H$  – продольный размер сечения;  $AB$  – внутренняя поверхность кольца;  $CD$  – внешняя поверхность. Неподвижной считается правая грань сечения  $EF$ .

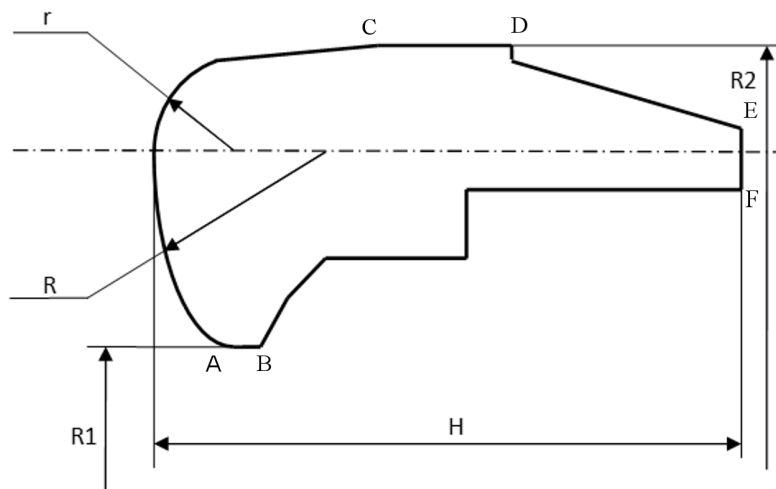


Рис. 3 – Сечение кольца

Fig. 3 – Cross section of the ring

При генерации конечно-элементных сеток применялись методы геометрического построения и не использовалась адаптация сетки, так как предварительный расчет равномерного прогрева показал приемлемое качество сетки (погрешность не превышала  $10^{-10}$ ).

### 4. Результаты

При помощи данной методики были проведены расчеты для напряжений и перемещений при неравномерном распределении температур по сечению кольца при низкотемпературном нагреве (от 20 до 70 °C) и при высокотемпературном нагреве (от 20 до 300 °C). Распределение температур для обоих случаев избра-

жено рисунке (рис. 4, а и б). При температурном воздействии свыше 100 °С происходит линейное уменьшение модуля упругости до нуля.

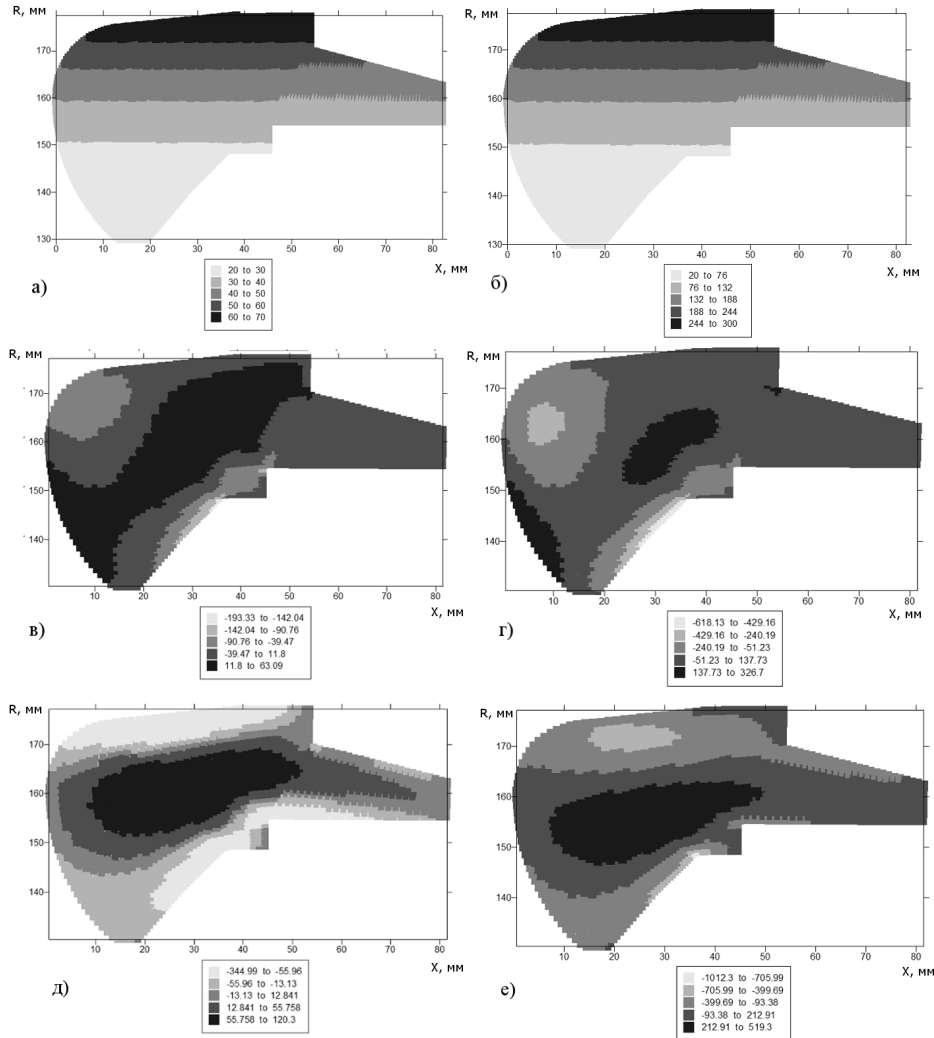


Рис. 4 – Поля распределений для низкотемпературных воздействий: а – температура (°С); в – напряжение (МПа) по осевой координате; д – касательные напряжения (МПа) в плоскости сечения и для высокотемпературных воздействий: б – температура (°С); г – напряжение (МПа) по осевой координате; е – касательные напряжения (МПа) в плоскости сечения

Fig. 4 – Distribution fields for low-temperature impact: а – Temperature (°С); в – pressure (MPa) in the axial coordinate; д – shear stresses (MPa) in the plane section and for high-temperature impact: б – Temperature (°С); г – stress (MPa) of the axial coordinate; е – shear stresses (MPa) in the cross sectional plane

При сравнении полей напряжений при низкотемпературном и высокотемпературном воздействии учтём, что приращение температуры увеличивается в 5,6 раза. При этом максимальные сжимающие напряжения увеличиваются только в 3 раза, а максимальные растягивающие напряжения – в 5 раз. Это объясняется

тем, что растяжение преобладает в центре сечения, а сжимающие напряжения действуют в зоне более высоких температур, что приводит к уменьшению модулей упругости вследствие деградации физико-механических свойств материала. Характер распределения касательных напряжений не изменился, но максимальные значения напряжений увеличились в 3–4 раза.

### Заключение

В работе представлена математическая модель термоупругих деформаций тела вращения с физико-механическими характеристиками, изменяющимися с ростом температуры, и программно реализован алгоритм вычисления напряжений в кольцах из композиционных материалов при неравномерном распределении температур. Проведена верификация на контрольном примере, которая подтверждает корректность алгоритма. С помощью разработанной методики возможно вычисление перемещений, напряжений и деформаций в телах вращения из композиционных материалов с изменяющимися при нагреве свойствами.

### ЛИТЕРАТУРА

1. **Вохмянин И.Т., Немировский Ю.В.** Проектирование равнопрочных упругих тороидальных оболочек вращения в условиях термосилового нагружения // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2011. – № 2 (17). – С. 65–77.
2. Математическое моделирование работы резиноподобных теплозащитных в широком диапазоне температур / А.Н. Гаращенко, В.Л. Страхов, Г.В. Кузнецов, В.П. Рудзинский // Шестая Всероссийская конференция «Внутрикамерные процессы и горение в установках на твердом топливе и в ствольных системах» (ICOC-2008): сборник трудов. – Ижевск: ИПМ УрО РАН, 2008. – С. 15–24.
3. **Мельников А.С., Страхов В.Л.** Уточненная математическая модель работы вспучивающейся огнезащиты на минеральной основе // Пожаровзрывобезопасность. – 2007. – Т. 16, № 4. – С. 26–33.
4. **Зенкевич О.** Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 541 с.
5. **Бате К.-Ю.** Методы конечных элементов / пер. с англ. В.П. Шидловского; под ред. Л.И. Турчака. – М.: Физматлит, 2010. – 1024 с.
6. Программная система для алгоритмизации численного решения задач механики сплошной среды / В.О. Каледин, Я.С. Крюкова, Н.В. Нагайцева, Е.В. Равковская // Известия Алтайского государственного университета. – 2014. – № 1-1 (81). – С. 161–164.
7. Моделирование статики и динамики оболочечных конструкций из композиционных материалов / В.О. Каледин, С.М. Аульченко, А.Б. Миткевич, Е.В. Решетникова, Е.А. Седова, Ю.В. Шпакова. – М.: Физматлит, 2014. – 196 с.
8. **Работнов Ю.Н.** Механика деформируемого твердого тела: учебное пособие для вузов. – 2-е изд., испр. – М.: Наука, 1988. – 712 с.

### SIMULATION OF THE STRESS-STRAIN STATE IN THE COMPOSITE RING BODY UNDER HIGH TEMPERATURE CONDITIONS

**Kaledin V.O.<sup>1</sup>, Ul'janov A.D.<sup>1</sup>, Kaledin V.I.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Institute (Branch) of Kemerovo State University, Novokuznetsk, Russia*

<sup>2</sup>*Central Research Institute of Special Machinery, Khotkovo, Russia*

A mathematical model of a thermoelastic axially symmetrical body made of an anisotropic material whose physicomechanical properties are temperature dependant is considered. Similar models are used in designing constructions working under high temperatures. Therefore stiffness and strength characteristics of the material of the object under study change owing to its thermal destruction. The solution of the problem of thermoelasticity under force and temperature effects is

obtained by the finite-element method in an axisymmetric formulation, which allows increasing the accuracy of the solution with a smaller number of finite elements of the considered model grid. Ring elements of a quadrangular axial section having four nodes in peaks in the case of piecewise and bilinear relocation interpolation or eight nodes in the case of piecewise and biquadratic interpolation are used as finite elements. Software implementation is made with the use of visual means simplifying understanding of the algorithm complicated by the introduction of variable physico-mechanical properties of the material. The algorithm visual means and procedures are provided with a special-purpose program complex. Using the proposed technique and software implementation, a ring model made of a composition material under low-temperature and high-temperature effects is tested. Tension and relocation fields are determined by the ring section under low-temperature and high-temperature effects. Under low-temperature conditions the greatest compression stresses arise along the circumferential coordinate on the outer side of the ring. Under high-temperature effects the section stress distribution qualitatively changes owing to the reduction of the elasticity modulus of the material in the heated-up zone. The proposed model allows calculating thermal tension of structure elements made of polymeric composition materials under high-temperature effects.

*Keywords:* Thermoelastic, thermodestruction, composite materials, math model, structure model, high-temperature effects.

DOI: 10.17212/1727-2769-2018-1-54-63

#### REFERENCES

1. Vokhmyanin I.T., Nemirovsky Yu.V. Proektirovanie ravnoprochnykh uprugikh toroidal'nykh obolochek vrashcheniya v usloviyakh termosilovogo nagruzheniya [Design of the uniformly strong elastic toroidal shells of revolution under the conditions of termo-force loading]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2011, no. 2 (17), pp. 65–77.
2. Garashchenko A.N., Strakhov V.L., Kuznetsov G.V., Rudzinskii V.P. [Mathematical modeling of rubber-like heat shield in a wide temperature range]. *Shestaya Vserossiiskaya konferentsiya "Vnutrikamernye protsessy i gorenie v ustanovkakh na tverdom toplive i v stvol'nykh sistemakh" (ICOC-2008): sbornik trudov* [Proceedings of the Sixth All-Russian Conference "Intrachamber Processes and Combustion in Solid-Fuel Facilities and Gun Systems" (ICOC-2008)]. Izhevsk, Institute of Applied Mechanics of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences Publ., 2008, pp. 15–24. (In Russian).
3. Mel'nikov A.S., Strakhov V.L. Utochnennaya matematicheskaya model' raboty vspuchivayushcheysya ognezashchity na mineral'noi osnove [A refined mathematical model of intumescent fire protection mineral-based]. *Pozharovzryvobezopasnost'– Fire and Explosion Safety*, 2007, vol. 16, no. 4, pp. 26–33.
4. Zenkevich O. *Metod konechnykh elementov v tekhnike* [The finite element method in the art]. Moscow, Mir Publ., 1975. 541 p.
5. Bathe K.-J. *Finite element procedures*. Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, 1996 (Russ. ed.: Bate K.-Yu. *Metody konechnykh elementov*. Moscow, Fizmatlit Publ., 2010. 1024 p.).
6. Kaledin V.O., Kryukova Y.S., Nagaytseva N.V., Ravkovskaya E.V. Programmaya sistema dlya algoritmizatsii chislennogo resheniya zadach mekhaniki sploshnoi sredy [Software systems for algorithmization of numerical solution of continuum mechanics problems]. *Izvestiya Altaiskogo gosudarstvennogo universiteta – The News of Altai State University*, 2014, no. 1-1 (81), pp. 161–164.
7. Kaledin V.O., Aul'chenko S.M., Mitkevich A.B., Reshetnikova E.V., Sedova E.A., Shpakova Yu.V. *Modelirovanie statiki i dinamiki obolochechnykh konstruksii iz kompozitsionnykh materialov* [Simulation statics and dynamics of shell structures made of composite materials]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2014. 196 p.
8. Rabotnov Yu.N. *Mekhanika deformiruemogo tverdogo tela* [Fracture mechanics]. 2nd ed., rev. Moscow, Nauka Publ., 1988. 712 p.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Каледин Валерий Олегович** – родился в 1955 году, д-р техн. наук, профессор, академик МАН ВШ, декан факультета информационных технологий Новокузнецкого института (филиала) Кемеровского государственного университета. Область научных интересов: вычислительная механика, математическое моделирование. Опубликовано более 300 научных работ. (Адрес: 654041, Россия, Новокузнецк, ул. Циолковского, 23. E-mail: vkaled@nkfi.ru).

**Kaledin Valery Olegovich** (b. 1955) – Doctor of Sciences (Eng.), professor, academician AMS HS, dean of the faculty of information technology of the Institute (branch) of the Kemerovo State University. His research interests are currently focused on computational mathematics and mathematical modeling. He is the author of more than 300 scientific papers. (Address: 23, Ciolkovskogo St., Novokuznetsk, 654041, Russia, E-mail: vkaled@nkfi.ru).



**Ульянов Артем Дмитриевич** – родился в 1991 году, инженер, лаборатория кафедры математики и математического моделирования, НФИ КемГУ. Область научных интересов: механика, вычислительная техника. Опубликовано 5 научных работ. (Адрес: 654041, Россия, Новокузнецк, ул. Циолковского, 23. E-mail: zbrg@mail.ru).

**Ul'janov Artem Dmitrievich** (b. 1991) – an engineer, laboratory of the department of mathematics and mathematical modeling, the Novokuznetsk branch of the Kemerovo State University. His research interests are currently focused on mechanics and computer engineering. He is the author of 5 scientific papers. (Address: 23, Ciolkovskogo St, Novokuznetsk, 654041, Russia, E-mail: zbrg@mail.ru).



**Каледин Владимир Олегович** – родился в 1963 году, канд. техн. наук, начальник отделения ОАО «Центральный научно-исследовательский институт специального машиностроения». Область научных интересов: конструкционная прочность, механика композиционных материалов. Опубликовано более 100 научных работ. (Адрес: 141207, Россия, г. Хотьково Московской обл., ул. Заводская, 27. E-mail: kaledinvl@mail.ru).

**Kaledin Vladimir Olegovich** (b. 1963) – Candidate of Sciences (Eng.), department head of the Central Research Institute of Special Machinery». His research interests are currently focused on structural strength and mechanics of composite materials. He is the author of more than 100 scientific papers. (Address: 27, Zavodskaya St., Hot'kovo, 141207, Russia. E-mail: kaledinvl@mail.ru).

*Статья поступила 01 октября 2015 г.  
Received October 01, 2015*

## To Reference:

Kaledin V.O., Ul'janov A.D., Kaledin V.I.O. Matematicheskoe modelirovanie napryazhennogo sostoyaniya kol'tsevykh kompozitnykh konstruksii pri vysokotemperaturnykh vozdeistviyakh [Simulation of the stress-strain state in the composite ring body under high temperature conditions]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2018, no. 1 (38), pp. 54–63. doi: 10.17212/1727-2769-2018-1-54-63.

УДК 550.837:517.958

**ПРИМЕНЕНИЕ НЕКОНФОРМНЫХ СЕТОК С ШЕСТИГРАННЫМИ  
ЯЧЕЙКАМИ ДЛЯ 3D-МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЙ  
АЭРОЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ****М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, Д.В. Вагин, Д.С. Киселев,  
Н.В. Кондратьев, Ю.И. Кошкина, О.С. Трубачева***Новосибирский государственный технический университет*

Работа посвящена разработке методов численного 3D-моделирования технологий аэроэлектроразведки, позволяющих повысить вычислительную эффективность решения соответствующих прямых задач для сложно построенных трехмерных геологических моделей с изогнутыми поверхностями слоев и локальных неоднородностей при условии очень большого, порядка нескольких тысяч, положений приемно-генераторной установки. Методы основаны на использовании неконформных сеток с шестигранными непрямоугольными ячейками, позволяющими с высокой точностью описывать изогнутые границы изучаемой среды, пространственно-временного группирования подзадач и прямых решателей систем линейных алгебраических уравнений. Приводится сравнительный анализ численных решений, получаемых на регулярных и соответствующих им (т. е. с таким же шагом в областях локальных сгущений) неконформных сетках, а также сравнительный анализ вычислительной эффективности для трехмерной многослойной геоэлектрической модели, содержащей целевой объект трубчатой формы, перекрытый латерально неоднородным верхним слоем, в условиях существенного перепада высот рельефа дневной поверхности. Результаты вычислительных экспериментов, проведенные для геоэлектрической модели, типичной для условий применения технологий аэроэлектроразведки, показали, что представленные методы позволяют сократить вычислительные затраты практически на два порядка: более чем на порядок за счет группирования подзадач и почти на порядок за счет использования нерегулярных неконформных сеток.

*Ключевые слова:* аэроэлектроразведка, метод конечных элементов, 3D-моделирование, неконформные сетки, электромагнитное поле.

DOI: 10.17212/1727-2769-2018-1-64-79

**Введение**

Технологии аэроэлектромагнитных исследований широко применяются при решении как поисковых геофизических задач (например, при поиске твердых полезных ископаемых [1, 2]), так и при решении инженерных задач [3]. Эти технологии позволяют обследовать большие площади за достаточно короткое время, обеспечивая при этом высокую плотность наблюдений. Отдельной проблемой является разработка математического аппарата и программного обеспечения для решения задач тестирования аэроэлектроразведочной аппаратуры [4, 5].

Поскольку технологии аэроэлектроразведки, как правило, нацелены на поиск локальных тел, не вызывает сомнений необходимость использования трехмерных подходов для обработки получаемых данных [1, 2, 6–10]. Численное моделирование многомерных геоэлектромагнитных полей является крайне ресурсоемким и поэтому требует разработки и применения вычислительно эффективных подходов

---

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-31-00437 мол\_а.

© 2018 М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, Д.В. Вагин, Д.С. Киселев,  
Н.В. Кондратьев, Ю.И. Кошкина, О.С. Трубачева



и схем [11–16]. Дополнительной сложностью является то, что задачи аэроэлектроразведки относятся к классу «multisource» (системы наблюдений могут содержать десятки тысяч положений приемно-генераторной установки), и проблема повышения вычислительной эффективности для таких задач стоит наиболее остро. Кроме того, существенное влияние на измеряемые сигналы может оказать рельеф дневной поверхности, который может быть учтен либо с помощью «ступенчатой» аппроксимации [6, 17], либо с использованием сеток с ячейками гибкой (адаптирующейся под изогнутые границы среды) формы [18].

В данной работе для построения конечноэлементных аппроксимаций будут использованы неконформные сетки [17, 19–22] с ячейками гибкой формы (в виде шестигранников), сочетающие в себе возможности резкого сокращения дискретного аналога при сохранении требуемой точности численного решения и учета перепадов высот рельефа дневной поверхности и изменений глубин субгоризонтальных границ между слоями геологической модели.

### 1. Математические модели и конечноэлементные аппроксимации

Для расчета электромагнитного поля, возбуждаемого и принимаемого индукционными петлями аэросистемы, напряженность электрического поля и индукция магнитного поля представляются в виде суммы двух составляющих:

$$\vec{E}^t = \vec{E}^p + \vec{E}^s, \quad \vec{B}^t = \vec{B}^p + \vec{B}^s, \quad (1)$$

где  $\vec{E}^p$  и  $\vec{B}^p$  – напряженность электрического и индукция магнитного первичных полей, возбуждаемых индукционным источником в относительно простой вмещающей среде, а  $\vec{E}^s$  и  $\vec{B}^s$  – напряженность электрического и индукция магнитного полей, определяемых влиянием трехмерной проводящей геологической среды [17, 23–28].

Если в качестве вмещающей среды взять однородное пространство (поскольку при существенном влиянии рельефа поверхности Земли и негоризонтальных границ ее верхних слоев вся проводящая среда является фактически трехмерной), то вторичное поле (поле влияния трехмерной проводящей геологической среды)  $\vec{E}^s(x, y, z, t)$  без учета токов смещения в трехмерной расчетной области  $\Omega$  может быть найдено из решения векторного дифференциального уравнения для вектор-потенциала  $\vec{A}^s(x, y, z, t)$ :

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A}^s \right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}^s}{\partial t} = \sigma \vec{E}^p + \nabla \times \left( \left( \frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu} \right) \nabla \times \vec{A}^p \right). \quad (2)$$

Вектор-потенциал  $\vec{A}^s$  связан с  $\vec{E}^s$  соотношением  $\vec{E}^s = -\frac{\partial \vec{A}^s}{\partial t}$ , а с  $\vec{B}^s$  – соотношением  $\vec{B}^s = \nabla \times \vec{A}^s$  (аналогично и вектор-потенциал  $\vec{A}^p$  связан с  $\vec{E}^p$  и  $\vec{B}^p$  соотношениями  $\vec{E}^p = -\frac{\partial \vec{A}^p}{\partial t}$  и  $\vec{B}^p = \nabla \times \vec{A}^p$ ). В уравнении (2)  $\mu$  – магнитная проницаемость трехмерной среды;  $\mu_0$  – магнитная проницаемость вакуума;  $\sigma$  – удельная электрическая проводимость трехмерной среды. На удаленных границах  $\partial\Omega$  трехмерной расчетной области  $\Omega$  задаются нулевые касательные составляющие  $\vec{A}^s$ :

$$\vec{\mathbf{A}}^s \times \vec{\mathbf{n}} \Big|_{\partial\Omega} = \vec{\mathbf{0}}, \quad (3)$$

где  $\vec{\mathbf{n}}$  – нормаль к границе  $\partial\Omega$ . Вектор-потенциал  $\vec{\mathbf{A}}^p$  может быть рассчитан как аналитически (с использованием закона Био–Савара–Лапласа), так и численно в результате решения осесимметричной задачи [5, 22].

Эквивалентная вариационная формулировка для уравнения (2) имеет вид

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \frac{1}{\mu} (\nabla \times \vec{\mathbf{A}}^s) (\nabla \times \vec{\Psi}) d\Omega + \int_{\Omega} \sigma \frac{\partial \vec{\mathbf{A}}^s}{\partial t} \vec{\Psi} d\Omega = \\ & = \int_{\Omega} \sigma \vec{\mathbf{E}}^p \cdot \vec{\Psi} d\Omega + \int_{\Omega} \left( \frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu} \right) (\nabla \times \vec{\mathbf{A}}^p) (\nabla \times \vec{\Psi}) d\Omega, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\vec{\Psi}(x, y, z)$  – пробная вектор-функция [22].

Решение  $\vec{\mathbf{A}}^s(x, y, z, t)$  ищется в виде

$$\vec{\mathbf{A}}^s = \sum_{i=1}^n q_i^s(t) \vec{\psi}_i(x, y, z), \quad (5)$$

где  $\vec{\psi}_i$  – базисные вектор-функции;  $n$  – их число (совпадающее с количеством нетерминальных ребер в трехмерной конечноэлементной сетке);  $q_i^s$  – искомые веса разложения  $\vec{\mathbf{A}}^s$  по базису  $\{\vec{\psi}_i\}$ . Принципы построения на неконформных сетках согласованных глобальных базисных вектор-функций из стандартных локальных edge-функций описаны в работе [17].

Подставляя соотношение (5) в уравнение (4) и заменяя пробную функцию  $\vec{\Psi}$  в уравнении (4) поочередно всеми базисными функциями  $\vec{\psi}_i$ , получаем систему линейных уравнений

$$\mathbf{G}\mathbf{q}^s + \mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{q}^s}{\partial t} = \mathbf{f}, \quad (6)$$

где компоненты матриц  $\mathbf{G}$  и  $\mathbf{M}$  и вектора правой части  $\mathbf{f}$  определяются соотношениями

$$G_{ij} = \int_{\Omega} \frac{1}{\mu} (\nabla \times \vec{\psi}_i) (\nabla \times \vec{\psi}_j) d\Omega, \quad M_{ij} = \int_{\Omega} \sigma \vec{\psi}_i \cdot \vec{\psi}_j d\Omega, \quad (7)$$

$$f_i = \int_{\Omega} \sigma \vec{\mathbf{E}}^p \cdot \vec{\psi}_i d\Omega + \int_{\Omega} \left( \frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu} \right) (\nabla \times \vec{\mathbf{A}}^p) (\nabla \times \vec{\psi}_i) d\Omega. \quad (8)$$

Функции  $\vec{\mathbf{E}}^p(x, y, z, t)$  и  $\vec{\mathbf{A}}^p(x, y, z, t)$ , характеризующие первичное поле, также представляются в виде линейных комбинаций базисных вектор-функций  $\vec{\psi}_i$ :

$$\vec{\mathbf{E}}^p = \sum_{i=1}^n q_i^p(t) \vec{\psi}_i(x, y, z), \quad \vec{\mathbf{A}}^p = \sum_{i=1}^n q_i^{ap}(t) \vec{\psi}_i(x, y, z), \quad (9)$$

где веса  $q_i^p$  являются значениями касательной компоненты  $\vec{\mathbf{E}}^p$  на соответствующих ребрах конечноэлементной сетки, а веса  $q_i^{ap}$  – значениями касательной компоненты  $\vec{\mathbf{A}}^p$ . В этом случае вектор правой части  $\mathbf{f}$  системы уравнений (6) может быть вычислен в виде  $\mathbf{f} = \mathbf{M}\mathbf{q}^p + \vec{\mathbf{G}}\mathbf{q}^{ap}$ , где  $\vec{\mathbf{G}}$  – это матрица с компонентами

$$\vec{G}_{ij} = \int_{\Omega} \left( \frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu} \right) (\nabla \times \bar{\psi}_i) \cdot (\nabla \times \bar{\psi}_j) d\Omega. \quad (10)$$

Для повышения вычислительной эффективности при реализации представленной математической модели используется так называемое группирование подзадач, каждая из которых соответствует одному положению источника в пространстве и одному временному слою. Подзадачи объединяются в группу так, что получаемая в результате аппроксимации по пространству и времени матрица системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) является одинаковой. В этом случае при использовании для ее решения прямых методов наиболее вычислительно затратная операция, связанная с разложением матрицы СЛАУ на треугольные сомножители, выполняется только один раз сразу для всех подзадач из группы, а дополнительные вычислительные затраты для каждой подзадачи будут определяться только затратами на решение двух СЛАУ с треугольными матрицами-сомножителями. Группирование по пространству осуществляется путем использования (построения) единой конечноэлементной сетки для группы положений источника (см., например, работы [7, 17, 19]).

Аппроксимацию по времени мы будем выполнять с использованием многослойных неявных схем [12, 13, 22, 27, 29], и поэтому для группирования по времени необходимо использование специальной временной сетки, которая представляет собой объединение временных подынтервалов, внутри которых используется постоянный по времени шаг.

Так, после применения трехслойной неявной схемы для аппроксимации производных  $\frac{\partial \mathbf{q}^s}{\partial t}$  в системе уравнений (6), получим

$$\mathbf{G}\mathbf{q}^{s,j} + \frac{3}{2\delta t_j} \mathbf{M}\mathbf{q}^{s,j} = \mathbf{f}^j - \frac{1}{2\delta t_j} \mathbf{M}\mathbf{q}^{s,j-2} + \frac{2}{\delta t_j} \mathbf{M}\mathbf{q}^{s,j-1}, \quad (11)$$

где  $\delta t_j$  – шаг по времени на соответствующем подынтервале временной сетки, а  $\mathbf{q}^{s,j}$ ,  $\mathbf{q}^{s,j-1}$  и  $\mathbf{q}^{s,j-2}$  – значения вектора весов  $\mathbf{q}$  на текущем ( $j$ -м) и двух предыдущих временных шагах. При этом если текущий шаг ( $j$ -й) является первым шагом в очередном подынтервале постоянного шага временной сетки, то вместо  $\mathbf{q}^{s,j-2}$  берется значение  $\mathbf{q}^{s,j-k-1}$  в момент времени  $t_{j-k-1}$ , где  $k$  – целое число, которое определяет увеличение шага сетки на текущем временном подынтервале относительно предыдущего.

Для задания рельефа дневной поверхности и изогнутых границ между слоями геоэлектрической модели используются наборы точек  $\{x_p, y_p, z_p\}_m$ , где  $m$  – номер соответствующей поверхности (поверхность Земли, границы между слоями). По этим наборам строятся определяющие рельеф поверхности Земли и форму

границ между слоями сплайны  $Z_m(x, y)$  с использованием эрмитовых кусочно-бикубических базисных функций [22].

Для построения конечноэлементных аппроксимаций используются неконформные конечноэлементные сетки с ячейками в виде шестигранников. Построение таких сеток, в свою очередь, выполняется следующим образом. Сначала строятся псевдорегулярные прямоугольные сетки в шаблонных координатах  $\{\xi, \eta, \zeta\}$  с оптимизацией числа узлов (в результате чего в сетке появляются так называемые терминальные (висячие) узлы [5, 17, 19–22]) по четырехэтапному алгоритму, который представлен в работе [17]. Затем выполняется их отображение в реальные координаты с необходимыми деформациями с использованием функций  $Z_m(x, y)$ .

В соответствии с принципами метода конечных элементов глобальные матрицы  $\mathbf{G}$ ,  $\mathbf{M}$  и  $\bar{\mathbf{G}}$  собираются из локальных матриц конечных элементов  $\hat{\mathbf{G}}^e$ ,  $\hat{\mathbf{M}}^e$  и  $\hat{\bar{\mathbf{G}}}^e$ . Для расчета локальных матриц на шестиграннике  $\Omega_e$  вводится шаблонный (мастер-) элемент  $\Omega^{ME} = [-1, 1] \times [-1, 1] \times [-1, 1]$ , на котором стандартным образом вводятся вектор-функции (edge-функции)  $\hat{\varphi}_i$ . Отображение шаблонного элемента  $\Omega^{ME}$  в шестигранник  $\Omega_e$  (ячейку конечноэлементной сетки) определяется в виде:

$$x = \sum_{i=1}^8 \hat{\varphi}_i(\xi, \eta, \zeta) \hat{x}_i, \quad y = \sum_{i=1}^8 \hat{\varphi}_i(\xi, \eta, \zeta) \hat{y}_i, \quad z = \sum_{i=1}^8 \hat{\varphi}_i(\xi, \eta, \zeta) \hat{z}_i, \quad (12)$$

где  $\{\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{z}_i\}$  – координаты вершин шестигранника  $\Omega_e$ ,  $\hat{\varphi}_i(\xi, \eta, \zeta)$  – стандартные скалярные трilinearные базисные функции, определенные на шаблонном элементе  $\Omega^{ME}$  (каждая функция  $\hat{\varphi}_i(\xi, \eta, \zeta)$  является произведениями трех линейных одномерных функций  $\xi$ ,  $\eta$  и  $\zeta$  вида  $W_-(\vartheta) = \frac{1-\vartheta}{2}$  или  $W_+(\vartheta) = \frac{1+\vartheta}{2}$  и равна единице в одной вершине  $\Omega^{ME}$ , которая отображается в узел  $(\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{z}_i)$ , и нулю в остальных вершинах).

Локальные базисные вектор-функции  $\hat{\psi}_i$  на произвольном шестиграннике  $\Omega_e$  определяются через вектор-функции формы (edge-функции) шаблонного элемента  $\Omega^{ME}$  в виде

$$\hat{\psi}_i(x, y, z) = \mathbf{J}^{-1} \hat{\varphi}_i(\xi(x, y, z), \eta(x, y, z), \zeta(x, y, z)), \quad i = 1, \dots, 12, \quad (13)$$

где  $\mathbf{J}(\xi(x, y, z), \eta(x, y, z), \zeta(x, y, z))$  – матрица отображения (12)  $\Omega^{ME}$  в  $\Omega_e$ .

С учетом (13) и (7)–(10) выражения для расчета компонент локальных матриц принимают вид

$$\hat{G}_{ij} = \int_{\Omega_e} \frac{1}{\mu} \text{rot } \hat{\psi}_i \cdot \text{rot } \hat{\psi}_j d\Omega = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{1}{\mu} \frac{1}{|\mathbf{J}|} (\mathbf{J}^T \text{rot } \hat{\varphi}_i) \cdot (\mathbf{J}^T \text{rot } \hat{\varphi}_j) d\xi d\eta d\zeta,$$

$$\hat{M}_{ij} = \int_{\Omega_e} \sigma \hat{\psi}_i \cdot \hat{\psi}_j d\Omega = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \sigma (\mathbf{J}^{-1} \hat{\varphi}_i) \cdot (\mathbf{J}^{-1} \hat{\varphi}_j) |\mathbf{J}| d\xi d\eta d\zeta,$$

$$\hat{G}_{ij} = \int_{\Omega_e} \left( \frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu} \right) \text{rot } \hat{\psi}_i \cdot \text{rot } \hat{\psi}_j d\Omega =$$

$$= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left( \frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu} \right) \frac{1}{|J|} (\mathbf{J}^T \text{rot } \hat{\varphi}_i) \cdot (\mathbf{J}^T \text{rot } \hat{\varphi}_j) d\xi d\eta d\zeta,$$

где  $|J| = \det \mathbf{J}$ .

Техника сборки глобальных матриц из локальных с учетом принципов построения согласованных глобальных базисных вектор-функций на неконформных сетках описана в работе [17].

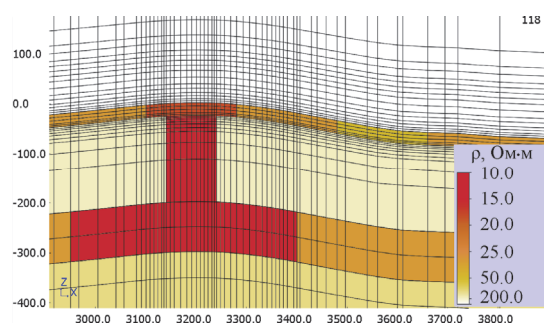
## 2. Результаты численных экспериментов

Сравнительный анализ численных решений, получаемых на регулярных и соответствующих им (т. е. с таким же шагом в областях локального сгущения) неконформных сетках, а также сравнительный анализ вычислительной эффективности проводился для трехмерной многослойной геоэлектрической модели, содержащей целевой объект трубчатой формы, перекрытый латерально неоднородным верхним слоем, в условиях существенного перепада высот рельефа дневной поверхности. Геоэлектрическая модель была построена как результат обобщения результатов интерпретации практических данных аэроэлектроразведки на нескольких участках.

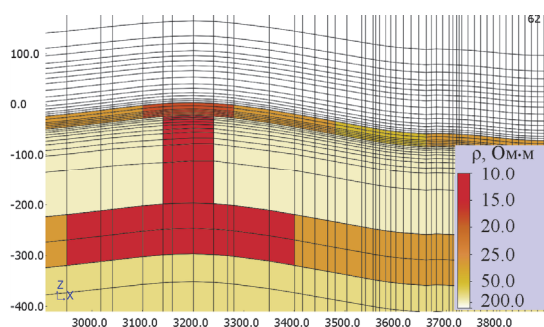
На рис. 1 представлены сечения конечноэлементных сеток плоскостью  $y = \text{const}$ , пересекающей целевой объект и часть неоднородностей верхнего и нижнего слоев, для двух групп положений приемно-генераторных установок. На рисунках слева показаны конечноэлементные сетки для группы, расположенной над целевым объектом – значения координаты  $x$  (направленной вдоль профиля) для этих положений лежат в диапазоне от 3160 до 3320 м. На рисунках справа показаны сетки для группы положений приемно-генераторной установки, у которых значения координаты  $x$  лежат в диапазоне от 3650 до 3820 м. При этом в верхнем ряду рисунков представлены регулярные сетки, в которых сгущение выполнено в области расположения приемно-генераторных установок группы, а в нижнем ряду – соответствующие этим сеткам нерегулярные неконформные сетки, в которых в районе расположения приемно-генераторных установок размеры ячеек совпадают с размерами ячеек регулярных сеток.

На рис. 2, а показаны графики сигналов электромагнитного поля, рассчитанные вдоль профиля на различных временах после выключения импульса в источнике: 0.08, 0.12, 0.2, 0.312, 0.6 мс (расчет выполнялся в диапазоне от 0.01 до 10 мс). При этом светлыми линиями (со значками в виде ромбиков) показаны графики сигналов, рассчитанные для модели с целевым объектом (рис. 1), и, для сравнения (чтобы показать влияние целевого объекта), темными линиями (со значками в виде треугольничков) представлены графики сигналов без целевого объекта. На рис. 2 представлены отклонения решений (сигналов в приемнике), полученных на нерегулярных сетках, от решений, полученных на соответствующих регулярных сетках, вдоль профиля на пяти рассматриваемых временах для модели с целевым объектом.

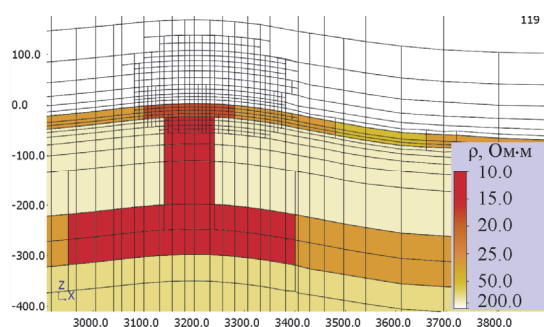
Из представленных результатов видно, что отличие численных решений, полученных на регулярных и нерегулярных сетках, не превышает 1.5 %, а в среднем составляет порядка 0.5%. При этом влияние целевого объекта составляет порядка 30 %.



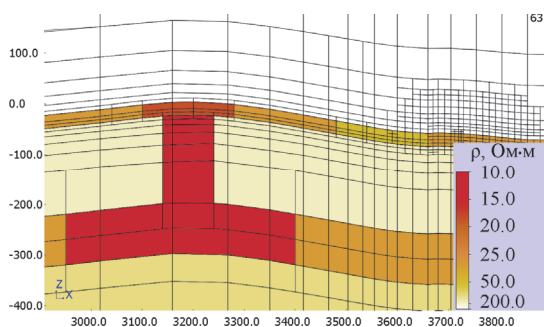
а



б



в



г

Рис. 1 – Регулярные (а, б) и соответствующие нерегулярные неконформные (в, г) конечноэлементные сетки  
 Fig. 1 – Regular (a, b) and corresponding irregular non-conforming (c, d) finite-element meshes

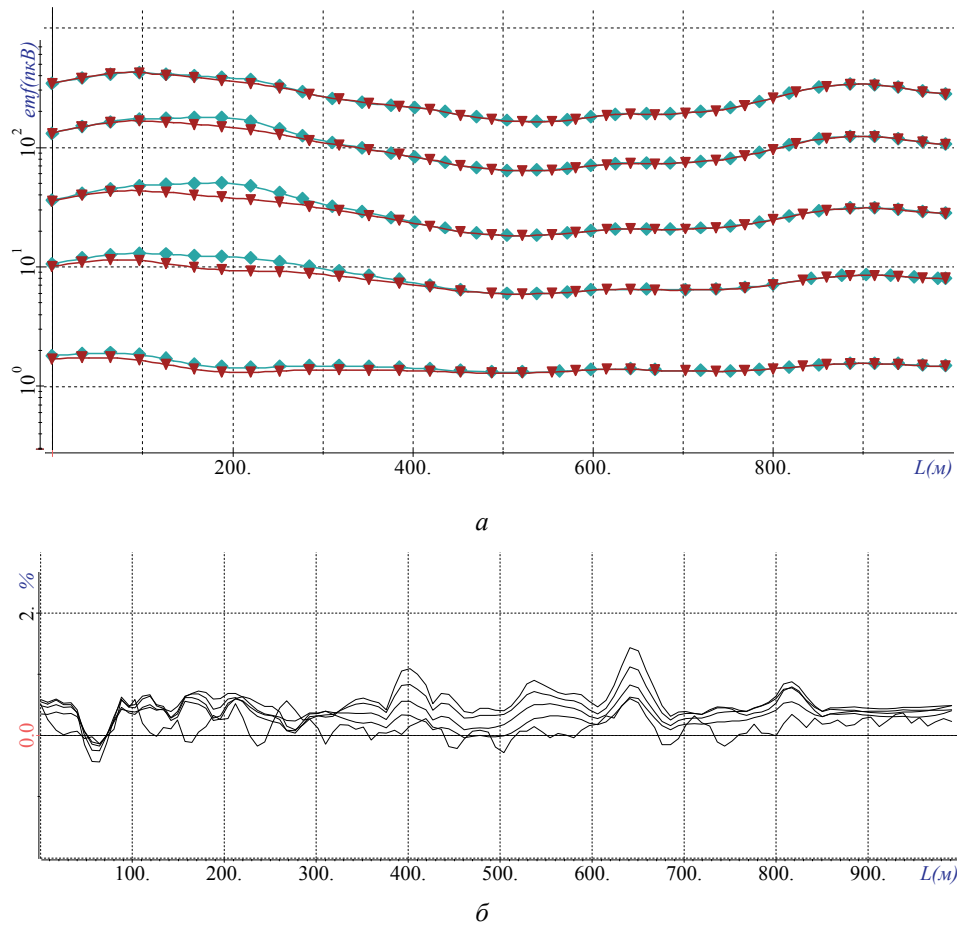


Рис. 2 – Графики сигналов аэросистемы вдоль профиля на различных временных каналах для геоэлектрической модели, содержащей целевой объект (светлые кривые с ромбиками), и не содержащей целевой объект (темные кривые с треугольничками) (а), и графики отклонений решений, полученных на неконформных и регулярных сетках (б)

Fig. 2. The plots of the aerosystem signals along the profile in different time channels for the geoelectrical model with a target object (light curves with rhombus) and without a target object (dark curves with triangles) (a) and the deviations of the results obtained on the non-conforming meshes from the those obtained on the regular ones (b)

Таким образом, можно заключить, что отклонения решений на регулярных и нерегулярных сетках являются несущественными для практики.

Проанализируем теперь вычислительные затраты, которые требовались для получения численного решения на регулярных и нерегулярных сетках. Численные эксперименты проводились на четырехъядерном компьютере с процессором Intel Core i7-3770К CPU 3.5 ГГц и 16 Гб оперативной памяти. В табл. 1 и 2 приведены характеристики конечноэлементных сеток (число степеней свободы для нерегулярной сетки определяется количеством нетерминальных ребер в ней) для различных групп, которые отличаются местоположением и количеством одновременно рассчитываемых положений приемно-генераторных установок, и соответствующее время счета для группы в целом и в пересчете на одно положение. Заметим, что приведенные в таблицах значения времени, требуемые для расчета одного положения, получены делением общего времени счета

на количество положений в группе. При этом расчет для группы, фактически содержащей одно положение, требует существенно больше времени и в среднем составил для регулярных сеток 503 с, а для нерегулярных – 66.5 с. Этот факт свидетельствует о том, что при использовании прямого решателя оптимальное группирование по пространству позволяет снизить вычислительные затраты более чем на порядок.

Особо заметим, что при использовании эффективных итерационных решателей вычислительные затраты, требуемые на расчет даже одного положения приемно-генераторной установки, в 2–3 раза выше, чем при использовании прямого решателя с группированием по временам (причем при использовании итерационных решателей шаг сетки по времени увеличивали плавно, и поэтому в ней было примерно в 1.5–2 раза меньше временных слоев).

В табл. 1 и 2 представлены вычислительные затраты для трех групп положений приемно-генераторной установки с существенно различающимся числом положений в группе (43, 33, 19). Сравнительный анализ этих вычислительных затрат позволяет сделать вывод, что использование неконформных сеток дает возможность сократить вычислительные затраты в 8–9 раз по сравнению с использованием регулярных сеток.

Таблица 1 / Table 1

**Размеры регулярных сеток и вычислительные затраты для них**

**The sizes of regular meshes and the computational costs**

№ группы	Число узлов	Число степеней свободы	Количество положений в группе	Общее время расчета группы, с	Время расчета на одно положение, с
17	215 025	634 108	43	2046	47.6
23	202 616	597 202	33	1825	55.3
24	170 240	501 184	19	1103	58

Таблица 2 / Table 2

**Размеры неконформных сеток и вычислительные затраты для них**

**The sizes of non-conforming meshes and their computational costs**

№ группы	Число узлов	Число степеней свободы	Количество положений в группе	Общее время расчета группы, с	Время расчета на одно положение, с
17	34 610	84 092	43	235	5.5
23	34 080	82 129	33	201	6.1
24	32 266	78 607	19	141	7.4

**Заключение**

Вычислительные эксперименты, проведенные для геоэлектрической модели, типичной для условий применения технологий аэроэлектроразведки, показали, что применение неконформных сеток с ячейками гибкой (адаптирующейся под изогнутые границы изучаемой среды) формы совместно с пространственно-временным группированием подзадач и использованием прямых решателей СЛАУ позволяет сократить вычислительные затраты практически на два порядка: более чем на порядок за счет группирования подзадач и почти на порядок за счет использования нерегулярных (неконформных) сеток. При этом вычислительные затраты на расчет сигналов для одного положения приемно-генераторной установки с использованием рассмотренных в данной работе методов примерно



в 30 раз ниже по сравнению с приведенными в работе [18], где применялось только группирование по времени, а в качестве ячеек гибкой формы были использованы тетраэдры (для описания рельефа поверхности Земли).

Полученные результаты делают возможным создание вычислительно эффективных процедур 3D-обработки данных аэроэлектроразведки, позволяющих выявлять в существенно неоднородных средах локальные поисковые объекты, дающие относительно небольшие отклики.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Kaminski V., Prikhodko A., Oldenburg D.** Using ERA low frequency E-field profiling and UBC 3D frequency-domain inversion to delineate and discover a mineralized zone in Porcupine district, Ontario, Canada // SEG Technical Program Expanded Abstracts. – 2011. – Vol. 30 (1). – P. 1262–1266. – doi: 10.1190/1.3627433.
2. Parametric 3D inversion of airborne time domain electromagnetic / M.S. McMillan, D.W. Oldenburg, E. Haber, C. Schwarzbach // ASEG Extended Abstracts. – 2015. – Vol. 2015 (1). – P. 1–5. – doi: 10.1071/ASEG2015ab101.
3. Математический аппарат и программное обеспечение конечноэлементного 3D-моделирования для сопровождения электромагнитных методов инженерной геофизики / Ю.Г. Соловейчик, М.Г. Персова, Д.В. Вагин, П.А. Домников, О.С. Трубачева // Инженерные изыскания. – 2015. – № 10–11. – С. 54–59.
4. **Тригубович Г.М., Персова М.Г., Саленко С.Д.** Аэрогеофизические вертолетные платформы серии «Импульс» для поисково-оценочных исследований // Приборы и системы разведочной геофизики. – 2006. – Т. 16, № 2. – С. 18–21.
5. Transient electromagnetic modelling of an isolated wire loop over a conductive medium / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, G.M. Trigubovich, D.V. Vagin, P.A. Domnikov // Geophysical Prospecting. – 2014. – Vol. 62 (5). – P. 1193–1201. – doi: 10.1111/1365-2478.12122.
6. **Yang D., Oldenburg D.W.** Three-dimensional inversion of airborne time-domain electromagnetic data with applications to a porphyry deposit // Geophysics. – 2012. – Vol. 77, N 2. – P. B23–B34. – doi: 10.1190/geo2011-0194.1.
7. **Oldenburg D.W., Haber E., Shekhtman R.** Three dimensional inversion of multisource time domain electromagnetic data // Geophysics. – 2013. – Vol. 78 (1). – P. E47–E57. – doi: 10.1190/geo2012-0131.1.
8. **Liu Y., Yin C.** 3D inversion for multipulse airborne transient electromagnetic data // Geophysics. – 2015. – Vol. 81 (6). – P. E401–E408. – doi: 10.1190/geo2015-0481.1.
9. Geometrical nonlinear 3D inversion of airborne time domain EM data / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, Y.I. Koshkina, D.V. Vagin, O.S. Trubacheva // Near Surface Geoscience 2016 – First Conference on Geophysics for Mineral Exploration and Mining. Extended abstract. – Barcelona, 2016. – doi: 10.3997/2214-4609.201602114.
10. Methods and software to perform 3D-inversion of the airborne electrical prospecting data in time domain / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, E.I. Simon, Y.I. Koshkina, T.B. Epanchintseva // Geophysics 2015 – 11th EAGE International Scientific and Practical Conference and Exhibition on Engineering and Mining Geophysics, Gelendzhik, 20–24 April, 2015. – Gelendzhik, 2015. – P. 51DUMMY. – doi: 10.3997/2214-4609.201412271.
11. Математическое моделирование при разработке технологий для метода вызванной поляризации / В.С. Моисеев, М.Э. Рояк, Ю.Г. Соловейчик, М.Г. Персова, М.Г. Токарева // Сибирский журнал индустриальной математики. – 1999. – Т. 2, № 2. – С. 135–146.
12. **Соловейчик Ю.Г., Персова М.Г., Тригубович Г.М.** Математическое моделирование процесса становления осесимметричного поля вертикальной электрической линии // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2003. – Т. 6, № 2. – С. 107–125.
13. Конечноэлементное моделирование электромагнитного поля для кругового электрического диполя в трехмерных средах / Ю.Г. Соловейчик, М.Г. Персова, М.Э. Рояк, Г.М. Тригубович // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2004. – Т. 7, № 1. – С. 114–129.

14. **Персова М.Г., Соловейчик Ю.Г., Абрамов М.В.** Конечноэлементное моделирование геоэлектромагнитных полей, возбуждаемых горизонтальной электрической линией // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2009. – Т. 12, № 4. – С. 106–119.
15. О подходе к выполнению 3D-инверсий данных зондирований нестационарным электромагнитным полем на основе конечноэлементного моделирования / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, Д.В. Вагин, М.Г. Токарева, А.В. Чернышев // Научный вестник НГТУ. – 2011. – № 2. – С. 97–106.
16. Методы и алгоритмы восстановления трехмерной структуры проводимости и поляризуемости среды по данным электромагнитных зондирований на основе конечноэлементного 3D-моделирования / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, Г.М. Тригубович, М.Г. Токарева // Физика Земли. – 2013. – Т. 3. – С. 30–45.
17. Finite element solution to multidimensional multisource electromagnetic problems in the frequency domain using non-conforming meshes / Y.G. Soloveichik, M.G. Persova, P.A. Domnikov, Y.I. Koshkina, D.V. Vagin // Geophysical Journal International. – 2018. – Vol. 212 (3). – P. 2159–2193. – doi: 10.1093/gji/ggx530.
18. 3D time-domain airborne EM forward modeling with topography / C. Yin, Y. Qi, Y. Liu, J. Cai // Journal of Applied Geophysics. – 2016. – Vol. 134. – P. 11–22.
19. **Haber E., Schwarzbach C.** Parallel inversion of large-scale airborne time-domain electromagnetic data with multiple OcTree meshes // Inverse Problems. – 2014. – Vol. 30, N 5. – P. 055011. – doi: 0266-5611/14/055011.
20. **Grayver A.V.** Parallel three-dimensional magnetotelluric inversion using adaptive finite-element method. Part I: theory and synthetic study // Geophysical Journal International. – 2015. – Vol. 202, N 1. – P. 584–603. – doi: 10.1093/gji/ggv165.
21. **Соловейчик Ю.Г., Токарева М.Г., Персова М.Г.** Решение трехмерных стационарных задач электроразведки на нерегулярных параллелепипедальных сетках // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2004. – № 1 (17). – С. 22–33.
22. **Соловейчик Ю.Г., Рояк М.Э., Персова М.Г.** Метод конечных элементов для решения скалярных и векторных задач. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007. – 896 с.
23. **Mukherjee S., Everett M.E.** 3D controlled-source electromagnetic edge-based finite element modeling of conductive and permeable heterogeneities // Geophysics. – 2011. – Vol. 76 (4). – P. F215–F226. – doi: 10.1190/1.3571045.
24. A finite element multifrontal method for 3D CSEM modeling in the frequency domain / N.V. Da Silva, J.V. Morgan, L. MacGregor, M. Warner // Geophysics. – 2012. – Vol. 77. – P. E101–E115. – doi: 10.1190/geo2010-0398.1.
25. **Grayver A.V., Streich R., Ritter O.** Three-dimensional parallel distributed inversion of CSEM data using a direct forward solver // Geophysical Journal International. – 2013. – Vol. 193. – P. 1432–1446. – doi: 10.1093/gji/ggt055.
26. Методы и алгоритмы конечноэлементного моделирования геоэлектромагнитных полей от произвольно ориентированных катушек / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, Д.В. Вагин, П.А. Домников, Ю.И. Кошкина // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2014. – № 1 (22). – С. 123–134.
27. Application of the marine circular electric dipole method in high latitude Arctic regions using drifting ice floes / V. Mogilatov, M. Goldman, M. Persova, Y. Soloveichik, Y. Koshkina, O. Trubacheva, A. Zlobinskiy // Journal of Applied Geophysics. – 2016. – Vol. 135. – P. 17–31. – doi: 10.1016/j.jappgeo.2016.08.007.
28. Comparison of approaches and the software for 3D finite element modeling of harmonic electromagnetic fields / D.S. Kiselev, M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, Y.I. Koshkina, D.V. Vagin, E.I. Simon // 13th International Scientific-Technical Conference on Actual Problems of Electronics Instrument Engineering proceedings (APEIE-2016), Novosibirsk, 03–06 October 2016. – Novosibirsk, 2016. – Vol. 2. – P. 255–258.
29. **Кошкина Ю.И.** Моделирование процесса распространения упругих волн в осесимметричной среде // Актуальные проблемы электронного приборостроения: материалы XI международной конференции: АПЭП-2012, Новосибирск, 02–04 октября 2012 г.: в 7 т. – Новосибирск, 2012. – Т. 6. – С. 89–93. – doi: 10.1109/APEIE.2012.6629059.

**APPLICATION OF NON-CONFORMING MESHES  
WITH HEXAHEDRAL CELLS FOR 3D MODELLING  
OF AIRBORNE ELECTROMAGNETIC TECHNOLOGIES**

**Persova M.G., Soloveichik Y.G., Vagin D.V., Kiselev D.S.,  
Kondratyev N.V., Koshkina Y.I., Trubacheva O.S.**  
*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

The paper is devoted to the development of methods of numerical 3D modeling of airborne electromagnetic technologies, which make it possible to increase the computational effectiveness of solving the corresponding direct problems in complex geological media with incurved surfaces of layers and local inhomogeneities when the number of transmitter-receiver positions is very big, about several thousands. The methods are based on the use of non-conforming hexahedral non-rectangular cells which allow a highly accurate description of incurved surfaces of the medium studied, space-time grouping of the problems, and direct solvers of linear algebraic equation systems. We present a comparative analysis of the numerical solutions obtained on regular and corresponding (with the same step-size in the subdomains of local refinements) non-conforming meshes, as well as a comparative analysis of computational effectiveness for the 3D multilayered geoelectrical model containing a target object which has a tube-like shape and is covered by a lateral inhomogeneous layer under significant changes in height of the surface relief. Numerical experiments are performed for the geoelectrical model, which is typical of the application of airborne electromagnetic technologies. The results of these experiments show that the methods proposed make it possible to lower computational costs approximately by two orders – more than an order due to grouping the problems and approximately by an order due to the use of non-regular non-conforming meshes.

*Keywords:* Airborne electromagnetic survey, finite element method, 3D modeling, non-conforming meshes, electromagnetic field.

DOI: 10.17212/1727-2769-2018-1-64-79

REFERENCES

1. Kaminski V., Prikhodko A., Oldenburg D. Using ERA low frequency E-field profiling and UBC 3D frequency-domain inversion to delineate and discover a mineralized zone in Porcupine district, Ontario, Canada. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, 2011, vol. 30 (1), pp. 1262–1266. doi: 10.1190/1.3627433.
2. McMillan M.S., Oldenburg D.W., Haber E., Schwarzbach C. Parametric 3D inversion of airborne time domain electromagnetics. *ASEG Extended Abstracts*, 2015, vol. 2015 (1), pp. 1–5. doi: 10.1071/ASEG2015ab101.
3. Soloveichik Yu.G., Persova M.G., Vagin D.V., Domnikov P.A., Trubacheva O.S. Matematicheskii apparat i programnoe obespechenie konechnoelementnogo 3D-modelirovaniya dlya soprovozhdeniya elektromagnitnykh metodov inzhenernoi geofiziki [Mathematical apparatus and software of 3D finite element modeling for supporting electromagnetic methods of engineering geophysics]. *Inzhenernye izyskaniya – Engineering Surveys*, 2015, no. 10–11, pp. 54–59.
4. Trigubovich G.M., Persova M.G., Salenko S.D. Aerogeofizicheskie vertoletnye platformy serii "Impul's" dlya poiskovo-otsenochnykh issledovaniy [Aerogeophysical helicopter platforms of the Impulse series for search and evaluation studies]. *Pribory i sistemy razvedochnoi geofiziki – Devices and Systems of Exploration Geophysics*, 2006, vol. 16, no. 2, pp. 18–21.
5. Persova M.G., Soloveichik Y.G., Trigubovich G.M., Vagin D.V., Domnikov P.A. Transient electromagnetic modelling of an isolated wire loop over a conductive medium. *Geophysical Prospecting*, 2014, vol. 62 (5), pp. 1193–1201. doi: 10.1111/1365-2478.12122.
6. Yang D., Oldenburg D.W. Three-dimensional inversion of airborne time-domain electromagnetic data with applications to a porphyry deposit. *Geophysics*, 2012, vol. 77, no. 2, pp. B23–B34. doi: 10.1190/geo2011-0194.1.
7. Oldenburg D.W., Haber E., Shekhtman R. Three dimensional inversion of multisource time domain electromagnetic data. *Geophysics*, 2013, vol. 78 (1), pp. E47–E57. doi: 10.1190/geo2012-0131.1.

8. Liu Y., Yin C. 3D inversion for multipulse airborne transient electromagnetic data. *Geophysics*, 2015, vol. 81 (6), pp. E401–E408. doi: 10.1190/geo2015-0481.1.
9. Persova M.G., Soloveichik Y.G., Koshkina Y.I., Vagin D.V., Trubacheva O.S. Geometrical nonlinear 3D inversion of airborne time domain EM data. *Near Surface Geoscience 2016 – First Conference on Geophysics for Mineral Exploration and Mining. Extended abstract*, Barcelona, Spain, 2016. doi: 10.3997/2214-4609.201602114.
10. Persova M.G., Soloveichik Y.G., Simon E.I., Koshkina Y.I., Epanchintseva T.B. Methods and software to perform 3D-inversion of the airborne electrical prospecting data in time domain. *Geophysics 2015 – 11th EAGE International Scientific and Practical Conference and Exhibition on Engineering and Mining Geophysics*, Gelendzhik, 20–24 April 2015, p. 51DUMMY. doi: 10.3997/2214-4609.201412271.
11. Moiseev V.S., Royak M.E., Soloveichik Y.G., Persova M.G., Tokareva M.G. Matematicheskoe modelirovanie pri razrabotke tekhnologii dlya metoda vyzvannoi polarizatsii [Mathematical modeling in the development of technologies for the method of induced polarization]. *Sibirskii zhurnal industrial'noi matematiki – Journal of Applied and Industrial Mathematics*, 1999, vol. 2, no. 2, pp. 135–146. (In Russian).
12. Soloveichik Y.G., Persova M.G., Trigubovich G.M. Matematicheskoe modelirovanie protsessa stanovleniya osesimmetrichnogo polya vertikal'noi elektricheskoi linii [Mathematical modeling of the processes of axisymmetric field by the vertical electric line]. *Sibirskii zhurnal industrial'noi matematiki – Journal of Applied and Industrial Mathematics*, 2003, vol. 6, no. 2, pp. 107–125. (In Russian).
13. Soloveichik Y.G., Persova M.G., Royak M.E., Trigubovich G.M. Konechnoelementnoe modelirovanie elektromagnitnogo polya dlya krugovogo elektricheskogo dipolya v trekhmernykh sredakh [Finite element modeling of the electromagnetic field for a circular electric dipole in three-dimensional media]. *Sibirskii zhurnal industrial'noi matematiki – Journal of Applied and Industrial Mathematics*, 2004, vol. 7, no. 1, pp. 114–129. (In Russian).
14. Persova M.G., Soloveichik Y.G., Abramov M.V. Konechnoelementnoe modelirovanie geoelektromagnitnykh polei, vzbuzhdaemykh gorizonta'noi elektricheskoi liniei [Finite elements modeling of geomagnetic electric fields excited by a horizontal charged rod]. *Sibirskii zhurnal industrial'noi matematiki – Journal of Applied and Industrial Mathematics*, 2009, vol. 12, no. 4, pp. 106–119. (In Russian).
15. Persova M.G., Soloveichik Y.G., Vagin D.V., Tokareva M.G., Chernyshev A.V. O podkhode k vypolneniyu 3D-inversii dannykh zondirovaniya nestatsionarnym elektromagnitnym polem na osnove konechnoelementnogo modelirovaniya [On the approach to execution of 3D-inversions of data obtained by non-stationary electromagnetic fields sounding based on finite element modeling]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2011, no. 2, pp. 97–106.
16. Persova M.G., Soloveichik Y.G., Trigubovich G.M., Tokareva M.G. Methods and algorithms for reconstructing three-dimensional distributions of electric conductivity and polarization in the medium by finite-element 3D modeling using the data of electromagnetic sounding. *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, 2013, vol. 49 (3), pp. 329–343. doi: 10.1134/S1069351313030117. Translated from *Fizika Zemli*, 2013, vol. 3, pp. 30–45.
17. Soloveichik Y.G., Persova M.G., Domnikov P.A., Koshkina Y.I., Vagin D.V. Finite element solution to multidimensional multisource electromagnetic problems in the frequency domain using non-conforming meshes. *Geophysical Journal International*, 2018, vol. 212 (3), pp. 2159–2193. doi: 10.1093/gji/ggx530.
18. Yin C., Qi Y., Liu Y., Cai J. 3D time-domain airborne EM forward modeling with topography. *Journal of Applied Geophysics*, 2016, vol. 134, pp. 11–22.
19. Haber E., Schwarzbach C. Parallel inversion of large-scale airborne time-domain electromagnetic data with multiple OcTree meshes. *Inverse Problems*, 2014, vol. 30, no. 5, p. 055011. doi: 0266-5611/14/055011.
20. Grayver A.V. Parallel three-dimensional magnetotelluric inversion using adaptive finite-element method. Part I: theory and synthetic study. *Geophysical Journal International*, 2015, vol. 202, no. 1, pp. 584–603. doi: 10.1093/gji/ggv165.
21. Soloveichik Y.G., Tokareva M.G., Persova M.G. Reshenie trekhmernykh stacionarnykh zadach elektrorazvedki na neregulyarnykh paralelepipedal'nykh setkakh [The solution of

- three-dimensional stationary problems EM survey on irregular parallelepipedal grids]. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Bulletin of Irkutsk State Technical University*, 2004, no. 1 (17), pp. 22–33.
22. Soloveichik Y.G., Royak M.E., Persova M.G. *Metod konechnykh elementov dlya resheniya skalyarnykh i vektornykh zadach* [The finite element method for the solution of scalar and vector problems]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2007. 896 p.
  23. Mukherjee S., Everett M.E. 3D controlled-source electromagnetic edge-based finite element modeling of conductive and permeable heterogeneities. *Geophysics*, 2011, vol. 76 (4), pp. F215–F226. doi: 10.1190/1.3571045.
  24. Silva N.V. da, Morgan J.V., MacGregor L., Warner M. A finite element multifrontal method for 3D CSEM modeling in the frequency domain. *Geophysics*, 2012, vol. 77, pp. E101–E115. doi: 10.1190/geo2010-0398.1.
  25. Grayver A.V., Streich R., Ritter O. Three-dimensional parallel distributed inversion of CSEM data using a direct forward solver. *Geophysical Journal International*, 2013, vol. 193, pp. 1432–1446. doi: 10.1093/gji/ggt055.
  26. Persova M.G., Soloveichik Y.G., Vagin D.V., Domnikov P.A., Koshkina Y.I. Metody i algoritmy konechnoelementnogo modelirovaniya geoelektromagnitnykh polei ot proizvol'no orientirovannykh katushek [Methods and algorithms of finite element modeling of geomagnetic electric fields excited by arbitrarily oriented coils]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2014, no. 1 (22), pp. 123–134.
  27. Mogilatov V., Goldman M., Persova M., Soloveichik Y., Koshkina Y., Trubacheva O., Zlobinskiy A. Application of the marine circular electric dipole method in high latitude Arctic regions using drifting ice floes. *Journal of Applied Geophysics*, 2016, vol. 135, pp. 17–31. doi: 10.1016/j.jappgeo.2016.08.007.
  28. Kiselev D.S., Persova M.G., Soloveichik Y.G., Koshkina Y.I., Vagin D.V., Simon E.I. Comparison of approaches and the software for 3D finite element modeling of harmonic electromagnetic fields. *13th International Scientific-Technical Conference on Actual Problems of Electronics Instrument Engineering proceedings (APEIE-2016)*, IEEE, Novosibirsk, 03–06 October 2016, vol. 2, pp. 255–258.
  29. Koshkina Y.I. [The modeling of elastic waves propagation in an axisymmetric medium]. *Aktual'nye problemy elektronnoy priborostroeniya: materialy XI mezhdunarodnoi konferentsii: APEP-2012* [11th International conference on Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE-2012): proceedings], Novosibirsk, 2–4 October 2012, pp. 89–93. doi: 10.1109/APEIE.2012.6629059.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Персова Марина Геннадьевна** – родилась в 1978 году, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры прикладной математики Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: конечноэлементное моделирование электромагнитных полей в задачах геоэлектрики и электромеханики. Опубликовано более 150 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: persova@ami.nstu.ru).

**Persova Marina Gennad'evna** (b. 1978) – Doctor of Sciences (Eng.), professor, professor at the applied Mathematics department, Novosibirsk State Technical University. Her research interests are currently focused on the finite element simulation of electromagnetic fields in geoelectric and electromechanical problems. She is the author of more than 150 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: persova@ami.nstu.ru).



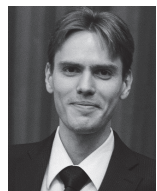
**Соловейчик Юрий Григорьевич** – родился в 1957 году, д-р техн. наук, профессор, член-корреспондент САН ВШ, заведующий кафедрой прикладной математики Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: конечноэлементное моделирование электромагнитных и тепловых полей. Опубликовано более 150 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: soloveichik@ami.nstu.ru).

**Soloveichik Yuri Grigorievich** (b. 1957) – Doctor of Sciences (Eng.), professor, head of the department of applied mathematics, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on finite element modeling of electromagnetic and heat fields. He is the author of more than 150 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: soloveychik@ami.nstu.ru).



**Вагин Денис Владимирович** – родился в 1985 году, канд. техн. наук, доцент кафедры прикладной математики Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: конечно-элементное моделирование электромагнитных полей. Опубликовано более 70 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: vdv\_wk@mail.ru).

**Vagin Denis Vladimirovich** (b. 1985) – Candidate of Sciences (Eng.), an associate professor at the department of applied mathematics, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on finite element modeling of electromagnetic fields. He is the author of more than 70 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: vdv\_wk@mail.ru).



**Киселев Дмитрий Сергеевич** – родился в 1990 году, ассистент кафедры прикладной математики Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: конечноэлементное моделирование. Опубликовано 20 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: harlequin\_00@mail.ru).

**Kiselev Dmitry Sergeevich** (b. 1990) – an assistant lecturer at the department of applied mathematics, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on finite element modeling. He is the author of 20 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: harlequin\_00@mail.ru).



**Кондратьев Николай Владимирович** – родился в 1991 году, аспирант кафедры прикладной математики Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: разработка и оптимизация параллельных программ решения СЛАУ, полученных в результате конечноэлементной аппроксимации в задачах электромагнетизма в системах с общей и разделяемой памятью. Опубликовано 7 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: kondratyev@ami.nstu.ru).

**Kondratyev Nikolay Vladimirovich** (b. 1991) – a postgraduate student at the department of applied mathematics (his research advisor is Yuri G. Soloveichik), Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on the development and optimizations of parallel programs, acceleration of numerical modeling on CPU and GPU devices, development and implementation of distributed calculation systems for numerical modeling. He is the author of 7 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: kondratyev@ami.nstu.ru).



**Кошкина Юлия Игоревна** – родилась в 1990 году, канд. техн. наук, ассистент кафедры прикладной математики Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: разработка и реализация алгоритмов интерпретации данных электромагнитных зондирований. Опубликовано 30 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: koshkina\_yui@mail.ru).

**Koshkina Yulia Igorevna** (b. 1990) – Candidate of Sciences (Eng.), an assistant lecturer at the department of applied mathematics, Novosibirsk State Technical University. Her research interests are currently focused on the development and implementation of algorithms for data interpretation of electromagnetic sounding. She is the author of 30 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: koshkina\_yui@mail.ru).



**Трубачева Ольга Сергеевна** – родилась в 1986 году, ассистент кафедры прикладной математики Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: решение обратных задач вызванной поляризации. Опубликовано 12 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: olga\_popova@mail.ru).

**Trubacheva Olga Sergeevna** (b. 1986) – an assistant lecturer at the department of applied mathematics, Novosibirsk State Technical University. Her research interests are currently focused on inverse problems of induced polarization. She is the author of 12 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: olga\_popova@mail.ru).

*Статья поступила 16 февраля 2018 г.*

*Received February 16, 2018*

---

To Reference:

Persova M.G., Soloveichik Y.G., Vagin D.V., Kiselev D.S., Kondratyev N.V., Koshkina Y.I., Trubacheva O.S. Primenenie nekonformnykh setok s shestigrannymi yacheikami dlya 3D-modelirovaniya tekhnologii aereoelktrorazvedki [Application of non-conforming meshes with hexahedral cells for 3D modelling of airborne electromagnetic technologies]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2018, no. 1 (38), pp. 64–79. doi: 10.17212/1727-2769-2018-1-64-79.

УДК 621.314.58

**АНАЛИЗ ПРОЦЕССОВ В СЕТИ С ИЗОЛИРОВАННОЙ НЕЙТРАЛЬЮ  
И ПОЛУПРОВОДНИКОВЫМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕМ  
ДЛЯ КОМПЕНСАЦИИ ЕМКОСТНЫХ ТОКОВ  
КОРОТКОГО ЗАМЫКАНИЯ**

**П.Н. Смирнов, С.А. Харитонов, Е.Б. Преображенский**  
*Новосибирский государственный технический университет*

Рассматривается возможность компенсации емкостных токов короткого замыкания с помощью полупроводникового преобразователя в сети среднего напряжения с изолированной нейтралью. Полупроводниковый преобразователь работает параллельно сети среднего напряжения и играет роль управляемого источника тока нулевой последовательности. В случае короткого замыкания преобразователем создается ток для компенсации емкостного тока короткого замыкания. Предложена математическая модель системы в базисе фазных переменных для анализа электрических процессов, происходящих в различных режимах сети. Математическая модель преобразователя представлена с помощью коммутационных функций в виде эквивалентных управляемых источников несинусоидального тока. В качестве примера рассмотрен режим однофазного «металлического» короткого замыкания с компенсацией емкостного тока. Получены аналитические соотношения для токов сети в режиме короткого замыкания с преобразователем.

*Ключевые слова:* сеть с изолированной нейтралью, компенсация емкостного тока, полупроводниковый преобразователь, анализ электрических процессов, математическое моделирование.

DOI: 10.17212/1727-2769-2018-1-80-93

### Введение

В нормальном режиме работы потенциал нейтральных точек относительно земли равен нулю и не влияет на величину линейных напряжений, а следовательно, и на работу потребителей [1]. В аварийных режимах работы технические и экономические показатели электрических сетей зависят от способа заземления нейтрали. Режимы нейтрали непосредственно влияют на такие параметры и процессы, как стоимость изоляции линии и оборудования, стоимость заземляющих устройств, возможность распространения повреждения на оборудование нагрузки при однофазных замыканиях на землю, надежность электроснабжения, возможность возникновения в сети опасных феррорезонансных и резонансных процессов, условия безопасности обслуживания электроустановок, реализацию и функционирование устройств защиты от замыканий на землю [2], величину тока в месте повреждения при однофазном замыкании на землю.

В мировой практике используются следующие способы заземления нейтрали сетей среднего напряжения:

- изолированная (незаземленная);
- глухозаземленная (непосредственно присоединенная к заземляющему контуру);

---

Исследование выполнено при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 годы» (Соглашение о предоставлении субсидии № 14.577.21.0198, уникальный идентификатор ПНИЭР – RFMEFI57715X0198).



- заземленная через дугогасящий реактор;
- заземленная через резистор (низкоомный или высокоомный);
- комбинированное заземление (через дугогасящий реактор и резистор).

В российской энергетике в режиме изолированной нейтрали работают сети 6, 10 и 35 кВ. Наиболее экономически выгодным режимом для сетей 6–35 кВ является режим изолированной нейтрали за счет возможности работы таких сетей в условиях однофазного короткого замыкания. Сети с напряжением 110 кВ и выше работают в режиме глухозаземленной нейтрали и отключаются в случае короткого замыкания устройствами релейной защиты.

Несмотря на возможность работы сети с изолированной нейтралью в условиях короткого замыкания, существует ряд причин, по которым режим однофазного замыкания на землю должен быть устранен:

- вероятность возникновения двухфазного короткого замыкания по причине увеличения напряжений на неповрежденных фазах до величины линейных (в  $\sqrt{3}$  раз);
- вероятность поражения электрическим током людей, находящихся вблизи точки замыкания (напряжение шага и касания);
- вероятность протекания однофазного короткого замыкания в виде электрической дуги, с дополнительными перенапряжениями и повреждениями оборудования.

Для устранения описанных проблем применяют режимы компенсированной нейтрали с заземлением через дугогасящий реактор или резистор. Однако, как показал опыт эксплуатации, заземление нейтрали через дугогасящий реактор обладает рядом недостатков, таких как:

- возникновение дуговых перенапряжений при значительной расстройке компенсации реактора;
- наличие механических частей, требующих постоянного обслуживания и отсутствие автоматических регуляторов для управления;
- большой расход электротехнических материалов (медь, электротехническая сталь), большие масса и габариты;
- необходимость применения специального устройства для генерации тестовых напряжений на нейтрали трансформатора (для определения величины текущей емкости).

В случае заземления нейтрали через высокоомный или низкоомный резистор главным недостатком является отключение присоединения при возникновении короткого замыкания. В последнее время популярным является комбинированное заземление нейтрали сети, но, как показано в [3], такое заземление не снижает уровень дуговых перенапряжений в сети в сравнении с заземлением через дугогасящий реактор, но обладает всеми недостатками описанных способов заземления.

Перечисленные недостатки указывают на то, что применяемые способы заземления нейтрали не отвечают современным технико-экономическим требованиям. Одним из перспективных направлений является исследование заземления нейтрали через полупроводниковый преобразователь. В публикациях [4, 5] делаются первые шаги для перехода сетей среднего напряжения к заземлению нейтрали через устройства силовой электроники. Структурная схема включения полупроводникового преобразователя представлена на рис. 1. При возникновении короткого замыкания на землю полупроводниковый преобразователь генерирует ток нулевой последовательности индуктивного характера, который компенсирует емкостную составляющую тока замыкания [6–9].

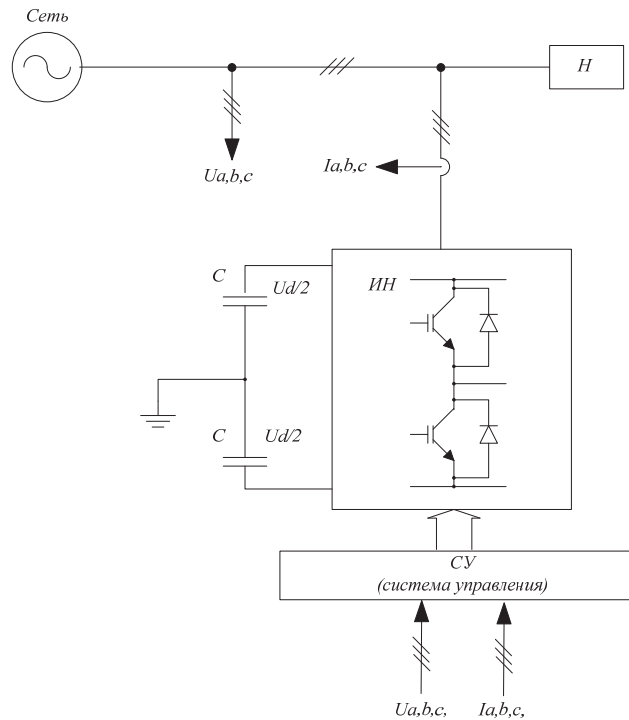


Рис. 1 – Структурная схема устройства

Fig. 1 – Block diagram of the device

В данной статье анализируется возможность компенсации емкостного тока короткого замыкания полупроводниковым преобразователем. Для анализа предлагается математическая модель сети с преобразователем, на основании которой получены аналитические выражения переходных процессов для токов в режиме короткого замыкания и в установившемся режиме.

### 1. Математическая модель сети с изолированной нейтралью

Математическая модель сети с изолированной нейтралью сформирована в базисе фазных переменных  $\vec{F} = [\vec{a} \ \vec{b} \ \vec{c}]$ . В сетях с изолированной нейтралью провода воздушных и кабельных сетей трехфазной системы связаны с землей через емкости и активные сопротивления изоляции, распределенные по длине линии. Параметры схемы замещения для получения предварительных результатов выбраны сосредоточенными. Эквивалентная схема сети с изолированной нейтралью представлена в виде источников трехфазного напряжения  $e_a, e_b, e_c$  (например, понижающий или повышающий трансформатор с соединением обмоток в звезду или треугольник) с внутренним индуктивным  $L_{ai}, L_{bi}, L_{ci}$  и активным  $r_{ai}, r_{bi}, r_{ci}$  сопротивлением,  $C_{ал}, C_{бл}, C_{сл}$  – емкость кабеля относительно земли,  $L_{ал}, L_{бл}, L_{сл}$  – индуктивное сопротивление кабеля,  $r_{ал}, r_{бл}, r_{сл}$  – активное сопротивление кабеля. В общем случае к сети подключено  $n$  нагрузок, представленных в виде противоЭДС  $e_{aн1} \dots e_{aнn}, e_{bн} \dots e_{bнn}, e_{сн} \dots e_{снn}$  и комплексных сопротивлений индуктивного или емкостного характера  $z_{аи} \dots z_{аин}, z_{би} \dots z_{бин},$

$z_{сн} \dots z_{сnn}$ . Эквивалентная схема сети с изолированной нейтралью с  $n$  количеством нагрузок изображена на рис. 2 (активные сопротивления источника и кабеля представлены в индуктивностях).

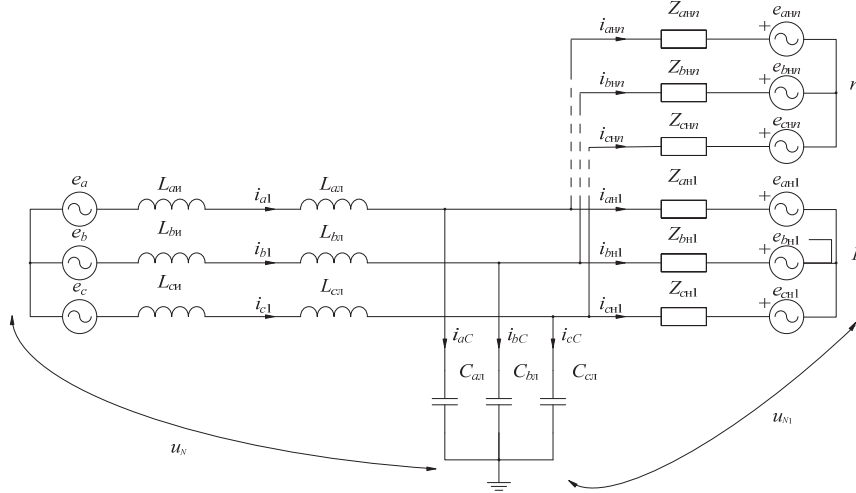


Рис. 2 – Эквивалентная схема сети с изолированной нейтралью  
Fig. 2 – Network equivalent circuit with an isolated neutral

Для составления математической модели в векторной форме были использованы уравнения по законам Кирхгофа [10]. Эквивалентная схема (рис. 2) на основании законов Кирхгофа описывается следующей системой дифференциальных уравнений в матричном виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{E}^F(t) = \mathbf{R}_н \cdot \mathbf{I}_1^F(t) + \mathbf{L}_н \frac{d\mathbf{I}_1^F(t)}{dt} + \mathbf{R}_л \cdot \mathbf{I}_1^F(t) + \mathbf{L}_л \frac{d\mathbf{I}_1^F(t)}{dt} + \mathbf{U}_C^F(t) + \mathbf{U}_N^F(t), \\ \mathbf{E}_{н1}^F(t) = \mathbf{U}_{N1}^F(t) - \mathbf{Z}_{н1} \cdot \mathbf{I}_{н1}^F(t) + \mathbf{U}_C^F(t), \\ \dots \\ \mathbf{E}_{нn}^F(t) = \mathbf{U}_{Nn}^F(t) - \mathbf{Z}_{нn} \cdot \mathbf{I}_{нn}^F(t), \\ \mathbf{I}_1^F(t) = \mathbf{I}_C^F(t) + \mathbf{I}_{н1}^F(t) + \dots + \mathbf{I}_{нn}^F(t), \\ \mathbf{I}_C^F(t) = \mathbf{C} \frac{d\mathbf{U}_C^F(t)}{dt}, \end{array} \right. \quad (1)$$

где

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{I}_1^F(t) = \begin{bmatrix} i_{а1}(t) \\ i_{б1}(t) \\ i_{с1}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_{н1}^F(t) = \begin{bmatrix} i_{ан1}(t) \\ i_{бн1}(t) \\ i_{сн1}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_{нn}^F(t) = \begin{bmatrix} i_{анn}(t) \\ i_{бнn}(t) \\ i_{снn}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_C^F(t) = \begin{bmatrix} i_{аc}(t) \\ i_{бс}(t) \\ i_{сc}(t) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{E}^F(t) = \begin{bmatrix} e_a(t) \\ e_b(t) \\ e_c(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}_{н1}^F(t) = \begin{bmatrix} e_{ан1}(t) \\ e_{бн1}(t) \\ e_{сн1}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}_{нn}^F(t) = \begin{bmatrix} e_{анn}(t) \\ e_{бнn}(t) \\ e_{снn}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U}_C^F(t) = \begin{bmatrix} u_{аc}(t) \\ u_{бс}(t) \\ u_{сc}(t) \end{bmatrix}, \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{U}_N^F(t) &= \begin{bmatrix} u_N(t) \\ u_N(t) \\ u_N(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U}_{N1}^F(t) = \begin{bmatrix} u_{N1}(t) \\ u_{N1}(t) \\ u_{N1}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U}_{Nn}^F(t) = \begin{bmatrix} u_{Nn}(t) \\ u_{Nn}(t) \\ u_{Nn}(t) \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{L}_И &= \begin{bmatrix} L_{aИ} & 0 & 0 \\ 0 & L_{bИ} & 0 \\ 0 & 0 & L_{cИ} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L}_Л &= \begin{bmatrix} L_{aЛ} & 0 & 0 \\ 0 & L_{bЛ} & 0 \\ 0 & 0 & L_{cЛ} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{aЛ} & 0 & 0 \\ 0 & C_{bЛ} & 0 \\ 0 & 0 & C_{cЛ} \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{R}_И &= \begin{bmatrix} r_{aИ} & 0 & 0 \\ 0 & r_{bИ} & 0 \\ 0 & 0 & r_{cИ} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_Л &= \begin{bmatrix} r_{aЛ} & 0 & 0 \\ 0 & r_{bЛ} & 0 \\ 0 & 0 & r_{cЛ} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Z}_{ИЛ} = \begin{bmatrix} Z_{aИЛ} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{aИЛ} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{aИЛ} \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{Z}_{ИИ} &= \begin{bmatrix} Z_{aИИ} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{aИИ} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{aИИ} \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{3}$$

В случае металлического короткого замыкания одна из емкостей заменяется переключкой (рис. 3). В результате одна из фаз оказывается под потенциалом земли, а нейтраль – под фазным напряжением. Ток короткого замыкания  $i_g$  проходит через точку короткого замыкания и через емкости неповрежденных фаз возвращается в источник и нагрузку. В результате происходит перераспределение потенциалов (рис. 4) и токов в системе, но линейное напряжение нагрузки не изменяется и потребитель не чувствует изменений.

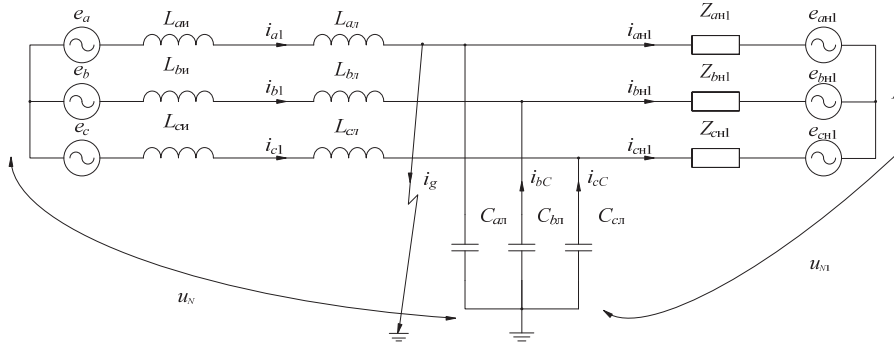


Рис. 3 – Эквивалентная схема сети с изолированной нейтралью в режиме короткого замыкания

Fig. 3 – Network equivalent circuit with an isolated neutral in the short-circuit mode

Для режима короткого замыкания в уравнениях (1)–(3) необходимо сделать замену на

$$\mathbf{U}_C^F(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ u_{bC}(t) \\ u_{cC}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_C^F(t) = \begin{bmatrix} i_g(t) \\ i_{bC}(t) \\ i_{cC}(t) \end{bmatrix}. \tag{4}$$

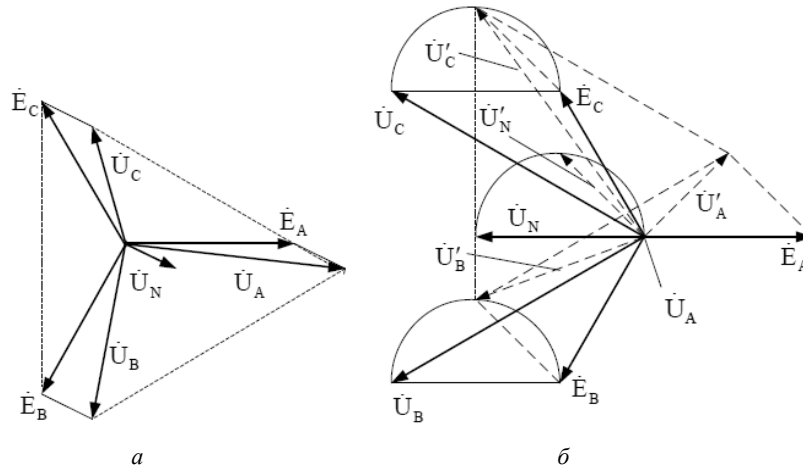


Рис. 4 – Векторные диаграммы до (а) и после (б) короткого замыкания  
 Fig. 4. Vector diagrams before (a) and after (b) short circuit

**2. Математическая модель преобразователя и сети с преобразователем**

Статический преобразователь электрической энергии представлен в виде эквивалентных управляемых источников несинусоидального напряжения (рис. 5).

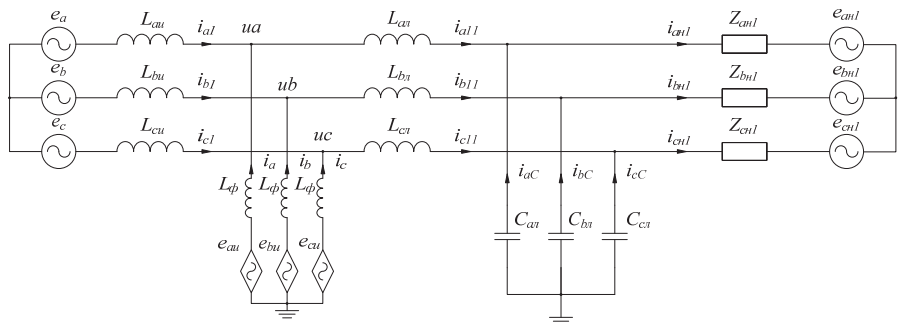


Рис. 5 – Эквивалентная схема сети со статическим преобразователем  
 Fig – 5. The network equivalent circuit with a static converter

Преобразователь электрической энергии можно описать как

$$\mathbf{E}_H^F(t) = \mathbf{\Gamma}^F(t) \frac{Ud}{2} - (1 - \mathbf{\Gamma}^F(t)) \frac{Ud}{2}, \tag{5}$$

где  $\mathbf{E}_H^F = \begin{bmatrix} e_{au} \\ e_{bu} \\ e_{cu} \end{bmatrix}$  – вектор напряжений эквивалентных управляемых источников;

$\mathbf{\Gamma}^F = \begin{bmatrix} \gamma_a \\ \gamma_b \\ \gamma_c \end{bmatrix}$  – коммутационная вектор-функция;  $\frac{Ud}{2}$  – напряжение на конденсаторе (см. рис. 1).

Коммутационные функции определяются следующим образом:

$$\mathbf{\Gamma}^F(t) = \begin{cases} 1, & \text{if } \mathbf{U}_M^F(t) \geq U_{op}(t), \\ -1, & \text{if } \mathbf{U}_M^F(t) < U_{op}(t), \end{cases} \quad (6)$$

где  $\mathbf{U}_M^F = \begin{bmatrix} u_{aM} \\ u_{bM} \\ u_{cM} \end{bmatrix}$  – вектор модулирующих напряжений;  $U_{op}(t)$  – опорное напряжение пилообразной формы.

В установившемся режиме коммутационные функции могут быть представлены в виде рядов Фурье.

Эквивалентная схема замещения (рис. 5) на основании законов Кирхгофа описывается в матричном виде следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \mathbf{E}^F(t) = \mathbf{R}_и \cdot \mathbf{I}_1^F(t) + \mathbf{L}_и \frac{d\mathbf{I}_1^F(t)}{dt} + \mathbf{R}_л \cdot \mathbf{I}_{11}^F(t) + \mathbf{L}_л \frac{d\mathbf{I}_{11}^F(t)}{dt} + \mathbf{U}_C^F(t) + \mathbf{U}_N^F(t), \\ \mathbf{E}_H^F(t) = \mathbf{U}_{N1}^F(t) - \mathbf{Z}_H \cdot \mathbf{I}_H^F(t) + \mathbf{U}_C^F(t), \\ \mathbf{E}^F(t) - \mathbf{L}_\Phi \frac{d\mathbf{I}^F(t)}{dt} - \mathbf{E}_H^F(t) = \mathbf{U}_N^F(t), \\ \mathbf{I}_1^F(t) + \mathbf{I}^F(t) = \mathbf{I}_{11}^F(t), \\ \mathbf{I}_{11}^F(t) = \mathbf{I}_C^F(t) + \mathbf{I}_H^F(t), \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{где } \mathbf{I}_{11}^F(t) = \begin{bmatrix} i_{a11}(t) \\ i_{b11}(t) \\ i_{c11}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}^F(t) = \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L}_\Phi = \begin{bmatrix} L_\Phi & 0 & 0 \\ 0 & L_\Phi & 0 \\ 0 & 0 & L_\Phi \end{bmatrix}.$$

Статический преобразователь создает ток нулевой последовательности, равный 1/3 суммы токов вектора  $\mathbf{I}^F$  в противофазе току короткого замыкания  $i_g$  (см. рис. 3). Для решения системы уравнений (5)–(7) можно применить любой из известных методов решения дифференциальных уравнений. Решение полученных систем уравнений для режимов работы сети с преобразователем и без преобразователя выполнено при следующих допущениях:

- параметры схемы замещения одной величины во всех фазах;
  - сеть работает в режиме холостого хода (при рассмотрении процесса короткого замыкания подключение нагрузки влияет лишь в частных случаях, в несимметричных режимах работы, которые необходимо рассматривать отдельно);
  - система питающих напряжений симметрична и синусоидальна;
  - элементы схемы замещения линейны;
  - преобразователь представлен в виде синусоидальных источников тока.
- Схема замещения при принятых допущениях изображена на рис. 6.

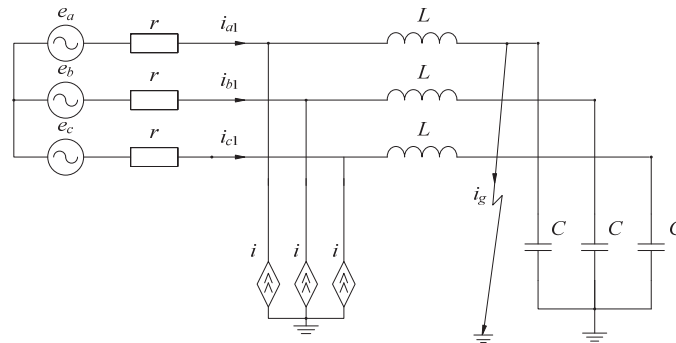


Рис. 6 – Эквивалентная схема замещения для расчета  
 Fig 6. – An equivalent circuit for calculating

Для решения систем уравнений был использован операторный метод расчета [11]. Решение уравнений (1)–(4) для тока короткого замыкания и сетевых токов выглядит следующим образом:

$$i_{a1}(s) = i_g(s) = \frac{6 \cdot \pi \cdot C \cdot U_m \cdot f \cdot s}{(4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 + s^2) \cdot (3 \cdot C \cdot L \cdot s^2 + 3 \cdot C \cdot r \cdot s + 1)}; \quad (8)$$

$$i_{b1}(s) = - \frac{\pi \cdot C \cdot U_m \cdot f \cdot (3 \cdot s + 3 \cdot C \cdot L \cdot s^3 + 3 \cdot C \cdot r \cdot s^2 - 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{3} \cdot f - 6 \cdot \pi \cdot \sqrt{3} \cdot C \cdot L \cdot f \cdot s^2 - 6 \cdot \pi \cdot \sqrt{3} \cdot C \cdot r \cdot f \cdot s)}{(4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 + s^2) \cdot (C \cdot L \cdot s^2 + C \cdot r \cdot s + 1) \cdot (3 \cdot C \cdot L \cdot s^2 + 3 \cdot C \cdot r \cdot s + 1)}; \quad (9)$$

$$i_{c1}(s) = - \frac{\pi \cdot C \cdot U_m \cdot f \cdot (3 \cdot s + 3 \cdot C \cdot L \cdot s^3 + 3 \cdot C \cdot r \cdot s^2 + 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{3} \cdot f + 6 \cdot \pi \cdot \sqrt{3} \cdot C \cdot L \cdot f \cdot s^2 + 6 \cdot \pi \cdot \sqrt{3} \cdot C \cdot r \cdot f \cdot s)}{(4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 + s^2) \cdot (C \cdot L \cdot s^2 + C \cdot r \cdot s + 1) \cdot (3 \cdot C \cdot L \cdot s^2 + 3 \cdot C \cdot r \cdot s + 1)}; \quad (10)$$

где  $U_m$  – амплитуда сетевого напряжения;  $L$ ,  $C$ ,  $r$  – эквивалентные индуктивность, емкость и активное сопротивление сети;  $f$  – частота сети;  $s$  – оператор Лапласа.

Графики оригиналов токов, полученных из соотношений (8)–(10), изображены на рис. 7.

В качестве эквивалентных параметров  $L$ ,  $C$ ,  $r$  – индуктивность, емкость и активное сопротивление сети были использованы параметры кабеля на рабочее напряжение 10 кВ длиной 5 км. В момент короткого замыкания присутствует высокочастотный переходной процесс, обусловленный резонансными процессами между емкостью и индуктивностью сети.

Решение системы уравнений (7) операторным методом для сетевых токов при принятых ранее допущениях выглядит следующим образом:

$$i_{a1}(s) = \frac{6 \cdot \pi \cdot C \cdot U_m \cdot f \cdot s}{(4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 + s^2) \cdot (3 \cdot C \cdot L \cdot s^2 + 3 \cdot C \cdot r \cdot s + 1)} - \frac{2 \cdot s \cdot I_m}{3 \cdot (4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 + s^2) \cdot (3 \cdot C \cdot L \cdot s^2 + 3 \cdot C \cdot r \cdot s + 1)}; \quad (11)$$

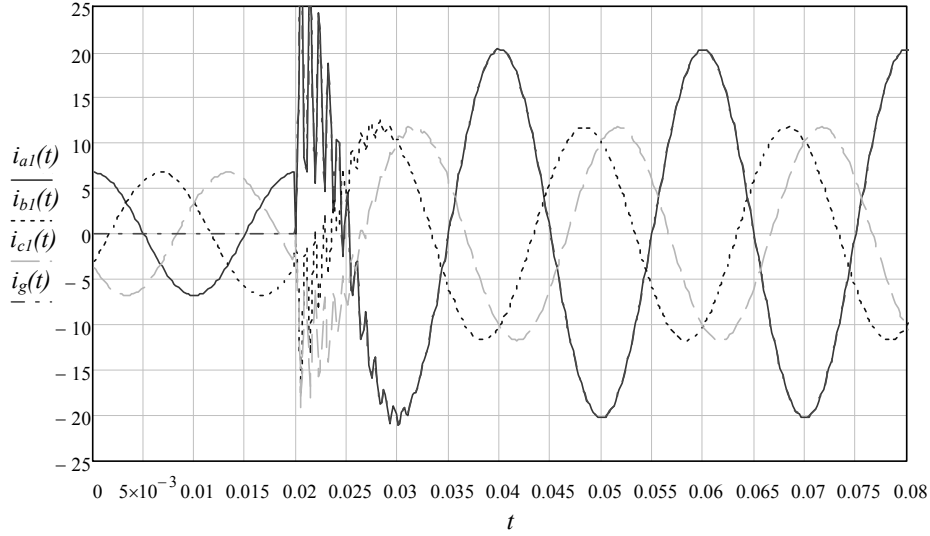


Рис. 7 – Фазные токи сети в режиме короткого замыкания и ток в месте короткого замыкания

Fig. 7 – Network phase currents in the short-circuit mode and the current in the short-circuit location

$$i_{b1}(s) = -\frac{\pi \cdot C \cdot U_m \cdot f \cdot (3 \cdot s + 3 \cdot C \cdot L \cdot s^3 + 3 \cdot C \cdot r \cdot s^2 - 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{3} \cdot f - 6 \cdot \pi \cdot \sqrt{3} \cdot C \cdot L \cdot f \cdot s^2 - 6 \cdot \pi \cdot \sqrt{3} \cdot C \cdot r \cdot f \cdot s)}{(4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 + s^2) \cdot (C \cdot L \cdot s^2 + C \cdot r \cdot s + 1) \cdot (3 \cdot C \cdot L \cdot s^2 + 3 \cdot C \cdot r \cdot s + 1)} + \frac{I_m \cdot s}{3 \cdot (4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 + s^2) \cdot (3 \cdot C \cdot L \cdot s^2 + 3 \cdot C \cdot r \cdot s + 1)}; \quad (12)$$

$$i_{c1}(s) = -\frac{\pi \cdot C \cdot U_m \cdot f \cdot (3 \cdot s + 3 \cdot C \cdot L \cdot s^3 + 3 \cdot C \cdot r \cdot s^2 + 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{3} \cdot f + 6 \cdot \pi \cdot \sqrt{3} \cdot C \cdot L \cdot f \cdot s^2 + 6 \cdot \pi \cdot \sqrt{3} \cdot C \cdot r \cdot f \cdot s)}{(4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 + s^2) \cdot (C \cdot L \cdot s^2 + C \cdot r \cdot s + 1) \cdot (3 \cdot C \cdot L \cdot s^2 + 3 \cdot C \cdot r \cdot s + 1)} + \frac{I_m \cdot s}{3 \cdot (4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 + s^2) \cdot (3 \cdot C \cdot L \cdot s^2 + 3 \cdot C \cdot r \cdot s + 1)}; \quad (13)$$

где  $U_m$  – амплитуда сетевого напряжения;  $I_m$  – амплитуда источников тока;  $L, C, r$  – эквивалентная индуктивность, емкость и активное сопротивление сети;  $f$  – частота сети;  $s$  – оператор Лапласа.

По отношению к уравнениям (8)–(10) видно, что в уравнениях (11)–(13) появилась часть от тока  $I_m$ , компенсирующая емкостный ток короткого замыкания и выравнивающая сетевые токи.

Графики оригиналов токов, полученных из соотношений (11)–(13), изображены на рис. 8 и 9 с момента времени 0,055 с.



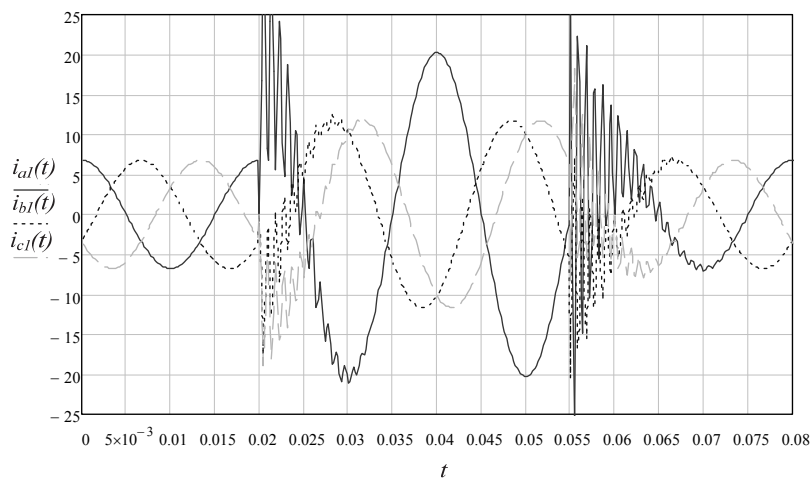


Рис. 8 – Фазные токи сети в режиме короткого замыкания

Fig. 8 – Network phase currents in the short-circuit mode

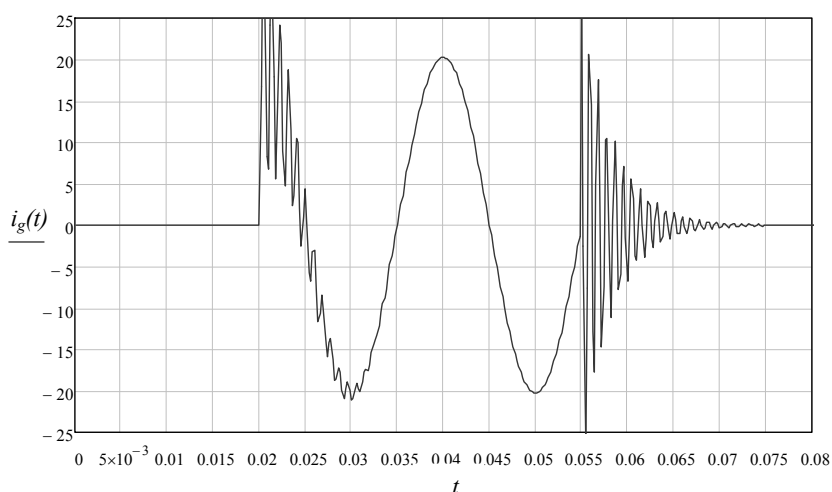


Рис. 9 – Ток в месте короткого замыкания

Fig. 9 – Current in the short-circuit location

В момент времени 0,02 с происходит короткое замыкание, а в момент времени 0,055 с происходит подключение преобразователя, и после переходного процесса ток короткого замыкания становится равным нулю, а сетевые токи выравниваются. При расчете дифференциальных уравнений преобразователь моделировался как источник тока, однако при необходимости гармонический состав можно учесть (согласно уравнениям 5, 6), не учтен переходной процесс регулятора преобразователя.

Решение дифференциальных уравнений операторным методом удобно для расчета переходных процессов, однако для построения зависимости тока короткого замыкания от тока преобразователя в установившемся режиме удобнее получить выражения в символической форме записи [12]. В символической форме записи выражение для тока короткого замыкания в установившемся режиме выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{I}_g = & \left[ \frac{-12 \cdot \pi \cdot C \cdot r \cdot f + 24 \cdot \pi^2 \cdot C \cdot L \cdot f^2 \cdot \mathbf{j} + 2 \cdot \mathbf{j}}{144 \cdot \pi^4 \cdot C^2 \cdot L^2 \cdot f^4 + 36 \cdot \pi^2 \cdot C^2 \cdot r^2 \cdot f^4 + 24 \cdot \pi^2 \cdot C \cdot L \cdot f^2 + 1} \right] * I_m + \\ & + \frac{36 \cdot \pi^2 \cdot r \cdot U_m \cdot C^2 \cdot f^2 + 6 \cdot \pi \cdot C \cdot U_m \cdot f \cdot \mathbf{j} + 72 \cdot \pi^3 \cdot C^2 \cdot L \cdot U_m \cdot f^3 \cdot \mathbf{j}}{144 \cdot \pi^4 \cdot C^2 \cdot L^2 \cdot f^4 + 36 \cdot \pi^2 \cdot C^2 \cdot r^2 \cdot f^4 + 24 \cdot \pi^2 \cdot C \cdot L \cdot f^2 + 1}, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $U_m$  – амплитуда сетевого напряжения;  $I_m$  – амплитуда источников тока;  $L$ ,  $C$ ,  $r$  – индуктивность, емкость и активное сопротивление сети;  $f$  – частота сети;  $\mathbf{j}$  – мнимая единица.

Вторая часть уравнения определяет величину тока короткого замыкания, а первая – добавку от тока нулевой последовательности преобразователя. Выражение (14) показывает, что при любом токе короткого замыкания можно найти величину  $I_m$ , при которой происходит компенсация тока короткого замыкания. Выразив  $I_m$  из выражения (14), можно аналитически вычислить необходимую величину тока компенсации:

$$I_m = \left( -3 \cdot \pi \cdot C \cdot r \cdot f - 6 \cdot \pi^2 \cdot C \cdot L \cdot f^2 \cdot \mathbf{j} - \frac{\mathbf{j}}{2} \right) \dot{I}_g + 3 \cdot \pi \cdot C \cdot U_m \cdot f, \quad (15)$$

где  $\dot{I}_g$  – комплекс тока короткого замыкания.

Для наглядности, построена зависимость амплитуды тока короткого замыкания от величины амплитуды тока фазы преобразователя (14), изображенная на рис. 10.

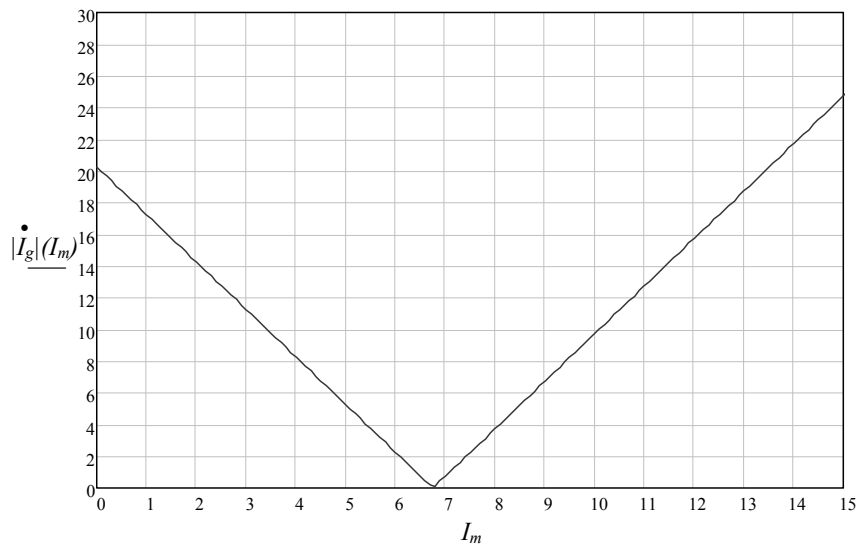


Рис. 10 – Зависимость тока короткого замыкания от величины тока фазы преобразователя

Fig. 10 – Dependence of the short-circuit current on the value of the phase current of the converter

Из рисунка видно, что зависимость имеет явно выраженный резонансный характер и очевидно, что для полной компенсации емкостного тока необходима точная величина тока нулевой последовательности. Очевидно, что при нулевом

токе компенсации ток короткого замыкания имеет номинальное значение (рис. 6–8). Таким образом, дискретность управления дугогасящими реакторами не позволяет обеспечить полную компенсацию тока короткого замыкания.

### Заключение

Применение статического преобразователя в сетях с изолированной нейтралью позволяет решить задачу компенсации емкостного тока без отключения потребителей. Получено выражение для аналитического вычисления величины тока компенсации. Применение статического преобразователя позволяет создать универсальное устройство для компенсации емкостного тока, обладающее высоким быстродействием, надежностью и низкими массогабаритными показателями в сравнении с дугогасящими реакторами. Представленная математическая модель сети с преобразователем позволяет проанализировать электромагнитные процессы в сети и оценить влияние преобразователя на эти процессы, а также при необходимости провести гармонический анализ искажений вносимых преобразователем, выбрать выходной фильтр для минимизации этих искажений.

### ЛИТЕРАТУРА

1. **Вайнштейн Р.А., Коломиец Н.В., Шестакова В.В.** Режимы заземления нейтрали в электрических системах: учебное пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2010. – 108 с.
2. **Сирота И.М., Кисленко С.Н., Михайлов А.М.** Режимы нейтрали электрических сетей. – Киев: Наукова думка, 1985. – 264 с.
3. **Назарычев А.Н., Пугачев А.А., Титенков С.С.** Комбинированное заземление нейтрали в сетях 6–35 кВ. Мифы и реальность // Новости электротехники. – 2016. – № 3 (99). – С. 2–5.
4. Патент 252434 Российская Федерация, МПК Н 02 J 3/26, Н 02 М 7/44. Устройство компенсации тока замыкания на землю в трехфазных электрических сетях (варианты) / Г.М. Мустафа. – № 2012119729/07; заявл. 15.05.2012; опубл. 27.07.2014, Бюл. № 21.
5. **Komrska T., Peroutka Z., Matuljak I.** A novel least norm-based PWM for a four-leg earth fault compensator // Proceedings IECON 2014 – 40th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. – Dallas, TX, 2014. – P. 1118–1123.
6. Патент 148769 Российская Федерация, МПК Н 02 Н 9/08, Н 02 М 7/44. Устройство для компенсации емкостных токов короткого замыкания в сетях с изолированной нейтралью 6–10 кВ / П.Н. Смирнов, С.А. Харитонов, Е.Б. Преображенский. – № 2014130836/07; заявл. 24.07.2014; опубл. 20.12.2014, Бюл. № 35.
7. Патент 2626011 Российская Федерация, МПК Н 02 Н 9/08, Н 02 М 7/44. Устройство для компенсации емкостных токов короткого замыкания в сетях с изолированной нейтралью 6–10 кВ / П.Н. Смирнов, С.А. Харитонов, Е.Б. Преображенский. – № 2015122324; заявл. 10.06.2015; опубл. 21.07.2017, Бюл. № 21.
8. **Smirnov P.N., Kharitonov S.A., Preobrajensky E.B.** Symmetrical current components regulator // 15th International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices EDM 2014: Proceedings, Erlagol, Altai, Russia, 30 June – 4 July 2014. – Novosibirsk, 2014. – P. 473–476.
9. **Smirnov P.N., Kharitonov S.A., Preobrajensky E.B.** Compensation of ground fault capacitive current in ungrounded distribution networks by static semi-conductor converter // 17th International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices EDM 2016: Proceedings, Erlagol, Altai, Russia, 30 June – 4 July 2014. – Novosibirsk, 2014. – P. 573–576.
10. Основы теории цепей / Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, С.В. Страхов. – 5-е изд., перераб. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.
11. **Левинштейн М.Л.** Операционное исчисление в задачах электротехники. – Изд. 2-е, доп. – Л.: Энергия, 1972. – 360 с.
12. **Нейман Л.Р., Демирчян К.С.** Теоретические основы электротехники. В 2 т. Т. 1: учебник для вузов. – 3-е изд., перераб. и доп. – Л.: Энергоиздат, 1981. – 536 с.

**ANALYSIS OF PROCESSES IN A NETWORK WITH AN ISOLATED  
NEUTRAL AND A SEMICONDUCTOR CONVERTER FOR  
THE COMPENSATION OF SHORT-CIRCUIT CAPACITIVE CURRENTS**

**Smirnov P.N., Kharitonov S.A., Preobrazhensky E.B.**

*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

This paper presents the results of the analysis of electromagnetic processes in the compensation of a short-circuit capacitive current by a three-phase static converter in a medium voltage network. The converter is mainly connected to compensate for capacitive currents in a short-circuit mode. A generalized mathematical model of a network with a converter is obtained and the results of mathematical modeling are given under certain assumptions.

*Keywords:* Network with an isolated neutral, compensation of capacitive current, converter, analysis of electromagnetic processes, mathematical modeling.

DOI: 10.17212/1727-2769-2018-1-80-93

REFERENCES

1. Vainshtein R.A., Kolomiets N.V., Shestakova V.V. *Rezhimy zazemleniya neutrali v elektricheskikh sistemakh* [Neutral grounding modes in electrical systems]. Tomsk, TPU Publ., 2010. 108 p.
2. Sirota I.M., Kislenco S.N., Mikhailov A.M. *Rezhimy neutrali elektricheskikh setei* [Neutral modes of the electrical networks]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1985. 264 p.
3. Nazarychev A.N., Pugachev A.A., Titenkov S.S. Kombinirovannoe zazemlenie neutrali v setyakh 6–35 kV. Mify i real'nost' [Combined neutral grounding in 6–35 kV grids. Myths and reality]. *Novosti elektrotekhniki – The News of Electrical Engineering*, 2016, no. 3 (99), pp. 2–5.
4. Mustafa G.M. *Ustroistvo kompensatsii toka zamykaniya na zemlyu v trekhfaznykh elektricheskikh setyakh (varianty)* [Device for earth fault current compensation in three-phase electrical networks (versions)]. Patent RF, no. 252434, 2014.
5. Komska T., Peroutka Z., Matuljak I. A novel least norm-based PWM for a four-leg earth fault compensator. *Proceedings IECON 2014 – 40th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, Dallas, TX, 2014, pp. 1118–1123.
6. Smirnov P.N., Kharitonov S.A., Preobrazhenskiy E.B. *Ustroistvo dlya kompensatsii emkostnykh tokov korotkogo zamykaniya v setyakh s izolirovannoi neutral'yu 6–10 kV* [Device for compensation of capacitive currents of short circuit in networks with isolated neutral 6–10 kV]. Patent RF, no. 148769, 2014.
7. Smirnov P.N., Kharitonov S.A., Preobrazhenskiy E.B. *Ustroistvo dlya kompensatsii emkostnykh tokov korotkogo zamykaniya v setyakh s izolirovannoi neutral'yu 6–10 kV* [Device for compensation of capacitive currents of short circuit in networks with isolated neutral 6–10 kV]. Patent RF, no. 2626011, 2017.
8. Smirnov P.N., Kharitonov S.A., Preobrazhenskiy E.B. Symmetrical current components regulator. *15th International Conference on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices EDM 2014: Proceedings*, Novosibirsk, Russia, 30 June – 4 July 2014, pp. 473–476.
9. Smirnov P.N., Kharitonov S.A., Preobrazhenskiy E.B. Compensation of ground fault capacitive current in ungrounded distribution networks by static semi-conductor converter. *17th International Conference on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices EDM 2016: Proceedings*, Novosibirsk, Russia, 30 June – 4 July 2016, pp. 573–576.
10. Zeveke G.V., Ionkin P.A., Netushil A.V., Strakhov S.V. *Osnovy teorii tsepei* [Basics of circuit theory]. 5th ed. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1989. 528 p.
11. Levinshtein M.L. *Operatsionnoe ischislenie v zadachakh elektrotekhniki* [Operational calculus for electrical engineering issues]. 2nd ed. Leningrad, Energiya Publ., 1972. 360 p.
12. Neiman L.R., Demirchyan K.S. *Teoreticheskie osnovy elektrotekhniki*. V 2 t. T. 1 [Theoretical foundations of electrical engineering. In 2 vol. Vol. 1]. 3rd ed. Leningrad, Energoizdat Publ., 1981. 536 p.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Смирнов Павел Николаевич** – родился в 1991 году, степень магистра в области электроники и электротехники, аспирант, инженер 2 категории, Институт силовой электроники, НГТУ. Область научных интересов: высоковольтные многоуровневые преобразователи электрической энергии, активные силовые фильтры, СТАТКОМы. Опубликовано 13 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: paulsmirnov91@gmail.com).

**Smirnov Pavel Nikolaevich** (b. 1991) – PhD student at the electronics and electrical engineering, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on high-voltage multilevel converters of electric energy, active power filters and STATCOMs. He is the author of 13 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: paulsmirnov91@gmail.com).



**Харитонов Сергей Александрович** – родился в 1950 году, д-р техн. наук, профессор, директор, Институт силовой электроники, заведующий кафедрой электроники и электротехники, Новосибирский государственный технический университет. Область научных интересов: силовая электроника, системы генерирования электрической энергии для автономных объектов. Опубликовано более 320 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: Kharit1@yandex.ru).

**Kharitonov Sergey Alexandrovich** (b. 1950) – Doctor of Sciences (Eng.), professor, director, Institute of Power Electronics, head of the department of electronics and electrical engineering, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on power electronics, and power generation systems for autonomous objects. He is the author of more than 320 research papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: Kha-rit1@yandex.ru).



**Преображенский Евгений Борисович** – родился в 1947 году, заведующий лабораториями кафедры электроники и электротехники, Институт силовой электроники, Новосибирский государственный технический университет. Область научных интересов: силовая электроника, системы хранения и генерирования электрической энергии, опубликовано более 50 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: preob@ngs.ru).

**Preobrazhensky Evgeny Borisovich** (b. 1947) – head of the laboratories, department of electronics and electrical Engineering, Institute of Power Electronics, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on power electronics and power storage and generation systems. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: preob@ngs.ru).

Статья поступила 29 ноября 2017 г.  
Received November 29, 2017

## To Reference:

Smirnov P.N., Kharitonov S.A., Preobrazhensky E.B. Analiz protsessov v seti s izolirovannoi neitral'yu i poluprovodnikovym preobrazovatelem dlya kompensatsii emkostnykh tokov korotkogo замыкания [Analysis of processes in a network with an isolated neutral and a semiconductor converter for the compensation of short-circuit capacitive currents]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2018, no. 1 (38), pp. 80–93. doi: 10.17212/1727-2769-2018-1-80-93.

УДК 519.814

**О КОЛИЧЕСТВЕННОЙ МЕРЕ АСИМПТОТИЧЕСКОЙ РОБАСТНОСТИ  
АЛГОРИТМОВ ОБНАРУЖЕНИЯ И РАЗЛИЧЕНИЯ СИГНАЛОВ****Н.С. Хайло, А.Г. Вострецов***Новосибирский государственный технический университет*

Во многих реальных задачах обнаружения и различения сигналов априорно неопределенными являются как форма распределения шума, так и ряд параметров сигналов и помех. Поэтому в настоящее время практическое применение находят те алгоритмы, у которых показатели качества оказываются устойчивыми к изменению сигнально-помеховой обстановки. Устойчивость алгоритма к ряду дестабилизирующих факторов может быть обеспечена на этапе синтеза. Однако в большинстве случаев на этапе синтеза алгоритма не удается обеспечить независимость средних потерь от распределения шума, вследствие чего возникает необходимость оценки устойчивости средних потерь алгоритмов в условиях непараметрической априорной неопределенности. Такую устойчивость принято называть робастностью. В настоящей работе предлагается коэффициент асимптотической робастности, с помощью которого можно оценить устойчивость асимптотических алгоритмов к изменению плотности распределения вероятностей шума. Данный коэффициент представляет собой относительную меру помехоустойчивости алгоритма при некотором распределении  $p_1$  по сравнению с помехоустойчивостью при распределении  $p_2$  и может быть использован для обоснования выбора алгоритма при решении конкретных задач.

*Ключевые слова:* робастность, помехоустойчивость, коэффициент асимптотической робастности, робастные алгоритмы демодуляции, априорная неопределенность, фазовая манипуляция.

DOI: 10.17212/1727-2769-2018-1-94-105

**Введение**

Качество обработки сигналов зачастую определяется не только собственными шумами приемного устройства системы, но и внешними помехами. Например, помехами множественного доступа в многопользовательских системах связи, общими и селективными замираниями сигнала в канале передачи, мешающими сигналами от сторонних систем, умышленными помехами различного типа. В результате распределение наблюдаемых данных характеризуется высоким уровнем априорной неопределенности.

Для решения проблемы априорной неопределенности многими авторами предложены самые различные параметрические и непараметрические подходы. Чаще всего априорная неопределенность преодолевается не на этапе синтеза алгоритма обнаружения и различения сигналов, а эвристически. Особое внимание в литературе в последнее время уделяется построению робастных алгоритмов, эффективность которых остается приемлемой при отклонении распределения наблюдаемых данных от использованного на этапе синтеза. Под робастностью алгоритма понимается его свойство сохранять в определенных пределах показатели качества в условиях априорной неопределенности сигнально-помеховой обстановки. В основу робастных алгоритмов положена, как правило, идея нелинейного безынерционного преобразования наблюдаемых данных [1]. Так как современные радиотехнические и телекоммуникационные системы используют сигналы с большой базой, то зачастую при синтезе алгоритмов обнаружения и различения

ния сигналов используют асимптотический подход [2, 3]. Во всех случаях для оценки эффективности предложенных алгоритмов требуется их сравнение друг с другом и с оптимальным при различных распределениях наблюдаемых данных. Для этого авторы обычно используют два подхода: статистические испытания алгоритма (моделирование на ЭВМ) и асимптотический анализ. При первом подходе из-за ограничений вычислительной мощности современных компьютеров практически невозможно получить характеристики алгоритмов при малых уровнях значимости или вероятностях ошибочных решений. При втором подходе, хотя он и оправдан при использовании сигналов с большой базой, часто возникают непреодолимые математические трудности. Кроме того, в работах [2, 3] для оценки эффективности алгоритмов предложено использовать коэффициент асимптотической относительной эффективности, с помощью которого оценивается своего рода «расстояние» между характеристиками помехоустойчивости двух алгоритмов, имеющих одинаковый уровень значимости. Один из этих алгоритмов выступает в роли базового алгоритма, с которым сравнивается исследуемый алгоритм. Но все перечисленные подходы не дают ответа на вопрос: какова степень робастности предложенного алгоритма? Насколько он устойчив к изменению вида распределения шума? В настоящей работе предлагается количественная мера асимптотической робастности алгоритмов с безынерционным преобразованием наблюдаемых данных – коэффициент асимптотической робастности. Данный коэффициент может быть использован для обоснованного выбора алгоритма при решении конкретных задач. В качестве примера приводится анализ робастности предложенных авторами ранее в работах [4, 5] асимптотически робастных инвариантных алгоритмов обнаружения сигналов.

### 1. Исходные посылки для анализа алгоритма

Рассмотрим типичную для практики задачу обнаружения и различения сигналов на фоне аддитивного стационарного шума. Выборка из шума считается независимой с маргинальной (одномерной) плотностью распределения вероятности (ПРВ), отличной в общем случае от плотности распределения Гаусса. ПРВ наблюдаемой выборки  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$  в отсутствие сигнала принадлежит семейству распределений

$$\mathbf{P}_{0,n} = \left\{ w_n(\mathbf{x}|\sigma) = \prod_{i=1}^n p(t), p(t) = \frac{1}{\sigma} w\left(\frac{x_i}{\sigma}\right), \sigma \in (0, \infty) \right\}, \quad (1)$$

а при наличии  $k$ -го сигнала,  $k = 1, \dots, m$ , – семейству распределений

$$\mathbf{P}_{k,n} = \left\{ w_n(\mathbf{x}|\lambda, \boldsymbol{\theta}, \sigma) = w_n[\mathbf{x} - \lambda_n \mathbf{S}(\boldsymbol{\theta})|\sigma], \right. \\ \left. w_n(\cdot|\sigma) \in \mathbf{P}_{0,n}, \lambda \in (0, \infty), \boldsymbol{\theta} \in \Xi^{(k)} \right\}, \quad (2)$$

где  $p(t)$  – плотность распределения вероятностей шума;  $w(t)$  – распределение с единичным масштабом, принадлежащее некоторому заданному множеству распределений;  $\mathbf{W}$  – модели непараметрической априорной неопределенности;  $\sigma$  – параметр масштаба;  $\lambda_n \mathbf{S}(\boldsymbol{\theta})$  – сигнальный вектор;  $\lambda_n = \lambda/\sqrt{n}$ ,  $\lambda \in (0, \infty)$  – энергетический параметр сигнала;  $\|\mathbf{S}(\boldsymbol{\theta})\| = \sqrt{n}$ ,  $\mathbf{S}(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{v=1}^N \theta_v \mathbf{S}^{(v)}$ ,  $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_N)$  – неэнергетический параметр сигнала с нормой  $\|\boldsymbol{\theta}\| = 1$ ;

$\Xi^{(k)}$ ,  $k = 1, \dots, m$ , – непересекающиеся множества значений параметра  $\theta$ ,  $m$  – число альтернатив при наличии сигнала;  $\{S^{(v)} = (S_1^{(v)}, \dots, S_n^{(v)}), v = 1, \dots, N\}$  – ортогональный базис сигнала.

Априорно неопределенными могут быть вид ПРВ  $w(t)$ , а также значения параметров  $\lambda$  и  $\sigma$ . Задача обнаружения и различения сигнала формулируется как задача проверки следующих гипотез:

$$\begin{aligned} H_0 : \omega = 0, \sigma \in (0, \infty), \omega = \lambda/\sigma \text{ (сигнала нет);} \\ H_k : \omega > 0, \sigma \in (0, \infty), \theta \in \Xi^{(k)}, k = 1, \dots, m \text{ (присутствует } k\text{-й сигнал).} \end{aligned} \quad (3)$$

Алгоритм обнаружения и различения сигналов зададим решающими функциями  $\varphi_n^{(k)}(\mathbf{x})$ , которые представляют собой вероятности принятия решения в пользу гипотез  $H_k$ . В связи с тем, что совокупность всех выносимых решений образуют полную группу событий, вероятность принятия решения об отсутствии сигнала  $\varphi_n^{(0)}(\mathbf{x}) = 1 - \sum_{k=1}^m \varphi_n^{(k)}(\mathbf{x})$ .

Будем полагать, что качество алгоритма оценивается суммарными средними потерями  $\Pi(\omega) = \sum_{k=1}^m \Pi_k(\omega)$  при заданном уровне  $\alpha$  вероятности ложной тревоги, где  $\Pi_k(\omega)$  – средние потери при справедливости гипотезы  $H_k$ , причем функция  $\Pi(\omega)$  является монотонной функцией своих аргументов.

Пусть  $\mathbf{F}$  – множество функций безынерционного преобразования наблюдаемой выборки. Решающие функции алгоритма выразим через векторные статистики  $\xi_n(\mathbf{x}|f(t), \sigma) = \{\xi_{n,v}(\mathbf{x}|f(t), \sigma), v = 1, \dots, N\}$ ,  $f(t) \in \mathbf{F}$ , компоненты которых определены в форме

$$\xi_{n,v}(\mathbf{x}|f(t), \sigma) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n S_i^{(v)} f\left(\frac{x_i}{\sigma}\right), v = 1, \dots, N, \quad (4)$$

причем в асимптотике при  $n \rightarrow \infty$  статистика (4) имеет распределение Гаусса.

Будем полагать, что все функции  $f(t)$  множества  $\mathbf{F}$  удовлетворяют следующим условиям:

а) в отсутствие сигнала предельным распределением статистики (4) является  $N$ -мерное распределение Гаусса с конечным средним  $\mathbf{a}^{(0)}(f(t))$  и корреляционной матрицей  $\mathbf{R} = v_w^2(f(t))\mathbf{I}$ , где дисперсия  $v_w^2(f(t)) = M\{[f(t) - m_w(f(t))]^2 | w(t)\}$ ,  $m_w(f(t)) = M\{f(t) | w(t)\}$ . Здесь и в дальнейшем  $\mathbf{I}$  – единичная матрица размера  $N \times N$ ,  $M\{\cdot\}$  – оператор математического ожидания;

б) при наличии сигнала с параметрами  $\lambda$  и  $\theta$  у предельного распределения статистики (4) матрица  $\mathbf{R}$  не изменяется, а векторное среднее  $\mathbf{a}^{(1)}(f(t)) = \mathbf{a}^{(0)}(f(t)) + \frac{\lambda}{\sigma} \alpha'_w(f(t))\theta$ , где  $\alpha'_w(f(t)) = M\{f'(t) | w(t)\}$ .



Дополнительно считаем также, что выполнены условия, обеспечивающие следующие сходимости по вероятности:

$$\xi_n(\mathbf{x}|f(t), \sigma) - \xi_n(\mathbf{x}|f(t)) \xrightarrow{P} 0 \quad \forall f(t) \in \mathbf{F}, \quad (5)$$

где статистика  $\xi_n(\mathbf{x}|f(t)) = \xi_n[\mathbf{x}|f(t), \bar{\sigma}_n(\mathbf{x})]$ .

В общем случае  $\mathbf{a}^{(0)}(f(t)) \neq 0$ , что приводит к смещению распределения статистики (4). Тем самым необходимы специальные меры для обеспечения равенства  $\mathbf{a}^{(0)}(f(t)) = 0$  при всех  $f(t) \in \mathbf{F}$ .

В соответствии с (4) и (5) компоненты вектора  $\mathbf{a}^{(0)}(f(t))$  имеют вид  $a_v(f(t)) = (1/\sqrt{n}) \sum_{i=1}^n S_i^{(v)} m_w(f(t))$ , где в общем случае среднее  $m_w(f(t)) \neq 0$ .

Поэтому для выполнения условия  $\mathbf{a}^{(0)}(f(t)) = 0 \quad \forall f(t) \in \mathbf{F}$  требуется, чтобы  $(1/\sqrt{n}) \sum_{i=1}^n S_i^{(v)} = 0 \quad \forall v = 1, \dots, N$ .

При произвольной функции  $f(t) \in \mathbf{F}$  величина  $\alpha'_w(f(t)) = M\{f'(t)|w(t)\}$  может быть как положительной, так и отрицательной. В связи с этим величина  $\alpha'_w(f(t))$  при всех  $f(t) \in \mathbf{F}$  представляется в форме  $\alpha'_w(f(t)) = \text{sgn}[\alpha'_w(f(t))] |\alpha'_w(f(t))|$ , где  $\text{sgn}(t)$  – знаковая функция. В случае  $\mathbf{a}^{(0)}(f(t)) = 0 \quad \forall f(t) \in \mathbf{F}$  среднее предельного распределения статистики (4) выражается в виде  $\mathbf{a}(f(t)) = \frac{\lambda}{\sigma} |\alpha'_w(f(t))| \tilde{\boldsymbol{\theta}}$ , где  $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \text{sgn}[\alpha'_w(f(t))] \boldsymbol{\theta}$ .

Множеству  $\mathbf{F}$  принадлежат многие функции безынерционного преобразования наблюдаемой выборки, в частности логарифмические производные распределений шума с конечной информацией Фишера.

Замечая, что компоненты базисных векторов  $\mathbf{S}^{(v)}$  на практике всегда ограничены и принимая во внимание ортонормированность этих векторов, можно с помощью центральной предельной теоремы Линденберга и формулы Тейлора установить, что условия  $a$  и  $b$  выполняются при следующих посылках.

Функции  $f(t) \in \mathbf{F}$  имеют непрерывные почти всюду производные  $f'(t)$  и  $f''(t)$ . Производные  $f'(t)$ ,  $f''(t)$  равномерно ограничены:  $|f'(t)| \leq C$ ,  $|f''(t)| \leq C$  при всех  $t \in (-\infty, \infty)$ ,  $C < \infty$ .

Функции  $f(t) \in \mathbf{F}$  удовлетворяют условию  $0 < M\{f^2(t)|w(t)\} < \infty$ . Перечисленные посылки достаточны также для сходимости (4), если смещение  $\mathbf{a}^{(0)}(f(t))$  устраняется.

Благодаря сходимости (5) статистики  $\xi_n(\mathbf{x}|f(t), \sigma)$  и  $\xi_n(\mathbf{x}|f(t))$  имеют общее предельное распределение. Поэтому в случае  $\mathbf{a}^{(0)}(f(t)) = 0$  предельным распределением статистики  $\xi_n(\mathbf{x}|f(t))$  является  $N$ -мерное распределение Гаусса с

корреляционной матрицей  $\mathbf{R} = \upsilon_w^2(f(t))\mathbf{I}$  и векторным средним  $\mathbf{a}(f(t)) = \omega |\alpha'_w(f(t))| \tilde{\boldsymbol{\theta}}$ , где  $\omega = \lambda/\sigma$  и  $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \text{sgn}[\alpha'_w(f(t))]\boldsymbol{\theta}$ .

В работе [6] показано, что решающие функции алгоритма обнаружения и различения сигналов с функцией преобразования наблюдаемых данных  $f(t) \in \mathbf{F}$  представляются в форме

$$\varphi_n^{(0)}(\mathbf{x}|f(t)) = \begin{cases} 1, & \max_{v=1, \dots, m} \langle \hat{\boldsymbol{\theta}}_v(\mathbf{x}), \xi_n(\mathbf{x}|f(t)) \rangle < C(\alpha, f(t)), \\ 0, & \max_{v=1, \dots, m} \langle \hat{\boldsymbol{\theta}}_v(\mathbf{x}), \xi_n(\mathbf{x}|f(t)) \rangle \geq C(\alpha, f(t)). \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \varphi_n^{(k)}(\mathbf{x}|f(t)) = \\ & \begin{cases} 1, & \max_{v=1, \dots, m} \langle \hat{\boldsymbol{\theta}}_v(\mathbf{x}), \xi_n(\mathbf{x}|f(t)) \rangle = \langle \hat{\boldsymbol{\theta}}_k(\mathbf{x}), \xi_n(\mathbf{x}|f(t)) \rangle \geq C(\alpha, f(t)), \\ 0, & \max_{v=1, \dots, m} \langle \hat{\boldsymbol{\theta}}_v(\mathbf{x}), \xi_n(\mathbf{x}|f(t)) \rangle > \langle \hat{\boldsymbol{\theta}}_k(\mathbf{x}), \xi_n(\mathbf{x}|f(t)) \rangle \vee \\ & \vee \max_{v=1, \dots, m} \langle \hat{\boldsymbol{\theta}}_v(\mathbf{x}), \xi_n(\mathbf{x}|f^*(t)) \rangle < C(\alpha, f(t)), \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

где оценка сигнального параметра

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_k(\mathbf{x}) = \begin{cases} \arg \max_{\tilde{\boldsymbol{\theta}} \in \tilde{\Xi}^{(k)}} \langle \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \xi_n(\mathbf{x}|f(t)) \rangle & \text{при } \alpha'_w(f(t)) \geq 0, \\ \arg \max_{\tilde{\boldsymbol{\theta}} \in \tilde{\Xi}^{(k)}} \langle \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \xi_n(\mathbf{x}|f(t)) \rangle & \text{при } \alpha'_w(f(t)) < 0, \end{cases}$$

множество  $\tilde{\Xi}^{(k)} = \{\tilde{\boldsymbol{\theta}} = -\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\theta} \in \Xi^{(k)}\}$ ;  $C(\alpha, f(t))$  – пороговая константа, обеспечивающая заданный уровень вероятности ложной тревоги. Причем асимптотические потери алгоритма монотонно убывают с ростом величины

$$h_w(\omega | f(t)) = \omega |\alpha'_w(f(t))| / \upsilon_w(f(t)). \quad (8)$$

Таким образом, потери могут быть выражены как

$$\Pi(\omega | f(t)) = Q[h_w(\omega | f(t))], \quad (9)$$

где  $Q(\cdot)$  – единая для всех алгоритмов монотонно убывающая функция. Этот факт позволяет оценивать эффективность алгоритмов на основе сравнения величин  $h_w(\omega | f(t))$ .

## 2. Количественная мера робастности алгоритмов обнаружения и различения сигналов

Выделим алгоритм с безынерционным преобразованием  $f(t) \in \mathbf{F}$  наблюдаемой выборки и определим, каким должно быть соотношение значений энергетических параметров сигнала, чтобы обеспечить одинаковость асимптотических средних потерь при разных плотностях  $p_1(t) = (1/\sigma)w_1(t/\sigma)$  и  $p_2(t) = (1/\sigma)w_2(t/\sigma)$

распределения шума. Здесь  $w_1(t)$  и  $w_2(t)$  – распределения с единичным масштабom, которые принадлежат некоторой модели  $\mathbf{W}$ . Пусть  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – корни уравнений

$$\begin{aligned} Q[h_{w_1}(\omega, f(t))] &= \tilde{\Pi}, \\ Q[h_{w_2}(\omega, f(t))] &= \tilde{\Pi}. \end{aligned} \quad (10)$$

Тогда с учетом равенства  $h_{w_1}(\omega_1, f(t)) = h_{w_2}(\omega_2, f(t))$  и монотонности функции  $Q(\cdot)$  получим

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{|\alpha'_{w_1}(f(t))|v_{w_2}(f(t))}{|\alpha'_{w_2}(f(t))|v_{w_1}(f(t))}. \quad (11)$$

Отношение  $\omega_2/\omega_1$  показывает то изменение энергетического параметра  $\omega$ , которое необходимо для поддержания заданного уровня асимптотических средних потерь при замене плотности  $w_1$  на плотность  $w_2$ . В соответствии с (11) коэффициент асимптотической робастности (КАР) выражается в форме

$$K_{R_{w_1, w_2}} = \frac{|\alpha'_{w_1}(f(t))|v_{w_2}(f(t))}{|\alpha'_{w_2}(f(t))|v_{w_1}(f(t))}. \quad (12)$$

Пусть  $\mathbf{W}$  – множество плотностей распределения шума, в пределах которого требуется исследовать робастность алгоритма, оптимального для распределения  $w_1(t)$ . В соответствии с (12) алгоритм считается робастным в пределах данного множества, если  $K_{R_{w_1, w_2}} \leq 1 \forall w_2(t) \in \mathbf{W}$ , т. е. его характеристики для всех распределений из класса  $\mathbf{W}$  будут не хуже, чем для распределения  $w_1(t)$ . Учитывая, что минимальные асимптотические потери при распределении шума  $w(t)$  имеют место при функции нелинейного преобразования  $f(t) = \psi_w(t)$  [6], где  $\psi_w(t) = -\frac{d}{dt} \ln w(t) = -\frac{w'(t)}{w(t)}$  и что  $\alpha'_w(\psi_w(t))/v_w(\psi_w(t)) = \sqrt{I_w}$ ,  $I_w =$

$= \int_{-\infty}^{\infty} \psi_w^2(t)w(t)dt$  – информация Фишера, получим

$$K_{R_{w_1, w_2}} \geq \frac{\sqrt{I_{w_1}}}{\sqrt{I_{w_2}}}.$$

Таким образом, алгоритм, оптимальный для распределения  $w_1(t)$ , является робастным для тех распределений шума, у которых информация Фишера  $I_{w_2} > I_{w_1}$ , причем с увеличением значения  $I_{w_2}$  его коэффициент робастности уменьшается.

Предложенная количественная мера робастности алгоритмов – коэффициент асимптотической робастности позволяет оценить степень робастности практически любых асимптотических алгоритмов и выявить возможности их оптимизации.

### 3. Пример использования коэффициента асимптотической робастности для оценки робастности алгоритмов

В качестве примера оценим степень робастности предложенного авторами ранее в [6] асимптотически робастного инвариантного (АРИ) алгоритма. По методу синтеза данный алгоритм является асимптотически оптимальным инвариантным алгоритмом, оптимальным для плотности  $w_0(t)$  наименее благоприятного распределения с минимальной информацией Фишера  $I_{w_0}$  на множестве приближенно конечных распределений  $\mathbf{W}_q$ , которое представляет собой модель непараметрической априорной неопределенности шума,  $q$  – параметр модели. В связи с этим КАР АРИ-алгоритма выражается в виде

$$K_{Rw_0,w} = \frac{v_w(\psi_{w_0}(t))\sqrt{I_{w_0}}}{|\alpha'_w(\psi_{w_0}(t))|}, \quad \forall w(t) \in \mathbf{W}_q. \quad (13)$$

В соответствии с неравенством  $|\alpha'_w(\psi_{w_0}(t))|/v_w(\psi_{w_0}(t)) \geq \sqrt{I_{w_0}} \quad \forall w(t) \in \mathbf{W}$  из выражения (13) следует, что

$$K_{Rw_0,w} \leq 1 \quad \forall w(t) \in \mathbf{W}_q. \quad (14)$$

Согласно неравенству (14) АРИ-алгоритм обладает свойством робастности на всем множестве  $\mathbf{W}_q$ . Причем характеристика помехоустойчивости  $\Pi(\omega | w_0(t))$  алгоритма является при всех значениях  $\omega \in (0, \infty)$  верхней границей характеристики помехоустойчивости  $\Pi(\omega | w(t))$  при каждой плотности  $w(t) \in \mathbf{W}_q$ . Это ожидаемый результат ввиду оптимальности АРИ-алгоритма по минимаксному критерию.

Найдем численные значения коэффициента робастности АРИ-алгоритма, параметр модели  $\mathbf{W}_q$  примем равным  $q = 0.8$ . Распределения шума представим классами обобщенных распределений Гаусса и  $\varepsilon$ -загрязненных распределений.

Плотность распределения вероятностей обобщенного распределения Гаусса имеет вид

$$w(t) = \frac{\alpha}{2\sqrt{\Gamma(1/\alpha)\Gamma(3/\alpha)\Gamma(1/\alpha)}} \exp\left\{-\left[\frac{|t|}{\sqrt{\Gamma(1/\alpha)\Gamma(3/\alpha)}}\right]^\alpha\right\}. \quad (15)$$

Варьируя параметр  $\alpha$ , можно в достаточно широких пределах изменять форму распределения. Например, при  $\alpha = 2$  выражение (15) задает гауссовское распределение, при  $\alpha = 1$  – двустороннее распределение Лапласа. При  $\alpha < 2$  распределение (15) имеет более тяжелые хвосты, чем гауссовское распределение.

$\varepsilon$ -загрязненное распределение представляет собой смешанную модель шума с ПРВ:

$$p_{\varepsilon c}(t) = (1-\varepsilon)\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}t^2\right\} + \varepsilon\frac{1}{\sqrt{2\pi\kappa}} \exp\left\{-\frac{1}{2\kappa}t^2\right\}, \quad (16)$$

его дисперсия зависит от параметров  $\varepsilon$  и  $\kappa$  и равна  $\sigma_{\varepsilon c}^2 = 1 - \varepsilon + \varepsilon\kappa$ .

В табл. 1 приведены результаты расчета  $K_{Rw_0,w}$  для распределений (15) и (16) при различных значениях параметров  $\alpha$  и  $\varepsilon$ .

Таблица 1 / Table 1

Обобщенное распределение Гаусса				
$\alpha$	2	1.4	1	0.6
$K_{Rw_0, w_\alpha}$ , дБ	-4.49E-5	-2.1E-3	-0.01	-0.03
$\varepsilon$ -загрязненное распределение				
$\varepsilon$	0	0.05	0.1	0.15
$K_{Rw_0, w_\varepsilon}$ , дБ	-4.49E-5	-1.92E-4	-1.72E-3	-6.60E-3

Выполненное исследование показывает, что для АРИ-алгоритма  $K_{Rw_0, w} \approx 0$  дБ, т. е. характеристики помехоустойчивости при различных плотностях  $w(t) \in \mathbf{W}_q$  группируются около верхней границы. Это свидетельствует о высокой степени робастности АРИ-алгоритма на множестве  $\mathbf{W}_q$ .

На практике в коммуникационных приложениях эффективность алгоритмов обнаружения и различения сигналов оценивается в зависимости от отношения сигнал/шум. В связи с этим возникает необходимость оценить изменение отношения сигнал/шум, требуемое для поддержания заданного уровня средних потерь, при разных ПРВ шума.

Рассмотрим средние потери алгоритма с функцией преобразования  $f(t) \in \mathbf{F}$  при двух ПРВ шума:  $p_1(t) = (1/\sigma_1)w_1(t/\sigma_1)$  и  $p_2(t) = (1/\sigma_2)w_2(t/\sigma_2)$ . Следует отметить, что  $w_1(t)$  и  $w_2(t)$  – распределения с единичным масштабом, которые принадлежат некоторому, заранее определенному классу распределений  $\mathbf{W}$ , однако дисперсии распределений  $w_1(t)$  и  $w_2(t)$  в общем случае не равны единице и не равны между собой. Пусть параметры масштаба  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  выбраны так, чтобы дисперсии распределений  $p_1(t)$  и  $p_2(t)$  были одинаковы:

$$D_{p_1} = D_{w_1} \sigma_1^2 = D_{p_2} = D_{w_2} \sigma_2^2, \tag{17}$$

где  $D_{w_1}$  и  $D_{w_2}$  – дисперсии распределений  $w_1(t)$  и  $w_2(t)$ .

Решив уравнения  $Q[h_{p_1}(\omega, f(t))] = \tilde{\Pi}$  и  $Q[h_{p_2}(\omega, f(t))] = \tilde{\Pi}$ , получим

$$\frac{\lambda_2/\sigma_2}{\lambda_1/\sigma_1} = \frac{|\alpha'_{w_1}(f(t))|v_{w_2}(f(t))}{|\alpha'_{w_2}(f(t))|v_{w_1}(f(t))}. \tag{18}$$

Учитывая равенство (17), умножим левую часть равенства (18) на отношение  $\sqrt{D_{p_1}}/\sqrt{D_{p_2}}$ :

$$\frac{\lambda_2\sigma_1\sqrt{D_{p_1}}}{\lambda_1\sigma_2\sqrt{D_{p_2}}} = \frac{|\alpha'_{w_1}(f(t))|v_{w_2}(f(t))}{|\alpha'_{w_2}(f(t))|v_{w_1}(f(t))}. \tag{19}$$

Умножив обе части (18) на отношение параметров масштаба  $\sigma_2/\sigma_1$ , получим новое выражение для коэффициента асимптотической робастности

$$K_{Rp_1, p_2} = \frac{\lambda_2/\sqrt{D_{p_2}}}{\lambda_1/\sqrt{D_{p_1}}} = \frac{|\alpha'_{w_1}(f(t))|v_{w_2}(f(t))\sigma_2}{|\alpha'_{w_2}(f(t))|v_{w_1}(f(t))\sigma_1}. \tag{20}$$

По определению данный коэффициент характеризует то изменение отношения сигнал/шум, которое требуется для поддержания заданного уровня средних асимптотических потерь алгоритма при замене плотности  $p_1(t)$  на плотность  $p_2(t)$ .

Оценим изменение эффективности АРИ-алгоритма при изменении ПРВ шума, на примере демодуляции широкополосного ФМ-2 сигнала, принимаемого на фоне аддитивного независимого шума. В случае двоичной фазовой манипуляции созвездие состоит из двух противоположных равновероятных сигналов  $\mathbf{S}_n^{(1)} = -\mathbf{S}_n^{(2)}$ , где  $\mathbf{S}_n^{(k)} = (S_1^{(k)}, \dots, S_n^{(k)})^T$  – вектор отсчетов комплексной огибающей  $k$ -го сигнала созвездия. Наблюдаемые данные представляют собой  $n$ -мерный вектор  $\mathbf{X}_n = (x_1, \dots, x_n)^T$ , составленный из отсчетов комплексной огибающей наблюдаемого процесса, который в случае передачи  $k$ -го сигнала может быть представлен в следующем виде:

$$\mathbf{X}_n = \frac{\lambda}{\sqrt{n}} \mathbf{S}_n^{(k)} + \boldsymbol{\xi}_n, \quad \mathbf{S}_n^{(k)} \in \mathbb{S}_n,$$

где  $\boldsymbol{\xi}_n = (\xi_1, \dots, \xi_n)^T$  – вектор отсчетов комплексной огибающей шума  $\lambda \in (0, \infty)$  – энергетический параметр сигнала. Квадратурные составляющие вектора отсчетов шума полагаются статистически независимыми с одинаковыми неизвестными маргинальными ПРВ вида (15) или (16). Размер выборки примем равным 1023.

В процессе исследования по 100 000 испытаний оценивались зависимости вероятности ошибки на бит от отношения сигнал/шум (BER). Результаты моделирования представлены на рис. 1 и 2.

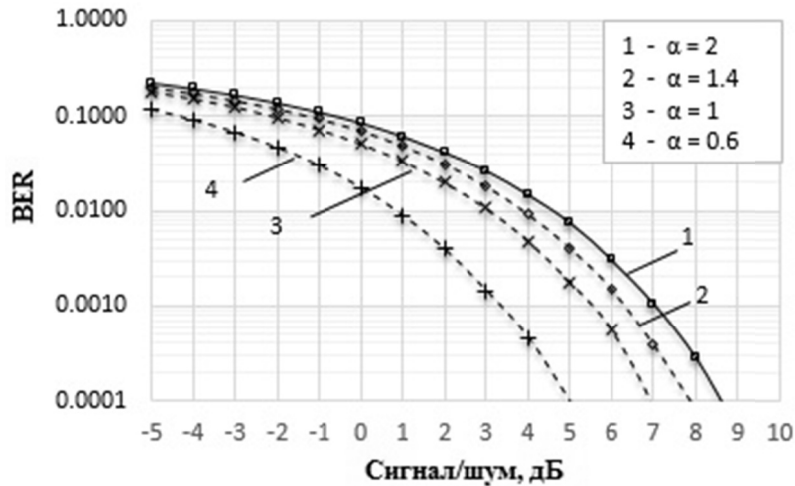


Рис. 1 – Зависимости вероятности ошибки на бит демодуляции от отношения сигнал/шум АРИ-алгоритма в случае обобщенного распределения Гаусса

Fig. 1 – Dependences of the erroneous demodulation probability on the signal/noise ratio of the ARI-algorithm in the case of generalized Gaussian noise distribution

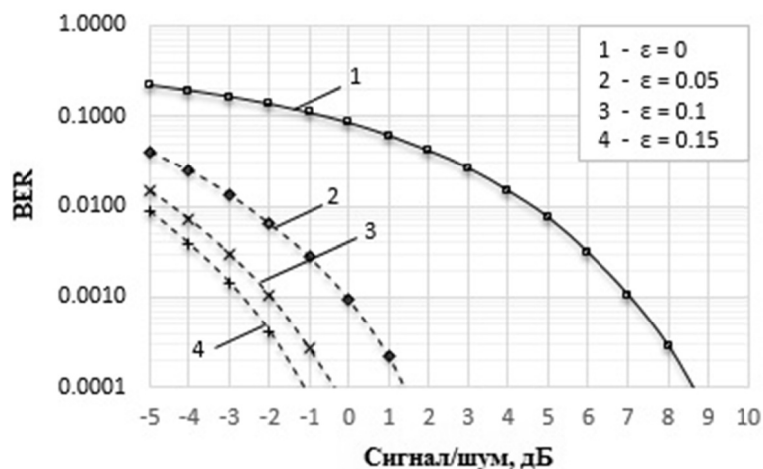


Рис. 2 – Зависимости вероятности ошибки на бит от отношения сигнал/шум АРИ-алгоритма в случае  $\varepsilon$ -загрязненного распределения

Fig. 2 – Dependences of the erroneous demodulation probability on the signal/noise ratio of the ARI-algorithm in the case of  $\varepsilon$ -contaminated noise distribution

Также в табл. 2 приведены значения коэффициента робастности для АРИ-алгоритма, вычисленные по формуле (20). В качестве распределения  $p_1(t)$  использовалось гауссовское распределение, а в качестве  $p_2(t)$  – распределения (15) и (16) при различных значениях параметров  $\alpha$  и  $\varepsilon$ . Значения указаны в дБ.

Таблица 2 / Table 2

Обобщенное распределение Гаусса				
$\alpha$	2	1.4	1	0.6
$K_{Rp_{\alpha=2, p_{\alpha}}}$ , дБ	0	-0.396	-1.041	-2.892
$\varepsilon$ -загрязненное распределение				
$\varepsilon$	0	0.05	0.1	0.15
$K_{Rp_{\varepsilon=0, p_{\varepsilon}}}$ , дБ	0	-7.023	-8.805	-9.385

Как видно из графиков, результаты моделирования хорошо согласуются с рассчитанными значениями коэффициента робастности АРИ-алгоритма. Например, для  $\varepsilon$ -загрязненного распределения с параметром  $\varepsilon = 0.05$  коэффициент робастности равен  $-7.023$  дБ. Это означает, что при данном распределении такой же уровень вероятности ошибки демодуляции, как и при гауссовом шуме, может быть достигнут при меньшем (на  $7.023$  дБ) отношении сигнал/шум.

### Заключение

Предложен коэффициент асимптотической робастности для оценки устойчивости асимптотических алгоритмов обнаружения и различения сигналов к изменению формы ПРВ шума в некотором заранее определенном классе распределений  $\mathbf{W}$ . На практике интерес представляет оценка робастности алгоритмов при произвольных распределениях в зависимости от отношения сигнал/шум.

На основе того, что практически любая ПРВ  $p_1(t)$  может быть представлена в виде  $p(t) = (1/\sigma)w(t/\sigma)$ ,  $\sigma \in (0, \infty)$ ,  $w(t) = \sigma p(\sigma t) \in \mathbf{W}$ , предложенный коэффициент робастности (20) показывает, какое требуется изменение отношения сигнал/шум для сохранения характеристик помехоустойчивости при изменении функции распределения шума по отношению к исходной, для которой синтезирован алгоритм.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Aazhang B., Poor H.V.** An analysis of nonlinear direct-sequence correlators // *IEEE Transactions on Communications*. – 1989. – Vol. 37 (7). – P. 723–731.
2. **Левин Б.Р.** Теоретические основы статистической радиотехники. В 3 кн. Кн. 3. – М.: Советское радио, 1976. – 288 с.
3. **Левин Б.Р.** Теоретические основы статистической радиотехники. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1989. – 656 с.
4. **Богданович В.А., Вострецов А.Г.** Применение принципов инвариантности и робастности при разработке алгоритмов демодуляции для широкополосных систем связи // *Радиотехника и электроника*. – 2009. – Т. 54, № 11. – С. 1353–1362.
5. **Богданович В.А., Вострецов А.Г.** Асимптотически робастные алгоритмы демодуляции сигналов с подавлением помех множественного доступа // *Радиотехника и электроника*. – 2010. – Т. 55, № 8. – С. 953–960.
6. **Богданович В.А., Вострецов А.Г.** Теория устойчивого обнаружения, различения и оценивания сигналов. – Изд. 2-е, испр. – М.: Физматлит, 2004. – 320 с.

### A QUANTITATIVE MEASURE OF ASYMPTOTIC ROBUSTNESS OF SIGNAL DETECTION ALGORITHMS

**Khailo N.S., Vostretsov A.G.**

*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

In many practical problems of signal detection, both the form of the noise distribution and a number of signal and interference parameters can be a priori uncertain. Therefore an algorithm's ability to maintain its performance in the case of noise environment changing is one of its key properties today. The stability of the algorithm performance to a number of factors can be ensured at the stage of its design. However, in most cases at this stage, it is not possible to ensure the independence of an algorithm's average losses of the noise distribution, which makes it necessary to estimate the stability of average losses of algorithms in the case of nonparametric a priori uncertainty. This property is usually called robustness. In this paper, we propose a coefficient of asymptotic robustness, which can be used for estimating the stability of asymptotic algorithms to changes in the noise probability density function.

*Keywords:* Demodulation algorithms, a priori uncertainty, robustness, noise immunity, BPSK.

DOI: 10.17212/1727-2769-2018-1-94-105

#### REFERENCES

1. Aazhang B., Poor H.V. An analysis of nonlinear direct-sequence correlators. *IEEE Transactions on Communications*, 1989, vol. 37 (7), pp. 723–731.
2. Levin B.R. *Teoreticheskie osnovy statisticheskoi radiotekhniki* [Theoretical bases of statistical radio engineering]. In 3 bk. Bk. 3. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1976. 288 p.
3. Levin B.R. *Teoreticheskie osnovy statisticheskoi radiotekhniki* [Theoretical bases of statistical radio engineering]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1989. 656 p.
4. Bogdanovich V.A., Vostretsov A.G. *Primenenie printsipov invariantnosti i robastnosti pri razrabotke algoritmov demodulyatsii dlya shirokopolosnykh sistem svyazi* [The application of



- the principles of invariance and robustness in the development of demodulation algorithms for broadband communication systems]. *Radiotekhnika i elektronika – Journal of Communications Technology and Electronics*, 2009, vol. 54, no. 11, pp. 1353–1362. (In Russian).
5. Bogdanovich V.A., Vostretsov A.G. Asimptoticheski robastnye algoritmy demodulyatsii signalov s podavleniem pomekh mnozhestvennogo dostupa [Asymptotically robust signal demodulation algorithms with multiple-access suppression]. *Radiotekhnika i elektronika – Journal of Communications Technology and Electronics*, 2010, vol. 55, no. 8, pp. 953–960. (In Russian).
  6. Bogdanovich V.A., Vostretsov A.G. *Teoriya ustoychivogo obnaruzheniya, razlicheniya i otsenivaniya signalov* [Theory of stable detection, demodulation and estimation of signals]. 2nd ed. Moscow, 2004. 320 p.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Хайло Никита Сергеевич** – родился в 1991 году, аспирант кафедры конструирования и технологии радиоэлектронных средств Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: статистическая теория обработки сигналов в условиях априорной неопределенности. Опубликовано более 10 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: xfront17@bk.ru.)

**Khailo Nikita Sergeevich** (b. 1991) – a postgraduate student at the department of construction and technology of radio electronic devices, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on the statistical theory of signal processing in condition of a priori uncertainty. He is the author of 10 scientific papers. (Address: 20 Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: xfront17@bk.ru.)



**Вострецов Алексей Геннадьевич** – родился в 1955 году, д-р техн. наук, профессор, проректор по научной работе Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: теория устойчивого обнаружения, различения, и оценки сигналов в условиях априорной неопределенности. Опубликовано более 150 научных работ, в том числе 3 монографии. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: vostretsov@corp.nstu.ru.)

**Vostretsov Aleksey Gennadevich** (b. 1955) – Doctor of Sciences (Eng.), professor, vice-rector for scientific work at the Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on the statistical theory of signal processing in condition of a priori uncertainty. He has more than 150 publications including 3 monographs. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: vostretsov@corp.nstu.ru.)

Статья поступила 12 февраля 2018 г.  
Received February 12, 2018

## To Reference:

Khailo N.S., Vostretsov A.G. O kolichestvennoi mere asimptoticheskoi robastnosti algoritmov obnaruzheniya i razlicheniya signalov [A quantitative measure of asymptotic robustness of signal detection algorithms]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2018, no. 1 (38), pp. 94–105. doi: 10.17212/1727-2769-2018-1-94-105.

УДК 612.59:004(076.5)

**ВЛИЯНИЕ ПЕРЕНОСА ТЕПЛА  
МЕЖДУ РАСЧЕТНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ НА ТЕПЛОВЫЕ ПРОЦЕССЫ  
В СИСТЕМЕ «ЧЕЛОВЕК – ОКРУЖАЮЩАЯ СРЕДА»**

**А.В. Чичиндаев, И.В. Хромова, Ю.В. Дьяченко**

*Новосибирский государственный технический университет*

В настоящей статье рассматриваются вопросы моделирования и расчета тепловых процессов в системе «человек – тепловая защита – окружающая среда» в условиях низких температур с учетом внутренних источников и переноса тепла между расчетными элементами и слоями, имеющие существенное значение для теории конвективного теплообмена. Представлена методика расчета процессов комбинированного теплообмена, которая позволяет получить локальные теплофизические параметры системы «человек – тепловая защита – окружающая среда» с учетом пассивной и активной тепловой защиты, а также теплофизических и геометрических свойств расчетных элементов в широком диапазоне параметров окружающей среды. Описана схема совместной работы кровеносной системы и системы термостабилизации человека, которая позволяет рассчитывать массовый расход теплоносителя (крови) на расчетные элементы. Исследовано влияние переноса тепла с током теплоносителя между расчетными элементами и слоями на тепловые процессы в системе «человек – окружающая среда». Результаты исследования могут быть полезны специалистам при проектировании термобелья для инвалидов, специализированных костюмов пожарных, высотно-компенсирующих костюмов летчиков, костюмов постоянного ношения для космонавтов, а также при совершенствовании элементов систем термостабилизации скафандров.

*Ключевые слова:* процессы теплообмена, теплоноситель, термическое сопротивление, тепловые потери, низкие температуры.

DOI: 10.17212/1727-2769-2018-1-106-113

### **Введение**

В настоящий момент одной из актуальных задач является разработка физико-математических моделей живых систем. Данная задача имеет большое прикладное значение в области разработки и оптимизации элементов систем жизнеобеспечения, направленных на обеспечение теплового комфорта для человека в рамках системы «человек – тепловая защита – окружающая среда» [1]. При этом наиболее сложным моментом является описание процессов переноса тепла теплоносителем (гемодинамический механизм системы терморегуляции). Часто в моделях системы терморегуляции это либо не учитывается, либо отражается при помощи эмпирических коэффициентов. Для решения этой проблемы в данной работе представлена разработанная принципиальная теплогидравлическая схема совместной работы кровеносной системы и системы термостабилизации человека [2].

### **1. Модель системы термостабилизации человека**

Для моделирования работы системы термостабилизации человека используется условное разделение объекта на «оболочку» – покровные ткани тела и «ядро» – внутренние органы и мышцы. Это многослойная многоэлементная модель,

---

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 16-38-00257.

в которой каждая часть тела представлена расчетным элементом (рис. 1) с соответствующим количеством и видом слоев [5].

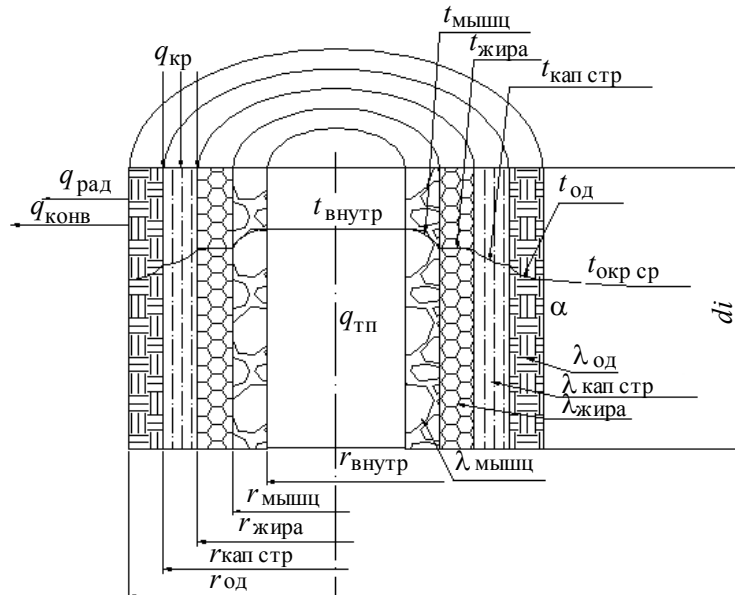


Рис. 1 – Схема расчетного элемента

Fig. 1 – An element for modeling

Кровеносная система (КС) работает совместно с системой термостабилизации (СТС) и осуществляет перенос тепла от внутренних органов к поверхности тела. Перенос тепла теплоносителем по длине слоя напрямую зависит от свойств и количества поступившего в слой теплоносителя при заданных условиях [2, 4]:

$$q_{кр\,ji} = \frac{\rho_{ij}}{m_{ij}} G_{кр\,ij} C_{P\,кр} (t_{входа\,ij} - t_{выхода\,ij}), \quad (1)$$

где  $G_{кр\,ij}$  – объемный расход теплоносителя через расчетный элемент и слой;  $C_{P\,кр}$  – теплоемкость теплоносителя;  $t_{входа\,ij}$ ,  $t_{выхода\,ij}$  – температуры теплоносителя на входе и выходе из расчетного элемента и слоя.

## 2. Расчет гидравлических характеристик в контуре теплоносителя

В расчетных элементах в зависимости от параметров внешней среды производится нагрев либо охлаждение теплоносителя. Вторая группа тепловых процессов происходит в результате смешения теплоносителей разной температуры на выходе из расчетных элементов. Таким образом, важной особенностью СТС является наличие нескольких типов расчетных элементов, связанных между собой сложной последовательно-параллельной гидравлической системой, обладающей переменными теплогидравлическими свойствами (рис. 2).

**Определяемые параметры.** Расчет гидравлических характеристик позволяет учитывать начальную стадию охлаждения, характерной особенностью которой является распространение температурных возмущений в пространстве и захват новых слоев тела. С другой стороны, расчет расходов теплоносителя для каждого

расчетного элемента и слоя позволяет учитывать количество тепла, которое передается от «ядра» к «оболочке» и, наоборот, в зависимости от температуры окружающей среды и мощности внутренних тепловыделений.

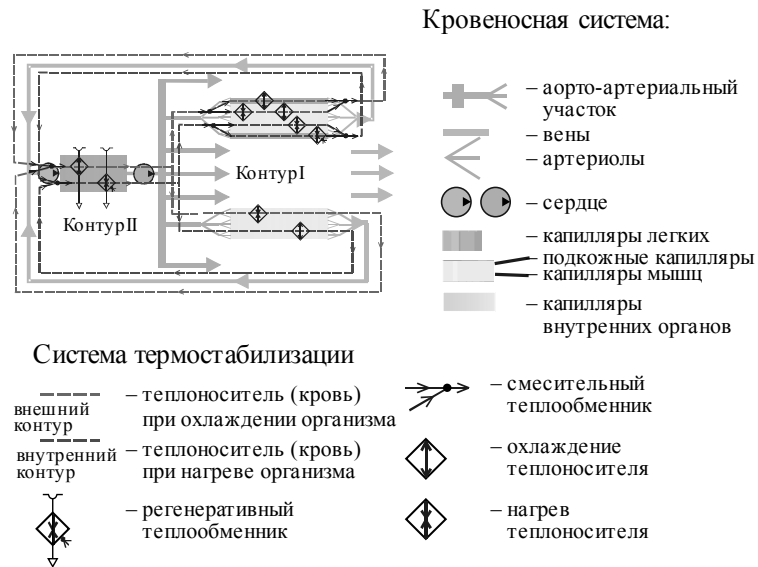


Рис. 2 – Схема совместной работы КС и СТС

Fig. 2 – Scheme of the joint work of the blood system and the system of thermoregulation

Количество тепла, которое переносит теплоноситель, напрямую зависит от его расхода на соответствующий расчетный элемент. Так как размеры капилляра очень малы, а их количество в каждом расчетном элементе очень большое, то зависимость температурного поля от распределения скоростей можно пренебречь. Таким образом, расходно-напорные характеристики определяются системой уравнений (2) для каждого элемента [2]:

$$P_a = \xi(\text{var})_i \frac{\rho V_i^2}{2} + \zeta(\text{var})_i \frac{\rho W_i^2}{2} + k(\text{var})_{ij} G_{ij} + P_{vi} + \rho g h_i + \Delta P_{\text{уск}i} + \Delta P_{\text{комп}i}; \quad (2)$$

$$k_{ij} G_{ij} + \xi_i \rho \frac{V_i^2}{2} + \zeta_i \frac{\rho W_i^2}{2} + \Delta P_i = 0.$$

Для расчета коэффициентов сопротивления участков сосудистого русла  $k(\text{var})$ ,  $\zeta(\text{var})$  и  $\xi(\text{var})$  разработаны методики расчета отдельно для каждого участка (подробно описаны в [2]). В них учитываются геометрические размеры и гидравлические характеристики контура: объемный расход теплоносителя, давление на входе в систему, вид, диаметры, длины и количество трубопроводов (сосудов) гидравлической сети и скорость течения теплоносителя. Схема расчетных участков контура учитывает пространственное положение трубопроводов, схему делений и ответвлений, а также протяженность участков. В результате рассчитываются перепады давления  $\Delta P_i$  и объемный расход  $G_{ij}$  для семи расчетных элементов в зависимости от внешних условий.

Отдельно рассчитывается расход теплоносителя, поступающего в «оболочку», что позволяет в тепловом расчете учитывать количество тепла, переносимое теплоносителем из «оболочки» в «ядро» и переменное термическое сопротивление слоя подкожных капилляров СТС [3].

### 3. Влияние переноса тепла между расчетными элементами на тепловые процессы в системе «человек – окружающая среда»

Предложенный подход позволяет рассчитать расход теплоносителя на расчетные элементы (рис. 3). Максимальное количество теплоносителя для 40-летнего мужчины приходится на туловище и внутренние органы, минутный объем крови (МОК) составляет 54 %, наименьший расход – на сердце и голову (5 и 8 %), на мышечную группу приходится 14 и 19 % на руки и ноги соответственно. Наибольшие теплотери при температуре 20 °С наблюдаются в мышечной группе (рис. 4).

Рис. 3 – Расход теплоносителя на расчетные элементы

Fig. 3 – Heat carrier consumption on the calculated elements

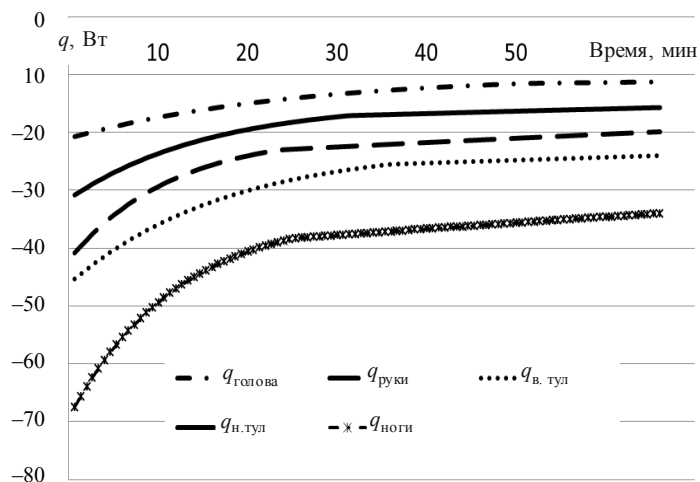
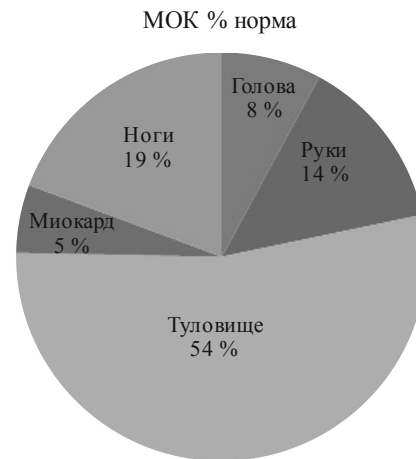


Рис. 4 – Теплотери расчетных элементов

Fig. 4 – Heat losses of the calculated elements

Кроме того, МОК значительно перераспределяется между «ядром» и «оболочкой» в случае, когда в режиме охлаждения включается механизм «выдавливания» теплоносителя из «оболочки» с целью увеличить термическое сопротивление активной теплоизоляции (слоя подкожных капилляров СТС). Расход на оболочку составляет около 40 % от общего расхода на потребитель при высоких температурах или физической нагрузке (рис. 5). При переходе от начальной стадии к регулярному режиму охлаждения при низких температурах на «оболочку» приходится около 10 % от суммарного МОК на расчетный элемент. Это позволяет уменьшить теплопотери «ядра» и сохранить его температуру постоянной как можно дольше.

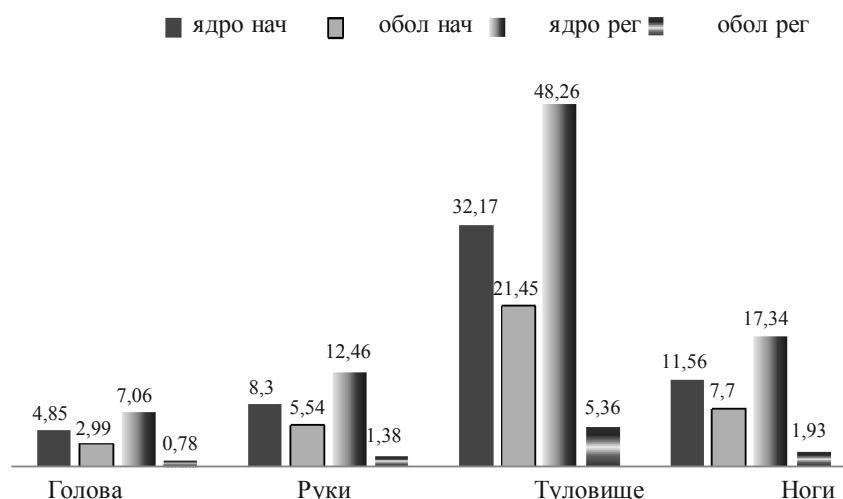


Рис. 5 – Перераспределение теплоносителя между «ядром» и «оболочкой»

Fig. 5 – The heat carrier redistribution between the “core” and the “envelope”

При анализе составляющих теплопотерь рук установлено, что наибольший вклад в суммарные потери тепла вносит конвективная составляющая (рис. 6). При этом начальную стадию охлаждения хорошо иллюстрирует компонента, характеризующая процесс теплопроводности активного слоя теплоизоляции  $q_{\text{тп. кап}}$ : происходит постепенный процесс оттока теплоносителя из подкожного слоя на протяжении 25 мин. После достижения оптимального значения термического сопротивления слоя градиент теплопотерь за счет других составляющих резко уменьшается, суммарные потери снижаются и включается режим регулярного охлаждения. Скорость оттока и количество теплоносителя зависят от температуры окружающей среды, индивидуальных параметров и морфологических особенностей СТС и КС.

### Заключение

Анализ получаемых результатов позволяет качественно и количественно оценить влияние перераспределения теплоносителя между расчетными элементами на функционирование системы «человек – тепловая защита – окружающая среда», получить локальные теплофизические параметры в широком диапазоне свойств окружающей среды. Дает возможность определять границы проводимых экспериментов и создавать модельные тренажеры для отработки экстремальных ситуаций, связанных с переохлаждением и перегревом, а также оптимизировать элементы индивидуальных средств защиты от воздействия неблагоприятных

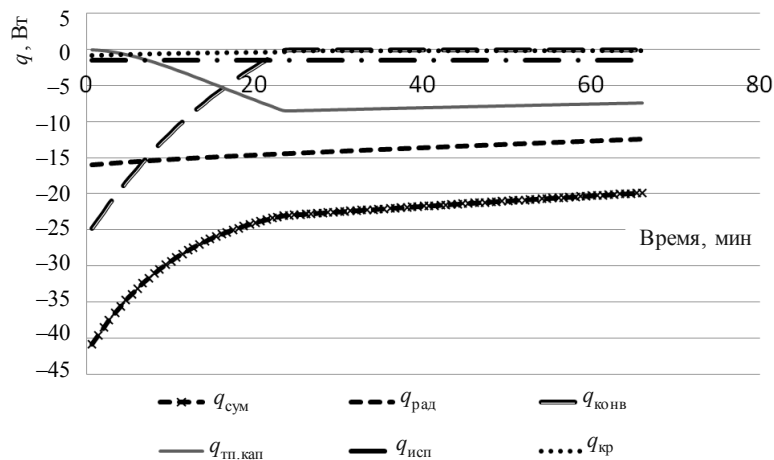


Рис. 6 – Составляющие тепловых потерь рук

Fig. 6 – The thermal loss components of the hands

температурных условий путем внедрения дополнительных элементов в конструкцию одежды [6]. Результаты исследования могут быть полезны специалистам при проектировании термобелья для инвалидов, специализированных костюмов пожарных, высотно-компенсирующих костюмов летчиков, костюмов постоянного ношения для космонавтов, а также при совершенствовании элементов систем термостабилизации скафандров.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Дьяченко Ю.В., Спарин В.А., Чичиндаев А.В. Системы жизнеобеспечения летательных аппаратов: учебное пособие для вузов / под ред. Ю.В. Дьяченко. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. – 512 с. – (Учебники НГТУ).
2. Хромова И.В. Исследование тепловых процессов в системе «человек – окружающая среда» в условиях низких температур: автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Новосибирск, 2009. – 20 с.
3. Чичиндаев А.В., Дьяченко Ю.В., Хромова И.В. Исследование термических сопротивлений слоев теплоизоляции в системе «человек – окружающая среда» // Доклады АН ВШ РФ. – 2014. – № 4 (25). – С. 137–142.
4. Исследование влияния свойств окружающей среды и индивидуальных средств защиты от холода на тепловое состояние человека / И.В. Хромова, А.В. Чичиндаев, Н.Н. Евтушенко, А.Н. Денисова // Экологические системы и приборы. – 2015. – № 9. – С. 20–26.
5. Чичиндаев А.В., Дьяченко Ю.В., Хромова И.В. Влияние внутренних источников тепла на процессы теплообмена в системе «человек – тепловая защита – окружающая среда» // Доклады АН ВШ РФ. – 2016. – № 1 (30). – С. 108–115.
6. Khromova I.V. Heat Exchange in "Human body – Thermal protection – Environment" System [Electronic resource] // Journal of Physics: Conference Series. – 2017. – Vol. 891. – URL: <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/891/1/012084/pdf> (accessed: 29.03.2018).

## INFLUENCE OF HEAT TRANSFER BETWEEN CALCULATED ELEMENTS ON THERMAL PROCESSES IN THE HUMAN BODY – ENVIRONMENT SYSTEM

**Chichindaev A.V., Khromova I.V., Dyachenko Yu.V.**

*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

This paper is devoted to the issues of simulation and calculation of thermal processes in the system called "Human body – Thermal protection - Environment" under low temperature conditions. It considers internal heat sources and the convective heat transfer between the calculated elements. In general it is important for the Heat Transfer Theory. The method introduces a complex heat transfer calculation method and a local thermo-physical parameter calculation method in the system called «Human body – Thermal protection - Environment», considering passive and active thermal protection, thermo-physical and geometric properties of the calculated elements in a wide range of environmental parameters. The scheme of joint work of the human blood system and the system of thermal stabilization is described in the paper. It makes it possible to calculate the mass flow of the heat carrier (blood) for the calculated elements. The effect of heat transfer with a heat carrier current between the calculated elements and layers on thermal processes in the "Human body –Environment" system is investigated. The research results can be useful to specialists in the design of thermal underwear for disabled people, specialized fireman clothing, altitude-compensating suits for pilots, permanent-wear pressure suits for astronauts, and also to improve elements of the space suit thermoregulation systems.

*Keywords:* Processes of heat and mass transfer, heat carrier, thermal resistance, thermal losses, low temperatures.

DOI: 10.17212/1727-2769-2018-1-106-113

### REFERENCES

1. Dyachenko Yu.V., Sparin V.A., Chichindaev A.V. *Sistemy zhizneobespecheniya letatel'nykh apparatov* [Life-support systems of aircraft]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2003. 512 p.
2. Khromova I.V. *Issledovanie teplovykh protsessov v sisteme "chelovek – okruzhayushchaya sreda" v usloviyakh nizkikh temperatur*. Avtoref. diss. kand. tekhn. nauk [Research of thermal processes in system "human – environment" in cold temperature condition. Author's abstract of PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2009. 20 p.
3. Chichindaev A.V., Dyachenko Yu.V., Khromova I.V. *Issledovanie termicheskikh soprotivlenii sloev teploizolyatsii v sisteme "chelovek – okruzhayushchaya sreda"* [Research on heat insulation thermal resistance in the human organism – environment system]. *Doklady Akademii Nauk Vysshei Shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian Higher School Academy of Sciences*, 2014, no. 4 (25), pp. 137–142.
4. Khromova I.V., Chichindaev A.V., Evtushenko N.N., Denisova A.N. *Issledovanie vliyaniya svoystv okruzhayushchei sredy i individual'nykh sredstv zashchity ot kholoda na teplovoe sostoyanie cheloveka* [Research of influence properties of environment and individual means of protection from the cold on the human thermal state]. *Ekologicheskie sistemy i pribory – Ecological Systems and Devices*, 2015, no. 9, pp. 20–26.
5. Chichindaev A.V., Dyachenko Yu.V., Khromova I.V. *Vliyanie vnutrennikh istochnikov tepla na protsessy teploobmena v sisteme "chelovek – zashchita – okruzhayushchaya sreda"* [Effect of internal heat sources on the processes of heat transfer in the system "human – thermal protection – environment"]. *Doklady Akademii Nauk Vysshei Shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian Higher School Academy of Sciences*, 2016, no. 1 (30), pp. 108–115.
6. Khromova I.V. *Heat Exchange in "Human body – Thermal protection – Environment" System*. *Journal of Physics: Conference Series*, 2017, vol. 891. Available at: <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/891/1/012084/pdf> (accessed 29.03.2018).



## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Чичиндаев Александр Васильевич** – родился в 1960 году, д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой технической теплофизики, Новосибирский государственный технический университет. Область научных интересов: теплофизика, теоретическая теплотехника. Опубликовано более 40 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: ttf\_nstu@rambler.ru).

**Chichindaev Aleksandr Vasil'evich** (b. 1960) – Doctor of Sciences (Eng.), professor, head of the department of engineering thermal physics, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on thermal physics and theoretical heat engineering. He is the author of 40 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: ttf\_nstu@rambler.ru).



**Хромова Ирина Владимировна** – родилась в 1983 году, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры технической теплофизики, Новосибирский государственный технический университет. Область научных интересов: теплофизика, теоретическая теплотехника. Опубликовано более 20 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: ttf\_nstu@rambler.ru).

**Khromova Irina Vladimirovna** (b. 1983) – Candidate of Sciences (Eng.), associate professor, associate professor, department of engineering thermal physics, Novosibirsk State Technical University. Her research interests are currently focused on thermal physics and theoretical heat engineering. She is the author of 20 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: ttf\_nstu@rambler.ru).



**Дьяченко Юрий Васильевич** – родился в 1944 году, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры технической теплофизики, Новосибирский государственный технический университет. Область научных интересов: теплофизика, теоретическая теплотехника. Опубликовано более 40 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: ttf\_nstu@rambler.ru).

**Dyachenko Yurii Vasil'evich** (b. 1944) – Doctor of Sciences (Eng.), professor, professor at the department of engineering thermal physics, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on thermal physics, theoretical heat engineering. He is the author of 40 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: ttf\_nstu@rambler.ru).

*Статья поступила 11 декабря 2017 г.  
Received December 11, 2017*

## To Reference:

Chichindaev A.V., Khromova I.V., Dyachenko Yu.V. Vliyanie perenosа tepla mezhdru raschetnymi elementami na teplovyе protsessy v sisteme "chelovek – okruzhayushchaya sreda" [Influence of heat transfer between calculated elements on thermal processes in the human body – environment system]. *Doklady Akademii Nauk Vysshei Shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian Higher School Academy of Sciences*, 2018, no. 1 (38), pp. 106–113. doi: 10.17212/1727-2769-2018-1-106-113.

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

**ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК  
ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Выпуск 1(38) январь–март 2018**

Выпускающий редактор *И.П. Брованова*  
Корректор *И.Е. Семенова*  
Компьютерная верстка *Н.В. Гаврилова*

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции  
Издание соответствует коду 95 2000 ОК 005-93 (ОКП)

---

Подписано в печать 20.03.2018. Бумага офсетная. Формат 70×108 1/16  
Тираж 300 экз. Уч.-изд. л. 10,15. Печ. л. 7,25. Изд. № 94. Заказ № 625

---

Отпечатано в типографии  
Новосибирского государственного технического университета  
630073, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20