НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

2017

апрель-июнь

№ 2 (35)



Выходит четыре раза в год ISSN 1727-2769

Учредители

Академия наук высшей школы России Новосибирское отделение Академии наук высшей школы

Главный редактор

А.Г. Вострецов, д-р техн. наук, проф., засл. деятель науки РФ

Заместитель главного редактора

В.Н. Васюков, д-р техн. наук, проф.

Редакционный совет

М. Грайцар, PhD, проф. (Словакия) А. Загоскин, PhD (Великобритания) Е.В. Ильичев, д-р физ.-мат. наук, проф. (Германия) М.Н. Клымаш, д-р техн. наук, проф. (Украина) К. Арутюнов, д-р физ.-мат. наук И.С. Грузман, д-р техн. наук, проф. В.Г. Дубровский, д-р физ.-мат. наук, проф. Б.А. Князев, д-р физ.-мат. наук, проф. А.И. Легалов, д-р техн. наук, проф. Г.В. Майер, д-р физ.-мат. наук, проф., засл. деятель науки РФ В.К. Макуха, д-р техн. наук, проф. В.Я. Рудяк, д-р физ.-мат. наук, проф. С.А. Харитонов, д-р техн. наук, проф. Г.М. Шумский, д-р техн. наук, проф.

Ответственный секретарь

Д.О. Соколова, канд. техн. наук

Журнал зарегистрирован в Министерстве РФ по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций в 2002 г. (свидетельство ПИ № 77-11517 от 04.01.2002 г.)

Адрес редакции: 630073, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20, НГТУ, корп. 4, ком. 415, телефон: (383) 346-15-37, факс: (383) 346-02-09. E-mail: danvshrf@corp.nstu.ru

© Новосибирское отделение АН ВШ, 2017 г.

SCIENTIFIC JOURNAL

PROCEEDINGS OF THE RUSSIAN HIGHER SCHOOL ACADEMY OF SCIENCES

April – June

2017

№ 2 (35)



Journal is published quarterly ISSN 1727-2769

Journal was established by Russian Higher Education Academy of Science Novosibirsk Branch of Higher Education Academy of Science

Chief Editor

A.G. Vostretsov, D.Sc. (Eng.), Prof., Honoured Science Worker of Russian Federation

Deputy Chief Editor

V.N. Vasyukov, D.Sc. (Eng.), Prof.

Editorial Council

M. Grajcar, PhD, Prof. (Slovakia) A. Zagoskin, PhD (United Kingdom) E.V. Ilyichev, D.Sc. (Phys.&Math.), Prof. (Germany) M.M. Klymash, D.Sc. (Eng.), Prof. (Ukraine) K. Arutyunov, D.Sc. (Phys.&Math.) I.S. Gruzman, D.Sc. (Eng.), Prof. V.G. Dubrovsky, D.Sc. (Phys.&Math.), Prof. B.A. Knyazev, D.Sc. (Phys.&Math.), Prof. A.I. Legalov, D.Sc. (Eng.), Prof. G.V. Mayer, D.Sc. (Phys.&Math.), Prof. V.K. Makukha, D.Sc. (Eng.), Prof. V.Ya. Rudyak, D.Sc. (Phys.&Math.), Prof. S.A. Haritonov, D.Sc. (Eng.), Prof.

Executive Secretary D.O. Sokolova, C.Sc.(Eng.)

Editor Address: Office 415, 20 bld. 4, K. Marx Prospect, Novosibirsk, 630073, Russian Federation. Tel: +7 (383) 346-15-37. Fax: +7 (383) 346-02-09. Email: danvshrf@corp.nstu.ru

© Novosibirsk Branch of Higher Education Academy of Science, 2017 г.

 17
 апрель–июнь
 № 2 (35)

СОДЕРЖАНИЕ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

<i>Аульченко С.М., Картаев Е.В.</i> Моделирование синтеза композитных наночастиц диоксида титана и диоксида кремния в плазмохимическом реакторе7
Калытка В.А., Баймуханов З.К., Алиферов А.И., Мехтиев А.Д. Зонная структура энергетического спектра
и волновые функции протона в диэлектриках с протонной проводимостью
<i>Рудяк В.Я., Краснолуцкий С.Л.</i> Потенциалы взаимодействия полых наночастиц между собой и с молекулами несущей среды

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

Калачиков А.А., Щелкунов Н.С.	
Экспериментальное измерение и анализ параметров	
радиоканала MIMO	43
Куликов К.И., Спиридонов Е.А., Пономарев К.Е.,	
Лангеман Э.Г.	
Влидние интервала лвижения на веродтность межпосалного	

Влияние интервала движения на вероятность межпоездного	
обмена энергией рекуперации в метрополитене	53

2017

<i>Кучер Е.С., Комазенко М.А., Ромащенко А.И.</i> Синтез систем векторного управления малочувствительных к изменениям параметров асинхронного электропривода
<i>Нейман Л.А.</i> Рабочий цикл двухкатушечной синхронной электромагнитной машины ударного действия с упругим реверсом бойка73
<i>Новиков В.Ф.</i> Механизм возникновения «собственных» нестабильностей фазы в СВЧ приборах
Семенко А.И., Бокла Н.И., Домрачева Е.А. Определение помехозащищенности телекоммуникационных систем с многопозиционным фазоманипулированным сигналом

PROCEEDINGS OF RUSSIAN HIGHER EDUCATION ACADEMY OF SCIENCES

 2017
 April–June
 № 2 (35)

CONTENTS

PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Aulchenko S.M., Kartaev E.V.

Numerical simulation of synthesis of synthesis titania-silica composite nanoparticles in the plasmachemical reactor	7
<i>Kalytka V.A., Baimukhanov Z.K., Aliferov A.I., Mekhtiev A.D.</i> Zone structure of the energy spectrum and wave functions of proton in proton conductivity dielectrics	18

Rudyak V.Ya., Krasnolutskii S.L.

I	nteract	tion p	otenti	als of l	nollow r	nanopartic	les with	each oth	ner	
a	nd wit	h mo	lecule	s of the	e carrier	medium.				32

TECHNICAL SCIENCES

<i>Kalachikov A.A., Shelkunov N.S.</i> Experimental measurement and analysis of MIMO radio channel parameters	43
<i>Kulikov K.I., Spiridonov E.A., Ponomarev K.E., Langeman E.G.</i> Influence of the traffic interval on the probability of inter-train recovery energy exchange in the underground.	53
<i>Kucher E.S., Komazenko M.A., Romashchenko A.I.</i> Synthesis of systems of vector control of induction motor drive parameters low-sensitive to changes	61

<i>Neyman L.A.</i> An operating cycle of the two-inductor impact synchronous electromagnetic machine with spring head reverse	.73
<i>Novikov V.F.</i> The nature of the apperance of intrinsic phase instabilities in the SHF equipment	.84
<i>Semenko A.I., Bokla N.I., Domracheva K.O.</i> Analysis of telecommunication systems interference with a multiposition phased-shift signal	.97

ДОКЛАДЫ АН ВШ РФ

2017

апрель-июнь

№ 2 (35)

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 532.075.8

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИНТЕЗА КОМПОЗИТНЫХ НАНОЧАСТИЦ ДИОКСИДА ТИТАНА И ДИОКСИДА КРЕМНИЯ В ПЛАЗМОХИМИЧЕСКОМ РЕАКТОРЕ

С.М. Аульченко^{1,2}, Е.В. Картаев¹

¹Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича ²Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет

В работе впервые проведено моделирование синтеза композитных наночастиц диоксида титана и диоксида кремния в рабочей зоне плазмохимического реактора хлоридным методом на основе раздельного окисления тетрахлоридов титана и кремния. При моделировании реализован одностадийный метод получения искомых порошков. В верхней части канала в реактор подается в паровой фазе тетрахлорид титана и в зоне реактора до узла подачи тетрахлорсилана происходит конверсия тетрахлорида титана, с образованием частиц диоксида титана с их последующим ростом за счет поверхностной реакции и коагуляции. В области смешения тетрахлорсилана с основным потоком происходит образование газовой фазы диоксида кремния, с последующей конденсацией ее на поверхности частиц диоксида титана и образованием оболочки. Кроме того, рост толщины оболочки может происходить и за счет поверхностной реакции. Газ в плазмообразующей струе – азот, и используется предварительное смешение реагентов вне реактора – тетрахлорида титана и тетрахлорсилана с кислородом. Так как для ряда параметров физико-математической модели нет точных данных – только диапазоны их значений, расчеты проведены при различных значениях соответствующих констант, что необходимо для понимания процессов, происходящих в реакторе, а также для верификации используемой модели.

Ключевые слова: наночастицы, диоксид титана, оксид кремния, плазмохимический реактор, математическое моделирование.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-2-7-17

Введение

Одним из наиболее перспективных направлений в современных технологиях является синтез нанокомпозитных порошков оксидных керамик, относящихся к новому классу материалов с возможностью управления их физико-химическими свойствами в широком диапазоне в зависимости от их предназначения. В частности широкое применение получили наноразмерные частицы диоксида титана (TiO_2) . Этот порошок используют в технологиях очистки воды и воздуха от токсичных органических веществ, при изготовлении самоочищающихся стекол и т. д. Например, его использование в солнечных батареях снижает стоимость 1 кВт ч в пять раз по сравнению с аналогами на основе кремниевых полупроводниковых материалов. При этом во многих важных практических приложениях требуется, чтобы фотокаталитическая активность частиц TiO_2 была подавлена – например, в добавках пигментного диоксида титана в краски, в пластик и при производстве бумаги, в производстве солнцезащитных средств. В этом случае требуется, чтобы площадь фотоактивной свободной поверхности диоксида титана была как можно меньше при сохранении оптических свойств самого мате-

© 2017 С.М. Аульченко, Е.В. Картаев

риала. Этому требованию удовлетворяют, например, нанокомпозитные частицы диоксида титана и диоксида кремния ($\text{TiO}_2 + \text{SiO}_2$) структуры «ядро-оболочка», причем чем больше толщина аморфного слоя SiO_2 и чем меньше его микропористость, тем сильнее снижена фотоактивность композитного нанопорошка. Обзор работ по некоторым технологиям получения композитных нанопорошков, их свойств и возможности применения дан, например, в [1–3]. В промышленных масштабах такого типа порошки производятся компанией Evonik Inc. методом высокотемпературного гидролиза. В России опытное плазмохимическое производство нанопорошков и их композиций налажено в компаниях «Плазмотерм» и «Передовые порошковые технологии», однако композитные порошки на основе диоксида титана и оксида кремния там не представлены.

В работе на основе созданной авторами программы расчета течений многокомпонентной реагирующей газовой смеси, основанной на алгоритмах решения квазигазодинамической системы уравнений [4], впервые проведено моделирование синтеза нанокомпозитных частиц TiO₂ + SiO₂ данной структуры в проточном плазмохимическом реакторе. При моделировании реализован одностадийный метод получения искомых порошков. В верхней части канала в реактор подается в паровой фазе тетрахлорид титана (TiCl₄) и в зоне реактора до узла подачи тетрахлорсилана SiCl₄ происходит конверсия тетрахлорида титана, с образованием частиц TiO₂ с их последующим ростом за счет поверхностной реакции и коагуляции. В [5-7] приведены результаты расчетов и экспериментов этого этапа. Получено удовлетворительное соответствие расчетных и экспериментальных данных, что позволяет говорить об адекватности используемой физико-химической и математической моделей реальному процессу конверсии, происходящему в реакторе. В области смешения SiCl₄ с основным потоком происходит образование газовой фазы диоксида кремния, при малом отношении концентрации паров $SiCl_4/TiCl_4$ происходит конденсация паров диоксида кремния только на поверхности частиц диоксида титана с образованием оболочки без формирования отдельных частиц SiO₂ [8]. Кроме того, рост толщины оболочки может происходить и за счет поверхностной реакции. Газ в плазмообразующей струе – азот с температурой 4500 К, и применена схема предварительного смешения реагентов вне реактора – тетрахлорида титана и тетрахлорсилана с кислородом воздухом.

Трудности моделирования физико-химических процессов в потоках химически активных газов связаны с отсутствием надежных данных по скоростям и температурным границам реакций и фазовых переходов и т. д. Все это предполагает значительный объем параметрических расчетов для верификации результатов моделирования.

1. Постановка задачи

На рис. 1 показана схема рабочей зоны проточного реактора (реальное положение – вертикальное). Через канал в рабочую зону втекает струя азота с температурой T_1 и с расходом Q_1 . Через первую боковую щель при температуре T_2 с расходом Q_2 подается смесь тетрахлорида титана и воздуха. В зоне смешения идет реакция с образованием сначала газофазной компоненты TiO_2 , затем частиц TiO_2 . Далее по мере движения частиц вдоль реактора происходит их рост за счет

поверхностной реакции и коагуляции. Через вторую боковую щель подается смесь тетрахлорида кремния и воздуха при температуре T_3 с расходом Q_3 .



Puc. 1 - Cхема рабочей зоны проточного реактора *Fig.* 1 - Diagram of the working zone of the flow reactor

В этой зоне смешения идут гомогенная реакция с образованием газофазной компоненты SiO_2 , которая конденсируется на частицах диоксида титана, и гетерогенная с образованием твердой фазы на поверхности частиц как TiO_2 , так и композитных частиц $TiO_2 + SiO_2$. Предполагается, что коагуляции композитных частиц не происходит. Это предположение будет проверено экспериментально.

При математическом моделировании рассматривается течение вязкой теплопроводной смеси газов. Компоненты смеси – O_2 , N_2 , TiCl₄, SiCl₄, TiO₂, SiO₂, Cl₂. Три последние компоненты появляются в результате обобщенных химических реакций:

$$TiCl_4 + O_2 \rightarrow TiO_2 + 2Cl_2$$
 и $SiCl_4 + O_2 \rightarrow SiO_2 + 2Cl_2$

Рассматривается одножидкостный режим течения, которое моделируется с помощью системы квазигазодинамических уравнений [2]. С учетом внешних сил и источников тепла эта система имеет вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} = 0,$$

$$\frac{\partial (\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \operatorname{div} (\mathbf{j} \otimes \mathbf{u}) + \nabla p = \rho \mathbf{F} + \operatorname{div} \mathbf{\Pi},$$

$$\frac{\partial (E)}{\partial t} + \operatorname{div} (\mathbf{j}H) + \operatorname{div} \mathbf{q} = (\mathbf{j} \cdot \mathbf{F}) + \operatorname{div} (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{u}) + Q.$$
(1)

Здесь F – вектор плотности массовой силы; H – полная удельная энтальпия; П – тензор вязких напряжений.

Вектор плотности потока массы определен следующим соотношением:

$$\mathbf{j} = \rho \mathbf{u} - \tau \left[\operatorname{div} \left(\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} \right) + \nabla p - \rho \mathbf{F} \right], \ \tau = \frac{M}{\operatorname{ReSc}} \frac{T}{p},$$

где Re – число Рейнольдса; Sc – число Шмидта.

К этой системе добавляются уравнения неразрывности для компонент смеси:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j}^i = \sum_j J^{(ji)}, \qquad (2)$$

где $J^{(ji)}$ — интенсивность превращения массы *j*-й компоненты в *i*-ю и объемной концентрации твердой фазы с_{*p*}:

$$\frac{\partial c_p}{\partial t} + \operatorname{div}(c_p \mathbf{u}) = \sum_j J^{(jp)},\tag{3}$$

где $J^{(jp)}$ – интенсивность превращения массы *j*-й компоненты в твердую.

В правых частях уравнений (2)–(3) учтены следующие кинетические соотношения, описывающие изменение концентраций тетрахлорида титана, диоксида титана в газовой и твердой фазах, а также тетрахлорида кремния, диоксида кремния в газовой и твердой фазах за счет гомогенной, гетерогенной реакций и фазового перехода:

$$\frac{dC^{1}}{dt} = -k_{T}^{r}C^{1} = -\left(k_{T}^{g} + k_{T}^{s}A\right)C^{1},$$

$$\frac{dC^{2}}{dt} = k_{T}^{g}C^{1} - k_{T}^{p}C^{2},$$

$$\frac{dC^{3}}{dt} = k_{T}^{s}C^{1}A + k_{T}^{p}C^{2},$$

$$\frac{dC^{4}}{dt} = -k_{S}^{r}C^{4} = -\left(k_{S}^{g} + k_{S}^{s}A\right)C^{4},$$

$$\frac{dC^{5}}{dt} = k_{S}^{g}C^{4} - k_{S}^{p}C^{5}.$$
(4)

Здесь C^1 , C^2 , C^3 , C^4 , C^5 , C^6 – концентрации тетрахлорида титана, диоксида титана в газовой фазе и диоксида титана в твердой фазе, тетрахлорида кремния, диоксида кремния в газовой фазе и диоксида кремния в твердой фазе; k_T^r , k_S^r – скорости обобщенных реакций; k_T^g , k_S^g – скорости гомогенных реакций; k_T^s , k_S^s – скорости поверхностных реакций; k_T^p , k_S^p – скорости фазовых переходов; A – относительная площадь частиц.

Дополнительные соотношения, замыкающие систему уравнений, имеют вид:

$$p = \rho R_m T \frac{m_g}{1 - c_p}, \quad \alpha_i = \rho_i / \rho, \quad R_m = R_G \left(\sum_i \alpha_i / m_i \right)$$

где R_G – удельная газовая постоянная; R_m – удельная газовая постоянная смеси; m_g – массовая доля газа; α_i – массовая доля *i*-й компоненты; ρ_i – нормированная плотность *i*-й компоненты.

Если к соотношениям (1)-(4) добавить уравнение для числа частиц

$$\frac{dN}{dt} = k_T^g C^1 N_{\rm A} - \frac{\beta N^2}{2}, \qquad (5)$$

то, с учетом известного их начального диаметра d_0 , зная в каждый момент времени в каждой расчетной ячейке массу частиц, их количество и объемную концентрацию, можно вычислить их размер. N_A — число Авогадро.

Параметр коагуляции согласно [5] вычислялся по формуле

$$\beta = 8\pi d_B d_p \left[\frac{d_p}{d_p + g\sqrt{2}} + \frac{4d_B\sqrt{2}}{u_p d_p} \right]^{-1},$$

где
$$l_a = \frac{8d_B}{\pi u_p}$$
, $d_B = \frac{3\sqrt{mkT/2\pi}}{2\rho d_p^2 (1 + \alpha \pi / 8)}$, $g = \left(\frac{1}{3d_p l_a}\right) \left[(d_p + l_a)^3 - (d_p + l_a)^{\frac{3}{2}} \right] - d_p$,

 d_p , u_p – диаметр и скорость частиц.

Для системы уравнений (1)–(3) ставятся следующие граничные условия. На стенках реактора – условия прилипания, отсутствие потока тепла и равенство нулю нормальной производной от давления (это дополнительное условие вызвано спецификой КГД-системы). Для струй задаются расход и температура. Для вычисления значений давления, плотности и скорости на входных границах струй используются граничные условия, основанные на использовании инвариантов Римана для уравнений Эйлера.

При численном интегрировании уравнений (1)–(3) они записываются в цилиндрической системе координат (задача осесимметричная) и приводятся к безразмерному виду. В качестве основных размерных параметров задачи выбираются: радиус канала, скорость звука в воздухе при температуре 300 К и его плотность.

Для численного решения системы уравнений используется явная по времени разностная схема. Производные по времени аппроксимируются разностями вперед с первым порядком точности. Пространственные производные аппроксимируются центральными разностями со вторым порядком точности.

2. Результаты расчетов

Основная серия расчетов, результаты которых можно верифицировать с экспериментальными данными, была проведена в следующей постановке. На первом этапе рассчитывалось квазистационарное поле течения в реакторе, сформированное вдувом струи из плазмотрона. Затем происходит вдув боковых струй.

Геометрические характеристики реактора: $L_R = 444$ мм, $d_R = 32$ мм, $L_C = 38$ мм, $d_C = 7$ мм, $L_T = 33$ мм, $\alpha^\circ = 15^\circ$. Координаты вдува боковых струй: $z_1 - 28$ мм, $z_2 - 292$ мм. Здесь d_C , d_R — диаметры канала и реактора, L_C , L_R , L_T — длины канала, реактора и участка сопряжения.

Режимные параметры установки: $T_1 = 4500$ К, $Q_1 = 1$ г/с, $T_2 = 490$ К, $Q_2 = 2,5$ г/с, $T_3 = 490$ К, $Q_3 = 2,2$ г/с. Состав первой боковой струи: воздух – 80 %, TiCl₄ – 20 %; состав второй боковой струи: воздух – 96,7 %, SiCl₄ – 3,3 %.

Значения констант в уравнениях (4)-(5) согласно [6, 7] были заданы следующие:

$$k_T^r = 8,26 \times 10^4 \exp\left(\frac{-10681}{T}\right), \ k_T^s = 4,9 \times 10^3 \exp\left(\frac{-8993}{T}\right),$$

$$k_T^p = 1,2 \times 10^{10} \exp\left(\frac{-10681}{T}\right),$$

$$k_S^r = 8,0 \times 10^{14} \exp\left(\frac{-400000}{T}\right), \ k_S^s = 4,0 \times 10^{13} \exp\left(\frac{-40\ 828}{T}\right),$$

$$k_S^p = k_T^p.$$
(6)

В доступной литературе значения констант для конверсии $SiCl_4$ отличаются на порядок, а информация для скорости нуклеации отсутствует. Эти параметры нуждаются в уточнении на основе экспериментальных данных.

На рис. 2 приведены распределения вдоль реактора средневзвешенных диаметров частиц по их числу $d_i = \frac{1}{N_i} \sum_j d_{ij} N_{ij}$, $N_i = \sum_j N_{ij}$ и массе

 $d_i = \frac{1}{M_i} \sum_j d_{ij} m_{ij}$, $M_i = \sum_j m_{ij}$, а также распределение значения логарифма числа

частиц для различных значений параметров модели и режима работы реактора. Здесь d_{ij} и m_{ij} – диаметр и масса частиц в j-й расчетной ячейке i-го сечения. На рис. 2, а приведены результаты расчета, соответствующие модели с параметрами (6). На рис. 2, b и c представлены результаты расчетов по моделям, в которых $k_S^s = 0$ и $k_S^p = 0$ соответственно. Эти расчеты проведены для того, чтобы оценить вклад в рост оболочки из диоксида кремния поверхностной реакции окисления тетрахлорида кремния и конденсации диоксида кремния из газовой фазы. На рис. 2, *d* приведены результаты расчета по модели с базовыми параметрами, но с втрое увеличенным содержанием тетрахлорида кремния во второй боковой струе. Общим для всех режимов является монотонный рост размеров частиц диоксида титана на участке между зонами вдува первой и второй боковых струй, с последующим скачкообразным ростом в области вдува второй струи. Этот рост происходит в процессе коагуляции частиц, в результате которой происходит уменьшение их числа по закону (5), а скачок обусловлен поджатием ядра потока боковой струей, приводящей к резкому росту величины второго слагаемого в выражении (5). Разница размеров частиц, полученных осреднением по их числу и массе, связана с некоторой неравномерностью распределения размеров частиц в сечениях реактора. Основная доля частиц сосредоточена в ядре потока, а меньшая часть, но более крупных частиц, расположена вблизи стенок. Это связано с меньшей скоростью потока вблизи стенок, соответственно с увеличением времени, в течение которого происходит рост частиц TiO₂ за счет поверхностной реакции и коагуляции.

В режимах, представленных на рис. 2, a, b и d, ниже по потоку от области смешения основного потока со второй боковой струей коагуляции частиц не происходит, так как практически на всех частицах TiO₂ уже образовалась оболочка из SiO₂, а в модель заложено отсутствие коагуляции между композитными частицами. Влияние параметров модели на размер и структуру композитных частиц



Рис. 2 – Распределение вдоль реактора средневзвешенного диаметра частиц (нм) и логарифма числа частиц:

a – расчет с базовыми параметрами модели; b – расчет с $k_S^s = 0$; c – расчет с $k_S^p = 0$; d – расчет с базовыми параметрами модели при увеличенной доле SiCl₄; l – диаметр частиц TiO₂, осредненных по числу частиц; 2 – диаметр частиц TiO₂, осредненных по массе; 3 – диаметр композитных частиц, осредненных по числу частиц; 4 – диаметр композитных частиц, осредненных по массе; 5 – логарифм числа частиц

Fig. 2 – Distribution of the reactor along average particle diameter (nm) and the logarithm of the number of particles:

a – calculation with the basic parameters of the model used; b – calculation with the $k_S^s = 0$; c – calculation with the $k_S^p = 0$; d – calculation with the basic parameters of the model with the increased share of SiCl₄; I – the diameter of TiO₂ particles, averaged over the number of particles; 2 – the diameter of TiO₂ particles, averaged over the mass; 3 – the diameter of the composite particles, averaged over the number of particles; 4 – diameter of composite particles, averaged over the mass; 5 – logarithm of particles

является, как правило, не только прямым. Например, от значений констант скоростей поверхностной реакции и конденсации k_S^s и k_S^p зависит не только скорость нарастания оболочки на частице, но и границы перехода частиц TiO₂ в композитные, а значит, и прекращение их роста за счет коагуляции. Область распространения газовой фазы TiO₂ и, следовательно, возможной конденсации ее на поверхности частиц значительно больше, чем область, в которой возможна поверхностная реакция. Это объясняет близость кривых на рис. 2, а и рис. 2, b. Число частиц практически одинаково. Размеры ядра (средние по числу частиц) композитной частицы 42,5 нм и 40,3 нм. Меньший размер ядра при $k_S^s = 0$ объясняется сдвигом вверх по потоку границы образования композитных частиц вследствие увеличения доли газовой фазы TiO2. Для режимов, представленных на рис. 2, а и b, размеры композитных частиц (средние по числу) на выходе из реактора 43,3 нм и 40,9 нм. В первом варианте толщина оболочки на 0,2 нм больше. Эта разница объясняется как вкладом поверхностной реакции, так и хоть и небольшой разницей в числе частиц. Так как во втором варианте их больше, то и толщина оболочки при одинаковой массе меньше. Результаты, представленные на рис. 2, с, показывают, насколько велика роль положения границы перехода частиц TiO_2 в частицы $TiO_2 + SiO_2$. Смещение этой границы при $k_S^p = 0$ приводит к росту размеров ядра до 52,3 нм и соответственно к большей толщине оболочки – 1,6 нм при осреднении по числу частиц. Уменьшение средних размеров частиц TiO₂, осредненных по массе, в третьем варианте (рис. 2, c) до 95,7 нм с 98,0 нм и 97,1 нм в первом и втором вариантах соответственно связано с тем, что область поверхностной реакции расположена ближе к стенке реактора и в нее первыми попадают наиболее крупные частицы. Естественно, что при формировании оболочки только за счет одной из реакций общая ее масса меньше, о чем свидетельствуют средние по массе размеры композитных частиц 99,3 нм, 98,1 нм и 96,9 нм в вариантах a, b и c соответственно. На рис. 2, d представлены результаты расчета синтеза композитных наночастиц для варианта режима работы установки с долей SiCl₄ во второй боковой струе, увеличенной в три раза – 10 % и базовых значениях параметров модели. Предсказуемо началось раньше образование оболочки и, следовательно, размер ядра частиц значительно меньше (а число частиц почти вдвое больше): у средних по числу частиц – 35,6 нм, у средних по массе – 81,7 нм. При этом толщина оболочки 0,5 нм и 1,0 нм при итоговом размере 36,1 нм и 82,7 нм свидетельствует об увеличении доли SiO₂ в композитной частице при увеличении подводимой массы SiCl₄.

Заключение

Впервые проведено моделирование одностадийного синтеза композитных наночастиц диоксида титана и диоксида кремния в рабочей зоне плазмохимического реактора хлоридным методом на основе раздельного окисления тетрахлоридов титана и кремния. Исследовано влияние ряда параметров физико-математической модели и режимных параметров установки как на общий размер частиц, так и на толщину оболочки. Приведены результаты расчетов для некоторых вариантов параметров. Они свидетельствуют об адекватном качественном описании используемой моделью и алгоритмом ряда процессов, происходящих при синтезе композитных частиц.

Полученные результаты будут сопоставлены с данными экспериментов, которые планируется провести на созданной лабораторной установке. Это позволит уточнить как собственно модель, так и ее параметры. В частности, будет проверена справедливость предположения об отсутствии коагуляции композитных частиц, сделанного на основе экспериментальных данных при синтезе композитных частиц с использованием другой технологии.

Кроме того, опираясь на полученные экспериментальные данные, необходимо будет решить серию обратных задач для уточнения значений параметров физико-

химической модели конверсии тетрахлорида кремния (константы скоростей гетерогенной реакции и нуклеации), разброс значений в литературе велик.

Эти результаты, а также те, что будут получены при дальнейших параметрических исследованиях в сочетании с данными экспериментов, которые планируется провести на созданной лабораторной установке, позволят уточнить параметры модели и управлять характеристиками получаемых композитных частиц.

ЛИТЕРАТУРА

- El-Toni A.M., Yin S., Sato T. Control of silica shell thickness and microporosity of titania– silica core–shell type nanoparticles to depress the photocatalytic activity of titania // Journal of Colloid and Interface Science. – 2006. – Vol. 300, N 1. – P. 123–130.
- Ehrman S.H., Friedlander S.K., Zachariah M.R. Characteristics of SiO2/TiO2 nanocomposite particles formed in a premixed flat flame // Journal of Aerosol Science. – 1998. – Vol. 29, N 5/6. – P. 687–706.
- Cho W.-H., Kang D.-J., Kim S.-G. Intraparticle structures of composite TiO2/SiO2 nanoparticles prepared by varying precursor mixing modes in vapor phase // Journal of Materials Research. – 2003. – Vol. 38, N 12. – P. 2619–2625.
- Елизарова Т.Г. Квазигазодинамические уравнения и методы расчета вязких течений. М.: Научный мир, 2007. – 351 с.
- 5. **Аульченко С.М.** Управление процессом роста наночастиц диоксида титана в проточном плазмохимическом реакторе // Инженерно-физический журнал. 2013. Т. 86, № 5. С. 967–973.
- Experimental study of the synthesis of the ultrafine titania powder in plasmachemical flowtype reactor / E.V. Kartaev, V.P. Lukashov, S.P. Vashenko, S.M. Aulchenko, O.B. Kovalev, D.V. Sergachev // International Journal of Chemical Reactor Engineering. – 2014. – Vol. 12, N 1. – doi: 10.1515/ijcre-2014-0001.
- 7. Аульченко С.М., Картаев Е.В. Управление процессом синтеза субмикронных частиц диоксида титана в проточном плазмохимическом реакторе // Инженерно-физический журнал. 2015. Т. 88, № 6. С. 1409–1415.
- Buesser B., Pratsinis S.E. Design of gas-phase synthesis of core-shell particles by computational fluid – aerosol dynamics // AIChE Journal. – 2011. – Vol. 57, N 11. – P. 3132–3142. – doi: 10.1002/aic.12512.
- Kolesnikov A., Kekana J. Nanopowders production in the plasmachemical reactor: modelling and simulation // International Journal of Chemical Reactor Engineering. – 2011. – Vol. 9. – Art. A83.

NUMERICAL SIMULATION OF SYNTHESIS TITANIA-SILICA COMPOSITE NANOPARTICLES IN THE PLASMACHEMICAL REACTOR

Aulchenko S.M.^{1,2}, Kartaev E.V.¹

¹Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Novosibirsk, Russia

²Novosibirsk State Architectural-Building University, Novosibirsk, Russia

In this work an original numerical investigation of the synthesis of core-shell titania-silica composite nanoparticles in a flow-type plasmachemical reactor has been performed by using a software complex developed by the authors aimed to calculate a multi-component gas mixture and based on the algorithms of solving the quasi-gas-dynamic (QGD) system of equations. Single-stage synthesis of the sought composite powder has been modeled. First TiCl₄ vapors are injected at the top of the reactor. Then downstream gas-phase conversion of the titanium tetra-chloride and formation of titania particles as well as their growth caused by coagulation and surface TiCl₄ conversion proceed down to the unit of supply of SiCl₄ vapors. Silica vapors arise in the region of SiCl₄ vapors mixing and high-temperature mainstream; the vapors are condensed upon titania particles, thus forming silica shells. In addition, the growth of shell thickness is also caused by surface conversion of SiCl₄ vapors. Nitrogen is used as a plasma-forming gas. TiCl₄

and SiCl₄ vapors are separately premixed with air oxygen outside the plasmachemical reactor. Since there is a lack of information about exact values of some parameters of the physico-mathematical model, the numerical investigation has been carried out with variable values of the corresponding parameters, which is necessary to understand physical and chemical phenomena accompanying the synthesis of composite particles in the reactor and also to verify the model used.

Keywords: nanoparticles, titania, silica, plasmachemical reactor, numerical simulation. DOI: 10.17212/1727-2769-2017-2-7-17

REFERENCES

- El-Toni A.M., Yin S., Sato T. Control of silica shell thickness and microporosity of titania– silica core–shell type nanoparticles to depress the photocatalytic activity of titania. *Journal of Colloid and Interface Science*, 2006, vol. 300, no. 1, pp. 123–130.
- Ehrman S.H., Friedlander S.K., Zachariah M.R. Characteristics of SiO2/TiO2 nanocomposite particles formed in a premixed flat flame. *Journal of Aerosol Science*, 1998, vol. 29, no. 5/6, pp. 687–706.
- Cho W.-H., Kang D.-J., Kim S.-G. Intraparticle structures of composite TiO2/SiO2 nanoparticles prepared by varying precursor mixing modes in vapor phase. *Journal of Materials Research*, 2003, vol. 38, no. 12, pp. 2619–2625.
- 4. Elizarova T.G. *Kvazigazodinamicheskie uravneniya i metody rascheta vyazkikh techenii* [Quasi-gasdynamic equations and methods for calculating viscous flows]. Moscow, Nauchnyi mir Publ., 2007. 351 p.
- Aul'chenko S.M. Controlling the process of titanium dioxide nanoparticle growth in a continuous-flow plasma-chemical reactor. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2013, vol. 86, no. 5, pp. 1027–1034. Translated from *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal*, 2013, vol. 86, no. 5, pp. 967–973.
- Kartaev E.V., Lukashov V.P., Vashenko S.P., Aulchenko S.M., Kovalev O.B., Sergachev D.V. Experimental study of the synthesis of the ultrafine titania powder in plasmachemical flowtype reactor. *International Journal of Chemical Reactor Engineering*, 2014, vol. 12, no. 1. doi: 10.1515/ijcre-2014-0001.
- Aul'chenko S.M., Kartaev E.V. Control of the synthesis of submicron titanium dioxide particles in a continuous plasma-chemical reactor. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2015, vol. 88, no. 6, pp. 1459–1465. Translated from *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal*, 2015, vol. 88, no. 6, pp. 1409–1415.
- Buesser B., Pratsinis S.E. Design of gas-phase synthesis of core-shell particles by computational fluid – aerosol dynamics. *AIChE Journal*, 2011, vol. 57, no. 11, pp. 3132–3142. doi: 10.1002/aic.12512.
- 9. Kolesnikov A., Kekana J. Nanopowders production in the plasmachemical reactor: modelling and simulation. *International Journal of Chemical Reactor Engineering*, 2011, vol. 9, art. A83.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



Аульченко Сергей Михайлович – родился в 1955 году, д-р физ.-мат. наук, доцент, ведущий научный сотрудник ИТПМ СО РАН, профессор кафедры теоретической механики НГАСУ (Сибстрин). Область научных интересов: математическое моделирование, задачи управления в гидрогазодинамике, гидромеханика многофазных сред. Имеет более 200 публикаций, в том числе одна монография. (Адрес: 630058 Россия, г. Новосибирск, ул. Вахтангова, За. E-mail: aulchsm@mail.ru).

Aulchenko Sergei Mikhailovich (b. 1955) – Doctor of Physics and Mathematics, leading researcher ITAM SB RAS, professor of the Department of Theoretical Mechanics NGASU (Sibstrin). Research interests: mathematical modeling, control problems in the hydro-gas dynamics, fluid mechanics of multiphase media. He has over 200 publications, including 1 monograph. (Address: 3a, Vakhtangov st., Novosibirsk, 630058 Russia. Email: aulchsm@mail.ru).



Картаев Евгений Владимирович – родился в 1972 году, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник ИТПМ СО РАН. Область научных интересов: плазмохимия, синтез керамических наночастиц, механика жидкости и газа, смешение. Имеет более 40 публикаций. (Адрес: 630069 Россия, г. Новосибирск, ул. Твардовского, 12. E-mail: kartayev@mail.ru).

Kartaev Evgeniy Vladimirovich (b. 1972) – Candidate of Physics and Mathematics, senior researcher ITAM SB RAS. Research interests: plasma chemistry, synthesis of ceramic nanoparticles, fluid mechanics, mixing. He has over 40 publications (Address: 12, Tvardovsky st., Novosibirsk, 630069 Russia. E-mail: kartayev@mail.ru).

Статья поступила 06 марта 2017 г. Received March 06, 2017

To Reference:

Aulchenko S.M., Kartaev E.V. Modelirovanie sinteza kompozitnykh nanochastits dioksida titana i dioksida kremniya v plazmokhimicheskom reaktore [Numerical simulation of the synthesis of titania-silica composite nanoparticles in plasmachemical reactor]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2017, no. 2(35), pp. 7–17. doi: 10.17212/1727-2769-2017-2-7-17

ДОКЛАДЫ АН ВШ РФ

2017

апрель-июнь

№ 2 (35)

— ФИЗ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 539.2+537.226

ЗОННАЯ СТРУКТУРА ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА И ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ ПРОТОНА В ДИЭЛЕКТРИКАХ С ПРОТОННОЙ ПРОВОДИМОСТЬЮ

В.А. Калытка¹, З.К. Баймуханов², А.И. Алиферов³, А.Д. Мехтиев¹

¹Карагандинский государственный технический университет ²Евразийский Национальный университет им. Л.Н. Гумилева ³Новосибирский государственный технический университет

В квазиклассическом приближении методом Вентцеля-Крамерса-Бриллюэна (ВКБметодом) исследуются квантовые свойства протонной подсистемы (взаимодействующей с анионной подрешеткой) в кристаллах с водородными связями (КВС) в области низких температур (70-100 К). Математическая модель строится на решении стационарного уравнения Шрёдингера для частицы (протона), двигающейся в поле невозмущенного внешним (поляризующим) полем одномерного периодического потенциала, для случая омических контактов на границах кристалла (работа выхода протона за пределы диэлектрика является конечной величиной). Построены рекуррентные формулы для амплитуд волновых функций протона в области произвольной потенциальной ямы, или барьера, для модели невозмущенного потенциального рельефа параболической формы. Выявлена зонная структура энергетического спектра протона в КВС, получены выражения для расчета максимальной энергии («потолок» зоны), минимальной энергии («дно» зоны) и ширины энергетической зоны, соответствующей заданному стационарному состоянию протона в изолированной потенциальной яме. Установлено прямое влияние прозрачности потенциального барьера на параметры зонной структуры энергетического спектра протона. С помощью аппарата статистической матрицы записаны выражения для заселенностей невозмущенных уровней энергии в пределах фиксированной энергетической зоны. Рассчитаны фазы квазиклассических волновых функций протона. Результаты работы найдут применение при детальном теоретическом исследовании механизма квантовой (туннельной) протонной проводимости с целью разработки элементов электрохимических устройств (твердые электролиты), топливных элементов водородной энергетики, элементов микросхем контрольно-измерительных и анализирующих устройств, работающих в условиях низких и сверхнизких температур.

Ключевые слова: кристаллы с водородными связями (КВС), зонная структура энергетического спектра протона в КВС, квазиклассическое приближение в квантовой механике, равновесная матрица плотности для протонов, волновые функции стационарных состояний протона в КВС.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-2-18-31

Введение

Закономерности поведения спектров tg $\delta(\omega; T)$ и плотности термостимулированных токов поляризации (ТСТП) и деполяризации (ТСТД) в КВС достаточно хорошо исследованы в области высоких температур ($T \approx 100 - 250$ K) [1], когда основной вклад в поляризацию вносят термически активируемые (классические) переходы протонов через потенциальный барьер [2]. Скорость вероятности этих переходов при T > 100 K, в экспериментальном интервале изменения напряженности поляризующего поля $E_0 \approx 100-1000$ кВ/м, в любом приближении l по безраз-

мерному параметру $\zeta_0 = \frac{qE_0a}{2k_BT} < 1$, определяется законом Аррениуса

© 2017 В.А. Калытка, З.К. Баймуханов, А.И. Алиферов, А.Д. Мехтиев

 $W^{(0)} = W^{(1)} = \dots = W^{(l)} \approx \frac{v_0}{2} \exp\left(-\frac{U_0}{k_B T}\right)$ [3], где *a* – постоянная решетки, v_0 –

линейная частота собственных колебаний протона в изолированной потенциальной яме, U_0 – высота потенциального барьера (энергия активации протона на водородной связи), q – заряд протона [2, 3]. Невозмущенный спектр энергий $E_n^{(0)}$ протонов [4, 5], активированных при T > 100 К, принят квазинепрерывным, когда $\left| E_{n\pm 1}^{(0)} - E_n^{(0)} \right| = hv_0 << k_B T$, $\left| \Delta E_{n,n\pm 1}^{(0)} \right| \rightarrow 0$ [2, 3].

В области низких ($T \approx 70-100$ K) [4, 5] и тем более сверхнизких ($T \approx 4-25$ K)

[6, 7] температур кинетические коэффициенты $W^{(l)}$ [3] вычисляются с учетом доминирующего влияния квантовых (туннельных) переходов протонов при поляризации диэлектрика, когда, в *l*-приближении по параметру ζ_0 выполняются вы-

ражения
$$W^{(l)} \to W^{(l)}_{\text{tunn}} = \frac{v_0}{2} \langle \mathbf{D}^{(l)} \rangle$$
, где $\langle \mathbf{D}^{(l)} \rangle = \frac{\Lambda^l \exp(-\Lambda) - X^l \exp(-X)}{X^{l-1}(X-\Lambda)}$

 $X = \frac{U_0}{k_B T}$, $\Lambda = \frac{\pi \delta_0 \sqrt{mU_0}}{\hbar \sqrt{2}}$, $\delta_0 -$ ширина потенциального барьера; *m* – масса протона [3]. Однако, авторами [3] статистическое усреднение прозрачности $D^{(l)}(U_0; E)$ проводилось, как и в [1, 2], в предположении квазинепрерывности

энергетического спектра релаксаторов (протонов). При этом в области температур T < 100 К из-за больших значений прозрачности $D(U_0; E_n^{(0)})$ [2] расстояние между соседними уровнями энергии существенно возрастает: $\left|E_{n,n\pm1}^{(0)} - E_n^{(0)}\right| \neq 0$ и спектр энергий протона становится квазидискретным: $E_n^{(0)}(U_0; v_0; a; \delta_0)$ [4, 5]. Тогда расчет функции $\left\langle D(U_0; E_n^{(0)}) \right\rangle$ должен проводиться в числах заполнения, с помощью статистической матрицы $w_n^{(0)} = (a_n^{(0)})^+ a_n^{(0)}$ [8]. В принципе, эта задача уже решена в приближении Вентцеля – Крамерса – Бриллюэна (ВКБ-методом), но для модели *прямоугольного* потенциального рельефа и при *блокирующих контактах* на границах исследуемого образца (диэлектрика) [2].

Цель данной работы сводится к исследованию структуры и квантовых свойств энергетического спектра и волновых функций релаксаторов (в КВС – протонов), двигающихся в одномерном кристаллическом потенциальном поле *параболической формы* при *омических контактах* на границах кристалла (работа выхода протона из диэлектрика является конечной величиной $U_{\rm max} > U_0$). Для модели блокирующих контактов, когда не допускается просачивание носителей заряда через границы диэлектрика, эта величина принимается бесконечно большой $(U_{\rm max} \to \infty)$ [2].

Выражения для волновых функций $\psi_n(\vec{r})$ и энергетического спектра $E_n^{(0)}$ невозмущенных стационарных состояний протона могут быть использованы при расчете заселенностей уровней энергии и при полном квантово-механическом усреднении (по пространственным переменным и по энергиям) измеряемых величин (поляризация, плотность тока термостимулированной деполяризации и др.).

1. Энергетический спектр протона в КВС

Моделируя гамильтониан кристалла, с учетом допущений, принятых для квантовой модели протонной релаксации, в КВС [2, 4, 5], уравнение Шрёдингера для протона массы m, двигающегося с энергией E в одномерном периодическом потенциальном поле водородных связей $\hat{U}_C(x)$ [3], запишем в простом виде

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} + \hat{U}_C(x)\psi = E\psi.$$
⁽¹⁾

В данной модели координатная ось OX выбрана по направлению кристаллической оси C (перпендикулярно плоскостям спайности) [2, 3]. Область изменения координаты $-\infty < x < \infty$ включает отрезок $0 \le x \le d$, где d – толщина диэлектрика. Значения энергии частицы (протона) изменяются в интервале $0 \le E < \infty$, где связанным состояниям протона, с энергией активации U_0 , соответствует интервал $0 \le E \le U_0$, а при энергиях $U_0 \le E \le U_{\text{max}}$ протон находится вне локального поля водородных связей, но в пределах потенциального поля кристаллической решетки с работой выхода $U_{\text{max}} > U_0$. Условие нормировки для уравнения (1)

гласит, что $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 = 1$, где основная доля вероятности обнаружения протона равна $\Delta W(0; d) = \int_{0}^{d} |\psi|^2 \approx 1$.

В случае движения релаксатора (протона) в поле параболического потенциального рельефа, принимая энергию активации в виде $U_0 = m\omega_0^2 \delta_0^2/8$ [3], где $\omega_0 = 2 \pi v_0$ – круговая частота собственных колебаний протона в невозмущенной изолированной потенциальной яме, запишем условие применимости квазиклассического приближения (ВКБ-метода) $U_0 >> E_0^{(0)}$ [2], $E_0^{(0)} = \frac{1}{2}\hbar\omega_0$ – энергия нулевых колебаний протона, в виде [3]

$$m\omega_0 \delta_0^2 / 4\hbar \gg 1. \tag{2}$$

Тогда, волновая функция протона в области *j*-й потенциальной ямы $a_j \le x \le b_j$, согласно ВКБ-методу, принимает вид [2]

$$\bar{\psi}_{j}(x) = \frac{\bar{C}_{j}}{\sqrt{p(x)}} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_{a_{j}}^{x} p(x) dx\right) + \frac{\bar{D}_{j}}{\sqrt{p(x)}} \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int_{a_{j}}^{x} p(x) dx\right).$$
(3)

Соответственно, в области j-го потенциального барьера $b_j \le x \le a_{j+1}$,

$$\widehat{\psi}_{j}(x) = \frac{\widehat{C}_{j}}{\sqrt{|p(x)|}} \exp\left(-\frac{1}{\hbar} \int_{b_{j}}^{x} |p(x)| dx\right) + \frac{\widehat{D}_{j}}{\sqrt{|p(x)|}} \exp\left(\frac{1}{\hbar} \int_{b_{j}}^{x} |p(x)| dx\right).$$
(4)

В [2] построены рекуррентные выражения:

$$\begin{split} \begin{bmatrix} \hat{C}_{j+1} \\ \hat{D}_{j+1} \end{bmatrix} &\equiv B \times \begin{pmatrix} \hat{C}_{j} \\ \hat{D}_{j} \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{21} \end{pmatrix}, \ \begin{pmatrix} \hat{C}_{j} \\ \hat{D}_{j} \end{pmatrix} = B^{j} \times \begin{pmatrix} \hat{C}_{0} \\ \hat{D}_{0} \end{pmatrix}, \\ B^{j} = \begin{pmatrix} (B^{j})_{11} & (B^{j})_{12} \\ (B^{j})_{21} & (B^{j})_{22} \end{pmatrix}. \end{split}$$
(5)

В (5) приняты обозначения:

$$b_{11} = \frac{1}{2}e^{-\eta}\cos\varphi , \ b_{12} = e^{\eta}\sin\varphi , \\ b_{21} = -e^{-\eta}\sin\varphi , \\ b_{22} = 2e^{\eta}\cos\varphi , \\ \phi = \frac{1}{\hbar}\int_{a_j}^{b_j} p(x)dx , \\ \eta = \frac{1}{\hbar}\int_{b_j}^{a_{j+1}} |p(x)| dx .$$

Используем равенство [2]

$$B^{j} = \frac{1}{\lambda_{1} - \lambda_{2}} \begin{pmatrix} (\lambda_{1} - b_{11})\lambda_{2}^{j} - (\lambda_{2} - b_{11})\lambda_{1}^{j} & -\frac{(\lambda_{1} - b_{11})(\lambda_{2} - b_{11})}{b_{21}} (\lambda_{1}^{j} - \lambda_{2}^{j}) \\ b_{21} (\lambda_{1}^{j} - \lambda_{2}^{j}) & (\lambda_{1} - b_{11})\lambda_{1}^{j} - (\lambda_{2} - b_{11})\lambda_{2}^{j} \end{pmatrix}.$$
 (6)

Совместно с детерминантом [2]

$$\begin{vmatrix} b_{11} - \lambda & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0,$$
 (7)

обозначая

$$b_{11} + b_{22} = \left(\frac{1}{2}e^{-\eta} + 2e^{\eta}\right)\cos\varphi = 2\cos u, \ b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21} = 1,$$

$$\lambda_{1,2} = \exp(\pm iu),$$
(8)

запишем элементы:

$$(B^{j})_{11} = \frac{b_{11}\sin(ju) - \sin((j-1)u)}{\sin u},$$

$$(B^{j})_{12} = -\frac{\left(1 - 2b_{11}\cos u + b_{11}^{2}\right)\sin(ju)}{b_{21}\sin u} = \frac{b_{12}\sin(ju)}{\sin u},$$

$$(B^{j})_{21} = \frac{b_{21}\sin(ju)}{\sin u}, \quad (B^{j})_{22} = \frac{\sin((j+1)u)}{\sin u} - b_{11}\frac{\sin(ju)}{\sin u}.$$
(9)

Полагая $\begin{pmatrix} \hat{C}_0 \\ \hat{D}_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ Ce^{-\eta} \end{pmatrix}$ [2], из (5), с учетом (9), имеем

$$\begin{pmatrix} \hat{C}_j \\ \hat{D}_j \end{pmatrix} = B^j \begin{pmatrix} 0 \\ Ce^{-\eta} \end{pmatrix} = Ce^{-\eta} \begin{pmatrix} \frac{b_{12}\sin(ju)}{\sin u} \\ \frac{\sin((j+1)u) - b_{11}\sin(ju)}{\sin u} \end{pmatrix},$$
(10)

$$\begin{pmatrix} \hat{C}_{j-1} \\ \hat{D}_{j-1} \end{pmatrix} = C e^{-\eta} \begin{pmatrix} \frac{b_{12} \sin\left((j-1)u\right)}{\sin u} \\ \frac{\sin(ju) - b_{11} \sin\left((j-1)u\right)}{\sin u} \end{pmatrix}.$$
 (11)

Далее, используя равенство [2]

$$\begin{pmatrix} \breve{C}_{j} \\ \breve{D}_{j} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}e^{-\eta - i\frac{\pi}{4}}\hat{C}_{j-1} + \hat{D}_{j-1}e^{\eta + i\frac{\pi}{4}} \\ \frac{1}{2}e^{-\eta + i\frac{\pi}{4}}\hat{C}_{j-1} + \hat{D}_{j-1}e^{\eta - i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix},$$
(12)

с учетом (11), получим

$$\begin{pmatrix} \bar{C}_{j} \\ \bar{D}_{j} \end{pmatrix} = \frac{C}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{1-i}{2}e^{-2\eta} \frac{b_{12}\sin((j-1)u)}{\sin u} + (1+i) \frac{\sin(ju) - b_{11}\sin((j-1)u)}{\sin u} \\ \frac{1+i}{2}e^{-2\eta} \frac{b_{12}\sin((j-1)u)}{\sin u} + (1-i) \frac{\sin(ju) - b_{11}\sin((j-1)u)}{\sin u} \end{pmatrix}.$$
(13)

Выделим из (13) рекуррентные формулы

$$\begin{split} \vec{C}_{j} &= \frac{C}{\sqrt{2}\sin u} \left\{ \frac{e^{-\eta}}{2} \sin\left((j-1)u\right) (\sin \varphi - \cos \varphi) + \sin(ju) + \\ &+ i \left(\sin(ju) - \frac{e^{-\eta}}{2} (\cos \varphi + \sin \varphi) \sin\left((j-1)u\right) \right) \right\}, \end{split}$$
(14)
$$\begin{split} \vec{D}_{j} &= \frac{C}{\sqrt{2}\sin u} \left\{ \frac{e^{-\eta}}{2} \sin\left((j-1)u\right) (\sin \varphi - \cos \varphi) + \sin(ju) + \\ &+ i \left(\frac{e^{-\eta}}{2} (\cos \varphi + \sin \varphi) \sin\left((j-1)u\right) - \sin(ju) \right) \right\}. \end{split}$$
(15)

С целью проверки полученных равенств (14), (15), запишем формулу (12), с

учетом (11), принимая
$$j = 1$$
: $\begin{pmatrix} \vec{C}_1 \\ \vec{D}_1 \end{pmatrix} = Ce^{-\eta} \begin{pmatrix} \frac{1}{2}e^{-\eta - i\frac{\pi}{4}} & e^{\eta + i\frac{\pi}{4}} \\ \frac{1}{2}e^{-\eta + i\frac{\pi}{4}} & e^{\eta + i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{C}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1+i \\ 1-i \end{pmatrix}.$

Принимая j = 1 в формулах (14), (15), убеждаемся в их достоверности. Перепишем (10) в виде

$$\widehat{C}_{j} = \frac{C\sin\varphi\sin(ju)}{\sin u}, \ \widehat{D}_{j} = \frac{Ce^{-\eta}}{\sin u} \left(\sin\left((j+1)u\right) - \frac{e^{-\eta}}{2}\cos\varphi\sin(ju) \right).$$
(16)

В выражениях (14)-(16) константа С определяется из условия нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 = \sum_{j=0}^{N_W} \int_{b_j}^{a_{j+1}} |\widehat{\psi}_j(x)|^2 dx + \sum_{j=1}^{N_W} \int_{a_j}^{b_j} |\widetilde{\psi}_j(x)|^2 dx = 1.$$
(17)

В (17) N_W – полное количество потенциальных ям в системе. Соответствующее количество потенциальных барьеров N_W +1. Координаты точек поворота a_j , b_j вычисляются из равенства $U_C(x) = E$. При этом для 0-го барьера $b_0 = -\infty$ и N_W -го барьера $a_{N_W+1} = +\infty$ [2].

Принимая в области N_W -го барьера $\hat{D}_{N_W} = 0$, из (16), согласно равенству $\frac{1}{\sin u} \left(e^{-\eta} \sin\left((N_W + 1)u \right) - \frac{e^{-2\eta}}{2} \cos \varphi \sin(N_W u) \right) = 0$, при условии $\eta >> 1$, прене-

брегая слагаемым $\frac{e^{-2\eta}}{2}\cos\phi\sin(N_W u) \to 0$, запишем спектральное уравнение для модели омических контактов $\frac{\sin((N_W + 1)u)}{\sin u} = 0$. Его решение $u_s = \pm \frac{\pi s}{N_W + 1}$ выполняется при условии $s \neq 0$, $s \neq N_W + 1$.

Из (8), полагая $e^{-\eta} \to 0$, имеем $\cos \phi = e^{-\eta} \cos u$, откуда, в силу $\kappa = e^{-\eta} \cos u \ll 1$, когда $\phi = \arccos \kappa \approx \arccos 0 - \kappa$, запишем

$$\varphi_{n,s} \approx \mp \pi \left(n + \frac{1}{2} \right) \mp e^{-\eta_n} \cos \left(\frac{\pi s}{N_W + 1} \right).$$
(18)

B (10)
$$\varphi_{n,s} = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar} \int_{a_j}^{b_j} \sqrt{E_{n,s}^{(0)} - \breve{U}_C(x)} dx$$
, $\eta_n = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar} \int_{b_j}^{a_{j+1}} \sqrt{\hat{U}_C(x) - E_n^{(0)}} dx$; $\breve{U}_C(x)$,

 $\hat{U}_{C}(x)$ – соответственно потенциальная энергия протона, двигающегося в области потенциальной ямы, или барьера [2].

Для модели параболического потенциала принимаем функцию

$$\hat{U}_{C}(x) = \begin{cases} \frac{m\omega_{0}^{2} \left(x - \bar{x}_{0,j}\right)^{2}}{2}, a_{j} \leq x \leq b_{j}, \\ U_{0} \left(1 - \frac{4 \left(x - \bar{x}_{0,j}\right)^{2}}{\delta_{0}^{2}}\right), b_{j} \leq x \leq a_{j+1}. \end{cases}$$
(19)

Здесь $\hat{U}_C(x) = U_{\max} > U_0$ при x < 0, x > d; $\breve{x}_{0,j} = ja$, $\hat{x}_{0,j} = \breve{x}_{0,j} + \frac{a}{2} = \left(j + \frac{1}{2}\right)a$, где $j = 1, 2, ..., N_W$.

Для *j*-й ямы
$$\varphi_{j,(n,s)} = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar} \int_{a_{j,(n,s)}}^{b_{j,(n,s)}} \sqrt{E_{n,s}^{(0)} - \breve{U}_{C,j}(x)} dx$$
, $\breve{U}_{C,j}(x) = \frac{m\omega_0^2 \left(x - \breve{x}_{0,j}\right)^2}{2}$,

 $a_{j,(n,s)} \le x \le b_{j,(n,s)}$, вычисляя из уравнения $E_{n,s}^{(0)} - \breve{U}_{C,j}(x) = 0$ точки поворота

$$a_{j,(n,s)} = \breve{x}_{0,j} - \sqrt{\frac{2E_{n,s}^{(0)}}{m\omega_0^2}} = ja - \sqrt{\frac{2E_{n,s}^{(0)}}{m\omega_0^2}}, \ b_{j,(n,s)} = \breve{x}_{0,j} + \sqrt{\frac{2E_{n,s}^{(0)}}{m\omega_0^2}} = ja + \sqrt{\frac{2E_{n,s}^{(0)}}{m\omega_0^2}},$$

получим

$$\varphi_{j,(n,s)} = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar} \int_{a_{j,(n,s)}}^{b_{j,(n,s)}} \sqrt{E_{n,s}^{(0)} - \frac{m\omega_0^2 \left(x - \bar{x}_{0,j}\right)^2}{2}} dx = \frac{4E_{n,s}^{(0)}}{\hbar\omega_0} \int_0^1 \sqrt{1 - y^2} dy = \frac{\pi E_{n,s}^{(0)}}{\hbar\omega_0},$$

т. е. приходим к инвариантной величине

$$\varphi_{n,s} = \frac{\pi E_{n,s}^{(0)}}{\hbar \omega_0} \,. \tag{20}$$

В частности, $E_{n,s}^{(0)} = E_n^{(0)}$, пишем $\varphi_n = \frac{\pi E_n^{(0)}}{\hbar \omega_0}$.

Для *j*-го барьера

получим

$$\eta_{j,(n,s)} = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar} \int_{b_{j,(n,s)}}^{a_{j+1,(n,s)}} \sqrt{U_0 \left(1 - \frac{4\left(x - \hat{x}_{0,j}\right)^2}{\delta_0^2}\right) - E_{n,s}^{(0)}} \, dx = \frac{\pi \delta_0 \sqrt{m} \left(U_0 - E_{n,s}^{(0)}\right)}{2\hbar \sqrt{2U_0}} \, dx$$

что указывает на вторую инвариантную величину

$$\eta_{n,s} = \frac{\pi \delta_0 \sqrt{m} \left(U_0 - E_{n,s}^{(0)} \right)}{2\hbar \sqrt{2U_0}} \,. \tag{21}$$

Отметим, что в случае $E_{n,s}^{(0)} = E_n^{(0)}$ из выражения для прозрачности параболического потенциального барьера $D(U_0, E_n^{(0)}) = \exp\left(-\frac{\pi\delta_0\sqrt{m}(U_0 - E_n^{(0)})}{\hbar\sqrt{2U_0}}\right)$ [3], согласно известной формуле $D(E_n^{(0)}) = e^{-2\eta_n}$ [9], имеем

$$\eta_n = \frac{\pi \delta_0 \sqrt{m} \left(U_0 - E_n^{(0)} \right)}{2\hbar \sqrt{2U_0}} \,. \tag{22}$$

Подстановка (20) в (18) дает спектр энергий

$$E_{n,s}^{(0)} = \hbar \omega_0 \left(n + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar \omega_0}{\pi} e^{-\eta_n} \cos\left(\frac{\pi s}{N_W + 1}\right).$$
(23)

Очевидно, что первое слагаемое в (23) есть энергетический спектр линейного гармонического осциллятора $E_n^{(0)} = \hbar\omega_0 \left(n + \frac{1}{2}\right)$, что отвечает модели изолированной потенциальной ямы: $\varphi_n = \frac{\pi E_n^{(0)}}{\hbar\omega_0} = \pi \left(n + \frac{1}{2}\right)$. Второе слагаемое в (23) описывает эффект расщепления уровней энергии $E_n^{(0)}$ в энергетическую зону номера *n*, включающую N_W уровней. «Дну» *n*-й зоны соответствует уровень $s = N_W$ (минимальная энергия протона в *n*-й зоне)

$$E_{n,\min} = E_n^{(-)} = E_n^{(0)} - \frac{\hbar\omega_0}{\pi} \exp(-\eta_n) \cos\left(\frac{\pi}{N_W + 1}\right).$$
 (24)

«Потолку» n-й зоны соответствует уровень s = 1 (максимальная энергия протона в n-й зоне)

$$E_{n,\max} = E_n^{(+)} = E_n^{(0)} + \frac{\hbar\omega_0}{\pi} \exp(-\eta_n) \cos\left(\frac{\pi}{N_W + 1}\right).$$
 (25)

Ширина энергетической зоны номера n есть

$$\Delta E_n = E_{n,\max} - E_{n,\min} = \frac{2\hbar\omega_0}{\pi} \exp\left(-\eta_n\right) \cos\left(\frac{\pi}{N_W + 1}\right).$$
(26)

Когда $N_W \to \infty$, в пределе имеем $\Delta E_n \to \frac{2\hbar\omega_0}{\pi} \exp(-\eta_n)$.

Максимальное и минимальное расстояния между уровнями энергии фиксированных *m*-й и *n*-й энергетических зон, когда *n* > *m*, равны:

$$\Delta E_{n,m}^{(\max)} = E_{n,\max} - E_{m,\min} =$$
$$= E_{n,m}^{(0)} + \frac{\hbar\omega_0}{\pi} \left(\exp(-\eta_n) + \exp(-\eta_m) \right) \cos\left(\frac{\pi}{N_W + 1}\right), \tag{27}$$

$$\Delta E_{n,m}^{(\min)} = E_{n,\min} - E_{m,\max} =$$
$$= E_{n,m}^{(0)} - \frac{\hbar\omega_0}{\pi} \left(\exp(-\eta_n) + \exp(-\eta_m) \right) \cos\left(\frac{\pi}{N_W + 1}\right).$$
(28)

В пределе $N_W \rightarrow \infty$ имеем

$$\Delta E_{n,m}^{(\max)} \to E_{n,m}^{(0)} + \frac{2\hbar\omega_0}{\pi} \left(e^{-\eta_n} + e^{-\eta_m} \right),$$

$$\Delta E_{n,m}^{(\min)} \to E_{n,m}^{(0)} - \frac{2\hbar\omega_0}{\pi} \left(e^{-\eta_n} + e^{-\eta_m} \right).$$
(29)

На основании (27), (28) имеем

$$\Delta E_{n,m}^{(\max)} = \Delta E_{n,m}^{(\min)} + \Delta E_n + \Delta E_m .$$
(30)

Равновесная матрица плотности для протонов $\rho_{pr,n}^{(0)}$ [5] позволяет рассчитать заселенности уровней энергии невозмущенного спектра $E_{n,s}^{(0)}$ в области *n*-й энергической зоны, в числах заполнения [5]

$$a_{n,s}^{(0)+}a_{n,s}^{(0)} = \rho_{pr,(n,s)}^{(0)} = N_{pr,F} \left[Z_{pr}^{(0)} \right]^{-1} \exp\left(-\frac{E_{n,s}^{(0)}}{k_B T}\right).$$
(31)

Статистическая сумма в (31) равна $Z_{pr}^{(0)} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{s=1}^{N_W} \exp\left(-\frac{E_{n,s}^{(0)}}{k_B T}\right)$ [5].

2. Волновые функции стационарных состояний протона

Подстановка рекуррентных формул (14), (15) в (3) дает

$$\bar{\Psi}_{j,(n,s)}(x) = \frac{2C_{n,s} \cdot \bar{\Phi}_{j,(n,s)}}{\sqrt{p_{j,(n,s)}(x)}} \cos\left(\frac{1}{\hbar} \int_{a_{j,(n,s)}}^{x} p_{j,(n,s)}(x) dx - \bar{\delta}_{j,(n,s)}\right).$$
(32)

В (32) приняты сокращенные обозначения:

$$\begin{split} \breve{\Phi}_{j,(n,s)} &= \sqrt{\left(\breve{\Gamma}_{1,j,(n,s)}\right)^2 + \left(\breve{\Gamma}_{2,j,(n,s)}\right)^2} \ , \ \mathrm{tg}\left(\breve{\delta}_{j,(n,s)}\right) = \frac{\breve{\Gamma}_{2,j,(n,s)}}{\breve{\Gamma}_{1,j,(n,s)}}, \\ \breve{\Gamma}_{1,j,(n,s)} &= \frac{1}{\sqrt{2}\sin(u_s)} \left(\frac{e^{-\eta_{n,s}}}{2}\sin\left((j-1)u_s\right)\left(\sin(\phi_{n,s}) - \cos(\phi_{n,s})\right) + \sin(ju_s)\right), \\ \breve{\Gamma}_{2,j,(n,s)} &= \frac{1}{\sqrt{2}\sin(u_s)} \left(\sin(ju_s) - \frac{e^{-\eta_{n,s}}}{2}\left(\cos(\phi_{n,s}) + \sin(\phi_{n,s})\right)\sin\left((j-1)u_s\right)\right). \end{split}$$

Подстановка рекуррентных формул (16) в (4) дает

$$\widehat{\Psi}_{j,(n,s)}(x) = \frac{2C_{n,s}\left(\Lambda_{1,j,(n,s)} \cdot \Lambda_{2,j,(n,s)}\right)}{\sqrt{\left|p_{j,(n,s)}(x)\right|}} \times \operatorname{ch}\left(\left(\frac{1}{\hbar}\int_{b_{j,(n,s)}}^{x} \left|p_{j,(n,s)}(x)\right| dx\right) + \widehat{\delta}_{j,(n,s)}\right).$$
(33)

В (33) приняты сокращенные обозначения:

Расчет фаз волновых функций строим из выражений

$$\varphi_{j,(n,s)}(x) = \frac{1}{\hbar} \int_{a_{j,(n,s)}}^{x} p_{j,(n,s)}(x) dx =$$

$$= \frac{\sqrt{2m}}{\hbar} \int_{a_{j,(n,s)}}^{x} \sqrt{E_{n,s}^{(0)} - \frac{m\omega_0^2 \left(x - \bar{x}_{0,j}\right)^2}{2}} dx, \qquad (34)$$

$$m_{i,(-,-)}(x) = \frac{1}{\hbar} \int_{a_{j,(n,s)}}^{x} |n_{i,(-,-)}(x)| dx =$$

$$= \frac{\sqrt{2m}}{\hbar} \int_{b_{j,(n,s)}}^{x} \sqrt{U_0 \left(1 - \frac{4\left(x - \hat{x}_{0,j}\right)^2}{\delta_0^2}\right) - E_{n,s}^{(0)}} dx .$$
(35)

На основании (34), (35) имеем

$$\varphi_{j,(n,s)}(x) = \frac{E_{n,s}^{(0)}}{\hbar\omega_0} \left\{ \arcsin\left(\left(x - \bar{x}_{0,j} \right) \sqrt{\frac{m\omega_0^2}{2E_{n,s}^{(0)}}} \right) + \frac{\pi}{2} + \left(x - \bar{x}_{0,j} \right) \sqrt{\frac{m\omega_0^2}{2E_{n,s}^{(0)}}} \times \sqrt{1 - \left(\frac{m\omega_0^2}{2E_{n,s}^{(0)}} \left(x - \bar{x}_{0,j} \right)^2 \right)} \right\},$$
(36)

$$\eta_{j,(n,s)}(x) = \frac{\delta_0 \sqrt{m} \left(U_0 - E_{n,s}^{(0)} \right)}{2\hbar \sqrt{2U_0}} \left\{ \arcsin\left(\left(x - \hat{x}_{0,j} \right) \left(\frac{2}{\delta_0} \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{E_{n,s}^{(0)}}{U_0}}} \right) \right) + \frac{\pi}{2} + \left(x - \hat{x}_{0,j} \right) \left(\frac{2}{\delta_0} \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{E_{n,s}^{(0)}}{U_0}}} \right) \right) \left(\frac{2}{\delta_0} \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{E_{n,s}^{(0)}}{U_0}}} \right) \left(x - \hat{x}_{0,j} \right)^2 \right) \left(x - \hat{x}_{0,j} \right)^2 \right\}.$$
(37)

Поскольку волновые функции (32), (33) работают в областях изменения переменной x, удаленных от точек поворота $a_{j,(n,s)}$, $b_{j,(n,s)}$, прямой расчет матричных элементов физической величины (например, дипольного момента протона) требует предварительного исследования свойств подынтегральных функций в выражениях $(p_x)_{(n,s)};(m,l) = q \int_{-\infty}^{\infty} \left[\psi_{(n,s)} \right]^* \hat{x} \psi_{(m,l)} dx$. Функции $\psi_{(n,s)}$, $\psi_{(m,l)}$ описывают волновые свойства протона в двух различных стационарных состояниях $E_{(n,s)}^{(0)}$, $E_{(m,l)}^{(0)}$, относящихся соответственно к зонам номера n, m. В случае быстро осциллирующих функций (32), (33) численный расчет матричных элементов $(p_x)_{(n,s);(m,l)}$ сводится к предварительной оценке поведения функций $\psi_{j,(n,s)}$, $\psi_{j,(m,l)}$ в особых точках комплексного потенциала $\hat{U}_C(z)$ [9]. Решение этого вопроса будет выполнено в дальнейшем.

Выводы

1. В квазиклассическом приближении методом Вентцеля–Крамерса–Бриллюэна (ВКБ-методом) строится решение стационарного уравнения Шрёдингера для протона, двигающегося в невозмущенном одномерном периодическом потенциальном поле параболической формы. Контакты на границах кристалла приняты омическими (вероятность просачивания носителей заряда (протонов) через границы диэлектрика есть конечная величина). Построены рекуррентные формулы для расчета волновых функций протона в области произвольной потенциальной ямы, или барьера.

2. Обнаружена зонная структура невозмущенного энергетического спектра протона в КВС. Получены выражения для расчета параметров энергетической зоны, соответствующей заданному уровню энергии стационарного спектра протона в изолированной потенциальной яме (в области локализации протона на водородной связи с заданной энергией активации). Аналитически установлено прямое влияние прозрачности потенциального барьера на ширины зон разрешенных и запрещенных энергий протона.

3. Числа заполнения уровней энергии в пределах отдельных энергетических зон рассчитываются с помощью равновесной матрицы плотности для протонов.

4. Результаты исследований в перспективе найдут практическое применение при разработке технологий компьютерного прогнозирования электрофизических

свойств и при расчете параметров элементов микроэлектроники, оптоэлектроники, топливных элементов водородной энергетики и других элементов установок и систем, работающих в условиях низких и сверхнизких температур.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Тонконогов М.П. Диэлектрическая спектроскопия кристаллов с водородными связями. Протонная релаксация // УФН. – 1998. – Т. 168, № 1. – С. 29–54.
- 2. Калытка В.А., Коровкин М.В. Протонная проводимость: монография. Saarbrucken: LAP Lambert Academic Publishing, 2015. - 180 c. - ISBN-13: 978-3-659-68923-9. -ISBN-10: 3659689238. - EBAN: 9783659689239.
- 3. Калытка В.А., Коровкин М.В. Дисперсионные соотношения для протонной релаксации в твердых диэлектриках // Известия вузов. Физика. - 2016. - Т. 59, № 12. -C. 150–159.
- 4. Калытка В.А., Коровкин М.В. Квантовые эффекты при протонной релаксации в области низких температур // Известия вузов. Физика. - 2016. - Т. 59, № 7.- С. 74-79.
- 5. Quantum electrical phenomena at low temperatures / V.A. Kalytka, B.S. Ospanov, Zh.B. Baidildina, Y.S. Rymhanov // International Research Journal. – 2016. – N 11 (53), pt. 4. - P. 57-60. - doi: 10.18454/IRJ.2016.53.081.
- 6. Анненков Ю.М., Калытка В.А., Коровкин М.В. Квантовые эффекты при миграционной поляризации в нанометровых слоях протонных полупроводников и диэлектриков при сверхнизких температурах // Известия вузов. Физика. - 2015. - Т. 58, № 1. - С. 31-37.
- 7. Размерные эффекты в слоях нанометровой крупности при установлении поляризации в кристаллах с водородными связями / М.П. Тонконогов, Т.А. Кукетаев, К.К. Фазылов, В.А. Калытка // Известия вузов. Физика. – 2005. – Т. 48, № 11. – С. 6–15.
- 8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 5. Статистическая физика. М.: Наука, 1976. – С. 27.
- 9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 3. Квантовая механика. М.: Наука, 1989. - С. 226.

ZONE STRUCTURE OF THE ENERGY SPECTRUM AND WAVE FUNCTIONS OF PROTON IN PROTON CONDUCTIVITY DIELECTRICS

Kalytka V.A.¹, Baimukhanov Z.K.², Aliferov A.I.³, Mekhtiev A.D.¹

Karaganda State Technical University, Karaganda, Kazakhstan Gumilyov L.N. National Research University, Astana, Kazakhstan ³ Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

In quasi-classical approximation by the Wentzel - Kramers - Brillouin method (the WKB method) quantum properties of the proton subsystem (interacting with the anion subsystem) in hydrogen bonded crystals (HBC) at low temperatures (70-100 K) are investigated. A mathematical model is constructed based on solving stationary the Schrödinger equation for the particle (proton), moving in the one-dimensional periodic potential field (image) unperturbed by an external (polarizing) field, for the case of ohmic contacts at the boundaries of the crystal (the work of the proton leaving the dielectric is a finite value). The recursion formulas for the proton wave function amplitudes in the area of an arbitrary potential well or a barrier are built. The zone structure of the proton energy spectrum in HBC is revealed, expressions for calculating the maximum energy (a 'ceiling' band), the minimum energy (a 'bottom' band) and an energy band width to the predetermined stationary state of the proton in an isolated potential well are found. Direct influence of a potential barrier transparency on the parameters of the energy bands and the width of the exclusion zone is determined. Expressions for populations of unperturbed energy levels within the area of the fixed proton energy band are recorded with the help of a statistical matrix recorder. The phases of quasi-classical wave function for the proton are calculated. These results will be used in the investigation of quantum (tunneling) proton conductivity in the development of electrochemical device elements (solid electrolytes), the fuel cell hydrogen energy elements, chip elements for measuring, control and analysis of devices operation at low and extra - low temperatures.

Keywords: hydrogen bonded crystals (HBC); zone structure of the energy spectrum of the proton in HBC; quasi – classical approximation in quantum mechanics; proton balanced density matrix; the wave functions at stationary states of proton in HBC.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-2-18-31

REFERENCES

- 1. Tonkonogov M.P. Dielektricheskaya spektroskopiya kristallov s vodorodnymi svyazyami. Protonnaya relaksatsiya [Dielectric spectroscopy of crystals with hydrogen bonds. Proton relaxation]. Uspekhi fizicheskikh nauk – Physics-Uspekhi, 1998, vol. 168, no. 1, pp. 29–54. (In Russian).
- Kalytka V.A., Korovkin M.V. Protonnaya provodimost' [Proton conductivity]. Saarbrucken, LAP Lambert Academic Publishing, 2015. 180 p. ISBN-13: 978-3-659-68923-9. ISBN-10: 3659689238. EBAN: 9783659689239.
- Kalytka V.A., Korovkin M.V. Dispersion relations for proton relaxation in solid dielectrics. *Russian Physics Journal*, 2017, vol. 59, no. 12, pp. 2151–2161. doi: 10.1007/s11182-017-1027-5. Translated from *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii*. *Fizika*, 2016, vol. 59, no. 12, pp. 150–159.
- Kalytka V.A., Korovkin M.V. Quantum effects at a proton relaxation at low temperatures. *Russian Physics Journal*, 2016, vol. 59, no. 7, pp. 994–1001. doi: 10.1007/s11182-016-0865-x. Translated from *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii*. *Fizika*, 2016, vol. 59, no. 7, pp. 74– 79.
- Kalytka V.A., Ospanov B.S., Baidildina Zh.B., Rymhanov Y.S. Quantum electrical phenomena at low temperatures. *International Research Journal*, 2016, no. 11 (53), pt. 4, pp. 57–60. doi: 10.18454/IRJ.2016.53.081.
- Annenkov Yu.M., Kalytka V.A., Korovkin M.V. Quantum effects under migratory polarization in nanometer layers of proton semiconductors and dielectrics at ultralow temperatures. *Russian Physics Journal*, 2015, vol. 58, no. 1, pp. 35–41. doi: 10.1007/s11182-015-0459-z. Translated from *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii*. *Fizika*, 2015, vol. 58, no. 1, pp. 31– 37.
- Tonkonogov M.P., Kuketayev T.A., Fazylov K.K., Kalytka V.A. Dimensional effects in nanosized layers under establishing polarization in hydrogen-bonded crystals. *Russian Physics Journal*, 2005, vol. 48, no. 11, pp. 1110–1119. Translated from *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Fizika*, 2005, vol. 48, no. 11, pp. 6–15.
- Landau L.D., Lifshits E.M. *Teoreticheskaya fizika*. T. 5. *Statisticheskaya fizika* [Theoretical physics. Vol. 5. Statistical physics]. Moscow, Nauka Publ., 1976, p. 27.
- Landau L.D., Lifshits E.M. *Teoreticheskaya fizika*. T. 3. *Kvantovaya mekhanika* [Theoretical physics. Vol. 3. Quantum mechanics]. Moscow, Nauka Publ., 1989, p. 226.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



Калытка Валерий Александрович – родился в 1976 году, канд. физ.мат. наук, доктор PhD (по направлению «Физика»), доцент кафедры «Энергетические системы» Карагандинского государственного технического университета (КарГТУ). Область научных интересов: теоретическая и математическая физика; физика твердого тела; диэлектрическая спектроскопия; физика конденсированного состояния. Опубликовано более 115 научных трудов. (Адрес: 100000, Казахстан, г. Караганда, пр. Бульвар Мира, 56. E-mail: kalytka@mail.ru).

Kalytka Valeriy Alexandrovich (was born in 1976 year) – Candidate of Sciences (Phys.&Math.), Doctor of Philosophy (in Physics), associate professor at «Power engineering systems» department in Karaganda state technical university (KSTU). His scientific investigate (research) interests are currently focused on theoretical and mathematical physics, Solid state physics, dielectric spectroscopy and Physics of condensed media. He is the author (and coauthor) of more than 115 scientific proceedings. (Address: 56, Bulvar Mira Av., Karaganda, 100000, Kazakhstan. E-mail: kalytka@mail.ru).



Баймуханов Зейн Кайрбекович – родился в 1974 году, канд. физ.мат. наук, доцент кафедры «Техническая физика» Евразийского национального университета (ЕНУ) им. Л.Н. Гумилева. Область научных интересов: экспериментальная физика; математическое моделирование физического эксперимента; физика конденсированного состояния. Опубликовано более 50 научных трудов. (Адрес: 010002, Казахстан, г. Астана, ул. Победы, 62. E-mail: zein.77@mail.ru).

Baimukhanov Zein Kairbekovich (was born in 1974 year) – Candidate of Sciences (Phys.&Math.), associate professor at «Technical Physics» department in Gumilyov L.N. National Research University (Eurasian National University (ENU)). His scientific investigate (research) interests are currently focused on experimental physics, mathematical modeling of physical experiment and Physics of condensed media. He is the author (and coauthor) of more than 50 scientific proceedings. (Address: 62, Pobeda st., Astana, 010002, Kazakhstan. E-mail: zein.77@mail.ru).



Алиферов Александр Иванович – родился в 1956 г., д-р техн. наук, зав. кафедрой «Автоматизированные электротехнологические установки» Новосибирского государственного технического университета (НГТУ). Область научных интересов: ресурсосберегающие электротехнологии. Опубликовано более 170 научных трудов, в том числе 6 монографий. (Адрес: Россия, 630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. E-mail: aliferov@corp.nstu.ru).

Aliferov Aleksandr Ivanovich – (was born in 1956 year) – D. Sc. (Eng.), chief at «Automation of Electric Technological Installations» department in Novosibirsk state technical university (NSTU). His scientific investigate (research) interests are resource-saving electrotechnologies. He is the author (and coauthor) more than 170 scientific proceedings, including 6 monographs. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: aliferov@corp.nstu.ru).



Мехтиев Али Джаванширович – родился в 1972 г., канд. техн. наук, зав. кафедрой «Энергетические системы» Карагандинского государственного технического университета (КарГТУ). Область научных интересов: радиотехника и приборостроение, технологии и системы связи, теплоэнергетика и электроэнергетика. Опубликовано более 200 научных трудов. (Адрес: 100000, Казахстан, г. Караганда, пр. Бульвар Мира, 56. E-mail: barton.kz@mail.ru).

Mekhtiev Ali Dzhavanshirovich – (was born in 1972 year) – D. Sc. (Eng.), chief at «Power engineering systems» department in Karaganda state technical university (KSTU). His scientific investigate (research) interests are currently focused on radio electronics engineering and device construction, technologies and communication system chair, heart and power engineering. He is the author (and coauthor) more than 200 scientific proceedings. (Address: 56, Bulvar Mira Av., Karaganda, 100000, Kazakhstan. E-mail: barton.kz@mail.ru).

Статья поступила 08 июня 2017 г. Received June 08, 2017

To Reference:

Kalytka V.A., Baimukhanov Z.K., Aliferov A.I., Mekhtiev A.D. Zonnaya struktura energeticheskogo spektra i volnovye funktsii protona v dielektrikakh s protonnoi provodimosťyu [Zone structure of energy spectrum and wave functions of proton in proton conductivity dielectrics]. Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences, 2017, no. 2 (35), pp. 18–31. doi: 10.17212/1727-2769-2017-2-18-31

ДОКЛАДЫ АН ВШ РФ

2017

апрель-июнь

№ 2 (35)

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 53.01; 53.096; 532.74; 533; 538.931; 539.196.3; 541.24

ПОТЕНЦИАЛЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОЛЫХ НАНОЧАСТИЦ МЕЖДУ СОБОЙ И С МОЛЕКУЛАМИ НЕСУЩЕЙ СРЕДЫ

В.Я. Рудяк, С.Л. Краснолуцкий

Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)

Наножидкости, т. е. дисперсные жидкости с наночастицами, - новый тип дисперсных жидкостей, изучение которых началось около двух десятилетий тому назад. Эти исследования показали, что они имеют нестандартные свойства и не описываются классическими теориями для обычных дисперсных жидкостей. В частности, моделирование процессов переноса в них удается осуществить лишь методом молекулярной динамики. Это требует, однако, знания соответствующих потенциалов взаимодействия. Важным классом наножидкостей являются флюиды с полыми частицами. На практике такие наножидкости уже широко применяются в медицине и при создании косметических и парфюмерных препаратов. Целью данной работы является вывод потенциалов взаимодействия полой твердой наночастицы с молекулой несущей среды и двух полых наночастиц между собой. Рассмотрена наножидкость, состоящая из несущего флюида (газа или жидкости) и полых наночастиц. Частицы предполагаются твердыми и сферическими. Взаимодействие атомов полой наночастицы и молекул несущей среды описывается потенциалом Леннард-Джонса. Таким же потенциалом описывается и взаимодействие атомов наночастиц между собой. Потенциал взаимодействия молекулы несущей среды с данной наночастицей ищется в виде суммы потенциалов этой молекулы со всеми атомами наночастицы. Аналогично определяется и потенциал взаимодействия наночастиц. При этом твердое тело аппроксимируется континуальной моделью. Полученные потенциалы предназначены для моделирования процессов переноса в наножидкостях, содержащих в качестве дисперсного элемента полые наночастицы и их течений.

Ключевые слова: потенциал взаимодействия, наночастицы, полые наночастицы, наножидкости, наногазовзвеси, процессы переноса.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-2-32-42

Введение

Непрерывно возрастающий интерес к наножидкостям, т.е. дисперсным жидкостям с наночастицами (по определению это частицы с характерным размером от 1 до 100 нм), связан, прежде всего, с уже существующим или планируемым их использованием в химических процессах, включая катализ, для охлаждения различных устройств, в био-, МЭМС- и нанотехнологиях различного назначения, при создании новых систем транспортировки и производства тепловой энергии, новых лекарственных и косметических препаратов, систем распознавания загрязнений различного типа и очистки воздуха и воды, новых смазочных материалов, лаков и красок, для доставки лекарственных препаратов, наносенсоров и наноактюаторов и т. д. С другой стороны, почти сразу после начала их изучения, а это произошло около двадцати лет тому назад, выяснилось, что они имеют необычные свойства переноса, которые не описываются классическими теориями. В частности, диффузия наночастиц в газах и жидкостях не описывается соотношениями, применяющимися для броуновских частиц [1–5]. Вязкость и теплопроводность наножид-

Исследование выполнено при частичном финансировании РФФИ (грант № 17-01-000040).

^{© 2017} В.Я. Рудяк, С.Л. Краснолуцкий

костей зависит не только от объемной концентрации частиц, но и от их размера и материала и не описываются формулами Эйнштейна и Максвелла, разработанными для крупнодисперсных суспензий [6–14]. Сегодня уже можно констатировать, что экспериментальная информация относительно свойств переноса наножидкостей с обычными частицами получена достаточно общирная и вполне адекватная. Получены весьма надежные и теоретические данные: для наногазовзвесей с помощью кинетической теории, а для наносуспензий – посредством метода молекулярной динамики [1, 2, 15, 16].

Тем не менее существует важный класс наножидкостей практически вообще не исследованный. Это наножидкости с полыми частицами. На практике такие наножидкости уже широко применяются в медицине и при создании косметических и парфюмерных препаратов. Очень простым способом получения полых наночастиц (hollow nanoparticles) является следующий. Берут полимерные наночастицы и био- или химическим способом покрывают их раствором вещества, содержащим кремний. Затем ядро полученной композитной частицы (полимер/SiO₂) растворяется. Идеологически близкий процесс реализован в работе [17], где для синтеза полых частиц сначала получены наночастицы ядро-оболочка Cu/SiO₂. а затем в результате их нагрева расплавленное медное ядро вытекало через дефекты в оболочке и удалялось химическим способом. Получающиеся полые частицы содержат отверстия, что особенно важно с практической точки зрения (для закладки активных веществ).

Наряду с обычными наночастицами в косметической отрасли используются липосомы, самопроизвольно образующиеся в смесях фосфолипидов с водой пузырьки. Их стенка состоит из одного или нескольких бислоев фосфолипидов и имеет толщину в две молекулы (существуют липосомы и с существенно более толстыми стенками). В стенку могут встраиваться другие вещества, например, белки. Внутри липосом содержится вода или раствор. Диаметр липосом варьируется, начиная примерно от 20 нм. В современной косметологии липосомы наполняются биологически активными веществами и жидкостью, в которых нуждается кожа. Обычно эти биологически активные вещества имеют большую молекулярную массу и не способны проникать в глубокие слои кожи. Тем более они не могут проникать внутрь клетки. Липосомы же легко проникают в кожу в самые глубокие слои и способны доставлять биологически активные вещества в клетку. По этой причине они применяются, прежде всего, для изготовления различных кремов (см., например, [18]). Стоит сказать, что наряду с обычными в косметике широко используются липидные наночастицы [19]. Обычно применяющиеся липидные наночастицы являющиеся твердыми при температуре тела.

Исследовать свойства наножидкостей с полыми частицами экспериментально до сих пор в силу разных причин не удавалось. Нет и попыток изучить эти свойства с помощью различных методов моделирования. Последнее связано с тем, что отсутствуют какие-либо данные о потенциалах взаимодействия молекул несущей жидкости с такими частицами и между собой. Применять же для этой цели часто использующийся при моделировании обычных наножидкостей подход, когда наночастица моделируется просто некоторым кластером (см., например [20] и цитированную там литературу) молекул, нельзя, поскольку такой кластер просто нестабилен как по числу молекул, так и по форме. Практически не удается создать полый кластер.

Цель данной работы и состоит в выводе потенциалов взаимодействия полой твердой наночастицы с молекулой несущей среды и двух полых наночастиц между собой.

1. Потенциал взаимодействия молекулы с полой сферически симметричной наночастицей

Полая сферически симметричная наночастица моделируется твердой сферической оболочкой конечной толщины с внешним радиусом R и внутренним R_{in} , которая рассматривается как совокупность атомов (или молекул). Потенциал взаимодействия молекулы несущей среды с данной наночастицей ищется в виде суммы потенциалов этой молекулы со всеми атомами наночастицы. Этот потенциал с выделенным атомом k наночастицы описывается парным потенциалом $\Phi(|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_m|)$, где \mathbf{r}_m и \mathbf{r}_k – радиус-векторы соответственно налетающей молекулы с атомами наночастицы. Тогда, считая потенциал взаимодействия молекулы с атомами наночастицы попарно аддитивным, ее потенциал взаимодействия с наночастицей равен

$$\Phi(|\mathbf{r}|) = \sum_{k=1}^{N} \Phi(|\mathbf{r}_{k} - \mathbf{r}_{m}|), \qquad (1)$$

где *N*-число атомов наночастицы.

В дальнейшем в этой работе в качестве потенциала взаимодействия молекул несущей среды с атомом наночастицы используется потенциал Леннард-Джонса

$$\Phi_{LJ}(r) = 4\varepsilon_{12} \left[\left(\sigma_{12} / r \right)^{12} - \left(\sigma_{12} / r \right)^{6} \right],$$
(2)



Схема интегрирования потенциала взаимодействия (3) Scheme of integration of the interaction potential (3)

где $r = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ – расстояние между центрами частиц *i* и *j*; σ_{12} – эффективный размер атома; ε_{12} – глубина потенциальной ямы.

Просуммировать ряд (1) аналитически обычно не удается. Поэтому на практике суммирование в формуле (1) заменяют интегрированием [21]. Физически это означает, что твердое тело аппроксимируется континуальной моделью. Вычисление потенциала сводится к вычислению тройного интеграла, происходит усреднение потенциала по текущим координатам интегрирования: радиусу *а* и двум углам – полярному θ и азимутальному. Схема интегрирования показана на рисунке. Темное кольцо показывает расположение атомов частицы на сфере радиуса *а*, равноудаленных от молекулы несущей среды. Если потенциал взаимодействия молекула несущей среды – атом на-

ночастицы не зависит от их ориентации, то формула (1) сводится к следующему интегралу

$$\Phi_{mp}(z) = V_p^{-1} \int_{R_{in}}^{R} \int_{0}^{\pi} \Phi_{LJ} \left(\sqrt{\left(z - a\cos\theta\right)^2 + a^2\sin^2\theta} \right) 2\pi a^2 da\sin\theta d\theta , \qquad (3)$$

где z – расстояние от молекулы до центра сферы, в котором помещено начало координат; Φ_{LJ} – потенциал Леннард-Джонса (2) взаимодействия молекулы несущего газа с атомом (молекулой) дисперсной частицы; V_p – эффективный объем, приходящийся на одну молекулу, причем $V_p^{-1} = \rho_p N_A / \mu_p$, где ρ_p – плотность материала дисперсной частицы; N_A – число Авогадро; μ_p – молярная масса молекул (атомов), составляющих дисперсную частицу; a, θ – текущие координаты интегрирования, характеризующие положение и радиус окружности интегрирования; $dV = 2\pi a^2 da \sin \theta d\theta$ – элемент объема интегрирования.

В результате интегрирования получаем

$$\Phi_{mp}(r, R, R_{in}) = \Phi_9(r, R, R_{in}) - \Phi_3(r, R, R_{in}), \qquad (4)$$

где

$$\begin{split} \Phi_n(r,R,R_{in}) &= C_n \left\{ \left[\frac{1}{\left(r-R\right)^n} - \frac{1}{\left(r+R\right)^n} \right] - \frac{n}{\left(n-1\right)r} \left[\frac{1}{\left(r-R\right)^{\left(n-1\right)}} - \frac{1}{\left(r+R\right)^{\left(n-1\right)}} \right] - \left[\frac{1}{\left(r-R_{in}\right)^n} - \frac{1}{\left(r+R_{in}\right)^n} \right] + \frac{n}{\left(n-1\right)r} \left[\frac{1}{\left(r-R_{in}\right)^{\left(n-1\right)}} - \frac{1}{\left(r+R_{in}\right)^{\left(n-1\right)}} \right] \right\}, \\ C_n &= \frac{8\pi\varepsilon_{12}\sigma_{12}^{\left(n+3\right)}}{n\left(n+1\right)V_p}, \end{split}$$

где *r* – расстояние между центрами наночастицы и молекулой несущей среды.

2. Потенциал взаимодействия полых шарообразных наночастиц

Построим потенциал взаимодействия двух твердых полых шарообразных сферически симметричных наночастиц, которые имеют внешний радиус R и внутренний R_{in}. Этот потенциал определяется как сумма потенциалов взаимодействия атомов первой наночастицы со всеми атомами второй. Его построение можно разбить на два этапа. На первом найдем потенциал взаимодействия первой наночастицы с каждым атомом второй. Считая, что это взаимодействие снова описывается потенциалом (2), искомый потенциал будет иметь вид (4) с соответствующими материалу наночастиц константами Cn. На втором этапе просуммируем потенциалы взаимодействия первой наночастицы со всеми атомами второй. Поскольку наночастицы предполагаются твердыми и однородными, то это суммирование также можно заменить интегрированием по объему второй наночастицы. Для этого разобьем вторую наночастицу на тонкие кольца, положение которых определяется посредством текущего полярного угла θ (см. рисунок). Схема интегрирования аналогична использованной при построении потенциала (3). Таким образом, потенциал взаимодействия двух одинаковых наночастиц с внешним радиусом R и внутренним радиусом R_{in} вычисляется по формуле

$$\Phi_{pp}(z) = V_p^{-1} \int_{R_{in}}^{R} \int_{0}^{\pi} \Phi_{mp} \left(\sqrt{\left(z - a\cos\theta\right)^2 + a^2\sin^2\theta}, R, R_{in} \right) 2\pi a^2 da\sin\theta d\theta \,. \tag{5}$$

В результате интегрирования выражения (5) получаем формулу для искомого потенциала

$$\Phi_{pp}(r, R, R_{in}) = \Phi_{pp,7}(r, R, R_{in}) - \Phi_{pp,1}(r, R, R_{in}), \qquad (6)$$

где

$$\begin{split} \Phi_{pp,7}(r,R,R_{in}) = C_7 \left\{ \frac{R^2}{r} \left[\frac{1}{(r-2R)^7} + \frac{2}{r^7} + \frac{1}{(r+2R)^7} - \right. \\ \left. - \frac{R}{3r} \left[\frac{1}{(r-2R)^6} - \frac{1}{(r+2R)^6} \right] - \frac{1}{30r} \left[\frac{1}{(r-2R)^5} + \frac{2}{r^5} + \frac{1}{(r+2R)^5} \right] - \right. \\ \left. - \frac{2RR_{in}}{r} \left[\frac{1}{(r-R-R_{in})^7} + \frac{1}{(r-R+R_{in})^7} + \frac{1}{(r+R-R_{in})^7} + \frac{1}{(r+R+R_{in})^7} \right] + \right. \\ \left. + \frac{(R+R_{in})}{3r} \left[\frac{1}{(r-R-R_{in})^6} - \frac{1}{(r+R+R_{in})^6} \right] - \right. \\ \left. - \frac{(R-R_{in})}{3r} \left[\frac{1}{(r-R-R_{in})^6} - \frac{1}{(r+R+R_{in})^5} + \frac{1}{(r+R+R_{in})^6} \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{15r} \left[\frac{1}{(r-R-R_{in})^5} - \frac{1}{(r-R+R_{in})^5} - \frac{1}{(r+R-R_{in})^5} + \frac{1}{(r+2R_{in})^5} \right] + \right. \\ \left. + \frac{R_{in}^2}{r} \left[\frac{1}{(r-2R_{in})^7} + \frac{2}{r^7} + \frac{1}{(r+2R_{in})^5} \right] - \right. \\ \left. - \frac{R_{in}}{3r} \left[\frac{1}{(r-2R_{in})^6} - \frac{1}{(r+2R_{in})^6} \right] - \frac{1}{30r} \left[\frac{1}{(r-2R_{in})^5} + \frac{2}{r^5} + \frac{1}{(r+2R_{in})^5} \right] \right] \right\} \\ \left. \Phi_{pp,1}(r,R,R_{in}) = C_1 \left\{ \ln \left[\frac{r^2 - 4R^2}{r^2} \right] + 2R^2 \left[\frac{1}{r^2 - 4R^2} + \frac{1}{r^2} \right] - \right. \\ \left. - 2\ln \left[\frac{r^2 - (R+R_{in})^2}{r^2 - (R-R_{in})^2} \right] - 4RR_{in} \left[\frac{1}{r^2 - (R+R_{in})^2} + \frac{1}{r^2 - (R-R_{in})^2} \right] + \right. \\ \left. + \ln \left[\frac{r^2 - 4R_{in}^2}{r^2} \right] + 2R_{in}^2 \left[\frac{1}{r^2 - 4R_{in}^2} + \frac{1}{r^2} \right] \right\} \right\}$$

где *r* – расстояние между центрами наночастиц.
Заключение

В данной работе построены потенциалы взаимодействия наночастица-молекула и наночастица-наночастица. Обсудим основные ограничения, лежащие в их основе. Во-первых, предполагалось, что взаимодействие молекулы с наночастицей и наночастиц между собой можно описать классически, и оно является потенциальным и адиабатическим. Во-вторых, потенциалы взаимодействия молекулы несущей среды с атомом наночастицы и атомов наночастиц предполагались парными и аддитивными. В-третьих, влиянием структуры поверхности наночастицы пренебрегалось. В-четвертых, не учитывались тепловые колебания атомов наночастицы.

Насколько серьезны эти ограничения? В силу квантового характера движения электронов и ядер решение задачи о нахождении потенциалов межмолекулярного взаимодействия сводится, строго говоря, к решению уравнения Шрёдингера для взаимодействующих молекул. Такая задача для большинства систем может быть решена только приближенно. Существенное упрощение достигается при разделении электронного и ядерного движений и введении понятия адиабатических потенциалов. Этот подход, называемый адиабатическим приближением, основывается на большой разнице в массах электронов и ядер, что позволяет исследовать движение электронов при покоящихся ядрах. В уравнении Шрёдингера при этом пренебрегают оператором кинетической энергии ядер, а координаты ядер фиксируют как параметры. В результате удается найти зависимость энергии системы от расстояния между ядрами. Эта энергия служит в качестве потенциальной для ядер, и ее принято называть адиабатическим потенциалом. Знания данного потенциала вполне достаточно для исследования поведения системы взаимодействующих молекул. Имеющийся экспериментальный материал свидетельствует о том, что вплоть до энергий порядка нескольких кэВ взаимодействие молекул вполне описывается в рамках адиабатического приближения [22].

Построенные нами модельные потенциалы можно применять как в квантовомеханических, так и классических расчетах. Ограничения классического подхода относятся не к собственно потенциалам, а к применимости их в рамках классических теорий переноса. Критерием применимости классического подхода является малость длины волны де Бройля $\lambda = 2\pi\hbar/p$ по сравнению с характерным пространственным масштабом задачи. Легко убедиться, что при не слишком низких температурах это условие оказывается выполненным.

Потенциалы взаимодействия молекулы несущей среды с атомами наночастицы и атомов наночастиц между собой предполагались парными и аддитивными. В связи с этим стоит отметить, что используемый нами в качестве межмолекулярного (межатомного) потенциал Леннард-Джонса является эффективным и, по крайней мере, частично учитывает и эффекты многочастичности, и неаддитивности взаимодействия.

Учет тепловых колебаний решетки и структуры поверхности может серьезно сказаться на количественных результатах расчетов. Это особенно важно при рассмотрении адсорбции, эффектов неупругости взаимодействия, возможного распыления.

В заключение отметим, что ранее предложенным здесь методом были построены потенциалы взаимодействия молекула-наночастица (РК) [23] и наночастица– наночастица [24], широко использовавшиеся для расчетов коэффициентов переноса наножидкостей. Полученные с их помощью данные были подтверждены многочисленными экспериментами. Потенциал РК для макроскопических частиц фактически сводится к потенциалу Хамаккера [25], но с известными константами взаимодействия.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. О методах измерения коэффициента диффузии и размеров наночастиц в разреженном газе / В.Я. Рудяк, С.Л. Краснолуцкий, А.Г. Насибулин, Е.И. Кауппинен // Доклады Академии наук. 2002. Т. 386, № 5. С. 624–627.
- 2. Рудяк В.Я., Краснолуцкий С.Л., Иващенко Е.Н. О влиянии физических свойств материала наночастиц на их диффузию в разреженных газах // Инженерно-физический журнал. – 2008. – Т. 81, № 3. – С. 76–81.
- Rudyak V.Ya., Dubtsov S.N., Baklanov A.M. Measurements of the temperature dependent diffusion coefficient of nanoparticles in the range of 295–600K at atmospheric pressure // Journal of Aerosol Science. – 2009. – Vol. 40. – P. 833–843. – doi: 10.1016/j.jaerosci.2009.06.006.
- 4. Rudyak V.Ya., Kharlamov G.V., Belkin A.A. Diffusion of nanoparticles and macromolecules in dense gases and liquids // High Temperature. – 2001. – Vol. 39. – P. 264–271.
- Ould-Kaddour F., Levesque D. Diffusion of nanoparticles in dense fluids // The Journal of Chemical Physics. – 2007. – Vol. 127. – P. 154514. – doi: 10.1063/1.2794753.
- Particle size and interfacial effects on thermo-physical and heat transfer characteristics of water-based α-SiC nanofluids / E.V. Timofeeva, D.S. Smith, W. Yu, D.M. France, D. Singh, J.L. Routbort // Nanotechnology. 2010. Vol. 21. N 21. P. 215703. doi: 10.1088/0957-4484/21/21/215703.
- Hosseini S.Sh., Shahrjerdi A., Vazifeshenas Y. A review of relations for physical properties of nanofluids // Australian Journal of Basic and Applied Sciences. – 2011. – Vol. 5 (10). – P. 417–435.
- Mahbubul I.M., Saidur R., Amalina M.A. Latest developments on the viscosity of nanofluids // International Journal Heat and Mass Transfer. – 2012. – Vol. 55. – P. 874–885. – doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2011.10.021.
- Viscosity measurements on colloidal dispersions (nanofluids) for heat transfer applications / D. Venerus, J. Buongiorno, R. Christianson, J. Townsend, I.C. Bang, G. Chen, S.J. Chung, M. Chyu, H. Chen, Y. Ding, F. Dubois, G. Dzido, D. Funfschilling, Q. Galand, J. Gao, H. Hong, M. Horton, L.W. Hu, C.S. Iorio, A.B. Jarzebski, Y. Jiang, S. Kabelac, M.A. Kedzierski, C. Kim, J.H. Kim, S. Kim, T. McKrell, R. Ni, J. Philip, N. Prabhat, P. Song, S.V. Vaerenbergh, D. Wen, S. Witharana, X. Zhao, S. Zhou // Applied Rheology. – 2010. – Vol. 20, N 4. – P. 44582. – doi: 10.3933/ApplRheol-20-44582.
- France Yu.W., Routbort J.L., Choi D.M. Review and comparison of nanofluid thermal conductivity and heat transfer enhancements // Heat Transfer Engineering. – 2008. – Vol. 29, N 5. – P. 432–460. – doi: 10.1080/01457630701850851.
- Kleinstreuer K., Yu F. Experimental and theoretical studies of nanofluid thermal conductivity enhancement: a review // Nanoscale Research Letters. 2011. Vol. 6, N 229. P. 1–13. doi: 10.1186/1556-276X-6-229.
- Экспериментальные данные о зависимости вязкости наножидкостей на основе воды и этиленгликоля от размера и материала частиц / В.Я. Рудяк, А.В. Минаков, М.С. Сметанина, М.И. Пряжников // Доклады Академии наук. – 2016. –Т. 467, вып. 3. – С. 289–291.
- Angayarkanni S.A., Philip J. Review on thermal properties of nanofluids: recent developments // Advances in Colloid and Interface Science. 2015. Vol. 225. P. 146–176. doi: 10.1016/j.cis.2015.08.014.
- Thermal conductivity measurements of nanofluids / M. Pryazhnikov, A. Minakov, V. Rudyak, D. Guzei // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2017. – Vol. 104. – P. 1275–1282. – doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.09.080.
- Nanoparticle friction force and effective viscosity of nanofluids / V.Ya. Rudyak, A.A. Belkin, E.A. Tomilina, V.V. Egorov // Defect and Diffusion Forum. – 2008. – Vol. 273–276. – P. 566–571. – doi: 10.4028/www.scientific.net/DDF.273-276.566.

- Rudyak V.Ya., Krasnolutskii S.L. Dependence of the viscosity of nanofluids on nanoparticle size and material // Physics Letters A. 2014. Vol. 378. P. 1845–1849. doi: 10.1016/j.physleta.2014.04.060.
- 17. **Романов Н.А., Калашников С.В., Номоев А.В.** Механизмы образования композитных наночастиц (полые наночастицы) // Молодой ученый. 2012. № 8 (43). С. 11–13.
- Nanotechnology-based cosmeceuticals / A. Lohani, A. Verma, H. Joshi, N. Yadav, N. Karki // ISRN Dermatology. – 2014. – Art. 843687. – P. 1–14. – doi: 10.1155/2014/843687.
- Sharma A., Kumar S., Mahadevan N. Nanotechnology: a promising approach for cosmetics // International Journal of Advances in Pharmaceutical Research. – 2012. – Vol. 2 (2). – P. 54–61.
- Puliti G., Paolucci S., Sen M. Thermodynamic properties of gold-water nanofluids using molecular dynamics // Journal of Nanoparticle Research. – 2012. – Vol. 14. – P. 1296. – doi: 10.1007/s11051-012-1296-4.
- 21. Гудман Ф., Вахман Г. Динамика рассеяния газа поверхностью. М.: Мир, 1980. 423 с.
- 22. Каплан И.Г. Введение в теорию межмолекулярных взаимодействий. М.: Наука, 1982. 312 с.
- Rudyak V.Ya., Krasnolutskii S.L. The interaction potential of dispersed particles with carrier gas molecules // Proceedings of 21st International Symposium on RGD. Toulouse, Gépadués-Éditions, 1999. Vol. 1. P. 263–270.
- 24. Рудяк В.Я., Краснолуцкий С.Л., Иванов Д.А. О потенциале взаимодействия наночастиц // Доклады Академии наук. – 2012. – Т. 442, № 1. – С. 54–56.
- 25. Hamaker H.C. The London van der Waals attraction between spherical particles // Physica. 1937. Vol. 4, N 10. P. 1058–1072. doi: 10.1016/S0031-8914(37)80203-7.

INTERACTION POTENTIALS OF HOLLOW NANOPARTICLES WITH EACH OTHER AND WITH MOLECULES OF THE CARRIER MEDIUM

Rudyak V.Ya., Krasnolutskii S.L.

Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering, Novosibirsk, Russian Federation

Nanofluids, i.e. dispersed liquids with nanoparticles, are a new type of dispersed liquids, whose study began about two decades ago. These studies have shown that nanofluids have nonstandard properties and are not described by classical theories for ordinary disperse fluids. In particular, it is possible to model the transport processes in them only by molecular dynamics. This, however, requires knowledge of the corresponding interaction potentials. An important class of nanofluids is the fluids with hollow particles. In practice, such nanofluids are already widely used in medicine and in the creation of cosmetic and perfume preparations. The purpose of this paper is to derive the interaction potentials between a hollow solid nanoparticle and a molecule of carrier medium and between two hollow nanoparticles. A nanofluid consisting of a carrier fluid (a gas or a liquid) and hollow nanoparticles is considered. The particles are assumed to be solid and spherical. The interaction of an atom of a hollow nanoparticle and a molecule of a carrier medium is described by the Lennard-Jones potential. The same potential describes the interaction of nanoparticle atoms with each other. The interaction potential of a molecule of a carrier medium with a given nanoparticle is found as a sum of the potentials of this molecule with all the atoms of the nanoparticle. The interaction potential of two nanoparticles is determined in a similar way. In both of the above cases, a solid is approximated by a continuum model. The obtained potentials are intended to simulate transport processes in nanofluids containing hollow nanoparticles as a dispersed element and their flows.

Keywords: interaction potentials, hollow nanoparticles, nanofluids, gas nanosuspensions, transport processes.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-2-32-42

REFERENCES

- Rudyak V.Ya., Krasnolutskii S.L., Nasibulin A.G., Kauppinen E.I. Methods of measuring the diffusion coefficient and sizes of nanoparticles in a rarefied gas. *Doklady Physics*, 2002, vol. 47, iss. 10, pp. 758–761. doi: 10.1134/1.1519325. Translated from *Doklady Akademii nauk*, 2002, vol. 386, no. 5, pp. 624–627.
- Rudyak V.Ya., Krasnolutskii S.L., Ivashchenko E.N. Influence of the physical properties of the material of nanoparticles on their diffusion in rarefied gases. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2008, vol. 81, pp. 520–524. doi: 10.1007/s10891-008-0063-y. Translated from *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal*, 2008, vol. 81, no. 3, pp. 76–81.
- Rudyak V.Ya., Dubtsov S.N., Baklanov A.M. Measurements of the temperature dependent diffusion coefficient of nanoparticles in the range of 295–600K at atmospheric pressure. *Journal of Aerosol Science*, 2009, vol. 40, iss. 10, pp. 833–843. doi: 10.1016/j. jaerosci.2009.06.006.
- Rudyak V.Ya., Kharlamov G.V., Belkin A.A. Diffusion of nanoparticles and macromolecules in dense gases and liquids. *High Temperature*, 2001, vol. 39, pp. 264–271. doi: 10.1023/A:1017578917614.
- Ould-Kaddour F., Levesque D. Diffusion of nanoparticles in dense fluids. *The Journal of Chemical Physics*, 2007, vol. 127, p. 154514. doi: 10.1063/1.2794753.
- Timofeeva E.V., Smith D.S., Yu W., France D.M., Singh D., Routbort J.L. Particle size and interfacial effects on thermo-physical and heat transfer characteristics of water-based α-SiC nanofluids. *Nanotechnology*, 2010, vol. 21, no. 21, p. 215703. doi: 10.1088/0957-4484/21/21/215703.
- Hosseini S.Sh., Shahrjerdi A., Vazifeshenas Y. A review of relations for physical properties of nanofluids. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, 2011, vol. 5 (10), pp. 417–435.
- Mahbubul I.M., Saidur R., Amalina M.A. Latest developments on the viscosity of nanofluids. *International Journal Heat and Mass Transfer*, 2012, vol. 55, pp. 874–885. doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2011.10.021.
- Venerus D., Buongiorno J., Christianson R., Townsend J., Bang I.C., Chen G., Chung S.J., Chyu M., Chen H., Ding Y., Dubois F., Dzido G., Funfschilling D., Galand Q., Gao J., Hong H., Horton M., Hu L.W., Iorio C.S., Jarzebski A.B., Jiang Y., Kabelac S., Kedzierski M.A., Kim C., Kim J.H., Kim S., McKrell T., Ni R., Philip J., Prabhat N., Song P., Vaerenbergh S.V., Wen D., Witharana S., Zhao X., Zhou S. Viscosity measurements on colloidal dispersions (nanofluids) for heat transfer applications. *Applied Rheology*, 2010, vol. 20, no. 4, pp. 44582. doi: 10.3933/ApplRheol-20-44582.
- France Yu.W., Routbort J.L., Choi D.M. Review and comparison of nanofluid thermal conductivity and heat transfer enhancements. *Heat Transfer Engineering*, 2008, vol. 29, no. 5, pp. 432–460. doi: 10.1080/01457630701850851.
- Kleinstreuer K., Yu F. Experimental and theoretical studies of nanofluid thermal conductivity enhancement: a review. *Nanoscale Research Letters*, 2011, vol. 6, no. 229, pp. 1–13. doi: 10.1186/1556-276X-6-229.
- Rudyak V.Ya., Minakov A.V., Smetanina M.S., Pryazhnikov M.I. Experimental data on the dependence of the viscosity of water- and ethylene glycol-based nanofluids on the size and material of particles. *Doklady Physics*, 2016, vol. 61, pp. 152–154. doi: 10.1134/S1028335816030113. Translated from *Doklady Akademii nauk*, 2006, vol. 467, iss. 3, pp. 289–291.
- Angayarkanni S.A., Philip J. Review on thermal properties of nanofluids: recent developments. *Advances in Colloid and Interface Science*, 2015, vol. 225, pp. 146–176. doi: 10.1016/j.cis.2015.08.014.
- Pryazhnikov M., Minakov A., Rudyak V., Guzei D. Thermal conductivity measurements of nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2017, vol. 104, pp. 1275–1282. doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.09.080.

- Rudyak V.Ya., Belkin A.A., Tomilina E.A., Egorov V.V. Nanoparticle friction force and effective viscosity of nanofluids. *Defect and Diffusion Forum*, 2008, vol. 273–276, pp. 566– 571. doi: 10.4028/www.scientific.net/DDF.273-276.566.
- Rudyak V.Ya., Krasnolutskii S.L. Dependence of the viscosity of nanofluids on nanoparticle size and material. *Physics Letters A*, 2014, vol. 378, pp. 1845–1849. doi: 10.1016/j. physleta.2014.04.060.
- Romanov N.A.; Kalashnikov S.V.; Nomoev A.V. Mekhanizmy obrazovaniya kompozitnykh nanochastits (polye nanochastitsy) [Mechanisms of formation of composite nanoparticles (hollow nanoparticles)]. *Molodoi uchenyi – The Young Scientist*, 2012, no. 8 (43), pp. 11–13.
- Lohani A., Verma A., Joshi H., Yadav N., Karki N. Nanotechnology-based cosmeceuticals. ISRN Dermatology, 2014, art. 843687, pp. 1–14. doi: 10.1155/2014/843687.
- 19. Sharma A., Kumar S., Mahadevan N. Nanotechnology: a promising approach for cosmetics. *International Journal of Advances in Pharmaceutical Research*, 2012, vol. 2 (2), pp. 54–61.
- Puliti G., Paolucci S., Sen M. Thermodynamic properties of gold-water nanofluids using molecular dynamics. *Journal of Nanoparticle Research*, 2012, vol. 14, p. 1296. doi: 10.1007/s11051-012-1296-4.
- Goodman F., Wachman H. Dynamics of gas-surface scattering. New York, Academic Press, 1976. 326 p. (Russ. ed.: Gudman F., Vakhman G. Dinamika rasseyaniya gaza poverkhnost'yu. Moscow, Mir Publ., 1980. 423 p.).
- 22. Kaplan I.G. *Vvedenie v teoriyu mezhmolekulyarnykh vzaimodeistvii* [Introduction to the theory of intermolecular interactions]. Moscow, Nauka Publ., 1982. 312 p.
- Rudyak V.Ya., Krasnolutskii S.L. The interaction potential of dispersed particles with carrier gas molecules. *Proceedings of 21st International Symposium on RGD*. Toulouse, Gépadués-Éditions, 1999, vol. 1, pp. 263–270.
- Rudyak V.Ya., Krasnolutskii S.L., Ivanov D.A. The interaction potential of nanoparticles. *Doklady Physics*, 2012, vol. 57, pp. 33–35. doi: 10.1134/S1028335812010053. Translated from *Doklady Akademii nauk*, 2012, vol. 442, no. 1, pp. 54–56.
- 25. Hamaker H.C. The London van der Waals attraction between spherical particles. *Physica*, 1937, vol. 4, no. 10, pp. 1058–1072. doi: 10.1016/S0031-8914(37)80203-7.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



Рудяк Валерий Яковлевич – родился в 1945 году, д-р физ.-мат. наук, профессор, заслуженный работник высшей школы РФ, действительный член МАН ВШ, действительный член Американского нанообщества (American Nano Society), заведующий кафедрой теоретической механики НГАСУ (Сибстрин). Основные научные направления исследований: неравновесная статистическая механика, кинетическая теория газов, теплофизика процессов переноса, физика наножидкостей, гидромеханика, ламинарно-турбулентный переход, математическое моделирование. Имеет более 500 публикаций, в том числе 6 монографий. (Адрес: 630008, Россия, г. Новосибирск, Ленинградская, 113. E-mail: valery.rudyak@mail.ru).

Rudiak Valerii Iakovlevich (b. 1945) – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Honored Worker of Higher School of Russia, member of the MAS HS, member of the American Nano Society, Head of the Department of Theoretical Mechanics NGASU (Sibstrin). His research interests are currently focused on: non-equilibrium statistical mechanics, kinetic theory of gases, thermal transfer processes, nanofluids physics, fluid mechanics, laminar-turbulent transition, mathematical modeling. He is author of more than 500 publications, including 6 monographs. (Address: 113, Leningradskaya st., Novosibirsk, 630008, Russia. E-mail: valery.rudyak@mail.ru).



Краснолуцкий Сергей Леонидович – родился в 1973 году, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры теоретической механики НГАСУ (Сибстрин). Область научных интересов: кинетическая теория газов, неравновесная статистическая механика, физика и механика процессов переноса, процессы переноса в наножидкостях. Опубликовано более 50 научных работ. (Адрес: 630008, Россия, г. Новосибирск, Ленинградская, 113. E-mail: sergius-l@mail.ru).

Krasnolutskii Sergey Leonidovich (b. 1973) – Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor of the Department of Theoretical Mechanics of Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin). His research interests are currently focused on kinetic theory of gases, nonequilibrium statistical mechanics, physics and mechanics of transport processes, transport processes in nanofluids. He is the author of more than 50 scientific papers. (Address: 113, Leningradskaya st., Novosibirsk, 630008, Russia. E-mail: sergius-l@mail.ru).

Статья поступила 19 апреля 2017 г. Received April 19, 2017

To Reference:

Rudyak V.Ya., Krasnolutskii S.L. Potentsialy vzaimodeistviya polykh nanochastits mezhdu soboi i s molekulami nesushchei sredy [Interaction potentials of hollow nanoparticles with each other and with molecules of the carrier medium]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2017, no. 2 (35), pp. 32–42. doi: 10.17212/1727-2769-2017-2-32-42

ДОКЛАДЫ АН ВШ РФ

апрель-июнь

№ 2(35)

УДК 621.396.9

2017

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗМЕРЕНИЕ И АНАЛИЗ ПАРАМЕТРОВ РАДИОКАНАЛА МІМО

А.А. Калачиков, Н.С. Щелкунов

ФГБОУ ВО Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Новосибирск, Россия

В статье рассматриваются методика и результаты экспериментального измерения параметров радиоканала МІМО, выполненные в условиях распространения внутри помещений. Измерения проведены на частоте 2,4 ГГц в полосе 100 МГЦ. Применяется корреляционный метод измерения импульсной реакции радиоканала, в качестве зондирующего сигнала используется кодовая последовательность Касами с хорошими автокорреляционными свойствами. Получен набор импульсных характеристик в системе с 4 передающими и 4 приемными антеннами с интервалом между антеннами, равным длине волны и половине длины волны. По полученным данным вычислены параметры многолучевого распространения, пространственная корреляция коэффициентов передачи для разных антенн, вычислена пропускная способность измеренного канала в двух конфигурациях с приведением функций распределения пропускной способности. Проводится анализ распределения модуля измеренных коэффициентов передачи матрицы канала MIMO с применением критерия согласия хи-квадрат. Вычислены полная корреляционная матрицы канала и ее собственные значения. Показано влияние коррелированности канала на пропускную способность по сравнению с некоррелированным каналом. По измеренным матрицам коэффициентов передачи показана возможность аппроксимации полной корреляционной матрицы приближением в виде произведения Кронекера раздельных корреляционных матриц на приемной и передающей стороне.

Ключевые слова: измерение (зондирование) радиоканалов МІМО, вероятностный анализ результатов измерений, оценка пропускной способности.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-2-43-52

Введение

Система связи MIMO – система, организованная антеннами на передающей стороне и на приемной. Использование нескольких антенн позволяет повысить пропускную способность в канале с независимым многолучевым распространением и замираниями [1, 2]. Повышение пропускной способности во многом зависит от условий распространения сигнала и статистических свойств канала МІМО. Изучение вероятностных свойств канала МІМО необходимо для построения точных моделей канала, отображающих основные его свойства, при разработке и исследовании различных алгоритмов модуляции, кодирования и коррекции сигналов при приеме.

В настоящее время для экспериментальной проверки этих фактов активно проводятся исследования на разных частотных диапазонах, при различных условиях распространения и конфигурациях антенн [3, 4]. По измеренным данным строятся модели каналов и уточняются их параметры. Измерение совокупности импульсных характеристик канала МІМО (зондирование канала) является основной задачей данной работы и в дальнейшем используется при моделировании канала МІМО.

© 2017 А.А. Калачиков, Н.С. Щелкунов

Импульсные характеристики радиоканала МІМО измеряются корреляционным методом. Результаты измерений используются для последующей обработки и оценки параметров радиоканала МІМО с многолучевым распространением сигналов.

1. Описание и методы измерений канала МІМО

В общем виде канал MIMO с многолучевым распространением зависит от времени и его можно описать системной матрицей преобразования входного сигнала:

$$H(t,\tau) = \begin{pmatrix} h_{11}(t,\tau) & h_{12}(t,\tau) & \dots & h_{1n}(t,\tau) \\ h_{21}(t,\tau) & h_{22}(t,\tau) & \dots & h_{2n}(t,\tau) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{m1}(t,\tau) & h_{m2}(t,\tau) & \dots & h_{mn}(t,\tau) \end{pmatrix}$$

Каждый из коэффициентов $h_{mn}(t,\tau)$ представляет собой импульсную реакцию от передающей *n* к приемной *m* антенне с учетом многолучевого характера распространения и зависит от *t* – времени излучения зондирующего сигнала и τ – времени рассеяния канала, реакции канала на зондирующий сигнал [5, 6].

Сигнал на выходе канала связи МІМО с многолучевым распространением выражается как

$$r(t) = \int_{\tau} H(t,\tau) s(t-\tau) d\tau + n(t).$$

По полученным через преобразование Фурье частотным характеристикам канала $H_{mn}(t, f)$ можно оценить удельную пропускную способность C(t, f) системы связи МІМО при условии равномерного распределения мощности на передающей стороне по всем антеннам:

$$C(t,f) = \log_2\left(\det\left(I_m + \frac{\rho}{m}H(t,f)H^H(t,f)\right)\right),\tag{1}$$

где $I_m \in C^{m \times n}$ – единичная матрица; ρ – среднее отношение сигнал/шум на каждой приемной антенне; $H(t, f) \in C^{m \times n}$ – нормированная матрица комплексных коэффициентов передачи канала для частоты f; (·)^H – операция комплексного сопряжения и транспонирования.

При измерении импульсных характеристик канала по корреляционному принципу на передающей стороне формируется тестовый псевдослучайный сигнал с хорошими корреляционными свойствами. Принятый сигнал в виде квадратурных отсчетов сворачивается с переданным сигналом, в результате чего вычисляется комплексная импульсная характеристика канала. Точность измерения импульсной характеристики зависит от корреляционных свойств зондирующего сигнала, периода его повторения, равномерности спектра зондирующего сигнала, в пределах полосы частот измеряемого радиоканала.

Измеренные импульсные характеристики канала далее используются для вероятностного анализа коэффициентов передачи и вычисления корреляционных функций матриц канала. Общая схема реализации системы для зондирования радиоканала МІМО представлена на рис. 1.



Puc. 1 – Принцип зондирования радиоканала *Fig.* 1 – Channel sounding principle

Для обеспечения точности проведения измерений необходимо выполнять ряд следующих требований для используемого зондирующего сигнала:

 для повышения разрешающей способности во времени спектр зондирующего сигнала должен быть равномерным во всей полосе измерений;

2) длительность сигнала не должна быть больше интервала когерентности канала, т. е. времени, в течение которого канал остается постоянным. После начального зондирующего импульса следующий зондирующий импульс должен быть излучен после того, как полностью прекратится импульсная реакция канала;

3) хорошие корреляционные свойства зондирующего сигнала. Автокорреляционная функция зондирующего сигнала должна обладать большим отношением пикового значения уровня боковых лепестков. Данное условие является необходимым при проведении зондирования радиоканала MIMO во временной области.

Для проведения зондирования радиоканала МІМО применяется коммутация СВЧ сигналов по передающим и приемным антеннам.

2. Описание эксперимента

Измерения проводились в лабораторных условиях внутри помещения. Центральная частота излучаемого радиосигнала – 2,3 ГГц, ширина полосы частот сигнала 100 МГц. Зондирующая последовательность Касами [7] длительностью 16 383 отсчета предварительно фильтровалась цифровым фильтром для получения спектра с меньшими внеполосными составляющими. Далее тестовая последовательность использовалась в векторном генераторе сигналов SMBV100A для формирования зондирующего радиосигнала с равномерным спектром. На приемной стороне сигнал обрабатывался анализатором спектра FSW26, позволяющим получать и записывать квадратурные отсчеты принятого сигнала.

Перед выполнением измерений была проведена предварительная передача тестового сигнала от генератора на вход приемника без антенн, для последующей компенсации влияния входных цепей из результатов измерений. Записанный при этом сигнал являлся эталонным для выполнения взаимной корреляции при вычислении импульсных характеристик канала.

Были выполнены измерения канала МІМО в конфигурации 4 передающих и 4 приемных антенны. При измерениях антенны линейно передвигались с шагом

 λ и $\frac{\lambda}{2}$, где λ – длина волны, см.

3. Результаты экспериментов

Для каждой комбинации антенн получены импульсные характеристики радиоканала. Для последующей обработки используются 300 характеристик, которые выравнивались по начальным отсчетам.

Выборка из совокупности измеренных импульсных характеристик канала для пары передающей и приемных антенн $(h_{11}(t, \tau))$ показана на рис. 2.



Рис. 2 – Измеренная импульсная характеристика канала для выборочной пары передающей и приемных антенн

Fig. 2 – Measured channel impulse response for selected transmit and received antennas

Среднее время рассеяния (задержки) канала $\overline{\tau}$ и среднеквадратичный разброс задержки τ_{rms} являются важными параметрами канала и используются для общей характеристики многолучевого рассеяния канала, сравнения с другими каналами при проектировании и анализе систем связи [5, 6]. Измеренные импульсные характеристики были усреднены по каждому сочетанию антенн по всем измерениям. После этого было определено численное значение средней величины разброса задержек лучей $\overline{\tau}$ и среднеквадратический разброс задержек τ_{rms} .

Для вычислений использовались значения измеренных импульсных характеристик в интервале 20 дБ от максимального значения.

По полученным импульсным характеристикам был вычислен профиль задержек мощности канала и определены его числовые значения: $\overline{\tau} = 6, 2 \cdot 10^{-8}$ с и $\tau_{rms} = 1, 9 \cdot 10^{-8}$ с.

 $v_{rms} = 1, j = 10$ °C.

Значения коэффициентов пространственной корреляции зависят как от условий распространения, так и от архитектуры применяемых антенн, от выбора первого элемента, относительно которого ведется вычисление.

Численно пространственная корреляция вычислялась по значениям задержки самого мощного луча в импульсной характеристике по выражению

$$\rho(\Delta x) = \frac{E\left[\left(h_{i,j} - E(h_{i,j})\right)\left(h_{i,j+\Delta x} - E(h_{i,j+\Delta x})\right)\right]}{\sqrt{E\left[\left|\left(h_{i,j} - E(h_{i,j})\right)\right|^2\right]E\left[\left|\left(h_{i,j+\Delta x} - E(h_{i,j+\Delta x})\right)\right|^2\right]}},$$

где E[] – операция вычисления среднего значения; Δx – величина смещения по положению антенн.

Полученные зависимости пространственной корреляции на приемной (рис. 3) и передающей (рис. 4) стороне можно объяснить различным угловым рассеянием сигналов. На передающей стороне применялась линейная антенная решетка, вокруг передающей антенны практически не было источников переотражений. Сохранение значительного уровня пространственной корреляции на передающей стороне при увеличении расстояния между элементами антенны объясняется малым угловым рассеянием сигналов, вызванным наличием переотражателей сигналов и их взаимным расположениям.



Puc. 4 – Пространственная корреляции на передающей стороне Fig. 4 – Spatial correlaton on transmit site

Принимаемые сигналы обладали большим угловым рассеянием, вызванным наличием большого числа переотражающих элементов сигналов в помещении, что приводит к снижению уровня пространственной корреляции на приемной стороне.

Важным параметром канала является достижимая пропускная способность, которая зависит от реальных условий распространения. Реальные каналы отличаются пространственной коррелированностью, которая приводит к снижению пропускной способности.

Полученные матрицы коэффициентов передачи узкополосного канала – случайные величины, вычисляемая на их основе пропускная способность – также случайная величина. Для вероятностного описания полученной пропускной способности применяются функция распределения пропускной способности и средняя величина удельной пропускной способности с усреднением по большому числу реализаций (измерений) канала на интервале стационарности. Для величины отношения сигнал/шум $\rho = 12$ дБ по нормированным матрицам коэффициентов передачи канала получены функции распределения удельной пропускной способности измеренного канала (1) при конфигурации $N_T \times N_R = 2 \times 2$

и $N_T \times N_R = 4 \times 4$ (рис. 5)

Вычислено соответствующее множество комплексных частотных характеристик по всем импульсным характеристикам. Для вычисления пропускной способности узкополосного канала вся полоса частот измерений 100 МГц разбивается на набор узкополосных каналов с шириной полосы частот меньше полосы когерентности канала. В произвольно выбранном узкополосном канале вычислялась полная пространственная корреляционная матрица канала R_H , которая учитывает корреляцию между всеми элементами матрицы канала H.



Рис. 5 – Функция распределения удельной пропускной способности измеренного канала
 Fig. 5 – CDF of measured channel capacity

Визуальное отображение полной корреляционной матрицы показано на рис. 6. Светлые области сильной корреляции соответствуют преобладанию сигналов прямой видимости между антеннами и наличию регулярной составляющей в сигнале.



Рис. 6 – Полная пространственная корреляционная матрица канала

Fig. 6 - Full channel spatial correlation matrix

При помощи полученной полной пространственной корреляционной матрицы канала становится возможной оценка параметров канала, допустимой пропускной способности и проверки возможности реализации в канале пространственного мультиплексирования. Также были вычислены собственные значения λ_i полной корреляционной матрицы канала R_H . Обнаружен большой разброс собственных значений корреляционной матрицы.

Для построения моделей каналов МІМО необходимо определить вид и параметры распределения измеренных коэффициентов матрицы канала *H*. Для этого используются различные методы оценивания и статистические тесты [8]. В данной работе для определения параметров распределения использовался тест хиквадрат для проверки гипотезы о форме распределения. Проводилось тестирование на соответствие распределения модуля коэффициента передачи закону Рэлея. При уровне значимости $\alpha = 0,01$ получены значения h = 0, p = 0,4605. Таким образом, принимается гипотеза о распределении Рэлея.

Для оценки влияния пространственной корреляции в канале на пропускную способность по полученным корреляционным матрицам была вычислена пропускная способность канала.

По сравнению с идеальной моделью канала наличие пространственной корреляции снижает пропускную способность канала (рис. 7).

Целью проведения измерений являлось получение реализаций импульсных характеристик для проведения последующего моделирования каналов. Наиболее распространенная модель канала МІМО основана на аппроксимации полной корреляционной матрицы R_H матрицами корреляций на приемнуюой $R_R = E\{HH^H\}$ и передающей стороне $R_T = E\{H^HH\}^T$ в виде произведения Кронекера $R_H = R_T \otimes R_R$. При этом предполагается, что приемную и передаю-

щую антенны можно считать некоррелированными. Качество приближения полной корреляционной матрицы ее аппроксимацией оценивается относительной нормой Фробениуса разности полной корреляционной матрицы и ее аппроксимации:

$$\Psi(R_H, R_T \otimes R_R) = \frac{\left\|R_H - R_T \otimes R_R\right\|_F}{\left\|R_H\right\|_F}$$



Рис. 7 – Влияние пространственной корреляции на пропускную способность канала
Fig. 7 – Effect of channel spatial correlation on channel capacity

Величина ошибки была вычислена для систем 2×2 и 4×4 . Для системы 2×2 величина ошибки $\psi = 0,056$. Для системы 4×4 величина ошибки $\psi = 0,0735$. Для систем с большим количеством антенн и большим угловым разрешением отдельных лучей ошибка аппроксимации через произведение Кронекера увеличивается, так как угловые спектры на передающей и приемной стороне уже не являются независимыми.

Заключение

В результате экспериментальных измерений получены реализации импульсных характеристик каналов, которые были использованы для статистического анализа параметров канала. Условия распространения внутри помещения при измерениях таковы, что имеется значительная пространственная корреляция между коэффициентами матрицы канала.

Выполнена оценка полной корреляционной матрицы канала, результаты показаны в виде диаграммы распределения значений коэффициентов корреляции между всеми антеннам. Высокая корреляция не позволяет получить большой выигрыш от пространственного мультиплексирования и необходимо исследование на возможность предкодирования для реализации пространственного мультиплексирования.

Полученные реализации импульсных характеристик далее используются при разработке реалистичных моделей каналов МІМО.

ЛИТЕРАТУРА

- Foschini G.J., Gans M.J. On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas // Wireless Personal Communications. – 1998. – Vol. 6, N 3. – P. 311–315.
- 2. **Telatar E.** Capacity of multi-antenna Gaussian channels // AT&T Bell Laboratories Internal Technical Memorandum, June 1995.
- 5.3-GHz MIMO radio channel sounder / V.-M. Kolmonen, J. Kivinen, L. Vuokko, P. Vainikainen // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. – 2006. – Vol. 55, N 4. – P. 1263–1269.
- Capacity results from short range fixed MIMO measurements at 5.2 GHz in urban environment / N. Skentos, A.G. Kanatas, G. Pantos, P. Constantinou // Proceedings of IEEE International Conference on Communications, Paris, 20–24 June 2004. Piscataway, NJ: IEEE, 2004. Vol. 5. P. 3020–3024.
- Costa N., Haykin S. Multiple-input multiple-output channel models: theory and practice. Hoboken, NJ: Wiley, 2010. – 225 p.
- Molisch A. Wireless communications. 2nd ed. Chichester, West Sussex, UK: Wiley: IEEE, 2011. 844 p.
- Sarwate D.V., Pursley M.B. Crosscorrelation properties of pseudorandom and related sequences // Proceedings IEEE. – 1980. – Vol. 68, N 5. – P. 583–619.
- Balakrishnan N., Voinov V., Nikulin M. Chi-squared goodness of fit tests with applications. Amsterdam: Elsevier, 2012. – 648 p.

EXPERIMENTAL MEASUREMENT AND ANALYSIS OF MIMO RADIO CHANNEL PARAMETERS

Kalachikov A.A., Shelkunov N.S.

Siberian State University of Telecommunications and Information Sciences, Novosibirsk, Russia

This paper addresses the wireless MIMO channel sounding method based on the time domain cross correlation principle. Measurements are conducted in the indoor laboratory environment at the central frequency of 2.3 GHz with a measurement bandwidth of 100 MHz, 4 transmitting and 4 receiving antennas were used. The obtained pulse responses are presented and used for channel parameters estimation. The measured channel capacity CDF curves are also presented. A full channel correlation matrix and its eigenvalues are calculated showing a significant spatial correlation. For statistical analysis the distribution of channel coefficients and goodness of fit tests are numerically computed. The correlated channel capacity is also compared with the uncorrelated channel capacity.

Keywords: MIMO channel sounder, channel parameter estimation, full channel correlation matrices, MIMO channel capacity.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-2-43-52

REFERENCES

1. Foschini G.J., Gans M.J. On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas. *Wireless Personal Communications*, 1998, vol. 6, no. 3, pp. 311–315.

- 2. Telatar E. Capacity of multi-antenna Gaussian channels. AT&T Bell Laboratories Internal Technical Memorandum, June 1995.
- V.-M. Kolmonen, J. Kivinen, L. Vuokko, P. Vainikainen. 5.3-GHz MIMO radio channel sounder. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2006, vol. 55, no. 4, pp. 1263–1269.
- Skentos N., Kanatas A.G., Pantos G., Constantinou P. Capacity results from short range fixed MIMO measurements at 5.2 GHz in urban environment. *Proceedings of IEEE International Conference on Communications*, Paris, 20–24 June 2004, vol. 5, pp. 3020–3024.
- Costa N., Haykin S. Multiple-input multiple-output channel models: theory and practice. Hoboken, NJ, Wiley, 2010. 225 p.
- 6. Molisch A. Wireless communications. 2nd ed. Chichester, West Sussex, UK, Wiley, IEEE, 2011. 844 p.
- Sarwate D.V., Pursley M.B. Crosscorrelation properties of pseudorandom and related sequences. *Proceedings IEEE*, 1980, vol. 68, no. 5, pp. 583–619.
- 8. Balakrishnan N., Voinov V., Nikulin M. *Chi-squared goodness of fit tests with applications*. Amsterdam, Elsevier, 2012. 648 p.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



Калачиков Александр Александрович, канд. техн. наук, работает на кафедре радиотехнических систем Сибирского государственного университета телекоммуникаций и информатики. Область научных интересов – обработка сигналов, измерение и оценка параметров радиоканалов. (Адрес: 630102, Россия, г. Новосибирск, ул. Кирова, 86, Email: diff32@rambler.ru).

Kalachikov A.A. is currently works at chair RTS, SibSUTIS. His current research interests include statistical signal processing, MIMO channel measurement, radio channel characterization and channel parameter estimation. (Address: 86, Kirova st., Novosibirsk, 630102, Russia, Email: diff32@rambler.ru).



Щелкунов Николай Сергеевич, аспирант кафедры радиотехнических систем Сибирского государственного университета телекоммуникаций и информатики. Область научных интересов – измерение и оценка параметров радиоканалов. (Адрес: 630102, Россия, г. Новосибирск, ул. Кирова, 86, Email: shns@ngs.ru).

Shelkunov N.S. is currently working towards the Ph.D. degree on chair RTS SibSUTIS. His current research interests include radio channel characterization and modeling, RF measurement techniques. (Address: 86, Kirova st., Novosibirsk, 630102, Russia, Email: shns@ngs.ru).

Статья поступила 25 июня 2017 г. Received June 25, 2017

To Reference:

Kalachikov A.A., Shelkunov N.S. Eksperimental'noe izmerenie i analiz parametrov radiokanala MIMO [Experimental measurement and analysis of MIMO radio channel parameters]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2017, no. 2 (35), pp. 43–52. doi: 10.17212/1727-2769-2017-2-43-52

ДОКЛАДЫ АН ВШ РФ

март–июнь

№ 2 (35)

—— ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ =

УДК 629.423.24

2017

ВЛИЯНИЕ ИНТЕРВАЛА ДВИЖЕНИЯ НА ВЕРОЯТНОСТЬ МЕЖПОЕЗДНОГО ОБМЕНА ЭНЕРГИЕЙ РЕКУПЕРАЦИИ В МЕТРОПОЛИТЕНЕ

К.И. Куликов, Е.А. Спиридонов, К.Е. Пономарев, Э.Г. Лангеман

Новосибирский государственный технический университет

Метрополитен – это высокоорганизованная транспортная система, обладающая рядом отличительных свойств. Основное из них - высокая скорость корреспонденций пассажиров, что обеспечивается отсутствием дорожных заторов и пересечений с транспортнопересадочными узлами. Тем не менее стоит учитывать, что удовлетворение потребностей населения в качественных перевозках обусловливает существенные энергетические вложения, большая часть которых направляется на тяговые нужды поездов. Одним из вероятных направлений снижения энергопотребления является использование рекуперативного торможения, а в частности – передача энергии рекуперации в межпоездной обмен. Однако условия работы метрополитена не способствуют этому, так как движение составов регламентировано во времени, а вероятность непредвиденного совпадения актов тяги и торможения сведена к минимуму. С другой стороны, это позволяет точно спрогнозировать потенциал межпоездного обмена энергией, что позволит подойти к разработке графика движения поездов не только со стороны комфорта пассажиров, но и со стороны энергоэффективности. Для оценки вероятности этого явления проведено моделирование графика движения поездов на примере МУП «Новосибирский метрополитен». Полученные результаты свидетельствуют о перспективности данного способа энергосбережения, что вкупе с другими методами повышения энергоэффективности позволит качественно оптимизировать работу системы подземного транспорта.

Ключевые слова: рекуперативное торможение, метрополитен, межпоездной обмен энергией, интервал движения, имитационное моделирование

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-2-53-60

Введение

Метрополитен является важной составляющей современного мегаполиса, что обусловлено его перевозочной способностью, скоростью корреспонденций и комфортом пассажиров. Не менее важно и отсутствие вредных выбросов, получаемых в процессе горения углеводородного топлива, используемого большинством уличных видов транспорта. Однако наряду с этим метрополитен также является одним из крупнейших потребителей электроэнергии [1]. Оптимизация энергопотребления метропоездов способна снизить экономические издержки, что впоследствии повысит эффективность работы всей системы подземного транспорта.

Анализ существующих исследований показывает, что в большинстве случаев для снижения энергопотребления поездов метрополитена применяется рекуперативное торможение [2, 3]. Одним из вариантов использования энергии рекуперации является межпоездной обмен, возможный при одновременном протекании актов тяги и торможения взаимодействующих поездов. При имита-

© 2017 К.И. Куликов, Е.А. Спиридонов, К.Е. Пономарев, Э.Г. Лангеман

ционном моделировании работы Филевской линии Московского метрополитена выявлено, что если весь парк подвижного состава при торможении будет использовать рекуперативный режим, то только за счет межпоездного обмена экономия энергии, потребляемой на тягу поездов, может составить от 15 до 30 % [4].

Принимая во внимание эти данные, актуальным становится вопрос анализа существующего графика движения Новосибирского метрополитена на предмет вероятности межпоездного обмена энергией рекуперации.

Целью работы является разработка программного комплекса по моделированию графика движения. На его основе выведена зависимость вероятности совпадения актов тяги и торможения от интервала движения поезда метрополитена.

1. Формирование графика движения подвижного состава

Для оценки эффективности межпоездного обмена энергией необходимо сформировать график движения подвижного состава при разных интервалах времени. Для этих целей разработан программный комплекс на языке Python [5]. Интерфейс программного комплекса показан ниже (рис. 1).

Рассчет энергии рекуперации	- • ×
Файл	
Рассчитать	
Рассчитать рекуперативную энергию для разных интервалов	времени
Мин. интервал	
Макс. интервал	
Шаг	
Рассчитать	

Puc. 1 – Интерфейс программного комплекса *Fig. 1* – Interface of the program complex

За основу программного кода приняты функции мощности тяги и торможения подвижного состава типа 81-717, полученные в ходе соответствующих энергетических расчетов в программе MATHCAD [6], проведенным по методикам [7, 8]. В соответствии с ними, а также с учетом длин перегонов и времени хода по ним формируется график движения поездов по Ленинской линии в прямом и обратном направлениях. Пример графика движения показан на рис. 2.



Рис. 2 – График движения состава по Ленинской линии Fig. 2 – Traffic schedule along the Lenin line

2. Принцип работы программного комплекса

При формировании графика движения поезда принимается время хода по линии, полученное экспериментально [9] и имеющее высокое корреляционное сходство с данными официального сайта МУП «Новосибирский метрополитен» [10].

Алгоритмом программы предусмотрена возможность произвольно задавать интервал движения. Это необходимо, так как интенсивность движения метропоездов зависит от пассажиропотока, который меняется как в течение дня, так и в течение недели.

На начальном этапе имитационного моделирования происходит выбор интервала времени между движением поездов. На основе этих данных рассчитывается количество поездов, движение которых (на любом из перегонов) попадает в интервал времени, соответствующий времени хода. После того как проведен расчет количества поездов, для них определяется время отправления с каждой станции Ленинской линии.

Далее проводится расчет энергии, затраченной тяговыми потребителями за время хода по линии. Аналогично происходит количественный подсчет энергии, выделяемой при торможении подвижного состава.

Завершающий этап вычислений основан на сопоставлении актов тяги и торможения во времени, как показано на рис. 3.



Рис. 3 – Поглощение энергии рекуперации тяговыми потребителями *Fig. 3* – Consumption of recovery energy

3. Функция вероятности совпадения актов тяги и торможения от интервала движения поезда метрополитена

В ходе исследования энергетических потоков с применением описанного программного комплекса получена функция (1) доли энергии рекуперации *E*, используемой на нужды тяги, от временного интервала движения поездов метро-политена *t*.

$$E = 7 \cdot 10^{-5} t^2 - 0,0763t + 30,761, \tag{1}$$

где E – доля энергии рекуперации, %; t – интервал движения, с.

Эта зависимость сформирована по методу наименьших квадратов и имеет ниспадающий полиномиальный характер, как показано на рис. 4.



Рис. 4 – Влияние интервала движения на долю энергии рекуперации *Fig.* 4 – Traffic interval influence for the share of recovery energy

Фактически, полученная зависимость является функцией вероятности совпадения актов тяги и торможения при текущем интервале движения метропоездов. С учетом того, что наибольшая интенсивность движения подвижного состава наблюдается в утренние и вечерние часы пик [10], потенциальная вероятность межпоездного обмена не превышает 35 %. В этой связи становится очевидным, что для решения задачи по снижению тягового энергопотребления межпоездной обмен необходимо рассматривать вкупе с другими методами повышения энергоэффективности.

Одним из решений этой задачи является переход на систему электроснабжения со стационарным накопителем, размещенным на территории тяговой подстанции. В ходе имитационного моделирования выяснено, что при таком подходе суммарная энергия, потребляемая из сети, сокращается в 2,3 раза. Это обеспечивается за счет того, что через тяговую подстанцию передается только энергия собственных нужд подвижного состава и энергия для движения с номинальной скоростью [11]. Не менее позитивные результаты получены и в ходе опытной эксплуатации. Так, применение накопителя энергии на основе электрохимических конденсаторов на тяговой подстанции T-23 Московского метрополитена позволило уменьшить потребление мощности на 13,4 % [12].

Однако повсеместная установка накопительных устройств для приема энергии рекуперации сопровождается значительными капитальными вложениями [13]. Это обусловливает необходимость оптимизации расходов на установку накопите-

лей энергии. В этой связи дальнейшее исследование будет посвящено определению месторасположения накопительных устройств, а также их количественных и технических характеристик.

Заключение

На примере Ленинской линии Новосибирского метрополитена проанализирована вероятность актов межпоездного обмена энергией при разных интервалах движения поездов. Для этого разработан программный комплекс, позволяющий смоделировать ситуацию на линии при интервале времени, меняющемся в течение дня по предусмотренному плану. Установлено, что с ростом интенсивности движения метропоездов вероятность передачи энергии рекуперации потребителю через тяговую сеть увеличивается. При этом наибольшая вероятность межпоездного обмена энергией наступает в утренние и вечерние часы пик и достигает 35 %. Это говорит о том, что для комплексного повышения энергоэффективности метрополитена использование только этого метода недостаточно, поэтому межпоездной энергообмен целесообразно рассматривать совместно с другими способами энергосбережения. Изучение мирового опыта показывает, что для существенной экономии энергетических ресурсов на метрополитенах необходимо использовать накопители энергии. Таким образом, определение их типа, характеристик и месторасположения является целью следующего этапа работы.

ЛИТЕРАТУРА

- Аппаратный комплекс для исследования аэродинамических характеристик подвижного состава электрического транспорта / В.В. Бирюков, М.В. Калугин, А.В. Кулекина, Э.Г. Лангеман // Транспорт: наука, техника, управление. – 2014. – № 6. – С. 53–55.
- 2. Сулим А.А. Расчет электроэнергии рекуперации электрифицированного городского транспорта при установке накопителя на тяговой подстанции // Энергетика. Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ. 2014. № 4. С. 30–41.
- Сулим А.А., Ломонос А.И. Расчет энергии рекуперации при установке накопителя энергии на электропоезде метрополитена // Збірник наукових праць Державного економіко-технологічного університету транспорту. Серія.: Транспортні системи і технології. – 2013. – Вип. 23. – С. 22–29.
- Экспериментальная оценка эффективности рекуперации энергии торможения в СТЭ московского метрополитена / Л.А. Баранов, В.А. Гречишников, И.С. Мелешин, М.В. Шевлюгин // Безопасность движения поездов: труды X научно-практической конференции. – М.: МИИТ, 2009. – С. 15–16.
- 5. Лутц М. Программирование на Руthon. Т. 2: пер. с англ. СПб.; М.: Символ-Плюс, 2011. 992 с.
- 6. Kulikov K.I. Research of energy recovery modes in traction networks of metropolitain // Aspire to science: тезисы городской научно-практической конференции студентов, магистрантов и аспирантов. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. – С. 26–27.
- 7. Байрыева Л.С. Теория электрической тяги. М.: Изд-во МЭИ, 2004. 40 с.
- 8. Щуров Н.И. Теория электрической тяги. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2004. 100 с.
- Куликов К.И., Пономарев К.Е. Разработка программного комплекса для исследования режимов рекуперации энергии в Новосибирском метрополитене // Наука. Технологии. Инновации: сборник научных трудов, Новосибирск, 5–9 декабря 2016 г. : в 9 ч. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. – Ч. 5. – С. 213–214.

- Новосибирский метрополитен [Электронный ресурс]: web-сайт. URL: http://www.nskmetro.ru/index.php (дата обращения: 25.08.2017).
- Жемеров Г.Г., Тугай Д.В., Холод О.И. Энергоэффективность систем электроснабжения подвижного состава метрополитена // Технічна електродинаміка. 2014. № 1. С. 67–74.
- 12. Гречишников В.А., Шевлюгин М.В. Эксплуатация накопителя энергии на метрополитене // Мир транспорта. – 2013. – № 5. – С. 54–58.
- Анализ вопросов энергосбережения и энергоэффективности при эксплуатации подвижного состава метрополитена / А.В. Донченко, А.А. Сулим, А.С. Сиора, А.А. Мельник, В.В. Федоров // Наука и прогресс транспорта. – 2016. – № 3. – С. 108–119.

INFLUENCE OF THE TRAFFIC INTERVAL ON THE PROBABILITY OF INTER-TRAIN RECOVERY ENERGY EXCHANGE IN THE UNDERGROUND

Kulikov K.I., Spiridonov E.A., Ponomarev K.E., Langeman E.G.

Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

The underground is an organized transport system that possesses a set of distinctive properties. The main one is a high speed of passenger correspondence which is ensured by the absence of traffic congestions and intersections with transport and transfer points. Nevertheless it is necessary to have in mind that the satisfaction of the population's requirements for high-quality transportation causes significant energy investments most of which are directed to the train traction needs. One of the possible ways to reduce energy consumption is the use of regenerative braking and in particular the transfer of regeneration energy to the inter-train exchange. However specific characteristics of the underground do not contribute to this process because the train movement is regulated in time and the probability of an unforeseeable coincidence of traction and braking actions is minimized. On the other hand that makes possible to accurately predict the potential of inter-train energy exchange. That will allow us to develop train timetables based not only on passenger comfort but also on energy efficiency. To assess the probability of this event a train timetable was simulated on the example of the Novosibirsk Underground. The results obtained testify the prospects of this energy saving method. But to fully optimize the underground system operation it is advisable to use it together with other methods of increasing energy efficiency.

Keywords: regenerative braking, underground, inter-train energy exchange, traffic interval, simulation modeling.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-2-53-60

REFERENCES

- Biriukov V.V., Kalugin M.V., Kulekina A.V., Langeman E.G. Apparatnyi kompleks dlya issledovaniya aerodinamicheskikh kharakteristik podvizhnogo sostava elektricheskogo transporta [Complex of equipment for research of aerodynamic properties of the rolling stock of electrical transport]. *Transport: nauka, tekhnika, upravlenie – Transportation: science, technology, management*, 2014, no. 6, pp. 53–55.
- 2. Sulim A.A. Raschet elektroenergii rekuperatsii elektrifitsirovannogo gorodskogo transporta pri ustanovke nakopitelya na tyagovoi podstantsii [The calculation of the energy recovery electrified urban transport during the installation drive for traction substation]. *Energetika. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii i energeticheskikh ob"edinenii SNG Energetika. Proceedings of CIS higher education institutions and power engineering associations*, 2014, no. 4, pp. 30–41.

- 3. Sulim A.A., Lomonos A.I. Raschet energii rekuperatsii pri ustanovke nakopitelya energii na elektropoezde metropolitena [Calculation of energy recovery during the installation of energy storage on an electric subway train]. Zbirnik naukovikh prats' Derzhavnogo ekonomiko-tekhnologichnogo universitetu transportu. Seriya.: Transportni sistemi i tekhnologii Proceedings of the State Economic and Technological University of Transport. Series: Transport systems and technology, 2013, iss. 23, pp. 22–29.
- Baranov L.A., Grechishnikov V.A., Meleshin I.S., Shevliugin M.V. [Experimental evaluation of the efficiency of regeneration of the braking energy in the STS of the Moscow metro]. Bezopasnoct' dvizheniya poezdov: trudy X nauchno-prakticheskoi konferentsii [Safety of train traffic. Proceedings of X scientific-practical conferences]. Moscow, MIIT Publ., 2009, pp. 15–16.
- Lutz M. Programming Python. 4th ed. Beijing [et al.], O'Reilly, 2011 (Russ. ed.: Lutts M. Programmirovanie na Python. T. 2. Translated from English. St. Petersburg, Moscow, Simvol-Plyus Publ., 2011. 992 c.).
- Kulikov K.I. Research of energy recovery modes in traction networks of metropolitain. *Aspire to science*: tezisy gorodskoi nauchno-prakticheskoi konferentsii studentov, magis- trantov i aspirantov [Aspire to science: abstracts city scientific and practical conference for school and university students and postgraduates]. Novosibirsk, 2016, pp. 26–27.
- 7. Bairyeva L.S. *Teoriya elektricheskoi tyagi* [Electric traction theory]. Moscow, MPEI Publ., 2004. 40 p.
- 8. Shchurov N.I. *Teoriya elektricheskoi tyagi* [Electric traction theory]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2004. 100 p.
- Kulikov K.I., Ponomarev K.E. [Development of a software package for the investigation of energy recovery regimes in the Novosibirsk metro]. *Nauka. Tekhnologii. Innovatsii*: sbornik nauchnykh trudov [Science. Technologies. Innovations: collection of scientific papers]. Novosibirsk, 5–9 December 2016, pt. 5, pp. 213–214.
- 10. *Novosibirskii metropoliten* [Novosibirsk Metropolitan]: website. Available at: http://www.nsk-metro.ru/index.php (accessed 25.08.2017).
- Zhemerov G.G., Tugai D.V., Kholod O.I. Energoeffektivnost' sistem elektrosnabzheniya podvizhnogo sostava metropolitena [Energy efficiency of power supple systems for a subway]. *Tekhnichna elektrodinamika – Technical Electrodynamics*, 2014, no. 1, pp. 67–74.
- 12. Grechishnikov V.A., Shevliugin M.V. Ekspluatatsiya nakopitelya energii na metropolitene [Operation of the energy store on the subway]. *Mir transporta World of Transport and Transportation*, 2013, no. 5, pp. 54–58.
- Donchenko A.V., Sulim A.A., Siora A.S., Mel'nik A.A., Fedorov V.V. Analiz voprosov energosberezheniya i energoeffektivnosti pri ekspluatatsii podvizhnogo sostava metropolitena [Analysis of energy saving and energy efficiency issues during operation of the metro rolling stock]. *Nauka i progress transporta – Science and Transport Progress*, 2016, no. 3, pp. 108–119.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



Куликов Кирилл Игоревич – родился в 1993 году, магистрант кафедры электротехнических комплексов Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: электрический транспорт, гибридный транспорт, комбинированные силовые энергоустановки. Опубликовано 6 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. Email: kirill kulikov 1993@mail.ru).

Kulikov Kirill (b. 1993) – graduate student of electrotechnical complexes department of the Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on electric transport, hybrid transport, combined power installations. He is author of 6 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: kirill_kulikov_1993@mail.ru).



Спиридонов Егор Александрович – родился в 1982 году, канд. техн. наук, доцент кафедры электротехнических комплексов Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: электротехнические и электротранспортные комплексы. Опубликовано 45 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. E-mail: spiridonov@corp.nstu.ru).

Spiridonov Egor (b. 1982) – Candidate of Sciences (Eng.), docent of electrotechnical complexes department of the Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on electrotechical and electrotransport systems. He is author of 45 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: spiridonov@corp.nstu.ru).



Пономарев Константин Евгеньевич – родился в 1992 году, аспирант кафедры полупроводниковых приборов и микроэлектроники Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: микропроцессорные системы, беспроводные сенсорные сети, электрические системы, программирование. Опубликовано 5 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. Е-mail: pke92@yandex.ru).

Ponomarev Konstantin (b. 1992) – post graduate student of department of microelectronics and semiconductor devices of the Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on microprocessor systems, wireless sensor networks, electrical systems, programming. He is author of 5 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: pke92@yandex.ru).



Лангеман Эвелина Гарриевна – родилась в 1991 году, аспирант кафедры электротехнических комплексов Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: повышение энергоэффективности электрического транспорта - Опубликовано 25 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. Email: langeman@corp.nstu.ru).

Langeman Evelina (b. 1991) – post graduate student of electrotechnical complexes department of the Novosibirsk State Technical University. Her research interests are currently focused on increasing of energy efficiency of electric transport. She is author of 25 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: langeman@corp.nstu.ru).

Статья поступила 06 апреля 2017 г. Received April 06, 2017

To Reference:

Kulikov K.I., Spiridonov E.A., Ponomarev K.E., Langeman E.G. Vliyanie intervala dvizheniya na veroyatnosť mezhpoezdnogo obmena energiei rekuperatsii v metropolitene [Traffic interval influence for the probability of inter-train recovery energy exchange in metropolitan]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2017, no. 2 (35), pp. 53–60. doi: 10.17212/1727-2769-2017-2-53-60

ДОКЛАДЫ АН ВШ РФ

март-июнь

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ ——

№ 2 (35)

УДК 621.34

2017

СИНТЕЗ СИСТЕМ ВЕКТОРНОГО УПРАВЛЕНИЯ МАЛОЧУВСТВИТЕЛЬНЫХ К ИЗМЕНЕНИЯМ ПАРАМЕТРОВ АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА

Е.С. Кучер, М.А. Комазенко, А.И. Ромащенко

Новосибирский государственный технический университет

В данной работе представлены методики синтеза систем автоматического управления асинхронными электроприводами, которые в соответствии с принципами векторного управления представлены как двухканальные объекты управления. В условиях влияния неконтролируемых внешних сигнальных и параметрических возмущений синтезированные системы управления должны обеспечивать близость протекающих процессов к желаемым, а также статическую точность характеристик. Подобные результаты можно получить, используя специальные методики структурного и параметрического синтеза, такие как методы локализации и больших коэффициентов, позволяющие целенаправленно организовать многотемповые процессы движения посредством заведения глубоких обратных связей, тем самым обеспечить малую чувствительность системы автоматического управления к влиянию возмущений различного рода.

Ключевые слова: асинхронный электропривод, контур медленных движений, контур быстрых движений, метод больших коэффициентов, метод локализации.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-2-61-72

Введение

Большое внимание уделяется построению систем автоматического управления с учетом значимости факторов неопределенности [1, 2], в которые входят неточность априорной информации о значениях параметров модели, влияние внешних сигнальных возмущений, также стоит учитывать неполноту информации о текущем состоянии объекта управления.

Наибольшую эффективность стабилизации управления нестационарными объектами управления обеспечивают методики, основанные на принципе глубоких обратных связей, которые позволяют задать не только статическую точность, но и желаемые показатели качества переходных процессов системы автоматического управления (САУ). В таких методах целенаправленно организуются разнотемповые движения процессов, которые после проведения некоторых преобразований можно выделить в отдельные контуры.

Контур быстрых движений подавляет (локализует) как внешние сигнальные, так и параметрические возмущения – собственные свойства объекта управления, и является самым внутренним контуром организуемой САУ.

Медленные движения полностью соответствует желаемым и синтез контура выполняется неявно при выборе параметров уравнения желаемых движений. В данном контуре обеспечивается малая чувствительность к изменениям собственных параметров объекта управления.

При построении САУ за счет использования принципа разделения движения возможно осуществить декомпозицию задач синтеза упомянутых выше контуров, тем самым упростить анализ решения – контуры медленных и быстрых движений можно синтезировать отдельно друг от друга [3, 4, 5, 6].

© 2017 Е.С. Кучер, М.А. Комазенко, А.И. Ромащенко

В качестве двухканального нестационарного объекта управления будет рассмотрена модель асинхронного электропривода (ЭП) в неподвижной системе координат. Это дает возможность независимо управлять выходными переменными объекта, т.е. магнитным состоянием и электромагнитным моментом машины [7, 8, 9].

В данной статье представлен структурный и параметрический синтез систем управления асинхронными ЭП методами локализации и больших коэффициентов [1, 2, 3, 4, 5, 6], а также произведен анализ результатов проведенных исследований организованных САУ, полученных посредством цифрового моделирования.

1. Математическое описание объекта управления

Метод управления частотными электроприводами, получивший название метода векторного управления (Field Oriented Control) [7, 9], позволяет представить векторы синусоидально изменяющихся во времени переменных асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором (АД) векторами постоянных величин, в результате чего упростился анализ и синтез систем управления асинхронным ЭП.

Принцип векторного управления основан на математической модели АД, которая позволяет представить двигатель как двухканальный объект в ориентированной по вектору потокосцепления ортогональной (полеориентированной) системе координат. Это дает возможность независимо управлять выходными переменными объекта, т. е. магнитным состоянием и электромагнитным моментом машины.

Рассмотрим математическое описание АД в ориентированной по полю или полеориентированной, плоской декартовой системе координат (d, q), повернутой относительно неподвижной координатной системы (α,β) на такой угол γ_{ψ} , чтобы продольная ось *d* совпадала по направлению с вектором Ψ_r . При использовании системы (d, q) циклическая скорость вращающейся системы координат равна мгновенной скорости вектора потокосцеплений ротора $\omega_k = \omega_{\psi}$, и уравнения АД (1) в скалярной форме записи принимают вид [7, 9]

$$\begin{split} L_{\sigma e} \frac{di_{sd}}{dt} &= -R_s i_{sd} - \frac{L_m}{L_r} \frac{d\psi_{rm}}{dt} + \omega_{\psi} L_{\sigma e} i_{sq} + u_{sd} ,\\ L_{\sigma e} \frac{di_{sq}}{dt} &= -R_s i_{sq} - \omega_{\psi} \left(L_{\sigma e} i_{sd} + \frac{L_m}{L_r} \psi_{rm} \right) + u_{sq} ,\\ \frac{d\psi_{rm}}{dt} &= \frac{L_m}{T_r} i_{sd} - \frac{1}{T_r} \psi_{rm} ,\\ \frac{d\gamma_{\psi}}{dt} &= \omega_{\psi} , \end{split}$$
(1)
$$\begin{split} M_e &= p_n \frac{L_m}{L_r} \psi_{rm} i_{sq} , \end{split}$$

где ψ_{rm} , ω_{ψ} – евклидова норма и мгновенная круговая частота вектора потокосцеплений ротора; i_{sd} , i_{sq} – намагничивающая и моментообразующая компоненты вектора токов статора в принятой системе координат; u_{sd} , u_{sq} – компоненты вектора напряжений статора; ω_s – частота скольжения; ω_k – угловая скорость системы координат, для системы; ω_e – электрическая частота вращения ротора;

D – матрица поворота; L_r , L_m , R_r , R_s , $L_{\sigma e}$ – параметры двигателя; $T_r = \frac{L_r}{R_r}$ –

постоянная времени цепи ротора АД; $L_{\sigma e}$ – эквивалентная индуктивность рассеяния двигателя.

Для полноты математического описания АД необходимо также учесть уравнение движения ЭП

$$J \cdot \dot{\omega} = M_e - M_c$$
,

где M_e – электромагнитный момент АД; J – суммарный момент инерции ротора двигателя и жестко связанных с ним маховых масс; M_c – приведенный к валу двигателя момент сопротивления нагрузки, образует математическую модель АД, p_n – число пар полюсов.

Принцип векторного управления позволяет независимо воздействовать на продольную (i_{sd} – намагничивающую) и поперечную (i_{sq} – активную или моментообразующую) составляющие вектора токов статора для управления магнитным состоянием машины и электромагнитным моментом соответственно, как в двигателе постоянного тока.

2. Структурный синтез системы управления скоростью электропривода

Синтез системы управления скоростью электропривода переменного тока осуществляется на основе принципа подчиненного регулирования, тогда структурная схема САУ будет выглядеть следующим образом (рис. 1).



Puc. 1 – Структурная схема системы векторного управления *Fig.* 1 – Structural scheme of the system vector control

На рис. 1 обозначено: РП – регулятор потокосцепления; РТd – регулятор тока статора по продольной оси; РТq – регулятор тока статора по поперечной оси; РС – регулятор скорости; Φ – входной фильтр; M – двигатель (машина); ЗП – задающее воздействие в канале управления потокосцеплением; ЗС – задающее воздействие в канале управления потокосцеплением; ЗС – задающее воздействие в канале управления потокосцеплением; С – задающее воздействие в канале управления потокосцеплением; С – задающее воздействие в канале управления потокосцеплением; С – задающее воздействие в канале управления скоростью; ПК1 – преобразователь координат, обеспечивающий преобразование постоянного напряжение в осях (d, q) в переменное напряжение в осях (α , β); ПК2 – преобразователь координат, обеспечивающий преобразование переменного напряжения в осях (α , β) в постоянное напряжение в (d, q) [7, 9].

В качестве контуров быстрых движений (КБД) примем контуры регулирования продольной и поперечной составляющих тока статора, а в качестве контуров медленных движений (КМД) – контуры регулирования потокосцепления и частоты вращения ротора асинхронного ЭП.

3. Синтез САУ ЭП методом больших коэффициентов

Регуляторы потокосцепления ротора, скорости и токов статора по продольной и поперечной осям синтезируются на основе астатического закона управления системой [1, 2, 5, 6]

$$u = \mu^{-1} \left(\varepsilon + \mu^{-1} c \int_{0}^{t} \varepsilon \, dt \right), \tag{2}$$

где u – задающее воздействие; μ^{-1} – большой коэффициент передачи регулятора; $\varepsilon = i^{ref} - i$ – ошибка регулирования; c – некоторый постоянный коэффициент; μ – малый параметр.

Используя преобразование Лапласа выражения (2), получим передаточную функцию регуляторов, имеющую одинаковый вид для всех регуляторов САУ:

$$W(p) = \frac{1}{\mu} + \frac{c}{\mu^2} \frac{1}{p}.$$

При дальнейшем параметрическом синтезе контура принимаем, что

$$W_{\rm KpT}^{\rm 3am}(p) \approx \frac{U_{\rm 3\,max}}{\lambda I_{\rm H}}$$

Характеристический полином замкнутой системы будет иметь следующий вид:

$$D(p) = \frac{\mu^2 K_{\text{oct}} J}{c_{\text{kpc}} c K_r \psi_{rm} K_{\text{occ}}} p^2 + \frac{\mu}{c_{\text{kpc}} K_{\text{occ}}} p + 1 = T_{\text{kpc}}^2 p^2 + 2\xi_{\text{kpc}} T_{\text{kpc}} p + 1, \qquad (3)$$

или

$$D(p) = T_{\rm kpc}^2 p^2 + 2\xi_{\rm kpc} T_{\rm kpc} p + 1$$
,

где $c = p_n$; $K_r = \frac{L_m}{L_r}$; $T_{\rm kpc}$ – постоянная времени контура регулирования скорости; $\xi_{\rm kpc}$ – коэффициент демпфирования контура; $K_{\rm oct}$, $K_{\rm occ}$ – коэффициенты

обратных связей контуров регулирования частоты вращения ротора и тока статора. Параметрический синтез контура регулирования скорости заключается в определении коэффициентов *с*_{крс} и µ_{крс} выражения (3). Учитывая быстродействие и предъявляемые требования к переходному процессу контура, определим параметры регулятора скорости:

$$c_{\rm kpc} = \frac{4\xi_{\rm min}^2 K_{\rm oct} J K_{\rm occ}}{c K_r \psi_{rm}}; \ \mu_{\rm kpc} = T_{\rm kpc} \sqrt{\frac{c_{\rm kpc} c K_r \psi_{rm} K_{\rm occ}}{K_{\rm oct} J}}$$

Используя описанную выше методику, осуществим параметрический синтез регулятора потокосцепления ротора асинхронного ЭП:

$$c_{\rm kpn} = \frac{4\xi_{\rm min}^2 K_{\rm oct} T_r L_m K_{\rm ocn}}{\left(L_m K_{\rm ocn} + \mu_{\rm kpn} K_{\rm oct}\right)^2},$$

где $\mu_{\text{крп}} = \frac{\mu_{\text{крс}}}{\eta}$ – малый параметр регулятора потокосцепления ротора, посредством которого задается необходимый темп вычисления процессов в соответ-

ствующем контуре; η – степень разделения движения; K_{ocn} – коэффициент обратной связи контура регулирования потокосцепления ротора АД.

Для контуров регулирования токов по продольной и поперечной осям коэффициенты *с*_{кот} и µ_{кот} будут аналогично равны:

$$c_{\rm kpr} = \frac{4\xi_{\rm min}^2 K_{\rm ocr} T_{\rm \sigma} R_s K_n}{\left(K_n K_{\rm ocr} + \mu_{\rm kpr} R_s\right)^2} , \ \mu_{\rm kpr} = \frac{\mu_{\rm kpr}}{\eta} ,$$

где K_n – коэффициент передачи преобразователя частоты; $T_{\sigma} = L_{\sigma e}/R_s$ – переходная электромагнитная постоянная времени.

Для вычисления оценок регулированных переменных и обеспечения необходимой помехозащищенности САУ используется дифференцирующий фильтр (ДФ) [1, 2, 5]

$$T_{\phi}^{2} \hat{I}_{s}^{(2)} + A_{l\phi} T_{\phi} \hat{I}_{s}^{(1)} + \hat{I}_{s} = I_{s} ,$$

где $T_{\Phi} = \frac{\mu_{\text{крт}}}{\eta}$ – постоянная времени дифференцирующего фильтра; $A_{1\Phi} = 1,41$ – коэффициент характеристического полинома при стандартной линейной форме

Баттерворта [1, 2]; \hat{I}_s – оценка тока статора.

Структурная схема САУ, синтезированная методом больших коэффициентов, будет выглядеть следующим образом (рис. 2), где введены следующие обозначения: ДФТd – дифференцирующий фильтр тока статора по продольной оси; ДФТq – дифференцирующий фильтр тока статора по поперечной оси.

В данной системе управления организовано три темпа движения, где в качестве сверхбыстрого темпа движения представлен ДФ.



Рис. 2 – Структурная схема контура регулирования скорости, синтезированная методом больших коэффициентов

Fig. 2 – Structural scheme of the system vector control synthesized by the method of high gains

4. Параметрический синтез системы управления ЭП методом локализации

Для иллюстрации идеи метода, предположим, что вектор состояния и старшая производная $x^{(n)}$ регулируемой координаты доступны непосредственным измерениям. Ошибка регулирования определяется выражением [4]

$$\varepsilon = x_{\mathcal{K}}^{(n)} - x^{(n)}, \qquad (4)$$

где $x_{k}^{(n)} = F(v, x)$ – желаемое движение старшей производной регулируемой координаты; v(t) – задающее воздействие.

Контур регулирования тока статора с пропорционально-интегральным (ПИ-) регулятором, по продольной и поперечной осям, описывается следующей системой уравнений [1, 2, 3, 4]:

$$\begin{cases} i_{sq}^{(1)} = K_{\Pi} \varepsilon^{(1)} + K_{H} \varepsilon, \\ i_{sq}^{(2)} + A_{l} \Omega_{\mathfrak{m}} i_{sq}^{(1)} + \Omega_{\mathfrak{m}}^{2} i_{sq} = \Omega_{\mathfrak{m}}^{2} U_{3\mathrm{T}}, \\ T_{\Phi}^{2} \tilde{i}_{sq}^{(2)} + A_{l\Phi} T_{\Phi} \tilde{i}_{sq}^{(1)} + \tilde{i}_{sq} = i_{sq}. \end{cases}$$
(5)

Первое уравнение системы (5) представляет собой закон управления (ЗУ), где K_{Π} , K_{H} – коэффициенты пропорциональной и интегральной части регулятора. Следующее уравнение является уравнением желаемых движений (УЖД), где $A_{\rm I}$ – коэффициент УЖД; $\Omega_{\rm ж}$ – среднегеометрический корень УЖД; $U_{\rm 3T}$ – сигнал задания на ток статора. Третье уравнение системы (5) представляет собой математическое описание ДФ.

Из УДЖ системы (5) с учетом выражения (4) получим уравнение ошибки регулирования тока статора:

$$i_{sq}^{(2)} = \Omega_{\mathcal{K}}^{2} U_{3\mathrm{T}} - A_{\mathrm{I}} \Omega_{\mathcal{K}} i_{sq}^{(1)} - \Omega_{\mathcal{K}}^{2} i_{sq},$$

$$\varepsilon = i_{sq}^{(2)} - \hat{i}_{sq}^{(2)}.$$
(6)

Для нахождения коэффициентов ПИ-регулятора, произведем структурный синтез контура регулирования тока статора по системе уравнений (5) и уравнению (6) (рис. 3).

Примем следующие допущения, что
$$\frac{K_{\Pi}}{\tau_{\mu}p+1} \approx K_{\Pi}$$
, $D_{\Phi}(p) \approx T_{\Phi}p+1$.

Затем характеристическое уравнение внутреннего КБД (рис. 3) приравниваем к нормированному характеристическому уравнению подсистемы быстрых движений (ПБД), которое имеет следующий вид [1, 2]:

$$T_{5}^{3}p^{3} + T_{5}^{2}A_{25}p^{2} + T_{5}A_{15}p + 1 = 0, \qquad (7)$$

где $T_{\tilde{0}} \leq \frac{T_{\mathcal{K}}}{\eta}$ – постоянная времени контура; $T_{\mathcal{K}} = \frac{1}{\Omega_{\mathcal{K}}}$ – постоянная времени

УЖД; *А*_{*i*б} – коэффициенты стандартной формы распределения корней характеристического уравнения.



Puc. 3 – Структурная схема контура регулирования тока статора *Fig.* 3 – Structural scheme of the stator current control loop

Задаваясь значением постоянной времени ДФ, степенью разделения движения и коэффициентами нормированного характеристического полинома ПБД, вычисляем коэффициенты пропорциональной и интегральной части регулятора тока:

$$K_{\rm H} = \frac{R_s T_{\Phi} T_{\sigma e} \Omega_{\rm m}^{3} \eta^3}{K_{\rm \Pi}}, \qquad K_{\rm \Pi} = \frac{T_{\Phi} A_{\rm I \Phi} K_{\rm H} K_{\rm \Pi} - R_s}{K_{\rm \Pi}}$$

Контур регулирования потокосцепления ротора с ПИ-регулятором также описывается тремя уравнениями ЗУ, УЖД и ДФ:

$$\begin{cases} U_{sd}^{(1)} = K_{\Pi} \varepsilon^{(1)} + K_{H} \varepsilon, \\ \psi_{r}^{(2)} + A_{l} \Omega_{\mathfrak{m}} \psi_{r}^{(1)} + \Omega_{\mathfrak{m}}^{2} \psi_{r} = \Omega_{\mathfrak{m}}^{2} U_{3\Pi}, \\ T_{\Phi}^{2} \widehat{\psi}_{r}^{2} + A_{l\Phi} T_{\Phi} \widehat{\psi}_{r}^{(1)} + \widehat{\psi}_{r} = \psi_{r}. \end{cases}$$
(8)

где $U_{3\Pi}$ – сигнал задания на потокосцепление ротора; $\hat{\psi}_r$ – оценка потокосцепления ротора.

Так же, как и в контурах регулирования составляющих тока статора, уравнение ошибки регулирования потокосцепления ротора определяется следующим выражением:

$$\varepsilon = F(v, x) - \widehat{\psi}_r^{(2)} \,. \tag{9}$$

По системе уравнений (8) и (9) строим структурную схему контура регулирования потокосцепления ротора (рис. 4).

Принимаем следующее допущение, что передаточная функция замкнутого контура регулирования тока будет определяться следующим образом

$$W_{\rm 3KPT}(p) \approx \frac{1}{K_{\rm oct}}.$$

Далее, по описанной выше методике характеристический полином внутреннего КБД (рис. 4) приравниваем к нормированному полиному вида (7) и вычисляем коэффициенты ПИ-регулятора потокосцепления, при этом необходимо задаться значениями постоянной времени фильтра, степени разделения движения и коэффициентов нормированного полинома ПБД для контура регулирования потокосцепления.

$$K_{\rm H} = \frac{T_r T_{\Phi} K_{\rm oct} \Omega_{\rm m}^{3} \eta^3}{L_m}, \quad K_{\Pi} = \frac{T_{\rm G} A_{\rm IG} K_{\rm H} L_m - K_{\rm oct}}{L_m}$$



Puc. 4 – Структурная схема контура регулирования потокосцепления ротора *Fig.* 4 – Structural scheme of the rotor flux control loop

При синтезе контура регулирования скорости ротора необходимо задаться также тремя уравнениями:

$$\begin{cases} U_{sq}^{(1)} = K_{\Pi} \varepsilon^{(1)} + K_{H} \varepsilon, \\ \omega_{r}^{(2)} + A_{l} \Omega_{m} \omega_{r}^{(1)} + \Omega_{m}^{2} \omega_{r} = \Omega_{m}^{2} U_{3C}, \\ T_{\Phi}^{2} \widehat{\omega}_{r}^{2} + A_{l\Phi} T_{\Phi} \widehat{\omega}_{r}^{(1)} + \widehat{\omega}_{r} = \omega_{r}, \end{cases}$$
(10)

где U_{3C} – сигнал задания на скорость ротора; $\hat{\omega}_r$ – оценка скорости ротора.

Выражение определения ошибки регулирования скорости будет иметь вид

$$\varepsilon = F(v, x) - \widehat{\omega}_r^{(2)} \,. \tag{11}$$

Используя систему уравнений (10) и выражение (11), осуществим структурный синтез контура регулирования частоты вращения ротора асинхронного ЭП (рис. 5).



Puc. 5 -Структурная схема контура регулирования скорости ротора *Fig.* 5 -Structural scheme of the rotor speed control loop

Параметрический синтез рассматриваемого контура производится по описанной выше методике, которая была применена для определения параметров контуров регулирования тока статора и потокосцепления ротора АД.

Выражения, определяющие коэффициенты пропорциональной и интегральной части регулятора скорости:

$$K_{\rm H} = \frac{T_r K_{\rm oct} J \Omega_{\rm m}^{3} \eta^3}{\Psi_r c K_r}, \quad K_{\rm \Pi} = T_{\rm f} A_{\rm lf} K_{\rm H}.$$

Укрупненная структурная схема системы векторного управления ЭП, синтезированная методом локализации, аналогична структурной схеме системы управления, синтезированной методом больших коэффициентов (см. рис. 2).

5. Результаты исследований

Правильность структурного и параметрического синтеза и работоспособность систем векторного управления асинхронным ЭП было подтверждено посредством цифрового моделирования в программном пакете MATLAB Simulink. При том, что структурный и параметрический синтез систем автоматического управления, малочувствительных к изменениям параметров схемы замещения асинхронного электропривода, был осуществлен для общепромышленных асинхронных ЭП средней мощности с различными частотами вращения ротора.

Результатами проведенной апробации разработанных алгоритмов являются графики переходных процессов частоты вращения и модуля потокосцепления ротора асинхронных двигателей для методик больших коэффициентов (рис. 6) и локализации (рис. 7), по которым видно, что системы управления обеспечивают желаемую форму и показатели качества переходных процессов при введении как параметрических, так и сигнальных возмущений.



Рис. 6 – Переходные процессы по скорости и потокосцеплению ротора для метода больших коэффициентов Fig. 6 – Transition processes on the speed and flux linkage of a rotor for the method of high gains



Puc. 7 – Переходные процессы по скорости и потокосцеплению ротора *Fig.* 7 – Transition processes on the speed and flux linkage of a rotor

Заключение

Предложенные методики синтеза систем автоматического управления позволяют обеспечивать малую чувствительность к введению параметрических возмущений при изменении как активного сопротивления обмотки статора, так и обмотки ротора схемы замещения асинхронного ЭП.

За счет использования дифференцирующих фильтров во внутренних контурах регулирования продольной и поперечной составляющих тока статора позволяют устранить высокочастотные помехи в системах управления, которые могут содержаться в сигналах датчиков.

За счет заведения «глубоких» обратных связей в синтезированных системах управления возможно локализовать действие изменений параметров схемы замещения ЭП на (10–15) % от номинальных значений. При увеличении изменений параметрических возмущений, а также для расширения диапазона регулирования частоты вращения ротора ЭП необходимо использовать специальные алгоритмы параметрической текущей идентификации и адаптации.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Панкратов В.В., Нос О.В. Специальные разделы теории автоматического управления. Ч. 2: учебное пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2005. – 103 с.
- Востриков А.С. Синтез систем регулирования методом локализации: монография. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007. – 252 с.
- 3. Панкратов В.В. Построение системы асинхронного электропривода на основе метода локализации: дис. ... канд. техн. наук. Новосибирск, 1992.
- 4. Панкратов В.В., Нос О.В., Зима Е.А. Синтез дискретных регуляторов методом больших коэффициентов // Сборник научных трудов НГТУ. 2000. № 1. С. 58–64.
- 5. **Юркевич В.Д.** Синтез нелинейных нестационарных систем управления с разнотемповыми процессами. – СПб.: Наука, 2000. – 288 с.
- Панкратов В.В. Векторное управление асинхронными электроприводами: учебное пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1999. – 66 с.
- Holtz J. Sensorless control of induction motor drives // Proceedings of the IEEE. 2002. Vol. 90, N 8. – P. 1358–1394.

SYNTHESIS OF SYSTEMS OF VECTOR CONTROL OF INDUCTION MOTOR DRIVE PARAMETERS LOW-SENSITIVE TO CHANGES

Kucher E.S., Komazenko M.A., Romashchenko A.I. Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

This paper presents methods of synthesis of systems of automatic control of induction motor drives, which in accordance with the principles of vector control are represented as a dynamic multi-input/multi-output object. Under the influence of uncontrolled signal and parametric disturbances, the synthesized speed control systems should ensure the proximity of the ongoing processes to the desired ones, as well as static accuracy of characteristics. Such results can be obtained using special methods of structural and parametrical synthesis, such as methods of localization and high gains which allow purposeful organization of slow and fast movement loops, by establishing deep feedbacks, thereby ensuring a low sensitivity of a speed control system of induction motor drives to the influence of perturbations of various kinds.

Keywords: Induction motor drive, slow movement loop, fast movement loop, high gains method, localization method.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-2-61-72

REFERENCES

- 1. Pankratov V.V., Nos O.V. *Spetsial'nye razdely teorii avtomaticheskogo upravleniya*. Ch. 2 [Special sections of automatic control. Pt. 2]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2005, 103 p.
- Vostrikov A.S. Sintez sistem regulirovaniya metodom lokalizatsii [Synthesis of control systems by localization method]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2007. 252 p.
- 3. Pankratov V.V. *Postroenie sistemy asinkhronnogo elektroprivoda na osnove metoda lokalizatsii*. Diss. kand. tekhn. nauk [Construction of asynchronous electric drive system based on the localization method. PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 1992.
- Pankratov V.V., Nos O.V., Zima E.A. Sintez diskretnykh regulyatorov metodom bol'shikh koeffitsientov [Synthesis of discrete regulators by high gains method]. Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university, 2000, no. 1, pp. 58–64.
- 5. Yurkevich V.D. Sintez nelineinykh nestatsionarnykh sistem upravleniya s raznotempovymi protsessami [Synthesis of non-linear non-stationary control systems with multi-move processes]. St. Petersburg, Nauka Publ, 2000. 288 p.
- 6. Pankratov V.V. *Vektornoe upravlenie asinkhronnymi elektroprivodami* [Space vector control of induction motor drives]. Novosibirsk, NSTU Publ., 1999. 66 p.
- 7. Holtz J. Sensorless control of induction motor drives. *Proceedings of the IEEE*, 2002, vol. 90, no. 8, pp. 1358–1394.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



Кучер Екатерина Сергеевна – родилась в 1984 году, канд. техн. наук, доцент кафедры электропривода и автоматизации промышленных установок Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов – адаптивное бездатчиковое управление асинхронными электроприводами. Автор и соавтор более 15 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. Email: kucher@corp.nstu.ru).

Kucher Ekaterina Sergeevna (b. 1984) – Candidate of Technical Science. She is an associate professor at the department of electric drives and industry automation, Novosibirsk state technical university. Scientific interests – adaptive sensorless control of AC electric drives. She is author and co-author of more than 15 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. Email: kucher@corp.nstu.ru).



Комазенко Мария Александровна – родилась в 1994 году, студентка 2-го курса магистратуры кафедры электропривода и автоматизации промышленных установок Новосибирского государственного технического университета. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. Email: m.komazenko2010@yandex.ru).

Komazenko Maria Alexandrovna – (b. 1994) Student of the 2nd course of the master's degree at the department of electric drives and industry automation, Novosibirsk state technical university. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. Email: m.komazenko2010@yandex.ru).



Ромащенко Анастасия Игоревна – родилась в 1994 году, в 2015 закончила бакалавриат по направлению «Электротехника и электроэнергетика кафедры электропривода и автоматизации промышленных установок» Новосибирского государственного технического университета, с 2015 обучается в магистратуре Новосибирского государственного технического университета. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. Email: nastasiaromaschenko@mail.ru).

Romashchenko Anastasia Igorevna (b. 1994) – in 2015 she has finished a bachelor degree in the Electrical equipment direction and power industry of department of the Electric drive and automation of plants of the Novosibirsk state technical university, since 2015 she studies in a magistracy at the Novosibirsk state technical university. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. Email: nastasiaromaschenko@mail.ru).

Статья поступила 12 июня 2017 г. Received June 12, 2017

To Reference:

Kucher E.S., Komazenko M.A., Romashchenko A.I. Sintez sistem vektornogo upravleniya malochuvstvitel'nykh k izmeneniyam parametrov asinkhronnogo elektroprivoda [Synthesis of vector control systems for small-scale to changes of parameters of induction motor drive]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2017, no. 2 (35), pp. 61–72. doi: 10.17212/1727-2769-2017-2-61-72
ДОКЛАДЫ АН ВШ РФ

март-июнь

№ 2 (35)

— ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ =

УДК 621.313.282.2

2017

РАБОЧИЙ ЦИКЛ ДВУХКАТУШЕЧНОЙ СИНХРОННОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ МАШИНЫ УДАРНОГО ДЕЙСТВИЯ С УПРУГИМ РЕВЕРСОМ БОЙКА

Л.А. Нейман

Новосибирский государственный технический университет

Электромагнитные машины возвратно-поступательного движения широко используются в промышленности для обеспечения многих технологических процессов при пластической деформации и разрушении материалов. Учитывая современные требования в вопросах энергосбережения, особый интерес представляют низкочастотные синхронные электромагнитные машины ударного действия, для которых частота ударных импульсов сил равна или кратна частоте питающего источника. Актуальность проводимых исследований обусловлена необходимостью улучшения электромагнитной совместимости работы электромагнитной машины при питании от промышленного однофазного источника электроэнергии и повышения эффективности ее использования в технологических процессах, что в первую очередь связано с изучением механизма процесса электромеханического преобразования энергии за время рабочего цикла машины. В качестве объекта исследований рассматривается известный вариант двухкатушечной синхронной электромагнитной машины ударного действия с упругим реверсом бойка, получающей питание от однофазного источника напряжения частотой 50 Гц по однополупериодной схеме выпрямления. На основе баланса энергий электромеханической системы рассмотрен процесс энергопреобразования за полный рабочий цикл машины, учитывающий взаимодействие между всеми элементами конструкции ударного узла при ускорении бойка в магнитном поле, создаваемом системой из двух катушек. Реализация рабочего цикла в двухкатушечном варианте синхронной электромагнитной машины с упругим реверсом бойка позволяет обеспечить снижение амплитуды тока и влияние работы машины на питающую сеть за счет подачи двух импульсов напряжения в течение времени рабочего цикла.

Ключевые слова: синхронная электромагнитная машина, двухкатушечный ударный узел, электропривод, энергия удара, рабочий цикл машины, баланс энергии электромеханической системы.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-2-73-83

Введение

Линейные электромагнитные машины возвратно-поступательного движения широко используются в промышленности для обеспечения технологических процессов и производств при пластической деформации и разрушении материалов ударом [1–7].

Также известно применение электромагнитного привода в вибрационных и виброударных машинах и устройствах различного технологического назначения [8–13].

Среди многочисленного класса электромагнитных машин следует выделить синхронные электромагнитные машины ударного действия (СЭМУД) с энергией удара до 50 Дж и частотой хода бойка до 3000 ход/мин [14, 15]. Для данного класса машин синхронная частота механических колебаний ударной массы бойка всегда равна или кратна частоте питающей сети.

© 2017 Л.А. Нейман

Тенденция преимущественного применения вариантов схем СЭМУД подробно рассмотрена в [16, 17].

Несмотря на то что данный класс машин широко известен, методы по расчету и проектированию синхронных машин по-прежнему востребованы и продолжают совершенствоваться [18, 19]. В особенности это относится к анализу рабочих процессов, определяющих эффективность энергопреобразования в рабочем цикле машины при передаче энергии ударом [20].

Среди вариантов схем известность получили двухкатушечные синхронные электромагнитные машины, реализующие рабочий цикл с упругим реверсом бойка [16]. Синхронизация возвратно-поступательного движения бойка с питающим напряжением источника, поочередно подаваемым на катушки, осуществляется при постоянном воздействии на боек электромагнитных сил. Известно, что реализация рабочих циклов с постоянным воздействием на боек электромагнитных сил позволяет получать устойчивые режимы работы в широком диапазоне коэффициента отскока бойка от рабочего инструмента за счет перекрытия времени действия электромагнитного усилия, создаваемого системой катушек [21].

Недостаточная изученность рабочих процессов двухкатушечных электромагнитных машин с упругим реверсом бойка, а также вопросов электромеханического преобразования энергии ограничивает возможности данного варианта схемы в повышении эффективности его использования в технологических процессах.

Целью настоящей работы является анализ процессов энергопреобразования в двухкатушечной синхронной электромагнитной машине с упругим реверсом бойка.

1. Ударный узел двухкатушечной СЭМУД с безынерционным упругим реверсом бойка

Вариант исполнения ударного узла двухкатушечной СЭМУД с безынерционным упругим звеном в виде цилиндрической пружины приведен на рис. 1.



Рис. 1 – Вариант исполнения двухкатушечной СЭМУД с упругим реверсом бойка

Fig. 1 – The version of the two-coil SEMUD with an elastic reversal striker

Ударный узел СЭМУД (рис. 1), объединяющий в себе элементы магнитной и механической подсистем, содержит: рабочий инструмент – 1; определяющий ударную массу боек – 2; магнитопровод – 3; реверсирующее устройство в виде безынерционного упругого звена (цилиндрическую пружину) – 4; намагничивающие катушки рабочего – 5 и обратного – 6 хода.

Работа ударного узла осуществляется в следующем порядке. При подаче импульса напряжения на катушку 6 обратного хода боек 2 под действием электромагнитных сил разворачивающегося магнитного поля катушки 6 обратного хода разгоняется в направлении упругого звена 4 и сжимает пружину. В этот период времени подается импульс напряжения на катушку 5 рабочего хода. Боек 2 совершает остановку в точке с координатой a (рис. 1), меняет свою скорость движения на противоположную. Под действием электромагнитных сил катушки рабочего хода 5 и запасенной потенциальной энергии упругого звена 4 боек 2 ускоренно перемещается в направлении рабочего инструмента 1 и наносит по нему удар. Далее цикл повторяется.

Работа ударного узла осуществляется при полной синхронизации по времени работы электрической, магнитной и механической подсистем ударного узла. Полный рабочий цикл ударного узла осуществляется за время одного периода напряжения, что при частоте f = 50 Гц обеспечивает синхронную частоту ударов

бойка $n_{yg} = \frac{60 f}{2 p} = 3000 \text{ уд/мин}$ и длительность времени рабочего цикла

 $t_{\rm II} = \frac{2p}{f} = 0,02$ с, где 2p = 1 – число периодов напряжения в течение времени ра-

бочего цикла.

2. Рабочий цикл СЭМУД с упругим реверсом бойка

Рабочий цикл электромагнитной машины представлен на рис. 2 в виде диаграммы перемещения бойка – x, напряжения u_{px} , u_{ox} и тока i_{px} , i_{ox} катушек рабочего и обратного хода, получающих питание от полуволн напряжения переменного однофазного источника промышленной частоты по однополупериодной схеме выпрямления.

Энергопреобразование по свойственным рабочему циклу процессам и идентичности повторения рассмотрим для фиксированных интервалов их следования. Для упрощения анализа силами сопротивления движению бойка пренебрегаем. Также полагаем, что при условии цикличности работы на момент времени t = 0механическая система обладает некоторым запасом кинетической энергии, приобретенной в предыдущем цикле при отскоке бойка от рабочего инструмента.

Первый этап рабочего цикла совместим со временем обратного хода бойка. Данный этап начинается с момента времени t = 0 и совпадает со временем подачи импульса напряжения u_{ox} на катушку обратного хода (рис. 2).

Период времени $0...t_3$ характеризуется ускоренным движением бойка под действием электромагнитных сил катушки обратного хода в направлении безынерционного упругого звена. Одновременно на интервале $0...t_1$ при выходе бойка из положения магнитного равновесия относительно полюсной системы катушки рабочего хода процесс энергопреобразования изменится на обратный. Данный период времени будет характеризоваться электромагнитным торможением бойка катушкой рабочего хода; при этом электрическая энергия из сети катушкой не потребляется. Работа катушки рабочего хода на интервале $0...t_1$ осуществляется в генераторном режиме. Механическая работа внешних сил, затраченная на преодоление электромагнитного торможения бойка, преобразуется в магнитную с последующим преобразованием в электрическую энергию и рекуперируется обратно в сеть, компенсируя при этом энергию тепловых потерь. Уравнение энергетического баланса катушки рабочего хода на данном промежутке времени

$$\Delta w_{\text{M.px}}(x, t) + \int_{0}^{t_{1}} f_{\text{3M.px}} v \, dt = \int_{0}^{t_{1}} i_{\text{px}}^{2} r_{\text{px}} \, dt + \Delta w_{\text{3H.px}}(x, t) \,, \tag{1}$$

где $\Delta w_{\text{м.px}}(x, t)$ – энергия магнитного поля катушки рабочего хода, запасенная в предыдущем цикле; $f_{\text{эм.px}}$ – электромагнитная сила катушки рабочего хода; v – скорость движения бойка; $i_{\text{px}}^2 r_{\text{px}}$ – мощность тепловых потерь катушки; $\Delta w_{\text{эл.px}}(x, t)$ – электрическая энергия, генерируемая обратно в сеть катушкой рабочего хода.

На интервале времени 0...t₂ (рис. 2) движение бойка в направлении безынерционного упругого звена осуществляется с некоторым запасом кинетической энергии, приобретенной после его отскока от рабочего инструмента.



Рис. 2 – Рабочий цикл двухкатушечной СЭМУД с упругим реверсом бойка

Fig. 2 – Working cycle of a two-coil SEMUD with an elastic reversal of a striker he working cycle of a two-inductor SESM

Электрическая энергия, потребляемая из сети катушкой обратного хода, расходуется на изменение кинетической энергии бойка при его ускорении, компенсацию энергии тепловых потерь и приращение энергии магнитного поля катушки обратного хода, а также на компенсацию на интервале времени $0...t_1$ внешней силы электромагнитного торможения бойка катушкой рабочего хода.

Для данного интервала времени уравнение баланса энергий системы с учетом компенсации энергии электромагнитного торможения бойка следует представить в виде

$$\int_{0}^{t_{2}} \left(u_{\text{ox}} i_{\text{ox}} - i_{\text{ox}}^{2} r_{\text{ox}} \right) dt = \int_{v_{0}}^{v_{2}} mv \, dv + \int_{0}^{t_{1}} f_{\text{3M,px}} v \, dt + \Delta w_{\text{M,ox}} \left(x, t \right), \tag{2}$$

где $u_{0x} i_{0x}$ – мощность источника; $i_{0x}^2 r_{0x}$ – мощность тепловых потерь катушки обратного хода; m, v_0 – соответственно масса бойка и его начальная скорость в момент времени t = 0, т. е. в начале рабочего цикла; v_2 – скорость бойка на момент времени t_2 ; $\Delta w_{\text{M.OX}}(x,t)$ – приращение энергии магнитного поля катушки обратного хода.

В уравнении баланса (2) составляющая $\int_{0}^{t_1} f_{_{3M,PX}} v \, dt$ определяет энергию, затраченную на компенсацию усилия электромагнитного торможения бойка катушкой рабочего хода, а составляющая $\int_{v_0}^{v_2} mv \, dv$ определяет кинетическую энергию бойка, равную работе электромагнитных сил катушки обратного хода при ускорении бойка

$$\int_{v_0}^{v_2} mv \, dv = \int_0^{t_2} f_{\text{3M.OX}} v \, dt - \int_0^{t_1} f_{\text{3M.PX}} v \, dt \,, \tag{3}$$

где $\int_{0}^{t_2} f_{\text{эм.ох}} v dt$ – полная работа электромагнитных сил катушки обратного хода.

Здесь следует отметить, что в зависимости от внешних условий, определяющих начальную скорость бойка v_0 (при ненулевых начальных условиях), компенсация усилия электромагнитного торможения бойка может также выполняться за счет составляющей кинетической энергии бойка $\frac{mv_0^2}{2}$, приобретенной при отскоке от рабочего инструмента.

В этом случае к моменту времени t_2 в точке с координатой положения бойка $x_2 = b$ (рис. 2) и при наличии внешнего импульса силы, направленного согласно с электромагнитным усилием катушки, его кинетическая энергия достигает значения

$$\frac{mv_0^2}{2} + \int_{v_0}^{v_2} mv \, dv = \frac{mv_2^2}{2} \,. \tag{4}$$

На интервале времени $t_2...t_3$ в диапазоне перемещения бойка $x_2...x_3$ вся его кинетическая энергия переходит в потенциальную энергию при сжатии упругого звена:

$$\frac{mv_0^2}{2} + \int_{v_0}^{v_2} mv \, dv + \int_{v_2}^{v_3} mv \, dv = \int_{x_2=b}^{x_3=a} kx \, dx \,, \tag{5}$$

где *k* – коэффициент жесткости; *kx* – усилие сжатия упругого звена (пружины).

Таким образом, принимая во внимание (2)–(5), уравнение энергетического баланса за время движения на интервале времени $0...t_3$ можно записать в виде

$$\int_{0}^{t_{3}} \left(u_{\text{ox}} i_{\text{ox}} - i_{\text{ox}}^{2} r_{\text{ox}} \right) dt + \frac{m v_{0}^{2}}{2} = \int_{x_{2}=b}^{x_{3}=a} kx \, dx + \int_{0}^{t_{1}} f_{\text{3M.px}} v \, dt + \Delta w_{\text{M.ox}}(x, t) \,. \tag{6}$$

В точке a на кривой хода бойка (рис. 2), соответствующей моменту времени t_3 , выполняется остановка и реверс бойка. Скорость движения бойка меняется на противоположную.

На интервале времени $t_3 ldots t_4$ электрическая энергия катушкой обратного хода не потребляется. Процесс энергопреобразования изменится на обратный, так как внешние силы движущегося в сторону рабочего инструмента бойка за счет электромагнитного усилия разворачивающегося магнитного поля катушки рабочего хода и силы упругого звена, обладающего запасом потенциальной энергии, будут превышать усилие в рабочем зазоре катушки обратного хода, имеющей некоторый запас магнитной энергии. Данный период времени будет характеризоваться электромагнитным торможением бойка. Механическая работа внешних сил, затраченная на преодоление электромагнитного торможения, преобразуется в магнитную энергию, пополняя имеющийся на данный момент времени запас магнитной энергии катушки с последующим ее преобразованием в электрическую энергию и рекуперацией в сеть, компенсируя при этом энергию тепловых потерь

$$\Delta w_{\text{M.OX}}(x, t) + \int_{t_3}^{t_4} f_{\text{3M.OX}} v \, dt = \int_{t_3}^{t_4} i_{\text{OX}}^2 r_{\text{OX}} \, dt + \Delta w_{\text{3J.OX}}(x, t) \,. \tag{7}$$

В тот же период на интервале времени $t_3...t_5$ электрическая энергия поступает в катушку рабочего хода и боек ускоренно перемещается в направлении рабочего инструмента. При этом электрическая энергия, поступающая из сети, расходуется на изменение кинетической энергии бойка, компенсацию энергии тепловых потерь катушки, приращение энергии магнитного поля и компенсацию на интервале $t_3...t_4$ внешней силы при электромагнитном торможении бойка катушкой обратного хода:

$$\int_{t_3}^{t_5} \left(u_{\text{px}} i_{\text{px}} - i_{\text{px}}^2 r_{\text{px}} \right) dt + \int_{x_2=b}^{x_3=a} kx \, dx = \int_{v_3=0}^{v_5} mv \, dv + \int_{t_3}^{t_4} f_{\text{3M.ox}} v \, dt + \Delta w_{\text{M.px}} \left(x, t \right).$$
(8)

Первый член правой части баланса (8) определяет кинетическую энергию бойка на момент нанесения удара по рабочему инструменту:

$$\int_{v_3=0}^{v_5} mv \, dv = \int_{x_2=b}^{x_3=a} kx \, dx + \int_{t_3}^{t_5} f_{\text{3M.px}} v \, dt - \int_{t_3}^{t_4} f_{\text{3M.ox}} v \, dt \,. \tag{9}$$

В балансе (9) составляющая $\int_{t_3}^{t_5} f_{_{\rm ЭМ. px}} v dt$ есть работа электромагнитных сил ка-

тушки рабочего хода по увеличению кинетической энергии бойка и компенсации на интервале времени $t_3 ... t_4$ усилия электромагнитного торможения бойка катушкой обратного хода.

Второй член $\int_{t_3}^{t_4} f_{_{\rm 9M,OX}} v dt$ правой части баланса (8) определяет энергию, затра-

ченную на компенсацию электромагнитного торможения бойка катушкой обратного хода.

В момент времени t_5 (рис. 2) боек наносит удар по рабочему инструменту. Далее цикл повторяется. Таким образом, ударная масса бойка приобретает необходимую кинетическую энергию за счет подачи двух импульсов напряжения питающего источника. Кинетическая энергия бойка за полный цикл будет определяться запасенной потенциальной энергией упругого безынерционного звена и работой электромагнитных сил катушки рабочего хода по увеличению кинетической энергии бойка при его ускорении в направлении рабочего инструмента:

$$\int_{v_3=0}^{v_5} mv \, dv = \frac{mv_{y_{\rm H}}^2}{2} \, ,$$

где $\frac{mv_{yd}^2}{2}$ – кинетическая энергия бойка, приобретенная по завершению рабочего цикла; $v_{yd} = v_5$ – скорость бойка на момент удара по рабочему инструменту.

Следует указать, что в момент удара бойка по рабочему инструменту передается только часть кинетической энергии, другая часть в виде кинетической энергии при отскоке бойка используется в следующем рабочем цикле энергопреобразования. Энергия, передаваемая рабочему инструменту ударом, составляет

$$A_{\rm yg} = \left(1 - k_{\rm or}^2\right) \frac{m v_{\rm yg}^2}{2}$$

где $k_{\text{от}} = \frac{v_0}{v_{\text{уд}}}$ – коэффициент отскока бойка от рабочего инструмента.

Величина кинетической энергии бойка при отскоке от рабочего инструмента и передаваемая обратно в механическую колебательную для использования в следующем рабочем цикле систему будет составлять

$$\frac{mv_0^2}{2} = k_{\rm OT}^2 \frac{mv_{\rm yd}^2}{2}$$

Реализация рабочего цикла позволяет получать частоту ударов, равную частоте питающей сети. Постоянное воздействие на боек электромагнитных сил за счет перекрытия времени действия тягового усилия, с одной стороны, обеспечивает устойчивые режимы при работе в широком диапазоне изменений коэффициента отскока бойка от рабочего инструмента, с другой стороны, приводит к некоторому снижению коэффициента полезного действия, связанного с электромагнитным торможением бойка.

Заключение

На основе баланса энергий электромеханической системы СЭМУД рассмотрен процесс энергопреобразования за полный рабочий цикл, учитывающий синхронность во взаимодействии между всеми элементами конструкции ударного узла при ускорении бойка в магнитном поле, создаваемом системой из двух катушек, получающих питание от однофазного источника промышленной частоты по однополупериодной схеме выпрямления.

При кажущейся простоте решения в вопросе преобразования электрической энергии в кинетическую энергию поступательно движущейся массы бойка показано, что с точки зрения описания электромеханических процессов двухкатушечная синхронная электромагнитная машина представляет собой сравнительно сложную динамическую и многофункциональную систему.

В сравнении с однокатушечными электромагнитными машинами при одинаковой частоте и энергии ударов использование двухкатушечных электромагнитных машин с упругим реверсом бойка обеспечивает разгон ударной массы бойка за два импульса напряжения, что позволяет снизить амплитуду тока и влияние работы ударного узла СЭМУД на питающую сеть.

Применение двухкатушечной системы с безынерционным упругим звеном позволяет получать ударную мощность за цикл, превосходящую импульсную мощность источника.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Ряшенцев Н.П., Угаров Г.Г., Львицин А.В. Электромагнитные прессы. Новосибирск: Наука, 1989. – 216 с.
- 2. Ивашин В.В., Кудинов А.К., Певчев В.П. Электромагнитные привода для импульсных и виброимпульсных технологий // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. – 2012. – № 1. – С. 72–75.
- 3. Усанов К.М., Угаров Г.Г., Мошкин В.И. Линейный импульсный электромагнитный привод машин с автономным питанием. Курган: Изд-во Курган. гос. ун-та, 2006. 284 с.
- Прессовое оборудование с линейным электромагнитным приводом для механизации технологических процессов ударной сборки и штамповки мелких изделий / В.А. Аксютин, Л.А. Нейман, В.Ю. Нейман, А.А. Скотников // Актуальные проблемы в машиностроении. – 2015. – № 2. – С. 220–224.
- 5. **Певчев В.П., Ивашин В.В.** Проектирование мощных короткоходовых импульсных электромагнитных двигателей. Тольятти: Изд-во ТГУ, 2012. 142 с.
- 6. Мошкин В.И., Нейман В.Ю., Угаров Г.Г. Импульсные линейные электромагнитные двигатели. – Курган: Изд-во Курган. гос. ун-та, 2010. – 220 с.
- 7. **Малинин Л.И., Нейман В.Ю.** Предельные силовые характеристики электромагнитных двигателей постоянного тока // Электротехника. – 2009. – № 12. – С. 61–67.
- 8. Павленко А.В., Гильмияров К.Р., Большенко И.А. Управление электромагнитным приводом клапана газораспределительного механизма двигателя внутреннего сгорания // Электротехника. 2014. № 5. С. 40–46.
- 9. Саттаров Р.Р., Исмагилов Ф.Р. Периодические режимы в электромагнитных вибрационных преобразователях // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. – 2010. – Т. 14, № 1 (36). – С. 50–55.
- Саттаров Р.Р., Исмагилов Ф.Р. Исследование виброударного режима в электромеханических реактивных преобразователях // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. – 2010. – № 2. – С. 23–27.
- Павленко А.В., Гильмияров К.Р. Управление резонансным электромагнитным приводом клапана газораспределительного механизма двигателя внутреннего сгорания с использованием методов нечеткой логики // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. – 2011. – № 4. – С. 55–60.
- Нейман Л.А., Нейман В.Ю. Динамическая модель электромагнитного привода колебательного движения для систем генерирования низкочастотных вибраций // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2015. – № 3 (28). – С. 75–87.
- Нейман Л.А., Нейман В.Ю. Математическая модель электромеханической системы колебательного движения с упругими связями // Вестник Ивановского государственного энергетического университета. – 2015. – № 6. – С. 35–40.
- Нейман Л.А., Нейман В.Ю. Исследование двухкатушечной синхронной электромагнитной машины с инерционным реверсом бойка // Современные проблемы теории машин. – 2014. – № 2. – С. 109–110.
- Нейман Л.А., Нейман В.Ю. Математическая модель динамики электромагнитного ударного узла с упругими связями // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2016. – № 2 (31). – С. 94–107.
- Нейман В.Ю., Скотников А.А., Нейман Л.А. Структурный анализ синхронных электромагнитных машин ударного действия // Автоматизированные электромеханические системы: сборник научных трудов / под общ ред. В.Н. Аносова. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2011. С. 106–120.

- Нейман В.Ю., Скотников А.А., Нейман Л.А. Тенденции в развитии конструкций синхронных двухобмоточных электромагнитых машин для импульсных технологий // Актуальные проблемы энергетики АПК: материалы II международной научнопрактической конференции. – Саратов, 2011. – С. 271–277.
- Нейман Л.А., Нейман В.Ю. Повышение точности аналитического расчета радиальных сил одностороннего магнитного притяжения некоаксиальных элементов магнитопровода // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. – 2015. – № 1 (58). – С. 246–256.
- Оптимизация геометрии линейных электромагнитных двигателей с использованием конечноэлементного моделирования магнитного поля / Ю.Г. Соловейчик, В.Ю. Нейман, М.Г. Персова, М.Э. Рояк, Ю.Б. Смирнова, Р.В. Петров // Известия вузов. Электромеханика. – 2005. – № 2. – С. 24–28.
- Нейман Л.А., Нейман В.Ю. Рабочий цикл двухкатушечной синхронной электромагнитной машины со свободным выбегом бойка // Известия вузов. Электромеханика. – 2013. – № 6. – С. 48–52.
- Перьев А.А. Обоснование технических характеристик ручных электромагнитных машин с повышенной энергией ударов // Импульсные линейные электрические машины: сборник научных трудов / отв. ред. Н.П. Ряшенцев. – Новосибирск: ИГД СО АН СССР, 1991. – С. 71–81.

AN OPERATING CYCLE OF THE TWO-INDUCTOR IMPACT SYNCHRONOUS ELECTROMAGNETIC MACHINE WITH SPRING HEAD REVERSE

Neyman L.A.

Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

Reciprocating electromagnetic machines are widely used in many industrial technological processes for material plastic deformation and disruption. With respect to modern energy saving requirements, low-frequency impact synchronous electromagnetic machines attract much attention as their impact pulse frequency is equal to or multiple of the source frequency. The relevance of the research is caused by the need to improve an electromagnetic compatibility of the electromagnetic machine powered by an industrial single-phase source. It is necessary to study the electromechanical energy conversion process during the machine operating cycle. The two-inductor impact synchronous electromagnetic machine with the spring head reverse powered by a 50 Hz single-phase voltage source with a half-wave rectifier is considered. The energy conversion process over the total operating cycle based on the energy balance of the electromechanical system is considered. The interaction between all elements of the impact unit is taken into account when the head is accelerated by the magnetic field generated by the two-inductor system. The implementation of the operating cycle in the two-inductor synchronous electromagnetic machine with the spring head reverse makes it possible to reduce current amplitude and suppress electromagnetic machine influence on the mains by applying two voltage pulses during the operating cycle.

Keywords: synchronous electromagnetic machine, two-inductor impact unit, electric drive, impact energy, machine operating cycle, electromechanical system energy balance.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-2-73-83

REFERENCES

- 1. Ryashentsev N.P., Ugarov G.G., L'vitsin A.V. *Elektromagnitnye pressy* [Electromagnetic press]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1989. 216 p.
- Ivashin V.V., Kudinov A.K., Pevchev V.P. Elektromagnitnye privoda dlya impul'snykh i vibroimpul'snykh tekhnologii [Electromagnetic drives for impulse and vibroimpulse technologies]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Elektromekhanika – Russian Electromechanics*, 2012, no. 1, pp. 72–75.

- Usanov K.M., Ugarov G.G., Moshkin V.I. *Lineinyi impul'snyi elektromagnitnyi privod mashin s avtonomnym pitaniem* [Linear pulse electromagnetic drive the machine with autonomous-powered]. Kurgan, Kurgan State University Publ., 2006. 284 p.
- Aksyutin V.A., Neyman L.A., Neyman V.Yu., Skotnikov A.A. Pressovoe oborudovanie s lineinym elektromagnitnym privodom dlya mekhanizatsii tekhnologicheskikh protsessov udarnoi sborki i shtampovki melkikh izdelii [Forging equipment with a linear electromagnetic motor for the mechanization of processes of impact assembly and stamping small parts]. *Aktual'nye problemy v mashinostroenii – Actual problems in machine building*, 2015, no. 2, pp. 220–224.
- 5. Pevchev V.P., Ivashin V.V. *Proektirovanie moshchnykh korotkokhodovykh impul'snykh elektromagnitnykh dvigatelei* [Powerful short-pulse pulsed electromagnetic motors], Tol'yatti, TSU Publ., 2012. 142 p.
- 6. Moshkin V.I., Neyman V.Yu., Ugarov G.G. *Impul'snye lineinye elektromagnitnye dvigateli* [Pulse linear electromagnetic motors]. Kurgan, Kurgan State University Publ., 2010. 220 p.
- Malinin L.I., Neyman V.Yu. Predel'nye silovye kharakteristiki elektromagnitnykh dvigatelei postoyannogo toka [Limiting power characteristics of electromagnetic direct-current motors]. *Elektrotekhnika – Russian Electrical Engineering*, 2009, no. 12, pp. 61–67. (In Russian).
- Pavlenko A.V., Gil'miyarov K.R., Bol'shenko I.A. Upravlenie elektromagnitnym privodom klapana gazoraspredelitel'nogo mekhanizma dvigatelya vnutrennego sgoraniya [Control of the electromagnetic drive of the valve of the gas-distributing mechanism of the internal combustion engine]. *Elektrotekhnika – Russian Electrical Engineering*, 2014, no. 5, pp. 40–46. (In Russian).
- 9. Sattarov R.R., Ismagilov F.R. Periodicheskie rezhimy v elektromagnitnykh vibratsionnykh preobrazovatelyakh [Periodic modes in the electromagnetic vibration converters]. *Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviatsionnogo tekhnicheskogo universiteta Bulletin of the Ufa State Aviation Technical University*, 2010, vol. 14, no. 1 (36), pp. 50–55.
- Sattarov R.R., Ismagilov F.R. Issledovanie vibroudarnogo rezhima v elektromekhanicheskikh reaktivnykh preobrazovatelyakh [Investigation of the vibro-impact regime in electromechanical reactive converters]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Elektromekhanika – Russian Electromechanics*, 2010, no. 2, pp. 23–27.
- 11. Pavlenko A.V., Gil'miyarov K.R. Upravlenie rezonansnym elektromagnitnym privodom klapana gazoraspredelitel'nogo mekhanizma dvigatelya vnutrennego sgoraniya s ispol'zovaniem metodov nechetkoi logiki [Controlling the resonant electromagnetic drive of the valve of the gas distribution mechanism of an internal combustion engine using fuzzy logic methods]. *Izvestiya vuzov. Severo-Kavkazskii region. Seriya: Tekhnicheskie nauki University News. North-Caucasian Region. Technical Sciences Series*, 2011, no. 4, pp. 55–60.
- 12. Neyman L.A., Neyman V.Yu. Dinamicheskaya model' elektromagnitnogo privoda kolebatel'nogo dvizheniya dlya sistem generirovaniya nizkochastotnykh vibratsii [The dynamic model of the electromagnetic actuator of the vibrational motion for systems generate highfrequency vibration]. Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences, 2015, no. 3 (28), pp. 75–87.
- Neyman L.A., Neyman V.Yu. Matematicheskaya model' elektromekhanicheskoi sistemy kolebatel'nogo dvizheniya s uprugimi svyazyami [Mathematical model of electromechanical system with vibrational motion of elastic connections]. *Vestnik Ivanovskogo gosudarstvennogo energeticheskogo universiteta – Vestnik of Ivanovo State Power Engineering University*, 2015, no. 6, pp. 35–40.
- Neyman L.A., Neyman V.Yu. Issledovanie dvukhkatushechnoi sinkhronnoi elektromagnitnoi mashiny s inertsionnym reversom boika [Research two-coil synchronous electromagnetic machine with inertial reversal the firing pin]. Sovremennye problemy teorii mashin – Modern Problems of Theory of Machines, 2014, no. 2, pp. 109–110.
- Neyman L.A., Neyman V.Yu. Matematicheskaya model' dinamiki elektromagnitnogo udarnogo uzla s uprugimi svyazyami [A dynamic mathematical model of the electromagnetic impact unit with spring linkages]. Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences, 2016, no. 2 (31), pp. 94–107.
- Neyman V.Yu., Skotnikov A.A., Neyman L.A. Strukturnyi analiz sinkhronnykh elektromagnitnykh mashin udarnogo deistviya [Structural analysis of synchronous electromagnetic shock machines]. *Avtomatizirovannye elektromekhanicheskie sistemy*. Ed. by V.N. Anosov. Novosibirsk, NSTU Publ., 2011, pp. 106–120.

- Neyman V.Yu., Skotnikov A.A., Neyman L.A. [Trends in the development of synchronous two-winding electromagnetic machines for impulse technologies]. *Aktual'nye problemy energetiki APK*: materialy II mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii [Actual problems of power engineering of the agroindustrial complex: materials II international scientific-practical conference]. Saratov, 2011, pp. 271–277.
- Neyman L.A., Neyman V.Yu. Povyshenie tochnosti analiticheskogo rascheta radial'nykh sil odnostoronnego magnitnogo prityazheniya nekoaksial'nykh elementov magnitoprovoda [Improving the accuracy of analytical calculation unilateral radial forces of magnetic attraction coaxial magnetic elements]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2015, no. 1 (58), pp. 246–256.
- Soloveichik Yu.G., Neyman V.Yu., Persova M.G., Royak M.E., Smirnova Yu.B., Petrov R.V. Optimizatsiya geometrii lineinykh elektromagnitnykh dvigatelei s ispol'zovaniem konechnoelementnogo modelirovaniya magnitnogo polya [Optimization of geometry linear electromagnetic motors using finite element modeling of the magnetic field]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Elektromekhanika Russian Electromechanics*, 2005, no. 2, pp. 24–28.
- Neyman L.A., Neyman V.Yu. Rabochii tsikl dvukhkatushechnoi sinkhronnoi elektromagnitnoi mashiny so svobodnym vybegom boika [The working cycle of a two-coil synchronous electromagnetic machine with a free run-out of a striker]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Elektromekhanika – Russian Electromechanics*, 2013, no. 6, pp. 48–52.
- Per'ev A.A. Obosnovanie tekhnicheskikh kharakteristik ruchnykh elektromagnitnykh mashin s povyshennoi energiei udarov [Justification of specifications manual electromagnetic machines with high energy shocks]. *Impul'snye lineinye elektromagnitnye mashiny* [Pulsed electric linear machine]. Ed. by N.P. Ryashentsev. Novosibirsk, IGD SO AN SSSR Publ., 1991, pp. 71–81.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



Нейман Людмила Андреевна – родилась в 1966 году, канд. техн. наук, доцент кафедры электротехнических комплексов Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: линейные синхронные электромагнитные машины и технологии. Опубликовано более 100 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. Email: neyman31@gmail.com).

Neyman Lyudmila Andreevna (b. 1966) – PhD (Eng.), Associate Professor, Associate Professor of Electrotechnological Units Department of the Novosibirsk State Technical University. Research interests: linear synchronous electromagnetic machine and technology. She is author of 100 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. Email: neyman31@gmail.com).

Статья поступила 15 мая 2017 г. Received May 15, 2017

To Reference:

Neyman L.A. Rabochii tsikl dvukhkatushechnoi sinkhronnoi elektromagnitnoi mashiny udarnogo deistviya s uprugim reversom boika [Operating cycle of the two-inductor impact synchronous electromagnetic machine with spring head reverse]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of science*, 2017, no. 2(35), pp. 73–83. doi: 10.17212/1727-2769-2017-2-73-83

ДОКЛАДЫ АН ВШ РФ

март-июнь

№ 2 (35)

УДК 621.396

2017

МЕХАНИЗМ ВОЗНИКНОВЕНИЯ «СОБСТВЕННЫХ» НЕСТАБИЛЬНОСТЕЙ ФАЗЫ В СВЧ ПРИБОРАХ

В.Ф. Новиков

Новосибирский государственный технический университет

Нестабильности (флюктуации) фазы ухудшают эффективность работы любых когерентных систем. В когерентных РЛС их наличие затрудняет работу систем подавления пассивных помех и отражений от местных предметов; в измерительных системах, использующих когерентные методы, падает точность измеряемых параметров. «Собственные» нестабильности – это те, которые имеют место при полном отсутствии каких-либо внешних дестабилизирующих воздействий на СВЧ прибор. Для разработки мер по уменьшению «собственных» нестабильностей необходимо выявить и оценить роль различных механизмов их возникновения. Исследуется роль аддитивных и мультипликативных механизмов возникновения нестабильностей. В качестве модели для исследования выбран один из широко распространенных в мощных РЛС СВЧ прибор М-типа – амплитрон. Полученные теоретические оценки основных статистических характеристик нестабильности (дисперсия, нормированная корреляционная функция) обнаруживают удовлетворительное согласие с экспериментальными оценками. Сравнение экспериментальных и теоретических данных указывает также на доминирующую роль мультипликативных механизмов возникновения «собственных» нестабильностей по сравнению с аддитивными. Обсуждается принципиальная возможность уменьшения «собственных» нестабильностей.

Ключевые слова: «собственные» нестабильности фазы в СВЧ приборах, амплитрон, мультипликативный механизм, пути уменьшения «собственных» нестабильностей.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-2-84-96

Введение

Причины нестабильностей параметров выходного сигнала СВЧ усилительных и генераторных приборов многообразны. Нестабильности, вызванные внешними по отношению к СВЧ прибору факторами (например, пульсацией напряжения источников питания, переменным током накала), имеют обычно регулярный характер, повторяющий характер (частоту) дестабилизирующего воздействия. Борьба с такими нестабильностями сводится к выявлению внешнего воздействия и нахождению методов его устранения или уменьшения влияния. Например, для устранения пульсаций амплитуды и фазы, вызванных переменным током накала СВЧ приборов, необходимо переменное напряжение накала заменить на постоянное.

Однако если устранить внешние воздействия, то обнаружатся нестабильности, обусловленные внутренними процессами в СВЧ приборах – «собственные» нестабильности СВЧ приборов. Они вызваны тепловым, дробовым и фликкерным шумами, обратной электронной бомбардировкой катода СВЧ прибора, другими факторами и имеют случайный характер.

Механизм возникновения и методы борьбы с такими нестабильностями изучены неполно, но именно они определяют потенциальный уровень стабильности фазы выходного сигнала СВЧ усилителей и в конечном счете – предельный уровень стабильности фазы выходного сигнала передающего устройства, когерентных, например радиолокационных, систем, ограничивая их потенциальные возможности. Исследованию процессов, связанных с нестабильностями параметров сигнала в электронных, усилительных и генераторных приборах, посвящено большое количество работ отечественных и зарубежных специалистов. В этих работах при оценке влияния шумов на стабильность параметров генерируемого или усиливаемого сигнала тепловой, дробовой и фликкерный шумы рассматривались как явления аддитивные и учитывались путем включения в схему эквивалентного генератора тока или напряжения.

1. Постановка задачи исследования

В [1] было установлено, что такое представление об указанных шумах справедливо только по отношению к тепловым и дробовым шумам. Что касается фликкерных шумов, то они представляют собой параметрические явления и по отношению к полезному сигналу проявляются не только как аддитивные, но прежде всего как мультипликативные. Аддитивные шумы влияют на стабильность генерируемых колебаний только той частью спектра, которая находится в полосе пропускания системы вблизи СВЧ несущей. Если же фликкерные шумы учитывать только как аддитивные, то окажется, что эти шумы не должны оказывать существенного влияния на стабильность генерируемых колебаний СВЧ систем. Ибо, несмотря то что фликкерные шумы по сравнению с тепловыми и дробовыми имеют наибольшую интенсивность, их основная энергия сосредоточена в низкочастотной части спектра, которая лежит вне пределов полосы пропускания СВЧ генераторов (рис. 1, a).



Puc. 1 – Спектры шумов и сигнала при аддитивном (*a*) и мультипликативном (*б*) механизмах воздействии шумов на сигнал
 Fig. 1 – Ranges of noise and signal at additive (*a*) and multiplicative (*б*) mehanismus of the impact of noise on a signal

При учете же фликкерных шумов как мультипликативных явлений будет иметь место перенос низкочастотных составляющих спектра на несущую (рис. 1, δ), и тогда следует ожидать сильного влияния таких шумов.

В качестве модели для исследования выбран усилитель со скрещенными полями – амплитрон, как один из распространенных усилителей в классе мощных устройств. Ставится цель исследовать роль мультипликативных (параметрических) механизмов возникновения нестабильностей.

2. Теория

А. Модель СВЧ усилителя для исследования нестабильностей

Будем основываться на упрощенной теории амплитрона, описанной в [2–3], а также на результатах работ [4–6].

Механизм усиления колебаний будем представлять, исходя из общепринятых положений:

 а) входной сигнал формирует в скрещенных электрическом и магнитном полях вращающееся облако пространственного заряда, имеющее периодический спицеобразный характер;

б) вращающиеся спицы наводят вторичное поле в замедляющей системе, фаза которого определяется входным сигналом;

в) при изменении переносной скорости возможно отставание или опережение спиц пространственного заряда относительно замедленной волны (переносная скорость не равна фазовой), при этом фаза выходного сигнала также изменяется.

В качестве замедляющей системы в амплитронах, как и в магнетронах, используются системы резонаторов с двойными связками. Однако в отличие от магнетрона замедляющая система амплитрона не является резонансной: связки, соединяющие резонаторы, в одном месте разорваны и подключены к входному и выходному выводам энергии (рис. 2).

Замедляющие системы СВЧ приборов являются электродинамическими системами с распределенными параметрами, и их строгий расчет возможен численными методами на основе теории поля с использованием аппарата уравнении Максвелла. Но замедление-задержка волн может осуществляться и в цепях с сосредоточенными параметрами, для исследования которых применим более простой аппарат теории цепей. Поэтому на практике для расчета замедляющей системы может быть использован метод эквивалентных схем.

Замедляющая система со связками и ее эквивалентная схема в виде четырехполюсников-ячеек изображена на рис. 2, где C_p и L_p – эквивалентные емкость и индуктивность резонаторов «холодной» замедляющей системы; C_c и L_c – эквивалентные емкость и индуктивность участка связок между ячейками.



Рис. 2 – Конфигурация (а) и эквивалентная схема (б) замедляющей системы амплитрона

Fig. 2 – Configuration (*a*) and equivalent scheme (*δ*) of the slowing-down system of an amplitron

Электронный поток по отношению к ячейкам замедляющей системы проявляет себя, с одной стороны, как источник энергии и его наличие должно быть учтено включением в схему ячейки эквивалентного генератора тока или напряжения. С другой стороны, электронный поток характеризуется эквивалентной проводимостью, которая в общем случае имеет комплексный характер [4]:

$$Y_{EP} = \sigma_{EP} + jB_{EP} = I_{H_i} \left(\cos\delta_i + j\sin\delta_i\right) / U_{H_i} , \qquad (1)$$

где U_{H_i} , I_{H_i} – напряжение и ток, наведенные на *i*-й ячейке; δ_i – фазовый угол рассогласования между максимумом напряжения на ячейке и максимумом тока.

При синхронном движении замедленной волны и электронного потока фазовый угол рассогласования равен нулю и эквивалентная проводимость электронного потока имеет активный характер (рис. 3),

$$1/Z_{EP} = 1/R_{EP}$$
 (2)

Эквивалентное сопротивление электронного потока включается параллельно к каждой ячейке (рис. 4). Исходя из предположения о примерной идентичности спиц пространственного заряда [2–3], наведенный электронными спицами потенциал будет линейно нарастать вдоль замедляющей системы в направлении от входа к выходу.



Рис. 3 – Эквивалентная схема отдельной ячейки замедляющей системы нагруженной комплексным сопротивлением электронного потока, при учете аддитивного механизма воздействия шума на сигнал

Fig. 3 – The equivalent scheme of a separate cell of the slowing-down system, loaded with the complex resistance of an electronic current allowing for the additive mechanism of impact on a signal



Рис. 4 – Упрощенная эквивалентная схема ячейки при учете аддитивного механизма воздействия шумов на стабильность сигнала

Fig. 4 – The simplified equivalent cell scheme allowing for the additive mechanism of noise impact on the stability of a signal

При этом выходной сигнал можно представить виде суммы двух компонент: прошедшего на выход входного сигнала U_{in} (сигнал «на проход» U_{pas}) и напряжения, наведенного на ячейках усилителя U_{dir} . Примем во внимание, что при

рассмотрении «собственных» нестабильностей фазы углом δ_i мы можем пренебречь ($\delta_i = 0$). При этом сигнал «на проход» будет иметь тот же фазовый сдвиг, что и наведенный сигнал U_{dir} . Тогда сигнал на выходе усилителя

$$U_{out} = U_{out}e^{j\varphi_{out}} = (U_{dir} + U_{pas})e^{j\left(\varphi_{in} + \sum_{i=1}^{N-1}\varphi_i\right)}$$
(3)

Разность фаз выходного и входного сигналов будет равна

$$\varphi_{out} - \varphi_{in} = \sum_{i=1}^{N-1} \varphi_i, \qquad (4)$$

а интересующая нас нестабильность разности фаз на весь усилитель

$$\Delta \varphi_{out} = \sum_{i=1}^{N-1} \Delta \varphi_i, \qquad (5)$$

где $\Delta \phi_i$ – нестабильность фазы в одной ячейке замедляющей системы.

Из (3), в частности, следует, что чем меньше в суммарном сигнале на выходе прибора доля сигнала «на проход» U_{pas} (что характерно для каскадов предварительного усиления цепочки усилителей), тем сильнее будут проявлять себя «собственные» нестабильности фазы данного каскада.

«Собственные» нестабильности имеют случайный характер. Если корреляционные и взаимные корреляционные функции нестабильностей фазы сигнала отдельных ячеек известны, то корреляционные функции нестабильностей выходного сигнала усилителя будут равны

$$R_{\varphi_{out}}(t, t') = \sum_{i=1}^{N-1} R_{\varphi_i}(t, t') + 2\sum_{i \neq j} r_{\varphi_i \varphi_j}(t, t') \sigma_{\varphi_i} \sigma_{\varphi_j} .$$
(6)

Полагая t = t', получим дисперсию фазы

$$D_{\varphi_{out}} = R_{\varphi_{out}}(0) = \sum_{i=1}^{N-1} \sigma_{\varphi_i}^2 + 2\sum_{i \neq j}^{N-1} r_{\varphi_i \varphi_j}(0) \sigma_{\varphi_i} \sigma_{\varphi_j} , \qquad (7)$$

где $r_{\phi_i \phi_j}(0)$ – нормированный взаимный коэффициент корреляции нестабильностей фазы в *i*-й и *j*-й ячейках.

Таким образом, в соответствии с (6)–(7), для того чтобы определить искомые статистические характеристики флюктуации фазы выходного сигнала усилителя, необходимо определить аналогичные характеристики одной ячейки усилителя, а затем их сложить с учетом статистических взаимных связей.

Б. Нестабильности фазы в ячейке замедляющей системы

В теории электрических цепей фазовый сдвиг в четырехполюснике-ячейке замедляющей системы определяется как отношение мнимой $jK_2(\omega)$ и действительной $K_1(\omega)$ частей его комплексного коэффициента передачи $\dot{K}(j\omega)$:

$$\dot{K}(j\omega) = K_1(\omega) + jK_2(\omega) = \frac{R_{EP}}{R_{EP} + j\omega L_{bunch}},$$

$$\phi(j\omega) = \operatorname{arctg}\left(\frac{K_2(\omega)}{K_1(\omega)}\right) = \operatorname{arctg}\left(-\frac{\omega L_{bunch}}{R_{EP}}\right).$$
(8)

Переменную составляющую – флуктуацию фазы для *i*-й ячейки $\Delta \varphi_i$ определим, взяв производную $d\varphi_i/dR_{EP}$. При условии малости флуктуаций получим

$$\frac{d\varphi_i}{dR_{EP}^i} = -\omega L_{bunch}^i \left(-\frac{1}{\left(R_{EP}^i\right)^2} \right), \quad \Delta\varphi_i \approx \frac{d\varphi_i}{dR_{EP}^i} \Delta R_{EP}^i = \frac{\omega L_{bunch}^i}{R_{EP}^i} \delta R_{EP}^i. \tag{9}$$

Из (9) следует, что флуктуации фазы ячейки замедляющей системы пропорциональны относительным флуктуациям параметра R_{EP} (параметрические флуктуации).

Схема рис. 2 обладает свойствами полосового фильтра и может рассматриваться как линия задержки. В теории линий задержки считается, что величина задержки (определяющая сдвиг фазы выходного сигнала относительно фазы входного) не зависит от степени согласования с нагрузкой [7]. В [3] на примере амплитрона с $\lambda_0 = 7,5$ см показано, что емкость связок C_{cel} (отношение $C_{bunch}/C_{cel} = 0,07$), а рабочая длина волны λ_0 близка к длине волны параллельного контура ячейки ($\lambda_0/\lambda_k = 0,91$). Поэтому эквивалентное комплексное сопротивление контура каждой ячейки (рис. 3) замедляющей системы \dot{Z}_i на резонансной частоте можно считать чисто активным и эквивалентную схему ячейки представить в упрощенном виде, показанном на рис. 4. Здесь через R_{EP}^i обозначена активная составляющая эквивалентного сопротивления электронного потока для *i*-й ячейки.

Вследствие дискретной природы электрического тока ток через усилитель всегда флюктуирует. При этом относительные флюктуации δR_{EP}^i численно равны относительным флюктуациям тока через усилитель δI_0 . Таким образом, флуктуации фазы ячейки оказываются пропорциональны относительным флуктуациям тока δI_0 ,

$$\Delta \phi_i \approx \frac{\omega L_{bunch}^i}{R_{EP}^i} \delta I_0 \,. \tag{10}$$

При определении численных оценок R_{EP} будем исходить из того, что R_{EP} определяется отношением наведенного на ячейках напряжения U_H к наведенному току I_H [4]. В теории электронных приборов считается, что U_H не может превышать U_0 , а I_H не превышает $2I_0$ [6]. Будем считать, что $U_H \approx 0,7U_0$ и $I_H \approx 1,6I_0$ [6], тогда

$$R_{EP} = \frac{U_H}{I_H} = \frac{0.7U_0}{1.6I_0} = 0.4R_{st}, \qquad (11)$$

где R_{st} – статическое сопротивление амплитрона. Обычно $R_{st} \approx 1000$ Ом, тогда $R_{EP} \approx 400$ Ом.

Особенность СВЧ приборов М-типа в сравнении с приборами О-типа состоит в том, что в них ток катода на пути к аноду разделяется на ряд лучей – спиц. Число спиц равно M = (N-1)/2, где N – число рабочих ячеек замедляющей системы. Поэтому при анализе одной ячейки сопротивление электронного потока надо принять равным

$$R_{EP}^i = R_{EP}M$$

В. Учет аддитивного воздействия источников нестабильностей

В реальных схемах автогенераторов и усилителей на электронных приборах дробовой шум превышает тепловой [8]. Поэтому рассматривая аддитивные механизмы воздействия шума на стабильность фазы выходного сигнала амплитрона, будем учитывать только дробовой шум. Введем в эквивалентную схему ячейки, как это принято при учете аддитивного воздействия источников нестабильностей, генератор тока. Эквивалентный генератор тока I_{shot} включается параллельно контуру ячейки, т. е. параллельно R_{EP} (см. рис. 4). При учете воздействия случайного сигнала с широким спектром на узкополосную систему последний представляется в виде суммы квадратурных составляющих:

$$\Delta u(t) = \Delta u^{c}(t) \cos \omega_{0} t + \Delta u^{s}(t) \sin \omega_{0} t , \qquad (12)$$

где $u^{c}(t)$, $u^{s}(t)$ – медленные (по сравнению с ω_{0}) случайные функции, энергетические спектры которых считаются равными [8]:

$$S_{\Delta u}^{c}(\omega) = S_{\Delta u}^{s}(\omega) = S_{\Delta u}(\omega) .$$
⁽¹³⁾

При таком представлении компонента $u^{c}(t)$ оказывается ответственной за нестабильность-шум амплитуды полезного косинусоидального сигнала, а компонента $u^{s}(t)$ – за нестабильность фазы. Если на нестабильность фазы наложить условие малости, то для одной ячейки можно записать:

$$\Delta \varphi_i(t) \approx \Delta u_i^s(t) / u_0 = \delta u_i^s(t) , \qquad (14)$$

где *u*₀ – амплитуда наведенного на замедляющей системе напряжения. Спектральная плотность генератора тока дробового шума равна [8]

$$S_{I_{\text{shot}}}(\omega) = eI_0 \Gamma^2 / 2\pi , \qquad (15)$$

где $e = 1, 6 \cdot 10^{-19}$ К – заряд электрона; I_0 – ток через усилитель; Γ – коэффициент депрессии дробового шума за счет объемного заряда (принято, что $\Gamma^2 \approx 0,8$).

С учетом (14) и (15) искомая спектральная плотность нестабильности фазы в установившемся режиме для одной ячейки будет равна

$$S_{\varphi_i}(\omega) \approx \frac{R_{EP,i}^2}{U_{H,i}^2} S_{I_{\text{shot}}}(\omega) \,. \tag{16}$$

Дисперсия нестабильности фазы і-й ячейки будет равна

$$D_{\varphi_i} = \frac{R_{EP,i}^2}{U_{H,i}^2} S_{I_{\text{shot}}} \Delta \omega_c = S_{\varphi}^{\text{shot}} \Delta \omega_c \,, \tag{17}$$

а корреляционная функция нестабильности фазы ячейки -

$$R_{\varphi i}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{\infty} S_{\varphi}^{\text{shot}} \cos\omega\tau d\,\omega = \frac{1}{2\pi} S_{\varphi}^{\text{shot}} \Delta\omega_{c} \cos\omega\tau \frac{\sin\frac{\Delta\omega_{c}\tau}{2}}{\frac{\Delta\omega_{c}\tau}{2}}.$$
 (18)

Соответственно нормированная корреляционная функция

$$r_{\varphi_i}(\tau) = \frac{R_{\varphi_i}(\tau)}{R_{\varphi_i}(0)} = \cos \omega_0 \tau \frac{\sin \frac{\Delta \omega_c \tau}{2}}{\frac{\Delta \omega_c \tau}{2}},$$
(19)

и нормированная корреляционная функция огибающей будет равна

$$r_{\varphi_i}(\tau) = \frac{\sin\frac{\Delta\omega_c \tau}{2}}{\frac{\Delta\omega_c \tau}{2}}.$$
 (20)

Принимая, что процессы во всех ячейках одинаковы, для нормированной корреляционной функции нестабильности фазы сигнала на выходе прибора можно записать:

$$r_{\varphi_{out}}(\tau) = r_{\varphi_i}(\tau) . \tag{21}$$

При оценке нестабильности фазы на выходе прибора для случая воздействия дробового шума будем считать, что ячейки флюктуируют «дружно»: время пробега сигнала вдоль замедляющей системы меньше, чем период флуктуаций. Тогда в соответствии с (7)

$$\sigma_{\varphi_{out}} = (N-1)\sigma_{\varphi_i} = (N-1)\sqrt{D_{\varphi_i}} .$$
⁽²²⁾

График нормированной корреляционной функции нестабильностей фазы при аддитивном воздействии дробового шума приведен на рис. 6, *а*.

Г. Учет мультипликативных (параметрических) механизмов возникновения нестабильностей

Эквивалентная схема ячейки замедляющей системы для учета мультипликативных каналов воздействия на стабильность фазы сигнала СВЧ усилителя приведена на рис. 5. Ее отличие от схемы рис. 4 в том, что в ней отсутствуют источники нестабильностей – шумовые генераторы тока или напряжения, которые являются необходимым элементом при анализе аддитивных механизмов возникновения нестабильностей.

В то же время, если в схеме рис. 4 все параметры схемы постоянны, то в схеме рис. 5 параметр R_{EP} изменяется во времени. Его изменение и является причиной –

модулятором возникновения нестабильностей параметров выходного сигнала СВЧ усилителя, при том, что в схеме рис. 5 генераторы шума отсутствуют.

В системах с использованием СВЧ на конечном этапе обработки сигнала осуществляется его детектирование (демодуляция). При этом на выходе детектора будет выделяться модулирующий низкочастотный сигнал. Поэтому для установления мультипликативного переноса низкочастотных (фликкерных) составляющих в области несущей, необходимо теоретические оценки основных статистических характеристик нестабильностей сигнала на выходе детектора для случая учета мультипликативного механизма сопоставить с аналогичными характеристиками для случая учета адди-



iaя эквиваи при учете механизиов на станала d equivalent wing for the sm of noise y of a signal

тивного механизма воздействия нестабильностей. Также теоретические оценки целесообразно сопоставить с имеющимися экспериментальными данными.

Примем, что спектральная плотность относительных низкочастотных фликкерных нестабильностей тока имеет вид

$$S_{\delta I}^{\text{flick}}(\Omega) = S_0^{\text{flick}} \frac{1}{\Omega I_0^2} \,. \tag{23}$$

Неизвестную константу S_0^{flick} определим, решая совместно уравнения

$$\begin{cases} D_{\delta I_0} = \frac{D_i}{I_0^2}, \\ D_{\delta I_0} = \frac{S_0^{\text{flick}} \left(\ln \Omega_{up} - \ln \Omega_{low}\right)}{I_0^2}. \end{cases}$$
(24)

В результате получаем, что константа в (19) равна

$$S_0^{\text{flick}} = D_{\delta I_0} / (\ln \Omega_{up} - \ln \Omega_{low}) .$$
⁽²⁵⁾

По имеющимся экспериментальным данным на мощные магнетроны [5] относительная нестабильность тока через прибор $D_{\delta I_0} = \sigma_{\delta I_0}^2 = (0,1...1)^2 \%$. Частота $\Omega_{up} = (1...5)$ МГц определяется верхней частотой спектра сигнала, а нижняя – временем наблюдения (количеством отсчетов, подлежащих статистической обработке в процессе эксперимента): $\Omega_{low} \approx 10 \, \Gamma$ ц.

Корреляционная функция нестабильности фазы сигнала ячейки, обусловленная мультипликативным воздействием фликкерного шума, будет равна

$$R_{\varphi_i}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\omega L_{bunch}}{R_{EP}}\right)^2 \frac{S_0^{\text{flick}}}{I_{H_i}^2} \int_{\Omega_{low}}^{\Omega_{up}} \frac{\cos \Omega \tau}{\Omega} d\omega.$$
(26)

Интеграл в квадратурах не разрешим, но его можно представить в виде разности двух интегралов, именуемых интегральными синусами. Тогда для нормированной корреляционной функции нестабильности фазы на выходе ячейки $r_{\varphi_i}^{\rm flick}(\tau)$

и на выходе прибора $r_{\phi_{out}}(\tau)$ можно записать:

$$r_{\varphi_i}(\tau) = r_{\varphi_{out}}(\tau) = \frac{ci(\Omega_{low}\tau) - ci(\Omega_{up}\tau)}{\ln\Omega_{low} - \ln\Omega_{up}},$$
(27)

где $r_{\varphi_{out}}(0) = \ln \Omega_{low} - \ln \Omega_{up}$.

График функции (27) приведен на рис. 6, г.



Puc. 6 – Сравнение расчетных (a, δ) и экспериментальных (z) данных *Fig.* 6 – Comparison of calculated (a, δ) and experimental (z) data

Д. Количественные оценки ожидаемых статистических характеристик нестабильности фазы

При расчете ожидаемых значений дисперсии и нормированной корреляционной функции фазы на выходе прибора в случае учета аддитивного механизма возникновения нестабильности воспользуемся выражением (22): подставляя в него следующие величины [3]: N = 16, $I_0 = 14,5$ A, $\eta = 0,4$, $U_{H_i} = 10,5$ кB, $\Delta \omega = 120$ МГц, получим

$$\sigma_{\varphi_{out}} \approx (10^{-4})^{\circ}$$
.

В случае действия мультипликативного (параметрического) механизма время корреляции нестабильностей, вызванных действием фликкер-эффекта, будет значительно больше времени прохождения сигнала вдоль замедляющей системы. В этом случае можно также считать, что ячейки флюктуируют «дружно», поэтому для $\sigma_{\phi_{out}}$ получим

$$\sigma_{\varphi_{out}} = (N-1) \frac{\omega L_{bunch}^{l}}{R_{EP}^{i} M} \delta I_{0}.$$

Далее величину индуктивности связок L_{bunch} определим, исходя из приведенных в [3] значений волнового сопротивления связок $\rho_{bunch} = 244$ Ом и емкости связок: $C_{bunch} = 0,11$ Ф: $L_{bunch} = \rho_{bunch}^2 C_{bunch} = 7,2$ нГн.

Подставляя в (29) недостающие величины L_{bunch} и $\delta I_0 = (0, 1, ..., 0) \%$, получим, что среднеквадратическое значение нестабильности фазы на выходе прибора при учете мультипликативного воздействия фликкер-шума может составить

$$\sigma_{\Phi_{out}} = (0,051...0,51)^{\circ}$$

3. Сравнение расчетных и экспериментальных данных

Имеющиеся экспериментальные данные по амплитронам разной импульсной мощности [2–3] показывают, что среднеквадратическое значение нестабильности фазы составляет $\sigma_{\phi_{out}} = (0,3...0,4)^{\circ}$ для начальных каскадов и $\sigma_{\phi_{out}} = (0,1...0,3)^{\circ}$ для оконечных каскадов цепочек усилителей большой выходной мощности (0,5...1,0) МВт. Таким образом, по уровню нестабильности фазы экспериментальные данные имеют удовлетворительное совпадение с расчетными, определенными на основе учета мультипликативного механизма возникновения нестабильностей.

Вид нормированной корреляционной функции, определенной экспериментально для одного из начальных каскадов (рис. 6 e), хорошо совпал с результатами расчетных значений, полученных для случая учета мультипликативного механизма возникновения нестабильностей (рис. 6, δ). Это совпадение и является основным доказательством реального существования мультипликативного механизма, обеспечивающего перенос низкочастотных составляющих спектра нестабильностей в область несущей. В остальных каскадах межимпульсная корреляция мала.

Заключение

Теоретически, на основе упрощенной модели СВЧ усилителя М-типа – амплитрона, исследованы аддитивный и мультипликативный механизмы возникновения «собственных» нестабильностей фазы выходного сигнала усилителя.

Сопоставление теоретически полученных оценок основных статистических характеристик (дисперсия, нормированная корреляционная функция) с экспериментально полученными оценками показывает, что они находятся в удовлетворительном согласии.

При теоретическом анализе принято, что нестабильности тока через СВЧ прибор, обусловленные фликкерным эффектом, вызывают флюктуации комплексного сопротивления электронного потока. Ячейка замедляющей системы СВЧ усилителя становится системой с флюктуирующими параметрами, вследствие этого возникает перенос низкочастотных фликкерных флюктуаций в область несущей через параметрические (мультипликативные) механизмы.

При исключении фликкерных флюктуаций (в наибольшей степени выраженных в предварительных каскадах цепочки усилителей) можно повысить стабильность фазы. Однако надо принять во внимание, что замена оксидных катодов – носителей фликкер-эффекта на катоды из чистых металлов (платина и др.) может привести к снижению анодного тока и, следовательно, выходной мощности. В оконечных каскадах межимпульсная корреляции «собственных» фазовых нестабильностей (частота повторения импульсов равна частоте питающей сети) практически не наблюдается. Можно предположить, что мультипликативный перенос низкочастотных составляющих спектра нестабильностей и в этом случае также имеет место, но он практически не проявляется на фоне сильного действия других дестабилизирующих факторов, например сильной бомбардировки катода обратными электронами.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Колпаков Н.Д. Нестабильности в аппаратуре приемо-передающего тракта радиолокационных систем: дис. ... д-ра техн. наук. – Харьков, 1970.
- Браун В. Платинотрон (амплитрон и стабилитрон) // Электронные сверхвысокочастотные приборы со скрещенными полями: пер. с англ. / под общ. ред. М.М. Федорова. – М.: Иностранная литература, 1961. – Т. 2. – С. 155–193.
- 3. **Фурсаев М.А.** Основы расчета платинотрона. Саратов: Саратовский политехнический университет, 1969.
- Лебедев И.В. Техника и приборы сверхвысоких частот. Т. 2. Электровакуумные приборы СВЧ / под ред. Н.Д. Девяткова. – М.: Высшая школа, 1972.
- 5. Основы использования магнетронов / под ред. Ю.Н. Хлопова. М.: Советское радио, 1967. 334 с.
- 6. Бычков С.И. Вопросы теории и практического применения приборов магнетронного типа. М.: Советское радио, 1967.
- 7. Харкевич А.А. Основы радиотехники. М.: Связьиздат, 1963. 560 с.
- 8. Малахов А.Н. Флюктуации в автоколебательных системах. М.: Наука, 1968. 660 с.

THE NATURE OF THE APPERANCE OF INTRINSIC PHASE INSTABILITIES IN THE SHF EQUIPMENT

Novikov V.F.

Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

Phase instability impairs indexes of any coherent system, for example, of radar, especially if it works in the superhigh frequency range. The main source of instability is the SHF equipment (whether electronic or semiconducting) of high-powered transmitting systems. The SHF crossed fields magnetron amplifier – amplitron – was chosen as a research object. On the one hand, an amplitron is often used in powerful transmitting SHF equipment. On the other hand, it is a general characteristic of its analog circuit made by its founder Braun and it is significant for our research.

The appearance of instability is caused by extraneous (relative to SHF equipment) factors, primarily by power supply flutters. In this case a target flutter level is set taking into account a phase pushing value and an allowable level of phase instability.

With the power supply surging level being reduced, the phase instability of a SHF equipment output signal falls directly-proportionally. However, after that we find out that starting from some point of time the phase instability level does not reduce. At the same time there exist some changes in their character: now they are noisy and random. The reason for such a random appearance of phase instability is not fully investigated, so there is a necessity of additional investigation of it. Here we accept that a random character is caused by the nature of electric current, particularly by charge discreteness. There is also a necessity of theoretical evaluation of the statistical characteristics of a random factor of phase instability. We consider both additive and multiplicative (parametric) reasons for appearance of phase instability of a random character. During the assessment of the role of the additive factor the noise current or voltage generator (heat andshot noise) is introduced into the analog circuit of the SHF device and the response of the circuit to the introduced generator signal is defined. For the assessment of the multiplicative factor we take into account the effect of noise generators (flicker-noise) on the circuit parameter stability, namely on the complex resistance stability of flow. The experimental assessment of major statistical characteristics of phase instability (dispersion and autocorrelation function) satisfactorily agrees with the theoretical one, which is based on the assumption of the primary role of the multiplicative reason for phase instability appearance. Possible ways to reduce the intrinsic instability are discussed.

Keywords: coherent systems, intrinsic phase instability, SHF amplifier, crossed field, amplitron, additive instability of a multiplicative nature, autocorrelation function.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-2-84-96

REFERENCES

- 1. Kolpakov N.D. *Nestabil'nosti v apparature priemo-peredayushchego trakta radiolokatsionnykh system*. Diss. dokt. tekhn. nauk [Variability in the radar system input-output channel equipment. Dr. eng. sci. diss.]. Khar'kov, 1970.
- Brown W. The platinotron: amplitron and stabilotron. *Elektronnye sverkhvysokochastotnye pribory so skreshchennymi polyami* [Crossed-field microwave devices]. Moscow, Inostrannaya literatura Publ., 1961, vol. 2, pp. 155–193. (In Russian).
- Fursaev M.A. Osnovy rascheta platinotrona [The basics of the platinotron estimation]. Saratov, Saratov Polytechnical University Publ., 1969.
- Lebedev I.V. Tekhnika i pribory sverkhvysokikh chastot. T. 2. Elektrovakuumnye pribory SVCh [High-frequency equipment and devices. Vol. 2. Vacuum-tube devices SHF]. Ed. by N.D. Devyatkov. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1972.
- Khlopov Yu.N., ed. Osnovy ispol zovaniya magnetronov [The basics of mitron application]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1967. 334 p.
- 6. Bychkov S.I. *Voprosy teorii i prakticheskogo primeneniya priborov magnetronnogo tipa* [The theory and application of the mitron devices]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1967.
- 7. Kharkevich A.A. *Osnovy radiotekhniki* [Basic concepts of radioengineering]. Moscow, Svyaz'izdat Publ., 1963. 560 p.
- 8. Malakhov A.N. *Flyuktuatsii v avtokolebatel'nykh sistemakh* [Fluctuation in self sustained oscillation system]. Moscow, Nauka Publ., 1968. 660 p.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



Новиков Владилен Филиппович – в 1960 г. окончил Новосибирский электротехнический институт, радиотехнический факультет. Работал в Новосибирском научно-исследовательском институте измерительных приборов ведущим инженером. С 1976 г. работает в Новосибирском государственном техническом университете ведущим научным сотрудником, канд. техн. наук. Опубликовано более 50 научных работ. Сфера научных интересов: проектирование мощных передающих устройств для когерентно-импульсных СВЧ систем; проектирование имитаторов движущихся целей на основе матрицы излучателей со сканирующим фазовым центром; разработка теории и основ проектирования измерителей параметров потока сыпучих веществ на основе методов когерентной радиолокации. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: vfnovicov@mail.ru).

Novikov Vladilen Filippovich – Candidate of Sciences (Eng.), senior research scientist of the Scientific Research Laboratory of Radio Engineering Systems of NSTU. His research interests are currently focused on the microwaves application and digital processing for automatic control and regulation of industrial processes. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: vfnovicov@mail.ru).

> Статья поступила 31 марта 2017 Received March 31, 2017

To Reference:

Novikov V.F. Mekhanizm vozniknoveniya «sobstvennykh» nestabil'nostei fazy v SVCh priborakh [The nature of the uprise of the "intrinsic" phase instability in SHF equipment]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2017, no. 2 (35), pp. 84–96. doi: 10.17212/1727-2769-2017-2-84-96

ДОКЛАДЫ АН ВШ РФ

март-июнь

№ 2 (35)

УДК 621.396

2017

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОМЕХОЗАЩИЩЕННОСТИ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ С МНОГОПОЗИЦИОННЫМ ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННЫМ СИГНАЛОМ

А.И. Семенко, Н.И. Бокла, Е.А. Домрачева

Государственный университет телекоммуникаций

В статье рассмотрена телекоммуникационная система с многопозиционным фазоманипулированным сигналом. Приведена типовая схема телекоммуникационной системы, в радиоканал которой поступает широкополосная заградительная помеха. Отмечается, что при воздействии широкополосной помехи, ширина спектра которой превышает практическую ширину полосы сигнала и соответственно полосы пропускания радиоканала, в системах с многопозиционным сигналом уменьшается полоса пропускания радиоканала и соответственно улучшается отношение сигнал / шум по сравнению с двухпозиционной системой. Произведена оценка улучшения помехозащищенности системы при воздействии широкополосной помехи с увеличением количества позиций сигнала за счет улучшения фильтрации помехи вследствие сужения полосы пропускания радиоканала при увеличении количества позиций сигнала. Получена формула для определения коэффициента изменения помехозащищенности в многопозиционной системе с учетом потерь из-за использования многопозиционного сигнала, а также улучшения фильтрации помехи вследствие сужения полосы пропускания радиоканала при увеличении количества позиций сигнала. Показано, что улучшение общей помехозащищенности системы имеет место только при PSK-4 и PSK-8, когда выигрыш от улучшения фильтрации сигнала за счет сужения полосы пропускания радиоканала превышает величину естественных потерь помехозащищенности за счет применения многопозиционного сигнала. При больших количествах позиций общая помехозащищенность ухудшается, так как потери отношения сигнал/шум за счет применения многопозиционного сигнала превышают выигрыш от улучшения фильтрации помехи при уменьшении полосы пропускания радиоканала.

Ключевые слова: телекоммуникационная система, фазоманипулированный сигнал, широкополосная помеха, многопозиционный сигнал.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-2-97-106

Введение

Многопозиционный сигнал широко используется для повышения спектральной эффективности телекоммуникационных систем – ТКС (рис. 1) вследствие уменьшения требуемой полосы пропускания радиоканала при передаче многопозиционного сигнала [1]

$$S = \frac{C}{\Delta f} = \log M = n\Delta f \ [\text{бит/(c · Γu)}],$$

где Δf – полоса пропускания радиоканала; M – количество позиций сигнала,

 $M=2^n$,

где *п* – количество разрядов двоичного сигнала.

© 2017 А.И. Семенко, Н.И. Бокла, Е.А. Домрачева



Puc. 1 – Структурная схема ТКС *Fig. 1* – TCS structure scheme

На рис. 1: *1* – передатчик с устройством формирования многопозиционного сигнала; *2* – приемник с демодулятором и декодером многопозиционного сигнала; *3* – решающее устройство; *A*₁, *A*₂ – передающая и приемная антенны; *P*_п – мощность источника помехи.

Определение помехозащищенности системы

Помехоустойчивость телекоммуникационных систем, как известно, определяется количеством ошибок приема сигнала, которая зависит от отношения сигнал / шум на входе решающего устройства. Причем в ТКС с многопозиционным сигналом при увеличении количества позиций сигнала ухудшается помехоустойчивость системы [2].

Вероятность ошибки при оптимальном когерентном приеме двоичных сигналов и действии аддитивного гауссова шума с равномерным энергетическим спектром зависит от расстояния между сигналами d и односторонней спектральной плотности мощности помехи N_0 и имеет вид [3]

$$N_0 = Q\left(\sqrt{d^2/2N_0}\right),$$

где Q(x) – гауссов интеграл ошибки, который рассчитывается как

$$Q(x) - = \int_{x}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du.$$

Расстояния между сигналами *d* являются отсчетной величиной, с которой сравнивается расстояние между вариантами сигнала в различных многопозиционных системах.

При многоуровневых сигналах помехоустойчивые свойства кодов определяют минимальные евклидовы расстояния между сигнальными точками, получающиеся при различных способах кодирования и различных схемах модуляции.

В общем случае минимальное расстояние между сигналами не является характеристикой, что однозначно определяет помехоустойчивость. Для заданной конфигурации сигнальных точек вероятность погрешностей является монотонно убывающей функцией минимального размера.

Увеличение количества позиций *M* при PSK приводит к увеличению пропускной способности каналов и одновременно к уменьшению помехоустойчивости систем за счет уменьшения значений минимальных расстояний между сигнальными точками при соответствующем увеличении их количества [2]. В системе с двоичной фазовой манипуляцией (BPSK) расстояние между сигналами $d = 2\sqrt{E_b}$ и вероятность ошибки будет

$$P(0/1) = P(1/0) = P\left(x > \sqrt{E_b}\right) = Q\left(\frac{\sqrt{E_b}}{\sigma}\right) = Q\left(\frac{\sqrt{E_b}}{\sqrt{\frac{N_0}{2}}}\right) = Q\left(\sqrt{2E_b/N_0}\right).$$

Для DPSK (некогерентного детектирования) вероятность ошибки выражается формулой

$$P_{DPSKn} = \frac{1}{2}e^{-E_b/N_0},$$

а для DPSK (когерентное детектирование) вероятность ошибки – формулой

$$P_{DPSKk} = 2Q\left(\sqrt{2E_b/N_0}\right) \left[1 - Q\left(\sqrt{2E_b/N_0}\right)\right].$$

В случае фазовой манипуляции (PSK) вероятность ошибки определяется выбором одной из двух сигнальных точек, примыкающих к передаваемой сигнальной точке. Для M > 2 с когерентным обнаружением вероятность ошибки для больших отношений $\frac{E_b}{N_0}$ можно выразить формулой [3]

$$P_{MPSK} = 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}\sin\frac{\pi}{M}\right),\tag{1}$$

где E_s – энергия, приходящаяся на символ

$$E_s = E_b \left(\log_2 M \right).$$

Для дифференциальной фазовой манипуляции (DMPSK) при некогерентном детектировании используется формула [3]

$$P_{DMPSK} = 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}\sin\frac{\pi}{\sqrt{2}M}\right).$$
 (2)

На рис. 2 приведены графики сравнения помехозащищенности приема MPSK и DMPSK согласно уравнениям (1) и (2).

По графикам рис. З можно определить отношение сигнал/шум для битовых ошибок $P_b = 10^{-6}$ и степень ухудшения помехозащищенности ТКС $\Delta \gamma$ для PSK при увеличении количества позиций сигнала по сравнению с BPSK (см. таблицу) [2].

На рис.4 приведена гистограмма уменьшения отношения сигнал/шум для многопозиционного сигнала в сравнении с BPSK.





Fig. 2 – Comparison of the noise immunity of TCS at MPSK and DMPSK signals reception:

I – BPSK; *2* – DPSK for non-coherent detection; *3* – DPSK for coherent detection; *4* – PSK-8; *5* – DPSK-8; *6* – PSK-16; *7* – DPSK-16





Рис. 3 – Графики помехозащищенности ТКС в зависимости от количества позиций сигнала:

1 - BPSK; 2 - PSK-4; 3 - PSK-8; 4 - PSK-16; 5 - PSK-32; 6 - PSK-64

Fig. 3 – Graphics of the telecommunication systems noise immunity depending on number of signal positions:

l – BPSK; *2* – PSK-4; 3 – PSK-8; *4* – PSK-16; 5 – PSK-32; 6 – PSK-64

Результаты расчета отношения сигнал/шум ү и Ду для PSK при частоте битовых ошибок $P_b = 10^{-6}$

The results of signal/noise ratio γ and $\Delta \gamma$ calculations for PSK manipulated signal at the bit errors probability $P_b = 10^{-6}$

	Вид модуляции									
γ	BPSK	PSK-4	PSK-8	PSK-16	PSK-32	PSK-64				
	(n = 1)	(n = 2)	(n = 3)	(n = 4)	(n = 5)	(n = 6)				
γ, дБ	10,53	10,779	14,351	18,953	23,963	29,181				
ү, раз	11,298	11,964	27,232	78,586	249,060	828,202				
Δγ, дБ	-	1,024	1,363	1,8	2,276	2,771				



Вид манипуляции

Рис. 4 – Гистограмма уменьшения отношения сигнал/шум для многопозиционного сигнала в сравнении с BPSK

Fig. 4 – Histogram of the signal/noise ratio reduction for multiposition signals comparing to BPSK manipulated signal

На вход решающего устройства будут поступать шумы, вызванные собственными шумами передатчика, помехами, которые действуют на радиоканал, и собственными шумами приемника.

Рассмотрим ТКС с полосой пропускания радиоканала Δf , на которую действует широкополосная помеха с шириной спектра $\Delta f_n > \Delta f$. Такая помеха создаст спектральную плотность

$$N_{\Pi} = \frac{P_{\Pi}}{\Delta f} \, .$$

Спектральную плотность собственных шумов передатчика определим как

$$N_1 = \frac{P_{\text{III}1}}{\Delta f_1},$$

где $P_{\rm m1}$ – мощность собственных шумов передатчика; Δf_1 – полоса пропускания канала передатчика.

Спектральную плотность собственных шумов приемника определим как

$$N_{2III2} = kT,$$

где k – постоянная Больцмана; $k = 1,38 \times 10^{-23}$ Вт / (Град · Гц); T – приведенная к входу эффективная шумовая температура, К.

Во многих случаях может возникнуть ситуация, когда на систему действует помеха, ширина спектра которой превышает практическую ширину спектра сигнала, равную полосе пропускания радиоканала. Такая помеха может быть преднамеренной для ухудшения характеристик системы (рис. 5).



Puc 5. – Спектр сигнала, заградительной помехи и АБГШ *Fig. 5.* – Spectrums of the signal, interference barrier, AWGN

На рис. 5 в виде прямоугольников представлены амплитудный спектр $|\tilde{S}(f)|$ полезного сигнала и спектральная плотность мощности помехи $\tilde{J}(f)$ на фоне равномерной спектральной плотности мощности $N_0/2$ АБГШ) [5].

Полосы пропускания телекоммуникационной системы определяются продолжительностью найквистовых импульсов, передача которых осуществляется без межсимвольной интерференции [1]

$$\Delta f_1 = \frac{1}{\tau_1},$$
$$\Delta f_2 = \frac{1}{\tau_2},$$

где τ_1 – продолжительность найквистового импульса на выходе передатчика; τ_2 – продолжительность найквистового импульса в сигнале приемника.

При использовании двухпозиционного сигнала, когда $\tau_1 = \tau_2$ и $\Delta f_1 = \Delta f_2 = \Delta f$, на систему действует помеха с максимальной мощностью.

При использовании многопозиционного сигнала в передатчике сигнал с длительностью импульса $\tau'_1 = n\tau_1$ уменьшается требуемая полоса пропускания радиоканала, которая составляет

$$\Delta f_k = \frac{\Delta f}{n}$$

Очевидно, что уменьшение требуемой полосы пропускания радиоканала позволяет уменьшить в *n* раз мощность помехи на входе приемника, исходя из сохранения спектральной плотности помехи

$$P'_{\Pi} = \frac{P_{\Pi}}{n}.$$

При этом на входе приемника будет действовать суммарная мощность шумов

$$P_{\mathrm{III}\Sigma} = P_{\mathrm{III}} + P_{\mathrm{I}}' + P_{\mathrm{III}}',$$

где $P_{\rm m}$ – мощность собственных шумов приемника; $P'_{\rm m1}$ – мощность шумов передатчика на входе приемника.

При интенсивной помехе, которая будет действовать в радиоканале, мощность шума помехи на входе приемника будет значительно превышать мощность шумов передатчика и собственных шумов приемника, которыми можно пренебречь.

При этом отношение сигнал/шум на входе решающего устройства будет

$$\gamma = \frac{P_c}{P'_{\Pi}} = \frac{nP_c}{P_{\Pi}}.$$

В табл. 2 приведены коэффициент ухудшения *S* и коэффициент изменения помехозащищенности системы *Z* с многопозиционным сигналом.

Таблица 2 / Table 2

Коэффициент ухудшения S и коэффициент изменения помехозащищенности системы Z

The coefficients of system's noise immunity change

TI	Вид манипуляции										
Частота битовых ошибок P _b	PSK-4		PSK-8		PSK-16		PSK-32		PSK-64		
	(n = 2)		(<i>n</i> = 3)		(n = 4)		(n = 5)		(n = 6)		
	S	Ζ	S	Ζ	S	Ζ	S	Ζ	S	Ζ	
10 ⁻³	1,134	1,764	2,581	1,162	7,448	0,537	23,603	0,212	78,489	0,076	
10 ⁻⁴	1,094	1,828	2,491	1,204	7,189	0,556	22,782	0,219	75,759	0,079	
10 ⁻⁵	1,073	1,869	2,442	1,229	7,046	0,568	22,331	0,224	74,256	0,081	
10 ⁻⁶	1,059	1,889	2,41	1,245	6,956	0,575	22,046	0,227	73,308	0,082	
10 ⁻⁷	1,05	1,905	2,389	1,256	6,894	0,58	21,85	0,229	72,658	0,083	

Значения величины *S*, а также коэффициента изменения помехозащищенности системы в зависимости от ее изменения в результате использования многопозиционного сигнала и уменьшения влияния помехи можно выразить коэффициентом

$$Z = \frac{n}{S},$$

где *S* – коэффициент ухудшения помехоустойчивости в результате использования многопозиционных сигналов.

На рис. 6 приведена гистограмма повышения помехозащищенности ТКС с многопозиционным сигналом при увеличении количества позиций с учетом потерь при создании многопозиционного сигнала для битовой ошибки $P_b = 10^{-6}$.



//// Первая часть пары – увеличение помехозащищенности при увеличении количества позиций;

вторая часть пары – увеличение помехозащищенности с учетом потерь при создании многопозиционного сигнала

Рис. 6 – Гистограмма повышения помехозащищенности телекоммуникационной системы

Fig. 6 – Shows the histogram of telecommunication systems noise immunity improvement when multiposition signals is being used

Заключение

Использование многопозиционного сигнала приводит к ухудшению помехоустойчивости системы по мере увеличения количества позиций сигнала.

При воздействии интенсивной широкополосной помехи на систему ее помехоустойчивость улучшается при увеличении количества позиций сигнала за счет уменьшения требуемой полосы пропускания радиоканала.

Для систем с фазоманипулированным сигналом для количества позиций сигнала 4 и 8 помехоустойчивость систем улучшается с учетом особенностей многопозиционных сигналов и влияния широкополосной помехи на систему (Z > 1). Для других многопозиционных сигналов общая помехозащищенность системы ухудшается (Z < 1).

ЛИТЕРАТУРА

- Скляр Б. Цифровая связь: теоретические основы и практическое применение. 2-е изд., испр. – М.: Вильямс, 2003. – 1104 с.
- Многоканальные модемы / Л.Н. Беркман, И.С. Щербина, А.И. Чумак, Л.В. Рудык. М.: Связь, 2006. – 151 с.
- 3. Домрачева К.А. Общая сравнительная оценка помехоустойчивости телекоммуникационных систем // Научные записки Украинского научно-исследовательского института связи. – 2016. – № 3 (43). – С. 83–89.
- 4. Семенко А.И., Бокла Н.И. Эффективность телекоммуникационных систем с использованием модифицированных псевдослучайных последовательностей Голда // Электросвязь. – 2014. – № 3. – С. 37–39.
- 5. Ипатов В.П. Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов. М.: Техносфера, 2007. – 488 с.
- Semenko A., Domracheva C., Zaika V. Using of Amplitude Manipulated signal to increase capacity of MIMO telecommunication system // XIIIth 2016 International Conference "Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications, and Computer Science". – Lviv-Slavsk, 2016. – P. 882.

- 7. Толубко В.Б., Беркман Л.Н., Козелков С.В. Формування багатопозиційного сигналу технологій 5G на базі фазорізницевої модуляції високого порядку // Зв'язок. 2016. № 4. С. 3.
- Методи прийому багатопозиційних сигналів у мобільних мережах LTE на базі визначення нелінійних передатних функцій / С.В. Козелков, Л.Н. Беркман, А.С. Дищук, О.С. Панкратова // Зв'язок. 2016. № 5. С. 8.

ANALYSIS OF TELECOMMUNICATION SYSTEMS INTERFERENCE WITH A MULTIPOSITION PHASED-SHIFT SIGNAL

Semenko A.I., Bokla N.I., Domracheva K.O.

State University of Telecommunications, Kiev, Ukraine

The Authors investigate a telecommunication system with a multi-position phase-shifted signal. Calculations of the system noise immunity at different signal positions are performed. An estimation of the system noise immunity is evaluated under the influence of broadband interference with an increase in the number of signal positions. It is shown that when using a multiposition phase-shift signal, the noise immunity of the system is improved under the influence of broadband interference.

Multiposition signals are commonly used in order to improve the spectral efficiency of telecommunication systems (TCS), by reducing the required channel bandwidth, which is needed for transmitting a multiposition radio signal.

The immunity of the telecommunication system is determined by the number of errors during signal reception, which depends on a signal/noise ratio at the input of the decision device. Moreover, noise immunity of TCS with multiposition signals decreases with increasing the number of signal positions.

The use of a multiposition signal makes it possible not only to improve the efficiency of frequency spectrum use and thus to minimize an occupied frequency band but also to improve noise immunity of the telecommunication systems when the broadband interference signal width exceeds the bandwidth, in n times.

Keywords: telecommunication system, phase-shift keyed signal, broadband interference, multiposition signal.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-2-97-106

REFERENCES

- 1. Sklar B. Digital communications: fundamentals and applications. Upper Saddle River, NJ, Prentice Hall, 2001 (Russ. ed.: Sklyar B. *Tsifrovaya svyaz': teoreticheskie osnovy i prakticheskoe primenenie.* 2nd ed. Moscow, Williams Publ., 2003. 1104 p.),
- Berkman L.N., Shcherbina I.S., Chumak A.I., Rudyk L.V. *Mnogokanal'nye modemy* [Multichannel modems]. Moscow, Svyaz' Publ., 2006. 151 p.
- Domracheva K.A. Obshchaya sravnitel'naya otsenka pomekhoustoichivosti telekommunikatsionnykh sistem [General comparison of telecommunication systems noise immunity]. Nauchnye zapiski Ukrainskogo nauchno-issledovatel'skogo instituta svyazi – Scientific proceeding of Ukrainian research institute of communication, 2016, no. 3 (43), pp. 83–89.
- Semenko A.I., Bokla N.I. Effektivnosť telekommunikatsionnykh sistem s ispoľzovaniem modifitsirovannykh psevdosluchainykh posledovateľnostei Golda [Efficiency of telecommunication systems which are using modified Gold pseudo-random sequences]. *Elektrosvyaz' – Telecommunications and Radio Engineering*, 2014, no. 3, pp. 37–39. (In Russian).
- 5. Ipatov V.P. *Shirokopolosnye sistemy i kodovoe razdelenie signalov* [Broadband systems and code division of signals]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2007. 488 p.
- Semenko A., Domracheva C., Zaika V. Using of Amplitude Manipulated signal to increase capacity of MIMO telecommunication system. XIIIth 2016 International Conference "Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications, and Computer Science". Lviv-Slavsk, 2016, p. 882.
- 7. Tolubko V.B., Berkman L.N., Kozelkov S.V. Formuvannya bagatopozitsiinogo signalu tekhnologii 5G na bazi fazoriznitsevoï modulyatsiï visokogo poryadku [Multiposition 5G

technologies signal forming on high order phase difference modulation]. Zv'yazok – Communication, 2016, no. 4, p. 3.

 Kozelkov S.V, Berkman L.N., Dishchuk A.S., Pankratova O.S. Metodi priiomu bagatopozitsiinikh signaliv u mobil'nikh merezhakh LTE na bazi viznachennya neliniinikh peredatnikh funktsii [Multipositional signals reseption methods in mobile LTE networks on the base of nonlinear transfer functions determination]. Zv'yazok – Communication, 2016, no. 5, p. 8.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



Семенко Анатолий Илларионович – родился в 1937 году, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры телекоммуникационных систем и сетей Государственного университета телекоммуникаций. Область научных интересов: беспроводные телекоммуникации. Опубликовано 130 научных работ. (Адрес: 03110, Украина, Киев, ул. Соломенская, 7. Email: setel@ukr.net).

Semenko Anatoliy (b. 1937) – Professor, Doctor of Engineering Science, of the department of Telecommunication Systems and Networks of the State University of Telecommunications. His research interests are currently focused on wireless telecommunications. He is author of 130 scientific papers. (Address: 7, Solomenskaya, Kiev, 03110, Ukraine. Email: setel@ukr.net).



Бокла Наталия Ивановна – родилась в 1985 году, канд. техн. наук, старший преподаватель кафедры телекоммуникационных систем и сетей Государственного университета телекоммуникаций. Область научных интересов: беспроводные телекоммуникации. Опубликовано 15 научных работ. (Адрес: (Адрес: 03110, Украина, Киев, ул. Соломенская, 7. Email: nataloshka_77@ukr.net).

Bokla Natalia (b. 1985) – PhD in technical sciences, Associate Professor, of the department of Telecommunication Systems and Networks of the State University of Telecommunications. Her research interests are currently focused on wireless telecommunications. She is author of 15 scientific papers. (Address: 7, Solomenskaya, Kiev, 03110, Ukraine. Email: nataloshka_77@ukr.net).



Домрачева Екатерина Алексеевна – родилась в 1992 году, ассистент кафедры телекоммуникационных систем и сетей Государственного университета телекоммуникаций. Область научных интересов: беспроводные телекоммуникации. Опубликовано 5 научных работ. (Адрес: (Адрес: 03110, Украина, Киев, ул. Соломенская, 7. Email: katyscha@ukr.net).

Domracheva Kateryna (b. 1992) – assistant of the department of Telecommunication Systems and Networks of the State University of Telecommunications. Her research interests are currently focused on wireless telecommunications. She is author of 5 scientific papers. (Address: 7, Solomenskaya, Kiev, 03110, Ukraine. Email: katyscha@ukr.net).

> Статья поступила 17 июня 2017 г. Received June 17, 2017

To reference:

Semenko A.I., Bokla N.I., Domracheva E.A. Opredelenie pomekhozashchishchennosti telekommunikatsionnykh sistem s mnogopozitsionnym fazomanipulirovannym signalom [Analysis of telecommunication systems interference with multiposition phased-shift signal]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2017, no. 2 (35), pp. 97–106. doi: 10.17212/1727-2769-2017-2-97-106

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Выпуск 2(35) апрель-июнь 2017

Выпускающий редактор И.П. Брованова Корректор И.Е. Семенова Компьютерная верстка Н.В. Гаврилова

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции Издание соответствует коду 95 2000 ОК 005-93 (ОКП)

Подписано в печать 19.06.2017. Бумага офсетная. Формат 70×108 1/16 Тираж 300 экз. Уч.-изд. л. 9,45. Печ. л. 6,75. Изд. № 228. Заказ № 1190

Отпечатано в типографии Новосибирского государственного технического университета 630073, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20