

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ  
ДОКЛАДЫ  
АКАДЕМИИ НАУК  
ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

2015

октябрь–декабрь

№ 4 (29)



*Выходит четыре раза в год*

ISSN 1727-2769

**Учредители**

*Академия наук высшей школы России  
Новосибирское отделение Академии наук высшей школы*

**Главный редактор**

А.Г. Вострецов, д-р техн. наук, проф., засл. деятель науки РФ

**Заместитель главного редактора**

В.Н. Васюков, д-р техн. наук, проф.

**Редакционный совет**

М. Грайцар, PhD, проф. (Словакия)

А. Загоскин, PhD (Великобритания)

Е.В. Ильичев, д-р физ.-мат. наук, проф. (Германия)

М.Н. Клымаш, д-р техн. наук, проф. (Украина)

К. Арутюнов, д-р физ.-мат. наук

И.С. Грузман, д-р техн. наук, проф.

В.Г. Дубровский, д-р физ.-мат. наук, проф.

Б.А. Князев, д-р физ.-мат. наук, проф.

Г.В. Майер, д-р физ.-мат. наук, проф., засл. деятель науки РФ

В.К. Макуха, д-р техн. наук, проф.

В.Я. Рудяк, д-р физ.-мат. наук, проф.

С.А. Харитонов, д-р техн. наук, проф.

Г.М. Шумский, д-р техн. наук, проф.

**Ответственный секретарь**

Д.О. Соколова, канд. техн. наук

*Журнал зарегистрирован в Министерстве РФ по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций в 2002 г. (свидетельство ПИ № 77-11517 от 04.01.2002 г.)*

Адрес редакции: 630073, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20, НГТУ, корп. 4, ком. 415,  
телефон: (383) 346-15-37, факс: (383) 346-02-09. Email: danvshrf@corp.nstu.ru

© Новосибирское отделение АН ВШ, 2015 г.

**PROCEEDINGS  
OF THE RUSSIAN HIGHER SCHOOL  
ACADEMY OF SCIENCES**

2015

October–December

№ 4 (29)



*Journal is published quarterly*

ISSN 1727-2769

*Journal was established by*

*Russian Higher Education Academy of Science  
Novosibirsk Branch of Higher Education Academy of Science*

***Chief Editor***

A.G. Vostretsov, D.Sc. (Eng.), Prof., Honoured Science Worker of Russian Federation

***Deputy Chief Editor***

V.N. Vasyukov, D.Sc. (Eng.), Prof.

***Editorial Council***

M. Grajcar, PhD, Prof. (Slovakia)

A. Zagoskin, PhD (United Kingdom)

E.V. Ilyichev, D.Sc. (Phys.&Math.), Prof. (Germany)

M.M. Klymash, D.Sc. (Eng.), Prof. (Ukraine)

K. Arutyunov, D.Sc. (Phys.&Math.)

I.S. Gruzman, D.Sc. (Eng.), Prof.

V.G. Dubrovsky, D.Sc. (Phys.&Math.), Prof.

B.A. Knyazev, D.Sc. (Phys.&Math.), Prof.

G.V. Mayer, D.Sc. (Phys.&Math.), Prof., Honoured Science Worker of Russian Federation

V.K. Makukha, D.Sc. (Eng.), Prof.

V.Ya. Rudyak, D.Sc. (Phys.&Math.), Prof.

S.A. Haritonov, D.Sc. (Eng.), Prof.

G.M. Shumsky, D.Sc. (Eng.), Prof.

***Executive Secretary***

D.O. Sokolova, C.Sc.(Eng.)

Editor Address: Office 415, 20 bld. 4, K. Marx Prospect, Novosibirsk, 630073, Russian Federation.  
Tel: +7 (383) 346-15-37. Fax: +7 (383) 346-02-09. Email: danvshrf@corp.nstu.ru

© Novosibirsk Branch of Higher Education Academy of Science, 2015 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

## ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

*Пейсахович Ю.Г., Штыгашев А.А.*

Матричные элементы гамильтониана электрон-фотонного взаимодействия в одномерной модели нанокристалла, образованного  $N$  одинаковыми дельта-барьерами.....7

## ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

*Артюшенко В.В., Киселев А.В., Степанов М.А.*

Моделирование корреляционных характеристик шумов координат распределенных объектов.....19

*Быстров В.А., Трезубова О.Г.*

Термодинамическая совместимость твердых частиц с матрицей композиционных материалов .....28

*Гриф М.Г., Кочетов С.А., Цой Е.Б.*

Стратегии проектирования множества альтернатив в задачах оптимизации на основе функционально-структурной теории.....42

*Девятков Г.Н., Коваль М.В.*

Широкополосное согласующе-симметрирующее устройство на трех связанных линиях передачи.....50

*Драгунов В.П., Васюков В.Н., Доржиев В.Ю.*

Моделирование характеристик одноконденсаторного МЭМС-преобразователя с плоскопараллельными электродами .....59

*Евтушенко В.Ф., Макаров Г.В., Буркова Е.В.*

О контроле нестационарности свойств объекта управления и его внешних воздействий .....71

<b>Макаров Д.В., Сапсалиев А.В., Харитонов С.А.</b> Электромагнитная сила вентильного двигателя с немагнитным якорем.....	84
<b>Мукатов Б.Б., Карджаубаев Н.А., Фишов А.Г.</b> Особенности обеспечения надежности электроснабжения в изолированно работающих энергосистемах с малой генерацией .....	94
<b>Панфилов Д.В., Баховцев И.А., Гусев А.А.</b> Модификация топологии квази-импедансного инвертора для автономных систем электроснабжения.....	105
<b>Сырнева А.С., Чесноков В.В.</b> Исследование оптического резонатора с зеркалами полного внутреннего отражения.....	118
<b>Филатова С.Г.</b> Точность оценки параметров движения неподготовленного нарушителя в сейсмической системе охраны.....	128

---

---

CONTENTS

---

PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

*Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A.*

Matrix elements of the electron-photon interaction Hamiltonian  
in the one-dimensional model of the nanocrystal formed  
by  $N$  identical delta-barriers .....7

---

TECHNICAL SCIENCES

*Artyushenko V.V., Kiselev A.V., Stepanov M.A.*

Modeling of correlation characteristics of distributed  
object angle noises .....19

*Bystrov V.A., Tregubova O.G.*

Thermodynamic compatibility matrix particulate  
composites .....28

*Grif M.G., Kochetov S.A., Tsoy E.B.*

Design strategies for many alternatives in optimization problems  
based on the functional-structural theory .....42

*Devyatkov G.N., Koval M.V.*

Broadband balun based on three coupled transmission lines .....50

*Dragunov V.P., Vasyukov V.N., Dorzhiev V.Yu.*

Simulation of characteristics of a single-capacitor MEMS  
converter with plane-parallel electrodes.....59

<b><i>Evtushenko V.F., Makarov G.V., Burkova E.V.</i></b> Detection of nonstationary characteristics of a plant and its external influences .....	71
<b><i>Makarov D.V., Sapsalev A.V., Kharitonov S.A.</i></b> Electromagnetic force of BLDC with a nonmagnetic armature .....	84
<b><i>Mukatov B.B., Kardzhaubayev N.A., Fishov A.G.</i></b> Features of providing reliable power supply in isolated power grids with distributed generation .....	94
<b><i>Panfilov D.V., Bakhovtsev I.A., Husev O.O.</i></b> Quasi-Z-Source inverter topology modification for stand-alone power systems .....	105
<b><i>Syrneva A.S., Chesnokov V.V.</i></b> Study of the optical resonator with total internal reflection mirrors .....	118
<b><i>Filatova S.G.</i></b> The precision of the estimation of trespasser movement parameters in the seismic guard system .....	128

---

УДК 537.9, 535.215.1

**МАТРИЧНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ГАМИЛЬТониАНА  
ЭЛЕКТРОН-ФОТОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ  
В ОДНОМЕРНОЙ МОДЕЛИ НАНОКРИСТАЛЛА, ОБРАЗОВАННОГО  
N ОДИНАКОВЫМИ ДЕЛЬТА-БАРЬЕРАМИ**

**Ю.Г. Пейсахович, А.А. Штыгашев**

*Новосибирский государственный технический университет*

Матричные элементы гамильтониана электрон-фотонного взаимодействия между разными стационарными состояниями квазидискретного зонного спектра электронов входят в выражения, которые описывают частотную зависимость электромагнитных проницаемостей, восприимчивостей и проводимости нанокристаллов, а матричные элементы между состояниями квазидискретного и непрерывного спектра – в выражения для вероятностей и токов фотоэмиссии или дифракции электронов на кристаллах, существенно определяя зависимость этих величин от размеров кристаллов и от силы связи электронов в атомах решетки. В работе получены строгие аналитические выражения матричных элементов гамильтониана взаимодействия электрона с электромагнитной волной для модели кристаллической решетки конечной длины, образованной  $N$  одинаковыми  $\delta$ -барьерами. Эта модель дает достаточно простой зонный спектр энергии электронов: дискретный для состояний ниже вакуумного уровня и непрерывный для состояний выше этого уровня. Метод трансфер матрицы позволяет строго ввести понятие квазиимпульса, но обратное пространство нанокристалла становится существенно неоднородным – стационарным и резонансным состояниям разных разрешенных зон соответствуют разные неэквидистантные точки этого пространства в основной зоне Бриллюэна. Модель приводит к не очень сложным аналитическим выражениям для матричных элементов, которые допускают качественный и числовой анализ в разных важных предельных случаях, и позволяет произвести быстрые числовые расчеты до очень больших  $N$ . Выделены вклады областей внутри и вне решетки малого кристалла. В дипольном приближении проведены численные расчеты матричных элементов для переходов между стационарными состояниями разных точек зоны Бриллюэна с энергией ниже вакуумного уровня и по разные стороны от этого уровня. Результаты сильно зависят от силы связи электронов в элементарных ячейках, от длины решетки  $N$ , от степени влияния трансляционной и зеркальной симметрии потенциала решетки. Анализируются формирование и степень приближенности правил отбора «закона сохранения квазиимпульса» и «вертикальных» переходов при увеличении длины решетки и связи электронов в элементарных ячейках.

*Ключевые слова:* амплитуда вероятности перехода, сила осциллятора, решетка дельта-барьеров конечной длины, полином Чебышева второго рода, фотоэмиссия.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-4-7-18

### **Введение**

Для кристаллов малого размера при теоретических расчетах их оптических и фотоэмиссионных характеристик и установлении связи этих характеристик с электронными спектрами кристаллов мы должны применять известные формулы квантово-механической теории возмущений. Такие формулы имеют вид сумм по невозмущенным стационарным состояниям электронов и включают матричные элементы [1–9]

---

Исследование выполнено в рамках реализации государственного задания Министерства образования и науки РФ, проект № 3.338.2014/К.

$$\tilde{M}_{fi} = \frac{e\hbar}{mc} \langle \psi_f | \mathbf{A}(\mathbf{r}) \nabla | \psi_i \rangle = \frac{e\hbar}{mc} A_0 \langle \psi_f | e^{i\mathbf{k}'\mathbf{r}} \mathbf{n} \nabla | \psi_i \rangle \quad (1)$$

гамильтониана электрон-фотонного взаимодействия  $\hat{H} = -(e/mc)\mathbf{A}\hat{\mathbf{p}}$  между одноэлектронными состояниями  $\psi_i$  и  $\psi_f$ , здесь  $\mathbf{A} = A_0\mathbf{n}e^{i\mathbf{k}'\mathbf{r}}$  – векторный потенциал с амплитудой  $A_0$  и поляризацией  $\mathbf{n}$  электромагнитной волны, обладающей волновым вектором  $\mathbf{k}'$ ,  $\hat{\mathbf{p}} = -i\hbar\nabla$  – оператор импульса электрона.

В атомах волновые функции электронов локализованы в области размера боровских радиусов. В кристаллах они делокализованы и обычно описываются на языке блоховских волновых функций, квазиимпульсов и зон Бриллюэна. Этот язык широко используется для интерпретации спектральных особенностей оптического поглощения и излучения электромагнитных волн, фотоэмиссии и дифракции электронов кристаллами. При этом часто считают, что матричные элементы (1) отличны от нуля только для переходов между состояниями электрона в решетке, связанными законом сохранения «импульса»:

$$\mathbf{K}_f - \mathbf{K}_i - \mathbf{G} = \pm\mathbf{k}', \quad (2)$$

где  $\mathbf{K}_i$  и  $\mathbf{K}_f$  – квазиволновые векторы блоховского электрона в начальном и конечном состояниях,  $\mathbf{G}$  – произвольный вектор обратной решетки. Для длинноволнового излучения используют дипольное приближение, заменяя в (1) экспоненту  $e^{i\mathbf{k}'\mathbf{r}}$  единицей, пренебрегают в (2) величиной  $\mathbf{k}'$  и говорят о «вертикальных» (или прямых) переходах  $\mathbf{K}_f = \mathbf{K}_i$  в основной зоне Бриллюэна.

В малых кристаллах мы имеем промежуточную ситуацию между атомом и идеальным кристаллом. В кристалле конечного размера строгая трансляционная симметрия и теорема Блоха не выполняются, тем не менее блоховские характеристики состояний продолжают оставаться основой приближенного описания электронных и оптических свойств. Введение этих характеристик обычно не является строгим и вызывает вопросы, связанные с точностью построения квазиблоховских решений, определения квазиимпульса и энергетических зон. Волновые функции на поверхности нанокристалла удовлетворяют конкретным граничным условиям, что определяет дискретный или непрерывный квазизонный характер энергетического спектра электрона, причем с уменьшением размеров кристалла правило отбора (2) выполняется все хуже.

Матричные элементы (1) между разными состояниями квазидискретного зонного спектра входят в выражения, которые описывают частотную зависимость электромагнитных проницаемостей, восприимчивостей и проводимости кристаллов [1–5], а матричные элементы между состояниями квазидискретного и непрерывного спектра – в выражения для вероятностей и токов фотоэмиссии [6–8] или дифракции электронов на кристаллах. При теоретическом описании частотной и энергетической дисперсии этих явлений часто не только применяют правило отбора (2), но и в широком диапазоне частот света и энергий электронов полагают матричные элементы  $\tilde{M}_{fi}$  константами, почти не влияющими на форму контура спектральных линий в оптике и на фотоэмиссионные распределения. Мы покажем ниже, что в малых кристаллах такое приближение может быть неоправданным. При этом будем считать, что размер кристалла мал по сравнению с глубиной проникновения электромагнитной волны и длиной квантовой когерентности электро-



нов, т. е. пренебрежем электрон-фононным, электрон-электронным взаимодействиями и другими процессами неупругого рассеяния электронов.

Матричные элементы (1) пропорциональны силам осцилляторов. Силам осцилляторов и вероятностям электронных переходов в атомах посвящена научная и справочная литература [9]. Для идеального кристалла грубые оценки величины сил осцилляторов сделаны в [1], обсуждение на языке комбинации атомных сферических гармоник имеется в [7]. Однако нам неизвестны работы, в которых производились бы строгие теоретические оценки зависимости матричных элементов  $\tilde{M}_{fi}$  от размера кристалла и силы связи электронов в элементарных ячейках. В этой статье мы приведем результаты численно-аналитических исследований этих зависимостей в рамках достаточно простой модели. Обобщение на более сложные модели будет проведено в последующих публикациях.

### 1. Постановка задачи и модельные волновые функции

Рассмотрим простейшую одномерную модель, описывающую электрон в периодическом поле кристаллической решетки конечной длины, представляющей собой систему из  $N$  одинаковых  $\delta$ -барьеров мощности  $\Omega$ , расположенных на расстоянии  $d$  друг от друга и в области  $0 \leq x \leq Nd$  создающих потенциал

$$U(x) = \frac{\hbar^2}{2m} \Omega \sum_{n=1}^N \delta(x - nd),$$

на левой границе решетки имеется бесконечная потенциальная стенка  $U(x) = \infty$  при  $x < 0$ , а на правой границе прямоугольный барьер  $U(x) = U_V$  (вакуумный уровень) при  $x \geq Nd$ .

Стационарные состояния делятся на два типа: а) состояния с  $E < U_V$  локализованы в основном в решетке и имеют дискретный спектр энергии зонной структуры, б) состояния с  $E > U_V$  представляют собой волновые функции задачи рассеяния и принадлежат непрерывному спектру энергии. В решетке конечной длины теорема Блоха теряет строгий смысл, но при заданной энергии стационарные волновые функции  $\psi(x)$  и их производные  $\psi'(x) = d\psi/dx$  можно построить методом трансфер-матрицы (оператора трансляции) [10–11]. В нашей модели при  $x = 0$  выполняются граничные условия  $\psi(0) = 0$ ,  $\psi'(0) = A_0$ , где  $A_0$  – постоянная, подлежащая определению из нормировки. В стационарном состоянии электрона с энергией  $E$  его волновая функция внутри  $n$ -й ячейки решетки  $(n-1)d \leq x \leq nd$  имеет вид суммы прямой и отраженной плоских волн с волновым числом  $k = \hbar^{-1} \sqrt{2mE}$ :

$$\psi(x) = A_n e^{ik\tilde{x}} + B_n e^{-ik\tilde{x}},$$

где  $\tilde{x} = x - (n-1)d$  – координата, отсчитанная от левого края ячейки ( $0 \leq \tilde{x} < d$ ). Парциальные амплитуды  $A_n$  и  $B_n$  можно связать с нормировочной постоянной

$$\begin{pmatrix} A_n \\ B_n \end{pmatrix} = L^{-1} M^{n-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} A_0, \quad L^{-1} = \frac{1}{2ik} \begin{pmatrix} ik & 1 \\ ik & -1 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где  $M = M_\Omega M_d$  есть матрица перехода через период решетки,  $M_\Omega$  – матрица перехода через  $\delta$ -барьер, а  $M_d$  – через промежутки между ними:

$$M_{\Omega} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \Omega & 1 \end{pmatrix}, \quad M_d = \begin{pmatrix} \cos kd & \frac{\sin kd}{k} \\ -k \sin kd & \cos kd \end{pmatrix}.$$

Степень матрицы  $M^{n-1}$  с помощью формулы Абеле [11]  $M^{n-1} = U_{n-2}(y) \times M - U_{n-3}(y)I$  выражается через полиномы Чёбышева второго рода  $U_n(y)$  от аргумента

$$y = \frac{1}{2} \text{Sp} M = \cos kd + \frac{\Omega}{2k} \sin kd, \quad \text{Sp} M = M_{11} + M_{22}.$$

Элементы матриц нумеруем двумя индексами снизу. Величина  $y$  есть функция энергии  $y = y(E)$ , значениям  $|y| > 1$  соответствуют запрещенные энергетические зоны, либо поверхностные таммовские состояния. Квазиволновое число  $K$  определяется соотношением

$$Kd = \pm \arccos y + Gd, \quad (4)$$

где  $G = 2\pi l/d$  – произвольный «вектор» одномерной обратной решетки ( $l$  – любое целое число), позволяет привести  $K$  и спектр к первой зоне Бриллюэна. При  $|y| \leq 1$  в полосе пропускания решетки  $y = \cos Kd$ , так что

$$-2 \leq \frac{\Omega}{2k} \sin kd = \cos Kd - \cos kd \leq 2,$$

$$M_{12} = \frac{1}{k} \sin kd, \quad M_{22} = 2 \cos Kd - \cos kd, \quad M_{11} = \cos kd$$

и полиномы Чёбышева можно записать [11] как  $U_n(y) = \sin K(n+1)/\sin Kd$ , а уравнение (4) дает закон дисперсии квазиимпульса  $E = E(K)$ ; при этом из (3) имеем

$$A_n = \frac{1}{2ik} (\Phi_+ e^{iKnd} - \Phi_- e^{-iKnd}) \tilde{A}_0,$$

$$B_n = \frac{1}{2ik} (\Phi_+^* e^{-iKnd} - \Phi_-^* e^{iKnd}) \tilde{A}_0,$$

где  $\Phi_+ = 1 - e^{-i(k+K)d}$ ,  $\Phi_- = 1 - e^{-i(k-K)d}$ ,  $\tilde{A}_0 = A_0/2i \sin Kd$ .

Справа от решетки при  $x > Nd$  решения имеют вид:

а) при  $E < U_V$

$$\psi(x) = \bar{A}_{N+1} e^{-\kappa(x-Nd)}, \quad \kappa = \hbar^{-1} \sqrt{2m(U_V - E)};$$

б) при  $E > U_V$

$$\psi(x) = A_{N+1} e^{ik_0(x-Nd)} + B_{N+1} e^{-ik_0(x-Nd)}, \quad k_0 = \hbar^{-1} \sqrt{2m(E - U_V)}.$$

Из непрерывности  $\psi(x)$  и  $\psi'(x)$  при  $x = Nd$  следует что:

а) при  $E < U_V$  амплитуда  $\bar{A}_{N+1}$  выражается через  $\tilde{A}_0$  как

$$\bar{A}_{N+1} = 2iM_{12} \sin KNd \tilde{A}_0,$$

а дискретные уровни энергии  $E$  являются решениями спектрального уравнения

$$\operatorname{tg} KNd = \frac{\sin Kd}{\cos Kd - (\kappa M_{12} + M_{22})}; \quad (4)$$

б) при  $E > U_V$  амплитуды  $A_{N+1}$ ,  $B_{N+1}$  и  $\tilde{A}_0$  тоже взаимно пропорциональны:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_0 &= \frac{1}{\gamma} B_{N+1} = -\frac{1}{\gamma^*} A_{N+1}, \quad A_{N+1} = r B_{N+1}, \\ \gamma &= \frac{1}{k_0} \sin K(N-1)d - \left( \frac{1}{k_0} M_{22} - i M_{12} \right) \sin KNd, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $r = A_{N+1}/B_{N+1} = -\gamma^*/\gamma$  – амплитуда отражения. В задаче о дифракции (рассеянии) электронов кристаллом заданной считается амплитуда  $B_{N+1} = 1/\sqrt{L}$  проходящей справа волны, через которую следует выразить амплитуду отраженной волны  $A_{N+1}$  и нормировочную амплитуду  $\tilde{A}_0$ , где  $L$  – некая нормировочная длина, связанная с плотностью состояний в непрерывном спектре. В задаче о фотоэмиссии [6–8] мы должны считать заданной амплитуду  $A_{N+1} = 1/\sqrt{L}$  уходящей вправо волны, через которую следует выразить амплитуду проходящей волны  $B_{N+1}$  и амплитуду  $\tilde{A}_0$ .

## 2. Нормировка в дискретном спектре

При  $E < U_V$  волновые функции дискретного спектра нормируем на единицу:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dx &= \sum_{n=1}^N \int_{(n-1)d}^{nd} |\psi(x)|^2 dx + \int_{Nd}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = |\tilde{A}_0|^2 \Sigma = 1. \\ \Sigma &= \frac{2}{k^2} \left( \tilde{C} N - S_N \frac{\sin KNd}{\sin Kd} + \frac{1}{\kappa} \sin^2 kd \sin^2 KNd \right), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\tilde{C} = d(1 - \cos kd \cos Kd) + \frac{\sin kd}{k} (\cos Kd - \cos kd),$$

$$S_N = \left[ d(\cos Kd - \cos kd) + \frac{\sin kd}{k} (1 - \cos kd \cos Kd) \right] \cos KNd.$$

## 3. Матричные элементы

Далее будем говорить о величине  $M_{fi} = (mc/e\hbar A_0) \tilde{M}_{fi}$ , тогда в нашей одномерной модели  $\mathbf{n}\nabla = \partial/\partial x$  и

$$M_{fi} = \int_0^{\infty} \psi_f^*(x) e^{ikx} \psi_i'(x) dx = \sum_{n=1}^N \int_{(n-1)d}^{nd} \psi_f^* e^{ikx} \psi_i' dx + \int_{Nd}^{\infty} \psi_f^* e^{ikx} \psi_i' dx.$$

Начальное состояние  $\psi_i$  будем считать принадлежащим дискретному спектру  $E_i < U_V$ . Конечное состояние  $\psi_f$  может принадлежать: а) дискретному спектру

$E_f < U_V$ , либо б) непрерывному спектру  $E_f > U_V$ . Для этих двух случаев получаем следующие выражения:

I) при  $E_i < E_f < U_V$ ,

$$M_{fi} = \frac{1}{\sqrt{\Sigma_f \Sigma_i}} (M_N + M_I), \quad (7)$$

II) при  $E_i < U_V < E_f$ , в задаче о дифракции электронов

$$M_{fi} = \frac{1}{\sqrt{L \Sigma_i}} \frac{1}{\gamma_f^*} (M_N + M_{II}), \quad (8)$$

а в задаче о фотоэмиссии следует заменить  $\gamma_f^*$  на  $-\gamma_f$ . Индексы  $i$  или  $f$  обозначают величину, вычисляемую соответственно при  $E = E_i$  или  $E = E_f$ . Вклад, связанный с областью, занимаемой решеткой,

$$M_N = c_-(k') S_-(k') + c_-^*(-k') S_-^*(-k') + c_+(k') S_+(k') + c_+^*(-k') S_+^*(-k').$$

Коэффициенты  $c_-(k')$  и  $c_+(k')$  есть интегралы перекрытия волновых функций  $\psi_i$  и  $\psi_f$  внутри элементарной ячейки, они имеют вид суммы четырех слагаемых, образованных комбинациями множителей  $\Phi_{\pm i}$ ,  $\Phi_{\pm f}$ ,  $e^{i(k_i \pm k_f + k')d} - 1$  и  $(k_i \pm k_f + k')^{-1}$ , а через  $S_-(k')$  и  $S_+(k')$  обозначены когерентные решеточные суммы

$$S_-(k') = e^{-ik'd} \sum_{n=1}^N e^{i(K_i - K_f + k')nd} = e^{i \left[ \frac{1}{2}(K_i - K_f + k')(N+1) - k' \right] d} U_{N-1}(y_-(k')),$$

$$S_+(k') = e^{-ik'd} \sum_{n=1}^N e^{i(K_i + K_f + k')nd} = e^{i \left[ \frac{1}{2}(K_i + K_f + k')(N+1) - k' \right] d} U_{N-1}(y_+(k')),$$

в которых аргументы полиномов Чёбышева даются выражениями

$$y_-(k') = \cos \frac{1}{2}(K_i - K_f + k')d, \quad y_+(k') = \cos \frac{1}{2}(K_i + K_f + k')d.$$

В пределах каждой полосы  $|y| \leq 1$  в приведенной зоне  $0 \leq K \leq \pi/d$  полиномы  $U_{N-1}(y)$  имеют  $N-1$  нулей  $y_m^{(N)} = \cos K_m d$ ,  $K_m = m\pi/Nd$ ,  $m = 1, 2, \dots, N-1$ ; вблизи порогов  $K \approx 0$  или  $K \approx \pi/d$  при  $N \gg 1$  максимумы  $|U_{N-1}(y)|$  приблизительно равны,

$$|U_{N-1}(y)| \sim \begin{cases} N, & |y| = 1, \\ N/\Delta v \approx (1-y^2)^{-1/2}, & |y| \approx 1, |y| < 1, \\ 1, & |y| \ll 1, \end{cases}$$

где  $\Delta v \sim m \ll N$  или  $\Delta v \sim N - m \ll N$ ,  $m$  – номера максимумов  $U_{N-1}(y)$ . То есть множители  $S_-$  и  $S_+$  (у них  $K = 0,5(K_i \pm K_f + k')$ ) описывают эффект уве-

личения с ростом  $N$  матричных элементов на переходах вблизи тех энергий, когда  $|y_-| \approx 1$  или  $|y_+| \approx 1$ , т.е. для состояний, приближенно удовлетворяющих закону «сохранения» (2) в областях ширины  $|K_i \pm K_f + k'| \leq (Nd)^{-1}$  («вертикальный» переход в дипольном приближении  $k' \approx 0$ ).

Величины  $M_I$  и  $M_{II}$  есть вклады областей вне решетки, которые, как и последнее слагаемое в (7), связаны с туннельным проникновением частицы энергии  $E < U_V$  в подбарьерную область  $x > Nd$ :

$$M_I = -\frac{4\kappa_i}{k_f k_i (\kappa_i + \kappa_f - ik')} \sin k_f d \sin k_i d \sin K_f Nd \sin K_i Nd ,$$

$$M_{II} = \frac{2i\kappa_i}{k_i} \left( \frac{\gamma_f}{\kappa_i + i(k_0 - k')} - \frac{\gamma_f^*}{\kappa_i - i(k_0 + k')} \right) \sin k_i d \sin K_i Nd .$$

Они не растут с  $N$  и для состояний, приближенно удовлетворяющих «закону сохранения» (2), малы по сравнению с  $M_N$ , их вклад убывает с ростом импульса фотона  $k'$ , но при малом  $k'$  они могут конкурировать с  $M_N$  по величине для переходов, далеких от «вертикальных».

#### 4. Обсуждение основных результатов

Формулы (7) и (8) позволяют оценить влияние разных факторов и произвести численные расчеты. Здесь приведем некоторые результаты в дипольном приближении  $k' = 0$  для решетки с периодом  $d = 0,3$  нм и  $U_V = 40$  эВ. Энергия потолка  $s$ -й разрешенной зоны  $E_{ts} = (\pi\hbar s)^2 / 2md^2 = 4,18s^2$  эВ: ниже уровня  $U_V$  уместаются целиком три зоны с дискретным спектром, при энергиях выше  $U_V$  спектр непрерывный. Варьировались число узлов решетки  $N$  и мощность  $\delta$ -барьеров  $\Omega$ . Пропорционально  $N \gg 1$  растут факторы  $M_N$  (вблизи вертикальных переходов),  $|\gamma_f|$  (5) (в резонансах прозрачности) и  $\Sigma_f, \Sigma_i$  (6), поэтому для переходов между характерными комбинациями точек, лежащих в окрестности середины, дна и потолка нижней и верхней зон имеют место степенные зависимости  $|M_{fi}|^2 \sim N^n$ , где  $n$  – целое или близкое к целому число. Эти закономерности получаются аналитически путем разложения по малому параметру  $\Delta K d \approx \pi \Delta v / N \ll 1$ , где  $\Delta K$  и  $\Delta v$  – расстояния участвующих в переходе состояний в  $K$ -пространстве и по номеру состояния от середины или края зоны. При  $\Omega / k \gg 1$  имеем приближение сильной связи, при  $\Omega / k \ll 1$  – слабой связи, при  $\Omega = 0$  (модель «пустой» решетки) и  $\Omega = \infty$  задача решается аналитически.

**А) Переходы между состояниями ниже вакуумного уровня ( $E_i < E_f < U_V$ ).**

**Межзонные переходы между зонами с номерами разной четности.** На рис. 1 приведен пример рассчитанных по формуле (7) значений матричных элементов для межзонных переходов из середины зоны  $s_i = 1$  в половину состояний зоны  $s_f = 2$  (матричные элементы переходов через один в другую половину состояний зоны чрезвычайно малы, они почти запрещены по пространственной

симметрии). Строго вертикальный переход  $K_f = K_i$  тоже почти запрещен, но в полосе  $|K_f - K_i| \approx 1/Nd$  имеется несколько больших значений  $|M_{fi}|^2$ , которые соответствуют почти «вертикальным» переходам. При изменении  $\Omega$  матричные элементы изменяются немонотонно. При  $\Omega = \infty$  энергетические зоны сжимаются в линии, с уменьшением  $\Omega$  (ослаблением связи электрона) начиная с некоторого порогового значения  $\Omega$  эффект «вертикального» перехода ослабляется вплоть до полного исчезновения при  $\Omega = 0$ . Это связано с появлением минимумов огибающей  $|M_{fi}|^2$ , которые приближаясь к максимумам огибающей  $|M_{fi}|^2$ , уничтожают их.

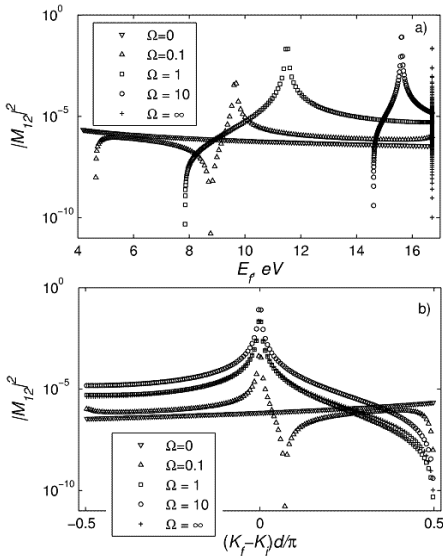


Рис. 1 – Для решетки с  $N = 320$ ,  $d = 0,3$  нм,  $U_N = 40$  эВ матричные элементы для переходов из состояния  $\nu_i = N/2 = 160$  у середины зоны  $s_i = 1$  в состояния зоны  $s_f = 2$ :

a –  $|M_{fi}|^2$  в зависимости от  $E_f$ ; б –  $|M_{fi}|^2$  в зависимости от  $K_f - K_i$ . Значения  $\Omega$  и  $|M_{fi}|^2$  приведены в атомных единицах

Fig. 1 – The matrix elements  $|M_{fi}|^2$  for transitions from the state  $\nu_i = N/2 = 160$  near the middle of zone  $s_i = 1$  to the states of zone  $s_f = 2$  for lattice with  $N = 320$ ,  $d = 0,3$  nm,  $U_N = 40$  eV:

a – the dependence of  $|M_{fi}|^2$  on  $E_f$ ; b – the dependence of  $|M_{fi}|^2$  on  $K_f - K_i$ . The values  $\Omega$  are given in atomic units and values of  $|M_{fi}|^2$  – in squared atomic units

Расчеты при  $N \gg 1$  выявляют степенную зависимость  $|M_{fi}|^2 \sim N^n$ , причем для почти вертикальных переходов  $n = 0$ , для переходов из середины нижней зоны в крайние точки верхней зоны  $n = -2$  (так же как из потолка в середину зоны), а для переходов их из дна в середину зоны  $n = -4$ .

Для межзонных переходов между зонами с номерами одинаковой четности матричные элементы по величине на много порядков меньше (из-за близкой симметрии волновых функций в ячейках), причем они тоже сильно убывают с ростом  $\Omega$ , а эффект увеличения вблизи «вертикальных» переходов исчезает при приближении к потолку зон. Для внутризонных переходов  $|M_{fi}|^2$  не малы и значительно возрастают при  $K_f - K_i \rightarrow 0$ , причем при малых  $\Omega$  их максимальные значения близки значениям, характерным для переходов между почти вырожденными зонами, но с ростом  $\Omega$  значения  $|M_{fi}|^2$  заметно уменьшаются, т. е. в «пустой» решетке внутризонные матричные элементы самые большие.

**Б) Переходы между состоянием ниже вакуумного уровня и состоянием выше вакуумного уровня ( $E_i < U_V < E_f$ ).** Для переходов в состояния непрерывного электронного спектра спектр  $|M_{fi}|^2$  непрерывный с  $N/2$  узкими минимумами такой же резонансной природы в каждой зоне.

**Межзонные переходы между зонами с номерами разной четности.** На рис. 2 приведены рассчитанные по формуле (8) с  $L=1$  значения  $|M_{fi}|^2$  в зависимости от  $K_f - K_i$  для межзонных переходов из трех состояний первой

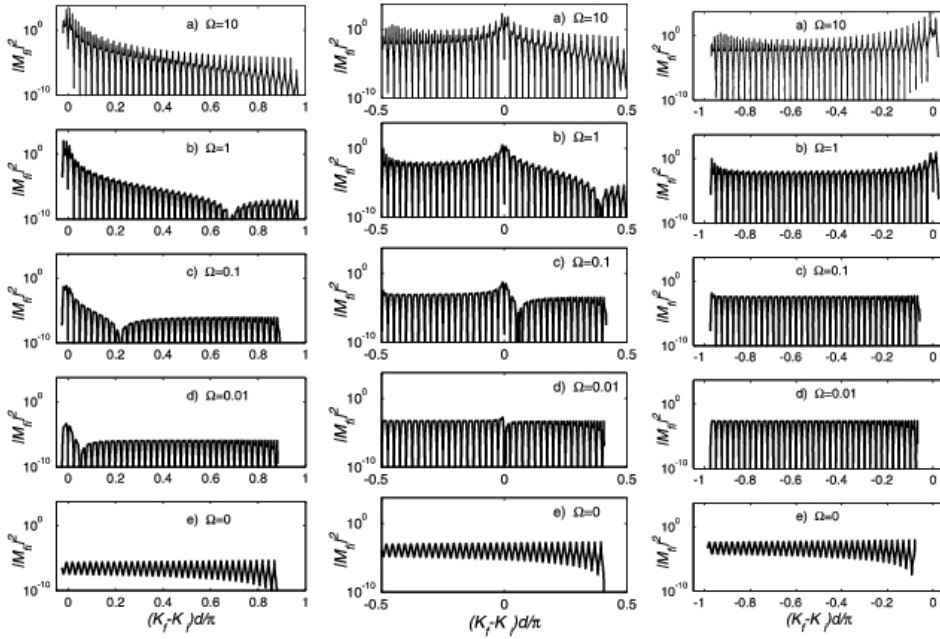


Рис. 2 – Зависимость матричных элементов  $|M_{fi}|^2$  от  $K_f - K_i$  для переходов из состояния  $v_i = 2$  вблизи дна зоны  $s_i = 1$  (левый столбец),  $v_i = N/2 = 40$  вблизи середины зоны  $s_i = 1$  (средний столбец),  $v_i = N - 1 = 79$  вблизи потолка зоны  $s_i = 1$  (правый столбец) в состояния зоны  $s_f = 4$  для решетки с  $N = 80$ ,  $d = 0,3$  нм,  $U_N = 40$  eV

Fig. 2. – The matrix elements  $|M_{fi}|^2$  dependence on  $K_f - K_i$  for transitions from state  $v_i = 2$  near the bottom of zone  $s_i = 1$  (left column),  $v_i = N/2 = 40$  near the middle of zone  $s_i = 1$  (middle column),  $v_i = N - 1 = 79$  near the top of zone  $s_i = 1$  (right column), to states of zone  $s_f = 4$  for lattice with  $N = 80$ ,  $d = 0,3$  nm,  $U_N = 40$  eV

зоны  $s_i = 1$  во все состояния полосы прозрачности  $s_f = 4$  решетки. Эти рисунки демонстрируют заметное влияние фактора проникновения в решетку  $\gamma_f(K_f)$ : с изменением  $K_f$  в зоне Бриллюэна он осциллирует в два раза чаще, чем величина  $M_N$  и может расщепить максимумы матричного элемента, обеспечивая их увеличение на несколько порядков во всей зоне Бриллюэна при энергиях  $E_f$  максимального проникновения падающей волны в решетку. Для почти вертикальных переходов это обеспечивает отличие закономерности возрастания  $|M_{fi}|^2$  от размытой  $\delta$ -функции разности квазиимпульсов, а для сильно невертикальных переходов обеспечивает их конкуренцию с почти вертикальными переходами. Уменьшение параметра связи  $\Omega$  значительно уменьшает  $|M_{fi}|^2$  и

ослабляет эффект «вертикальных» переходов. Для переходов у дна и у середины нижней зоны это происходит за счет сближения максимума и минимума огибающих, а для переходов у потолка нижней зоны – однородным выравниванием по верхней зоне. При  $\Omega = 0$  эффект «вертикальных» переходов исчезает.

Для почти вертикальных переходов в середине зоны Бриллюэна матричные элементы растут с ростом  $N$  по линейному закону с  $n=1$ , а для почти вертикальных переходов на ее краях зависимость значительно более крутая:  $n=3$  (влияние  $\gamma_f(K_f)$ ). Для невертикальных переходов в середину зоны  $|M_{fi}|^2$  убывает с ростом  $N$  по степенному закону с  $n=-1$  или  $n=-3$ . Для переходов между зонами с номерами одной четности эти матричные элементы значительно меньше, чем аналогичные матричные элементы переходов из первой зоны  $s_i=1$  в ту же полосу прозрачности  $s_f=4$  из-за близкой симметрии волновых функций в ячейках зон с номерами одинаковой четности. Однако этот эффект и эффект «вертикальных» переходов заметно слабее, чем при переходах в дискретном спектре.

### Заключение

Таким образом, в кристаллах малого размера понятие вертикальности переходов и правила отбора (2) становятся приближенными, их выполнимость уменьшается при ослаблении связи электронов в атомах кристалла. Матричные элементы  $|M_{fi}|^2$  могут быть достаточно велики для целой группы переходов вблизи условий (2). Для переходов между зонами ниже вакуумного уровня они не растут с длиной решетки, а для переходов из зон ниже вакуумного уровня в зоны выше этого уровня они растут с длиной решетки. В последнем случае важную роль играет амплитуда проникновения в решетку внешней электронной волны, а матричные элементы растут с длиной решетки сильнее, чем предполагает закон размытой  $\delta$ -функции разности квазиимпульсов. Для переходов в середине и у порогов зон зависимость матричных элементов от длины решетки разная.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Phillips J.C. The fundamental optical spectra of solids // Solid State Physics. – 1966. – Vol. 18. – P. 55–164. – doi: 10.1016/S0081-1947(08)60348-3.
2. Fan H.Y. Photon-electron interaction, crystals without fields // Light and Matter Ia / ed. L. Genzel. – Berlin: Springer-Verlag, 1967. – P. 157–233. – (Encyclopedia of physics / ed. S. Flugge; vol. 25/2a).
3. Bassani F., Pastori-Parravicini G. Electronic states and optical transitions in solids. – New York: Pergamon Press, 1975. – 300 p.
4. Fox M. Optical properties of solids. – Oxford: Oxford University Press, 2001.
5. Dressel M., Gruner G. Electrodynamics of solids: optical properties of electrons in matter. – Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
6. Huffner S. Photoelectron spectroscopy: principles and applications. – New York: Springer-Verlag, 2010.
7. Solid-state photoemission and related methods: theory and experiment / ed. by W. Schattke, M.A. Van Hove. – Weinheim: Wiley-VCH, 2003. – 515 p.
8. Набутовский В.М., Пейсахович Ю.Г. Особенности в энергетическом распределении фотоэлектронов // ЖЭТФ. – 1976. – Т. 70, вып. 3. – С. 1081–1091.
9. Corliss C.H., Bozman W.R. Experimental transition probabilities for spectral lines of seventy elements. – Washington, D.C.: National Bureau of Standards, 1962. – (NBS monograph; 53).



10. Peisakhovich Yu.G. The recurrent algorithm of the rigorous solving 1-dimensional wave equations in multilayered media // Journal of Physics A: Mathematical and General. – 1996. – Vol. 29, N 16. – P. 5103–5123.
11. Пейсахович Ю.Г., Штыгашев А.А. Одномерная квантовая механика. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007. – 476 с.

**MATRIX ELEMENTS OF THE ELECTRON-PHOTON INTERACTION  
HAMILTONIAN IN THE ONE-DIMENSIONAL MODEL  
OF THE NANOCRYSTAL FORMED  
BY  $N$  IDENTICAL DELTA-BARRIERS**

**Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A.**

*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation*

Matrix elements of the Hamiltonian of electron-photon interaction between the states of the electron quasi-discrete zone spectrum are included in the expressions which describe frequency dispersion of electromagnetic susceptibilities, permeabilities and conductivities of crystals while matrix elements between the states of the quasi-discrete and continuous spectrum are included in the expressions describing probability and photoemission current or inelastic electron and neutron diffraction on crystals. These values greatly depend on crystal sizes and the electron binding force in the lattice atom. Rigorous analytical expressions of matrix elements of the Hamiltonian for the electron-photon interaction in a finite periodic lattice of  $N$  identical  $\delta$ -barriers are deduced in the paper. The transfer matrix method allows us to introduce the concept of quasi-momentum strictly but the nanocrystal reciprocal space becomes essentially inhomogeneous, i.e. stationary and different not equidistant points of this space in the main Brillouin zone correspond to the stationary resonance states in different allowed zones. The model provides a sufficiently simple energy zone spectrum and analytical expressions for the matrix elements which permit making qualitative and numerical analyses in different important limiting cases, in particular, it allows us to realize high-speed computations for very large  $N$ . The contributions of the regions inside and outside a small crystal are revealed and compared. Numerical calculations of matrix elements are implemented in the dipole approximation for transitions between two stationary states below the vacuum level and between the state below this level and the state above it. We get significantly different dependencies of matrix elements on the lattice length, on the electron binding force in unit cells, and on the vacuum level in these cases for transitions between different points of the Brillouin zone. We demonstrate the formation of the "vertical transition" selection rule with an increase in the lattice length and in the electron binding force.

*Keywords:* transition probability amplitude; oscillator strength; finite length delta barrier lattice; Chebyshev second type polynomial; photoemission.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-4-7-18

REFERENCES

1. Phillips J.C. The fundamental optical spectra of solids. *Solid State Physics*, 1966, vol. 18, pp. 55–164. doi: 10.1016/S0081-1947(08)60348-3
2. Fan H.Y. Photon-electron interaction, crystals without fields. *Light and Matter Ia*. Ed. L. Genzel. Berlin, Springer-Verlag, 1967, pp. 157–233.
3. Bassani F., Pastori-Parravicini G. *Electronic states and optical transitions in solids*. New York, Pergamon Press, 1975. 300 p.
4. Fox M. *Optical properties of solids*. Oxford, Oxford University Press, 2001.
5. Dressel M., Gruner G. *Electrodynamics of solids: optical properties of electrons in matter*. Cambridge, Cambridge University Press, 2003.
6. Huffner S. *Photoelectron spectroscopy: principles and applications*. New York, Springer-Verlag, 2010.
7. Schattke W., Van Hove M.A., eds. *Solid-state photoemission and related methods: theory and experiment*. Weinheim, Wiley-VCH, 2003. 515 p.

8. Nabutovskii V.M., Peisakhovich Yu.G. Singularities in the energy distribution of photoelectrons. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 1976, vol. 43, no. 3, pp. 564–569. Translated from *Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki*, 1976, vol. 70, no. 3, pp. 1081–1091.
9. Corliss C.H., Bozman W.R. *Experimental transition probabilities for spectral lines of seventy elements*. NBS monograph. Vol. 53. Washington, D.C., National Bureau of Standards, 1962.
10. Peisakhovich Yu.G. The recurrent algorithm of the rigorous solving 1-dimensional wave equations in multilayered media. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 1996, vol. 29, no. 16, pp. 5103–5123.
11. Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A. *Odnomernaya kvantovaya mekhanika* [One-dimensional quantum mechanics]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2007. 476 p.

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Пейсахович Юрий Григорьевич** – родился в 1947 году, д-р физ.-мат. наук, доцент, профессор кафедры общей физики Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: физика конденсированного состояния вещества. Опубликовано 72 научные работы. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. Email: peisakhovich@corp.nstu.ru).

**Peisakhovich Yuri Grigorievich** (b. 1947) – Doctor of Science (Phys.&Math.), Associate Professor, Professor at the Department of General Physics in the Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on physics of condensed matter. He is author of 72 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation. Email: peisakhovich@corp.nstu.ru).



**Штыгашев Александр Анатольевич** – родился в 1956 году, д-р физ.-мат. наук, доцент, профессор кафедры общей физики Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: математическое моделирование распространения волн в пространственно-неоднородных средах, квантовые процессы в структурах пониженной размерности. Опубликовано 55 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. Email: shtygashev@corp.nstu.ru).

**Shtygashev Alexander Anatolievich** (b. 1956) – Doctor of Science (Phys.&Math.), Associate Professor, Professor at the Department of General Physics in the Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on mathematical modeling of wave propagation in spatially inhomogeneous media, physics, quantum physics of low-dimensional structures. He is author of 55 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation. Email: shtygashev@corp.nstu.ru).

*Статья поступила 05 октября 2015 г.*

*Received October 05, 2015*

---

#### To Reference:

Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A. Matrichnye elementy Gamil'toniana elektron-fotonnogo vzaimodeistviya v 1-mernoj modeli nanokristalla, obrazovannogo N odinakovymi del'ta-bar'erami [Matrix elements of the electron-photon interaction Hamiltonian in the one-dimensional model of the nanocrystal formed by N identical delta-barriers]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossijskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2015, no. 4 (29), pp. 7–18. doi:

УДК 621.396.96

**МОДЕЛИРОВАНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК  
ШУМОВ КООРДИНАТ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ОБЪЕКТОВ****В.В. Артюшенко, А.В. Киселев, М.А. Степанов***Новосибирский государственный технический университет*

Рассмотрен вопрос имитации отражений от распределенных объектов, включая моделирование шумов координат. Необходимость имитации шумов координат распределенных объектов возникает, например, при полунатурном моделировании систем радиолокационного определения координат и скоростей движения целей на сравнительно малых дальностях. Достоверное моделирование шумов координат должно включать воспроизведение не только плотности распределения вероятностей шумов координат, но и их корреляционной функции. Доказано, что при разделимости пространственных и временной переменных в функциях распределения по объему объекта плотности автокорреляции и взаимной корреляции квадратурных составляющих сигналов элементарных отражателей имитация может быть значительно упрощена. В этих условиях достоверное моделирование шумов координат сводится к обеспечению требуемых параметров плотности распределения вероятностей (математического ожидания отклонения кажущегося центра излучения и «эффективной» ширины распределения) и возбуждения излучателей геометрической модели сигналами с корреляционными функциями, пропорциональными корреляционным функциям эхосигнала от реального распределенного объекта. Полученные результаты могут быть использованы для синтеза математических моделей, применяемых при разработке программно-аппаратных комплексов полунатурного моделирования электромагнитных полей, отраженных от распределенных объектов (например, поверхности земли, атмосферных образований, поверхности моря и др.).

*Ключевые слова:* распределенный объект, полунатурное моделирование, шумы координат, геометрическая модель.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-4-19-27

**Введение**

Неотъемлемым элементом полунатурного моделирования радиоэлектронных систем является имитация отражений от распределенных объектов [1]. Распределенный объект (например, участок земной поверхности) можно рассматривать как совокупность большого числа простейших отражающих элементов, случайным образом расположенных в пространстве. В результате фазовый фронт отраженной электромагнитной волны флуктуирует во времени случайным образом. Вектор противоположный градиенту фазового фронта в точке приема указывает на положение кажущегося центра излучения (КЦИ) распределенного объекта. Поэтому положение КЦИ в текущий момент времени может рассматриваться как случайный процесс (часто это явление называют шумами координат (ШК) распределенного объекта).

Статистические характеристики ШК рассматривались многими отечественными и зарубежными учеными [2–6]. Например, глубокий анализ и систематизация полученных результатов приведены в работе [2].

Традиционно считается, что для описания ШК достаточно использовать плотность распределения вероятностей (ПРВ) и корреляционную функцию мгновенного значения положения КЦИ [2, 3].

ПРВ описывается выражением [2]:

$$W(\Delta\gamma) = \frac{\mu_\gamma}{2(1 + \mu_\gamma^2 \Delta\gamma^2)^{3/2}}, \quad (1)$$

где  $\Delta\gamma = \gamma - m_\gamma$  – отклонения КЦИ по некоторой обобщенной координате  $\gamma$  (т.е. любой из трех:  $x, y, z$ ) от математического ожидания  $m_\gamma$ ;  $\mu_\gamma$  – параметр, определяющий эффективную «ширину» распределения [2]. Таким образом, ПРВ (1) определяется двумя параметрами –  $m_\gamma, \mu_\gamma$ , которые могут быть определены через функцию  $F_r(x, y, z)$ , описывающую распределение по объему объекта плотности интенсивности сигналов элементарных отражателей:

$$m_\gamma = \iiint_{xyz} \gamma F_r(x, y, z) dx dy dz / \sigma_H^2, \quad \mu_\gamma = \sigma_H / \sigma_B, \quad (2)$$

где

$$\sigma_H^2 = \iiint_{xyz} F_r(x, y, z) dx dy dz, \quad \sigma_B^2 = \iiint_{xyz} (\gamma - m_\gamma)^2 F_r(x, y, z) dx dy dz.$$

Корреляционная функция ШК [2]:

$$B_\gamma(\tau) = \frac{a_1(\tau)a_3(\tau)\cos(\eta_1(\tau) - \eta_3(\tau)) - a_2^2(\tau)\cos(2(\eta_1(\tau) - \eta_2(\tau)))}{\mu_\gamma^2 a_1^2(\tau)} \times \quad (3)$$

$$\times \ln\left(1/\sqrt{1 - a_1^2(\tau)}\right) + \frac{a_2^2(\tau)\cos(2(\eta_1(\tau) - \eta_2(\tau)))}{\mu_\gamma^2(1 - a_1^2(\tau))},$$

где

$$a_1(\tau) = \sqrt{r_H^2(\tau) + s_H^2(\tau)}; \quad a_2(\tau) = \sqrt{r_{BH}^2(\tau) + s_{BH}^2(\tau)};$$

$$a_3(\tau) = \sqrt{r_B^2(\tau) + s_B^2(\tau)}; \quad \eta_1(\tau) = \arctg(s_H/r_H);$$

$$\eta_3(\tau) = \arctg(s_B/r_B); \quad \eta_2(\tau) = \arctg(s_{BH}/r_{BH});$$

$$r_H(\tau) = \frac{1}{\sigma_H^2} \iiint_{xyz} F_r(x, y, z, \tau) dx dy dz; \quad (4)$$

$$s_H(\tau) = \frac{1}{\sigma_H^2} \iiint_{xyz} F_s(x, y, z, \tau) dx dy dz; \quad (5)$$

$$r_B(\tau) = \frac{1}{\sigma_B^2} \iiint_{xyz} (\gamma - m_\gamma)^2 F_r(x, y, z, \tau) dx dy dz; \quad (6)$$

$$s_B(\tau) = \frac{1}{\sigma_B^2} \iiint_{xyz} (\gamma - m_\gamma)^2 F_s(x, y, z, \tau) dx dy dz; \quad (7)$$

$$r_{BH}(\tau) = \frac{1}{\sigma_B \sigma_H} \iiint_{xyz} (\gamma - m_\gamma) F_r(x, y, z, \tau) dx dy dz ; \quad (8)$$

$$s_{BH}(\tau) = \frac{1}{\sigma_B \sigma_H} \iiint_{xyz} (\gamma - m_\gamma) F_s(x, y, z, \tau) dx dy dz , \quad (9)$$

$F_r(x, y, z, \tau)$ ,  $F_s(x, y, z, \tau)$  – соответственно функции распределения по объему плотности автокорреляции и взаимной корреляции квадратурных составляющих сигналов элементарных отражателей ( $F_r(x, y, z, 0) = F_r(x, y, z)$ , а  $F_s(x, y, z, 0) = 0$ ). Данные функции определяют автокорреляционную и взаимно корреляционную функцию квадратурных составляющих сигнала, отраженного от элементарного отражателя, находящегося в точке с координатами  $(x, y, z)$ .

Функции  $r_H(\tau)$ ,  $s_H(\tau)$ ,  $r_B(\tau)$ ,  $s_B(\tau)$ ,  $r_{BH}(\tau)$ ,  $s_{BH}(\tau)$ , определяемые выражениями (4)–(9), являются коэффициентами корреляции и зависят от физической структуры распределенного объекта и характера его движения [2].

Особой интерес и перспективу для имитации ШК при полунатурном моделировании представляют так называемые геометрические модели [7–11]. При этом объект замещается набором независимых точечных излучателей, расположенных в пространстве в соответствии с геометрической конфигурацией объекта. Однако на практике невозможно реализовать замещение объекта многоточечной структурой, поэтому приходится ограничиваться несколькими точечными излучателями. В частности, довольно широко описана двухточечная модель, состоящая из двух излучателей, к которым подводятся некоррелированные узкополосные случайные процессы [2, 4, 7–8]. Изменяя мощность сигналов излучателей и расстояние между ними, можно обеспечить флуктуации КЦИ в соответствии с распределением (1). Разработана также трехточечная геометрическая модель с неэквидистантным расположением излучателей, позволяющая независимо управлять параметрами  $m_\gamma$  и  $\mu_\gamma$  [7]. В целом вопрос моделирования ШК с точностью до функции распределения освещен достаточно полно. Вместе с тем моделированию корреляционных характеристик ШК уделено крайне мало внимания.

Ниже рассмотрено моделирование корреляционных характеристик ШК в случае, когда функции  $F_r(x, y, z, \tau)$  и  $F_s(x, y, z, \tau)$  допускают разделимость пространственной и временной переменных. Доказано, что при этом достаточно обеспечить требуемые параметры распределения (1) и подводить к излучателям модели сигналы с корреляционными функциями, с точностью до постоянного множителя совпадающие с корреляционными функциями эхосигнала от замещаемого объекта.

### 1. Постановка задачи

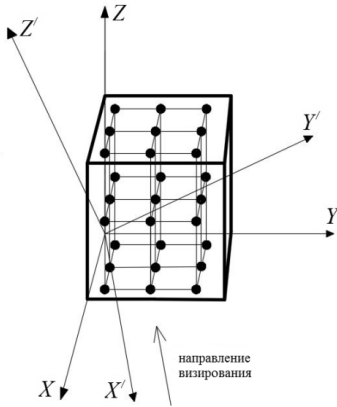
Рассмотрим геометрическую модель объекта, содержащую  $N$  излучающих точек, некоторым образом расположенных в пространстве (см. рисунок).

Очевидно, что достоверная имитация шумов координат реального распределенного объекта достигается при равенстве параметров распределения (1) и корреляционной функции (3) для модели (см. рисунок) и объекта. По сути, необходимо обеспечить равенство параметров  $m_\gamma$ ,  $\mu_\gamma$ ,  $r_H(\tau)$ ,  $s_H(\tau)$ ,  $r_B(\tau)$ ,  $s_B(\tau)$ ,  $r_{BH}(\tau)$ ,  $s_{BH}(\tau)$  для модели и объекта. Тогда условия достоверной имитации ШК можно записать в виде:

$$m_{\gamma\Sigma} = m_{\gamma\infty}; \mu_{\gamma\Sigma} = \mu_{\gamma\infty}; \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N R_i(\tau) &= \sigma_{H\infty}^2 r_{H\infty}(\tau); \quad \sum_{i=1}^N S_i(\tau) = \sigma_{H\infty}^2 s_{H\infty}(\tau); \\ \sum_{i=1}^N (\gamma_i - m_{\gamma}) R_i(\tau) &= \sigma_{B\infty} \sigma_{H\infty} r_{BH\infty}(\tau); \quad \sum_{i=1}^N (\gamma_i - m_{\gamma}) S_i(\tau) = \sigma_{B\infty} \sigma_{H\infty} s_{BH\infty}(\tau); \\ \sum_{i=1}^N (\gamma_i - m_{\gamma})^2 R_i(\tau) &= \sigma_{B\infty}^2 r_{B\infty}(\tau); \quad \sum_{i=1}^N (\gamma_i - m_{\gamma})^2 S_i(\tau) = \sigma_{B\infty}^2 s_{B\infty}(\tau), \end{aligned}$$

где  $R_i(\tau)$  и  $S_i(\tau)$  – соответственно автокорреляционные и взаимно корреляционные функции квадратур сигнала, поступающего на  $i$ -й излучатель геометрической модели; индексы « $\Sigma$ » и « $\infty$ » здесь и далее означают принадлежность параметра к модели или объекту соответственно.



$N$ -точечная модель трехмерного отражающего объекта

The  $N$ -point model of a three-dimensional reflective object

Пусть визирование объекта ведется вдоль оси  $X'$  системы координат  $X'Y'Z'$ . В этой системе координат имеем  $F_{r\infty}(x', y', z', \tau)$  и  $F_{s\infty}(x', y', z', \tau)$ , пересчитанные из  $F_{r\infty}(x, y, z, \tau)$  и  $F_{s\infty}(x, y, z, \tau)$ . Предположим, что эти функции допускают разделение пространственных и временной переменных:

$$F_{r\infty}(x', y', z', \tau) = F_{r\infty}(x', y', z') r_{\infty}(\tau), \quad (11)$$

$$F_{s\infty}(x', y', z', \tau) = F_{s\infty}(x', y', z') s_{\infty}(\tau),$$

где  $r_{\infty}(\tau)$  – коэффициент корреляции одноименных квадратурных компонент комплексной огибающей сигнала, отраженного от объекта;  $s_{\infty}(\tau)$  – коэффициент корреляции разноименных квадратурных компонент комплексной огибающей сигнала, отраженного от объекта.

Докажем, что при выполнении условий (11) достоверное моделирование корреляционных характеристик ШК обеспечивается, если получены требуемые параметры распределения (1), а к излучателям модели подведены сигналы с корреляционными функциями, с точностью до постоянного множителя совпадающими с корреляционными функциями эхосигнала от замещаемого объекта.

## 2. Доказательство

Предположим, что для модели (см. рисунок) выполняется следующее:

$$m_{\gamma\Sigma} = m_{\gamma\infty}, \mu_{\gamma\Sigma} = \mu_{\gamma\infty}.$$

При разделимости переменных в функциях  $F_{r\infty}(x', y', z', \tau)$  и  $F_{s\infty}(x', y', z', \tau)$  выражения для коэффициентов (4)–(9) приобретают вид

$$r_{H\infty}(\tau) = r_{\infty}(\tau) \underbrace{\frac{1}{\sigma_{H\infty}^2} \int \int \int F_{r\infty}(x', y', z') dx' dy' dz'}_{\sigma_{H\infty}^2}; \quad (12)$$

$$s_{H\infty}(\tau) = s_{\infty}(\tau) \underbrace{\frac{1}{\sigma_{H\infty}^2} \int \int \int F_{r_{\infty}}(x', y', z') dx' dy' dz'}_{\sigma_{H\infty}^2}; \quad (13)$$

$$r_{B\infty}(\tau) = r_{\infty}(\tau) \underbrace{\frac{1}{\sigma_{B\infty}^2} \int \int \int (x' - m_{x'})^2 F_{r_{\infty}}(x', y', z') dx' dy' dz'}_{\sigma_{B\infty}^2}; \quad (14)$$

$$s_{B\infty}(\tau) = s_{\infty}(\tau) \underbrace{\frac{1}{\sigma_{B\infty}^2} \int \int \int (x' - m_{x'})^2 F_{r_{\infty}}(x', y', z') dx' dy' dz'}_{\sigma_{B\infty}^2}; \quad (15)$$

$$r_{BH\infty}(\tau) = \frac{r_{\infty}(\tau)}{\sigma_{B\infty} \sigma_{H\infty}} \underbrace{\int \int \int (x' - m_{x'}) F_{r_{\infty}}(x', y', z') dx' dy' dz'}_{=0} = 0; \quad (16)$$

$$s_{BH\infty}(\tau) = \frac{s_{\infty}(\tau)}{\sigma_{B\infty} \sigma_{H\infty}} \underbrace{\int \int \int (x' - m_{x'}) F_{s_{\infty}}(x', y', z') dx' dy' dz'}_{=0} = 0. \quad (17)$$

Равенство нулю отмеченных множителей в выражениях (16) – (17) вытекает из определения параметра  $m_{\gamma}$  (2).

Сокращая в выражениях (12)–(17) одноименные параметры, получим:

$$r_{H\infty}(\tau) = r_{\infty}(\tau); \quad s_{H\infty}(\tau) = s_{\infty}(\tau); \quad (18)$$

$$r_{B\infty}(\tau) = r_{\infty}(\tau); \quad s_{B\infty}(\tau) = s_{\infty}(\tau); \quad r_{BH\infty}(\tau) = s_{BH\infty}(\tau) = 0.$$

Перепишем условия адекватного моделирования шумов координат (10), касающиеся спектрально-корреляционных характеристик, с учетом (18):

$$\sum_{i=1}^N R_i(\tau) = \sigma_{H\infty}^2 r_{\infty}(\tau), \quad \sum_{i=1}^N S_i(\tau) = \sigma_{H\infty}^2 s_{\infty}(\tau), \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^N (\gamma_i - m_{\gamma\infty}) R_i(\tau) = 0, \quad \sum_{i=1}^N (\gamma_i - m_{\gamma\infty}) S_i(\tau) = 0,$$

$$\sum_{i=1}^N (\gamma_i - m_{\gamma\infty})^2 R_i(\tau) = \sigma_{B\infty}^2 r_{\infty}(\tau), \quad \sum_{i=1}^N (\gamma_i - m_{\gamma\infty})^2 S_i(\tau) = \sigma_{B\infty}^2 s_{\infty}(\tau).$$

Пусть к излучателям модели (см. рисунок) подводятся сигналы с корреляционными функциями квадратурных составляющих вида

$$R_i(\tau) = \sigma_i^2 r_{\infty}(\tau), \quad S_i(\tau) = \sigma_i^2 s_{\infty}(\tau). \quad (20)$$

При этом мощности сигналов, подводимых к излучателям, выбраны таким образом, что

$$\sum_{i=1}^N \sigma_i^2 = \sigma_{H\infty}^2.$$

В этом случае условия адекватного моделирования ШК (19) можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 r_\infty(\tau) &= \sigma_{H\infty}^2 r_\infty(\tau), \quad \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 s_\infty(\tau) = \sigma_{H\infty}^2 s_\infty(\tau), \\ \sum_{i=1}^N (\gamma_i - m_{\gamma\infty}) \sigma_i^2 r_\infty(\tau) &= 0, \quad \sum_{i=1}^N (\gamma_i - m_{\gamma\infty}) \sigma_i^2 s_\infty(\tau) = 0, \\ \sum_{i=1}^N (\gamma_i - m_{\gamma\infty})^2 \sigma_i^2 r_\infty(\tau) &= \sigma_{B\infty}^2 r_\infty(\tau), \quad \sum_{i=1}^N (\gamma_i - m_{\gamma\infty})^2 \sigma_i^2 s_\infty(\tau) = \sigma_{B\infty}^2 s_\infty(\tau). \end{aligned} \quad (21)$$

Сокращая в полученных выражениях (21)  $r_\infty(\tau)$  и  $s_\infty(\tau)$  и учитывая, что  $r_\infty(\tau) \neq 0$ ,  $s_\infty(\tau) \neq 0$ , получаем:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 &= \sigma_{H\infty}^2, \\ \sum_{i=1}^N (\gamma_i - m_{\gamma\infty}) \sigma_i^2 &= 0, \\ \sum_{i=1}^N (\gamma_i - m_{\gamma\infty})^2 \sigma_i^2 &= \sigma_{B\infty}^2. \end{aligned} \quad (22)$$

Полученные уравнения (22) содержат только мощности сигналов и координаты излучателей. По сути, они определяют условия, при выполнении которых обеспечивается равенство параметров распределения ШК  $m_\gamma$  и  $\mu_\gamma$  для модели и объекта, т.е. достоверное моделирование ПРВ ШК. При этом моделирование корреляционных характеристик ШК обеспечивается за счет того, что к излучающим точкам модели подводятся сигналы с автокорреляционной и взаимно корреляционной функциями квадратурных составляющих вида (20).

Предлагаемый подход к имитации отражений от распределенных объектов не зависит от типа зондирующего сигнала и может быть применен, в частности, при моделировании отражения от земной поверхности широкополосного зондирующего сигнала. При этом сигналы, подаваемые на излучатели, представляют собой излученный зондирующий сигнал с наложенными на него доплеровскими флуктуациями.

### Заключение

Таким образом, при разделимости пространственной и временной переменных в функциях  $F_r(x, y, z, \tau)$  и  $F_s(x, y, z, \tau)$  распределенного объекта достоверная имитация характеристик ШК сводится к обеспечению равенства параметров ПРВ для модели и объекта. При этом на излучатели геометрической модели необходимо подавать сигналы с корреляционными функциями, пропорциональными корреляционным функциям эхосигнала от замещаемого объекта.



## ЛИТЕРАТУРА

1. Вопросы реализации имитатора входных сигналов систем ближней радиолокации для полунатурного моделирования помех от подстилающей поверхности / К.А. Антонов, В.О. Григорьев, В.Б. Сучков, М.Г. Фабричный // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия: Приборостроение. – 2006. – № 4. – С. 45–59.
2. **Островитянов Р.В., Басалов Ф.А.** Статистическая теория радиолокации протяженных целей. – М.: Радио и связь, 1982. – 232 с.
3. **Skolnik M.I.** Radar handbook. – 3<sup>rd</sup> ed. – New York: McGraw Hill, 2008. – 1352 p.
4. **Островитянов Р.В., Басалов Ф.А.** Статистические характеристики больших выбросов углового шума // Радиотехника и электроника. – 1974. – Т. 19, № 2. – С. 431–432.
5. **Делано Р.** Теория «мерцания» цели и угловые ошибки при радиолокационном сопровождении // Вопросы радиолокационной техники. – 1954. – № 1. – С. 108–119.
6. **Губонин Н.С.** Флюктуации фазового фронта волны, отраженной от сложной цели // Радиотехника и электроника. – 1965. – Т. 11, № 5. – С. 844–852.
7. **Никулин А.В., Степанов М.А.** Замещение распределенного объекта трехточечной геометрической моделью // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Радиолокационная техника (РЛТ). – 2014. – № 2. – С. 77–85.
8. **Киселев А.В., Никулин А.В., Тырыкин С.В.** Малоточечная модель протяженного отражающего объекта // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2014. – № 4 (25). – С. 79–89. – doi: 10.17212/1727-2769-2014-4-79-89.
9. **Артюшенко В.В., Киселев А.В.** Геометрическая модель двумерных отражающих объектов // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Общетехническая (ОТ). – 2015. – № 3. – С. 44–51.
10. **Artyushenko V.V., Kiselev A.V.** The geometric model of two-dimensional reflective objects // Proceedings of 16th International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices (EDM–2015), Altai, Erlagol, 29 June – 3 July 2015. – Novosibirsk: NSTU Publ.: IEEE, 2015. – P. 107–109. – doi: 10.1109.EDM.2015.7184500.
11. **Артюшенко В.В., Киселев А.В., Степанов М.А.** Задание отражающих свойств распределенных объектов в терминах шумов координат // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2015. – № 3 (28). – С. 18–29. – doi: 10.17212/1727-2769-2015-3-18-29.

**MODELING OF CORRELATION CHARACTERISTICS OF  
DISTRIBUTED OBJECT ANGLE NOISES****Artyushenko V.V., Kiselev A.V., Stepanov M.A.***Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation*

The simulation of reflections from distributed objects including modeling of angle noises is considered. The simulation of distributed object angle noises is implemented, for instance, for a semi-realistic simulation of radar systems for determining coordinates and velocities of target motion at relatively small ranges. A reliable simulation should include the reproduction of not only the density of angle noise probability distribution but also its correlation function. It is proved that with the separability of spatial and time variables in distribution functions by the volume of the object autocorrelation function and cross-correlation of signal quadrature components of elementary reflectors, the simulation can be significantly simplified. Under these conditions the validated simulation of angle noises is to ensure the required parameters of the probability distribution density (mathematical expectations of the apparent radiation center deviation and an “effective” distribution width) and the excitation of geometric model radiators by signals with correlation functions proportional to the correlation functions of the echo from a real distributed object. These results can be used for the synthesis of mathematical models used for developing hardware-software systems for the semi-realistic simulation of electromagnetic fields reflected from distributed objects e.g. the ground surface, atmospheric inhomogeneities, the sea surface, etc.

*Keywords:* Surface-distributed object; semi-realistic simulation; angle noise; geometric model.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-4-19-27

## REFERENCES

1. Antonov K.A., Grigor'ev V.O., Suchkov V.B., Fabrichnyi M.G. Voprosy realizatsii imitatora vkhodnykh signalov sistem blizhnei radiolokatsii dlya polunaturnogo modelirovaniya pomekh ot podstilayushchei poverkhnosti [Problems of implementation of the input signal imitator of short-range radar systems for quasi full-scale modeling of underlying surface interference]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seriya "Priborostroenie" – Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series "Instrument Engineering"*, 2006, no. 4, pp. 45–59.
2. Ostrovityanov R.V., Basalov F.A. *Statisticheskaya teoriya radiolokatsii protyazhennykh tselei* [Statistical theory of extended objectives radar]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1982. 232 p.
3. Skolnik M.I. *Radar handbook*. 3<sup>rd</sup> ed. New York, McGraw Hill, 2008. 1352 p.
4. Ostrovityanov R.V., Basalov F.A. Statisticheskie kharakteristiki bol'shikh vybrosov uglovogo shuma [Statistical characteristics of large overshoot of angle noise]. *Radiotekhnika i elektronika – Journal of Communications Technology and Electronics*, 1974, vol. 19, no. 2, pp. 431–432. (In Russian)
5. Delano R. Teoriya "mertsaniya" tseli i uglovye oshibki pri radiolokatsionnom soprovozhdenii [Theory of glitter and angular errors during the radar tracking]. *Voprosy radiolokatsionnoi tekhniki – Problems of radar engineering*, 1954, no. 1 (19), pp. 108–119. (In Russian)
6. Gubonin N.S. Flyuktuatsii fazovogo fronta volny, otrazhennoi ot slozhnoi tseli [Fluctuations of phase front of a wave reflected from complex target]. *Radiotekhnika i elektronika – Journal of Communications Technology and Electronics*, 1965, vol. 11, no. 5, pp. 844–852. (In Russian)
7. Nikulin A.V., Stepanov M.A. Zameshchenie raspredelennogo ob"ekta trekhtocheynoi geometricheskoi model'iu [The substitution of a distributed radar object for a three-point model]. *Voprosy radioelektroniki. Seriya: Radiolokatsionnaya tekhnika (RLT) – Problems of electronics. A radar technology series (RLT)*, 2014, no. 2, pp. 77–85.
8. Kiselev A.V., Nikulin A.V., Tyrykin S.V. Malotochehnaya model' protyazhennogo otrazhayushchego ob"ekta [Model of an extended reflecting object consisting of a small number of points]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2014, no. 4 (25), pp. 79–89. doi: 10.17212/1727-2769-2014-4-79-89
9. Artyushenko V.V., Kiselev A.V. Geometricheskaya model' dvumernykh otrazhayushchikh ob"ektov [The geometric model of two-dimensional reflective objects]. *Voprosy radioelektroniki. Seriya: Obshchetekhnicheskaya (OT) – Problems of electronics. General Engineering series*, 2015, no. 3, pp. 44–51.
10. Artyushenko V.V., Kiselev A.V. The geometric model of two-dimensional reflective objects. *Proceedings of 16th International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices (EDM–2015)*, Altai, Erlagol, 29 June – 3 July 2015. Novosibirsk, NSTU Publ., IEEE, 2015, pp. 107–109. doi: 10.1109.EDM.2015.7184500
11. Artyushenko V.V., Kiselev A.V., Stepanov M.A. Zadanie otrazhayushchikh svoystv raspredelennykh ob"ektov v terminakh shumov koordinat [Definition of reflective properties of distributed objects in terms of angle noise]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2015, no. 3 (28), pp. 18–29. doi: 10.17212/1727-2769-2015-3-18-29

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Артюшенко Вадим Валерьевич** – родился в 1992 году, аспирант кафедры радиоприемных и радиопередающих устройств Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: имитация радиотехнических сигналов. Опубликовано 7 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Email: artushenkmail@mail.ru).

**Artyushenko Vadim Valeryevich** (b. 1992) – a postgraduate student at the Department of Radio receiving and Radio transmitting Devices, Novosibirsk

State Technical University. His research interests are currently focused on radio signal simulation. He is author of 7 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation, Email: artushenkomail@mail.ru).



**Киселев Алексей Васильевич** – родился в 1958 году, д-р техн. наук, профессор кафедры радиоприемных и радиопередающих устройств Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: имитационное моделирование сложной радиоэлектронной обстановки, радиолокация, радиосвязь. Имеет более 150 публикаций. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, E-mail: nil\_rtu@ngs.ru).

**Kiselev Alexey Vasilevich** (b. 1958) – Doctor of Science (Eng.), a professor at the Department of Radio receiving and Radio transmitting Devices, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on simulation of complex electronic environment, radar detecting and ranging, and radio communication. He is author more 150 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation, Email: nil\_rtu@ngs.ru).



**Степанов Максим Андреевич** – родился в 1982 году, канд. техн. наук, доцент кафедры радиоприемных и радиопередающих устройств Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: имитационное моделирование сложной радиоэлектронной обстановки, радиолокация, радиосвязь. Опубликовано более 30 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Email: m.stepanov@corp.nstu.ru).

**Stepanov Maksim Andreevich** (b. 1982) – Candidate of Science (Eng.), Associate Professor at the Department of Radio receiving and Radio transmitting Devices in the Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on simulation of complex electronic environment, radar detecting and ranging, and radio communication. He is author more 30 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation. Email: m.stepanov@corp.nstu.ru).

*Статья поступила 09 октября 2015 г.  
Received October 09, 2015*

---

To Reference:

Artyushenko V.V., Kiselev A.V., Stepanov M.A. Modelirovanie korrelyatsionnykh kharakteristik шумов koordinat raspredelennykh ob"ektov [Modeling of correlation characteristics of distributed object angle noises]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2015, no. 4 (29), pp. 19–27. doi:

УДК 536.777: 669.018.25

**ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ СОВМЕСТИМОСТЬ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ  
С МАТРИЦЕЙ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ****В.А. Быстров, О.Г. Трегубова***Сибирский государственный индустриальный университет*

Для упрочнения деталей, работающих при высокотемпературных видах износа, широко применяются композиционные материалы (КМ) на основе тугоплавких твердых частиц. В качестве твердых частиц используются карбиды переходных металлов IV–VI гр. А, определяющие физику высокотемпературного износа. Следовательно, в работе необходимо исследовать комплекс физико-химических свойств КМ, удовлетворяющих условиям высокотемпературного износа: теплофизические и энергетические характеристики карбидов; условия разупрочнения карбидов металлов при повышенных температурах; предельную растворимость высших карбидов IV–VI групп в металлах-связках. С помощью физических методов лазерной интерферометрии, рентгеноструктурного, дислокационного и энергетического анализов исследованы и разработаны наиболее эффективные пути повышения износостойкости деталей, упрочненных новыми КМ на основе спеченных твердых сплавов при высокотемпературном износе. Для этих целей использован спеченный твердый сплав типа ТН 20 на основе TiC, имеющий кольцевую структуру, предотвращающую образование сложнлегированных фаз на границе раздела твердая частица – матрица. Благодаря минимальной растворимости спеченного твердого сплава типа ТН 20 в матрице на поверхности раздела твердая частица – матрица практически не образуются сложнлегированные структурные фазы, вызывающие охрупчивание и приводящие к росту остаточных термических деформаций. Вследствие этого новые КМ на основе спеченных твердых частиц типа ТН 20 рекомендованы для упрочнения деталей, работающих при высокотемпературных видах абразивного износа.

*Ключевые слова:* термодинамическая совместимость, рентгеноструктурный анализ, лазерная интерферометрия, композиционный материал, твердые частицы.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-4-28-41

**Введение**

В работах [1–3] под КМ, упрочненными частицами, подразумевают системы, имеющие более чем 30 % по объему твердой упрочняющей дисперсной фазы и не включающиеся в класс дисперсно-упрочненных металлов, которые имеют значительно меньшую объемную долю и размер дисперсной фазы. Поскольку КМ, упрочненные твердыми частицами, не являются гомогенными, то их свойства чувствительны не только к свойствам компонентов, но и к свойствам поверхностей разделов твердая частица – матрица и геометрии распределения твердых частиц в матрице КМ. Прочность при высоких температурах и износостойкость КМ, упрочненных твердыми частицами, напрямую зависит от физических факторов: размера частиц, расстояния между ними, протяженности зоны сплавления, теплофизических свойств сплава-связки (матрицы) и твердых частиц, а также объемной доли упрочняющей фазы. В качестве износостойкой твердой составляющей применяют карбиды переходных металлов IV–VI гр. А, свойства которых приведены в таблице.

На примере КМ можно изучить типы физико-химического взаимодействия между армирующими частицами и матрицей. К.И. Портной предлагает три класса КМ в зависимости от типа физико-химического взаимодействия [1]:

1 – композиции, в которых компоненты практически нерастворимы и не вступают в химические реакции, что затрудняет получение износостойких КМ;

2 – композиции, в которых волокна (твердые частицы) и матрица растворимы, но не образуют побочных продуктов взаимодействия, например интерметаллических соединений, что благоприятно сказывается на жаропрочности КМ;

3 – композиции, в которых на поверхности раздела образуются продукты химического взаимодействия, вызывая охрупчивание и снижение износостойкости.

Эта классификация основана на термодинамической совместимости или несовместимости волокон (твердых частиц) и металлической матрицы в КМ.

**Предельная растворимость металлов IV–VI групп А (числитель)  
и их карбидов (знаменатель) в металлах группы железа**

**Maximum solubility of metals of the IV–VI groups A (numerator)  
and their carbides (denominator) in metals iron group**

Карбидо-образующие металлы, Me'	Предельная растворимость, % (мол.), в металле Me'			Размерный фактор, %			–ΔH <sub>298</sub> , кДж/моль	Угол смачивания, θ, град		
	Связующие металлы группы железа							Fe	Co	Ni
	Fe	Co	Ni	Fe	Co	Ni				
Ti	<u>9,86</u> 1,1	<u>13,00</u> 2,0	<u>15,00</u> 5,4	15,9	16,8	17,7	184,0	23	25	28
V	<u>34,00</u> 5,0	<u>35,20</u> 10,0	<u>43,00</u> 11,6	6,4	7,2	8,1	126,2	17	13	20
Nb	<u>2,75</u> 2,0	<u>5,00</u> 1,0	<u>13,50</u> 3,3	15,9	16,8	17,7	168,3	18	14	25
Cr	<u>47,00</u> 11,9	<u>41,00</u> 18,2	<u>50,00</u> 18,2	2,0	2,4	3,6	87,8	0	0	0
Mo	<u>29,00</u> 4,1	<u>18,50</u> 8,0	<u>27,00</u> 7,0	10,3	11,2	12,0	17,5	0	0	0
W	<u>13,00</u> 4,1	<u>17,50</u> 6,0	<u>17,50</u> 9,5	11,1	12,0	12,9	35,2	0	0	0

*Примечание.* **Размерный фактор:** для определения относительной разницы в размерах металлических атомов взяты наименьшие расстояния между ними в элементарной кристаллической ячейке; через ΔH<sub>298</sub> обозначена энергия образования карбидов Me'C.

Как показал Д.М. Карпинос [2], в упрочняющих КМ с твердыми износостойкими частицами действуют те же физические законы взаимодействия, иногда даже в большей степени, поскольку наплавка таких материалов – в основном высокотемпературный процесс, при котором твердые частицы сравнительно длительное время контактируют с жидким сплавом-связкой. В результате взаимодействия между твердой частицей и матрицей образуется поверхность раздела, представляющая собой продукты реакции. В монографии [3] А. Меткалф дает определение: «*Поверхность раздела представляет собой область с существенно измененным химическим составом, в которой осуществляется связь между составляющими композиционной структуры и обеспечивается передача нагрузки между ними*».

**Задача.** Используя современные методы физического исследования: рентгеноструктурный и микрорентгеноспектральный анализы, метод лазерной интерферометрии (спекл-фотографии), высокотемпературный металлографический анализ, разработать новые эффективные КМ на основе спеченных твердых сплавов, повышенной износостойкости при высокотемпературном газоабразивном износе.

## 1. Термодинамическая совместимость твердых частиц с матрицей КМ

**Термодинамическая совместимость** – способность матрицы и твердых частиц находиться в состоянии термодинамического равновесия неограниченное время при температурах получения и эксплуатации. Термодинамически совместимо в изотермических условиях ограниченное число КМ, состоящих из компонентов, практически нерастворимых друг в друге в широком интервале температур (например, Cu – WC). Большинство КМ состоит из термодинамически несовместимых компонентов, для которых из диаграмм состояния можно определить только возможные фазовые равновесия и направленность реакций [5–10].

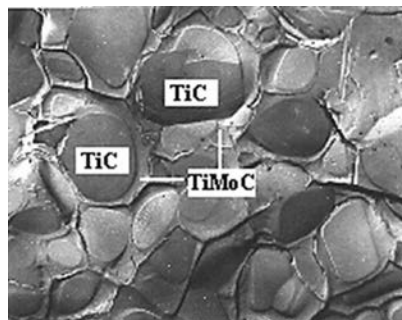
**Кинетическая совместимость** – способность компонентов КМ находиться в состоянии метастабильного равновесия, контролируемого такими факторами, как адсорбция, скорость диффузии, скорость химической реакции и т. п. Термодинамически несовместимые составляющие КМ в определенных температурно-временных интервалах могут быть совместимы кинетически и достаточно надежно работать при высокотемпературном износе. Наряду с химической совместимостью важно обеспечить механическую совместимость компонентов КМ, т. е. соответствие их упругих постоянных, коэффициент термического равновесия и показателей пластичности, позволяющее достичь прочности связи, необходимой для эффективной передачи напряжений через поверхность раздела.

С физико-химической точки зрения **поверхность раздела в КМ** имеет конечную толщину и представляет собой область, в которой происходят процессы адсорбции и сегрегации примесей, образования, растворения и роста новых фаз. В композициях второго и третьего классов необходимо различать уже две геометрические поверхности: одна из них является внешней поверхностью между матрицей и продуктом взаимодействия, а другая – внутренней границей между продуктом взаимодействия и твердой частицей. В соответствии с этим прочность КМ определяется еще и временным сопротивлением растяжению зоны продуктов реакции, временным сопротивлением растяжению внешней и внутренней поверхностей, а также сдвиговой прочностью этих поверхностей. В связи с этим различают следующие типы связи поверхностей раздела: **механическая связь** возникает в не взаимодействующих системах 1-го класса в результате чисто механического сцепления между матрицей и твердыми частицами; **связь, обусловленная смачиванием и растворением**, характеризуется краевым углом, или углом смачивания,  $\Theta < 90$  град., при этом происходит незначительное растворение твердых частиц в матрице без образования сложномолекулярных соединений; **связь, возникающая в результате химических реакций**, характеризуется образованием продуктов взаимодействия, такой тип связи наиболее распространен в композициях 3-го класса. Важная роль в образовании связей, основанных на химических реакциях с выделением продуктов взаимодействия, принадлежит степени растворимости твердых частиц в матрице. В таблице и далее в тексте **Me'** – это карбидообразующие металлы IV–VI групп А (Ti, V, Nb, Cr, Mo, W), **Me''** – это металлы группы железа (Fe, Co, Ni) [3, 5–8].

**Жаропрочность КМ** определяется структурными факторами, состоянием поверхности раздела, энергией активации и силами межатомной связи в твердых растворах. К структурным факторам относятся: состояние зерен, блоков и их границ, наличие вторых фаз, искажения кристаллической решетки и плотность дислокаций. Энергия активации и силы межатомных связей определяют уровни энергии в кристаллической решетке и связанные с ними температуру плавления ( $T_{пл}$ ) карбидов Me'C, константы диффузии и самодиффузии и характеристические температуры разупрочнения. П.Л. Грузин ввел понятие предельного уровня диффузионной подвижности карбидов Me'C. Он показал, что если коэффициент их диффузии находится на уровне  $10^{-14} \dots 10^{-13}$  см<sup>2</sup>/с, то сплав оказывает достаточное сопро-

тивление пластической деформации, вызванной нагревом [4]. Расчеты, выполненные в работах [5–10] показали, что повышенной жаропрочностью обладают карбиды титана, вольфрама и ниобия. Температура разупрочнения сплавов зависит от температуры образующихся при реакции  $Me'C + Me''$  эвтектик, обе температуры не зависят от температуры эвтектических реакций в системах  $Me'C - C$ . Так, для соединений  $TiC + Fe$  и  $TiC + Ni$  температура солидуса ( $t_{сол}$ ) составляет соответственно 1460 °C и 1340 °C. Температура разупрочнения этих сплавов составляет  $(0,6...0,8)t_{сол}$ , т. е. 876...1168 °C и 804...1072 °C соответственно, что согласуется с расчетами, приведенными в работах [5–8].

Таким образом, чем выше температура плавления сплава-связки, тем больше должна быть температура солидуса КМ, а следовательно, выше его жаропрочность. Анализ расчетов и данные таблицы показали, что наилучшими свойствами (в убывающем порядке) обладают карбиды Ti, Nb и W. Учитывая дефицитность и дороговизну WC, низкую стойкость при абразивном износе NbC [5, 6], в качестве основы твердой фазы выбрали TiC. Поскольку TiC в чистом виде в силу высокой реакционной способности для создания КМ не применяются, в работе исследовалась возможность использовать в качестве износостойкой твердой составляющей спеченный твердый сплав на основе карбида, карбонитрида и оксикарбонитрида титана. Спеченный твердый сплав  $TiC-Mo_2C-Ni$  (монитикар) или, как его еще обозначают,  $(TiMo)C-Ni-Mo$ , после спекания приобретает «кольцевую структуру» (рис. 1), т. е. состоит из сердцевин – TiC, средней зоны из твердого раствора  $(TiMo)C$  с небольшим количеством никеля и внешней зоны из никель-молибденового твердого раствора [8].



кратность  $\times 15600$

Рис. 1 – Кольцевая структура спеченного твердого сплава  $TiC-Mo_2C-Ni$

Fig. 1 – The ring structure of sintered hard alloy  $TiC-Mo_2C-Ni$

Такая структура благодаря внешней никелевой оболочке резко снизила реакционную способность спеченного твердого сплава ТН 20, повысила смачиваемость металлами группы железа, что создало предпосылки к повышению жаропрочности КМ при высокотемпературных видах износа.

Спеченные твердые сплавы на основе карбида титана обладают рядом весьма ценных свойств: высокими значениями твердости 86...92, *HRA* микротвердости  $H_u = 19,5...22,0$  ГПа (модуль упругости составляет 445, ГПа), пределом прочности при сжатии до 6,0 ГПа, достаточной прочностью на изгиб (1,2...2,5 ГПа) и на растяжение ( $0,5\sigma_{изг}$ ), высокой ударной вязкостью 0,8...1,2, МДж/м<sup>2</sup> (это самое благоприятное свойство). **Способность сохранять в значительной степени указанные свойства спеченных твердых сплавов при повышенных температурах является чрезвычайно важной характеристикой при высокотемпературном абразивном износе.** В химическом отношении спеченные твердые сплавы весьма устойчивы против окисления на воздухе даже при температурах 600...800 °C, что весьма ценно при высокотемпературных способах наплавки [5, 9].

## 2. Законы физики твердого тела – теплофизические и энергетические, характеризующие кристаллическую структуру и смачиваемость КМ

На основании законов физики твердого тела, теории образования твердых растворов и проведенных исследований [5–9] установлено, что пределы раство-

римости в твердом состоянии определяются рядом факторов: размерами атомов, химическим сродством компонентов, кристаллической структурой, смачиваемостью и процессами взаимодействия на поверхности раздела между твердыми частицами и матрицей. Растворимость высших карбидов металлов IV–VI групп А в металле группы железа плавно убывает с увеличением размерного фактора при переходе от IV к VI группе и от 6-го к 4-му периоду. Также изменяется растворимость карбидов титана с образованием твердых растворов замещения-внедрения. Таким образом, существует очевидная зависимость растворимости карбидов от размера атомов металла группы железа, что отражает металлический характер связи в карбидах титана. При выборе сплава-связки необходимо учитывать его взаимодействие с твердыми частицами в процессе наплавки.

Прочность сцепления твердых частиц с матрицей, обеспечивающая высокую износостойкость КМ, предотвращая вырывание и выкрашивание твердых частиц из тела матрицы при воздействии абразивных частиц, достигается регулированием процессов взаимодействия на поверхности раздела твердая частица – матрица. В случае частичного растворения твердых частиц в матрице на поверхности раздела не должно образовываться новых фаз, склонных к охрупчиванию, причем толщина переходной зоны должна быть минимальной. Полностью избежать взаимодействия практически не удастся, однако регулировать этот процесс предлагаем двумя путями: во-первых, подбором компонентов КМ, не растворимых или допустимо растворимых друг в друге; во-вторых, нанесением защитного (барьерного) покрытия на твердые частицы. Первый путь вносит ряд серьезных ограничений, особенно в части получения достаточно износостойкой и жаропрочной матрицы. Второй путь представляется более плодотворным, поскольку наносимое барьерное покрытие предохраняет твердую частицу от перегрева и окисления и служит барьером при взаимодействии с перегретым жидким расплавом, способствует легированию матрицы и улучшает смачиваемость твердых частиц [5, 6, 11].

Основной характеристикой, объясняющей свойства поверхности раздела КМ, является **смачиваемость твердых частиц** жидким сплавом-связкой, зависящая от химического сродства твердой частицы и жидкого расплава. Поэтому в качестве сплава-связки выбирали такие сплавы, в состав которых входил бы никель, поскольку он является основой связующей никель-молибденовой связи спеченных твердых сплавов ТН 20 на основе карбида титана. Степень смачивания определяется физико-химическими силами, действующими на поверхности раздела твердая частица-матрица и сплава-связки КМ. Соотношение сил поверхностного натяжения определяется уравнением Юнга [6, 9, 12]:

$$\cos \theta^{\circ} = (y_{\text{T}} - y_{\text{ж.т}}) / y_{\text{ж}}, \quad (1)$$

где  $y_{\text{T}}$ ,  $y_{\text{ж.т}}$  и  $y_{\text{ж}}$  – поверхностное натяжение твердой фазы, на границе твердая частица – матрица и сплава-связки.

Условием смачиваемости является неравенство  $y_{\text{ж.т}} < y_{\text{T}}$ , когда  $\theta < 90$  град. Если  $y_{\text{T}} = y_{\text{ж.т}} + y_{\text{ж}}$ , то расплав растекается по твердой поверхности. Для осуществления физико-химического взаимодействия между твердыми частицами и жидким металлом необходимо, чтобы температура расплава была достаточной для растекания. Исследованиями установили, что температура связи должна быть выше температуры плавления  $t_{\text{пл}}$  на 20, 40, 80 и 100 °С. Предварительно замеренное значение  $t_{\text{пл}}$  исследуемых сплавов-связок (для мельхиора – МНМц 20–20, колмоноя – 55Х16Н75С3РЗ и сормайта – У30Х28Н4С4) составляет 990, 1120 и 1230 °С соответственно, для флюса  $t_{\text{пл}} = 1050$  °С. Характер изменения смачиваемости спеченного твердого сплава ТН 20 различными сплавами-связками от температуры испытания рассмотрен в работах [6, 8].



Изучение смачиваемости твердого сплава ТН 20 колмоном показало, что с повышением температуры угол  $\Theta$  уменьшается, причем среднее его значение в интервале температур 1160...1240 °С меньше 35 град., что позволяет рекомендовать эти температуры как рабочие для ЭШН. При температурах выше  $t_{\text{пл}} + 120$  °С расплав колмоной полностью впитывается в твердый сплав ТН 20 вследствие процессов миграции расплава. За счет жидкой фазы расплава идет перекристаллизация поверхности раздела твердой частицы, и по капиллярам расплав глубоко проникает в твердую частицу. Исследования показали, что оптимальными свойствами обладает КМ, полученный при температуре испытания, равной  $t_{\text{пл}} + 40$  °С = 1160 °С. Поверхность раздела твердая частица – матрица (ТН 20 + колмоной) остается практически неразупрочненной [13, 14–17].

Наиболее реакционной сплав-связкой оказался сормайт – У30Х28Н4С4, очевидно благодаря эвтектике по границам зерен, что вызывает рост частиц карбидной фазы вследствие перекристаллизации через жидкую фазу. Глубина переходной зоны составляет 210 мкм. В зернах твердого сплава ТН 20 растворяется: 5–7 % Fe и 2 % Cr, в сормайте растворяется до 1 % Ti.

### 3. Микрорентгеноспектральный и рентгеноструктурный анализ

Фазовый состав изучали методом рентгеноспектрального микроанализа, выполненного на рентгеновском микроанализаторе системы Link «Стереоскан» S 54-10 (модель 860). Дифрактограммы снимались как с образца колмоной, так и с наплавленного КМ, особенно поверхности раздела твердая частица – матрица. При расшифровке рентгенограмм КМ ТН 20 + 55Х16Н75С3Р3 установлено присутствие пяти линий, относящихся к матрице с ГЦК решеткой, с периодом  $\alpha_M = 0,354$  нм, близким к периоду Ni  $\alpha_{Ni} = 0,352$  нм. На рентгенограммах (рис. 2) также установлено присутствие отражения, совпадающего по межплоскостным расстояниям и интенсивности карбоборидам хрома цементитного типа [5–8]. Расчетные значения  $\alpha_M = 0,457$  нм,  $b = 0,511$  нм,  $c = 0,676$  нм периодов решетки  $M_3(C,B)$  несколько отличаются от периодов решетки, приведенных в работах [14–17].

Наличие боридов хрома CrB подтверждается присутствием линий (111), (040), (131), (240) с межплоскостными расстояниями соответственно 0,202; 0,197; 0,163; 0,118 нм. Убедительным доказательством названной фазы являются линии (131) и (240), которые не накладываются на линии других фаз (рис. 2). Хром в матрице КМ может образовывать следующие карбиды: орторомбический  $Cr_3C_2$ , тригональный  $Cr_7C_3$ , кубический  $Cr_{23}C_6$ . В карбидах  $Cr_7C_3$  и  $Cr_{23}C_6$  может содержаться железа до 60 и до 35 % соответственно.

РСА в КМ + У30Х28Н4С4 выявлены следующие фазы:  $\gamma$ -Fe,  $(Cr,Fe)_7C_3$ ,  $Ni_3C$ ,  $Fe_5Si_3$ ,  $Ni_2Si$ . Кристаллическая структура  $\gamma$ -Fe кубическая гранецентрированная,  $a = 0,360$  нм,  $c = 0,363$  нм; кристаллическая структура  $Ni_3C$  гексагональная,  $a = 0,26502$  нм,  $c = 0,43383$  нм,  $d = 0,22808$  нм. В результате РСА установлено, что в КМ ТН 20 + У30Х28Н4С4 на поверхности раздела твердая частица – матрица возможно образование сложного легированных структур типа  $\sigma$ -фазы (Ni-Fe-Cr) и сложных карбидов  $(TiMoCr)_x C_y$ , которые охрупчивают зону сплавления. Кроме того, термодинамическая нестабильность вызывает диффузию углерода и хрома через поверхность раздела, приводящую к диффузионному дисбалансу и, как следствие, к образованию пустот по механизму Киркендалла со стороны твердой частицы [5–8]. Поэтому при выборе упрочняющей фазы и сплава-связки КМ необходимо соблюдать волюмометрические соотношения, особенно в тех системах, где упрочнитель  $RX$  содержит элемент внедрения  $X$ , который диффундирует быстрее, чем элемент  $R$ .

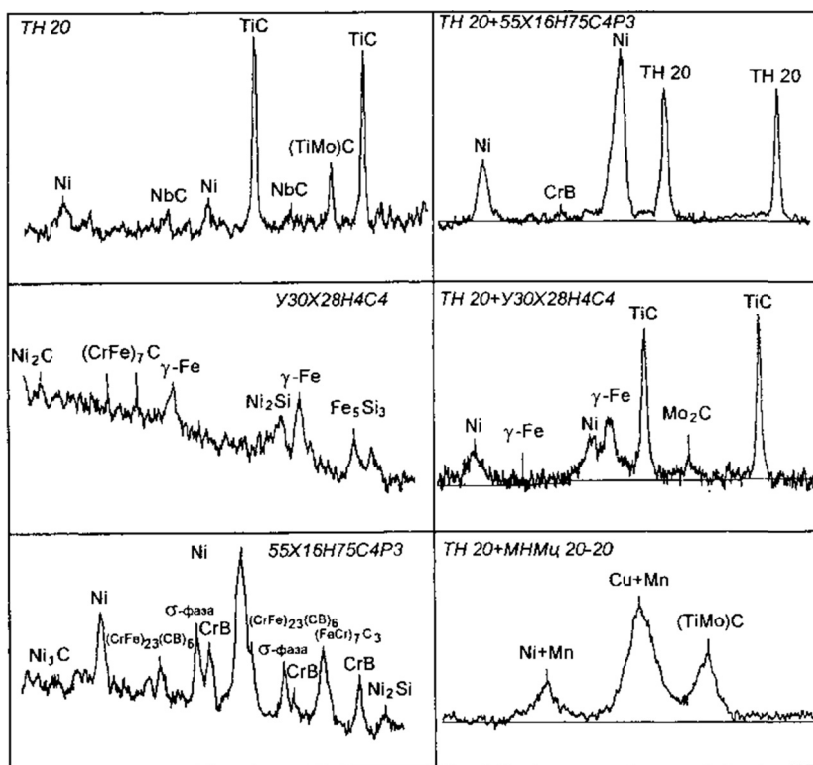


Рис. 2 – Дифрактограммы КМ TH 20 + 300X28H4C4 и TH 20 + 55X16H75C3P3

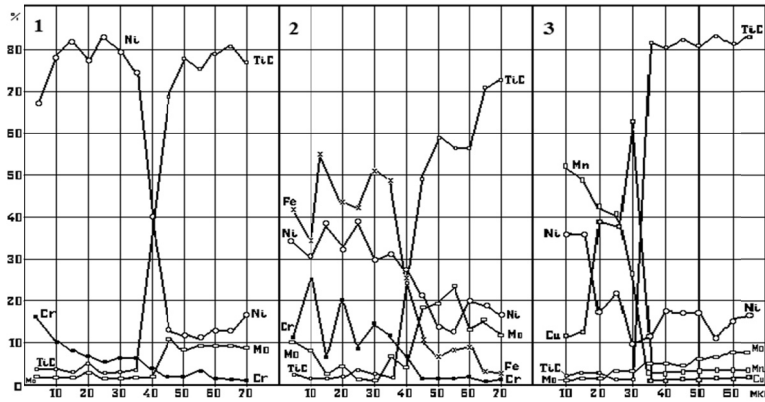
Fig. 2 – Difraktogrammy CM TN 20 + 300X28H4C4 and TN 20 + 55X16H75C3P3

РСА установлено, что наиболее распространенной фазой в матрице КМ TH 20 + 55X16H75C3P3 является борокарбид хрома и железа типа  $M_7(CB)_3$  и  $M_{23}(CB)_6$ , который хорошо выявляется химическим травлением в виде светлых зерен округлой формы длиной до 0,56 мм. В сечении, перпендикулярном главной оси, они выглядят лепесткообразными выделениями длиной до 0,04 мм, шириной 0,005 мм. Кроме описанных, в структуре наблюдаются отдельные пластины, морфология и характер травления которых аналогичны вышеописанным, их микротвердость 13,5...29,0 ГПа. В матрице КМ с колмоном обнаружена также напоминающая аустенито-хромисто-карбидную эвтектику в чугунах темно-серая эвтектика, имеющая форму лепестков, размеры которых достигают 0,04 мм, ее микротвердость 6,3...6,9 ГПа. Сопоставляя морфологию, микротвердость, характер травления, данные РСА с литературными [11, 12, 14–17], делаем заключение, что эта эвтектика образована на базе карбида хрома  $Cr_7C_3$ .

Распределение элементов на поверхности раздела твердая частица – матрица КМ приведено на рис. 3. Качественный состав элементов на границе раздела определяли локально в каждой точке через 5 мкм.

Таким образом, матрица КМ TH 20 + 55X16H75C3P3 представляет собой многофазную систему, состоящую из  $\gamma$ -твердого раствора, карбоборидов  $M_3(CB)$ ,  $M_7(CB)_3$ ,  $M_{23}(CB)_6$  и эвтектик на базе этих карбоборидов и боридов хрома  $CrB$ . Есть предположение, подтвержденное расшифровкой рентгенограмм, что в матрице имеется  $\sigma$ -фаза (Ni-Fe-Cr), силициды  $Ni_2Si$  и карбиды  $Ni_3C$  никеля. Кристаллическая структура карбида  $Ni_3C$  гексагональная,  $a = 0,265$  нм,  $c = 0,4338$  нм,  $d = 0,22808...0,10128$  нм. Кроме указанных структур, в матрице КМ выявлено

наличие двойного борид никеля и хрома (NiCr)B, борид хрома CrB. По данным РСА в карбиде хрома содержится 2...4 % Fe и 5...6 % Ni (рис. 3) [5–9].



1 – ТН 20 + 16Х16Н75С3Р3; 2 – ТН 20 + 300Х28Н4С4; 3 – ТН 20 + МНМц 20-20;

Рис. 3 – Распределение элементов на поверхности раздела твердая частица – матрица КМ

Fig. 3 – The distribution of elements on the surface of the solid particle-matrix section CM

В образце твердого сплава ТН 20 с помощью РСА выявлены следующие фазы: TiC и (TiMo)C с кристаллической структурой кубической гранецентрированной,  $a = 0,43285$  нм и  $a = 0,234$  нм соответственно; NbC;  $\sigma$ -фаза (Ni-Mo-Ti);  $\gamma$ -твердый раствор никеля. В КМ ТН 20 + 55Х16Н75С3Р3 в процессе нагрева до 400 °С, как уже отмечалось, выделялись соединения борида  $Ni_3B$  и силицида никеля  $NiSi_2$ , кроме того, по границам твердых частиц на поверхности раздела выделялись образования боридов хрома CrB, карбоборидов типа  $M_7(CB)_3$  и  $M_{23}(CB)_6$ , что подтверждено РСА и металлографическими исследованиями наплавленного КМ.

#### 4. Использование метода лазерной интерферометрии (спекл-фотография) для измерения внутренних остаточных термических деформаций

Строение зоны сплавления объясняет причины разупрочнения/упрочнения различных КМ. Термические деформации на поверхности раздела твердая частица – матрица КМ исследовали и измеряли с использованием лазерной голографической интерферометрии методом спекл-фотографии, при тепловом способе нагружения. Измерение перемещений точек поверхности объекта производили на экспериментальной установке УИГ-1М с использованием гелий-неонового лазера типа ЛГ-38. Для записи спеклограмм использовали фотопластинки «Микрат-ВРЛ» с разрешающей способностью 1000 лин/мм [6, 8, 13]. Метод реализуется посредством двойного экспонирования на фотопластинку картины пятнистой структуры участка до и после теплового нагружения объекта в термонагружающем стенде (рис. 4). В результате образуется сдвоенная пятнистая картина, используя дифракционные свойства которой измеряют величину и направление векторов перемещения точек поверхности. В проведенных экспериментах чувствительность метода оценивали размером спеклов  $D = 1,2 \lambda F$ , при  $\lambda = 0,6328$  мкм,  $D = d_{\min} = 1,5$  мкм ( $\lambda$  – длина волны лазерного излучения).

Относительные деформации  $\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$  и  $\varepsilon_y = \frac{\partial u}{\partial y}$  по осям  $x$  и  $y$  оценивали разностями компонентов векторов перемещений  $dx$  и  $dy$  для соседних точек, деленными на расстояние между точками [8, 13].

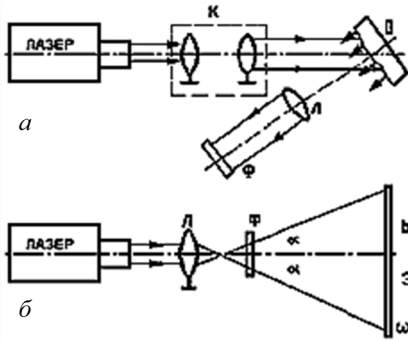


Рис 4 – Оптическая схема установки для измерения деформаций в КМ:

*a* – для записи спеклограмм; *б* – для расшифровки спеклограмм

Fig. 4 – Optical diagram of an apparatus to measure deformations in CM:

*a* – to record specklogramm; *b* – is to decrypt the specklogramm

Для КМ, упрочненных частицами, остаточные термические напряжения возникают на поверхности раздела твердая частица – матрица при двух следующих условиях: 1) коэффициент линейного расширения упрочнителя (твердой частицы) и связующего (матрицы) различны; 2) температура после кристаллизации матрицы в процессе получения КМ меняется. Перепад температур обычно измеряют от точки плавления, для равномерной упаковки равноотстоящих частиц округлой формы суперпозиция радиальных напряжений вдоль линии, соединяющей две частицы, определяется по формулам (2, 3) [8, 13]:

$$s = -p \left[ (r/\ell)^2 + (r/(2S - \ell))^2 \right], \quad (2)$$

где  $r$  – радиус частицы;  $\ell$  – расстояние от центра частицы до измеряемой точки;  $2S$  – расстояние между центрами двух частиц;  $p$  – радиальное напряжение на поверхности раздела между частицей и связующей (матрицей):

$$p = \frac{(\alpha_M - \alpha_T) \Delta T E_M}{(1 + \mu_M) + (1 + \mu_T)(E_M / E_T)}, \quad (3)$$

где  $\alpha_T$  и  $\alpha_M$  – средние значения коэффициентов линейного расширения;  $E_T$  и  $E_M$  – модули упругости,  $\mu_T$ ,  $\mu_M$  – коэффициенты Пуассона, соответственно для твердых частиц и для матрицы в температурном интервале  $\Delta T$ .

Анализ остаточных термических напряжений для случая единичных частиц в условиях плоской деформации дает для компоненты напряжения  $\sigma_r$ , нормальной к поверхности частицы, сжатие ( $-p$ ), если  $\alpha_M > \alpha_T$ , и растяжение ( $+p$ ), если  $\alpha_M < \alpha_T$ . Подобным же образом тангенциальные компоненты напряжения в матрице будут повсюду растягивающими при  $\alpha_M > \alpha_T$  и сжимающими при  $\alpha_M < \alpha_T$ . Если не менее трех частиц соприкасаются или почти соприкасаются друг с другом, то знак при  $\alpha_T$  меняется. Поскольку КМ на основе сфероидезированных частиц твердого сплава ТН 20 представляет собой плотноупакованный твердыми частицами объем матрицы, то напрямую использовать этот метод затруднительно, но для проверки количественной величины остаточных напряжений им можно воспользоваться [8, 13]. Изменения внутренних остаточных термических деформаций приведены на рис. 5.

Термические напряжения на границе сплавления твердая частица – матрица рассчитывали по разработанной авторами программе с использованием ЭВМ [8]. Максимальные напряжения на границе раздела твердая частица – матрица для

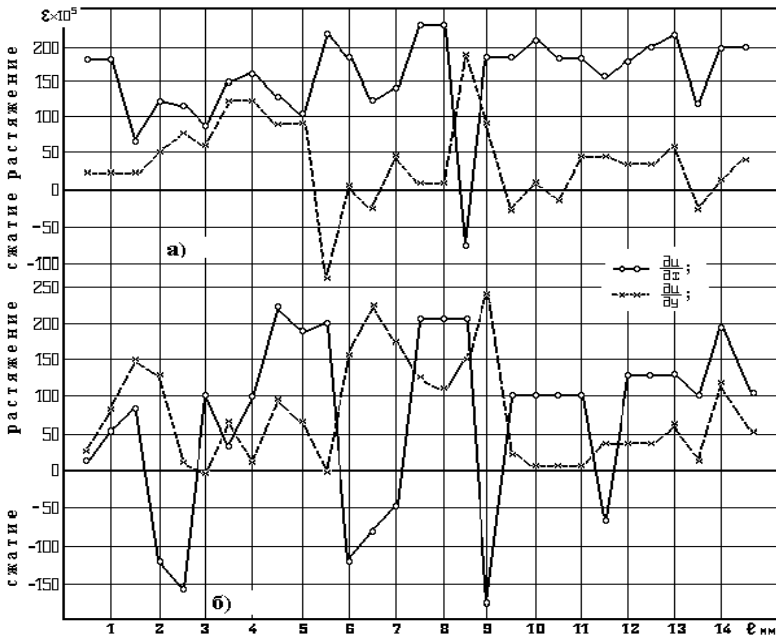


Рис. 5 – Распределение деформаций по поверхности КМ ТН 20 + 55Х16Н75С4Р3

*a* – сфероидизированные частицы; *b* – дробленые твердые частицы ТН 20

Fig. 8 – Distribution of deformations on the surface of a weld CM TN 20 + 55H16N75S4B3

*a* – spherical particles; *b* – crushed particles TN 20

исследуемых КМ ТН 20 + 55Х16Н75С3Р3, ТН 20 + У30Х28Н4С4 и ТН 20 + МНМц 20–20 составили соответственно 228, 272 и 188 МПа. Большие градиенты деформаций наблюдаются у границ отдельных остроугольных зерен, особенно при наличии трещин. Твердые частицы с покрытием и сфероидизированные имеют напряжения на порядок ниже, следовательно, отличаются более высокой прочностью на разрыв при повышенных температурах. Результаты испытаний высокотемпературной прочности на разрыв и микротвердость составляющих компонентов различных КМ приведены на рис. 6 [6, 8, 13].

Прочность и микротвердость при высоких температурах исследовали на установке ИМАШ 9-66 в интервале температур 100...800°С с использованием специально приготовленных образцов. Диффузионные процессы при 600°С приводят к некоторому снижению микротвердости и прочности КМ. Повышение микротвердости и прочности при температуре до 400°С связано с выделением из пересыщенного твердого раствора матрицы мелкодисперсных частиц борида Ni<sub>3</sub>B и силицида никеля NiSi<sub>2</sub>, микротвердость которых составляет 11,9 и 10,2 ГПа. Основное влияние на микротвердость КМ со связкой 55Х16Н75С3Р3 оказывают углерод, хром, бор, которые ответственны за образование боридов хрома CrB, карборидов типа M<sub>7</sub>(CB)<sub>3</sub> и M<sub>23</sub>(CB)<sub>6</sub>. Сочетание результатов проведенных исследований по выявлению структурных образований на поверхности раздела твердая частица – матрица с полученными данными высокотемпературной прочности и микротвердости, а также с данными измерений термических напряжений, возникающих на границе твердая частица – матрица, позволили полнее объяснить процессы, происходящие при высокотемпературном абразивном износе.

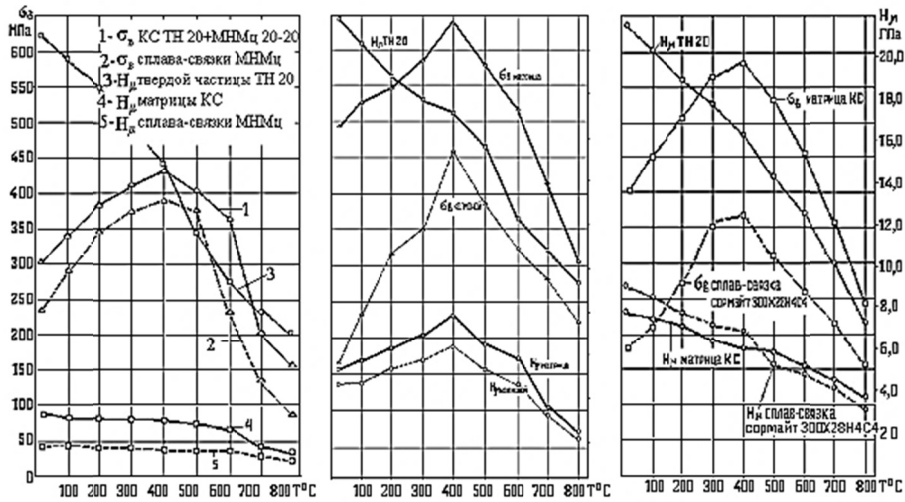


Рис. 6 – Высокотемпературная прочность и микротвердость различных КМ

Fig. 6 – High-temperature strength and microhardness different CM

Испытания разработанных КМ на высокотемпературный абразивный износ проводили на установке с нагревом токами высокой частоты одновременно четырех образцов (один из них – эталон). Наибольшей износостойкостью при повышении температуры обладает КМ ТН 20 + 55X16H75C3P3: в интервале температур от 200 $^{\circ}C$  до 600 $^{\circ}C$  износ увеличился всего на 25 %; износ материала ТН 20 + МНМц 20-20 и ТН 20 + У30Х28Н4С4 возрос на 65 % и 50 % соответственно. Внутренние термические напряжения сплава ТН 20 + У30Х28Н4С4 целесообразно релаксировать, проведя при 350 $^{\circ}C$  в течение 2 ч отпуск детали, после которого КМ успешно противостоит высокотемпературному износу до 650 $^{\circ}C$  [6] – [10].

## Выводы

Исследованиями доказано, что механизм образования сложнолегированных структур в процессе нанесения на поверхность частиц твердого сплава барьерного покрытия из карбида молибдена  $Mo_2C$  с добавками Nb улучшает смачиваемость, увеличивает предел прочности при изгибе до 1,5...1,6 ГПа, повышает износостойкость КМ. Регулируя физико-химические процессы, происходящие на поверхности раздела твердая частица – матрица за счет создания барьерного покрытия, используя методы борирования твердых частиц, а также регулируя процессы нагрева и растворения твердых частиц, подавая их в зону наплавки определенными порциями, что приводит к локальной кристаллизации, удалось достигнуть повышения прочности сцепления твердых частиц с матрицей, а следовательно, повысить жаропрочность и износостойкость новых КМ. Применение сфероидизированных частиц спеченного твердого сплава устраняет дефект образования трещин, что приводит к снижению остаточных напряжений на 25...30 % и повышению износостойкости разработанных КМ [5–10].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Портной К.И., Бабич Б.Н., Светлов И.Л. Композиционные материалы на никелевой основе. – М.: Металлургия, 1979. – 264 с.
2. Композиционные материалы. Т. 1. Поверхности раздела в металлических композитах / под ред. А. Меткафа. – М.: Мир, 1978. – 440 с.

3. Композиционные материалы: справочник / под ред. Д.М. Карпиноса. – Киев: Наукова думка, 1985. – 592 с.
4. **Грузин П.Л.** Диффузия кобальта, хрома и вольфрама в стали // Проблемы металлостроения и физики металлов. – М.: Металлургия, 1955. – С. 475–485.
5. **Быстров В.А.** Теоретическое обоснование выбора твердых частиц композиционных материалов // Известия вузов. Черная металлургия. – 2001. – № 8. – С. 53–57.
6. **Быстров В.А.** Исследование процессов на поверхности раздела композиционных материалов на основе TiC // Известия вузов. Черная металлургия. – 2002. – № 8. – С. 28–37.
7. **Быстров В.А.** Композиционные материалы с барьерным покрытием при высокотемпературных видах износа // Известия вузов. Черная металлургия. – 2004. – № 12. – С. 38–42.
8. **Быстров В.А.** Основы электрошлаковых технологий упрочнения композиционными сплавами деталей, работающих при высокотемпературном износе: дис. ... д-ра техн. наук: 05.03.06. – Барнаул, 2003. – 337 с.
9. **Быстров В.А., Борисова Т.Н.** Роль твердых частиц КМ, работающих при высокотемпературном износе // В мире научных открытий. – 2014. – № 8 (56). – С. 22–42.
10. **Быстров В.А., Борисова Т.Н.** Борирование твердых частиц композиционных материалов // В мире научных открытий. – 2015. – № 2 (62). – С. 267–287.
11. **Панасюк А.Д., Фоменко В.С., Глебова Г.Г.** Стойкость неметаллических материалов в расплавах: справочник. – Киев: Наукова думка, 1986. – 352 с.
12. **Туманов А.В., Митин Б.С., Панов В.С.** Исследование кинетики смачивания TiC и TiC/Ni расплавами интерметаллидов никеля // Журнал физической химии. – 1980. – Т. 54, № 6. – С. 1434–1437.
13. **Быстров В.А.** Влияние на прочность и пластичность композиционных материалов остаточных термических напряжений на границе раздела фаз // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. – 2000. – Т. 5, вып. 2/3. – С. 262–264.
14. **Halleck H., Schulz H.** Preparation and behavior of wear-resistant TiC-TiB<sub>2</sub>; TiN-TiB<sub>2</sub> and TiC-TiN coatings with high amounts of phase boundaries // Surface & Coatings Technology. – 1988. – Vol. 36, iss. 3/4. – P. 707–714. – doi: 10.1016/0257-8972(88)90011-4.
15. **Kozłowski M., Senkara J.** Nickel alloy + TiC composite layers made by oscillating electron beam // The ASM International European Conference on Welding and Joining Science and Technology: book of proceedings, Madrid, Spain, 10–12 March 1997. – Brussels, 1997. – P. 425–431.
16. **Aufderhaar B.** TiC wear surfacing powders for plasma spraying // Metals Progress. – 1991. – Vol. 140. – P. 89–91.
17. **Kivineva E.L., Olsson D.L., Matlock D.K.** Particulate reinforced metal matrix composite (TiC) as a weld deposited // Welding Journal. – 1995. – N 3. – P. 83–92.
18. **Pellegrino R.J.** Steel alloy bonded titanium carbides for the plastic industry // Plastic processing Trends for the 80's; Profits Through Technology: National Technical Conference, Society of Plastics Engineers, 18–20 November 1980. – Cleveland, Ohio, 1980. – P. 89–91.

## ТHERMODYNAMIC COMPATIBILITY MATRIX PARTICULATE COMPOSITES

**Bystrov V.A., Tregubova O.G.**

*Siberian State industrial University, Novokuznetsk, Russian Federation*

For hardening parts working under conditions of high temperature wear, composite materials (CM) based on refractory solid particles are widely used. Carbides of IV-VI group A transition metals determining physics of high-temperature wear are used as particulates. Therefore, it is necessary to explore a complex of CM physico-chemical properties that satisfy the conditions of high temperature wear, name, thermal and power characteristics of carbides; conditions weakening metal carbides at elevated temperatures and limiting IV-VI group carbides solubility in metal-bundles. Using the methods of laser interferometry, X-ray, dislocation and energy analyses the most effective ways to improve the durability of parts hardened with new CMs based on sintered hard alloys in high

temperature wear are studied and developed. For this purpose the TiC- based TN 20 sintered carbide having a ring structure prevents the formation of complex alloyed phases on the solid particle - matrix boundary is used. Due to the minimal solubility of the TN 20 sintered carbide in the matrix on the solid particle - matrix boundary surface, highly alloyed structural phases causing embrittlement and resulting in increased residual thermal deformations are almost not formed. As a consequence, new CMs based on sintered TN 20 particulates can be recommended for hardening parts working under conditions of high temperature abrasive wear.

*Keywords:* thermodynamic compatibility, x-ray analysis, laser interferometry, compositional material, particulate matter.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-4-28-41

## REFERENCES

1. Portnoi K.I., Babich B.N., Svetlov I.L. *Kompozitsionnye materialy na nikel'noi osnove* [Composite materials based on nickel]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1979. 264 p.
2. Metkalf A., ed. *Kompozitsionnye materialy. T. 1. Poverkhnosti razdela v metallicheskih kompozitakh* [Composite materials. Vol. 1. The interfaces in metal composites]. Moscow, Mir Publ., 1978. 440 p.
3. Karpinos D., ed. *Kompozitsionnye materialy: spravochnik* [Composite materials handbook]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1985. 592 p.
4. Gruzin P.L. Diffuziya kopal'ta, khroma i vol'frama v stali [Diffusion of cobalt, chromium and tungsten in steel]. *Problemy metallovedeniya i fiziki metallov* [Problems of metallurgy and physics of metals]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1955, pp. 475–485.
5. Bystrov V.A. Teoreticheskoe obosnovanie vybora tverdykh chastits kompozitsionnykh materialov [The theoretical rationale for the choice of particulate matter composite materials]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Chernaya metallurgiya – Steel in Translation*, 2001, no. 8, pp. 53–57. (In Russian)
6. Bystrov V.A. Issledovanie protsessov na poverkhnosti razdela kompozitsionnykh materialov na osnove TiC [Investigation of processes at the interface of composite materials based on TiC]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Chernaya metallurgiya – Steel in Translation*, 2002, no. 8, pp. 28–37. (In Russian)
7. Bystrov V.A. Kompozitsionnye materialy s bar'ernym pokrytiem pri vysokotemperaturnykh vidakh iznosa [Composite materials with a barrier coating with high wear types]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Chernaya metallurgiya – Steel in Translation*, 2004, no. 12, pp. 38–42. (In Russian)
8. Bystrov V.A. *Osnovy elektroshlakovykh tekhnologii uprochneniya kompozitsionnymi splavami detalei, rabotayushchikh pri vysokotemperaturnom iznose*. Diss. dokt. tekhn. nauk [Fundamentals of electroslag techniques of hardening by composite alloys of the details working at high-wear. Dr. eng. sci. diss.]. Barnaul, 2003. 337 p.
9. Bystrov V.A., Borisova T.N. Rol' tverdykh chastits KM, rabotayushchikh pri vysokotemperaturnom iznose [The role of particulate KM operating at high temperature wear]. *V mire nauchnykh otkrytii – In the World of Scientific Discoveries*, 2014, no. 8 (56), pp. 22–42. (In Russian)
10. Bystrov V.A., Borisova T.N. Borirovanie tverdykh chastits kompozitsionnykh materialov [Boronization particulate composite materials]. *V mire nauchnykh otkrytii – In the World of Scientific Discoveries*, 2015, no. 2 (62), pp. 267–287. (In Russian)
11. Panasyuk A.D., Fomenko V.S., Glebova G.G. *Stoikost' nemetallicheskih materialov v rasplavakh: spravochnik* [Persistence of non-metallic materials in molten: handbook]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1986. 352 p.
12. Tumanov A.V., Mitin B.S., Panov V.S. Issledovanie kinetiki smachivaniya TiC i TiC/Ni rasplavami intermetallidov nikelya [A study of the kinetics of wetting of TiC and nickel intermetallic TiC melts]. *Zhurnal fizicheskoi khimii – Russian Journal of Physical Chemistry A*, 1980, Vol. 54, no. 6, pp. 1434–1437. (In Russian)
13. Bystrov V.A. Vliyanie na prochnost' i plastichnost' kompozitsionnykh materialov ostatochnykh termicheskikh napryazhenii na granitse razdela faz [Influence on strength and plasticity of composite alloys of retained thermal stresses at the boundary of phase division]. *Vestnik*



- Tambovskogo universiteta. Seriya Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, 2000, vol. 5, no. 2–3, pp. 262–264.
14. Halleck H., Schulz H. Preparation and behavior of wear-resistant TiC-TiB<sub>2</sub>; TiN-TiB<sub>2</sub> and TiC-TiN coatings with high amounts of phase boundaries. *Surface & Coatings Technology*, 1988, vol. 36, iss. 3–4, pp. 707–714.
  15. Kozłowski M., Senkara J. Nickel alloy + TiC composite layers made by oscillating electron beam. *The ASM International European Conference on Welding and Joining Science and Technology*. Book of proceedings, Madrid, Spain, 10–12 March 1997, pp. 425–431.
  16. Aufderhaar B. TiC wear surfacing powders for plasma spraying. *Metals Progress*, 1991, vol. 140, pp. 89–91.
  17. Kivineva E.I., Olsom D.L., Matlock D.K. Particulate reinforced metal matrix composite (TiC) as a weld deposited. *Welding Journal*, 1995, no. 3, pp. 83–92.
  18. Pellegrina R.J. Steel /alloy bonded titanium carbides for the plastic industry. *Plastic processing Trends for the 80's: Profits Through Technology: National Technical Conference, Society of Plastics Engineers*, Cleveland, Ohio, 18–20 November 1980, pp. 89–91.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Быстров Валерий Александрович** – родился в 1939 году, д-р техн. наук, профессор кафедры корпоративной экономики и управления персоналом Сибирского государственного индустриального университета. Опубликовано 360 научных работ, специальность 05.03.06, член корреспондент РАЕН СО, Почетный работник высшего профессионального образования РФ. (Адрес: 654007, Россия г. Новокузнецк, ул. Кирова, 42. E-mail: bistrov39@yandex.ru).

**Bystrov Valery Aleksandrovich** (b. 1939) – Doctor of Science (Eng.), Professor at the Enterprise Economy and Management Department in the Siberian State industrial University. His research interests are currently focused on research, development and hardening of composite alloys based on carbides. He is author of 360 scientific papers. (Address: 42, Kirov St., Novokuznetsk, Kemerovo region, 654007, Russian Federation. E-mail: bistrov39@yandex.ru).



**Трегубова Ольга Геннадьевна** – родилась в 1977 году, старший преподаватель кафедры корпоративной экономики и управления персоналом Сибирского государственного индустриального университета, соискатель. Опубликовано 5 научных работ и одна монография. (Адрес: 654007, Россия г. Новокузнецк, ул. Кирова, 42. E-mail: trevolga77@yandex.ru).

**Tregubova Olga Gennadevna** (b.1977) – Senior Lecturer at the Enterprise Economy and Management Department in the Siberian State industrial University, applicant. She is author of 5 scientific papers and 1 monograph. (Address: 42, Kirov St., Novokuznetsk, Kemerovo region, 654007, Russian Federation. E-mail: trevolga77@yandex.ru).

*Статья поступила 17 октября 2015 г.*

*Received October 17, 2015*

## To Reference:

Bystrov V.A., Tregubova O.G. Termodinamicheskaya sovmestimost' tverdykh chastits s matritsei kompozitsionnykh materialov [Thermodynamic compatibility matrix particulate composites]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2015, no. 4 (29), pp. 28–41. doi:

УДК 65.011.56

## СТРАТЕГИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ МНОЖЕСТВА АЛЬТЕРНАТИВ В ЗАДАЧАХ ОПТИМИЗАЦИИ НА ОСНОВЕ ФУНКЦИОНАЛЬНО-СТРУКТУРНОЙ ТЕОРИИ

М.Г. Гриф, С.А. Кочетов, Е.Б. Цой

*Новосибирский государственный технический университет*

В статье рассмотрены модели, методы и технологии автоматизации проектирования процессов функционирования человеко-машинных систем (ПФ ЧМС) на основе функционально-структурной теории (ФСТ) и обобщенного структурного метода проф. А.И. Губинского. Каждый альтернативный процесс функционирования ЧМС задается в виде функциональной сети (ФС) и представляется состоящим из ряда формализованных единиц – типовых функциональных единиц и их типовых комбинаций – типовых функциональных структур. Множество альтернативных процессов ЧМС описывается в виде альтернативного графа. Приведен способ представления ПФ ЧМС в виде бинарных отношений элементов, входящих в ФС. При решении оптимизационной задачи учитываются показатели эффективности, качества и надежности ЧМС. Разработанная гибридная экспертная система имеет расширенный функционал, позволяющий строить все изоморфные представления альтернативного графа, генерировать в ручном и автоматическом режиме конкретный алгоритм направленного перебора. Предложен алгоритм определения границ ФС, между которыми возможно задать альтернативные участки ПФ ЧМС. Указан метод определения принадлежности ФС, заданной в виде бинарных отношений, к классу сетей, описываемых в рамках ФСТ. Приведена программа, реализующая эти возможности.

*Ключевые слова:* функционально-структурная теория, человеко-машинная система, множество альтернатив, автоматизация проектирования, нисходящее проектирование, восходящее проектирование.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-4-42-49

### Введение

Разработка технологий проектирования процессов функционирования человеко-машинных систем по показателям эффективности, качества и надежности (ЭКН) является одним из доминирующих направлений в исследовании и автоматизации проектных работ, управления объектами и принятия решений. Системы интеллектуальной поддержки принятия решений помогают человеку проанализировать большой объем информации, учесть экспертные оценки групп специалистов, сформулировать множество возможных вариантов решения и спрогнозировать их последствия, получить обоснование для выбора. Стремление повысить адекватность используемых моделей за счет привлечения все большего числа учитываемых факторов и расширение множества альтернатив создает объективные трудности для выбора оптимального варианта выполнения процесса функционирования ЧМС, поэтому возрастает актуальность подходов к оптимальному проектированию ЧМС, обеспечивающих возможность генерации и быстрого анализа достаточно большого числа альтернатив. Анализ используемых моделей ПФ ЧМС показывает, что наиболее универсальными из них являются функционально-структурная теория и обобщенный структурный метод проф. А.И. Губинского. Так, в [1–4] получили развитие модели, методы и технологии последовательной оптимизации процессов функционирования ЧМС по показателям эффективности, качества и надежности на основе ФСТ. На сегодняшний день существует хорошо

изученная нисходящая стратегия проектирования ФС [4]. В настоящей статье представлена восходящая стратегия проектирования, а также смешанная стратегия, где используются преимущества как нисходящей, так и восходящей стратегии.

### 1. Методы оптимального проектирования ПФ ЧМС на основе ФСТ

Под процессом функционирования ЧМС понимается логико-временная последовательность действий и операций эргатических и неэргатических элементов системы, устойчивая к возмущениям и ведущая к достижению поставленной цели (или целей) функционирования [1–3]. ПФ ЧМС протекает во взаимосвязанных пространствах: элементов ЧМС  $E$ , выполняемых функций  $F$ , состояний ЧМС  $S$ , происходящих событий  $W$  и показателей ЧМС  $Q$ .

В основе способа оценки вероятностных показателей эффективности, качества и надежности процесса функционирования ЧМС – вероятности правильного (безошибочного) выполнения  $B$ , среднего времени  $T$  и средних затрат (дохода)  $V$  от выполнения, вероятности своевременного выполнения  $P(t < T_d)$  лежит вероятностный граф и правила его редукции (укрупнения).

Использование функционально-структурной теории и обобщенного структурного метода А.И. Губинского при проектировании ЧМС ПФ предполагает, что каждый альтернативный процесс функционирования ЧМС задается в виде функциональной сети и представляется состоящим из ряда формализованных единиц – типовых функциональных единиц (ТФЕ) и их типовых комбинаций – типовых функциональных структур (ТФС)

Задача оптимизации (обобщенная задача динамического программирования) ставится следующим образом:

$$\begin{aligned} K_{\text{ЭКН}}(A) &\rightarrow \text{extr}, \\ A &\in M_d \subseteq M_a, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $K_{\text{ЭКН}}(A)$  – критерий оптимальности для сочетаний критериев ЭКН;  $M_d$  – множество допустимых альтернатив, альтернативные варианты процесса –  $M_a$ .

Под операцией  $O \equiv O(F, E, Q)$  понимается процесс выполнения функции  $F$  элементом  $E$  в состоянии ЧМС  $S$ ,  $Q$  – показатели эффективности, качества и надежности.

Отдельный процесс функционирования ЧМС (функциональная сеть) представляется в виде суперпозиции ТФС:

$$O_z = \text{ТФС}_i(O_{i_1}, O_{i_2}, \dots, O_{i_k}), \quad (2)$$

где  $\text{ТФС}_i \in M_{\text{ТФС}}$ ,  $O_{i_j}$  – простая или составная операция. Две операции с совпадающей функцией  $F - O(F, E_1, Q_1)$  и  $O(F, E_2, Q_2)$  являются альтернативными («параметрическими») способами выполнения операции  $O$ , так же как и составные операции  $O = \text{ТФС}_i(O_{i_1}, O_{i_2}, \dots)$  и  $O = \text{ТФС}_s(O_{s_1}, O_{s_2}, \dots)$ ,  $i \neq s$ , – «структурными».

В [4–7] разработан метод последовательной оптимизации ПФ ЧМС на модели ФС в рамках общей схемы метода последовательного анализа вариантов с пошаговым конструированием частичных решений. Конкретный алгоритм пошагового конструирования определяется правилом выбора частичных решений (подсетей)  $\mathcal{D}$ , подлежащих развитию на каждом шаге, и набор тестов  $\xi$ , осуществляющих отсеивание тех из них, которые не могут быть достроены до оптимальных. Вариация пара-

метров  $\vartheta$  и  $\xi$  приводит к различным алгоритмам метода последовательного анализа вариантов применительно к задачам оптимизации ПФ ЧМС на функциональных сетях.

## 2. Стратегии проектирования множества альтернатив

Одной из возможных стратегий проектирования ПФ ЧМС является стратегия «сверху вниз», когда на самом верхнем уровне иерархии ФС рассматривается как составная операция, представляющая суперпозицию множества альтернативных как структурных, так и параметрических способов ее выполнения. Таким образом, множество альтернативных процессов ЧМС пользователь описывает в виде альтернативного графа (рис. 1)

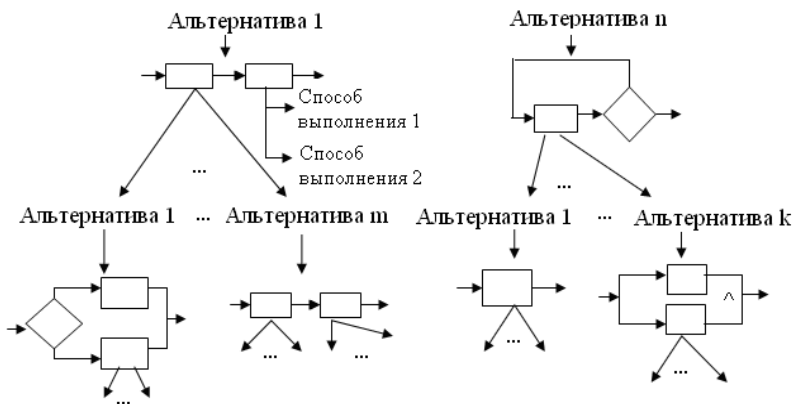


Рис. 1 – Альтернативный граф

Fig. 1 – Alternative graph

Наиболее полно эта стратегия была реализована гибридной экспертной системой (ГЭС) ИНТЕЛЛЕКТ-2 [4], функционирующей на ПЭВМ типа IBM PC в операционной среде Win32, языке программирования С++Builder и Visual Prolog.

Одним из недостатков такого подхода является невозможность в явном виде представить ПФ ЧМС как последовательность выполняемых операций. Также нет возможности рассмотреть участок ФС и оценить показатели его функционирования. Разработанная в настоящее время ГЭС проектирования человеко-машинных систем и принятия решений ИНТЕЛЛЕКТ-3 [8] решает проблему отсутствия последовательного представления выполняемых операций. Помимо этого она обладает и другими важными для пользователя возможностями: вставлять альтернативные ТФС в участок ФС, ограниченный двумя дугами; строить все изоморфные представления альтернативного графа; генерировать в ручном и автоматическом режиме конкретный алгоритм направленного перебора. Однако в ней отсутствует способ формализованного описания ФС.

Одним из подходящих является способ описания ФС – описание в виде множества бинарных отношений  $\{(O_1, O_2), \dots, (O_{n-1}, O_n)\}$  всех элементов ФС, обладающих свойством:  $O_n$  следует за  $O_{n-1}$ . Для удобства описания начало и конец каждой ТФЕ, входящей в ФС, обозначается специальным композиционером – транзитом «И»  $T$  [2]. Два транзита, первый из которых обозначает окончание ТФЕ, второй – начало следующей ТФЕ, заменяется на один транзит. Начало и

окончание ФС также будем обозначать композиционерами  $H$  и  $K$ . Начальным транзитом ФС будем называть транзит, который следует за композиционером  $H$ . Конечный транзит – транзит за которым следует композиционер  $K$ .

Формула (3) показывает пример описания ПФ ЧМС (рис. 2) в виде множества бинарных отношений.

$$R_{\text{ФС}} = \{(H, T_1), (T_1, A_1), (A_1, T_2), (T_2, A_2), (A_2, T_3), (T_3, \beta_{\text{ф}}), (\beta_{\text{ф}}, T_4), (\beta_{\text{ф}}, A_2), (T_4, \beta_{\text{д}}), (\beta_{\text{д}}, T_5), (\beta_{\text{д}}, A_1), (T_5, A_3), (A_3, T_6), (T_6, K)\}, \quad (3)$$

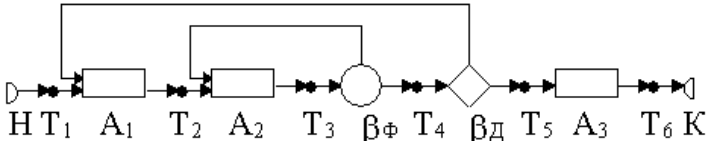


Рис. 2 – Пример процесса функционирования человеко-машинной системы

Fig. 2 – Example of the processes of man-machine systems

Основной проблемой при таком подходе является возможность описать ФС, которую нельзя представить в виде суперпозиции ТФС. Также необходимо уметь определять, между какими точкам (транзитами «И») можно сформировать альтернативный участок ПФ ЧМС, не нарушив суперпозиции. Для решения этих проблем на базе ГЭС ИНТЕЛЛЕКТ-3 реализован алгоритм нахождения этих точек. Суть алгоритма состоит в следующем.

Шаг 1. Проводится анализ каждого транзита «И», входящего в ФС, на предмет построения множества, изоморфного некоторой ТФС, началом которой является этот транзит «И».

Шаг 2. Если от транзита «И», взятого на шаге 1, найдено множество, изоморфное ТФС, то формируем множество  $W$  групп транзитов «И», между которыми возможно задать структурные альтернативы. Множество  $W$  формируется на основании транзитов, входящих в ТФС, заменяемую в ФС на эквивалентную рабочую операцию. Если от транзита изоморфное множество не найдено, то повторяем шаг 1 для следующего транзита «И».

Шаг 3. Повторяем шаги 1 и 2, пока ФС не будет преобразована в сеть, состоящую из одной эквивалентно РО. Если, рассмотрев все транзиты «И» на шаге 1, не удалось найти множество, изоморфное ТФС, то делаем вывод, что данная ФС не описывает ПФ ЧМС в рамках ФСТ.

Необходимым условием представления ФС в виде суперпозиции является нахождение начального и конечного транзитов в одном подмножестве множества  $W$ . Результат работы алгоритма для примера, показанного на рис. 2, представляется в виде множества  $W = \{T_1, T_5, T_6\}, \{T_2, T_4\}, \{T_3\}$ . Сеть представима в виде суперпозиции, так как начальный транзит  $T_1$  и конечный  $T_6$  входят в одно подмножество  $\{T_1, T_5, T_6\}$ . Данный алгоритм реализован в подпрограмме «Суперпозиция функциональной сети» (рис. 3).

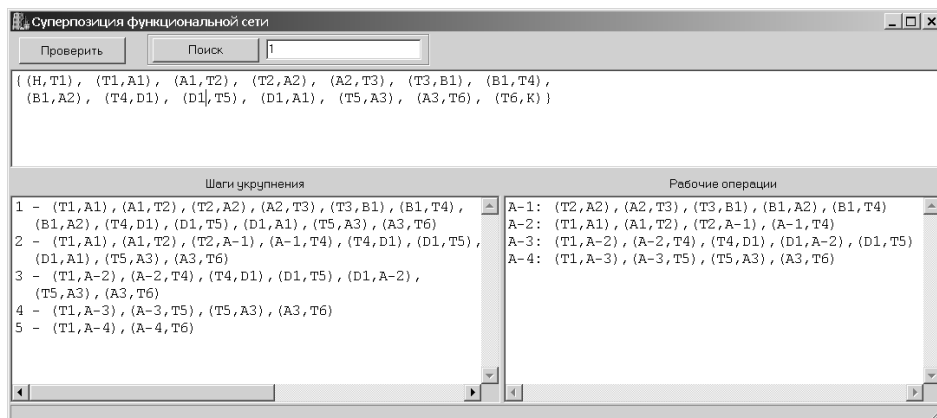


Рис 3 – Главное окно программы

Fig. 3 – The main program window

В верхнем окне программы вводится описание ФС в виде бинарных отношений. При нажатии на кнопку «Проверить» производится попытка построить суперпозицию ФС. В случае успеха в окне «Шаги укрупнения» показана последовательность построения суперпозиции, при этом для эквивалентных рабочих операции присваиваются отрицательные (системные) номера. Исходная ТФС, которая была преобразована в эквивалентную РО, показана в окне «Рабочие операции». При нажатии на кнопку «Проверить», на основании введенного номера транзита, производится поиск транзитов, между которыми возможно задание структурных альтернатив.

### Заключение

Приведен способ представления ПФ ЧМС в виде бинарных отношений элементов, входящих в ФС. Разработанная гибридная экспертная система имеет расширенный функционал, позволяющий строить все изоморфные представления альтернативного графа, генерировать в ручном и автоматическом режиме конкретный алгоритм направленного перебора. Предложен алгоритм определения границ ФС, между которыми возможно задать альтернативные участки ПФ ЧМС. Указан метод определения принадлежности ФС, заданной в виде бинарных отношений, к классу сетей, описываемых в рамках ФСТ. Приведена программа, реализующая эти возможности.

### ЛИТЕРАТУРА

1. **Губинский А.И., Евграфов В.Г.** Информационно-управляющие человеко-машинные системы: исследование, проектирование, испытания: справочник. – М.: Машиностроение, 1993. – 528 с.
2. **Губинский А.И.** Надежность и качество функционирования эргатических систем. – Л.: Наука, 1982. – 270 с.
3. **Губинский А.И., Евграфов В.Г.** Эргономическое проектирование судовых систем управления. – Л.: Судостроение, 1977. – 224 с.
4. **Гриф М.Г., Цой Е.Б.** Автоматизация проектирования процессов функционирования человеко-машинных систем на основе метода последовательной оптимизации. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2005. – 264 с.
5. **Гриф М.Г., Никитик А.А.** Проектирование и оптимизация бизнес-процессов на основе аппарата функциональных сетей // Информатика: проблемы, методология, технологии:

- материалы 11 международной научно-методической конференции, Воронеж, 10–11 февраля 2011 г.: в 3 т. – Воронеж: Изд-во ВГУ, 2011. – Т. 1. – С. 209–212.
6. **Grif M.G., Sundui O., Tsoy E.B.** Methods of designing and modeling of man-machine systems // International Summerworkshop Computer Science 2014: proceedings of International Summerworkshop, Germany, Chemnitz, 7–13 July 2014. – Chemnitz: Fakultät für Informatik (TU Chemnitz), 2014. – P. 38–40. – (Chemnitzer Informatik-Berichte; CSR-14-01).
  7. **Grif M.G., Sundui O., Tsoy E.B.** Selecting the method of maintenance and elimination of network failures in the National University of Mongolia // News of Science and Education. – 2014. – N 14 (14). – P. 116–123.
  8. **Зайков А.В., Кочетов С.А., Гриф М.Г.** Методы и средства оптимального проектирования процессов функционирования человеко-машинных систем на основе функционально-структурной теории // Научный вестник НГТУ. – 2008. – № 3 (32). – С. 95–110.

## DESIGN STRATEGIES FOR MANY ALTERNATIVES IN OPTIMIZATION PROBLEMS BASED ON THE FUNCTIONAL- STRUCTURAL THEORY

**Grif M.G., Kochetov S.A., Tsoy E.B.**

*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation*

The article describes models, methods and technologies to automate the design of the processes of man-machine system functioning based on the functional-structural theory (FST) and a generalized structural method proposed by Prof. A.I Gubinsky. Each alternative process of man-machine system functioning is defined as a functional network (FN), and appears to consist of a number of formal units referred to as standard functional units and their typical combinations - standard functional structures. Many alternative processes of man-machine systems are described as an alternative graph. The processes of man-machine system functioning are presented as binary relations of elements forming the FN. While solving the optimization problem indicators of performance, quality and reliability of man-machine systems are taken into account. The developed hybrid expert system has an advanced functionality that allows building all the isomorphic representations of the alternative graph and generating a specific algorithm of purposive enumeration in manual and automatic modes. An algorithm is proposed to determine the boundaries of the FN between which it is possible to define alternative sites of the processes of man-machine system functioning. A specified method to determine the belonging of a FN, given in the form of binary relations, to a class of networks described in the framework of the functional-structural theory is stated. The program implementing these potentialities is given.

*Keywords:* functional and structural theory, man-machine system, many alternatives, design automation, downgoing design, upgoing design.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-4-42-49

### REFERENCES

1. Gubinskii A.I., Evgrafov V.G. *Informatsionno-upravlyayushchie cheloveko-mashinnye sistemy: issledovanie, proektirovanie, ispytaniya*. Spravochnik [Information and controlling man-machine systems: research, design, tests. Handbook]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1993. 528 p.
2. Gubinskii A.I. *Nadezhnost' i kachestvo funktsionirovaniya ergaticheskikh sistem* [Reliability and quality of ergative systems functioning]. Leningrad, Nauka Publ., 1982. 270 p.
3. Gubinskii A.I., Evgrafov V.G. *Ergonomicheskoe proektirovanie sudovykh sistem upravleniya* [Ergonomic design of ship control systems]. Leningrad, Sudostroenie Publ., 1977. 224 p.
4. Grif M.G., Tsoi E.B. *Avtomatizatsiya proektirovaniya protsessov funktsionirovaniya cheloveko-mashinnykh sistem na osnove metoda posledovatel'noi optimizatsii* [CAD technique for human-machine systems based on sequential optimization method]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2005. 264 p.
5. Grif M.G., Nikityuk A.A. [Design and optimization of business processes on the basis of the device functional networks]. *Materialy 11 mezhdunarodnoy nauchno-metodicheskoy confe-*

- rencii "Informatika. Problemy, metodologiya, technologii" [Proceedings of 11 International Scientific and Methodological Conference "Informatics. Problems, Methodology, Technologies"], Voronezh, 10–11 February 2011, vol. 1, pp. 209–212. (In Russian)
6. Grif M.G., Sundui O., Tsoy E.B. Methods of desingning and modeling of man-machine systems. *Proceedings of International Summerworkshop "Computer Science 2014"*, Germany, Chemnitz, Fakultät at für Informatik (TU Chemnit), 2014, pp. 38–40.
  7. Grif M.G., Sundui O., Tsoy E.B. Selecting the method of maintenance and elimination of network failures in the National University of Mongolia. *News of Science and Education*, 2014, no. 14 (14), pp. 116–123.
  8. Zaikov A.V., Kochetov S.A., Grif M.G. Metody i sredstva optimal'nogo proektirovaniya protsessov funktsionirovaniya cheloveko-mashinnykh sistem na osnove funktsional'no-strukturnoi teorii [Methods of optimal design of man-machine systems functioning processes based on the functional-structural theory]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2008, no. 3 (32), pp. 95–110.

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Гриф Михаил Геннадьевич** – родился в 1959 году, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой автоматизированных систем управления Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: проектирование и оптимизация процесса функционирования человеко-машинных систем, системы искусственного интеллекта, лингвистические и технологические аспекты разработки компьютерного сурдопереводчика. Опубликовано более 230 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. Email: grifmg@mail.ru).

**Grif Mikhail Gennadievich** (b. 1959) – Doctor of Science (Eng.), Professor, Head of the Automation Control Systems department in the Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on computer sign language translation systems for the deaf, design and optimization of man-machine systems, AI systems. He is the author of more than 200 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation. Email: grifmg@mail.ru).



**Кочетов Станислав Александрович** – родился в 1979 году, аспирант кафедры автоматизированных систем управления Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: проектирование и оптимизация процесса функционирования человеко-машинных систем. Опубликовано 8 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20).

**Kochetov Stanislav Aleksandrovich** (b. 1979), a PhD student at the Department of Automated Control Systems, Novosibirsk State Technical University. His research interests are design and optimization of the functioning process of man-machine systems. He has published 8 scientific articles. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation).



**Цой Евгений Борисович** – родился в 1950 году, д-р техн. наук, профессор, проректор по международным связям Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: вероятностное моделирование по группированным данным при исследовании и проектировании человеко-машинных систем, статистические методы обработки данных и планирование эксперимента, компьютерный сурдопереводчик. Опубликовано более 160 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. Email: ebcoi@nstu.ru).



**Tsoy Evgeniy Borisovich** (b.1950) – Doctor of Science (Eng.), Professor, Vice-rector for International Relations in the Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on probabilistic modelling in human-machine systems research and design based on grouped data, statistical methods for data processing and experiment design, computer sign language translation systems. He is the author of more than 160 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation. Email: ebcoi@nstu.ru).

*Статья поступила 08 октября 2015 г.  
Received on October 8, 2015*

---

To Reference:

Grif M.G., Kochetov S.A., Tsoy E.B. Strategii proektirovaniya mnozhestva al'ternativ v zadachakh optimizatsii na osnove funktsional'no-strukturnoi teorii [Design strategies for many alternatives in optimization problems based on the functional-structural theory]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2015, no. 4 (29), pp. 42–49. doi:

УДК 621.372.0

**ШИРОКОПОЛОСНОЕ СОГЛАСУЮЩЕ-СИММЕТРИРУЮЩЕЕ  
УСТРОЙСТВО НА ТРЕХ СВЯЗАННЫХ ЛИНИЯХ ПЕРЕДАЧИ****Г.Н. Девятков, М.В. Коваль***Новосибирский государственный технический университет*

Рассмотрено широкополосное согласующе-симметрирующее устройство на трех связанных линиях передачи, получена его математическая модель и найдены условия идентичности передачи сигнала в плечи. Полученные условия – это основные соотношения, которые должны быть выполнены при проведении синтеза широкополосных симметрирующих устройств. Синтез рассмотренного симметрирующего устройства сводится к синтезу эквивалентного четырехполюсника. С помощью формул преобразования была найдена математическая модель эквивалентного четырехполюсника и проведен синтез в рамках двухэтапной процедуры, где на первом этапе строится начальное приближение, т.е. уточняется структура его собственных функций и находятся начальные значения ее параметров, а на втором – находится оптимальное решение в заданной полосе рабочих частот. Затем был произведен обратный переход к согласующе-симметрирующему устройству и найдены все его параметры. Для иллюстрации возможностей метода синтеза был проведен синтез согласующе-симметрирующих устройств для различных значений сопротивлений нагрузок в полосе нормированных рабочих частот с модулем коэффициента отражения по входу не хуже 0,2 для различных сопротивлений нагрузок. Приведенные численные примеры подтверждают корректность предложенных математических процедур. Метод позволяет разработчику активно вмешиваться в процесс синтеза и в реальном масштабе времени находить оптимальные решения.

*Ключевые слова:* компактное симметрирующее устройство, синтез, согласование, связанные отрезки линий передачи.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-4-50-58

**Введение**

Симметрирующие устройства – это основные компоненты во многих коммуникационных устройствах, таких как балансный смеситель, двухтактный усилитель, антенные системы и др. Основные функции симметрирующего устройства – это симметрирование и согласование. Важнейшими характеристиками симметрирующего устройства являются широкополосность, уровень модуля коэффициента отражения в полосе пропускания. Одной из современных тенденций развития симметрирующих устройств является миниатюризация конструкции данных устройств.

Известно, что наиболее компактными являются симметрирующие устройства на связанных отрезках линий передачи, при этом они могут совмещать в себе функции симметрирования и согласования нагрузок.

Наиболее простым и широко применяемым является симметрирующее устройство Маршанда [1]. Это устройство состоит из двух отрезков связанных четвертьволновых линий передачи. Недостаток данного устройства – большие габариты. С целью улучшения рабочих параметров и уменьшения габаритов сим-

---

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (госзадание № 8 337 2014/К).

метрирующие устройства претерпели ряд изменений [2–3]. В источнике [3] описано миниатюризированное симметрирующее устройство на двух связанных отрезках линий передачи длиной  $\lambda/8$ . Недостаток данного устройства – узкая полоса пропускания.

Симметрирующие устройства на трех связанных линиях передачи более сложны в проектировании, но зато более компактны и имеют достаточно хорошие рабочие характеристики. В источнике [4] предложен аналитический метод синтеза симметрирующих устройств на трех связанных отрезках линий передачи. Следует отметить, что предложенный метод представляет собой достаточно сложную математическую процедуру и требует высокой квалификации разработчика.

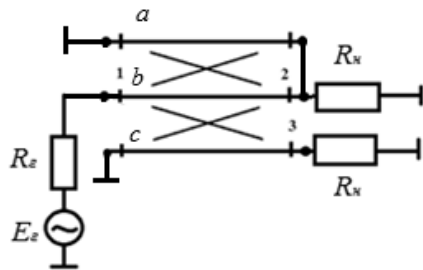
Целью данной работы является разработка численного метода синтеза, который позволил бы в интерактивном режиме проводить синтез согласующе-симметрирующих устройств на отрезках связанных линий передачи в заданной полосе рабочих частот.

**1. Постановка задачи**

Структурная схема симметрирующего устройства на трех связанных отрезках линий передачи  $a, b, c$  приведена на рис. 1, где  $R_T$  и  $R_H$  – сопротивления генератора и нагрузки соответственно.

Рис. 1 – Симметрирующее устройство на трех связанных линиях передачи

Fig. 1 – Balun on the three coupled transmission lines



При разработке метода синтеза ограничимся случаем, когда емкость связи между линиями  $a$  и  $c$  равна нулю, тогда параметры устройства полностью определяются проводимостями четного  $Y_{oe}^a, Y_{oe}^b, Y_{oe}^c$  и нечетного  $Y_{oo}^a, Y_{oo}^c$  типов возбуждения.

**2. Теория**

**2.1. Математическая модель симметрирующего устройства**

Для нахождения математической модели данного устройства применяется метод декомпозиции, т. е. разбиваем данное устройство на два простых устройства, приведенных на рис. 2, где  $\theta = \pi/2$  – электрическая длина,  $y_{oo}^{a'}, y_{oo}^{a''}, y_{oo}^{b'}, y_{oo}^{b''}$  – проводимости нечетного типа возбуждения, а  $y_{oe}^{a'}, y_{oe}^{a''}, y_{oe}^{b'}, y_{oe}^{b''}$  – проводимости четного типа возбуждения отрезков связанных линий передачи  $a', b', a'', b''$ .

Будем строить математическую модель симметрирующего устройства в у-матричном представлении, так как это позволяет получать более удобные в практическом отношении реализации. Для этого находим системы уравнений каждой секции устройства (рис. 2), затем объединяем их в одну. Полученная математическая модель симметрирующего устройства на трех связанных отрезках линиях передачи имеет вид

$$y = \begin{vmatrix} \frac{\Sigma'_b + \Sigma''_a}{2S} & \frac{p'_b - \Sigma'_b - \Sigma''_a}{2S'} & \frac{p''_a}{2S'} \\ \frac{p'_a - \Sigma'_b - \Sigma''_a}{2S'} & \frac{\Sigma'_a - p'_a - p'_b + \Sigma'_b + \Sigma''_a}{2S} & -\frac{p''_a}{2S'} \\ \frac{p''_b}{2S'} & -\frac{p''_b}{2S'} & \frac{\Sigma''_b}{2S} \end{vmatrix}, \quad (1)$$

где  $\Sigma'_a = y_{oo}^{a'} + y_{oe}^{a'}$ ,  $\Sigma'_b = y_{oo}^{b'} + y_{oe}^{b'}$ ,  $p'_a = y_{oo}^{a'} - y_{oe}^{a'}$ ,  $p'_b = y_{oo}^{b'} - y_{oe}^{b'}$ ,  $\Sigma''_a = y_{oo}^{a''} + y_{oe}^{a''}$ ,  $\Sigma''_b = y_{oo}^{b''} + y_{oe}^{b''}$ ,  $p''_a = y_{oo}^{a''} - y_{oe}^{a''}$ ,  $p''_b = y_{oo}^{b''} - y_{oe}^{b''}$ ,  $S = j \operatorname{tg} \theta$ ,  $S' = j \sin \theta$ .

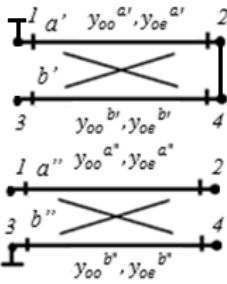


Рис. 2 – Два простых устройства на отрезках связанных линий передачи

Fig. 2 – Two simple networks on the coupled transmission lines

## 2.2. Анализ работы симметрирующего устройства

Несмотря на очевидное достоинство данного устройства – широкополосность, коэффициенты прямой передачи сигнала на выходы симметрирующего устройства не равны, так как  $y_{21} \neq y_{31}$ , что следует из полученной  $y$ -матрицы устройства (1), следовательно, данное устройство не выполняет свою основную функцию симметрирования.

В результате проведенного анализа математической модели устройства были определены условия, при которых обеспечивается на всех частотах равенство модулей коэффициентов передачи сигнала в прямом направлении ( $y_{21} = y_{31}$ ) с разностью фаз в 180 градусов:

$$p'_b - \Sigma'_b = \Sigma''_a - p''_a, \quad (2)$$

$$p''_a = p''_b. \quad (3)$$

Результирующая матрица проводимостей симметрирующего устройства с учетом вышеприведенных условий имеет следующий вид:

$$y = \begin{vmatrix} \frac{\Sigma'_b + \Sigma''_a}{2S} & -\frac{p''_a}{2S'} & \frac{p''_a}{2S'} \\ -\frac{p''_a}{2S'} & \frac{\Sigma'_a - p'_a + p''_a}{2S} & -\frac{p''_a}{2S} \\ \frac{p''_a}{2S'} & -\frac{p''_a}{2S} & \frac{\Sigma'_a}{2S} \end{vmatrix}. \quad (4)$$

Полученные условия (2), (3) – это основные соотношения, которые должны быть выполнены при синтезе широкополосных согласующе-симметрирующих устройств на трех связанных четвертьволновых отрезках линий передачи.

Данной информации достаточно для определения параметров компактных согласующе-симметрирующих устройств на отрезках трех связанных линий передачи (рис.1):

$$\left. \begin{aligned} Y_{oe}^a &= y_{oe}^{a'} \\ Y_{oe}^b &= y_{oe}^{a''} \\ Y_{oe}^c &= y_{oe}^{b''} \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} Y_{oo}^a &= y_{oo}^{a'} \\ Y_{oo}^c &= y_{oo}^{b''} \end{aligned} \right\}. \tag{5}$$

**2.3. Синтез широкополосного согласующе-симметрирующего устройства**

В работе [5] приводится численный метод синтеза широкополосных согласующе-симметрирующих устройств с общих позиций, который базируется на синтезе согласующей цепи [6].

Тогда с использованием результатов работы [5] задача синтеза данного устройства сводится к задаче синтеза эквивалентного четырехполюсника, что позволяет уменьшить количество математических выкладок и упростить решение задачи.

С помощью формул преобразования [5] переходим к математической модели эквивалентного четырехполюсника и по этой модели определяем структуру элементов *y*-матрицы четырехполюсника.

$$\left. \begin{aligned} y_{11}(S) &= y_{11}^2(S) \\ y_{22}(S) - y_{23}(S) &= 2 \cdot y_{22}^2(S) \\ y_{21}(S) &= y_{21}^2(S) \end{aligned} \right\}, \tag{6}$$

где  $y_{11}(S)$ ,  $y_{22}(S)$ ,  $y_{21}(S)$ ,  $y_{23}(S)$  – элементы *y*-матрицы симметрирующего устройства;  $y_{11}^2(S)$ ,  $y_{22}^2(S)$ ,  $y_{21}^2(S)$  – элементы *y*-матрицы эквивалентного четырехполюсника. Далее проводим его синтез в рамках двухэтапной процедуры [6], где на первом этапе строится начальное приближение, т. е. уточняется структура его собственных функций и находятся начальные значения ее параметров, а на втором – находится оптимальное решение в заданной полосе рабочих частот. Результирующая *y*-матрица широкополосного согласующе-симметрирующего устройства на трех связанных отрезках линий передачи определяется с помощью обратных эквивалентных преобразований (6) и с использованием соотношений (5) определяются параметры согласующе-симметрирующего устройства на отрезках трех связанных линий передачи (рис. 1).

В качестве примера рассмотрим синтез согласующе-симметрирующего устройства в полосе нормированных рабочих частот 0,7...1,3. Внутреннее сопротивление генератора  $R_r = 1$ , сопротивление нагрузок  $R_n = 0,5$ .

Вначале синтезируется эквивалентный четырехполюсник, согласующий в заданной полосе рабочих частот заданные сопротивления генератора и нагрузок. В результате получаем *y*-матрицу эквивалентного четырехполюсника, которая имеет вид

$$y = \begin{vmatrix} \frac{2,42}{2S} & -\frac{0,855}{2S'} \\ \frac{0,855}{2S'} & \frac{1,105}{2S} \end{vmatrix}. \tag{7}$$

С помощью обратных эквивалентных преобразований находится матрица проводимостей согласующе-симметрирующего устройства (4):

$$y = \begin{vmatrix} \frac{4,84}{2S} & \frac{1,71}{2S'} & \frac{1,71}{2S'} \\ \frac{1,71}{2S'} & \frac{2,71}{2S} & \frac{1,71}{2S} \\ \frac{1,71}{2S'} & \frac{1,71}{2S} & \frac{2,71}{2S} \end{vmatrix} \quad (8)$$

и с использованием соотношений (5) определяем параметры согласующе-симметрирующего устройства на отрезках трех связанных линий передачи (см. рис. 1), приведенные в таблице во втором столбце.

Для иллюстрации возможностей метода синтеза был проведен синтез согласующе-симметрирующих устройств для различных значений сопротивлений нагрузок. В таблице приведены полученные значения всех проводимостей четного и нечетного типов возбуждения.

#### Проводимости четного и нечетного типов возбуждения симметрирующего устройства

##### Conductively type even and odd excitation balun

	$R_H = 0,5$	$R_H = 1$	$R_H = 1,5$	$R_H = 2$
$Y_{oe}^a$	0,008	0,01	0,0025	0,0025
$Y_{oe}^b$	0	0	0	0
$Y_{oe}^c$	0,0212	0,01	0,0025	0,0025
$Y_{oo}^a$	0,0708	0,0726	0,0448	0,0556
$Y_{oo}^c$	0,0439	0,0442	0,0306	0,027

### 3. Результаты компьютерного моделирования

Моделирование синтезированных согласующе-симметрирующих устройств на трех связанных линиях передачи было проведено в программе MathCAD.

В результате моделирования были получены частотные характеристики: для  $R_H = 0,5$  приведены на рис. 3, 4, 5; для  $R_H = 1$  – на рис. 6, 7; для  $R_H = 1,5$  – на рис. 8, 9; для  $R_H = 2$  приведены на рис. 10, 11. График разности фаз выходных сигналов для всех значений нагрузки имеет идентичный вид, как на рис. 5 для  $R_H = 0,5$ .

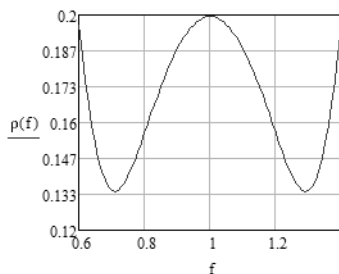


Рис. 3 – Модуль коэффициента отражения по входу  $R_H = 0,5$

Fig. 3 – The module of the reflection coefficient at the input  $R_H = 0,5$

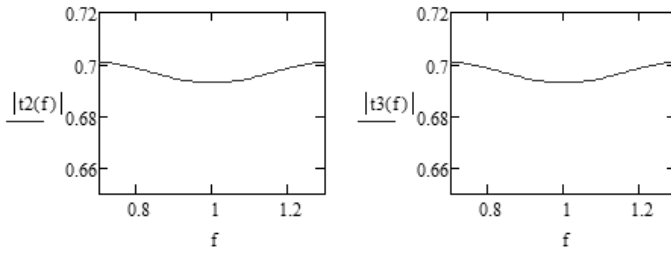


Рис. 4 – Модули коэффициентов передачи по напряжению в плечи  $R_H = 0,5$

Fig. 4 – The modules of the voltage transmission coefficients  $R_H = 0,5$

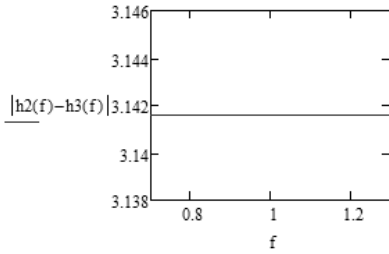


Рис. 5 – Разность фаз выходных сигналов  $R_H = 0,5$

Fig. 5 – Phase difference of output signals  $R_H = 0,5$

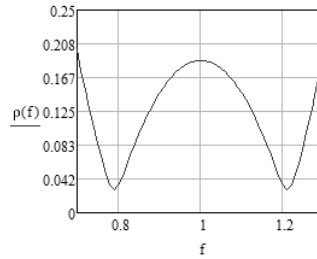


Рис. 6 – Модуль коэффициента отражения по входу  $R_H = 1$

Fig. 6 – The module of the reflection coefficient at the input  $R_H = 1$

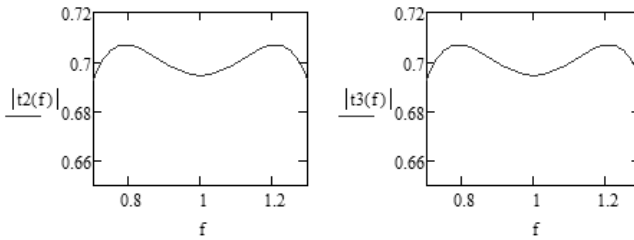
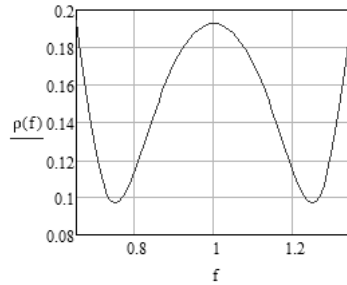


Рис. 7 – Модули коэффициентов передачи сигнала  $R_H = 1$

Fig. 7 – The modules of the voltage transmission coefficients  $R_H = 1$

Рис. 8 – Модуль коэффициента отражения по входу  $R_H = 1,5$

Fig. 8 – The module of the reflection coefficient at the input  $R_H = 1,5$



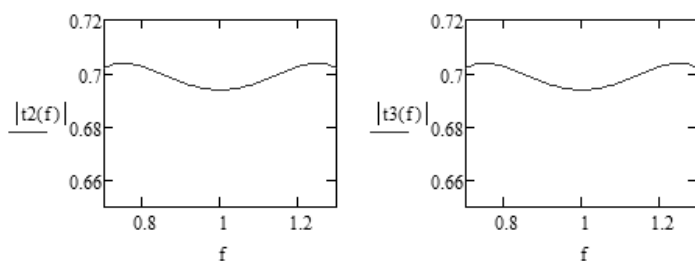


Рис. 9 – Модули коэффициентов передачи сигнала  $R_n = 1,5$

Fig. 9 – The modules of the voltage transmission coefficients  $R_n = 1,5$

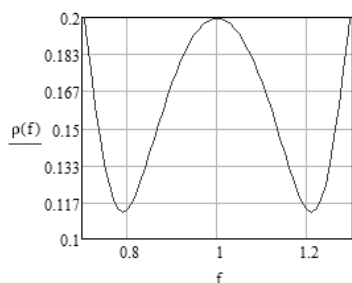


Рис. 10 – Модуль коэффициента отражения по входу  $R_n = 2$

Fig. 10 – The module of the reflection coefficient at the input  $R_n = 2$

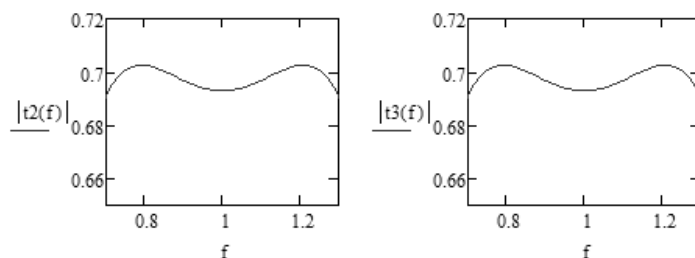


Рис. 11 – Модули коэффициентов передачи сигнала  $R_n = 2$

Fig. 11 – The modules of the voltage transmission coefficients  $R_n = 2$

## Заключение

Разработан метод автоматизированного синтеза, который позволяет синтезировать широкополосные компактные согласующе-симметрирующие устройства на трех связанных отрезках линий передачи при различных сопротивлениях нагрузок. Приведенные численные примеры подтверждают корректность предложенных математических процедур. Метод позволяет разработчику активно вмешиваться в процесс синтеза и в реальном масштабе времени находить оптимальные решения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. A new planar Marchand balun / Z.-Y. Zhang, Y.-X. Guo, L.C. Ong, M.Y.W. Chia // IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest. – 2005. – P. 1207–1210. – doi: 10.1109/MWSYM.2005.1516893.



2. Design and optimization of 3D compact stripline and microstrip Bluetooth/WLAN balun architectures using the design of experiments technique / D. Staiculescu, N. Bushyager, A. Obatoyinbo, L.J. Martin, M.M. Tentzeris // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. – 2005. – Vol. 53, iss. 5, pp. 1805–1812. – doi: 10.1109/TAP.2005.846820.
3. A miniaturized microstrip balun constructed with two  $\lambda/8$  coupled lines and redundant line / C.-I. Shie, Y.-H. Pan, K.-S. Chin, Y.-C. Chiang // *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*. – 2010. – Vol. 20, iss. 12. – P. 663–665. – doi: 10.1109/LMWC.2010.2084076.
4. Lee H.-M., Tsai C.-M. Exact synthesis of broadband three-line baluns // *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. – 2009. – Vol. 57, iss. 1, pp. 140–148. – doi: 10.1109/TMTT.2008.2009038.
5. Девятков Г.Н. Автоматизированный синтез широкополосных согласующе-симметрирующих устройств // *Научный вестник НГТУ*. – 2006. – № 1 (22). – С. 61–70.
6. Девятков Г.Н. Автоматизированный синтез широкополосных согласующих устройств, связывающих произвольные иммитансы источника сигнала и нагрузки // *Научный вестник НГТУ*. – 2004. – № 1 (16). – С. 155–165.

## BROADBAND BALUN BASED ON THREE COUPLED TRANSMISSION LINES

**Devyatkov G.N., Koval M.V.**

*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation*

A balancing unit (Balun) based on three coupled transmission lines is discussed in this article. Its mathematical model has been obtained and identity conditions for transferring signals to shoulders have been found. As an example, the synthesis and simulation of balancing units has been carried out in the normal operating frequency broadband of 0,7 – 1,3, with the reflection coefficient modulus at the input being less than 0.2 for various impedance loads. A method of mathematical synthesis has been developed. This method allows synthesizing broadband Balun based on the three coupled transmission lines with various loads. Numerical examples given in the paper confirm the correctness of the proposed procedures. This mathematical method of synthesis allows developers to actively intervene in the process of synthesis and find optimal decisions in real time.

*Keywords:* Balun, mathematical matching, coupled transmission lines.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-4-50-58

### REFERENCE

1. Zhang Z.-Y., Guo Y.-X., Ong L.C., Chia M.Y.W. A new planar Marchand balun. *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, 2005, pp. 1207–1210. doi: 10.1109/MWSYM.2005.1516893
2. Staiculescu D., Bushyager N., Obatoyinbo A., Martin L.J., Tentzeris M.M. Design and optimization of 3D compact stripline and microstrip Bluetooth/WLAN balun architectures using the design of experiments technique. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 53, iss. 5, pp. 1805–1812. doi: 10.1109/TAP.2005.846820
3. Shie C.-I., Pan Y.-H., Chin K.-S., Chiang Y.-C. A miniaturized microstrip balun constructed with two  $\lambda/8$  coupled lines and redundant line. *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, 2010, vol. 20, iss. 12, pp. 663–665. doi: 10.1109/LMWC.2010.2084076
4. Lee H.-M., Tsai C.-M. Exact synthesis of broadband three-line baluns. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2009, vol. 57, iss. 1, pp. 140–148. doi: 10.1109/TMTT.2008.2009038
5. Devyatkov G.N. Avtomatizirovanniy sintez shirokopolosnykh soglasuyushche-simmetriyushchikh ustroystv [Automatic synthesis of broadband balun]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2006, no. 1 (22), pp. 61–70.

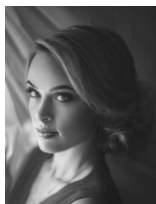
6. Devyatkov G.N. Avtomatizirovannyi sintez shirokopolosnykh soglasuyushchikh ustroystv, svyazyvayushchikh proizvol'nye immitansy istochnika signala i nagruzki [Automatic synthesis of broadband balun that connect an arbitrary of impedance of generator and load]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2004, no. 1 (16), pp. 155–165.

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Девятков Геннадий Никифорович** – родился в 1945 году, д-р техн. наук, доцент, профессор кафедры конструирования и технологии радиоэлектронных средств Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: автоматизированный синтез активных и пассивных устройств СВЧ. Опубликовано 150 научных работ, в том числе две монографии. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. Email: devyatkovgn@mail.ru).

**Devyatkov Gennadii N.** (b.1945) – Doctor of Science (Eng.), Associate Professor, Professor at the Department of Electronic Device Construction and Design in the Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on synthesizing active and passive microwave devices. He is the author of 150 scientific papers and 2 monographs. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation. Email: devyatkovgn@mail.ru).



**Коваль Мария Владимировна** – родилась в 1989 году, аспирант кафедры конструирования и технологии радиоэлектронных средств Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: автоматизированный синтез активных и пассивных устройств СВЧ. Опубликовано 7 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. Email: marri54@yandex.ru).

**Koval Mariya V.** (b.1989) – a Postgraduate Student at the Department of Electronic Device Construction and Design in the Novosibirsk State Technical University. Her research interests are currently focused on the synthesis of active and passive microwave devices. She is the author of 7 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation. Email: marri54@yandex.ru).

*Статья поступила 28 октября 2015 г.  
Received on October 28, 2015*

---

#### To Reference:

Devyatkov G.N., Koval M.V. Shirokopolosnoe soglasuyushche-simmetriruyushchee ustroystvo na trekh svyazannykh liniyakh peredachi [Broadband balun based on three coupled transmission lines]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2015, no. 4 (29), pp. 50–58. doi:

УДК 62-26;621.319.35

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ОДНОКОНДЕНСАТОРНОГО  
МЭМС-ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ С ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ  
ЭЛЕКТРОДАМИ****В.П. Драгунов, В.Н. Васюков, В.Ю. Доржиев***Новосибирский государственный технический университет*

В данной статье развита математическая модель и проведено моделирование работы одноконденсаторного электростатического микроэлектромеханического преобразователя энергии механических колебаний в электрическую. Анализировался преобразователь с последовательным включением компонентов. В качестве переменного конденсатора рассматривалась МЭМС с плоскопараллельными электродами и с изменением межэлектродного зазора вне плоскости устройства. При создании модели преобразователя задача о перемещении подвижного электрода была сведена к задаче о колебаниях балочки с заделанными концами и сосредоточенной массой. Получены выражения, позволяющие по экспериментальным данным рассчитать зависимости от времени изменения заряда на обкладках переменного конденсатора и смещения его подвижного электрода. Для проверки адекватности созданной модели и корректности сделанных допущений проведено сопоставление результатов моделирования с результатами эксперимента, в котором использовался микроэлектромеханический конденсатор, изготовленный с использованием технологий микроэлектроники из (100) Si. Представлены результаты исследования эффективности работы преобразователя на разных частотах и при воздействии случайной вибрации, имеющей характер шума, белого в полосе частот 0...100 Гц. Сопоставление показало, что результаты моделирования отражают основные особенности эксперимента как при детерминированных, так и при случайных колебаниях и могут быть использованы на этапе предварительного проектирования.

*Ключевые слова:* МЭМС, механические колебания, широкополосная случайная вибрация, преобразование энергии, периодограмма.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-4-59-70

**Введение**

На сегодняшний день микросистемная техника является одним из наиболее динамично развивающихся междисциплинарных научно-технических направлений, а устройства микросистемной техники – микроэлектромеханические системы (МЭМС), изготавливаемые с использованием технологий микроэлектроники, за последние годы показали свой огромный потенциал.

МЭМС, содержащие кремниевые исполнительные элементы, имеют ряд значительных преимуществ по сравнению с приборами того же функционального назначения, выполненными без использования технологий микроэлектроники: высокое быстродействие, значительно меньшую стоимость, меньшие габаритные размеры, высокую ударо- и вибропрочность, невысокое энергопотребление. Все это обуславливается использованием материаловедческой и технологической баз современной твердотельной электроники.

Среди большого разнообразия МЭМС в особый класс можно выделить электростатические МЭМС-преобразователи механической энергии в электрическую энергию, такие как акселерометры, гироскопы и генераторы. Конструктивно они могут быть разделены на два типа: с гребенчатыми и с плоскопараллельными электродами. В настоящее время наиболее распространенными являются преобра-

зователи с гребенчатой конструкцией электродов [1, 2], однако для их изготовления необходима дорогостоящая технология глубокого травления кремния с высоким аспектным соотношением, часто недоступная на отечественных предприятиях электронной промышленности. В свою очередь преобразователи с плоскопараллельными электродами [1, 3] могут быть изготовлены путем изотропного травления кремния и в ряде случаев их параметры даже превосходят параметры преобразователей с гребенчатой конструкцией электродов.

В данной работе представлены результаты моделирования и экспериментального исследования характеристик микроэлектромеханического преобразователя с плоскопараллельными электродами и с изменением межэлектродного зазора вне плоскости устройства, изготовленного с использованием технологий микроэлектроники.

## 1. Модель

На рис. 1 приведена электрическая схема одноконденсаторного электростатического МЭМС-преобразователя с последовательным включением компонентов, где  $V_0$  – источник постоянного напряжения,  $R$  – сопротивление нагрузки,  $C$  – переменный конденсатор.

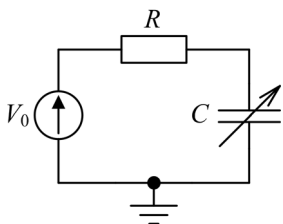


Рис. 1 – Электрическая схема одноконденсаторного электростатического МЭМС-преобразователя с последовательным включением компонентов

Fig. 1 – Electrical circuit of single-capacitor electrostatic MEMS-converter with series connection of components

В работе данного преобразователя можно выделить два этапа. На первом этапе при увеличении емкости переменного конденсатора за счет внешних механических сил он заряжается током, протекающим от источника постоянного напряжения  $V_0$  через нагрузку. На втором, при уменьшении емкости конденсатора внешними силами, происходит его разряд током, протекающим от конденсатора в  $V_0$  через нагрузку  $R$ . В результате за счет работы внешних механических сил на сопротивлении нагрузки создается переменное напряжение и выделяется энергия.

Основным элементом электростатических МЭМС-преобразователей энергии механических колебаний в электрическую энергию является переменный конденсатор, изготавливаемый с использованием технологий микроэлектроники. Изменение емкости в нем может достигаться за счет изменения межэлектродного зазора, площади перекрытия электродов и эффективной диэлектрической проницаемости среды между электродами. В любом случае желательно получить максимальное значение глубины модуляции емкости  $\eta = C_{\max}/C_{\min}$  (где  $C_{\max}$  и  $C_{\min}$  – максимальная и минимальная емкости переменного конденсатора соответственно).

При малых амплитудах внешних механических колебаний наибольшие значения  $\eta$  могут быть достигнуты при использовании конденсатора с плоскопараллельными электродами и изменяющимся межэлектродным зазором. Работу именно такого МЭМС-преобразователя мы и будем исследовать в дальнейшем.

В литературе предложено несколько конструкций переменных конденсаторов с плоскопараллельными электродами: с крестообразным подвесом, с z-образным кососимметричным и симметричным подвесами, с параллельным подвесом и т. п.

В первом приближении все эти конструкции можно представить в виде базовой схемы, показанной на рис. 2, в которой подвижный электрод представляется недеформируемой платформой.

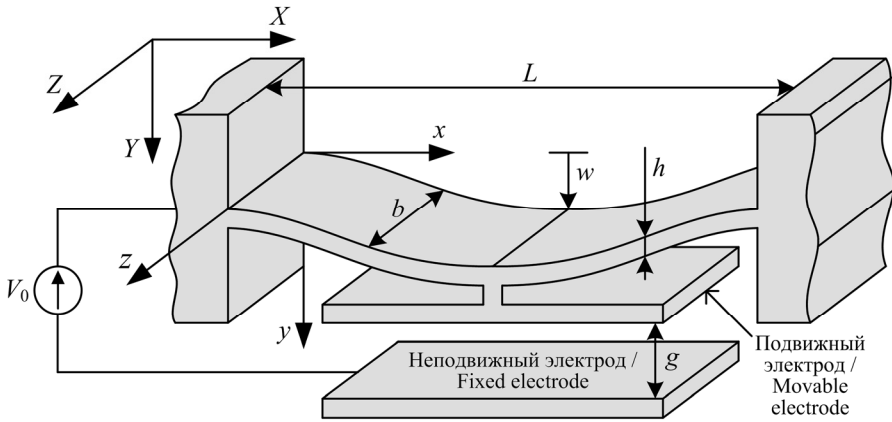


Рис. 2 – Базовая схема переменного конденсатора с плоскопараллельными электродами

Fig. 2 – The basic layout of the variable capacitor with parallel-plate electrodes

Данная схема позволяет свести задачу о перемещении подвижного электрода к задаче о колебаниях балочки с заделанными концами и сосредоточенной массой  $M$ , связанной с балочкой в точке  $x = L/2$  (здесь  $M$  – масса подвижного электрода).

Рассмотрим изгибные колебания балочки с заделанными концами, возникающие под действием возмущающего перемещения опоры.

Пусть опора балочки относительно неподвижной системы координат  $XYZ$  (рис. 2) движется по закону  $Y(t) = F(t)$ .

Абсолютное движение точек балочки можно рассматривать как результат сложения относительного движения и переносного движения опоры. Тогда дифференциальное уравнение колебательного движения балочки, в котором  $y(x, t)$  принимаем за относительное движение, в нашем случае принимает вид

$$EJ \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \chi \frac{\partial y}{\partial t} + \rho s \left( \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 y_0}{\partial t^2} \right) = F(x, t),$$

где  $E$  – модуль Юнга материала балочки,  $J$  – момент инерции,  $\rho$  – масса единицы объема материала балочки,  $s = bh$  – площадь поперечного сечения балочки,  $\chi$  – коэффициент, характеризующий затухание. При этом для заделанных концов  $y(t, 0) = y(t, L) = 0$  и  $\partial y(t, 0) / \partial x = \partial y(t, L) / \partial x = 0$ . Полагая, что сосредоточенная масса  $M$  и сила  $Q$ , приложенные в точке  $x = L/2$ , распределены равномерно в интервале от  $(L - \delta) / 2$  до  $(L + \delta) / 2$  интенсивностью  $m$  и  $q$  на единицу длины, в предположении, что  $q\delta \rightarrow Q$  и  $m\delta \rightarrow M$ , когда  $\delta \rightarrow 0$ , получим, что

$$F(x, t) = -m \left( \frac{\partial y_0}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial t} \Big|_{x=L/2} \right) + q \Big|_{x=L/2}, \tag{1}$$

причем  $m$  и  $q$  равны нулю везде за исключением интервала  $(L-\delta)/2 \leq x \leq (L+\delta)/2$ .

Принимая во внимание, что возвращающая упругая сила балочки и электрическая сила притяжения действуют на подвижный электрод как на материальную точку массы  $M$ , в случае, когда масса балочек упругого подвеса много меньше массы подвижного электрода, используя подход, развитый в [4–6], можно представить дифференциальное уравнение, определяющее закон движения подвижного электрода, в виде

$$M \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + B \frac{\partial W}{\partial t} + GW - \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S V^2}{2(d_0 - W)^2} = -M \left( \frac{\partial^2 y_0}{\partial t^2} \right) + Mg,$$

здесь  $W = y(t, L/2)$ ,  $G$  – коэффициент жесткости упругого подвеса,  $B$  – коэффициент затухания,  $g$  – ускорение свободного падения,  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная;  $\varepsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость среды между электродами,  $S$  – площадь электрода.

В случае, когда массой упругого подвеса можно пренебречь,

$$G = 24n \frac{EJ}{(L/2)^3},$$

где  $n$  – количество балочек упругого подвеса.

Принимая во внимание связь коэффициента жесткости с частотой собственных колебаний  $\omega_0$ , значение  $G$  можно уточнить, если учесть, что для весомой балочки с заделанными концами и массой  $M$ , приложенной в точке  $x = L/2$ , уравнение для симметричных мод собственных колебаний имеет вид [7]

$$\left[ \operatorname{ch}(0,5r) \sin(0,5r) + \operatorname{sh}(0,5r) \cos(0,5r) + 0,5\alpha r (\operatorname{ch}(0,5r) \cos(0,5r) - 1) \right] = 0,$$

где  $\alpha = M / (\rho s L)$  – отношение приложенной массы к массе балочки, а  $r = \rho s \omega_0^2 L^4 / (EJ)$ . Таким образом,

$$\bar{G} = M \omega_0^2 = Mr^4 EJ / (\rho s L^4).$$

Расчеты показывают, что при  $\alpha > 38$  величина  $G$  будет превышать  $\bar{G}$  менее чем на 1%. В свою очередь, если  $\alpha$  будет меньше 3,35, то различие между  $G$  и  $\bar{G}$  превысит 10%.

С учетом (1) и рис. 1 полная математическая модель одноконденсаторного преобразователя принимает вид:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{q(1-W/d_0)}{RC_0} = \frac{V_0}{R}, \quad (2)$$

$$M \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + B \frac{\partial W}{\partial t} + GW - \frac{q^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon S} - Mg = -M \frac{\partial^2 y_0}{\partial t^2}, \quad (3)$$

здесь  $q$  – заряд конденсатора, а  $C_0 = \varepsilon_0 \varepsilon S / d_0$ .

В общем случае система (2), (3) при заданных начальных условиях может быть решена только численно. Если же в уравнении (3) можно пренебречь слагаемым, пропорциональным  $q^2$  (пренебречь влиянием электростатической силы [8]), то

решение уравнения (3) может быть легко найдено. Так, при гармоническом законе колебания опоры, когда  $\partial^2 y_0 / \partial t^2 = a_0 \sin(\omega t)$ , в установившемся режиме

$$W(t) = \frac{a_0}{\omega_0^2} \frac{\sin(\omega t + \varphi)}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + 4\zeta^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} + \Delta = W_0 \sin(\omega t + \varphi) + \Delta,$$

$$q(t) = \frac{V_0}{R} \int_{t_0}^t \exp\left[\frac{\tau - t}{RC} + \frac{Z_0}{RC_0\omega} (\cos(\omega\tau + \varphi) - \cos(\omega t + \varphi))\right] d\tau + q_0,$$

а напряжение, выделяемое на сопротивлении нагрузки,

$$U_n(t) = \frac{1}{RC_0} q(t) \left[1 - \frac{W(t)}{d_0}\right],$$

где  $q_0$  – заряд на конденсаторе к моменту  $t_0$ ,  $a_0$  – амплитуда ускорения, с которым движется опора;  $\Delta = Mg/G$  – начальное смещение подвижного электрода под собственным весом;  $Z_0 = W_0/d_0$ ;  $C = C_0/(1 - Z_0)$ ;  $t_0$  – момент времени, когда источник напряжения  $V_0$  подключается к схеме и

$$\varphi = -\arctg \left[ \frac{2\zeta(\omega/\omega_0)}{\left[1 - (\omega/\omega_0)^2\right]} \right].$$

Для проверки адекватности модели и корректности сделанных допущений проведем сопоставление результатов моделирования с результатами эксперимента.

## 2. Результаты эксперимента и их анализ

При проведении экспериментальных исследований использовался переменный конденсатор, изготовленный с использованием технологий микроэлектроники из (100) Si, конструкция которого показана на рис. 3. Его основными элементами являются: неподвижный и подвижный электроды, вибрационный элемент и дополнительная масса. Неподвижный электрод и рамка вибрационного элемента жестко закрепляются на основании корпуса.

Конструкция вибрационного элемента, к подвижной части которого присоединялся подвижный электрод, показана на рис. 4. Вибрационный элемент представлял собой (100) пластину кремния с вытравленными на ней балочками упругого подвеса. Длинные оси балочек формировались вдоль направления [110]. Так как балочки изготавливались с использованием анизотропного травления кремния, их поперечное сечение имело вид трапеции. Дополнительная масса присоединялась к подвижному электроду. Данная конструкция вибрационного элемента соответствует переменному конденсатору с плоскопараллельными электродами и z-образным кососимметричным подвесом.

Для уменьшения демпфирования колебаний в подвижном электроде формировались дренажные отверстия (рис. 5).

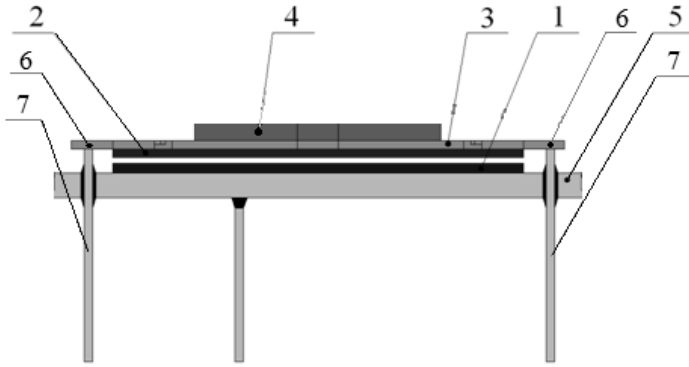


Рис. 3 – Конструкция преобразователя:

1 – неподвижный электрод; 2 – подвижный электрод; 3 – вибрационный элемент; 4 – дополнительная масса; 5 – основание корпуса (опора); 6 – места крепления вибрационного элемента к ножкам корпуса; 7 – ножки корпуса

Fig. 3 – The harvester design:

1 – fixed electrode; 2 – movable electrode; 3 – vibration element; 4 – additional mass; 5 – package base (support); 6 – attachment points of the vibration element to the headers of the package; 7 – headers of the package

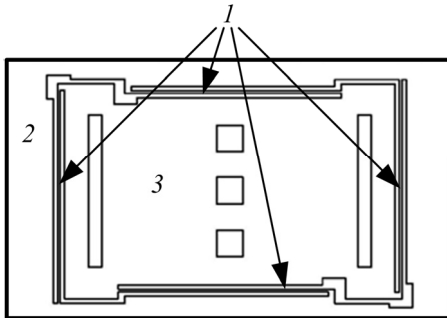


Рис. 4 – Вибрационный элемент:

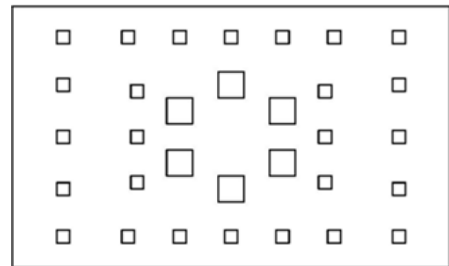
1 – балочки упругого подвеса, 2 – рамка, 3 – подвижная часть

Fig. 4 – Vibration element:

1 – beams of elastic suspension, 2 – frame, 3 – movable part

Рис. 5 – Подвижный электрод

Fig. 5 – Movable electrode



Основные параметры конденсатора приведены в таблице.  
При проведении эксперимента измерялись зависимости падения напряжения  $V(t)$  на сопротивлении нагрузки (рис. 1) от времени. При этом варьировались



напряжение источника  $V_0$ , а также частота и амплитуда ускорения основания корпуса. На рис. 6 приведены зависимости напряжения на резисторе нагрузки от времени, измеренные при гармонических колебаниях основания корпуса с частотами 40 и 45 Гц, амплитудой ускорения  $a_0 = 0,1g$  и напряжении  $V_0 = 80$  В. Видно, что результаты расчета (с использованием выражений (2), (3)) и эксперимента достаточно хорошо согласуются между собой.

**Основные параметры конденсатора**  
**Main parameters of capacitor**

Параметр	Обозначение	Размерность	Значение
Инерционная масса	$M$	г	7,35
Жесткость упругого подвеса	$G$	Н/м	482
Площадь подвижного электрода	$S$	$m^2$	$6,52 \cdot 10^{-4}$
Максимальный межэлектродный зазор	$d_0$	мкм	230
Длина балочки	$l$	см	1,6
Толщина балочки	$h$	мкм	200
Момент инерции балочки	$J$	$m^4$	$2,14 \cdot 10^{-16}$
Модуль Юнга для балочки	$E$	Н/м <sup>2</sup>	$1,69 \cdot 10^{11}$
Минимальная емкость	$C_0$	пФ	25
Добротность механической системы	$Q$		2,5–4
Частота собственных колебаний (расчет)	$f_0$	Гц	40,7

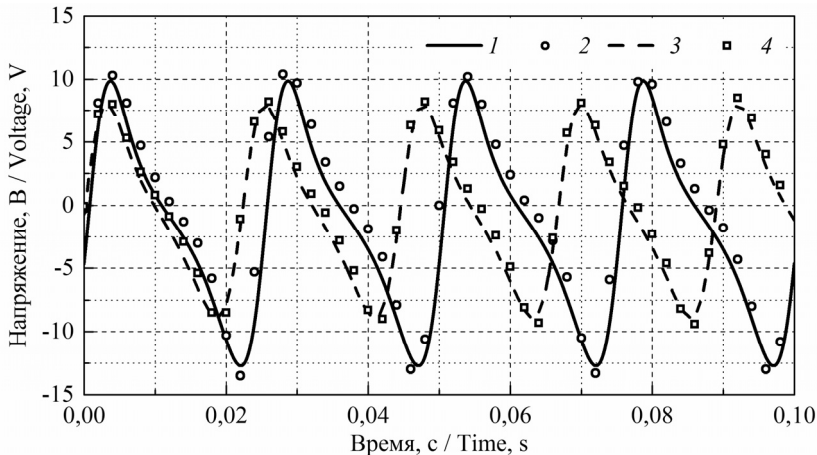


Рис. 6 – Зависимости напряжения на резисторе нагрузки от времени:

1, 2 –  $f = 40$  Гц; 3, 4 – 45 Гц. Сплошная и штриховая линии – расчет, точки – эксперимент

Fig. 6 – Dependences of the load resistor's voltage on the time:

1, 2 –  $f = 40$  Hz; 3, 4 – 45 Hz. Solid and dashed lines – calculated data, dotted line – experiment

Отметим, что на рис. 6 положительная полуволна (этап разряда конденсатора) отличается по форме и площади от отрицательной полуволны (этап заряда конденсатора). Таким образом, заряд, забираемый из источника постоянного напряжения, в данном случае превышал заряд, возвращаемый в источник. Это могло быть, например, следствием возможных утечек конденсатора, что и учитывалось в расчетах введением дополнительного слагаемого  $U_C / R_d$  в (2) (здесь  $U_C$  –

напряжение между обкладками конденсатора). При этом оказалось, что сопротивление утечек  $R_d$  имеет порядок десяти гигаом.

Измеренные зависимости падения напряжения на резисторе нагрузки от времени позволяют рассчитать временные зависимости изменения заряда на обкладках конденсатора, а также смещения подвижного электрода.

Согласно (2) при учете сопротивления утечки конденсатора

$$\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{V_0}{R} - \frac{U_C}{R} - \frac{U_C}{R_d}.$$

В эксперименте мы измеряем падение напряжения на резисторе нагрузки:

$$V(t) = R \frac{\partial q}{\partial t} + U_C \frac{R}{R_d} = V_0 - U_C.$$

Отсюда

$$q(t) = \int_{t_0}^t \left( \frac{V(t)}{R} + \frac{V(t)}{R_d} - \frac{V_0}{R_d} \right) dt + q_0,$$

Аналогично можно показать, что

$$z(t) = 1 - C_0 \frac{V_0 - V(t)}{\int_{t_0}^t \left( \frac{V(t)}{R} + \frac{V(t)}{R_d} - \frac{V_0}{R_d} \right) dt + q_0}, \quad (4)$$

здесь  $z(t) = W(t) / d_0$  – относительное смещение подвижного электрода.

На рис. 7 точками показана частотная зависимость амплитуды относительного смещения подвижного электрода от положения статического равновесия, рассчитанная по экспериментальным данным с использованием (4). Измерения проводились при гармонических колебаниях основания корпуса с амплитудой ускорения  $a_0 = 0,1g$  и напряжением  $V_0 = 80$  В. На этом же рисунке сплошной линией показаны результаты соответствующего моделирования с использованием системы уравнений (2), (3).

Видно, что результаты расчета и эксперимента несколько различаются, особенно в области низких частот. Это несоответствие говорит о том, что при моделировании с использованием системы (2), (3) не учитываются какие-то процессы. Это могут быть более сложный, чем принят в (3), механизм демпфирования, а также дополнительные колебательные процессы, связанные с возможным поворотом подвижного электрода из-за неточной установки дополнительной массы. Тем не менее сопоставления результатов расчета с экспериментом, выполненные для различных внешних условий, показали, что моделирование с использованием системы (2), (3) позволяет определять основные параметры преобразователя с достаточной для этапа предварительного проектирования точностью.

Так как преобразователь предназначен для преобразования энергии механических колебаний в электрическую энергию, были проведены исследования по эффективности такого преобразования на разных частотах. На рис. 8 приведены зависимости электрической мощности, выделяемой в резисторе нагрузки, от частоты механических колебаний при использовании постоянного напряжения  $V_0 = 80$  В.

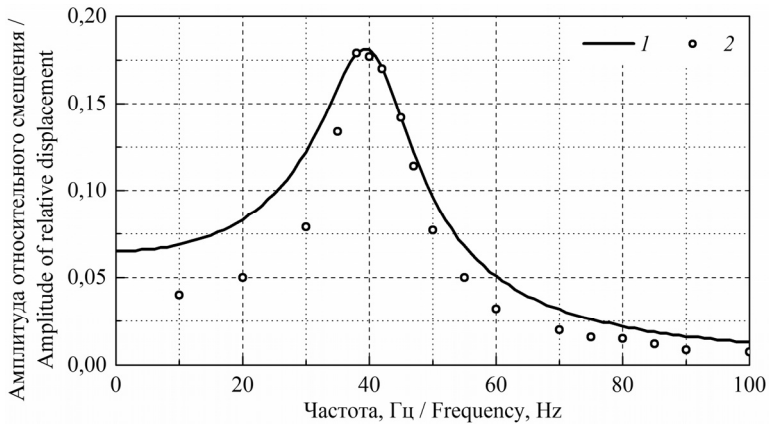


Рис. 7 – Зависимости амплитуды относительного смещения подвижного электрода от частоты:  
 1 – результаты моделирования с использованием (2), (3); 2 – расчет по экспериментальным данным с использованием (4)

Fig. 7 – Dependences of amplitude of movable electrode relative displacement on the frequency:

1 – simulation results using (2), (3); 2 – calculation on experimental data using (4)

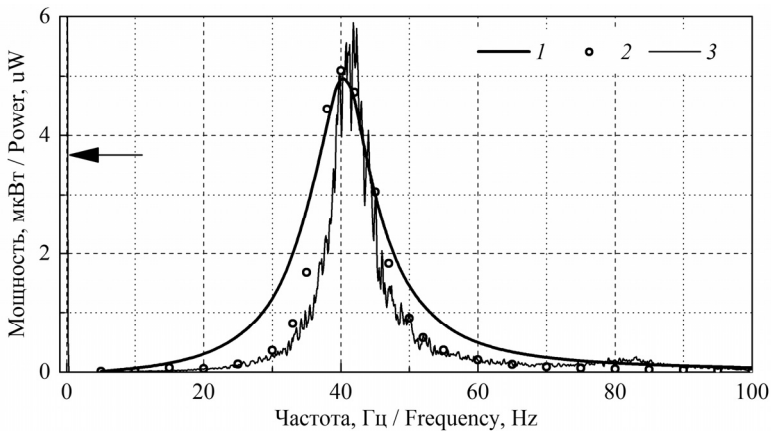


Рис. 8 – Зависимости мощности, выделяемой в резисторе нагрузки, от частоты механических колебаний:

1 – результаты моделирования с использованием системы (2), (3); 2 – расчет на основе экспериментальных данных при гармонических колебаниях основания с амплитудой ускорения  $a_0 = 0,1g$ ; 3 – периодограммная оценка спектральной плотности мощности, полученная на основе результатов измерений напряжения на нагрузке при воздействии случайных механических колебаний

Fig. 8 – Dependences of power produced at the load on the frequency of mechanical vibrations:

1 – simulation results using (2), (3); 2 – calculation based on experimental data at harmonic oscillations with amplitude of the acceleration  $a_0 = 0,1g$ ; 3 – periodogram estimation of spectral power density on the basis of measurements of the load voltage under random vibrations

Сплошная гладкая линия 1 – результаты моделирования с использованием системы (2), (3) при гармонических колебаниях основания с амплитудой ускорения  $a_0 = 0,1g$ . Точки 2 соответствуют результатам расчета на основе эксперимен-

тальных данных при гармонических колебаниях основания с амплитудой ускорения  $a_0 = 0,1g$ . Сплошная ломаная линия 3 отображает периодограммную оценку спектральной плотности мощности, полученную на основе результатов измерений напряжений на нагрузке при воздействии случайных механических колебаний, имеющих характер шума, белого в данной полосе частот.

Видно, что результаты моделирования на основе системы (2), (3) в целом отражают основные особенности эксперимента как при случайных, так и при детерминированных воздействиях. Оценки, выполненные на основе экспериментальных данных, полученных при воздействии случайных колебаний, лучше отражают детали преобразования энергии механических колебаний в электрическую. Так, например, данные оценки показывают наличие постоянной составляющей (указана стрелкой на рис. 8), что мы отмечали ранее, а также указывают на наличие второго (слабого) резонанса на удвоенной частоте. Отметим, что некоторое возрастание эффективности колебаний в районе 80 Гц можно обнаружить и по результатам расчета с использованием (4), показанным на рис. 7 точками. В то же время на зависимости мощности от частоты, рассчитанной на основе экспериментальных данных при гармонических колебаниях основания, это не проявляется.

### Заключение

В результате проведенных исследований:

- предложена математическая модель для расчета основных характеристик МЭМС-преобразователей механической энергии в электрическую с одним переменным конденсатором с плоскопараллельными электродами и  $z$ -образным кососимметричным подвесом при кинематическом возбуждении;
- получены выражения, позволяющие на основе экспериментальных данных по зависимости изменения напряжения на резисторе нагрузки от времени, рассчитывать зависимости от времени изменения смещения подвижного электрода и заряда на обкладках переменного конденсатора;
- показано, что результаты моделирования отражают основные особенности эксперимента как при детерминированных, так и при случайных колебаниях и могут быть использованы на этапе предварительного проектирования;
- обнаружено, что оценки, выполненные на основе экспериментальных данных, полученных при случайных колебаниях, лучше отражают детали преобразования энергии механических колебаний в электрическую;
- установлено, что у исследованных преобразователей наблюдается разряд источника постоянного напряжения.

### ЛИТЕРАТУРА

1. **Roundy S., Wright P.K., Rabaey J.** A study of low level vibrations as a power source for wireless sensor nodes // *Computer Communications*. – 2003. – Vol. 26, iss. 11. – P. 1131–1144. – doi: 10.1016/S0140-3664(02)00248-7.
2. **Electret-free micromachined silicon electrostatic vibration energy harvester with the Bennet's doubler as conditioning circuit / V. Dorzhiev, A. Karami, P. Basset, F. Marty, V. Dragunov, D. Galayko // IEEE Electron Device Letters. – 2015. – Vol. 36, iss. 2. – P. 183–185. – doi: 10.1109/LED.2014.2387213.**
3. **Chiu Y., Lee Y.-C.** Flat and robust out-of-plane vibrational electret energy harvester // *Journal of Micromechanics and Microengineering*. – 2013. – Vol. 23, no. 1. – P. 015012/1–015012/8. – doi: 10.1088/0960-1317/23/1/015012.
4. **Фадеев С.И., Косцов Э.Г., Пиманов Д.О.** Численное исследование математических моделей микроэлектромеханических резонаторов разного типа // *Сибирский журнал индустриальной математики*. – 2014. – Т. 17, № 4. – С. 120–135.
5. **Драгунов В.П., Драгунова Е.В.** Особенности функционирования МЭМ систем // *Нано- и микросистемная техника*. – 2015. – № 6 (179). – С. 43–52.

6. Драгунов В.П., Доржиев В.Ю. Трехэлектродная двухконденсаторная МЭМС со встроенным зарядом // Нано- и микросистемная техника. – 2014. – № 2. – С. 33–38.
7. Филиппов А.П. Колебания деформируемых систем. – М.: Машиностроение, 1970. – 736 с.
8. Драгунов В.П., Остертак Д.И. Электростатические взаимодействия в МЭМС с плоскопараллельными электродами. Ч. 2. Расчет электростатических сил // Нано- и микросистемная техника. – 2010. – № 8. – С. 40–47.

## SIMULATION OF CHARACTERISTICS OF A SINGLE-CAPACITOR MEMS CONVERTER WITH PLANE-PARALLEL ELECTRODES

**Dragunov V.P., Vasyukov V.N., Dorzhiev V.Yu.**

*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation*

The paper reports on a mathematical model and the simulation of the electrostatic single-capacitor MEMS vibrational energy converter operation. A converter with a series connection of components was analyzed. A gap closing out-of-plane MEMS with parallel-plate electrodes was considered as a variable capacitor. While creating a converter model the vibration of a clamped beam with a lumped mass was studied to determine the displacement of a movable electrode. Based on the experimental data obtained, analytical expressions that allow defining the dependence of an electrode charge and the displacement of a movable electrode on time were obtained. To test the adequacy of the model and the correctness of the assumptions, the simulation results were compared with experimental ones. In the experiment (100) the Si batch-fabricated MEMS variable capacitor was used. The paper presents the results of investigating the effectiveness of converter operation at different frequencies and under random vibrations having the character of a noise, which is white in the frequency band of 0-100 Hz. The comparison showed that the simulation results reflected the main features of the experiment both with deterministic and random vibrations and could be used at a preliminary design stage.

*Keywords:* MEMS; mechanical vibrations; broadband random vibration; energy conversion; periodogram.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-4-59-70

### REFERENCES

1. Roundy S., Wright P.K., Rabaey J. A study of low level vibrations as a power source for wireless sensor nodes. *Computer Communications*, 2003, vol. 26, iss. 11, pp. 1131–1144. doi: 10.1016/S0140-3664(02)00248-7
2. Dorzhiev V., Karami A., Basset P., Marty F., Dragunov V., Galayko D. Electret-free micro-machined silicon electrostatic vibration energy harvester with the Bennet's doubler as conditioning circuit. *IEEE Electron Device Letters*, 2015, vol. 36, iss. 2, pp. 183–185. doi: 10.1109/LED.2014.2387213
3. Chiu Y., Lee Y.-C. Flat and robust out-of-plane vibrational electret energy harvester. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 2013, vol. 23, no. 1, pp. 015012/1–015012/8. doi: 10.1088/0960-1317/23/1/015012
4. Fadeev S.I., Kostov E.G., Pimanov D.O. Chislennoe issledovanie matematicheskikh modelei mikroelektromekhanicheskikh rezonatorov raznogo tipa [Numerical study of mathematical models of MEMS resonators different types]. *Sibirskii zhurnal industrial'noi matematiki – Siberian Journal of Industrial Mathematics*, 2014, vol. 17, no. 4, pp. 120–135.
5. Dragunov V.P., Dragunova E.V. Osobennosti funktsionirovaniya MEM sistem [Specific features of MEM systems" functioning]. *Nano- i mikrosistemnaya tekhnika – Journal of Nano and Microsystem Technique*, 2015, no. 6 (179), pp. 43–52.
6. Dragunov V.P., Dorzhiev V.Yu. Trekhelektrodnaya dvukhkondensatornaya MEMS so vstroennym zaryadom [Three-electrode two-capacitor MEMS with built-in charge]. *Nano- i mikrosistemnaya tekhnika – Journal of Nano and Microsystem Technique*, 2014, no. 2, pp. 33–38.
7. Filippov A.P. *Kolebaniya deformiruemyykh sistem* [Fluctuations of strained systems]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1970. 736 p.
8. Dragunov V.P., Ostertak D.I. Elektrostaticheskie vzaimodeistviya v MEMS s ploskoparallelnymi elektrodami. Ч. 2. Raschet elektrostaticheskikh sil [Electrostatic interactions in MEMS with plane-parallel electrodes. Pt. 2. Estimation of electrostatic forces]. *Nano- i mikrosistemnaya tekhnika – Journal of Nano and Microsystem Technique*, 2010, no. 8, pp. 40–47.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Драгунов Валерий Павлович** – родился в 1947 году, д-р. техн. наук, доцент, профессор кафедры ППИМЭ Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: наноэлектроника, физика низкоразмерных структур, нано- и микросистемная техника. Опубликовано более 140 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. E-mail: drag@adm.nstu.ru).

**Dragunov Valery Pavlovich** (b. 1947) – Doctor of Science (Eng.), Assistant Professor, Professor at the Department of Semiconductor Devices and Microelectronics in the Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on nanoelectronics, physics of low-dimensional structures, nano- and microsystem technology. He is the author of more than 140 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation. E-mail: drag@adm.nstu.ru).



**Васюков Василий Николаевич** – родился в 1951 году, д-р техн. наук, профессор, заведующий отделом научных исследований Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: цифровая обработка и статистический анализ сигналов и изображений. Опубликовано 120 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: vasyukov\_vn@ngs.ru, vasyukov@corp.nstu.ru).

**Vasyukov Vasily Nikolaevich** (b. 1951) – Doctor of Science (Eng.), Professor, Head of the Scientific Research Department in the Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on digital signal and image processing and analysis. He is the author of 120 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation. E-mail: vasyukov\_vn@ngs.ru, vasyukov@corp.nstu.ru).



**Доржиев Виталий Юрьевич** – родился в 1988 году, аспирант кафедры ППИМЭ Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: нано- и микросистемная техника. Опубликовано более 15 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. E-mail: b.dorzhiiev@gmail.com, dorzhiev@corp.nstu.ru).

**Dorzhiiev Vitaly Yuryevich** (b. 1988) – PhD student at the Department of Semiconductor Devices and Microelectronics in the Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on nano- and microsystem technology. He is the author of more than 15 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation. E-mail: b.dorzhiiev@gmail.com, dorzhiev@corp.nstu.ru).

*Статья поступила 20 ноября 2015 г.*

*Received November 20, 2015*

## To Reference:

Dragunov V.P., Vasyukov V.N., Dorzhiev V.Yu. Modelirovanie kharakteristik odnokondensatornogo mems-preobrazovatelya s ploskoparallel'nymi elektrodami [Simulation of characteristics of a single-capacitor MEMS converter with plane-parallel electrodes]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2015, no. 4 (29), pp. 59–70. doi:

УДК 681.51

## О КОНТРОЛЕ НЕСТАЦИОНАРНОСТИ СВОЙСТВ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ И ЕГО ВНЕШНИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

**В.Ф. Евтушенко, Г.В. Макаров, Е.В. Буркова**

*Сибирский государственный индустриальный университет*

Предложен вариант алгоритма текущего контроля нестационарности объекта управления совместно с действующими на него неконтролируемыми возмущениями и проведены численные исследования его эффективности. Основное назначение алгоритма связано с оперативным выявлением причин нестационарности: изменение динамических свойств преобразующих каналов объекта управления либо неконтролируемых возмущений, оцениваемых косвенно по приведенным к выходу объекта возмущениям. В алгоритме используются четыре признака, включая два показателя точности функционирования системы регулирования и точности экстраполяции приведенного возмущения, а также два коэффициента корреляции как показатели линейной статистической связи между указанными точностными характеристиками и ошибками регулирования и экстраполяции. Контроль нестационарности свойств объекта управления и внешних возмущений базируется на текущем расчете значений этих признаков, анализе их трендов и знака этих трендов. Даны структурная схема и описание алгоритма контроля нестационарности объекта управления и его внешних возмущений. Для оценивания информативности выбранных признаков и соответственно эффективности предлагаемого алгоритма проведено численное моделирование функционирования системы регулирования по отклонению при изменении свойств приведенного возмущения (дисперсии и показателя спада автокорреляционной функции), а также при увеличении и уменьшении коэффициента передачи по каналу преобразования регулирующих воздействий. По результатам численного моделирования сделаны выводы о работоспособности и эффективности предложенного алгоритма.

*Ключевые слова:* алгоритм контроля нестационарности, система регулирования, приведенные возмущения, информативность признаков, численное моделирование, преобразующие каналы объекта.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-4-71-83

### Введение

Натурные объекты управления, например технологические агрегаты, и протекающие в них процессы характеризуются тем, что их основные свойства и условия функционирования зачастую не являются постоянными. Это связано с изменением качества поставляемого сырья, нестабильностью работы и износом технологического оборудования, старением агрегатов и другими причинами. Кроме того функционирование технологических объектов управления осуществляется в условиях постоянно действующих неконтролируемых возмущений, косвенная оценка которых показывает, что их свойства также изменяются.

Выявление устойчивых тенденций динамических свойств объектов управления и действующих на них возмущений (контролируемых и неконтролируемых) есть одна из важных задач в системе управления нестационарными объектами. В дальнейшем взаимосвязанную совокупность объекта управления и влияющих на его состояние внешних возмущений будем называть комплексом «объект управления – внешнее возмущение» или сокращенно «О–В». Указанная задача яв-

---

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта РФФИ, проект № 15-07-01972.

ляется актуальной, в частности, при установлении подобия систем управления [1], а также при идентификации объектов управления [2, 3]. В первом случае оценивание нестационарности свойств «О–В» диктуется необходимостью целенаправленного изменения (управления) этими свойствами с целью сохранения подобия систем управления нестационарными объектами. Во втором случае это необходимо для проведения активных или комбинированных экспериментов с целью получения достоверных данных для построения адекватных математических моделей каналов преобразования объекта управления, если по результатам работы алгоритма контроля нестационарности принято решение об идентификации объекта.

Поэтому для систем управления такими объектами целесообразно разрабатывать и реализовывать специальные алгоритмы контроля нестационарности свойств «О–В». Такие алгоритмы должны однозначно выявлять причины появления нестационарности: изменений динамических свойств каналов преобразования объекта управления или свойств действующих на него возмущений. В дальнейшем с целью упрощения, но без потери общности, будем рассматривать разработку и исследование алгоритма оценивания нестационарности применительно к объекту, являющемуся частью системы автоматического регулирования (САР) по отклонению.

### 1. Алгоритм контроля нестационарности

Ниже рассматривается один из вариантов алгоритма контроля нестационарности «О–В», в основу которого положены следующие гипотезы.

1. Структура модели преобразующих каналов объекта управления остается постоянной в процессе его функционирования, значения ее параметров изменяются со скоростью, существенно меньшей, чем скорость изменения значений приведенного к выходу объекта возмущения, как интегральной характеристики неконтролируемых возмущений в масштабе изменений его выходной переменной.

2. Дрейф динамических характеристик каналов преобразования объекта управления и существенные изменения таких свойств внешних возмущений как их уровень, разброс относительно этого уровня, память динамического процесса (ряда) обязательно окажут влияние на эффективность функционирования систем управления. Следовательно, соответствующие критерии эффективности будут количественно отображать это изменение, в частности, среднемодульная ошибка регулирования  $Q_p(i)$ , где  $i$  – дискретное время, будет возрастать при увеличении дисперсии внешних возмущений.

Можно надеяться с большой вероятностью, что текущее отслеживание значений такой ошибки регулирования, принятой в качестве признака, позволит оперативно оценивать зарождающуюся тенденцию свойств нестационарного «О–В». Однако однозначно определить причину появления этой тенденции, основываясь только на анализе одного такого критерия, по-видимому, невозможно. Следует дополнительно привлекать для этой цели другие информативные признаки.

3. Аналогичные рассуждения позволили сформировать в качестве признаков нестационарных свойств «О–В» следующий вектор:

$$P = \{P_j\}; \quad j = 1, 2, 3, 4, \quad (1)$$

где  $P_1$  – среднемодульная ошибка регулирования  $Q_p(i)$ ;  $P_2$  – среднемодульная ошибка экстраполяции  $Q_3(i)$  приведенных к выходу объекта регулирования возмущений;  $P_3$  – оценка коэффициента корреляции  $r_q(i)$ , отражающая линейную



статистическую связь текущих значений критериев  $Q_p(i)$  и  $Q_3(i)$ ;  $P_4$  – оценка коэффициента корреляции  $r_\varepsilon(i)$ , отражающая линейную статистическую связь текущих значений ошибок регулирования  $\varepsilon_p(i)$  и экстраполяции приведенных возмущений  $\varepsilon_3(i)$ .

4. Будем считать также, что реакции выбранных в качестве признаков показателей «О – В» будут значимо отличаться друг от друга при одинаковых изменениях свойств объекта управления и/или действующих на него внешних возмущений. В этом случае каждый конкретный тип нестационарности «О – В» должен характеризоваться различным сочетанием качественных изменений выбранных признаков, а это в свою очередь позволит оценить причину его нестационарности.

5. Для выявления зарождающихся изменений (тенденций) выбранных признаков целесообразно использовать вычислительную процедуру, основанную на расчете текущих значений оценки скорости изменения  $\hat{v}(i)$  соответствующего признака, полагая при этом, что выполнение условия

$$|\hat{v}(i)| \geq \delta v, \quad (2)$$

где  $\delta v$  – допустимое значение скорости тренда соответствующего признака нестационарности, превышение которого соответствует началу зарождения тенденции, характеризует появление тенденции в исследуемом динамическом ряде, а многократное выполнение условия (2) характеризует устойчивое наличие этой тенденции.

На рис. 1 приведены укрупненная структура и краткое описание алгоритма контроля нестационарности свойств «О – В». В основу ее формирования положена многоэтапная итерационная процедура, включающая первоначальное формирование нескольких перспективных вариантов алгоритма, настройку, исследование и оценку эффективности каждой структуры с помощью модельных, натурно-модельных экспериментов и последующую корректировку первоначально выбранных вариантов.

В алгоритме предусматривается реализация следующих основных операций.

Ввод исходных данных о входных, выходных воздействиях и проверка их достоверности производится в алгоритмическом блоке (АБ) 1.

При вводе исходных данных в процессе функционирования системы используются типовые процедуры, как правило, предусматривающие следующих два способа [4]:

- автоматический, из общей базы исходных данных при наличии действующей автоматизированной информационной системы;
- ручной, с помощью клавиатуры ЭВМ и (или) специальных устройств ручного ввода данных.

Проверка достоверности исходных данных  $Z(i)$  осуществляется после их ввода и включает как типовые логические операции, используемые практически в любых алгоритмах, так и нетиповые, учитывающие конкретные задачи и особенности объектов исследования. К числу типовых, в частности, относятся проверка попадания текущих значений в рабочий (допустимый) диапазон их изменения как по уровню

$$Z^{\min} \leq Z(i) \leq Z^{\max}, \quad (3)$$

так и по приращениям  $\delta Z(i) = |Z(i) - Z(i-1)|$ ,

$$\delta Z^{\min} \leq \delta Z(i) \leq \delta Z^{\max}. \quad (4)$$

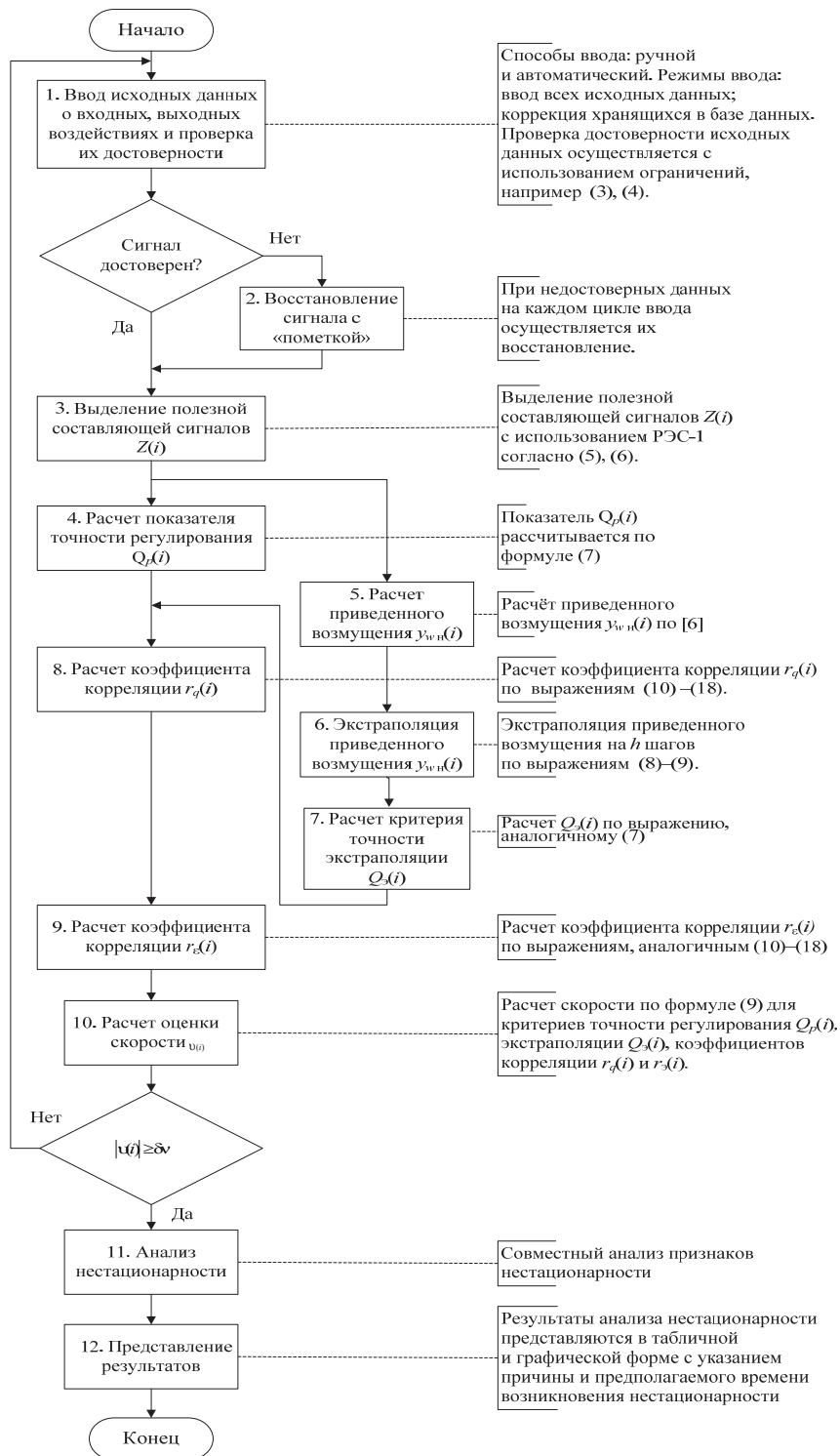


Рис. 1 – Структура алгоритма контроля нестационарности «О–В»

Fig. 1 – Structure of the control algorithm unsteadiness «O–B»

В случае недостоверности сигнала  $Z(i)$  осуществляется в АБ 2 его восстановление, для чего могут быть использованы, например, алгоритмы экстраполяции [5]. Восстановленный сигнал, как правило, сопровождается соответствующей меткой.

Выделение полезной составляющей сигналов  $Z(i)$  в АБ 3 осуществляется с помощью известных процедур фильтрации [5], конкретная структура которых определяется свойствами самого сигнала. В частности, при наличии грубых ошибок (выбросов) могут быть применены процедуры релейно-экспоненциального сглаживания первого порядка (РЭС-1). Формульное представление алгоритма РЭС-1 имеет вид:

$$\tilde{Z}_m(i) = \tilde{Z}_m(i-1) + \alpha_m \cdot \begin{cases} [Z_m(i) - \tilde{Z}_m(i-1)] & \text{при } |[\cdot]| \leq \beta_m; \\ \beta_m \cdot \text{Sign}([\cdot]) & \text{при } |[\cdot]| > \beta_m, \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{Sign}(\cdot) = \begin{cases} -1 & \text{при } (\cdot) < 0; \\ 0 & \text{при } (\cdot) = 0; \\ 1 & \text{при } (\cdot) > 0. \end{cases} \quad (6)$$

Значение показателя точности регулирования  $Q_p(i)$  рассчитывается в АБ 4 на каждом шаге моделирования в соответствии с выражением

$$Q_p(i) = Q_p(i-1) + \alpha_p \left[ |y^*(i) - y(i)| - Q_p(i-1) \right], \quad (7)$$

где  $\alpha_p$  – коэффициент сглаживания,  $y^*(i)$  и  $y(i)$  – соответственно задающее и выходное воздействия системы регулирования.

Приведенное возмущение  $y_{\text{вн}}(i)$  рассчитывается в АБ 5. Существует две схемы расчета приведенных возмущений. Первая из них [6] предназначена для расчета приведенных к выходу объекта  $y_{\text{вн}}(i)$  возмущений и использует математические модели каналов преобразования отклонений входных (регулирующих  $u(i)$  и контролируемых внешних  $w_k(i)$ ) воздействий объекта в отклонения выходных воздействий  $y(i)$ , а также регистрируемые в действующей системе данные о входных и выходных воздействиях. Согласно второй схеме [7] неконтролируемые возмущения приводятся к одному из управляющих входов объекта управления. Отметим, что изложенные в [6] и [7] схемы косвенного оценивания неконтролируемых возмущений справедливы при выполнении гипотезы о линейности объекта. В предлагаемом алгоритме контроля нестационарности «О–В» в качестве косвенной оценки неконтролируемых возмущений используются оценки  $y_{\text{вн}}(i)$  приведенных к выходу объекта управления возмущений. Однако можно предположить, что свойства алгоритма и его эффективность существенно не изменятся при использовании в нем возмущения, приведенного к одному из регулирующих входов.

Экстраполяция приведенного возмущения  $y_{\text{вн}}^3(i+h)$ ;  $h = 1, 2, 3, \dots, H$ , осуществляется в АБ 6 на  $h$  будущих шагов дискретного времени с использованием на  $i$ -м шаге оценки скорости  $\tilde{v}_y(i)$  тренда экстраполируемого сигнала

$$y_{\text{вн}}^3(i+h) = \tilde{y}_{\text{вн}}(i) + h\tilde{v}_y(i); \quad (8)$$

$$\tilde{y}_y(i) = \frac{\tilde{y}_{\text{вн}}(i) - \tilde{y}_{\text{вн}}(i-L)}{L}, \quad (9)$$

где  $L$  – настроечный параметр.

Расчет критерия точности  $Q_3(i)$  экстраполяции значений приведенных возмущений осуществляется в АБ 7 в соответствии с выражением, аналогичным (7).

Оценка коэффициента корреляции  $r_q(i)$  между значениями критериев точности регулирования  $Q_p(i)$  и экстраполяции  $Q_3(i)$  рассчитывается в АБ 8 в соответствии со следующими выражениями:

$$r_q(i) = \frac{R_q(i)}{\sigma_p(i)\sigma_3(i)}; \quad (10)$$

$$R_q(i) = R_q(i-1) + \alpha_R [\delta Q_p(i) \cdot \delta Q_3(i) - R_q(i-1)]; \quad (11)$$

$$\delta Q_p(i) = Q_p(i) - Q_p^{\text{cp}}(i); \quad (12)$$

$$\delta Q_3(i) = Q_3(i) - Q_3^{\text{cp}}(i); \quad (13)$$

$$Q_p^{\text{cp}}(i) = Q_p^{\text{cp}}(i-1) + \alpha_p [Q_p(i) - Q_p^{\text{cp}}(i-1)]; \quad (14)$$

$$Q_3^{\text{cp}}(i) = Q_3^{\text{cp}}(i-1) + \alpha_3 [Q_3(i) - Q_3^{\text{cp}}(i-1)]; \quad (15)$$

$$\sigma_p^2(i) = \sigma_p^2(i-1) + \alpha_\sigma [\delta q_p^2(i) - \sigma_p^2(i-1)]; \quad (16)$$

$$\sigma_3^2(i) = \sigma_3^2(i-1) + \alpha_\sigma [\delta Q_3^2(i) - \sigma_3^2(i-1)]; \quad (17)$$

$$\sigma_\varepsilon(i) = \sqrt{\sigma_\varepsilon^2(i)}; \quad \sigma_u(i) = \sqrt{\sigma_u^2(i)}, \quad (18)$$

где  $R_q(i)$  – корреляционный момент между  $Q_p(i)$  и  $Q_3(i)$  в  $i$ -й момент времени;  $Q_p^{\text{cp}}(i)$ ,  $Q_3^{\text{cp}}(i)$  – средние значения показателей  $Q_p(i)$  и  $Q_3(i)$ ;  $\alpha_R$ ,  $\alpha_\varepsilon$ ,  $\alpha_\sigma$  – коэффициенты сглаживания;  $\sigma_p^2(i)$ ,  $\sigma_3^2(i)$  – дисперсии критериев точности регулирования  $Q_p(i)$  и экстраполяции  $Q_3(i)$ , рассчитанные в  $i$ -й момент времени.

Оценка коэффициента корреляции  $r_\varepsilon(i)$  между ошибками регулирования и экстраполяции рассчитывается в АБ 9 по выражениям (10)–(18). Расчет оценки скорости тренда (АБ 10) по каждому признаку нестационарности осуществляется в соответствии с выражением (9). Для последующего анализа дрейфа параметров динамической модели каналов преобразования входных воздействий объекта регулирования и статистических характеристик этих воздействий в логическом блоке осуществляется проверка условия (2). Устойчивое (подряд наперед заданном числе шагов расчета) выполнение этого условия должно характеризовать тенденцию по каждому из выбранных признаков.

Анализ нестационарности свойств «О–В» производится в АБ 11, исходя из данных о наличии тренда признаков, а также знака этого тренда. По их сочетанию возможно сделать вывод о причине нестационарности, а также времени ее воз-

никновения. Результаты анализа признаков представляются (АБ 12) исследователем как в графической, так и в табличной форме с указанием причины и времени возникновения нестационарности с целью принятия решения о направлении дальнейших исследований или реализации соответствующих управляющих воздействий, в частности, для увеличения степени подобия систем управления.

## 2. Численные исследования алгоритма

Численные исследования, модельные и натурно-модельные, были проведены для нескольких вариантов объектов и законов регулирования. В работе приводятся постановка, схема и результаты решения задачи численного исследования алгоритма оценивания нестационарности О–В для системы регулирования с моделью объекта, представленной инерционным звеном первого порядка с запаздыванием, как наиболее распространенной в производственной практике.

Основной целью исследования является оценивание работоспособности и эффективности алгоритма контроля нестационарности «О–В», которые в основном будут определяться информативностью вектора признаков  $P(i)$ . В дальнейшем под информативностью признака будем понимать его свойство значимо изменять свое значение при изменении динамических свойств каналов преобразования объекта регулирования и влияющих на его состояние внешних воздействий, чтобы своевременно оценить зарождающиеся тенденции нестационарности комплекса «О–В». При этом важно не только своевременно определить зарождающиеся тенденции нестационарности, но и ее причину: изменение динамических свойств преобразующих каналов объекта и/или характеристик внешних воздействий.

**Краткая постановка задачи** исследования представлена в следующем виде.

### Дано

1. Структура системы регулирования по отклонению при наличии постоянно действующих на объект неконтролируемых возмущений  $w_n(s)$  (рис. 2).

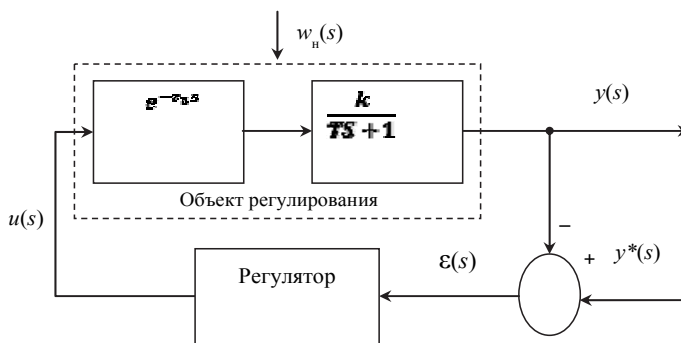


Рис. 2 – Блок-схема САР по отклонению

Fig. 2 – Block diagram of the ACS in the deviation

На рис. 2 приняты следующие обозначения:  $u(s)$  – регулирующее воздействие,  $w_n(s)$  – неконтролируемые внешние возмущения,  $y(s)$  – выходное воздействие,  $y^*(s)$  – задающее воздействие,  $\epsilon(s)$  – ошибка регулирования, представленные в пространстве оператора дифференцирования  $s$ .

Модель объекта представлена в операторной форме выражением

$$\varphi(s) = \frac{k_n}{T_n s + 1} e^{-\tau_n s}, \quad (19)$$

где  $k_{и}$  – коэффициент передачи,  $T_{и}$  – время инерции,  $\tau_{и}$  – время запаздывания канала преобразования регулирующих воздействий.

Регулятор, реализующий пропорционально-интегральный закон регулирования, со значениями параметров, определенными в соответствии с инженерной методикой [6].

В рекуррентно-разностную форму выражения преобразовывали методом Z-преобразования.

2. Алгоритм контроля нестационарности «О–В».

3. Вектор признаков  $P(i)$ .

### **Требуется**

Оценить работоспособность и эффективность функционирования алгоритма контроля нестационарности объекта управления и влияющих на его состояние внешних воздействий.

### **Условия моделирования**

1. Для моделирования системы регулирования по отклонению (рис. 2) использовали эквивалентную ей модельную схему с приведенным к выходу объекта возмущением [6] и нулевыми начальными условиями.

2. Приведенные к выходу объекта возмущения представляли модельными и натурно-модельными стационарными динамическими временными рядами с заданной автокорреляционной функцией (АКФ)  $r_{пр}(\theta)$ ; значения возмущений формировали с помощью алгоритма в виде замкнутой динамической системы [8].

$$r_{пр}(\theta) = \sigma_{пр}^2 e^{-\alpha|\theta|}, \quad (20)$$

где  $\sigma_{пр}^2$  – дисперсия приведенного возмущения,  $\alpha$  – коэффициент спада АКФ,  $\theta$  – время сдвига между сечениями ряда приведенных возмущений с диапазонами

$$1,0 \leq \sigma_{пр}^2 \leq 2,0; \quad 0,01 \leq \alpha \leq 0,1. \quad (21)$$

3. Ограничение в виде условия воспроизводимости реализаций приведенных возмущений в стационарном режиме (при постоянных значениях параметров  $k_{и}$ ,  $T_{и}$ ,  $\tau_{и}$ ,  $\sigma_{пр}^2$  и  $\alpha$ , выраженное через целевой критерий эффективности системы, в частности через среднемодульную ошибку регулирования  $Q_p^H$ ,

$$\left| Q_{pk}^H - Q_{pl}^H \right| \leq 0,05; \quad k \neq l, \quad (22)$$

где  $k, l$  – условный номер реализаций приведенного возмущения; надстрочный символ «н» означает нормализованные значения критерия, рассчитанные как отношение их текущих значений к средневыборочному.

4. Значения среднемодульной ошибки регулирования  $Q_p(i)$  и экстраполяции  $Q_3(i)$  рассчитывали по выражениям, аналогичным (7), а оценки коэффициента корреляции  $r_{пр}(\theta)$   $r_q(i)$  и  $r_\varepsilon(i)$  – по выражениям (10)–(18).

5. Интервал моделирования изменяли в диапазоне  $I = 3000 \dots 6000$  с. Шаг дискретизации по времени  $\Delta t = 1$  с. Значения коэффициента по  $\alpha$  меняли с шагом дискретизации  $\Delta \alpha = 0,01$ .

### Схема проведения численного эксперимента

В процессе численного моделирования было реализовано два режима функционирования модельного комплекса «О–В» и, соответственно, два режима функционирования системы регулирования. Первый – стационарный режим, который характеризовался постоянными значениями параметров модельного объекта регулирования  $k_{и}$ ,  $T_{и}$ ,  $\tau_{и}$ , а также постоянными значениями характеристик приведенного возмущения  $y_{вн}(i)$ : дисперсии и коэффициента спада нормированной автокорреляционной функции. Второй режим – нестационарный, когда в процессе моделирования целенаправленно изменяли параметры модели объекта и приведенных возмущений.

Основная задача первого режима моделирования заключалась в определении таких значений параметров рекуррентно-разностных соотношений для расчета значений составляющих вектора признаков  $P$ , которые обеспечили бы требуемую точность воспроизводимости реализаций приведенных к выходу объекта возмущений, выраженную через ограничение (22). Для этого использовали поисковые процедуры оптимизации, в частности основанные на методе деформируемых многогранников [9, 10].

Во втором режиме численного моделирования оценивали информативность вектора признаков  $P$  при изменении значений коэффициента передачи объекта регулирования, дисперсии и коэффициента спада автокорреляционной функции приведенного возмущения. В первой серии численных экспериментов изменяли значения коэффициента передачи  $k_{и}$  модели объекта, оставляя неизменными значения других ее параметров  $T_{и}$  и  $\tau_{и}$ , а также дисперсии и коэффициента спада автокорреляционной функции приведенных возмущений. При этом значения коэффициента  $k_{и}$  меняли в диапазоне

$$0,5k_{и} = k_{и}^{\min} \leq k_{и} \leq k_{и}^{\max} = 1,5k_{и} \quad (23)$$

с шагом дискретности  $\Delta k = 0,1$ .

Во второй серии численных экспериментов при постоянных значениях параметров модели объекта регулирования  $k_{и}$ ,  $T_{и}$ ,  $\tau_{и}$  поочередно изменяли значения дисперсии с шагом  $\Delta\sigma^2 = 0,1$  и показателя спада нормированной автокорреляционной функции приведенных возмущений с шагом  $\Delta\alpha = 0,01$ .

### Результаты исследований

Результаты проведенных численных исследований обобщены ниже в таблице в виде качественных характеристик («0», «-», «+») тенденций признаков  $P_1...P_4$ .

#### Изменения признаков $P_1...P_4$ от вида нестационарности

#### The signs $P_1...P_4$ depends on the type of unsteadiness

Вид нестационарности	Признак			
	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
1. Стационарный режим	0	0	0	0
2. Увеличение коэффициента передачи	+	+	-	-
3. Уменьшение коэффициента передачи	0	+	+	+
4. Увеличение дисперсии возмущения	+	+	0	0
5. Увеличение коэффициента спада АКФ	+	0	0	-
6. Уменьшение коэффициента спада АКФ	-	0	0	+

В таблице «0» означает, что значения соответствующего признака колеблются в допустимых пределах, «-» означает устойчивую тенденцию признака к уменьшению с пересечением нижней границы предела, а «+» означает устойчивую тенденцию признака к увеличению с пересечением верхней границы предела.

По результатам исследования сделаны следующие выводы.

1. Использование поисковой процедуры на базе метода деформируемого многогранника позволило осуществить настройку алгоритма контроля нестационарности «О-В» и, соответственно, удовлетворить требования (22), характеризующие условия функционирования этого комплекса в стационарном режиме.

2. Все из выбранных признаков по-разному реагируют на изменения коэффициента передачи объекта по каналу преобразования регулирующих воздействий, а также на изменения дисперсии и коэффициента спада нормированной автокорреляционной функции приведенных к выходу объекта регулирования возмущений (см. таблицу), что указывает на работоспособность исследуемого алгоритма контроля. Из таблицы видно, что для распознавания приведенных в ней видов нестационарности достаточно использовать только два признака  $P_1$  и  $P_2$ , тем не менее другие признаки  $P_3$  и  $P_4$  были оставлены в составе вектора  $P$  для дальнейших исследований других видов нестационарности.

3. Уменьшение значений признаков  $P_3$ ,  $P_4$  и одновременное увеличение признаков  $P_1$ ,  $P_2$  свидетельствуют об увеличении коэффициента передачи объекта и могут быть распознаны через 350 шагов отсчета. Рост значений признаков  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $P_4$  и отсутствие реакции у признака  $P_1$  характеризуют уменьшение коэффициента  $k$ , при этом показатель  $P_4$  является более чувствительным и позволяет распознать уменьшение коэффициента передачи объекта уже через 250 шагов расчета.

4. Совместное увеличение значений признаков  $P_1$  и  $P_2$  при неизменных значениях  $P_3$  и  $P_4$  свидетельствует об увеличении дисперсии приведенного возмущения, при этом признак  $P_2$  реагирует раньше и через 300 шагов расчета можно распознать этот вид нестационарности.

5. Увеличение  $P_1$  и уменьшение  $P_4$  при неизменных  $P_2$  и  $P_3$  свидетельствуют об увеличении коэффициента спада автокорреляционной функции приведенного возмущения, при этом значения признаков  $P_1$  и  $P_4$  реагируют одинаково оперативно и можно распознать нестационарность возмущений спустя 400 шагов расчета. Уменьшение значений признаков  $P_1$  и  $P_4$  при неизменных  $P_2$  и  $P_3$  характеризует уменьшение коэффициента спада автокорреляционной функции приведенного возмущения и может быть определено спустя 400 шагов расчета.

### Заключение

1. Алгоритм оценивания нестационарности объекта управления и его внешних воздействий целесообразно разрабатывать, основываясь на расчете и анализе сформированного множества таких показателей, как среднемодульные ошибки регулирования и экстраполяции приведенного возмущения, оценки коэффициентов корреляции между этими критериями, а также между ошибками регулирования и экстраполяции приведенного возмущения.

2. Результаты численных исследований предложенного алгоритма контроля нестационарности свойств объекта, функционирующего в составе системы регулирования по отклонению, и его внешних воздействий подтверждают целесообразность его использования после соответствующей настройки, в действующих системах регулирования нестационарных объектов для их эффективного функционирования.



## ЛИТЕРАТУРА

1. Понятия и условия подобия систем управления / Л.П. Мышляев, В.Ф. Евтушенко, Д.Г. Березин, Г.В. Макаров, К.А. Ивушкин // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. – 2012. – № 12. – С. 58–60.
2. **Цыпкин Я.З., Поляк Б.Т.** Идентификация нестационарных динамических объектов // Итоги науки и техники. Техническая кибернетика. – 1987. – Т. 21. – С. 68–91.
3. Идентификация динамических характеристик установки сжигания водоугольного топлива / Л.П. Мышляев, В.Ф. Евтушенко, К.Г. Венгер, М.Г. Чичиндаев, А.А. Куценко // Вестник КузГТУ. – 2011. – № 5. – С. 117–122.
4. Теория и практика прогнозирования в системах управления / С.В. Емельянов, С.К. Коровин, Л.П. Мышляев, А.С. Рыков, В.Ф. Евтушенко, С.М. Кулаков, Н.Ф. Бондарь. – Кемерово: Кузбассвузиздат – АСТШ; М.: Российские университеты, 2008. – 487 с.
5. **Андерсен Т.** Статистический анализ временных рядов: пер. с англ. – М.: Мир, 1976. – 756 с.
6. **Ротач В.Я.** Расчет динамики промышленных автоматических систем регулирования. – М.: Энергия, 1973. – 439 с.
7. **Барковский В.В., Захаров В.Н., Шаталов А.С.** Методы синтеза систем управления. – М.: Машиностроение, 1969. – 385 с.
8. Генератор модельных воздействий с заданными свойствами как замкнутая динамическая система / Л.П. Мышляев, В.Ф. Евтушенко, Г.В. Макаров, Е.В. Буркова // Информационно-телекоммуникационные системы и технологии: материалы Всероссийской научно-практической конференции, г. Кемерово, 16–17 октября 2014 г. – Кемерово, 2014. – С. 402–403.
9. **Рыков А.С.** Методы системного анализа: оптимизация. – М.: Экономика, 1999. – 255 с.
10. **Рыков А.С.** Симплексно-градиентные поисковые алгоритмы оптимизации // Проблемы оптимизации в системных исследованиях / отв. ред. В.В. Калашников. – М., 1978. – С. 20–24.

**DETECTION OF NONSTATIONARY CHARACTERISTICS OF  
A PLANT AND ITS EXTERNAL INFLUENCES****Evtushenko V.F., Makarov G.V., Burkova E.V.***Siberian State Industrial University, Novokuznetsk, Russian Federation*

An alternative algorithm of monitoring plant nonstationarity and uncontrolled disturbances acting on it is proposed in the paper. In addition, a computational investigation of the algorithm efficiency is conducted. The main function of the algorithm is the detection of nonstationarity i.e. changing of dynamical characteristics of plant transforming channels or uncontrolled disturbances estimated indirectly by the output disturbances. The algorithm includes 4 criteria, namely, two indicators of control system operation accuracy and the extrapolation accuracy of the reduced output disturbance as well as two correlation coefficients as indicators of linear statistical relation between accuracy indicators and control and extrapolation errors. The detection of nonstationarity characteristics of the plant and its external disturbances is based on current calculations of indicator values, on the analysis of indicator trends and on the sign of trends. The structure and description of the plant nonstationarity control algorithm are proposed in the paper. A computational investigation has been performed to assess the information value of the indicators as well as the algorithm efficiency. The computational modeling of the control system functioning when the output disturbance characteristics such as variance and properties of the autocorrelation function change as well as when the plant transfer coefficient increases or decreases has been conducted. Based on the numerical modeling results some conclusions concerning the capacity for work and efficiency of the algorithm are presented in this paper.

*Keywords:* nonstationarity control algorithm; control system; uncontrolled output disturbances; information value of indicators; numerical modeling; plant transforming channels.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-4-71-83

## REFERENCES

1. Myshlyaev L.P., Evtushenko V.F., Berezin D.G., Makarov G.V., Ivushkin K.A. Similarity of control systems. *Steel in Translation*, 2012, vol. 42, no. 12, pp. 823–824. doi: 10.3103/S0967091212120066. Translated from *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Chernaya metallurgiya*, 2012, no. 12, pp. 58–60.
2. Tsyarkin Ya.Z., Polyak B.T. Identifikatsiya nestatsionarnykh dinamicheskikh ob'ektov [Identification of nonstationary dynamic plants]. *Itogi nauki i tekhniki. Tekhnicheskaya kibernetika – The results of science and technology. Technical cybernetics*, 1987, vol. 21, pp. 68–91.
3. Myshlyaev L.P., Evtushenko V.F., Venger K.G., Chichindaev M.G., Kutsenko A.A. Identifikatsiya dinamicheskikh kharakteristik ustanovki szhiganiya vodougol'nogo topliva [Identification of dynamical characteristics of a plant for burning of water-coal fuel]. *Vestnik Kuzbasskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Vestnik of Kuzbass State Technical University*, 2011, no. 5, pp. 117–122.
4. Emel'yanov S.V., Korovin S.K., Myshlyaev L.P., Rykov A.S., Evtushenko V.F., Kulakov S.M., Bondar' N.F. *Teoriya i praktika prognozirovaniya v sistemakh upravleniya* [Theoretical and practical aspects of prediction in control systems]. Kemerovo, Kuzbassvuzizdat – ASTSh Publ., Moscow, Rossiiskie universitety Publ., 2008. 487 p.
5. Andersen T. *The statistical analysis of time series*. New York, Wiley-Interscience Publ., 1994. 720 p. (Russ. ed.: Andersen T. *Statisticheskii analiz vremennykh ryadov*. Translated from English. Moscow, Mir Publ., 1976. 756 p.).
6. Rotach V.Ya. *Raschet dinamiki promyshlennykh avtomaticheskikh sistem regulirovaniya* [Dynamic calculations of industrial automatic control systems]. Moscow, Energiya Publ., 1973. 439 p.
7. Barkovskii V.V., Zakharov V.N., Shatalov A.S. *Metody sinteza sistem upravleniya* [Methods of control system synthesis]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1969. 385 p.
8. Myshlyaev L.P., Evtushenko V.F., Makarov V.G., Burkova E.V. [Generator of modeling influences with defined properties as closed dynamic system]. *Informatsionno-telekommunikatsionnye sistemy i tekhnologii: materialy Vserossiiskoi nauchno-prakticheskoi konferentsii* [Information and telecommunication systems and technologies: materials of the All-Russian scientific and practical conference], Kemerovo, 16–17 October 2014, pp. 402–403.
9. Rykov A.S. *Metody sistemnogo analiza: optimizatsiya* [Methods of systems analysis: optimization]. Moscow, Ekonomika Publ., 1999. 255 p.
10. Rykov A.S. Simpleksno-gradientnye poiskovye algoritmy optimizatsii [Simplex-gradient search algorithms of optimization]. *Problemy optimizatsii v sistemnykh issledovaniyakh* [Problems of optimization in research systems]. Ed. V.V. Kalashnikov. Moscow, 1978, pp. 20–24.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Евтушенко Виктор Федорович** – родился в 1941 году, д-р техн. наук, профессор кафедры АИС Сибирского государственного индустриального университета. Область научных интересов: моделирование, прогнозирование, идентификация, подобие систем управления. Опубликовано 209 научных работ. (Адрес: 654007, Россия, Новокузнецк, Кирова, 42. Email: evtushenko\_vf@sibsiu.ru).

**Evtushenko Viktor Fedorovich** (b. 1941) – Doctor of Science (Eng.), Professor at the AIS Department in the Siberian State Industrial University. His research interests are currently focused on modeling, forecasting, identification, and similarity of control systems. He is the author of 209 scientific papers. (Address: 42, Kirov Str., Novokuznetsk, 654007, Russian Federation. Email: evtushenko\_vf@sibsiu.ru).



**Макаров Георгий Валентинович** – родился в 1989 году, старший преподаватель кафедры АИС Сибирского государственного индустриального университета. Область научных интересов: моделирование, анализ данных, подобие систем управления. Опубликовано 36 научных работ. (Адрес: 654007, Россия, Новокузнецк, Кирова, 42. Email: maggog1@gmail.com).

**Makarov Georgy Valentinovich** (b. 1989) – Senior Lecturer at the AIS Department in the Siberian State Industrial University. His research interests are currently focused on modeling, data analysis, and similarity of control systems. He is the author of 36 scientific papers. (Address: 42, Kirov Str., Novokuznetsk, 654007, Russian Federation. Email: maggog1@gmail.com).



**Буркова Екатерина Владимировна** – родилась в 1991 году, аспирант, кафедры АИС Сибирского государственного индустриального университета. Область научных интересов: моделирование, подобие систем управления. Опубликовано 16 научных работ. (Адрес: 654007, Россия, Новокузнецк, Кирова, 42. Email: e.v.burkova@gmail.com).

**Burkova Ekaterina Vladimirovna** (b. 1991) – a postgraduate student of the AIS Department in the Siberian State Industrial University. Her research interests are currently focused on modeling and similarity of control systems. She is the author of 16 scientific papers. (Address: 42, Kirov Str., Novokuznetsk, 654007, Russian Federation. Email: e.v.burkova@gmail.com).

*Статья поступила 23 октября 2015 г.  
Received October 23, 2015*

---

To Reference:

Evtushenko V.F., Makarov G.V., Burkova E.V. O kontrole nestacionarnosti svojstv ob"ekta upravlenija i ego vneshnih vozdeystvij [Detection of nonstationary characteristics of a plant and its external influences]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossijskoj Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2015, no. 4 (29), pp. 71–83. doi:

УДК 621.313.8

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ СИЛА ВЕНТИЛЬНОГО ДВИГАТЕЛЯ С НЕМАГНИТНЫМ ЯКОРЕМ

Д.В. Макаров, А.В. Сапсалева, С.А. Харитонов

*Новосибирский государственный технический университет*

Благодаря своим высоким эксплуатационным качествам вентильные двигатели находят все более широкое применение в системах автоматического управления. Этому способствует как прогресс в развитии компонентной базы силовой электроники, так и в создании высокоэффективных постоянных магнитов. Применение вентильных двигателей с немагнитным якорем, в том числе линейных, расширяет возможные сферы практического использования вентильных приводов в мехатронных системах. Полученное расчетное соотношение для электромагнитной силы секции линейного вентильного двигателя с немагнитным якорем позволяет определить на интервале коммутации как электромагнитную силу линейного двигателя, так и электромагнитный момент вращающейся машины. Кроме того, открывается возможность оценить также уровень пульсаций электромагнитных сил и моментов. В работе определено общее выражение для электромагнитной силы линейного двигателя при 120-градусном законе коммутации и произведена оценка пульсаций электромагнитной силы, обусловленных дискретной коммутацией секций якорной обмотки.

*Ключевые слова:* вентильный двигатель, постоянные магниты, индукция магнитного поля, ряды Фурье, электромагнитная сила.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-4-84-93

### Введение

Настоящая работа посвящена анализу электромагнитных сил бесконтактных двигателей постоянного тока с немагнитным якорем (БДПТ). БДПТ представляют собой сочетание синхронной машины с полупроводниковым коммутатором, переключаящим секции обмотки якоря в зависимости от их положения относительно магнитного поля индуктора и одновременно осуществляющим регулирование скорости перемещения подвижного элемента двигателя. В силу этих причин их часто называют вентильными двигателями (в англоязычной литературе BLDC или PMSM).

Основные соотношения получены в данной работе для линейного БДПТ, который способен заменить комплекс «усилитель мощности – коллекторный двигатель постоянного тока – редуктор». Целями такой замены являются повышение быстродействия, точности и надежности привода.

Бурное развитие силовой полупроводниковой элементной базы и прогресс в производстве термостабильных постоянных магнитов из материала неодим-железо-бор (Nd-Fe-B) открывают широкие перспективы по разработке вентильных электродвигателей и приводов на их основе. Специальные легирующие добавки способствуют повышению коэрцитивной силы и сохранению работоспособности магнитов при нагреве до +170° С и пятикратном от номинального кратковременном значении момента и тока якоря. За последние десять лет вентильные электродвигатели заняли прочное положение в производственных программах ведущих зарубежных электромашиностроительных компаний (Сименс, Бош Рексрот, Дженерал Электрик, Ансальдо, Фанук и др.). В большинстве каталогов

готовой продукции этих компаний вентиляльные двигатели с редкоземельными постоянными магнитами представлены на первом месте.

Щеточно-коллекторный узел традиционных машин постоянного тока не только снижает надежность и перегрузочную способность двигателя, но и исключает его использование в агрессивных, взрывоопасных и вакуумно-чистых средах. Вентиляльные двигатели имеют более простую конструкцию и практически свободны от указанных недостатков. Одним из основных препятствий для широкого внедрения вентиляльных приводов является необходимость датчика положения ротора. Особенно ощутим данный недостаток в оборудовании, которое подвергается значительным механическим воздействиям вибрационного и ударного характера.

Существует способ управления вентиляльными электродвигателями без датчика положения ротора [1]. Реализация этого способа возможна только при 120-градусном законе коммутации, поскольку он основан на контроле величины противоЭДС, наводимой в обесточенных обмотках. Такой способ управления допустим, когда не требуется большая кратность пускового момента и исключается режим работы на упор. Типичные сферы применения привода без датчика положения ротора: холодильное оборудование, компрессоры, системы нагрева, вентиляции и кондиционирования воздуха.

Исполнительные механизмы различных технологических производств выдвигают такие требования к динамике электроприводов, как глубокий диапазон регулирования скоростью с заданной точностью ее стабилизации на минимуме и высокую точность отработки заданных перемещений с максимальным быстродействием. Эти факторы обуславливают невозможность применения управления вентиляльным двигателем без датчика положения.

В [2] отмечается, что вентиляльный электропривод на базе синхронных машин с постоянными магнитами является универсальным средством электромеханического преобразования энергии и автоматизации технологических процессов. Определенную нишу здесь могут занять вентиляльные двигатели с немагнитным якорем, в том числе линейные.

Высокие требования к динамике электроприводов с вентиляльными двигателями обуславливают необходимость оценки не только уровня электромагнитных сил и моментов электрических двигателей, но и их пульсаций. Еще более остро эти вопросы ощутимы в случаях применения в приводах линейных электродвигателей. В настоящей статье проводится оценка уровня электромагнитных сил линейного бесконтактного двигателя постоянного тока с немагнитным якорем и их пульсаций, обусловленных дискретной коммутацией фазных обмоток вентиляльных двигателей.

### **1. Электромагнитная сила секции вентиляльного двигателя с немагнитным якорем**

Расчетная модель линейного индуктора с постоянными магнитами приведена на рис. 1. Полюсы из магнитотвердого материала прикреплены к ядру, магнитная проницаемость которого принята равной бесконечности  $\mu = \infty$ . На расстоянии  $\delta$  от полюсов – гладкая поверхность с  $\mu = \infty$ . Данная поверхность служит заменой эквипотенциали, расположенной посередине зазора двигателя. Направление вектора намагниченности  $\vec{J}$  характеризует полярность полюсов индуктора.

Для двигателей с магнитоэлектрическим возбуждением реакция якоря пренебрежимо мала. В этом случае нормальная составляющая индукции магнитного поля в воздушном зазоре для сплавов из редкоземельных материалов будет равна [3, 4]

$$B_z = \frac{4B_r}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{sh}(n\pi h_*) \cdot \sin(n\pi\alpha/2) \cdot \text{ch}(n\pi(z_* + \delta_*))}{n \cdot \text{sh}(n\pi(h_* + \delta_*))} \cos(n\pi x_*), \quad (1)$$

где  $B_r$  – остаточная индукция постоянных магнитов,  $\tau$  – полюсное деление,  $x_* = x/\tau$  и  $z_* = z/\tau$  – относительные координаты, отсчитываемые соответственно от оси постоянного магнита вдоль плоскости воздушного зазора и поверхности полюса в воздушном зазоре по высоте магнита,  $h_* = h/\tau$  и  $\delta_* = \delta/\tau$  – относительные значения высоты магнита и одностороннего воздушного зазора,  $\alpha$  – коэффициент полюсного перекрытия.

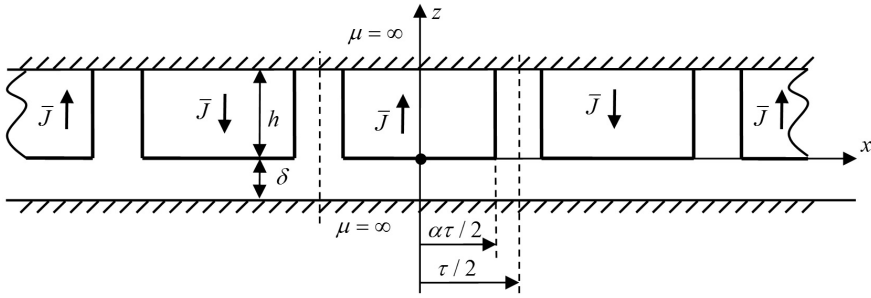


Рис. 1 – Расчетная модель линейного индуктора с постоянными магнитами

Fig. 1 – The evaluation model of a linear inductor with permanent magnets

Среднее значение индукции магнитного поля по объему воздушного зазора, занимаемому обмоткой якоря, будет равно

$$B_{\delta} = \frac{2}{h_2} \int_{-\delta}^{-(\delta-h_2/2)} B_z(x, z) dz,$$

где  $h_2$  – толщина немагнитного якоря.

После подстановки под знак интеграла выражения (1) и интегрирования получим

$$B_{\delta} = \frac{4B_r}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{sh}(n\pi h_*) \cdot \sin(n\pi\alpha/2) \cdot \text{sh}(n\pi(\delta_* - \Delta_*))}{n^2 (\delta_* - \Delta_*) \cdot \text{sh}(n\pi(h_* + \delta_*))} \cos(n\pi x_*), \quad (2)$$

где  $\Delta_* = \frac{\delta - h_2/2}{\tau}$  – относительная величина воздушного зазора в свету между поверхностями якоря и полюсами индуктора.

Обозначим, как  $\gamma_2$  – ширину зоны, которую занимает одна секция обмотки якоря на одном полюсном делении ( $\gamma_2 \leq \tau/3$ ). Внутри этой зоны распределение витков обмотки якоря непрерывное. Тогда величина электромагнитной силы, действующей на секцию с  $N$  числом витков, в которых протекает ток  $I$ , расположенную на расстоянии  $x$  от оси магнита параллельно плоскости воздушного зазора в магнитном поле с индукцией  $B_{\delta}$ , будет определяться выражением

$$F = \frac{IN}{\gamma_*} \int_{x_* - \gamma_*/2}^{x_* + \gamma_*/2} B_{\delta}(x_*) dx_*, \quad (3)$$

где  $l$  – активная длина проводника обмотки якоря.

Подставив в (3) выражение индукции (2), после интегрирования получим

$$F = IINB_r \sum_1^{\infty} C_n \cos n\pi x_*, \quad (4)$$

где  $\gamma_* = \gamma_2 / \tau$ ,  $C_n = \frac{8\text{sh}(n\pi h_*) \cdot \sin(n\pi\alpha / 2) \cdot \sin(n\pi\gamma_* / 2) \cdot \text{sh}(n\pi(\delta_* - \Delta_*))}{n^3 \pi^3 \gamma_* (\delta_* - \Delta_*) \cdot \text{sh}(n\pi(h_* + \delta_*))}$ .

Аналогично можно получить выражение для ЭДС, наведенной в секции, пересекающейся в воздушном зазоре со скоростью  $V$ ,

$$E = VINB_r \sum_1^{\infty} C_n \cos n\pi x_*. \quad (5)$$

Полученные выражения для электромагнитной силы и ЭДС двигателя можно представить в безразмерной форме:

$$F_* = E_* = \sum_1^{\infty} C_n \cos n\pi x_*, \quad (6)$$

где  $F_* = \frac{F}{IINB_r}$ ,  $E_* = \frac{E}{VINB_r}$ .

## 2. Электромагнитная сила вентильного двигателя при 120-градусной коммутации

На основании выражения (6) можно провести анализ различных схем соединения секций обмотки якоря при различных законах коммутации.

Рассмотрим лучевую обмотку с двуполярным питанием при 120-градусном законе коммутации. Схема питания обмотки от мостового коммутатора и диаграмма работы его силовых ключей приведены на рис. 2, а и б соответственно. В каждый момент времени коммутатор подключает к источнику питания две секции обмотки, причем соединение секций получается последовательным. Длительность межкоммутационного интервала составляет  $\alpha_k = \tau / 3$ . Коммутация производится в момент, когда начало очередной секции, подключаемой к источнику питания, совпадает с началом полюсного деления, как это показано на рис. 2, в. Диаграмма токов секций, соответствующая режиму коммутации ключей коммутатора (рис. 2, б), приведена на рис. 2, г.

Электромагнитная сила, развиваемая двигателем в каждый момент времени, будет равна сумме сил двух отдельных секций:

$$F_* = \sum_1^{\infty} C_n \cos n\pi(x_* - 1/6) + \sum_1^{\infty} C_n \cos n\pi(x_* + 1/6).$$

После несложных преобразований получается, что

$$F_* = \sum_1^{\infty} 2C_n \cos \frac{n\pi}{6} \cos n\pi x_*.$$

Функция  $\cos n\pi x_*$  на интервале коммутации  $\alpha_{к*} = \alpha_{к} / \tau = 1/3$  разлагается в ряд [5].

$$\cos n\pi x_* = \frac{\sin(n\pi/6)}{n\pi/6} \left[ 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(6k\pi x_*)}{1 - (6k/n)^2} (-1)^k \right].$$

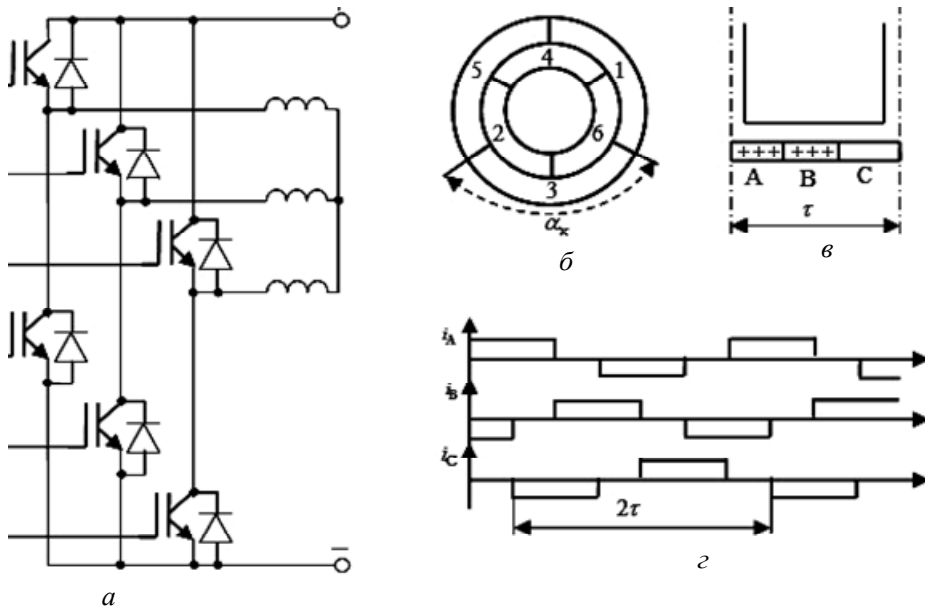


Рис. 2 – Схема питания обмотки (а); диаграмма работы силовых ключей (б); диаграмма момента коммутации (в); диаграмма токов секций (г)

Fig. 2 – Winding supply scheme (a); diagram of commutation technique (b); commutation moment diagram (c); diagram of section's current (d)

С учетом данного разложения можно получить выражение для безразмерной силы, справедливое для любого значения текущей координаты в пределах интервала коммутации,

$$F_* = F_{*0} + \sum_{k=1}^{\infty} F_{*k} \cos 6k\pi x_*,$$

$$\text{где } F_{*0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6C_n \sin(n\pi/3)}{n\pi}, \quad F_{*k} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{12C_n \sin(n\pi/3)}{[1 - (6k/n)^2] n\pi} (-1)^k.$$

Исследование подобных рядов для реальных параметров бесконтактных двигателей с немагнитным ротором, проведенное в [6], показало, что при оценке постоянной составляющей достаточно ограничиться первым членом ряда по  $n$  (составляющие кратные трем в разложении отсутствуют). А при оценке переменной составляющей достаточно учесть первый член ряда по  $k$  и 1, 5 и 7 члены ряда по  $n$ . Максимальная амплитуда пульсаций второй гармонической составляющей



ряда по  $k$  будет составлять не более 3 % от постоянной составляющей. В результате окончательное выражение для безразмерной силы лучевой обмотки с двухполярным питанием при 120-градусном законе коммутации можно представить в виде

$$F_* = F_{*0} + K_{\Pi} F_{*0} \cos 6\pi x_*,$$

где  $F_{*0} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} C_1$ ,  $K_{\Pi}$  – коэффициент пульсаций, равный [3],

$$K_{\Pi} = \frac{F_{*1}}{F_{*0}} = \frac{2}{35} \left( 1 - 15,9 \frac{C_5}{C_1} - 18,8 \frac{C_7}{C_1} \right).$$

Аналогично будет выглядеть выражение электромагнитной в абсолютных единицах:

$$F = F_0 + K_{\Pi} F_0 \cos 6\pi x_* . \quad (7)$$

Среднее значение электромагнитной силы можно выразить формулой

$$F_0 = C_k I ,$$

где  $I$  – ток секций якорной обмотки,  $C_k$  – конструктивная постоянная двигателя, равная

$$C_k = lNB_r \frac{3\sqrt{3}}{\pi} C_1 .$$

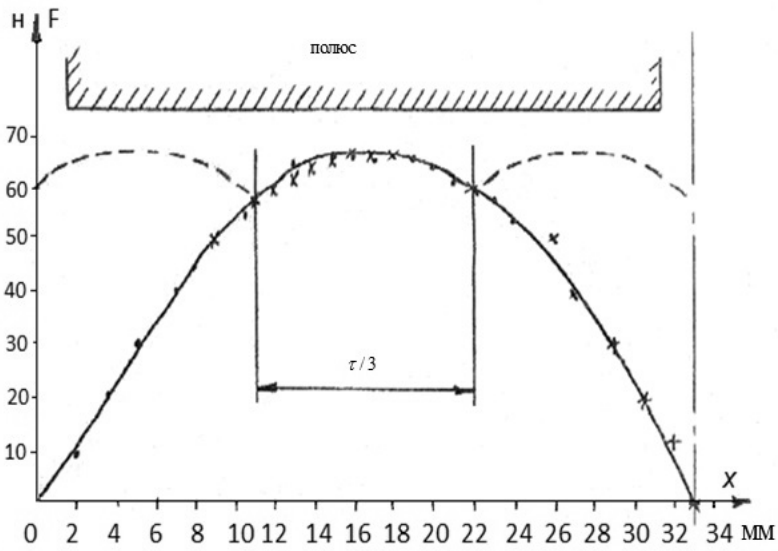
Аналогично выглядит выражение для ЭДС, наводимой в секциях якорной обмотки,

$$E = E_0 + K_{\Pi} E_0 \cos(6\pi x_*), \quad (8)$$

где  $E_0 = C_k V$ ,  $V$  – скорость перемещения якоря.

Одним из недостатков бесконтактных двигателей постоянного тока являются пульсации силы, связанные с дискретной коммутацией секций якорной обмотки по положению. В [7] показано, что за счет рационального выбора геометрических размеров для линейного бесконтактного двигателя с немагнитным якорем можно получить коэффициент пульсаций силы менее 0,06. Для экспериментального определения пульсаций силы двигателя была снята характеристика зависимости силы от перемещения индуктора относительно якоря на длине полюсного деления, равного 0,033 м. Зависимость представлена на рис. 3.

Характеристика показывает, что изменение силы происходит по закону, близкому к синусоидальному, а амплитуда пульсаций примерно равна 6,5 %. На рис. 4 показана осциллограмма пульсаций силы, полученная на основании структурной модели линейного вентильного двигателя с немагнитным якорем при коэффициенте пульсаций 0,065. Осциллограмма снята при силе статического сопротивления, близкой к номинальной силе двигателя. Как видно, пульсации силы, полученные в структурной модели, достаточно точно соответствуют пульсациям силы реального двигателя.



\* - результаты измерений при смещении в прямом направлении  
 \* - результаты измерений при смещении в обратном направлении

Рис. 3 – Характеристика зависимости силы от перемещения индуктора относительно якоря на длине полюсного деления

Fig. 3 – Characteristic of the force dependence on the displacement of the inductor relative to the length of the armature pole pitch

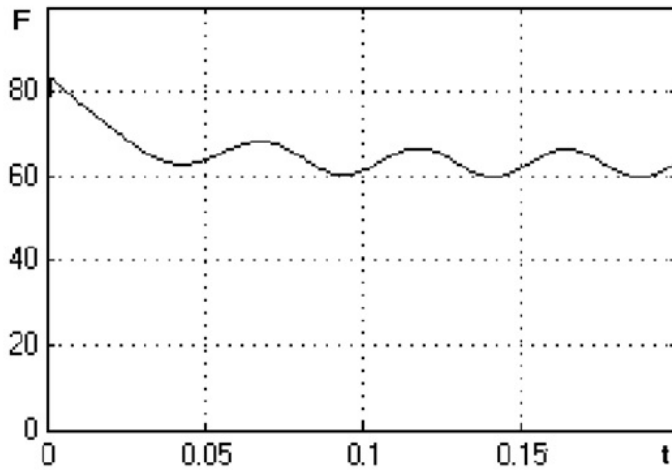


Рис. 4 – Осциллограмма пульсаций силы ЛБД

Fig. 4 – LBD Oscillations

### Заключение

Найдены аналитические выражения для электромагнитной силы и ЭДС секции магнитоэлектрического двигателя с немагнитным якорем. Данные выражения можно положить в основу анализа различных схем соединения секций обмотки

якоря вентильных двигателей при различных законах коммутации и любом числе фаз. Проведен анализ линейного бесконтактного двигателя постоянного тока с трехфазной лучевой обмоткой при 120-градусном законе коммутации. Получены аналитические выражения для электромагнитной силы двигателя и ее пульсаций, обусловленных дискретной коммутацией якорной обмотки.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Acarnley P.P., Watson J.F.** Review of position-sensorless operation of brushless permanent-magnet machines // *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. – 2006. – Vol. 53, iss. 2. – P. 352–362.
2. Электроприводы с магнитоэлектрическими двигателями – перспективные системы для электрического и гибридного транспорта / В.В. Панкратов, Е.А. Зима, Д.А. Котин, Е.С. Кучер // *Транспорт: наука, техника, управление*. – 2010. – № 8. – С. 10–14.
3. **Афанасьев В.В., Веселовский О.Н., Зибарев А.Ю.** Магнитное поле индукторов с постоянными магнитами без полюсных наконечников // *Известия вузов. Электромеханика*. – 1978. – № 3. – С. 248–253.
4. **Зечихин Б.С., Тимершин Ф.Г.** Исследование поля магнитоэлектрического генератора с индуктором без полюсных наконечников // *Известия АН СССР. Энергетика и транспорт*. – 1975. – № 1. – С. 81–87.
5. **Градштейн И.С., Рыжик И.М.** Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Физматгиз, 1963. – 1108 с.
6. **Зибарев А.Ю.** Разработка и исследование линейного бесконтактного двигателя, питаемого от полупроводникового коммутатора: дис. ... канд. техн. наук. – Новосибирск, 1977. – 198 с.
7. **Сапсалева А.В.** Разработка и исследование силовых элементов электропривода поступательного перемещения роботов: дис. ... канд. техн. наук. – Новосибирск, 1979. – 218 с.

**ELECTROMAGNETIC FORCE OF BLDC WITH NONMAGNETIC ARMATURE****Makarov D.V., Sapsalev A.V., Kharitonov S.A.***Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation*

Brushless DC electric motor are becoming more widely used in automatic control systems due to its high performance. It is promoted by progress in the development of power electronic components and in the implementation of highly efficient permanent magnets. The use of brushless DC electric engines with non-magnetic armature including linear extends the area of possible practical application of BLDC actuators in mechatronic systems. In this paper the ratios for the electromagnetic force calculation on the switching period in the section of the linear BLDC with a non-magnetic armature are obtained and general expression of the electromagnetic force at 120-degree switching law is determined. The estimation of the electromagnetic force ripple caused by discrete switching in the armature winding sections is performed.

*Keywords:* brushless DC electric motor, permanent magnets, magnetic field induction, Fourier series, electromagnetic force.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-4-84-93

## REFERENCES

1. Acarnley P.P., Watson J.F. Review of position-sensorless operation of brushless permanent-magnet machines. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 53, iss. 2, pp. 352–362.
2. Pankratov V.V., Zima E.A., Kotin D.A., Kucher E.S. Elektroprivody s magnitoelektricheskimi dvigatelyami – perspektivnyye sistemy dlya elektricheskogo i gibridnogo transporta [Electrical drives with magnitoelectric motor – advanced systems for electric and hybrid vehicles].

- Transport: nauka, tekhnika, upravlenie – Transport: science, technics, control*, 2010, no. 8, pp. 10–14.
3. Afanas'ev V.V., Veselovskii O.N., Zibarev A.Yu. Magnitnoe pole induktorov s postoyannymi magnitami bez polyusnykh nakonechnikov [The magnetic field of the permanent magnet inductors without pole pieces]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Elektromekhanika – Russian Electromechanics*, 1978, no. 3, pp. 248–253.
  4. Zechikhin B.S., Timershin F.G. Issledovanie polya magnitoelektricheskogo generatora s induktorom bez polyusnykh nakonechnikov [Study of the field of the magnetolectric generator with an inductor without pole pieces]. *Izvestiya Akademii nauk SSSR – Proceedings of Academy of Sciences. Power Engineering and Transport*, 1975, no. 1, pp. 81–87.
  5. Gradshteyn I.S., Ryzhik I.M. *Tablitsy integralov, summ, ryadov i proizvedenii* [Tables of integrals, series and products]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1963. 1108 p.
  6. Zibarev A.Yu. *Razrabotka i issledovanie lineinogo beskontaktnogo dvigatelya, pitaemogo ot poluprovodnikovogo kommutatora*. Diss. kand. tekhn. nauk [Development and research of non-contact linear the motor, powered by a semiconductor switch. PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 1977. 198 p.
  7. Sapsalev A.V. *Razrabotka i issledovanie silovykh elementov elektroprivoda postupatel'nogo peremeshcheniya robotov*. Diss. kand. tekhn. nauk [Development and research of electric power components translational motion robots. PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 1979. 218 p.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Макаров Денис Владимирович** – родился в 1986 году, канд. техн. наук, доцент Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: силовая электроника, преобразователи электрической энергии, системы генерирования и накопления электрической энергии, активные силовые фильтры. Опубликовано 35 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. Email: [armature.current@gmail.com](mailto:armature.current@gmail.com)).

**Makarov Denis Vladimirovich** (b. 1986) – Candidate of Technical Sciences, associate prof., Novosibirsk state technical university. His research interests are currently focused on power electronics, power converters, power generation and accumulation systems, active power filters. He is author of 35 scientific papers. (Address: 20, Karl Marks av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation. Email: [armature.current@gmail.com](mailto:armature.current@gmail.com)).



**Сапсалева Анатолий Васильевич** – родился в 1950 году, д-р техн. наук, профессор кафедры электроники и электротехники Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: безредукторный электропривод и системы управления. Опубликовано более 120 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. Email: [sapsalevav@ngs.ru](mailto:sapsalevav@ngs.ru)).

**Sapsalev Anatoliy Vasilievich** (b. 1950) – Doctor of Technical Sciences, prof., Novosibirsk state technical university. His research interests are currently focused on gearless electric drives and their control systems. He is author of more than 120 scientific papers. (Address: 20, Karl Marks av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation. Email: [sapsalevav@ngs.ru](mailto:sapsalevav@ngs.ru)).



**Харитонов Сергей Александрович** – родился в 1950 году, д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой электроники и электротехники Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: электромагнитные процессы в нелинейных электрических цепях с вентильными преобразователями электрической энергии. Опубликовано более 320 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. Email: kharit1@ynadex.ru).

**Kharitonov Sergey Alexandrovich** (b. 1950) – Doctor of Technical Sciences, prof., head of Electronics and Electric engineering department, Novosibirsk state technical university. His research interests are currently focused on analysis of the electromagnetic process in the nonlinear electric circuits with semiconductor converters of the electric energy. He is author of more than 320 scientific papers. (Address: 20, Karl Marks av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation. Email: kharit1@ynadex.ru).

*Статья поступила 18 сентября 2015 г.*

*Received September 18, 2015*

---

To Reference:

Makarov D.V., Sapsalev A.V., Kharitonov S.A. Electromagnitnaya sila ventil'nogo dvigatelya s nemagnitnym yakorem [Electromagnetic force of BLDC with a nonmagnetic armature]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of science*, 2015, no. 4 (29), pp. 84–93.

УДК 621.311

## ОСОБЕННОСТИ ОБЕСПЕЧЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ В ИЗОЛИРОВАННО РАБОТАЮЩИХ ЭНЕРГОСИСТЕМАХ С МАЛОЙ ГЕНЕРАЦИЕЙ

Б.Б. Мукатов<sup>1</sup>, Н.А. Карджаубаев<sup>2</sup>, А.Г. Фишов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Национальный диспетчерский центр Системного оператора

АО «Казахстанская компания по управлению электрическими сетями»

<sup>2</sup>Новосибирский государственный технический университет

Исследуются схемно-режимные свойства изолированно работающих энергосистем (ИРЭС) с распределенной синхронной генерацией, связанной электрической сетью на генераторном напряжении. Обоснованы расчетные условия для проектирования и эксплуатации таких энергосистем – характерные режимы и возмущения с учетом особенностей обеспечения их устойчивости и живучести. В группу «нормативных» (ординарных) расчетных возмущений предлагается включать характерные для эксплуатации ИРЭС вероятные возмущения. Показана возможность обеспечения устойчивости ИРЭС при воздействии ординарных возмущений. В группу ненормативных (неординарных) возмущений предлагается включать маловероятные экстраординарные возмущения, а в ИРЭС должна быть обеспечена живучесть при их возникновении с разделением и последующим автоматическим восстановлением системы. Результаты моделирования режимов показывают, что в нормальной схеме во всех характерных режимах обеспечиваются устойчивость при расчетных возмущениях и результирующая устойчивость при экстраординарных возмущениях без вмешательства автоматики. При экстраординарных возмущениях автоматическое адаптивное деление сети является эффективным способом обеспечения функциональности энергосистемы за счет ее живучести с сохранением электроснабжения ответственных потребителей. По результатам моделирования сформулированы требования к системной и объектной автоматике изолированно работающих энергосистем.

*Ключевые слова:* изолированно работающие энергосистемы, распределенная генерация, функциональность электроэнергетической системы, надежность, живучесть, деление и восстановление сети.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-4-94-104

### Введение

Развитие малой генерации сопровождается трудностями в обеспечении надежности электроснабжения и энергоэффективности работы электростанций. Высокая чувствительность некоторых из них к динамическим изменениям нагрузки [1] ограничивает сферу их применения и затрудняет автономную работу [2–4].

Присоединение малой генерации к существующим сетям централизованного электроснабжения вызывает необходимость значительной и дорогостоящей реконструкции подстанций, автоматики, релейной защиты и системы оперативного управления режимами сети из-за роста токов короткого замыкания, возникновения реверсивности перетоков мощности, необходимости использования направленных защит [5].

Объединение малой генерации в изолированно работающие энергосистемы (ИРЭС), находящиеся на территории централизованного электроснабжения, позволяет извлечь основные системные преимущества, а также обеспечить взаимное резервирование объектов электроснабжения как самой ИРЭС от Единой энергосистемы, так и наоборот.

Создание ИРЭС дает возможность легко подключать к ней как новых потребителей, так и новых источников малой генерации.

В традиционных больших энергосистемах требования по обеспечению устойчивости параллельной работы электростанций отражены в руководящих указаниях по устойчивости и противоаварийной автоматике. Применительно к ИРЭС необходимо разработать специальные требования, учитывающие их схемно-режимные особенности, в том числе малую механическую инерционность генерирующих блоков.

### 1. Постановка задачи

Настоящая работа посвящена анализу особенностей схемно-режимных свойств ИРЭС с электрической сетью на генераторном напряжении для обоснования требований по обеспечению устойчивости параллельной работы генераторов и надежности электроснабжения потребителей. Следует отметить, что использование системообразующей сети на генераторном напряжении делает ее малозатратной как по капитальным вложениям, так и по эксплуатационным расходам.

Выявление схемно-режимных свойств таких ИРЭС необходимо производить с учетом применения для объединения станций линий электропередачи (ЛЭП) в кабельном исполнении и закрытых распределительных устройств (ЗРУ). При этом нормативные возмущения, обоснованные для системообразующей сети, не могут рассматриваться в качестве расчетных в ИРЭС и должны быть переопределены. Наиболее вероятными расчетными возмущениями в ИРЭС являются короткие замыкания (КЗ) в сети 0,4 кВ, так как кабельные линии (КЛ) 10 кВ и закрытые распределительные устройства (ЗРУ) являются надежными элементами системы. В качестве расчетных возмущений также следует принять коммутации фидеров и отключения энергоблоков на объектах малой генерации.

Отключения системообразующих КЛ и ЗРУ можно рассматривать как экстраординарные возмущения, сохранение устойчивости режимов электроэнергетической системы (ЭЭС) для которых не является обязательным условием при проектировании системы.

### 2. Анализ схемно-режимных свойств ИРЭС Академическая

Таким образом, расчетными (вероятными) возмущениями для ИРЭС, для которых должна быть обеспечена устойчивость параллельной работы генераторов, являются:

- коммутации нагрузочных фидеров в электрической сети 10 кВ;
- трехфазные КЗ на шинах 0,4 кВ ТП 10/0,4;
- аварийное отключение энергоблоков.

Расчетными экстраординарными (маловероятными) возмущениями, для которых должна быть обеспечена живучесть энергосистемы с автоматическим восстановлением параллельной работы генераторов и электростанций, являются:

- трехфазные короткие замыкания в электрической сети 10 кВ с отключением линий;
- отключения кабельных линий системообразующего контура электрической сети 10 кВ;
- короткие замыкания в распределительных устройствах с погашением шин.

Помимо расчетных возмущений необходимо задать и расчетные условия (режимы ИРЭС), так как влияние возмущений на режим ИРЭС в разных режимах энергосистемы различно.

В качестве расчетных условий следует выделить шесть групп режимов: *нормальные режимы средней загрузки электрической сети (ЭС)* с высокими запаса-

ми генерирующей мощности и пропускной способности сети, *нормальные режимы высокой загрузки ЭС со сниженными запасами генерации, нормальные режимы высокой загрузки сети, нормальные режимы малой загрузки энергосистемы, ремонтные режимы с ослабленной системообразующей сетью, ремонтные режимы с дефицитом мощности.*

В соответствии с обоснованными расчетными условиями был проведен анализ схемно-режимных свойств энергосистемы с распределенной малой генерацией на примере проектируемой ИРЭС Академическая (г. Новосибирск).

ИРЭС (рис. 1) представляет собой кольцевую схему, образованную КЛ 10 кВ с тремя источниками генерации. Электроснабжение части нагрузки на ПС Сосновка, Шлюзовая и Сеятель осуществляется от районной распределительной электрической сети (РРЭС), другая часть, работая в составе ИРЭС, получает электроэнергию от малой генерации.

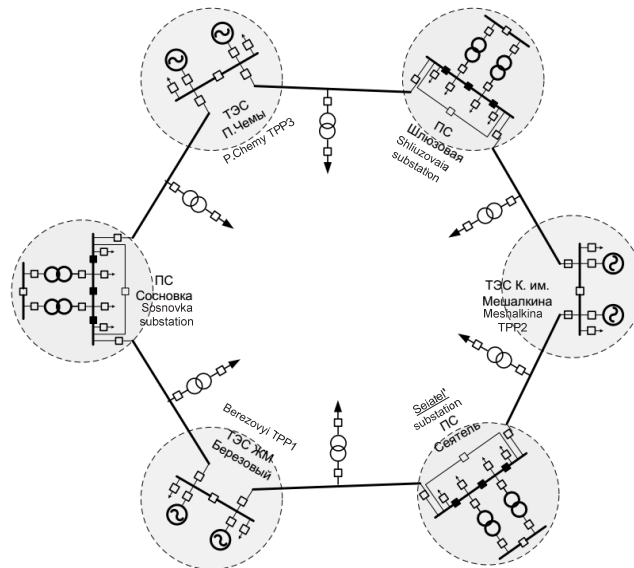


Рис. 1 – Принципиальная структура электрической части ИРЭС

Fig. 1 – The basic structure of the electrical part of isolated power grid (IPG)

От ПС 10 кВ отходят фидеры до трансформаторных пунктов (ТП), где напряжение снижается до 0,4 кВ. КЛ обладают малым сопротивлением ввиду их малой протяженности. Сети 10 кВ и 0,4 кВ связаны понижающими трансформаторами со значительным сопротивлением.

Структура ИРЭС является надежной, каждый узел имеет двухстороннее электроснабжение. Схемы распределительных устройств обладают комбинаторикой, позволяющей переводить часть нагрузки на электроснабжение от малой генерации или от РРЭС (в качестве аварийного резервирования), сохраняя или разрывая кольцевую схему.

Объекты малой генерации ИРЭС: ТЭС жилого массива Березовый (далее ТЭС1), ТЭС клиники имени Мешалкина (далее ТЭС2), ТЭС площадки Правые Чемы (далее ТЭС3) различны по составу оборудования и динамическим характеристикам. Энергоблоки ТЭС1 характеризуются высокой чувствительностью к динамическим изменениям нагрузки, что значительно осложняет задачу обеспечения функциональности и живучести ИРЭС.



Рассмотрим нормальные режимы максимальной загрузки ИРЭС и максимальной загрузки сети в часы максимума (рис. 2) и минимума потребления (рис. 5) соответственно, при возникновении расчетных возмущений.

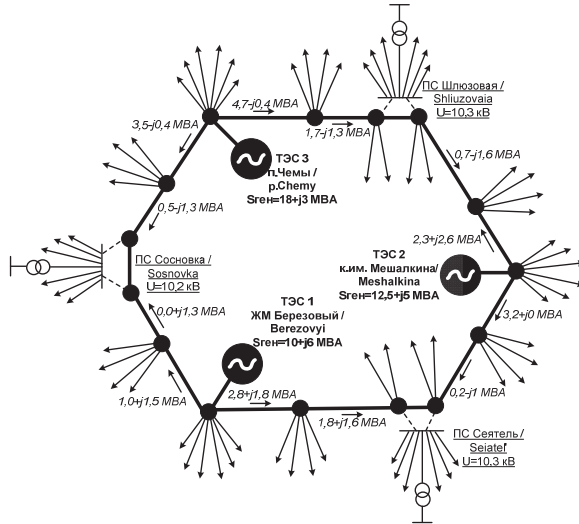


Рис. 2 – Режим максимальной загрузки ИРЭС. Максимум потребления

Fig. 2 – Mode of maximum IPG load. Maximum of consumption

Результаты моделирования режимов ИРЭС при возникновении расчетных возмущений показывают, что устойчивость параллельной работы генераторов ИРЭС сохраняется в максимальном и минимальном режиме. При этом значения изменений мощности генерации ТЭС1 не превышают значений, приводящих к отключению станции, за исключением отключения блока на самой ТЭС1 (при отключении блока изменение генерации на работающих блоках составляет по 170 кВт). При отключении ТЭС1 синхронная работа ТЭС2 и ТЭС3 сохраняется (рис. 3).

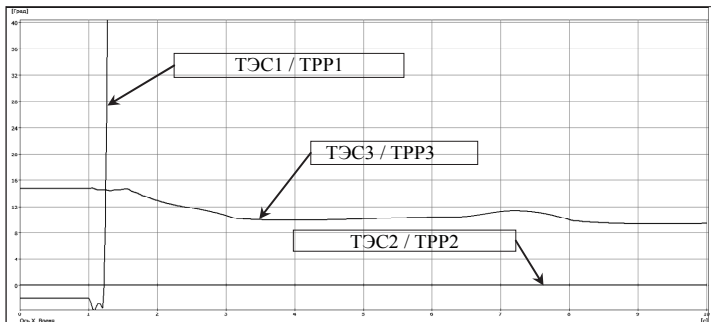


Рис. 3 – Углы роторов генераторов (относительно ротора ТЭС2) при отключении ТЭС1

Fig. 3 – The generator rotor angles (relatively the rotor TPP2) when TPP1 was disconnected

Некоторые расчетные экстраординарные возмущения при трехфазных коротких замыканиях приводят к нарушению устойчивости. На рис. 4 показаны углы

роторов генераторов при трехфазном КЗ на КЛ 10 кВ ТЭС3-Шлюзовая с учетом отключения ТЭС1 защитами станции из-за недопустимого изменения генерации.

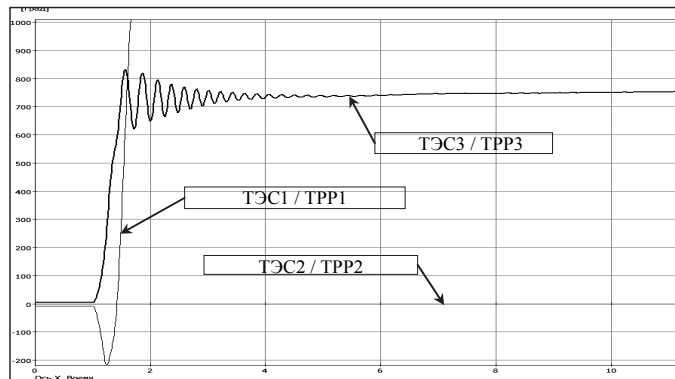


Рис. 4 – Углы роторов генераторов при КЗ на КЛ ТЭС3-Шлюзовая с учетом отключения ТЭС1

Fig. 4 – The generator rotor angles when short-circuit on the cable power line (CL) TPP3-Shliuzovaia was occurred with disconnected of TPP1

На рис. 4 видно, что в период КЗ вблизи ТЭС3 ротор ТЭС3 проворачивается относительно ТЭС2 на  $800^\circ$ . После отключения КЗ вместе с КЛ ТЭС3 и ТЭС2 синхронная работа станций восстанавливается.

Аналогично при КЗ в распределительных устройствах с погашением шин обеспечивается результирующая устойчивость после отключения КЗ вместе с частью генерации и потребителей.

Таким образом, в режимах нагруженной системы в нормальной схеме устойчивость обеспечивается при расчетных возмущениях и результирующая устойчивость – при экстраординарных возмущениях без вмешательства автоматики.

На рис. 5 показан режим максимальной загрузки сети при ремонте КЛ ТЭС2-Шлюзовая в режиме минимума потребления.

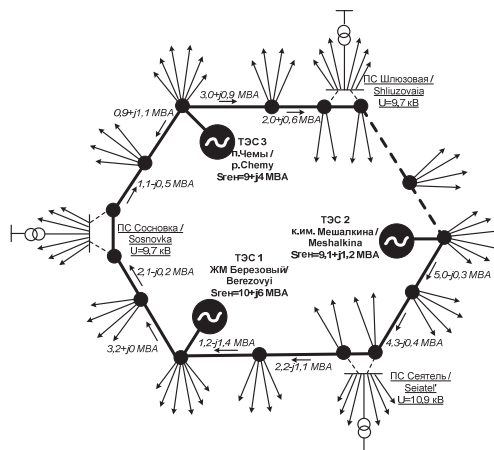


Рис. 5 – Режим максимальной загрузки сети при минимальном потреблении в ИРЭС

Fig. 5 – Mode of the maximum network load at minimum IPG consumption

При возникновении трехфазного КЗ на КЛ 10 кВ ТЭС3-Шлюзовая с отключением КЛ возникает асинхронный ход и условия для отключения ТЭС1. Графики переходного процесса представлены на рис. 6, 7.

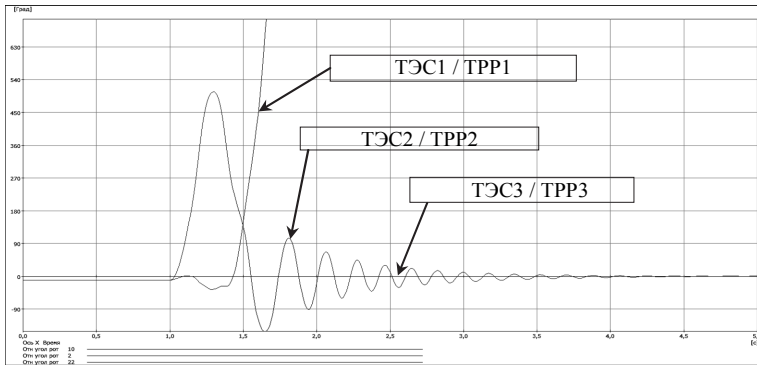


Рис. 6 – Углы роторов генераторов с учетом отключения ТЭС1

Fig. 6 – The generator rotor angles with disconnected of TRP1

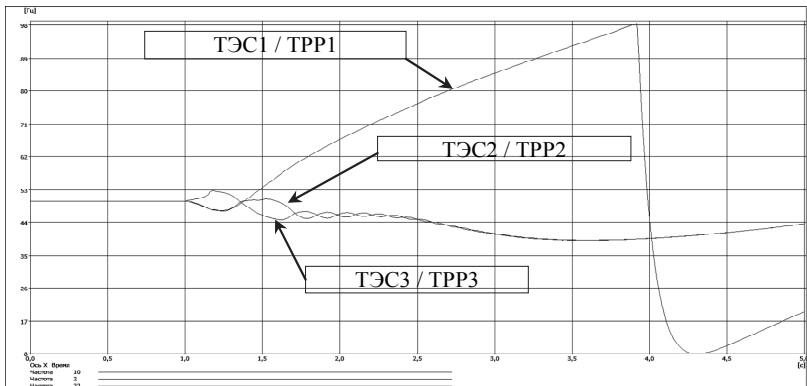


Рис. 7 – Частота в узлах генерации

Fig. 7 – The frequency of the generation nodes

### 3. Противоаварийная автоматика

Проведенные исследования показали, что для сохранения максимальной функциональности ИРЭС при экстраординарных возмущениях целесообразно использовать автоматику адаптивного (максимально сбалансированного) деления системы. Выполнив деление в сечении КЛ ТЭС3-Сосновка на ПС Сосновка и КЛ ТЭС1-Сеятель в РУ ТЭС1 с переводом питания ПС Сосновка и РУ ТЭС1 от РРЭС можно избежать глубокого снижения частоты (до 39 Гц) (рис. 8, 9) и минимизировать ограничения потребителей. Объем нагрузки, переведенной при реконфигурации сети на электроснабжение от РРЭС (ПС Сосновка и РУ ТЭС1) равен 5 МВт (рис. 10).

Моделирование работы АЧР объемом 5 МВт показывает эффективность частотной разгрузки, что позволяет исключить необходимость реконфигурации подсистемы. Однако экстраординарные возмущения приводят к значительным изменениям потоков распределения и дисбалансам мощности. С учетом малой

инерционности электростанций дисбалансы приводят к большим отклонениям по частоте, что в свою очередь может привести к отказу или неэффективности автоматики частотной разгрузки. В данном случае сбалансированное деление является более надежным средством обеспечения живучести подсистем. При реконфигурации с использованием резервного питания от РРЭС отключение потребителей можно исключить полностью.

Использование централизованной автоматики предотвращения устойчивости (АПНУ) в ИРЭС представляется неэффективным, так как она не способна обеспечить необходимый уровень надежности в условиях неполной наблюдаемости, чрезвычайной сложности и необходимости постоянной корректировки сценариев ее работы, а также мониторинга наличия объемов управляющих воздействий.

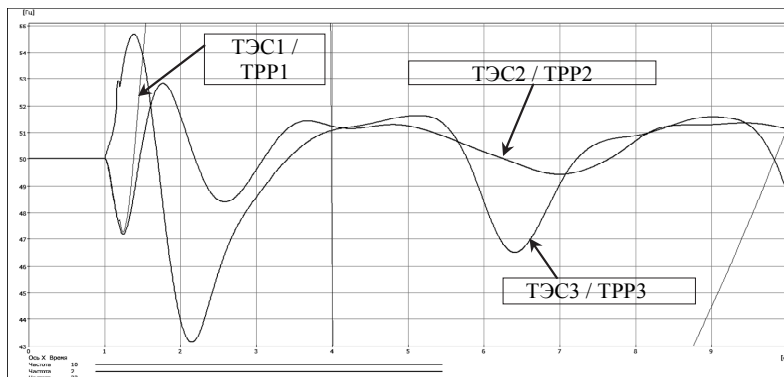


Рис. 8 – Частота в узлах генерации с учетом деления (отключение КЛ ТЭС3-Сосновка на ПС Сосновка и КЛ ТЭС1-Сеятель в РУ ТЭС1 с переводом питания ПС Сосновка и РУ ТЭС1 от РРЭС суммарно 5 МВт)

Fig. 8 – The frequency of the generation nodes with division (disconnection of CL TPP 3-Sosnovka on the Sosnovka substation and CL TPP 1- Seiatel' on the TPP 1 with transfer of load of Sosnovka and Seiatel' substations to grid. Total load – 5 MW)

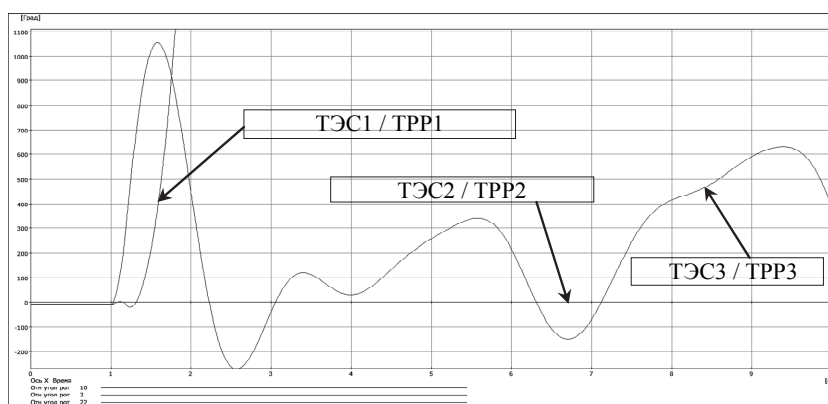


Рис. 9 – Углы роторов генераторов с учетом деления (отключение КЛ ТЭС3-Сосновка на ПС Сосновка и КЛ ТЭС1-Сеятель в РУ ТЭС1 с переводом питания ПС Сосновка и РУ ТЭС1 от РРЭС)

Fig. 9 – The angles of the generation nodes with division (disconnection CL TPP3-Sosnovka on the Sosnovka substation and CL TPP 1- Seiatel' on the TPP 1 with transfer of load of Sosnovka and Seiatel' substations to grid)

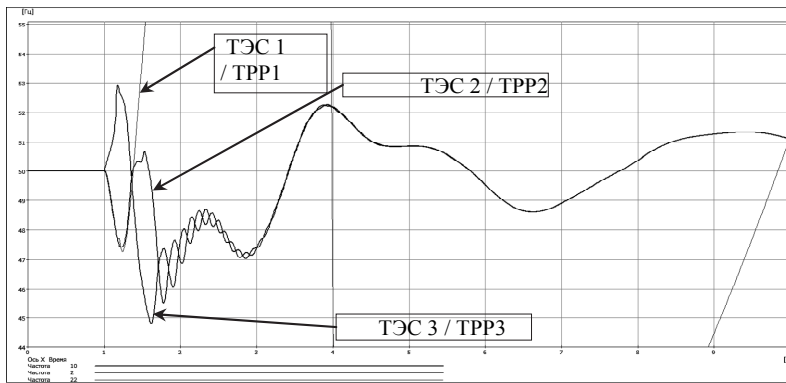


Рис. 10 – Углы роторов генераторов с учетом работы АЧР без деления (суммарно отключенная нагрузка 5 МВт)

Fig. 10 – The angles of the generator rotors, with load shedding and without net division (total shedding load – 5 MW)

*В результате можно сформулировать следующие требования к системной и объектной автоматике ИРЭС.*

При возникновении больших возмущений режима, представляющих угрозу нарушения динамической устойчивости, должно быть предусмотрено автоматическое максимально сбалансированное разделение энергосистемы, что также минимизирует риск отключения малой генерации технологическими защитами из-за изменения нагрузки. После разделения ИРЭС каждая из отделившихся станций должна автоматически переходить в режим полноценной автономной работы. Выбор сечения и реализация деления в качестве противоаварийного управления должны осуществляться автоматикой селективного деления.

При невозможности сбалансированного деления для предотвращения снижения частоты необходимо автоматическое ограничение недопустимого снижения частоты как в ИРЭС в целом, так и в каждой из отделившихся частей за счет отключения части нагрузки с ее последующим включением по мере ввода резервных мощностей и нормализации частоты.

Для обеспечения функциональности ИРЭС каждый энергоблок должен быть оснащен регулятором скорости и возбуждения, блокировкой от несинхронных включений источников на параллельную работу.

При наличии протяженных электрических связей между электростанциями необходим автоматический контроль ограничений по статической устойчивости с ограничением выдаваемой электростанциями мощности [6, 7].

Напряжение на шинах электростанции должно поддерживаться с учетом падения напряжения в прилегающей сети, т. е. уставки регуляторов напряжения должны корректироваться по совокупности напряжений в контрольных пунктах сети [8, 9].

Для обеспечения надежного электроснабжения ответственных потребителей должно быть предусмотрено автоматическое формирование очередностей отключения и обратного включения электроприемников с учетом их категоричности, а также величины нагрузки в предаварийном режиме.

### **Заключение**

ИРЭС на базе распределенной малой генерации повышают энергобезопасность территории, энергоэффективность системы энергоснабжения, создают альтернативу традиционной централизованной энергетике.

При небольших длинах и использовании кабельных линий электропередачи в ИРЭС с малой генерацией динамическая устойчивость параллельной работы электростанций сохраняется при всех видах расчетных возмущений без осуществления противоаварийного управления.

При экстраординарных (сверхнормативных) возмущениях автоматическое селективное деление сети является эффективным способом поддержания функциональности энергосистемы, обеспечивая ее живучесть с сохранением электроснабжения ответственных потребителей и созданием условий быстрого восстановления нормального режима.

При наличии примыкания сети ИРЭС к подстанциям централизованного энергоснабжения реконфигурация сети средствами автоматического ввода резервного питания с переводом питания части нагрузки ИРЭС на подстанции централизованной системы и наоборот обеспечивает повышение надежности электроснабжения в каждой из систем энергоснабжения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Илюшин П.В., Кучеров Ю.Н.** Подходы к оценке возможности обеспечения надежного электроснабжения потребителей за счет строительства объектов распределенной генерации // ЭЛЕКТРО. Электротехника, электроэнергетика, электротехническая промышленность. – 2014. – № 5. – С. 2–7.
2. **Илюшин П.В.** Возможность обеспечения надежного электроснабжения потребителей от объектов распределенной генерации [Электронный ресурс]. – URL: [http://www.cigre.ru/research\\_commitets/ik\\_rus/c6\\_rus/base/Foto\\_2015\\_03\\_27/4\\_IlyshinPV.pdf](http://www.cigre.ru/research_commitets/ik_rus/c6_rus/base/Foto_2015_03_27/4_IlyshinPV.pdf) (дата обращения: 17.12.2015).
3. **Илюшин П.В.** Проблемные технические вопросы работы объектов распределенной генерации в составе энергосистемы и подходы к их решению // Энергоэксперт. – 2015. – № 1. – С. 58–62.
4. **Чусовитин П.** Обобщение мировых тенденций развития распределительных сетей (по итогам участия в 45-й сессии СИГРЭ) [Электронный ресурс]. – URL: [http://www.cigre.ru/activity/session/session\\_2014/docs/Chusovitin\\_report.pdf](http://www.cigre.ru/activity/session/session_2014/docs/Chusovitin_report.pdf) (дата обращения: 17.12.2015).
5. Integrating distributed generation into electric power systems: a review of drivers, challenges and opportunities / J.A.P. Lopes, N. Hatziargyriou, J. Mutale, P. Djapic, N. Jenkins // *Electric Power Systems Research*. – 2007. – Vol. 77, iss. 9. – P. 1189–1203. – doi: 10.1016/j.epsr.2006.08.016.
6. Патент 2500061, Российская Федерация, МПК Н 02 Н. Способ контроля запасов устойчивости режима синхронных электрических машин, включенных в электрическую сеть / А.Г. Фишов; заявитель и патентообладатель Новосибирский государственный технический университет. – № 2011149250; заявл. 02.12.11; опубл. 27.11.13, Бюл. № 33. – 10 с.
7. Stability monitoring and control of generation based on the synchronized measurements in nodes of its connection / A. Fishov, M. Shiller, A. Dekhterev, V. Fishov // *Journal of Energy and Power Engineering*. – 2015. – Vol. 9, no. 1. – P. 59–67.
8. Патент 2561945, Российская Федерация, МПК Н 02 3/12. Способ регулирования напряжения узла электрической сети и узлов, прилегающих к нему / С.Т. Исмоилов, А.Г. Фишов; заявитель и патентообладатель Новосибирский государственный технический университет. – № 2014118182; заявл. 05.05.14; опубл. 10.09.15, Бюл. № 25. – 7 с.
9. **Исмоилов С.Т., Труфакин С.С., Фишов А.Г.** Мультиагентное регулирование напряжения в электрических сетях с распределенной генерацией и активными потребителями // Современные направления развития систем релейной защиты и автоматики энергосистем: 4 Международная научно-техническая конференция, Екатеринбург, 3–7 июня 2013 г.: аннотации докладов. – Екатеринбург, 2013. – С. 99–100.

## FEATURES OF PROVIDING RELIABLE POWER SUPPLY IN ISOLATED POWER GRIDS WITH DISTRIBUTED GENERATION

Mukatov B.B.<sup>1</sup>, Kardzhaubayev N.A.<sup>2</sup>, Fishov A.G.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Branch of «Kazakhstan electricity grid operating company» JSC «National Dispatching Centre of System Operator», Astana, Kazakhstan

<sup>2</sup>Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation

This paper investigates scheme-modal properties of isolated power grids (IPG) with distributed generation working at the generator voltage. General conditions for the design and operation of IPG – specific modes and disturbances with regard to the particularities providing IPG survivability were specified. The authors believe that typical IPG disturbances must be included in the standard (ordinary) group of events. The possibility of providing the IPS stability and survivability when it is exposed to ordinary perturbation was shown. Low probability extraordinary perturbation must be included in the group of non-normative (extraordinary) disturbances. The IPS survivability must be provided by division and automatic restoration when extraordinary disturbances occur. The simulation results obtained without using automation show that standard disturbances in all normal scheme modes do not break the system stability and do not break the resulting system stability when extraordinary disturbances occur. The automatic selective division of the network is an effective way to ensure its functionality due to IPS survivability, with providing power supply to important consumers. According to the results of modeling the requirements to the system and object automation of isolated power systems were formulated.

*Keywords:* Isolated power grids; distributed generation; power grid functionality; reliability, survivability, division and restoration of nets.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-4-94-104

### REFERENCES

1. Ilyushin P.V., Kucherov Yu.N. Podkhody k otsenke vozmozhnosti obespecheniya nadezhnogo elektrosnabzheniya potrebitelei za schet stroitel'stva ob'ektov raspredelennoi generatsii [Approaches to assessing of the possibility to reliable energy supply providing by the construction of distributed generation]. *ELEKTRO. Elektrotehnika, elektroenergetika, elektrotekhnicheskaya promyshlennost'*, 2014, no. 5, pp. 2–7. (In Russian)
2. Ilyushin P.V. *Vozmozhnost' obespecheniya nadezhnogo elektrosnabzheniya potrebitelei ot ob'ektov raspredelennoi generatsii* [The ability to provide energy supply reliable from distributed generation]. Available at: [http://www.cigre.ru/research\\_commitets/ik\\_rus/c6\\_rus/base/Foto\\_2015\\_03\\_27/4\\_IlyushinPV.pdf](http://www.cigre.ru/research_commitets/ik_rus/c6_rus/base/Foto_2015_03_27/4_IlyushinPV.pdf) (accessed 17.12.2015)
3. Ilyushin P.V. Problemye tekhnicheskie voprosy raboty ob'ektov raspredelennoi generatsii v sostave energosistemy i podkhody k ikh resheniyu [Problematic technical issues of the distributed generation as a part of the power system and solution approaches]. *Energoekspert*, 2015, no. 1, pp. 58–62. (In Russian)
4. Chusovitin P. Obobshchenie mirovykh tendentsii razvitiya raspredelitel'nykh setei (po itogam uchastiya v 45-oi sessii SIGRE) [Generalization of the world trends in the development of distribution networks (based on the 45 session of CIGRE)]. Available at: [http://www.cigre.ru/activity/session/session\\_2014/docs/Chusovitin\\_report.pdf](http://www.cigre.ru/activity/session/session_2014/docs/Chusovitin_report.pdf) (accessed 17.12.2015)
5. Lopes J.A.P., Hatziairyriou N., Mutale J., Djapic P., Jenkins N. Integrating distributed generation into electric power systems: a review of drivers, challenges and opportunities. *Electric Power Systems Research*, 2007, vol. 77, iss. 9, pp. 1189–1203. doi: 10.1016/j.epsr.2006.08.016
6. Fishov A.G. *Sposob kontrolya zapasov us-toichivosti rezhima sinkhronnykh elektricheskikh mashin, vklyuchennykh v elektricheskuyu set'* [Synchronous machines that included in electricity network regime stability reserves monitoring method]. Patent RF, no. 2500061, 2011.
7. Fishov A., Shiller M., Dekhterev A., Fishov V. Stability monitoring and control of generation based on the synchronized measurements in nodes of its connection. *Journal of Energy and Power Engineerin*, 2015, vol. 9, no. 1, pp. 59–67.
8. Ismoilov S.T., Fishov A.G. *Sposob regulirovaniya napryazheniya uzla elektricheskoi seti i uzlov, prilegayushchikh k nemu* [Electrical network node and adjacent nodes voltage control method]. Patent RF, no. 2561945, 2014.

9. Ismoilov S.T., Trufakin S.S., Fishov A.G. [MULTI-AGENT voltage control in electrical networks with the distributed generation and consumers]. *Sovremennye napravleniya razvitiya sistem releinoi zashchity i avtomatiki energosistem: 4th Mezhdunarodnaya nauchno-tekhnicheskaya konferentsiya. Annotatsii dokladov* [Actual trends in development of power system protection and automation: 4th International scientific conference. Abstracts], Ekaterinburg, 3–7 June 2013, pp. 99–100.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Мукатов Бекжан Батырович** – родился в 1985 году, главный диспетчер Национального диспетчерского центра Системного оператора, АО «КЕГОС». Область научных интересов: управление режимами работы электроэнергетических систем. Опубликовано 3 научные работы. (Адрес: 010000, Республика Казахстан, Астана, ул. Тауельсиздик, 59. Email: mukatov@kegoc.kz).

**Mukatov Bekzhan B.** (b. 1985) – Chief dispatcher, Branch of «KEGOC» JSC «National Dispatching Centre of System Operator», Kazakhstan Electricity Grid Operating Company. His research interests are currently focused on Control of operating modes of electric power systems. He is author of 3 scientific papers. (Address: 59, Tauelsizdik Ave, Astana, 010000, Kazakhstan. Email: mukatov@kegoc.kz).



**Карджаубаев Нурлан Арапович** – родился в 1990 году, аспирант кафедры автоматизированных электроэнергетических систем Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: Мультиагентное управление режимами электроэнергетических систем и электрических сетей. Опубликовано одна научная работа (Адрес: 630073, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. Email: kardnurik9090@mail.ru).

**Kardzhaubaev Nurlan A.** (b. 1990) – PhD student of the Department of Automated electric power systems in the Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on multi-agent control of electric power systems and electrical networks modes. He is author of 1 scientific paper. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation. Email: kardnurik9090@mail.ru).



**Фишов Александр Георгиевич** – родился в 1950 году, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой автоматизированных электроэнергетических систем Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: управление режимами работы электроэнергетических систем и электрических сетей. Опубликовано 110 научных работ. (Адрес: 630073, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. Email: fishov@ngs.ru).

**Fishov Alexander G.** (b. 1950) – Doctor of Science (Eng.), Professor, Head of Department of Automated Electric Power Systems in the Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on Control of operating modes of electric power systems and electrical networks. He is author of 110 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation. Email: fishov@ngs.ru).

*Статья поступила 23 октября 2015 г.*

*Received October 23, 2015*

## To Reference:

Mukatov B.B. Kardzhaubaev N.A., Fishov A.G. Osobennosti obespecheniya nadezhnosti elektrosnabzheniya v izolirovanno rabotayushchikh energosistemakh s maloi generatsiei [Features of providing reliable power supply in isolated power grids with distributed generation]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2015, no. 4 (29), pp. 94–104. doi:



УДК 621.314.5

**МОДИФИКАЦИЯ ТОПОЛОГИИ КВАЗИ-ИМПЕДАНСНОГО  
ИНВЕРТОРА ДЛЯ АВТОНОМНЫХ СИСТЕМ  
ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ****Д.В. Панфилов<sup>1</sup>, И.А. Баховцев<sup>1</sup>, А.А. Гусев<sup>2,3</sup>**<sup>1</sup>*Новосибирский государственный технический университет,  
Новосибирск, Россия*<sup>2</sup>*Черниговский национальный технологический университет,  
Чернигов, Украина*<sup>3</sup>*Таллиннский технический университет, Таллинн, Эстония*

В данной статье предложена новая топология квази-импедансного инвертора, позволяющая автономной системе электроснабжения работать в режиме холостого хода без необходимости подключения балластной нагрузки. Описано применение импульсных повышающих преобразователей и квази-импедансных преобразователей в составе автономных систем электроснабжения с возобновляемыми источниками электроэнергии. Рассмотрена проблема работы традиционного квази-импедансного инвертора напряжения в режиме малой нагрузки и на холостом ходу. Предложено схемотехническое решение данной проблемы для трехфазного двухуровневого квази-импедансного инвертора и трехфазного трехуровневого квази-импедансного инвертора. Приведены соотношения для загрузки дополнительных компонентов схемы по токам и напряжениям. Рассмотрен способ управления для модифицированного квази-импедансного инвертора. Приведены результаты моделирования и эксперимента для трехфазной трехуровневой топологии традиционного и модифицированного квази-импедансного инвертора, подтверждающие работоспособность предложенной схемы. Проведено сравнение внешней характеристики и зависимости КПД от мощности нагрузки предложенной схемы с аналогичными характеристиками традиционного квази-импедансного инвертора. Сделаны выводы о преимуществах и недостатках предложенной топологии и о возможностях ее применения.

*Ключевые слова:* трехфазный трехуровневый инвертор напряжения, квази-импедансный инвертор, ШИМ, холостой ход, моделирование, эксперимент.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-4-105-117

**Введение**

Автономные системы электроснабжения с солнечными панелями и накопителями электроэнергии получили широкое распространение в удаленных регионах страны, где есть необходимость в бесперебойном электроснабжении малой мощности (до 10 кВт) [1]. Для стабилизации выходного напряжения системы обычно используются повышающе-понижающие преобразователи, поскольку выходное напряжение солнечных панелей может меняться в широком диапазоне в зависимости от окружающих условий и нагрузки [2]. В случае необходимости получения стандартного переменного выходного напряжения со стабилизированным действующим значением основной гармоники, при широком изменении входного напряжения, как правило, применяется инвертор напряжения с повышающим преобразователем [3–7].

Другим типом преобразователей, позволяющих выполнять аналогичные функции в автономных системах электроснабжения, являются квази-импедансные инверторы (КИИ) [8–11]. Топология типового трехфазного КИИ представлена на

рис. 1, а. Данные преобразователи сочетают в себе качества традиционных повышающих преобразователей, такие как широкий диапазон регулирования выходного напряжения, непрерывный входной ток, а также обладают собственными преимуществами: однократным преобразованием энергии и устойчивостью к короткому замыканию стоек инвертора [9, 10]. КИИ повышает выходное напряжение за счет увеличения напряжения в звене постоянного тока, при добавлении дополнительного состояния сквозной проводимости инвертора, в котором все ключи открыты, и энергия накапливается от источника в дросселях квази-импедансных цепей. В рабочих состояниях инвертора напряжение заряженных от дросселей конденсаторов складывается и подключается к нагрузке [10, 12].

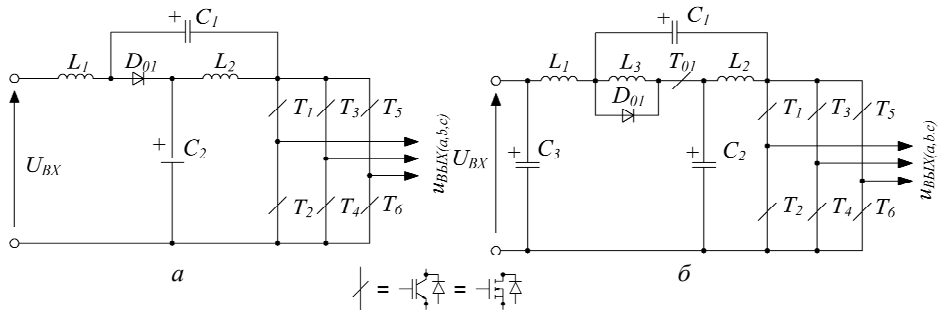


Рис. 1 – Топологии традиционного КИИ (а) и модифицированного КИИ (б)

Fig. 1 – Topology of conventional qZSI (a) and modified qZSI (b)

Однако, как и большинство импульсных повышающих преобразователей, КИИ обладают существенным недостатком. При работе на малую нагрузку, а также на холостом ходу данные преобразователи переходят в режим прерывистого входного тока, что приводит к неконтролируемому нарастанию напряжения в звене постоянного тока [13]. В настоящей статье предлагается схемотехническое решение данной проблемы. Предложенная топология КИИ изображена на рис. 1, б.

### 1. Работа КИИ в режиме холостого хода

На рис. 2 представлены схемы замещения для традиционного КИИ в рабочих состояниях инвертора (а) и в режиме короткого замыкания (б) [11].

В установившемся режиме конденсаторы  $C_1$  и  $C_2$  заряжены таким образом, что сумма их напряжений соответствует требуемому напряжению в звене постоянного тока. Причем напряжения на конденсаторах  $C_1$  и  $C_2$  соответственно выражаются соотношениями (1) и (2) [9]:

$$U_{C_1} = U_{ВХ} \left( \frac{Ds}{1-2Ds} \right); \quad (1)$$

$$U_{C_2} = U_{ВХ} \left( \frac{1-Ds}{1-2Ds} \right), \quad (2)$$

где  $U_{ВХ}$  – напряжение источника питания,  $Ds$  – отношение длительности короткого замыкания к периоду коммутации (причем  $Ds < 0,5$ ). При номинальной нагрузке, на интервале короткого замыкания (рис. 2, б), когда все ключи инверто-

ра открыты, нагрузка не потребляет энергию. Диод  $D_{01}$  закрыт под действием приложенного к нему обратного напряжения, так как

$$U_{C_2} > U_{C_1}. \tag{3}$$

В индуктивности  $L_1$  накапливается энергия под действием тока от источника питания, в индуктивности  $L_2$  накапливается энергия от конденсатора  $C_2$ , конденсатор  $C_1$  разряжается под действием напряжения источника питания, приложенного к нему в обратном направлении.

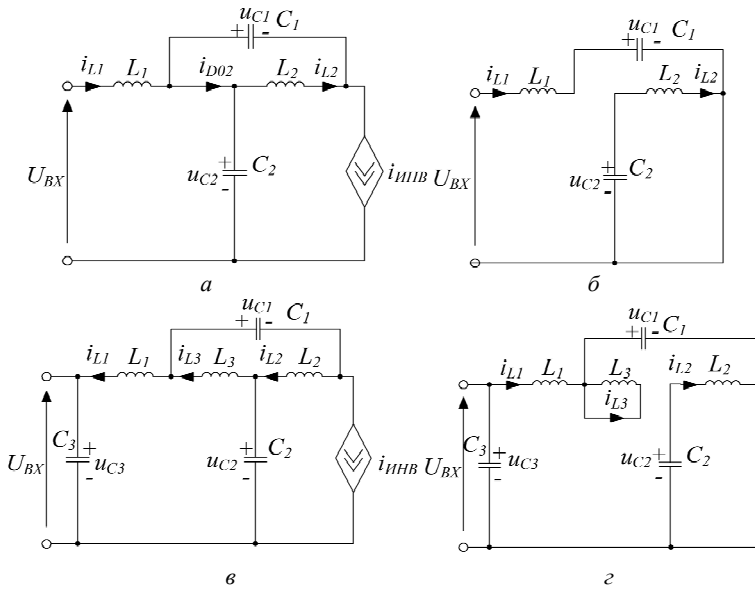


Рис. 2 – Схемы замещения КИИ в рабочих состояниях инвертора (а), в состоянии короткого замыкания (б) и модифицированного КИИ в состоянии обратной проводимости (в) и короткого замыкания (г)

Fig. 2 – Equivalent circuits of qZSI in active states of inverter (a) and in short-through state (b) and of modified qZSI in reverse conduction state (c) and in short-through state (d)

На рабочем интервале (рис. 2, а) инвертор напряжения находится в одном из состояний, когда нагрузка тем или иным образом подключена к звену постоянного тока. Диод  $D_{01}$  открыт, поскольку к его аноду приложена сумма напряжений источника питания и индуктивности  $L_1$ :

$$U_{BX} + (-U_{L_1}) > U_{C_2}. \tag{4}$$

Сумма напряжений конденсаторов  $C_1$  и  $C_2$  имеет место на входе инвертора напряжения. ЭДС индуктивностей  $L_1$  и  $L_2$  меняет знак и прикладывается к конденсаторам  $C_1$  и  $C_2$ . Накопленная энергия потребляется нагрузкой. Конденсаторы  $C_1$  и  $C_2$  заряжаются.

В режиме холостого хода в рабочих состояниях инвертора напряжения энергия, накопленная в индуктивностях  $L_1$  и  $L_2$ , не потребляется нагрузкой. Это приводит к нарастанию значения напряжения на конденсаторах  $C_1$  и  $C_2$  после каждо-

го интервала короткого замыкания, когда ЭДС индуктивностей меняет знак и прикладывается к конденсаторам. Постоянное нарастание напряжения на конденсаторах приводит к нарастанию напряжения звена постоянного тока инвертора и, как следствие, выходного напряжения инвертора.

Предложенное схемотехническое решение описанной выше проблемы основано на топологии, предложенной в [14, 15] для  $Z$ -инверторов. Основная цель модификации топологии состоит в том, чтобы при нарастании напряжения на конденсаторах была возможность для сброса накопленной энергии в дополнительный входной конденсатор или в аккумуляторную батарею через дополнительную цепь. Для этого в КИ-звено преобразователя добавляется транзистор  $T_{01}$  со встречно-параллельным диодом, а параллельно диоду  $D_{01}$  подключается дроссель  $L_3$ , как показано на рис. 1, б.

Добавление возможности протекания тока по обратному контуру через встречно-параллельный транзистор позволяет сформировать дополнительные состояния КИИ. Схемы замещения для данных состояний приведены на рис. 2, в и рис. 2, з.

В режиме холостого хода и при малой нагрузке напряжения на конденсаторах  $C_1$  и  $C_2$  могут быть ограничены за счет введенного дополнительного контура протекания тока. При условии

$$U_{ВХ} + (-U_{L_1}) < U_{C_1} + U_{C_2} \quad (5)$$

и включении дополнительного транзистора  $T_{01}$  ток  $i_{L_2}$  будет протекать от инвертора через данный транзистор, индуктивность  $L_3$  и конденсатор  $C_3$  (см. рис. 2, в). При переходе схемы из состояния обратной проводимости в состояние короткого замыкания возникает кратковременное включение конденсаторов  $C_1$  и  $C_2$  в последовательную цепь, поскольку время выключения транзистора  $T_{01}$  больше времени включения транзисторов  $T_1$ – $T_6$ . Индуктивность  $L_3$  вводится для ограничения токов конденсаторов  $C_1$  и  $C_2$ , при включении их в последовательную цепь. Таким образом, среднее значение напряжений на конденсаторах  $C_1$  и  $C_2$  снижается до заданного уровня: напряжения источника питания, умноженного на коэффициент повышения. При переходе из состояния обратной проводимости в состояние короткого замыкания (рис. 2, з) ток, который протекает через индуктивность  $L_3$ , замыкается через диод  $D_{01}$ .

Расчетные формулы для элементов КИ-звена традиционного КИИ, а также требования к силовым полупроводниковым компонентам по току и напряжению получены и приведены в [16–18]. К добавленному силовому ключу  $T_{01}$  приложено то же напряжение, что и к диоду  $D_{01}$  [18]:

$$U_{VT01} = U_{VD01} = \frac{U_{ВХ}(1 - D_s)}{(1 - 2D_s)} - U_{ВХ}. \quad (6)$$

В номинальном режиме в активных состояниях модифицированного КИИ ток КИ-звена протекает через диод  $D_{01}$  и встречно-параллельный диод ключа  $T_{01}$  и определяется как

$$I_{VD01} = I_{VT01} = \frac{P_{ВЫХ}}{U_{ВХ}}, \quad (7)$$

где  $P_{ВЫХ}$  – номинальная выходная мощность.

В режиме малой нагрузки ток КИ звена может протекать от инвертора (АИН) ко входному источнику или конденсатору  $C_3$  через транзистор  $T_{01}$  и дроссель  $L_3$ . Этот ток будет определяться величиной нагрузки, однако в режиме малой нагрузки и холостого хода он много меньше номинального. Таким образом, и индуктивность дросселя  $L_3$  должна выбираться много меньше индуктивностей  $L_1, L_2$ , чтобы не влиять на переходные процессы при переключении между состояниями схемы.

Принцип управления традиционным КИИ с синусоидальной широтно-импульсной модуляцией подробно описан в [19]. Чтобы сформировать дополнительное состояние обратной проводимости в модифицированном КИИ, импульсы управления силовым транзистором  $T_{01}$  формируются постоянно, путем инверсии импульсов формирования состояния короткого замыкания, как описано в [14]. Временные диаграммы, поясняющие формирование импульсов управления  $T_{01}$ , приведены на рис. 3, где  $U_{ma}, U_{mb}, U_{mc}$  – модулирующие сигналы для трех фаз,  $U_{оп}$  – опорный сигнал,  $U_{DS+}, U_{DS-}$  – задающие сигналы для формирования длительности короткого замыкания.

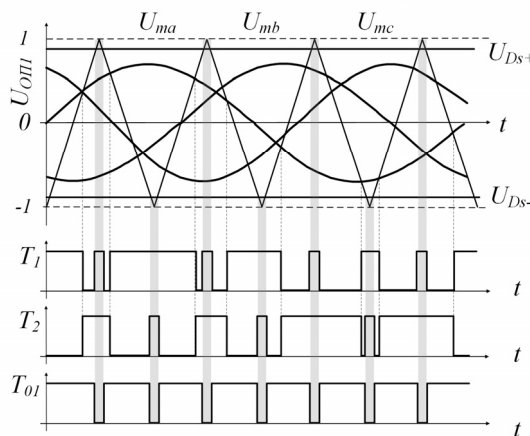


Рис. 3 – Формирование импульсов управления ключами модифицированного КИИ

Fig.3 – Timing diagrams of control pulses of modified qZSI

## 2. Трехуровневый КИИ

В [12, 16, 20] была описана топология трехуровневого трехфазного КИИ (рис. 4, а), а также указаны основные ее достоинства, такие как высокое качество выходного напряжения, низкая нагрузка активных и пассивных элементов.

Топология КИИ, позволяющая ему работать в режиме холостого хода без нарастания напряжения в звене постоянного тока, может быть применена и к трехуровневой схеме инвертора. Для этого в каждое КИ-звено преобразователя включается контур обратного протекания тока, описанный ранее. Данная топология показана на рис. 4, б.

Управление трехуровневым трехфазным КИИ соответствует способу модуляции, описанному в [19–21]. Для управления инвертором используются два опорных сигнала, сдвинутых относительно друг друга на 180 градусов [15]. Импульсы

состояний короткого замыкания формируются путем сравнения одного задающего сигнала  $U_{Ds}$  с одним опорным [12, 20].

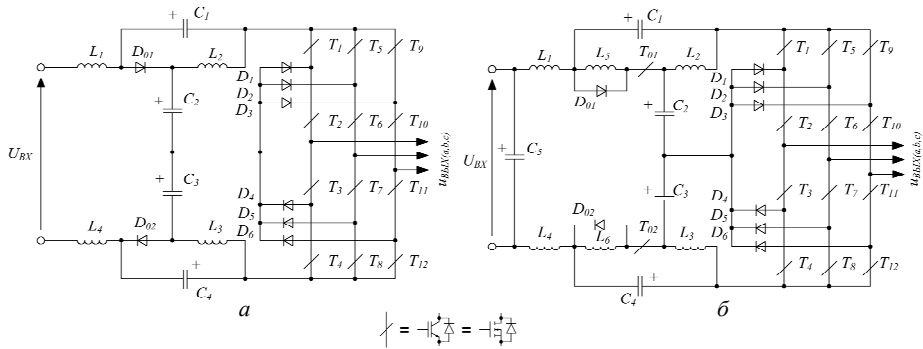


Рис. 4 – Топология трехфазного трехуровневого традиционного КИИ (а) и модифицированного КИИ (б)

Fig. 4 – Topology of three-phase three-level conventional qZSI (a) and modified qZSI (b)

В дальнейшем будет проанализирована схема трехфазного трехуровневого КИИ.

### 3. Моделирование

Для сравнения были промоделированы топологии традиционного и модифицированного трехфазного трехуровневого КИИ. Моделирование проводилось в программной среде PowerSim. Модели силовых схем соответствуют топологиям, представленным на рис. 4. Параметры компонентов силовых схем были рассчитаны по соотношениям, полученным в [16], [17], и приведены в табл. 1. В модели был использован LC-фильтр на выходе инвертора [22]. Его параметры, параметры входного и выходного напряжений, а также частоты коммутации тоже представлены в табл. 1. Данные параметры были выбраны для соответствия условий моделирования условиям физического эксперимента. Нагрузка активная, соединенная в звезду без нулевого провода.

Таблица 1 / Table 1

Параметры КИИ  
QI parameters

Параметры моделирования	Повышение напряжения	Дроссели	Конденсаторы	Фильтр
Входное напряжение $U_{вх} = 240$ В	Коэффициент повышения выходного напряжения $G = 1,33$ $B = 1,66$ $D_S = 0,2$	Коэффициент пульсаций входного тока $K_L = 0,7$ $L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = 900$ мкГн $L_5 = L_6 = 47$ мкГн	Коэффициент пульсаций напряжения на конденсаторах $K_C = 0,0001$ $C_1 = C_4 = 1000$ мкФ $C_2 = C_3 = 470$ мкФ $C_5 = 470$ мкФ	Емкость $C_\Phi = 0,47$ мкФ Индуктивность $L_\Phi = 1000$ мкГн
Выходное линейное напряжение $U_{ab(эфф)} = 190$ В				
Выходная мощность $P_{вх} = 700$ Вт				
Частота выходного напряжения $f = 50$ Гц				
Частота коммутаций $f_S = 50$ кГц				

Для анализа работы преобразователей в режиме малой нагрузки и холостого хода были получены диаграммы напряжения звена постоянного тока и входного тока на нескольких периодах коммутации. Данные диаграммы для обоих преобразователей приведены на рис. 5.

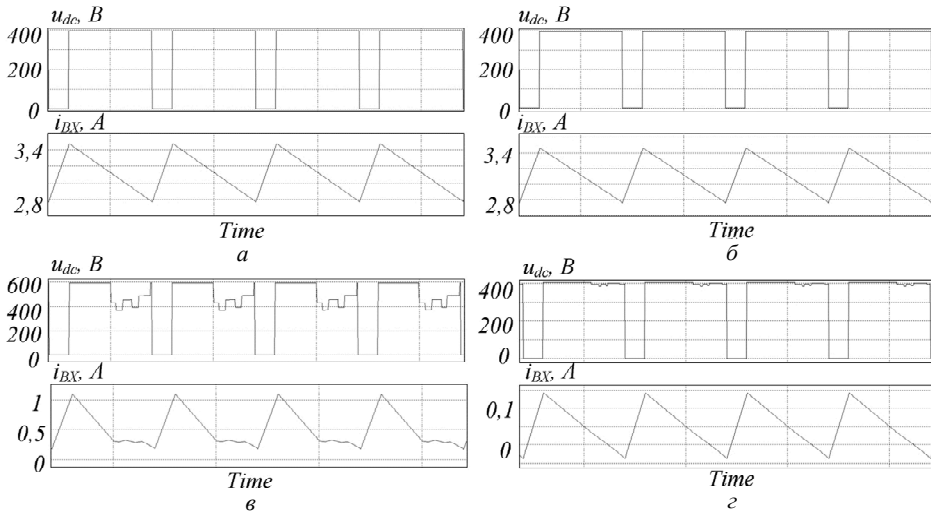


Рис. 5 – Временные диаграммы напряжения звена постоянного тока и входного тока в номинальном режиме традиционного КИИ (а) и модифицированного КИИ (б), в режиме холостого хода традиционного КИИ (в) и модифицированного КИИ (г)

Fig. 5 – Timing diagrams of dc-link voltage and input current at nominal load in conventional qZSI (a) and modified qZSI (b), at idle in conventional qZSI (c) and modified qZSI (d)

На представленных временных диаграммах видно, что в традиционном КИИ при переходе в режим, близкий к режиму прерывистого тока (рис. 5, в), напряжение звена постоянного тока значительно возрастает по сравнению с номинальным режимом (рис. 5, а). Модифицированный КИИ поддерживает требуемый уровень напряжения в обоих режимах (рис. 5, б, г).

#### 4. Эксперимент

Для экспериментального подтверждения работоспособности предложенного КИИ и правильности полученных результатов моделирования были собраны макеты традиционного КИИ и модифицированного КИИ на базе трехфазного трехуровневого инвертора напряжения. Параметры используемых компонентов соответствуют значениям, приведенным в табл. 1. Параметры полупроводниковых приборов приведены в табл. 2.

Таблица 2 / Table 2

#### Полупроводниковые приборы Semiconductor devices

Система управления (ПЛИС)	Cyclone II EP4CE22E22C8
Драйверы транзисторов	ACPL-H312
Транзисторы $T_{01}, T_1 - T_{12}$	C2M0080120
Диоды $D_{01}, D_{02}, D_1 - D_6$	C3D10065A

В эксперименте была использована регулируемая трехфазная резистивная нагрузка, соединенная в звезду без нулевого провода. В качестве входного источника напряжения был использован регулируемый источник постоянного напряжения «ТДК-Lambda». Напряжение источника было установлено равным 240 В для обоих преобразователей, ток ограничен на 3 А. Измерения проводились с помощью осциллографа «Tektronix» MSO4034В, датчиков тока «Tektronix» TCP0150 и датчиков напряжения «Tektronix» TRA-BNC.

В ходе эксперимента были сняты осциллограммы на нескольких периодах коммутации для анализа работы в режиме малой нагрузки. Данные осциллограммы приведены на рис. 6, в, г. Полученные осциллограммы также совпадают с диаграммами моделирования и показывают, что модифицированная топология КИИ поддерживает номинальное напряжение звена постоянного тока во всем диапазоне выходных мощностей. Напряжение звена постоянного тока традиционного КИИ в режиме малой нагрузки, при выходном токе 0,34 А возросло с 315 до 465 В.

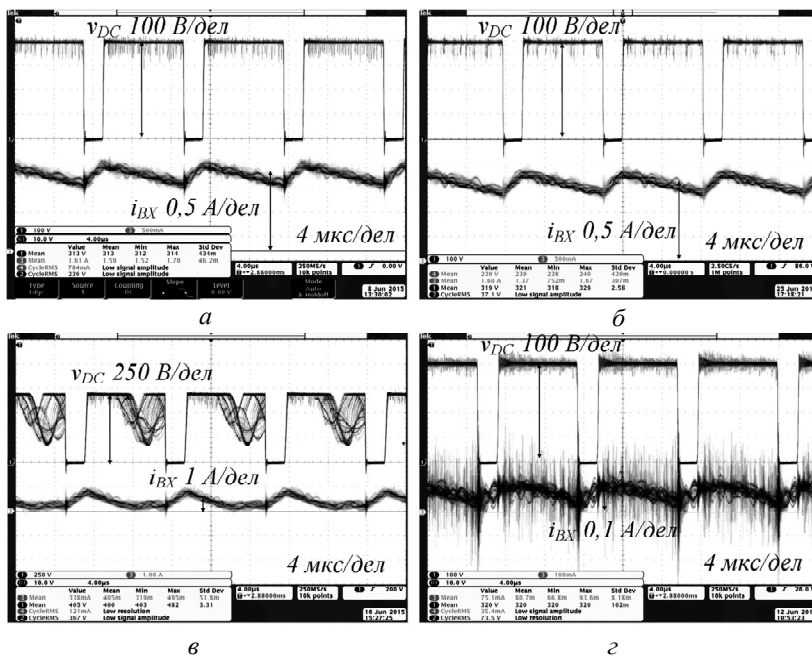


Рис. 6 – Осциллограммы напряжения звена постоянного тока и входной мощности тока в номинальном режиме традиционного трехуровневого КИИ (а), модифицированного КИИ (б) и в режиме малой нагрузки для традиционного КИИ (в) и модифицированного КИИ (г)

Fig. 6 – Oscillograms of dc-link voltage and input current at nominal load in conventional qZSI (a), modified qZSI (b) and at low load in conventional qZSI (c) and modified qZSI (d)

Были сняты внешняя характеристика и зависимость КПД от выходной мощности с исследуемых преобразователей. Внешняя характеристика приведена на рис. 7, а. Данная характеристика снята при тех же условиях, что и при моделировании, и совпадает с уже полученной характеристикой по характеру и количественным показателям.

Зависимость КПД от выходной мощности представлены на рис. 7, б.



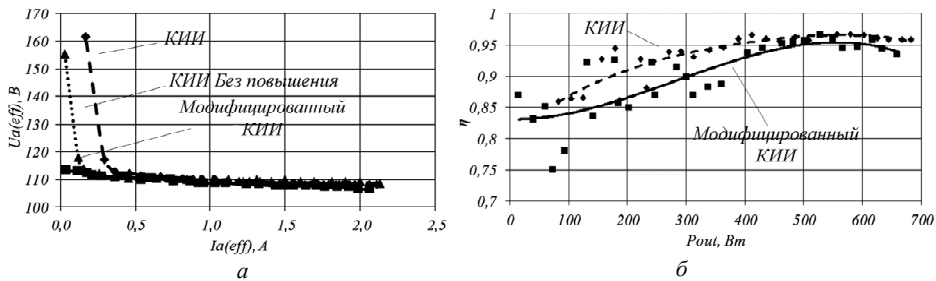


Рис. 7 – Внешняя характеристика исследуемых топологий (а) и зависимости КПД от мощности нагрузки (б)

Fig. 7 – Output characteristic of the topologies investigated (a) and efficiency dependence on output power (b)

Данные зависимости соответствуют ожидаемым. КПД модифицированной топологии КИИ ниже, в среднем на 2,5...3 % за счет добавления дополнительных ключей, являющихся основными источниками потерь в данном преобразователе.

### Заключение

В данной работе была предложена модифицированная топология квази-импедансного инвертора, обеспечивающая работу системы в режиме холостого хода без нарастания напряжения в звене постоянного тока. Проведено сравнение предложенной топологии с традиционной на примере трехфазного трехуровневого КИИ. На основании проведенного анализа были выявлены основные достоинства и недостатки предложенной схемы.

Достоинства предложенной схемы.

1. Возможность работы схемы в режиме холостого хода без нарастания выходного напряжения и без необходимости подключать балластную нагрузку. Реализация жесткой внешней характеристики КИИ во всем диапазоне изменения нагрузки без подключения балластных резисторов.

2. Нет необходимости вводить мертвое время между состояниями короткого замыкания и рабочими состояниями.

3. Изменения в системе управления по сравнению с традиционным преобразователем минимальны и легко реализуемы. Наличие дополнительных ключевых элементов практически не усложняет систему управления.

К недостаткам можно отнести следующее.

Дополнительные элементы являются источниками дополнительных потерь. Соответственно имеет место некоторое уменьшение коэффициента полезного действия.

Приложением предложенной топологии может быть автономная система электроснабжения с широким диапазоном входного напряжения источника питания и большим диапазоном изменения мощности нагрузки.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Optimal sizing of stand-alone photovoltaic system with energy management in isolated areas / S. Simoui, A.H. Arab, S. Bacha, B. Azoui // Energy Procedia. – 2013. – Vol. 36. – P. 358–368.
2. Ribeiro E.F.F., Cardoso A.J.M., Boccaletti C. Uninterruptible energy production in standalone power systems for telecommunications [Electronic resource] // International Conference on Renewable Energies and Power Quality (ICREPQ'09), Valencia (Spain), 15–17 April 2009. – URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.475.7814> (accessed: 17.12.2015).

3. **Kikuchi J., Lipo T.A.** Three-phase PWM boost-buck rectifiers with power-regenerating capability // *IEEE Transactions on Industry Applications*. – 2002. – Vol. 38, iss. 5. – P. 1361–1369.
4. Topological and modulation design of a buck-boost three-level dual inverter / F. Gao, P.C. Loh, D.M. Vilathgamuwa, F. Blaabjerg, C.K. Goh, J.Q. Zhang // *IECON 2006 – 32<sup>nd</sup> Annual Conference on IEEE Industrial Electronics*, 6–10 November 2006. – P. 2408–2413.
5. **Chakraborty S., Annie S.I., Razzak M.A.** Design of single-stage buck and boost converters for photovoltaic inverter applications // *International Conference on Informatics, Electronics & Vision (ICIEV)*, 23–24 May 2014. – Dhaka, Bangladesh, 2014. – P. 1–6.
6. **Sudev V., Parvathy S.** Switched boost inverter based Dc nanogrid with battery and bi-directional converter // *International Conference on Circuit, Power and Computing Technologies (ICCPCT)*, 20–21 March 2014. – Nagercoil, India, 2014. – P. 461–467.
7. **Rodríguez-Rodríguez J.R., Moreno-Goytia E.L., Venegas-Rebollar V.A.** Transformerless, single DC-Input, DC-AC 7-Levels boost converter for PV applications // *North American Power Symposium (NAPS)*, 4–6 August 2011. – Boston, Massachusetts, 2011. – P. 1–6.
8. Impedance-source networks for electric power conversion. Pt. 1. A topological review / Y.P. Siwakoti, F.Z. Peng, F. Blaabjerg, P.C. Loh, G.E. Town // *IEEE Transactions on Power Electronics*. – 2015. – Vol. 30, iss. 2. – P. 699–716.
9. **Anderson J., Peng F.Z.** Four quasi-Z-Source Inverters // *39th IEEE Annual Power Electronics Specialists Conference (PESC–2008)*, 15–19 June 2008. – Rhodes, Greece, 2008. – P. 2743–2749.
10. **Yushan Liu, Abu-Rub H., Baoming G.** Z-source/Quasi-Z-source inverters: derived networks, modulations, controls, and emerging applications to photovoltaic conversion // *IEEE Industrial Electronics Magazine*. – 2014. – Vol. 8, iss. 4. – P. 32–44.
11. **Nagaraj M., Sasikumar Dr.M.** Simulation study of quasi impedance source isolated DC/DC converter fed drives // *International Journal of Engineering Research and Applications*. – 2012. – Vol. 2, iss. 2. – P. 167–171.
12. **Баховцев И.А., Панфилов Д.В.** Построение трехфазного трехуровневого инвертора напряжения на базе квази-импедансного преобразователя // *Научный вестник НГТУ*. – 2013. – № 4 (53). – С. 144–149.
13. CCM operation analysis of the single-phase three-level quasi-Z-source inverter / O. Husev, C. Roncero-Clemente, S. Stepenko, D. Vinnikov, E. Romero-Cadaval // *Proceedings of the 15th International Power Electronics and Motion Control Conference and Exposition, EPE-PEMC 2012 ECCE Europe*, 4–6 September 2012. – Novi Sad, Serbia, 2012. – P. DS1b.21-1–DS1b.21-6.
14. A high-performance Z-source inverter operating with small inductor at wide-range load / X. Ding, Z. Qian, S. Yang, B. Cui, F. Peng // *Twenty Second Annual IEEE Applied Power Electronics Conference, APEC 2007*, 25 February – 1 March 2007. – Anaheim, California, USA, 2007. – P. 615–620.
15. A new adjustable-speed drives (ASD) system based on high-performance Z-source inverter / X. Ding, Z. Qian, S. Yang, B. Cui, F. Peng // *Conference Record of the 2007 IEEE Industry Applications Conference. 42<sup>nd</sup> IAS Annual Meeting*, 23–27 September 2007. – New Orleans, Louisiana, USA, 2007. – P. 2327–2332.
16. Three-level three-phase quasi-Z-source neutral-point-clamped inverter with novel modulation technique for photovoltaic application / O. Husev, C. Roncero-Clemente, E. Romero-Cadaval, D. Vinnikov, T. Jalakas // *Electric Power Systems Research*. – 2016. – Vol. 130. – P. 10–21.
17. **Bakhovtsev I.A., Panfilov D.V.** Three-phase three-level voltage source inverter construction based on quasi-Z-source cells // *14th International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices (EDM): proceedings, Erlagol, Altai*, 1–5 July 2013. – Novosibirsk, 2013. – P. 322–327. – doi: 10.1109/EDM.2013.6642005.
18. **Баховцев И.А., Панфилов Д.В.** Сравнение трехуровневых инверторов напряжения с повышением напряжения в звене постоянного тока // *Актуальные проблемы электронного приборостроения АПЭП–2014: труды XII международной конференции, Новосибирск, 2–4 октября 2014 г.: в 7 т.* – Новосибирск, 2014. – Т. 7. – С. 159–165.
19. Impedance-source networks for electric power conversion. Pt. 2. Review of control and modulation techniques / Y.P. Siwakoti, F.Z. Peng, F. Blaabjerg, P.C. Loh, G.E. Town,

- S. Yang // IEEE Transactions on Power Electronics. – 2015. – Vol. 30, iss. 4. – P. 1887–1905.
20. Single phase three-level neutral-point-clamped quasi-Z-source inverter / O. Husev, C. Roncero-Clemente, E. Romero-Cadaval, D. Vinnikov, S. Stepenko // IET Power Electronics. – 2015. – Vol. 8, iss. 1. – P. 1–10.
21. Voltage distortion approach for output filter design for off-grid and grid-connected PWM inverters / O. Husev, A. Chub, C. Roncero-Clemente, E. Romero-Cadaval, D. Vinnikov // Journal of Power Electronics. – 2015. – Vol. 15, iss. 8. – P. 278–287.

## QUASI-Z-SOURCE INVERTER TOPOLOGY MODIFICATION FOR STAND-ALONE POWER SYSTEMS

**Panfilov D.V.<sup>1</sup>, Bakhovtsev I.A.<sup>1</sup>, Husev O.O.<sup>2,3</sup>**

<sup>1</sup>*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

<sup>2</sup>*Chernihiv National Technological University, Chernihiv, Ukraine*

<sup>3</sup>*Tallinn University of Technology, Tallinn, Estonia*

In this paper proposes a new topology quasi-Z-source inverter is proposed. This new topology allow to stand-alone power system to operate at idle without ballasting load. The application of pulse boost converters and quasi-Z-source converters in the stand-alone power systems with renewable energy sources is presented. There is a description of quasi-Z-source inverter operating at low load and idle issue. The topology solution to this problem for three-phase two-level quasi-Z-source inverter and three-phase three-level quasi-Z-source inverter is based on the same solution for Z-source converters. There are the ratios for voltage and current stresses of additional components are derived. The new topology of quasi-Z-converter requires a new control method, but it is the same as for Z-source inverter modified topology. The simulation and experimental verification of new topology were conducted. Also the new topology was compared with conventional quasi-Z-source inverter by output and efficiency characteristics. In conclusion there are advantages and disadvantages of topology proposed compared with conventional topology.

*Keywords:* three-phase three-level inverter, quasi-Z-source inverter, PWM, idle, simulation, experimental setup.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-4-105-117

### REFERENCES

1. Simoui S., Arab A.H., Bacha S., Azoui B. Optimal sizing of stand-alone photovoltaic system with energy management in isolated areas. *Energy Procedia*, 2013, vol. 36, pp. 358–368.
2. Ribeiro E.F.F., Cardoso A.J.M., Boccaletti C. Uninterruptible energy production in standalone power systems for telecommunications. *International Conference on Renewable Energies and Power Quality (ICREPQ'09), Valencia (Spain), 15–17 April 2009*. Available at: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.475.7814> (accessed 17.12.2015)
3. Kikuchi, J., Lipo T.A. Three-phase PWM boost-buck rectifiers with power-regenerating capability. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2002, vol. 38, iss. 5, pp. 1361–1369.
4. Gao F., Loh P.C., Vilathgamuwa D.M., Blaabjerg F., Goh C.K., Zhang J.Q. Topological and modulation design of a buck-boost three-level dual inverter. *IECON 2006 – 32<sup>nd</sup> Annual Conference on IEEE Industrial Electronics*, 6–10 November 2006, pp. 2408–2413.
5. Chakraborty S., Annie S.I., Razzak M.A. Design of single-stage buck and boost converters for photovoltaic inverter applications. *3<sup>rd</sup> International Conference on Informatics, Electronics & Vision (ICIEV)*, Dhaka, Bangladesh, 23–24 May 2014, pp. 1–6.
6. Sudev V., Parvathy S. Switched boost inverter based Dc nanogrid with battery and bi-directional converter. *International Conference on Circuit, Power and Computing Technologies (ICCPCT)*, Nagercoil, India, 20–21 March 2014, pp. 461–467.
7. Rodríguez-Rodríguez J.R., Moreno-Goytia E.L., Venegas-Rebollar V.A. Transformerless, single DC-Input, DC-AC 7-Levels boost converter for PV applications. *North American Power Symposium (NAPS)*, Boston, Massachusetts, 4–6 August 2011, pp. 1–6.
8. Siwakoti Y.P., Peng F.Z., Blaabjerg F., Loh P.C., Town G. Impedance-source networks for electric power conversion. Pt. 1. A topological review. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2015, vol. 30, iss. 2, pp. 699–716.

9. Anderson J., Peng F.Z. Four quasi-Z-Source Inverters. *39th IEEE Annual Power Electronics Specialists Conference (PESC-2008)*, Rhodes, Greece, 15–19 June 2008, pp. 2743–2749.
10. Yushan Liu, Abu-Rub H., Baoming G. Z-Source/Quasi-Z-Source inverters: derived networks, modulations, controls, and emerging applications to photovoltaic conversion. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, 2014, vol. 8, iss. 4, pp. 32–44.
11. Nagaraj M., Sasikumar Dr.M. Simulation study of quasi impedance source isolated DC/DC converter fed drives. *International Journal of Engineering Research and Applications*, 2012, vol. 2, iss. 2, pp. 167–171.
12. Bakhovtsev I.A., Panfilov D.V. Postroenie trekhfaznogo trekhurovneвого инвертора napryazheniya na baze kvazi-impedansnogo preobrazovatelya [Three-phase three-level inverter of voltage based on a quasi-z-source network]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 4 (53), pp. 144–149.
13. Husev O., Roncero-Clemente C., Stepenko S., Vinnikov D., Romero-Cadaval E. CCM operation analysis of the single-phase three-level quasi-Z-source inverter. *Proceedings of the 15th International Power Electronics and Motion Control Conference and Exposition, EPE-PEMC 2012 ECCCE Europe*, Novi Sad, Serbia, 4–6 September 2012, pp. DS1b.21-1–DS1b.21-6.
14. Ding X., Qian Z., Yang S., Cui B., Peng F. A high-performance Z-source inverter operating with small inductor at wide-range load. *Twenty Second Annual IEEE Applied Power Electronics Conference, APEC 2007*, Anaheim, California, USA, 25 February – 1 March 2007, pp. 615–620.
15. Ding X., Qian Z., Yang S., Cui B., Peng F. A new adjustable-speed drives (ASD) system based on high-performance Z-source inverter. *Conference Record of the 2007 IEEE Industry Applications Conference. 42nd IAS Annual Meeting*, New Orleans, Louisiana, USA, 23–27 September 2007, pp. 2327–2332.
16. Husev O., Roncero-Clemente C., Romero-Cadaval E., Vinnikov D., Jalakas T. Three-level three-phase quasi-Z-source neutral-point-clamped inverter with novel modulation technique for photovoltaic application. *Electric Power Systems Research*, 2016, vol. 130, pp. 10–21.
17. Bakhovtsev I.A., Panfilov D.V. Three-phase three-level voltage source inverter construction based on quasi-Z-source cells. *14th International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices (EDM): proceedings*, Erlagol, Altai, 1–5 July 2013, pp. 322–327. doi: 10.1109/EDM.2013.6642005
18. Bakhovtsev I.A., Panfilov D.V. [Comparison of three-level VSI with voltage elevation in the direct current link] *Aktual'nye problemy elektronnoy priborostroeniya APEP-2014: trudy XII mezhdunarodnoy konferentsii* [12th International conference on Actual problems of electronic instrument engineering: proceedings APEIE-2014], Novosibirsk, 2–4 October 2014, vol. 7, pp. 159–165.
19. Siwakoti Y.P., Peng F.Z., Blaabjerg F., Loh P.C., Town G.E., Yang S. Impedance-source networks for electric power conversion. Pt. 2. Review of control and modulation techniques. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2015, vol. 30, iss. 4, pp. 1887–1905.
20. Husev O., Roncero-Clemente C., Romero-Cadaval E., Vinnikov D., Stepenko S. Single phase three-level neutral-point-clamped quasi-Z-source inverter. *IET Power Electronics*, 2015, vol. 8, iss. 1, pp. 1–10.
21. Husev O., Chub A., Roncero-Clemente C., Romero-Cadaval E., Vinnikov D. Voltage distortion approach for output filter design for off-grid and grid-connected PWM inverters. *Journal of Power Electronics*, 2015, vol. 15, iss. 8, pp. 278–287.

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Панфилов Дмитрий Валерьевич** – родился в 1989 году, магистр техники и технологии по направлению «Электроника и микроэлектроника», аспирант кафедры электроники и электротехники Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: силовая электроника, микропроцессорные системы управления. Опубликовано 9 научных работ. (Адрес: 630501, Россия, п. Краснообск, 214. Email: Dmitry89@ngs.ru).

**Panfilov Dmitry Valerievich** (b. 1989) – M.S. in electronics and microelectronics, postgraduate of Electronics and Electrical Engineering department

of Novosibirsk State Technical university. His research interests are currently focused on power electronics, microprocessor control systems. He is author of 9 scientific papers. (Address: 214, Krasnoobsk, 630501, Russian Federation. Email: Dmitry89@ngs.ru).



**Баховцев Игорь Анатольевич** – родился в 1955 году, канд. техн. наук, доцент кафедры электроники и электротехники Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: силовая электроника, способы управления с ШИМ, микропроцессорные системы управления. Опубликовано 70 научных работ. (Адрес: 630136, Россия, Новосибирск, ул. Широкая, 127. Email: igor\_55@ngs.ru).

**Bakhovtsev Igor Anatolievich** (b. 1955) – Ph. D., associate prof. of Electronics and Electrical Engineering department of Novosibirsk State Technical university. His research interests are currently focused on power electronics, PWM methods, microprocessor control systems. He is author of 70 scientific papers. (Address: 127, Shirokaya st., Novosibirsk, 630136, Russian Federation. Email: igor\_55@ngs.ru).



**Гусев Александр Александрович** – родился в 1986 году, канд. техн. наук, доцент кафедры биомедицинских радиоэлектронных аппаратов и систем Черниговского Национального технологического университета. Старший научный сотрудник института электротехники Таллинского технологического университета. Область научных интересов: силовая электроника, разработка новых топологий и систем управления. Опубликовано 74 научные работы. (Адрес: 14005, Украина, Чернигов, Пятницкая, 68. Email: gsfki@ukr.net).

**Husev Oleksandr Oleksandrovich** (b. 1986) – Ph. D., associate prof. of Biomedical Radioelectronic Apparatus and Systems department of Chernihiv National University of Technology and senior researcher of Electrical Engineering department of Tallinn University of Technology. His research interests are currently focused on power electronics, design of novel topologies and control systems. He is author of 74 scientific papers. (Address: 68, Pyatnizkaya, Chernihiv, 14005, Ukraine. Email: gsfki@ukr.net).

*Статья поступила 30 сентября 2015 г.*

*Received September 30, 2015*

---

To Reference:

Panfilov D.V., Bakhovtsev I.A., Husev O.O. Modifikatsiya topologii kvazi-impedansnogo invertora dlya avtonomnykh sistem elektrosnabzheniya [Quasi-z-source inverter topology modification for stand-alone power systems]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2015, no. 4 (29), pp. 105–117. doi:

УДК 535

**ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА С ЗЕРКАЛАМИ  
ПОЛНОГО ВНУТРЕННЕГО ОТРАЖЕНИЯ****А.С. Сырнева, В.В. Чесноков***Сибирский государственный университет геосистем и технологий*

Оптические системы с зеркалами полного внутреннего отражения (ПВО) привлекают внимание исследователей возможностью существенного уменьшения оптических потерь в оптических устройствах. Известны неоднократные попытки создания интерференционных многолучевых фильтров со слоистой структурой, содержащих зеркала ПВО, однако не удалось добиться ожидаемого уменьшения оптических потерь. В работах [6–8] объяснение этому найдено в существовании резонансной дифракции волн в слоистых системах с ПВО, что приводит к необходимости увеличивать поперечные размеры подобных слоистых систем: при обычных размерах волна, распространяясь в структуре под не равным нулю углом падения, быстро уходит из оптической апертуры прибора в боковом к падающему излучению направлении. В настоящей работе исследуется кубический оптический резонатор с зеркалами ПВО, в котором вошедшая в резонатор волна также распространяется в связи с наклонным падением на грань кубика в поперечном направлении, но ее траектория «закольцована», что заставляет волну многократно возвращаться в область оптической апертуры и обеспечивать увеличение прозрачности оптического резонатора. В статье представлены предварительные результаты теоретического и экспериментального исследования разработанного оптического кубического резонатора бегущей волны. Кубик резонатора со стороной 10 мм изготовлен из стекла К8, качеству полировки граней соответствуют примерно одна-две интерференционных полос, погрешность выполнения углов между гранями порядка нескольких угловых секунд. Ввод излучения гелий-неонового лазера в резонатор и вывод осуществлены традиционным для ввода излучения в планарные волноводы методом – с помощью прижатых к поверхности грани кубика оптических призм, волна туннелирует сквозь воздушный зазор между поверхностями призмы и грани. Показано, что, в отличие от эталона Фабри–Перо значения угловой дисперсии интерференционного фильтра с оптическим резонатором в сагиттальной и меридиональной плоскостях существенно отличаются. В соответствии с расчетом отсутствие оптических потерь на зеркалах ПВО увеличивает количество эффективных полных замкнутых траекторий в резонаторе до 800...1000, что на порядок больше, чем в эталонах с металлическими зеркалами. Полученные результаты подтверждают, что использование полноотражающих граней кубика в качестве зеркал обеспечивает резонатору существенно меньшие оптические потери в сравнении с эталоном Фабри–Перо, имеющими металлические зеркала; выявлено наличие анизотропии угловой дисперсии фильтра. Рассматривается применение оптических резонаторов с гранями полного внутреннего отражения в качестве узкополосных оптических фильтров, пригодных для исследования спектров лазерных излучателей, а также при разработках мощных миниатюрных твердотельных лазеров с повышенной оптической прочностью выходного зеркала.

*Ключевые слова:* оптический резонатор, эталон Фабри–Перо, полное внутреннее отражение, многолучевая интерференция, узкополосная фильтрация, оптическая апертура, оптическое туннелирование, оптические призмы, резонансная дифракция, световая волна.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-4-118-127

**Введение**

Настоящее исследование лежит в рамках поиска оптимальных решений по созданию узкополосных многолучевых интерференционных оптических фильтров

различных диапазонов спектра, зеркала которых обладают малыми потерями благодаря использованию эффектов полного внутреннего отражения (ПВО) света на границе прозрачных сред с различными показателями преломления

### 1. Постановка задачи

Рассматриваются вопросы создания интерференционных устройств типа оптических узкополосных фильтров, использующих полное внутреннее отражение (ПВО) от границ с внешней средой. Примером достижения рекордных значений узкополосности интерферометра Фабри–Перо с диэлектрическими зеркалами (резкость 150 000) являются результаты работы [1]. Возможности снижения оптических потерь при использовании в многолучевых интерферометрах эффектов полного внутреннего отражения рассмотрены в работах [2–4, 9]. В работе [15] методом численного моделирования продемонстрирована возможность создания многолучевого отражательного интерферометра на эффектах полного внутреннего отражения в одномодовом волокне с оболочкой. Вопросы расчета коэффициента отражения металл-диэлектрических зеркал при нарушенном полном внутреннем отражении рассмотрены в работе [16]. Устройство двухлучевого интерференционного фильтра полного внутреннего отражения, предназначенного для уменьшения фонового пропускания фильтров при спектральных исследованиях, рассматривается в патенте [17]. В монографии [5] приведен теоретический анализ слоистых полноотражающих фильтров, основанный на классической модели многолучевых интерферометров Фабри–Перо. Предполагалось, что отсутствие потерь в зеркальных прослойках может обеспечить высокую прозрачность фильтров и узкую спектральную полосу пропускания, однако практических устройств такого качества создать не удалось. В работах [6–8] причины малой прозрачности слоистых оптических фильтров полного отражения объясняются ролью краевого резонансного дифракционного процесса, имеющего место при вводе излучения под косым углом в слоистую структуру ограниченных размеров [7].

В настоящей работе, являющейся продолжением [11, 12, 13], решается задача исследования характеристик оптического многолучевого интерференционного фильтра с зеркалами ПВО, конструкция которого исключает влияние краевого дифракционного эффекта.

Исследование проведено в рамках разработки интерференционных устройств типа оптических резонаторов и оптических узкополосных фильтров, использующих полное внутреннее отражение (ПВО) от границ с внешней средой, описанной в статье [11, 12], где содержатся также ссылки на литературу. В работе [10] приведены расчеты характеристик полноотражающих светофильтров, выполненных с использованием результатов [4]. Оптическая схема резонатора с призмными устройствами ввода-вывода излучения показана на рис. 1, слева; справа приведена фотография кубического резонатора и призм ввода и вывода излучения; схема экспериментального стенда приведена на рис. 2.

Резонансный элемент выполнен в виде резонатора бегущей волны типа «шепчущей галереи» с замкнутой траекторией волны (рис. 1). Излучение  $4$  вводится в кубический прозрачный резонатор  $1$  через призмный элемент связи  $2$ , расположенный от него с воздушным зазором, позволяющим волне туннелировать в кубик. Волна испытывает на гранях кубика полное отражение, при угле преломления  $\theta = \pi/4$  траектория волны замкнутая; излучение выводится из резонатора через призму  $2$  ввода, а также через вторую призму  $3$ , расположенную также с возможностью туннелирования волны в нее. Отсутствие оптических потерь при полном внутреннем отражении позволяет использовать моды резонатора со значительно большим числом отражений от зеркал в сравнении с эталоном Фабри–

Перо. Показатели преломления кубического резонатора и призмных элементов связи –  $n_1$  и  $n_3$  соответственно;  $t$  и  $n_2$  – ширина зазора, позволяющего волне туннелировать в кубик, и показатель преломления зазора соответственно;  $c$  – размер грани резонатора.

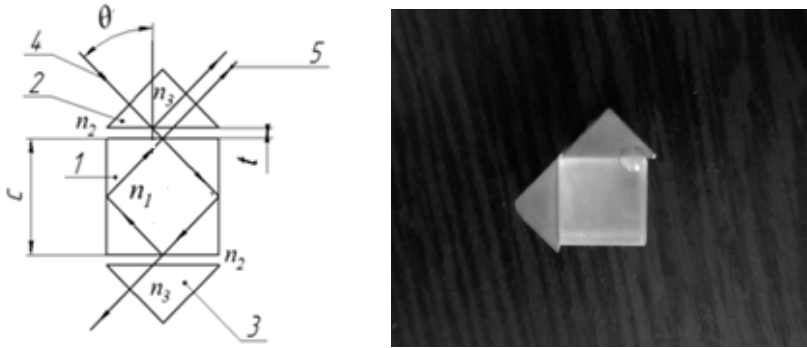


Рис. 1. Схема оптического резонатора полного внутреннего отражения

Fig. 1 – Scheme of the optical resonator of total internal reflection

Формулы для основных оптических параметров кубического резонатора в соответствии с [12] приведены ниже.

Оптическая разность хода двух соседних вышедших из призмы 2 по направлению 5 лучей (рис. 1)  $\Delta_C$  и  $\Delta_M$  в сагиттальной и меридиональной плоскостях различна и определяется формулами:

$$\Delta_C = \frac{L_0}{\cos(\theta_0 + \delta\theta)}; \quad \Delta_M = L_0 (1 \pm \sin \delta\theta), \quad (1)$$

где  $\theta_0 = \pi/4$  – угол преломления падающей на кубик волны;  $\delta\theta$  – отклонения от значения  $\theta_0$  угла преломления падающей волны;  $L_0 = 2\sqrt{2}cn$  – длина круговой траектории волны в кубике;  $c$  – размер стороны грани резонатора.

Условия максимумов интерференции проходящего кубик монохроматического излучения по указанным плоскостям также различны:

$$\frac{L_0}{\cos(\theta_0 + \delta\theta_m)} = m_C \lambda_0; \quad L_0 (1 \pm \sin \delta\theta_m) = m_M \lambda_0. \quad (2)$$

Здесь  $\lambda_0$  – длина волны в воздухе;  $\delta\theta_m$  – угловое направление на максимумы интерференции порядков  $m_C$  и  $m_M$  в сагиттальной и меридиональной плоскостях, отсчитываемое от направления  $\theta_0$ .

Уравнения (2) позволяют найти угловые значения порядков интерференции в указанных плоскостях. Учитывая, что  $\delta\theta \ll \theta_0$ , получим:

$$\Delta\theta_C = \frac{1}{m_0 \theta_m} \approx \sqrt{\frac{2}{m_0}}; \quad \sin \Delta\theta_M \approx \frac{1}{m_0}, \quad (3)$$

где  $\Delta\theta_C$  – угловое значение центрального порядка интерференции в резонаторе в сагиттальной плоскости,  $\Delta\theta_M$  – угловое значение порядков интерференции в резонаторе в меридиональной плоскости,  $m_0 = n_1 L_0 / \lambda_0$  – максимальное значение



порядка интерференции. Чтобы найти значения порядков интерференции в воздушной среде, необходимо полученные значения умножить на показатель преломления кубика  $n_1$ .

Свободная спектральная область кубического резонатора равна

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{n_1 L_0}. \quad (4)$$

Спектральная ширина полосы пропускания кубического резонатора определяется формулой

$$\delta\lambda = \frac{\lambda^2}{N_{\text{эф}} L_0 n_1}, \quad (5)$$

где  $N_{\text{эф}}$  – эффективное число полных замкнутых траекторий в резонаторе, пробегаемых световой волной.

Угловой размер  $\delta\theta$  интерференционного максимума внутри кубического резонатора различен в меридиональной и сагиттальной плоскостях и определяется формулами:

$$\delta\theta_M = \frac{n_1}{N_{\text{эф}} m_0}; \quad \delta\theta_C = n_1 \sqrt{\frac{2}{N_{\text{эф}} m_0}} \quad (6)$$

Разрешающая способность  $\lambda_0 / \delta\lambda$  рассматриваемого оптического резонатора определяется числом  $N_{\text{эф}}$  кольцевых траекторий световой волны в резонаторе.

В числе причин, ограничивающих число траекторий, необходимо учитывать влияние угловых погрешностей изготовления резонатора, оптические потери на поверхностях ПВО вследствие рассеяния на микрошероховатостях поверхности, поглощение в среде резонатора, виньетирование светового потока при прохождении резонатора, обусловленное дифракцией излучения на его гранях при отражении и увеличением расходимости с сопутствующим резким уменьшением коэффициента отражения поверхностей ПВО. Найдено, что при исключении причин, связанных с качеством изготовления, основным является виньетирование, и для предельного числа кольцевых траекторий предложено соотношение

$$N'_{\text{эф}} = \left( c \cos \frac{\pi}{4} - 2\rho_0 \right) / (\theta_{\text{расх}} L_0), \quad (7)$$

где  $\theta_{\text{расх}}$  и  $\rho_0$  – расходимость и радиус входящего в резонатор светового потока.

Принимая  $\lambda_0 = 0,63$  мкм,  $\theta_{\text{расх}} = (0,5 - 1) \cdot 10^{-4}$  рад,  $2\rho_0 = 5$  мм,  $c = 10$  мм, получим  $N'_{\text{эф}} \approx 700 \dots 1400$ .

Получены выражения для угловой дисперсии интерференционного фильтра с резонатором:

– в меридиональной плоскости

$$\frac{d\theta_B}{d\lambda_0} = \frac{1}{\lambda_0 \sin(\pi/4)}; \quad (8)$$

– в сагиттальной плоскости

$$\frac{d\theta_B}{d\lambda_0} = \frac{1}{\lambda_0 \theta}, \quad (9)$$

здесь  $\theta$  – угол распространения световой волны в резонаторе относительно направления основной моды.

Угловая дисперсия в меридиональной плоскости имеет одинаковое значение по всей интерференционной картине; в сагиттальной плоскости в центре интерференционной картины ( $\theta \rightarrow 0$ ) дисперсия увеличивается неограниченно, как и в случае интерферометра Фабри–Перо. Таким образом, угловая дисперсия исследуемого фильтра имеет анизотропию; физическая причина анизотропии – распространение световых волн в резонаторе путем многократного отражения от поверхностей ПВО и наклонном падении на поверхности; в классическом эталоне Фабри–Перо используется близкое к нормальному падению излучения.

Линейная ширина центрального интерференционного максимума в сагиттальной плоскости на рис. 2, наблюдаемого в фокальной плоскости камерного объектива, может быть представлена в виде

$$x_\lambda = n_1 f \sqrt{\frac{2}{N_{\text{эф}} m_0}}, \quad (10)$$

где  $f$  – фокусное расстояние камерного объектива.

Резонатор имеет монолитную конструкцию, углы между гранями кубика – зеркалами резонатора могут быть получены только с некоторой погрешностью. Погрешность приводит к тому, что траектория световой волны в резонаторе перестает быть замкнутой. В работе [14] обсуждается возможность юстировки углового положения граней резонатора за счет выполнения резонатора с поперечной регулируемой узкой щелью, заполненной иммерсионной жидкостью.

В таблице приведены полученные расчетом параметры интерферометра с размерами резонатора  $10 \times 10 \times 10$  мм и параметры интерференционной картины, включая спектральные характеристики.

**Расчетные параметры интерферометра с кубическим резонатором  
и интерференционной картины**  
**The calculated parameters of the interferometer with a cubic resonator  
and the interference pattern**

$\Delta\theta_{\text{ЛАЗ}}$ , мрад	$\Delta\theta_0$ , мрад	$\Delta\theta_C$ , мрад	$L_0$ , мм	$m_0$	$\lambda$ , нм	$N_{\text{эф}}$	$\delta\lambda$ , нм/МГц
1	8	0,58	42,4	$6,7 \cdot 10^4$	630	200	$4,7 \cdot 10^{-5} / 35$
1	8	0,37	42,4	$6,7 \cdot 10^4$	630	500	$1,9 \cdot 10^{-5} / 15$

Как следует из таблицы, расчетное значение углового размера  $\Delta\theta_0$  диаметра центрального максимума интерференционной картины много больше угла расходимости используемого лазерного излучения, поэтому из всей картины в фокальной плоскости объектива должна быть видна только центральная область центрального интерференционного максимума, разрешающая способность  $\lambda / \delta\lambda$  может быть более  $3 \cdot 10^7$  в видимом диапазоне спектра.

## 2. Экспериментальные результаты

На рис. 2 показана схема стенда для исследования оптического резонатора.

В состав установки входят:

- лазерный излучатель;

- измеритель интенсивности падающего излучения (приемник);
- полупрозрачное зеркало;
- камерный объектив (ОБ), который формирует интерференционную картину в своей фокальной плоскости;
- телевизионная камера (ТК), устанавливаемая в плоскости интерференционной картины;
- персональный компьютер (ПК).

Исследуемый резонатор закрепляется на столике гониометра, с возможностью его наклона и поворота.

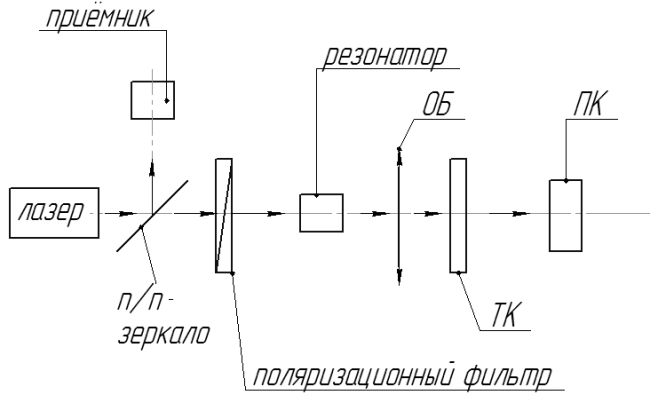


Рис. 2. Схема стенда для исследования оптического резонатора

Fig. 2 – Scheme of the stand for the study of the optical resonator

В связи с необходимостью учитывать влияние поляризационных эффектов в оптическом резонаторе, так как излучение на зеркала резонатора падает под углом, отличающемся от нормального, в состав установки введен поляризационный фильтр.

На рис. 2 излучение от He-Ne лазера падает на полупрозрачное зеркало. Часть излучения отражается от зеркала и попадает на приемник, а другая часть проходит через полупрозрачное зеркало и поляризационный фильтр в резонатор. Пройдя исследуемый резонатор, излучение объективом ОБ фокусируется на поверхность матрицы телевизионной камеры; сформированное изображение обрабатывается с помощью персонального компьютера ПК.

Для юстировки параллельности зеркал резонатора и получения интерференционной картины нами был разработан оптико-механический узел, который представлен на рис. 3. Здесь 1 – винты для прижима входной и выходной призмы к кубичку. С помощью винтов 1 и 2 можно добиться фиксации призм и кубичку и получения необходимой величины воздушного зазора между призмами и кубичком.

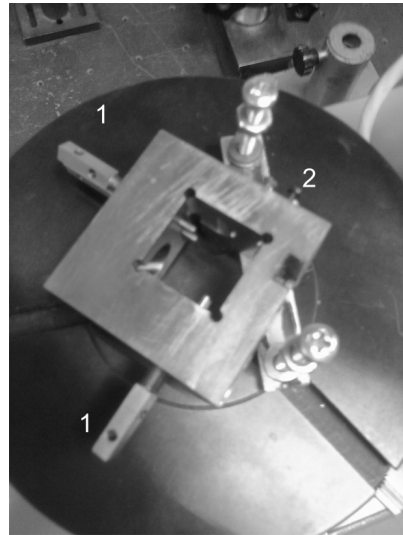


Рис. 3. Оптико-механический узел для резонатора

Fig. 3 – Opto-mechanical unit for resonator

При исследовании интерференционных картин наблюдались их виды, типичные для интерферометров Фабри–Перо, в том числе интерференционные полосы равного наклона и полосы равной толщины. Использовались экспериментальные образцы резонаторов в виде стеклянных кубиков с размерами  $10 \times 10 \times 10$  и  $30 \times 30 \times 30$  мм.

На фотографиях рис. 4 показаны примеры интерференционных картин, полученных с помощью телевизионной камеры.

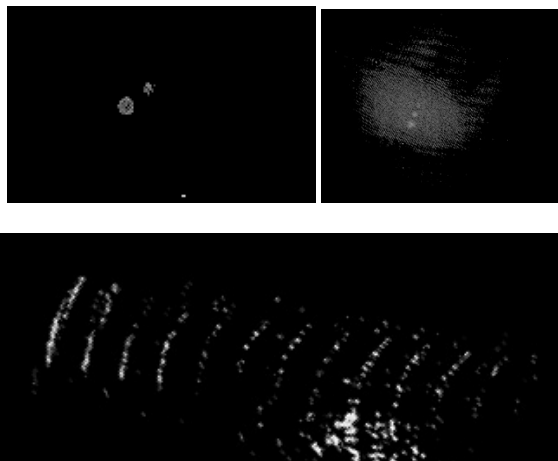


Рис. 4. Интерференционная картина, формируемая интерферометром с оптическим резонатором

Fig. 4 – The interference pattern formed by the interferometer with an optical resonator

Большее из двух светлых пятен на интерференционной картине левого верхнего фото является максимумом интерференции, имеет радиальный угловой размер  $\delta\theta_C = 0,3 \cdot 10^{-3}$ , на верхнем правом снимке интерференционный максимум в виде округлого пятна расположен на фоне, предположительно полос равной толщины, с угловым радиусом пятна  $\delta\theta_C = 0,44 \cdot 10^{-3}$  рад, что позволяет, в соответствии с (6), оценить число кольцевых траекторий в резонаторе для данного образца величиной  $N_{эф} \approx 160 - 100$ . Эквидистантное расположение светлых полос на нижней фотографии говорит о том, что они могут интерпретироваться, как интерференционные полосы равной толщины.

### Заключение

Рассматриваемая в сообщении аналитическая модель интерференционного узкополосного светофильтра, использующего в качестве дисперсионного элемента оптический резонатор бегущей волны с поверхностями полного внутреннего отражения, позволила обнаружить ряд особенностей его характеристик. Показано, что угловая дисперсия по разным направлениям интерференционной картины различна, т. е. отличается анизотропией; обеспечивается большее на порядки величины число кольцевых траекторий световой волны в резонаторе в сравнении с эталоном Фабри–Перо; найдены причины ограничений в увеличении числа траекторий. Расчетом показано, что достижимы рекордные значения разрешающей способности светофильтра; получены предварительные экспериментальные результаты, подтверждающие достижимость расчетных характеристик.

Разработанное устройство может найти применение в качестве узкополосного анализатора спектров лазерных излучателей; благодаря малым потерям в зеркалах полного внутреннего отражения оптический резонатор может быть использован при создании лазеров.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Visible lasers with subhertz linewidths / V.C. Young, F.C. Cruz, W.M. Itano, J.C. Bergquist // *Physical Review Letters*. – 1999. – Vol. 82, iss. 19. – P. 3799–3802.
2. **Розенберг Г.В.** Оптика тонкослойных покрытий. – М.: Физматлит, 1958. – 570 с.
3. **Борн М., Вольф Э.** Основы оптики. – М.: Наука, 1970. – 855 с.
4. **Ахманов С.А., Никитин С.Ю.** Физическая оптика: учебник. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1998. – 656 с.
5. **Кард П.Г.** Анализ и синтез многослойных интерференционных пленок. – Таллин: Валгус, 1971. – 233 с.
6. **Иогансен Л.В.** Резонансная дифракция волн в слоисто-неоднородных средах // *ЖЭТФ*. – 1961. – Т. 40, вып. 6. – С. 1838–1843.
7. **Иогансен Л.В.** Теория резонансных электромагнитных систем с полным внутренним отражением // *ЖТФ*. – 1962. – Т. 32, вып. 4. – С. 406–418.
8. **Иогансен Л.В., Глобенко Ю.В.** Теория резонансных слоисто-неоднородных сред электромагнитных систем с полным внутренним отражением // *Известия вузов. Радиофизика*. – 1976. – Т. 19, № 2.
9. **Скоков И.В.** Многолучевые интерферометры в измерительной технике. – М.: Машиностроение, 1989. – 256 с.
10. **Сырнева А.С.** Краевой эффект в фильтрах терагерцового диапазона, использующих нарушенное полное внутреннее отражение // *ГЕО-Сибирь–2010: сборник материалов VII Международного научного конгресса*. – Новосибирск, 2010. – Т. 5, ч. 2. – С. 95–99.
11. **Чесноков В.В., Сырнева А.С., Чесноков Д.В.** Оптические резонаторы полного внутреннего отражения с бегущей волной // *Материалы X Международной конференции «Актуальные проблемы электронного приборостроения»: АПЭП–2010, 22–24 сентября 2010 г.*: в 7 т. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2010. – Т. 7. – С. 95–97.
12. **Чесноков В.В., Сырнева А.С., Чесноков Д.В.** Разработка модели интерференционного фильтра на основе полного внутреннего отражения // *Автометрия*. – 2015. – Т. 51, № 2. – С. 119–127.
13. Патент 2455669 С1, Российская Федерация, МПК G 02 B 5/00, G 02 F 1/01, H 01 S 3/08. Оптический резонатор / В.В. Чесноков, Д.В. Чесноков, А.С. Сырнева; патентообладатель Сибирская государственная геодезическая академия; заявл. 21.10.2010; опубл. 10.07.2012, Бюл. № 19.
14. **Сырнева А.С., Райхерт В.А.** Оптический резонатор полного внутреннего отражения с возможностью компенсации угловых положений его граней // *Интерэкспо ГЕО-Сибирь–2010: X Международный конгресс и выставка. СибОптика–2014: международная научная конференция: сборник материалов: в 2 т.* – Новосибирск: СГГА, 2010. – Т. 2. – С. 113–116.
15. **Терентьев В.С.** Численное моделирование волоконного отражательного дифракционного интерферометра // *Автометрия*. – 2012. – № 4. – С. 41–54.
16. **Голдина Н.Д.** Расчет коэффициента отражения металл-диэлектрических структур при нарушенном полном внутреннем отражении // *Автометрия*. – 2009. – № 12. – С. 99–104.
17. Патент 1265678 А1, СССР. Интерференционный фильтр полного внутреннего отражения / Г.Б. Шоломицкий; заявл. 11.06.1985; опубл. 23.10.1986, Бюл. № 39.

**STUDY OF THE OPTICAL RESONATOR  
WITH TOTAL INTERNAL REFLECTION MIRRORS**

**Syrneva A.S., Chesnokov V.V.**

*Siberian State University of Geosystems and Technologies,  
Novosibirsk, Russian Federation*

Optical systems with total internal reflection (TIR) mirrors which provide a significant optical loss reduction in optical devices attract the attention of researchers. Repeated attempts to create multipath interference filters with a layered structure containing TIR mirrors have been made, but

they failed to achieve the expected reduction in optical losses. In works [6 – 8] the explanation is found in the existence of resonance wave diffraction wave in layered TIR systems, which leads to the need to increase the transverse dimensions of such layered systems as a normal-size wave propagates at not a zero angle of incidence in the structure and quickly leaves the optical aperture of the device in the direction transverse to the incident radiation. In the present paper, a cubic optical resonator with TIR mirrors in which a wave entering the cavity also propagates in the transverse direction due to an oblique incidence on the face of the cube, but its trajectory is «looped», which causes the wave to repeatedly return to the area of the optical aperture and to increase the transparency of the optical resonator. The article presents preliminary theoretical results of an experimental study of the developed cubic optical traveling wave resonator. A cavity cube having a side of 10 mm is made of glass K8, with the quality polishing quality corresponding to approximately 1 – 2 interferential bands and with the angle error between the faces being of the order of several seconds of arc. The input of helium-neon laser radiation into the resonator and its output from the cavity is carried out by a conventional method of radiation input into planar waveguides, i.e. by pressing optical prisms against the surface face of the cube. In this case, the wave tunnels through the air gap between the surfaces and faces of the prism. It is shown that, unlike the Fabry–Perot etalon, values of angular dispersion of the interferential filter with an optical resonator in the sagittal and meridional planes significantly differ. According to calculations the absence of optical losses on the TIR mirrors increases the number of effective full closed trajectories in the cavity up to 800 – 1000, which is an order of magnitude larger than in the etalon with metallic mirrors. The results obtained confirm that the use of full-reflecting cube faces as mirrors causes significantly smaller optical losses in the resonator compared with the Fabry–Perot etalons with metallic mirrors. The existence of anisotropy of filter angular dispersion is also revealed. The use of optical resonators with total internal reflection faces as narrow-band optical filters suitable for studying spectra of laser emitters as well as for developing powerful miniature solid-state lasers with a high optical strength of an output mirror is also discussed in the paper.

*Keywords:* optical resonator; the Fabry–Perot Etalon; total internal reflection; multipath interference; narrowband filtering; optical aperture; optical tunneling; optical prisms; resonant diffraction; light wave.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-4-118-127

#### REFERENCES

1. Young B.C., Cruz F.C., Itano W.M., Bergquist J.C. Visible lasers with subhertz linewidths. *Physical Review Letters*, 1999, vol. 82, iss. 19, pp. 3799–3802.
2. Rozenberg G.V. *Optika tonkosloynnykh pokrytii* [Optics of thin-layer coatings]. Moscow, Fizmatlit Publ., 1958. 570 p.
3. Born M., Wolf E. *Principles of optics*. Oxford, New York, Pergamon Press, 1968. 808 p. (Russ. ed.: Born M., Vol'f E. *Osnovy optiki*. Moscow, Nauka Publ., 1970. 855 p.).
4. Akhmanov S.A., Nikitin S.Yu. *Fizicheskaya optika* [Physical optics]. Moscow, MSU Publ., 1998. 656 p.
5. Kard P.G. *Analiz i sintez mnogoslownnykh interferentsionnykh plenok* [Analysis and synthesis of multi-layer interference films]. Tallin, Valgus Publ., 1971. 233 p.
6. Iogansen L.V. Rezonansnaya difraktsiya voln v sloisto-neodnorodnykh sredakh [Resonant diffraction of waves in a layered inhomogeneous media]. *Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki – Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 1961, vol. 40, iss. 6, pp. 1838–1843. (In Russian)
7. Iogansen L.V. Teoriya rezonansnykh elektromagnitnykh sistem s polnym vnutrennim otrazheniem [Theory of resonant electromagnetic systems with total internal reflection]. *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki – Soviet Physics: Technical Physics*, 1962, vol. 32, iss. 4, pp. 406–418. (In Russian)
8. Iogansen L.V., Globenko Yu.V. Teoriya rezonansnykh sloisto-neodnorodnykh sred elektromagnitnykh sistem s polnym vnutrennim otrazheniem [Theory of resonant layered inhomogeneous media electromagnetic systems with total internal reflection. *Izvestiya vuzov. Radiophysica*]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Radiofizika – Radiophysics and Quantum Electronics*, 1976, vol. 19, no. 2. (In Russian)
9. Skokov I.V. *Mnogoluchevye interferometry v izmeritel'noi tekhnike* [Multibeam interferometers in measuring technique]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1989. 256 p.
10. Syrneva A.S. [Regional effect in of terahertz radiation filters using the effect of broken total internal reflection]. *GEO-Sibir'-2010: sbornik materialov VII Mezhdunarodnogo kongressa* [GEO-Siberia-2010: The collection of materials of the VII International Congress]. Novosibirsk, 2010, vol. 5, pt. 2, pp. 95–99. (In Russian)

11. Chesnokov V.V., Syrneva A.S., Chesnokov D.V. [Optical resonators total internal atrogenes traveling wave]. *Materialy X Mezhdunarodnoi konferentsii "Aktual'nye problemy elektron-nogo priborostroeniya"*, APEP–2010. V 7 t. [Proceedings of 10th International Scientific-Technical Conference on Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE–2010). In 7 vol.]. Novosibirsk, 22–24 September 2010, vol. 7, pp. 95–97.
12. Chesnokov V.V., Syrneva A.S., Chesnokov D.V. Razrabotka modeli interferentsionnogo fil'tra na osnove polnogo vnutrennego otrazheniya [Development of a model of the interference filter on the basis of total internal reflection]. *Avtometriya – Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*, 2015, vol. 51, no. 2, pp. 119–127. (In Russian)
13. Chesnokov V.V., Chesnokov D.V., Syrneva A.S. *Opticheskii rezonator* [Optical resonator]. Patent RF, no. 2455669, 2012.
14. Syrneva A.S., Reichert V.A. [Optical resonator of total internal reflection with the possibility of compensation of angular positions of its faces]. *Interexpo GEO-Sibir'–2010: X Mezhdunarodnyi kongress i vystavka. SibOptika–2014: mezhdunarodnaya nauchnaya konferentsiya: sbornik materialov* [Interexpo GEO-Siberia 2010: X International Congress and Exhibition. SibOptika 2014: International Conference: a collection of materials]. Novosibirsk, 2010, vol. 2, pp. 113–116.
15. Terent'ev V.S. Chislennoe modelirovanie volokonnoy otrazhatel'nogo difraktsionnogo interferometra [Numerical simulation of fiber reflective diffraction interferometer]. *Avtometriya – Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*, 2012, no. 4, pp. 41–54. (In Russian)
16. Goldina N.D. Raschet koeffitsienta otrazheniya metall-dielektricheskikh struktur pri narushennom polnom vnutrennem otrazhenii [The calculation of the reflection coefficient of the metal-dielectric structures in frustrated total internal reflection]. *Avtometriya – Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*, 2009, no. 12, pp. 99–104. (In Russian)
17. Sholomitskii G.B. *Interferentsionnyi fil'tr polnogo vnutrennego otrazheniya* [Interference filter total internal reflection]. Patent USSR, no. 1265678, 1986.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Сырнева Александра Сергеевна** – родилась в 1983 году, магистр. Основное направление научных исследований – оптические интерферометры и резонаторы, имеет 16 статей и 2 патента. (Россия, 630108, г. Новосибирск, ул. Плеханова, 10, старший преподаватель кафедры физики, тел. (383)361-08-36, 8-913-954-36-02. E-mail: [aleksandra-syrneva@yandex.ru](mailto:aleksandra-syrneva@yandex.ru)).

**Syrneva Aleksandra Sergeevna** (b. 1983) – master. The main direction of research-optical interferometers and resonators, has 16 articles and 2 patents (Russia, 630108 Novosibirsk, ul. Plahotnogo, 10, superior lecturer of the Department of physics, phone: (383)361-08-36, 8-913-954-36-02. E-mail: [aleksandra-syrneva@yandex.ru](mailto:aleksandra-syrneva@yandex.ru)).



**Чесноков Владимир Владимирович** – родился в 1938, д-р техн. наук, профессор. Основное направление научных исследований – взаимодействие лазерного излучения с веществом, лазерные микротехнологии и технологии и устройства микросистемной техники, имеет более 180 публикаций, в том числе 2 монографии и 50 патентов; чл.-корр. САН ВШ.

**Chesnokov Vladimir Vladimirovich** (b. 1938) – doctor of technical Sciences, Professor. The main direction of research – interaction of laser radiation with matter, laser microtechnology and technology devices and Microsystems engineering, has more than 180 publications, including 2 monographs and 50 patents; member. – Corr. SAN HS.

*Статья поступила 07 октября 2015 г.*

*Received October 07, 2015*

## To Reference:

Syrneva A.S., Chesnokov V.V. Issledovanie opticheskogo rezonatora s zerkalami polnogo vnutrennego otrazheniya [Study of the optical resonator with total internal reflection mirrors]. *Doklady Akademii Nauk Vysshei Shkoly Rossiiskoi Federatsii –Proceedings of the Russian Higher School Academy of Sciences*, 2015, no. 4(29), pp. 118–127.

УДК 621.391

## ТОЧНОСТЬ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ НЕПОДГОТОВЛЕННОГО НАРУШИТЕЛЯ В СЕЙСМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ ОХРАНЫ

С.Г. Филатова

*Новосибирский государственный технический университет*

Одними из перспективных средств охраны периметров большой протяженности являются системы, основанные на регистрации сейсмического сигнала нарушителя. Такие системы обладают рядом преимуществ, основные из которых – пассивный принцип работы и высокая степень маскировки (чувствительные датчики устанавливаются в грунте). Для неподготовленного нарушителя они делают невозможным обнаружение точного места установки и, следовательно, препятствуют его незаметному проникновению на охраняемую территорию. Сейсмические сигналы обладают высокой информативностью. Анализируя сигналы, записанные пространственно разнесенными датчиками, можно определить параметры движения нарушителя – скорость и угол наклона траектории в локальной системе координат. Для оценки параметров движения случайного нарушителя в статье предложен алгоритм, основанный на анализе моментов времени, соответствующих минимальному удалению объекта от чувствительного датчика (траверзный метод). Траектория движения нарушителя при этом аппроксимируется прямой. В статье приведен анализ влияния параметров движения (скорости, угла наклона траектории), а также точности измерения первичных (временных) параметров на точность траверзного метода. Определен интервал углов наклона траектории, в пределах которого оценки обладают приемлемой точностью. Даны рекомендации по корректировке алгоритма в случае выхода величины угла наклона траектории движения за пределы этого интервала.

*Ключевые слова:* сейсмические системы охраны, нарушитель, параметры движения, скорость, траектория

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-4-128-138

### Введение

Комплекс мероприятий в любой системе охраны должен быть адекватен возможной угрозе, поэтому сначала нужно охарактеризовать типичного для разрабатываемой системы нарушителя. Этому вопросу посвящено достаточное количество публикаций [1, 2, 3]. Целями нарушителей могут быть спонтанный интерес, причинение ущерба без мотивации, хищение имущества, нанесение умышленного вреда людям или имуществу, сбор информации об объекте и т. д.

В соответствии с целями нарушители в различной степени готовятся к преодолению охраняемого рубежа. При этом информация о физическом принципе работы, месте установки или виде системы охраны, полученная различными путями, может облегчить преодоление зоны обнаружения [1]. Степень осведомленности нарушителей о системе охраны различна – от незнания или некоторого знакомства до полного знания и тренированности преодоления. В связи с этим можно согласиться с зарубежными авторами [4] и выделить четыре типа нарушителей.

Первый – это случайные или неподготовленные нарушители [1, 2], являющиеся основным, наиболее распространенным типом. Они не имеют представления о принципах функционирования комплекса технических средств системы охраны, направление их вторжения преимущественно определяется прилегающей к объекту топологией местности, наличием застройки.

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ, по государственному заданию № 2014/138, проект № 1176.



Второй тип нарушителей отличается тем, что люди имеют некоторое визуальное представление об установленной охранной сигнализации, что-то читали в технической или популярной литературе, поэтому стараются своим поведением снизить, как им кажется, воздействие на систему охраны. Например, уменьшить или увеличить скорость, применить для преодоления попутные средства или материалы. Такие «неквалифицированные» нарушители, не знающие физического принципа обнаружения, как правило, удовлетворительно обнаруживаются периметровыми системами охраны, но, может быть, не столь уверенно, как случайные. При этом возможны случаи, когда их ухищрения приводят к обратному результату. Таких нарушителей по численности в среднем в 1,5–2 раза меньше, чем случайных, однако существуют объекты (например, вдали от городской черты), где они преобладают.

Третий тип представляет собой «квалифицированных» или подготовленных нарушителей. Их процентный состав невелик, однако зачастую именно с ними отождествляется максимальная угроза объекту. Квалифицированные нарушители знакомы с системой охраны и обучены скрытно преодолевать зоны обнаружения средств из состава комплекса технических средств охраны. Как правило, они имеют представление о физических принципах функционирования средств обнаружения, но не имеют сведений об организации системы охраны. Направление вторжения определяется нарушителем после предварительного изучения объекта с целью гарантированного преодоления зоны обнаружения. Топология местности и застройка прилегающей территории также играют роль.

И, наконец, последний тип «высококвалифицированных» или осведомленных нарушителей одиночными периметровыми системами охраны если и обнаруживается, то крайне неудовлетворительно. Они имеют сведения об организации системы охраны на объекте, знают физические принципы функционирования средств обнаружения. И, как правило, имеют навыки преодоления зон обнаружения. Реальное обнаружение таких нарушителей возможно путем комплексирования рубежа охраны двумя или тремя системами охраны различного физического принципа действия, сконфигурированными в пространстве так, чтобы максимально затруднить «обход».

Системы охраны, основанные на регистрации сейсмоакустических колебаний грунта, обладают рядом преимуществ, среди которых бесспорным является скрытая установка датчиков, что затрудняет идентификацию нарушителем зоны обнаружения системы. Этот факт, а также то, что наиболее распространенными нарушителями являются неподготовленные, обуславливает рассмотрение в дальнейшем именно такого типа для создания модели движения нарушителя и последующей разработки принципа определения параметров его движения.

### 1. Модель движения

Текущим координатам нарушителя (человека) соответствует координата текущего ударного воздействия на грунт (шага). Таким образом, модель движения можно задать системой

$$\begin{cases} x_i = x_{i-1} + R_i \sin \alpha_i, \\ y_i = y_{i-1} + R_i \cos \alpha_i. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $(x_i, y_i)$  – координата объекта наблюдения на  $i$ -м шаге ( $i=1 \dots I$ ),  $R_i$  – длина  $i$ -го шага,  $\alpha_i$  – направление движения. В общем случае (рис. 1) параметры

$R_i$  и  $\alpha_i$  являются случайными на каждом шаге, и их значения описываются некоторым распределением вероятности. Динамика  $R_i$  задается уравнением

$$R_i = R + \Delta R_i,$$

где  $R$  – средняя длина шага,  $\Delta R_i$  – случайная составляющая с нулевым средним значением.

Полагаем, что нарушитель стремится пересечь охраняемый периметр максимально быстро, поэтому адекватным является предположение о приближении его движения на локальных участках в зоне обнаружения системы к прямолинейному [5] и равномерному (рис. 2). В этом случае модель существенно упрощается, параметры  $R_i$  и  $\alpha_i$  становятся постоянными, а система уравнений (1) изменится следующим образом:

$$\begin{cases} x_i = x_{i-1} + R \sin \alpha, \\ y_i = y_{i-1} + R \cos \alpha. \end{cases}$$

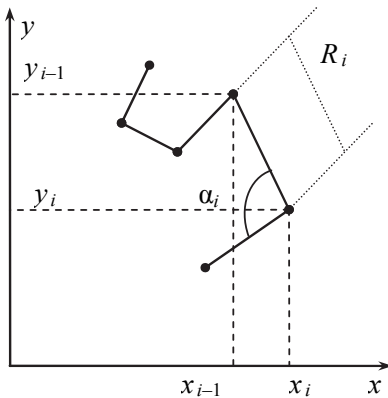


Рис. 1 – Модель движения объекта наблюдения в общем случае

Fig. 1 – A general model of the observed object motion

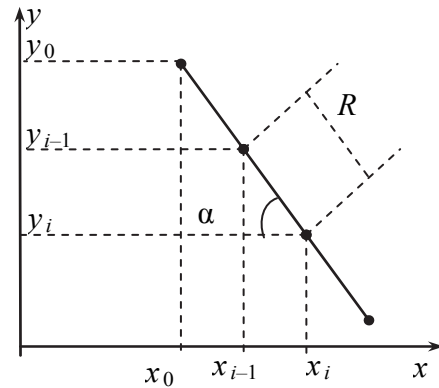


Рис. 2 – Упрощенная модель движения объекта наблюдения

Fig. 2 – A simplified model of the observed object motion

Траектория движения нарушителя описывается параметрами движения  $R$ ,  $\alpha$  и начальной координатой  $(x_0, y_0)$ .

## 2. Траверзный метод определения параметров движения объекта

Обычно в качестве параметров траектории движения достаточно оценивать угол, характеризующий положение траектории движения объекта в локальной системе координат, совпадающий с углом  $\alpha$ , и модуль вектора скорости его перемещения, учитывающий помимо длины шага  $R$  его длительность. Решение этой задачи может быть найдено с использованием траверзного метода [6, 7].

Основным допущением при этом является предположение о прямолинейности и равномерности движения объекта в пределах некоторой области [6, 7, 8, 9], а также о том, что скорость распространения сейсмической волны на наблюдаемом локальном участке является постоянной. Отметим, что движение объекта может последовательно проходить через несколько аналогичных областей, являясь глобально непрямолинейным и неравномерным, однако в пределах наблюдаемого

локального участка указанные предположения о характере движения в большинстве случаев адекватны.

На рис. 3 изображен пример расположения датчиков сейсмических сигналов (геофонов) в вершинах 0, 1 и 2 рабочего треугольника. Локальное (в пределах данного треугольника) значение вектора скорости объекта обозначено непрерывным вектором. Точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  являются точками траверза для рассматриваемой траектории движения относительно датчиков 1, 0 и 2 соответственно, т.е. точками минимального удаления движущегося объекта от этих датчиков.

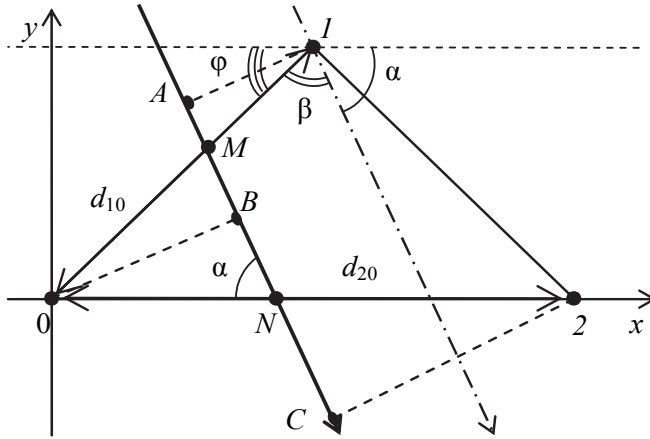


Рис. 3 – К сущности траверзного метода

Fig. 3 – To essence the traverse method

Пусть  $\delta t_{10} = (t_0 - t_1)$  – промежуток времени, в течение которого объект перемещается из траверзной точки  $A$ , в которой он находится в момент времени  $t_1$ , в траверзную точку  $B$ , где он оказывается в момент времени  $t_0$  (т.е. из точки максимального сближения с датчиком 1 перемещается в точку максимального сближения с датчиком 0). Аналогично (рис. 3) обозначается временной промежуток  $\delta t_{02} = (t_2 - t_0)$ . Определению подлежат угол наклона  $\alpha$  вектора скорости объекта к оси  $x$  локальной системы координат и его модуль  $V$ . Из геометрических соотношений легко получить следующие выражения:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\delta t_{10}}{\delta t_{02}} \frac{d_{20}}{d_{10}} \frac{1}{\sin \varphi} + \operatorname{ctg} \varphi. \tag{2}$$

$$V = \frac{d_{20}}{\delta t_{02}} \cos \alpha. \tag{3}$$

Здесь  $d_{10}$ ,  $d_{20}$ ,  $\varphi$  – известные параметры системы, которые описывают геометрическое расположение датчиков (рис. 3).

Период функции  $\operatorname{tg} \alpha$  равен  $\pi$ , а область однозначности обратной функции определяется интервалом  $-90^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ . Рис. 4 иллюстрирует два возможных положения траектории движения объекта для положительного и отрицательного значений угла  $\alpha$ . С учетом этого можно утверждать, что соотношение (2) охва-

тывает практически все возможные варианты траекторий движения. Однако при этом остается открытым вопрос о направлении движения объекта – вверх или вниз (рис. 4).

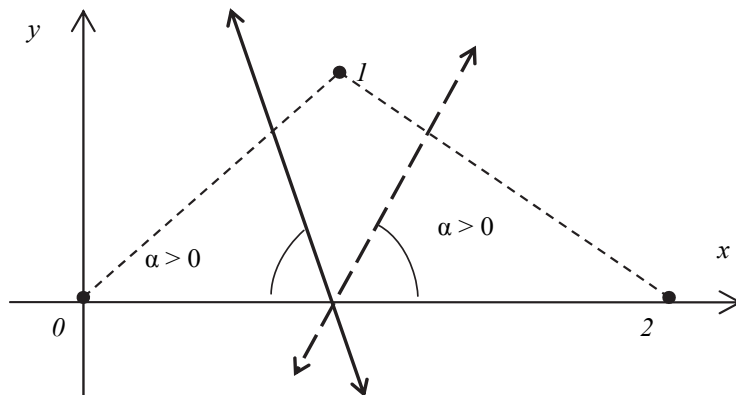


Рис. 4 – К определению направления движения

Fig. 4 – To determine the motion direction

Ответ на данный вопрос дается путем дополнительного логического анализа измеряемых временных задержек. Очевидный алгоритм решения представлен данными в таблице. Например, для угла  $\alpha > 0$ , если  $t_2 > t_0$  (т.е. в точке  $C$  объект появляется позже, чем в точке  $B$ ), принимается решение, что он движется «вниз» по плоскости  $X$ - $Y$ . В случае, если  $t_2 < t_0$  (т.е. в точке  $C$  объект появляется раньше, чем в точке  $B$ ), считается, что он движется «вверх». Аналогично для остальных случаев.

#### Критерии определения направления движения

##### Criteria for determining the motion direction

Значение угла $\alpha$	Значение критерия	Направление вектора скорости	Значение угла $\alpha$	Значение критерия	Направление вектора скорости
$\alpha > 0$ , $\alpha = 90^\circ$	$\delta t_{02} > 0$	вниз	$\alpha > 0$ , $\alpha = 90^\circ$	$\delta t_{02} < 0$	вверх
$\alpha < 0$		вверх	$\alpha < 0$		вниз
$\alpha = 0^\circ$		вправо	$\alpha = 0^\circ$		влево

### 3. Точность траверзного метода

Соотношения (2), (3) составляют основу траверзного метода определения параметров движения объекта в сейсмической системе охраны. При помощи (2) вычисляется угол  $\alpha$ , а затем из (3) находится модуль вектора скорости  $V$ . Заметим, что начальная координата  $(x_0, y_0)$  при помощи траверзного метода не определяется.

Реализация указанных процедур требует предварительного измерения временных задержек  $\delta t_{10}$  и  $\delta t_{02}$ . Основой этих измерений служат анализ интенсивностей сигналов на каждом датчике треугольника и определение моментов времени  $t_0, t_1, t_2$ , когда эти интенсивности максимальны. В силу случайной природы

сигналов, наличия мешающего сейсмического фона и прочих случайных факторов неизбежно возникают ошибки в определении временных параметров. Рассмотрим, как влияют эти ошибки на точность оценки параметров траектории.

Пусть моменты времени  $t_0$ ,  $t_1$  и  $t_2$  максимальной интенсивности сейсмического сигнала человека измеряются с некоторыми погрешностями  $\Delta t_0$ ,  $\Delta t_1$  и  $\Delta t_2$ , распределенными по нормальному закону с нулевым средним и дисперсией  $\sigma^2$  [10]. В этом случае ошибки определения временных задержек  $\delta t_{10}$  и  $\delta t_{02}$  также имеют гауссовское распределение с нулевым средним и дисперсией  $2\sigma^2$ .

Чтобы оценить влияние  $\Delta t_0$ ,  $\Delta t_1$  и  $\Delta t_2$  на точность определения угла наклона  $\alpha$  вектора скорости, рассмотрим функцию, получаемую из (2):

$$f(\Delta t_{10}, \Delta t_{02}) = \alpha + \Delta\alpha = \arctg\left(\frac{\delta t_{10} + \Delta t_{10}}{\delta t_{02} + \Delta t_{02}} \frac{d_{20}}{d_{10}} \frac{1}{\sin \varphi} + \operatorname{ctg} \varphi\right), \quad (4)$$

где  $\Delta t_{10}$  и  $\Delta t_{02}$  – ошибки определения временных задержек  $\delta t_{10}$  и  $\delta t_{02}$ ,  $\Delta\alpha$  – ошибка определения угла  $\alpha$ . Аналогично, для оценки влияния  $\Delta t_0$ ,  $\Delta t_1$  и  $\Delta t_2$  на точность определения модуля вектора скорости  $V$  рассмотрим функцию, получаемую из (3):

$$g(\Delta t_{10}, \Delta t_{02}) = V + \Delta V = \frac{d_{20}}{\delta t_{02} + \Delta t_{02}} \cos(\alpha + \Delta\alpha), \quad (5)$$

где, согласно (4),  $\alpha + \Delta\alpha = f(\Delta t_{10}, \Delta t_{02})$ .

Кроме того, для расчета моментов (математического ожидания и дисперсии) случайных величин  $\Delta\alpha$  и  $\Delta V$  использовалась совместная плотность распределения вероятности:

$$w(\Delta t_{10}, \Delta t_{02}) = \frac{1}{\sqrt{3} \cdot \pi \sigma^2} e^{\left(-\frac{2}{3 \sigma^2} (\Delta t_{10}^2 - \Delta t_{10} \Delta t_{02} + \Delta t_{02}^2)\right)}.$$

Заметим, что при записи выражений (4)–(5) было сделано предположение, что аддитивная ошибка определения временных задержек преобразуется в аддитивную ошибку определения угла. Такой подход позволил упростить анализ, при этом были получены результаты, согласующиеся с многочисленными натурными наблюдениями.

Очевидно, что наиболее существенное влияние на смещение и среднеквадратическую ошибку (СКО) оценки угла  $\Delta\alpha$  оказывает истинное значение угла наклона траектории  $\alpha$  (рис. 5–6). При малом  $\alpha$  можно считать, что его оценки являются несмещенными, поскольку математическое ожидание погрешности оценки угла не превышает  $0,05^\circ$  даже при большом значении СКО оценки времен траверза  $\sigma$ .

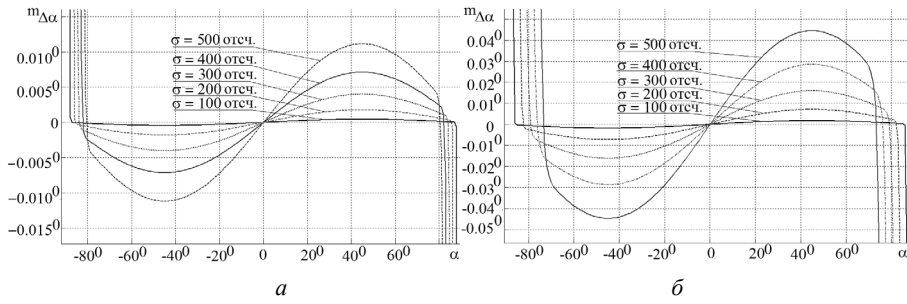


Рис. 5. Зависимость  $m_{\Delta\alpha}$  от  $\alpha$  :

$a - V = 0,5$  м/с;  $b - V = 1$  м/с

Fig. 5 – Dependence of  $m_{\Delta\alpha}$  from  $\alpha$

$a - V = 0,5$  m/s;  $b - V = 1$  m/s

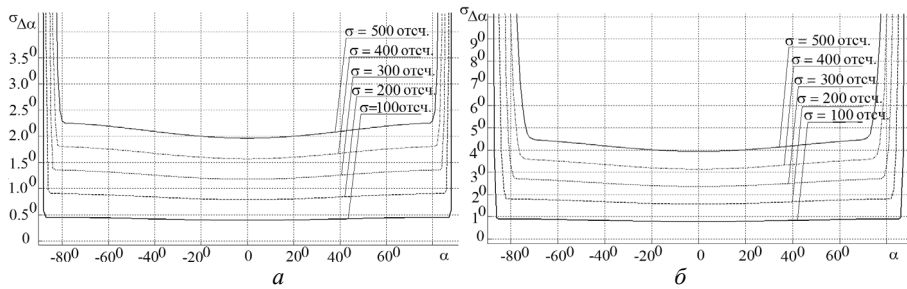


Рис. 6. Зависимость  $\sigma_{\Delta\alpha}$  от  $\alpha$  :

$a - V = 0,5$  м/с;  $b - V = 1$  м/с

Fig. 6 – Dependence of  $\sigma_{\Delta\alpha}$  from  $\alpha$

$a - V = 0,5$  m/s;  $b - V = 1$  m/s

Кроме того, для малых углов при возрастании модуля  $\alpha$  СКО оценки угла изменяется незначительно – в пределах одного градуса. Однако при  $|\alpha| > 70^\circ$  оценка становится смещенной, а ее флюктуация резко увеличивается. Избежать этого можно, опираясь при расчетах не на пары датчиков 0-1 и 0-2, а, например, на 1-0 и 1-2. Тогда угол наклона траектории  $\alpha' = \alpha + \varphi - 180^\circ$  в новой системе координат  $x' - y'$  становится отрицательным и меньшим по модулю, чем  $\alpha$ , что возвращает оценку в область несмещенности и высокой точности.

При возрастании скорости перемещения объекта увеличивается ошибка оценки угла наклона траектории  $\alpha$ . Но для средней скорости нарушителя 1 м/с оценки, получаемые при помощи траверзного метода, являются достаточно точными. Так, математическое ожидание погрешности оценки угла не превышает  $0,05^\circ$ , а СКО –  $5^\circ$  при  $V = 1$  м/с,  $|\alpha| < 70^\circ$ , и различных значениях СКО оценки времен траверза  $\sigma$ .

При уменьшении точности оценки первичных навигационных параметров  $t_0$ ,  $t_1$ ,  $t_2$  также наблюдается увеличение абсолютного значения смещения и СКО оценки угла. Однако даже для достаточно большого СКО  $\sigma = 500$  отсчетов можно считать оценки несмещенными в рабочей области ( $|\alpha| < 70^\circ$ ), так как матема-

тическое ожидание погрешности оценки угла не превышает  $0,05^\circ$  при скорости перемещения объекта 1 м/с. Для этих же условий СКО оценки угла не превышает  $5^\circ$ .

На смещение и флюктуацию оценки  $\Delta V$  модуля вектора скорости влияют точности оценки первичных навигационных параметров  $t_0, t_1, t_2$ , значение угла наклона траектории  $\alpha$  и истинная скорость перемещения  $V$  (рис. 7–10). При возрастании скорости перемещения объекта увеличивается и ошибка оценки модуля вектора скорости  $V$  (рис. 7). Но для средней скорости нарушителя 1 м/с оценки, получаемые при помощи траверзного метода, являются достаточно точными: СКО оценки скорости не превышает 0,1 м/с при  $V = 1$  м/с,  $|\alpha| < 70^\circ$ , и различных значениях СКО оценки времен траверза  $\sigma$ .

Наиболее существенной является зависимость ошибок оценки модуля вектора скорости от угла наклона траектории движения объекта. При  $|\alpha| > 70^\circ$  оценка становится смещенной, а флюктуация оценки резко увеличивается. Избежать этого можно, если опираться при расчетах не на пары датчиков 0-1 и 0-2, а, например, на 1-0 и 1-2. При малых углах  $\alpha$  можно считать, что оценки модуля вектора скорости являются несмещенными: математическое ожидание погрешности оценки модуля скорости не превышает 0,01 м/с даже при больших ошибках оценки временных параметров  $\sigma$ .

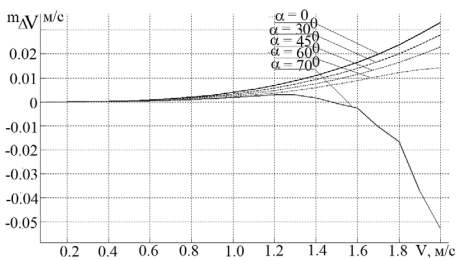


Рис. 7. Зависимость  $m_{\Delta V}$  от  $V$ ,  $\sigma = 500, \alpha = \{0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 69^\circ, 70^\circ\}$

Fig. 7 – Dependence of  $m_{\Delta V}$  from  $V$ ,  $\sigma = 500, \alpha = \{0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 69^\circ, 70^\circ\}$

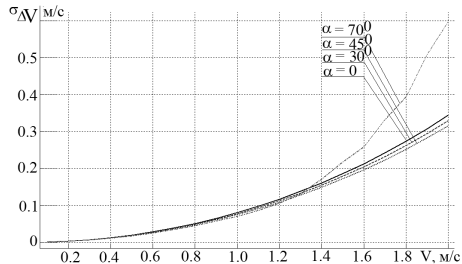
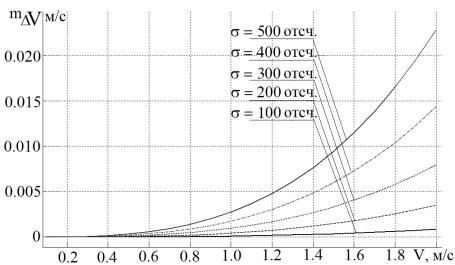
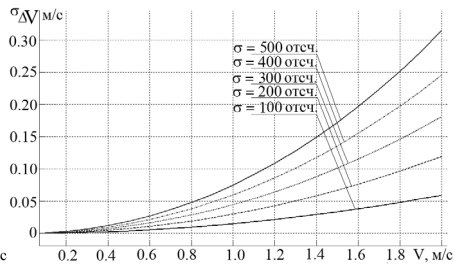


Рис. 8. Зависимость  $\sigma_{\Delta V}$  от  $V$ ,  $\sigma = 500$  отсчетов,  $\alpha = \{0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 70^\circ\}$

Fig. 8 – Dependence of  $\sigma_{\Delta V}$  from  $V$ ,  $\sigma = 500$  отсч.,  $\alpha = \{0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 70^\circ\}$



а



б

Рис. 9. Точность оценки скорости при  $\alpha = 45^\circ$ :

а – зависимость  $m_{\Delta V}$  от  $V$ ; б – зависимость  $\sigma_{\Delta V}$  от  $V$

Fig. 9 – The accuracy of the speed estimation at  $\alpha = 45^\circ$ :

а – dependence of  $m_{\Delta V}$  from  $V$ ; б – dependence of  $\sigma_{\Delta V}$  from  $V$

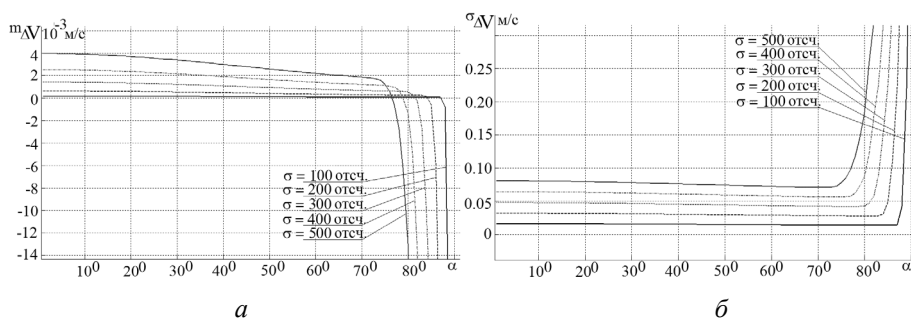


Рис. 10. Точность оценки скорости при  $V = 1$  м/с:

$a$  – зависимость  $m_{\Delta V}$  от  $\alpha$ ;  $b$  – зависимость  $\sigma_{\Delta V}$  от  $\alpha$

Fig. 10 – The accuracy of the speed estimation at  $V = 1$  m/s:

$a$  – dependence of  $m_{\Delta V}$  from  $\alpha$ ;  $b$  – dependence of  $\sigma_{\Delta V}$  from  $\alpha$

### Заключение

Исследование точности оценки параметров движения нарушителя показало, что при измерении угла направления движения объекта и модуля вектора скорости имеются совпадающие рабочие области, в пределах которых оценки являются несмещенными и слабо флюктуирующими. При выходе за границы этой области необходимо выбрать другие пары датчиков для расчетов угла и скорости.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Звездинский С.С. О сигнализационной надежности периметровых средств обнаружения // БДИ. – 2004. – № 2. – С. 32–38.
2. Звездинский С.С., Иванов В.А. Эффективность и результативность средств обнаружения // БДИ. – 2005. – № 5. – С. 64–70.
3. Иванов В.А. Оценка эффективности технических решений по обеспечению безопасности промышленных объектов от вторжения // БДИ. – 2005. – № 4. – С. 22–28.
4. Caskey D.L., Rao E.S. Security subsystems application / evaluation guide in general services administration // IEEE International Carnahan Conference on Security Technology (ICCST), 1–3 October 1991: proceedings. – Taipei, Taiwan, ROC, 1991. – P. 235–245.
5. Дудкин В.А., Оленин Ю.А. Математические имитационные модели сейсмических сигналов // Проблемы объектовой охраны: сборник научных трудов. – Пенза: Изд-во ПГУ, 2001. – Вып. 2. – С. 74–79.
6. Райфельд М.А., Спектор А.А., Филатова С.Г. Определение направления и скорости движения объекта в сейсмической системе охранного наблюдения // Сборник научных трудов НГТУ. – 2008. – № 4 (54). – С. 45–52.
7. Райфельд М.А., Спектор А.А., Филатова С.Г. Траверзный метод построения траектории движения объекта в сейсмической системе наблюдения // Современные проблемы радиоэлектроники: сборник научных трудов / под науч. ред. А.И. Громыко, А.В. Сарафанова. – Красноярск, 2009. – С. 42–45.
8. Спектор А.А., Филатова С.Г. Оценка информационного параметра для построения траектории движения объекта в сейсмической системе охраны // Материалы IX Международной конференции «Актуальные проблемы электронного приборостроения»: АПЭП–2008, 24–26 сентября 2008 г.: в 7 т. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2008. – Т. 4. – С. 31–33.
9. Filatova S.G., Spector A.A. The determination of the pulse packet time position in a seismic guard system // International Workshop and Tutorials on Electron Devices and Materials Proceedings: 9th Annual, Erlagol, Altai, 1–5 July 2008. – Novosibirsk: NSTU, 2008. – P. 163–165.
10. Радиотехнические системы: учебник для вузов по специальности «Радиотехника» / под ред. Ю.М. Казаринова. – М.: Высшая школа, 1990. – 496 с.



## THE PRECISION OF THE ESTIMATION OF TRESPASSER MOVEMENT PARAMETERS IN THE SEISMIC GUARD SYSTEM

Filatova S.G.

*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation*

One of the most promising facilities for long perimeter protection is a system based on the registration of trespasser seismic signals. The main advantages of this system are a passive operating principle and a high rate of masking (sensitive sensors are installed in the soil. These features make it impossible for an unprepared trespasser to detect the exact place of system installation and, therefore, they prevent its imperceptible entry to the protected area. Seismic signals carry a lot of information. While analyzing signals recorded by spatially separated sensors we can determine a trespasser movement parameters such as the speed and path angle in a local coordinate system. An algorithm based on a traverse time analysis for the estimation of casual trespasser movement parameters is suggested in the paper. In this case the trespasser path is approximated to a straight line. The analysis of the influence of movement parameters (speed and path angle) and the primary (time) parameters estimation precision on the traverse method accuracy is also described. The path angle interval within which the estimation has an acceptable accuracy is defined in the paper. Recommendations on adjusting the algorithm if the value of the path angle is outside this interval is suggested made.

*Keywords:* seismic guard system, trespasser path, movement parameter.

DOI: 10.17212/1727-2769-2015-4-128-138

### REFERENCES

1. Zvezhinskii S.S. O signalizatsionnoi nadezhnosti perimetrovykh sredstv obnaruzheniya [About alarm reliability of perimeter detection devices]. *Bezopasnost'. Dostovernost'. Informatsiya – Security. Accuracy. Information*, 2004, no. 2, pp. 32–38.
2. Zvezhinskii S.S., Ivanov V.A. Effektivnost' i rezul'tativnost' sredstv obna-ruzheniya [efficiency and effectiveness of detection devices]. *Bezopasnost'. Dostovernost'. Informatsiya – Security. Accuracy. Information*, 2005, no. 5, pp. 64–70.
3. Ivanov V.A. Otsenka effektivnosti tekhnicheskikh reshenii po obespecheniyu bezo-pasnosti promyshlennykh ob"ektov ot vtorzheniya [Estimation of the effectiveness of technical solutions to ensure the security of industrial facilities from invasion]. *Bezopasnost'. Dostovernost'. Informatsiya – Security. Accuracy. Information*, 2005, no. 4, pp. 22–28.
4. Caskey D.L., Rao E.S. Security subsystems application / evaluation guide in general services administration. *IEEE International Carnahan Conference on Security Technology (ICCST)*, Taipei, Taiwan, ROC, 1–3 October 1991. Proceedings, pp. 235–245.
5. Dudkin V.A., Olenin Yu.A. Matematicheskie imitatsionnye modeli seismicheskikh signalov [Mathematical simulation model of seismic signals *Problemy ob"ektovoi okhrany: sbornik nauchnykh trudov* [Problems of protection of the object: collection of scientific papers]. Penza, PSU Publ., 2001, vol. 2, pp. 74–79.
6. Raifel'd M.A., Spektor A.A., Filatova S.G. Opredelenie napravleniya i skorosti dvizheniya ob"ekta v seismicheskoi sisteme okhrannogo nablyudeniya [The determination of the object motion direction and speed in a seismic guard system]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2008, no. 4 (54), pp. 45–52.
7. Raifel'd M.A., Spektor A.A., Filatova S.G. Traverznyi metod postroeniya traektorii dvizheniya ob"ekta v seismicheskoi sisteme nablyudeniya [Traverse method of object path plotting in a seismic guard system]. *Sovremennye problemy radioelektroniki: sbornik nauchnykh trudov* [Modern problems of radioelectronics: collection of scientific papers]. Eds. A.I. Gromyko, A.V. Sarafanov. Krasnoyarsk, 2009, pp. 42–45.
8. Spektor A.A. Filatova S.G. [Information parameter estimation for object path plotting in seismic guard system]. *Materialy IX Mezhdunarodnoi konferentsii "Aktual'nye problemy elektronnoogo priborostroeniya", APEP–2008. V 7 t.* [Proceedings of 9th International Scientific-Technical Conference on Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE–2008). In 7 vol.], Novosibirsk, Russia, 24–26 September 2008, vol. 4, pp. 31–33. (In Russian)

9. Filatova S.G., Spector A.A. The determination of the pulse packet time position in a seismic guard system. *International Workshop and Tutorials on Electron Devices and Materials Proceedings: 9th Annual*, Erlagol, Altai, 1–5 July 2008. Novosibirsk, NSTU Publ., 2008, pp. 163–165.
10. Kazarinov Yu.M., ed. *Radiotekhnicheskie sistemy* [Radioengineering systems]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1990. 496 p.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Филатова Светлана Геннадьевна** – родилась в 1984 году, канд. техн. наук, доцент, научный сотрудник кафедры теоретических основ радиотехники Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: статистическая обработка сигналов и изображений. Опубликовано 20 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. Email: s.filatova@corp.nstu.ru).

**Filatova Svetlana Gennadjevna** (b. 1984) – Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Researcher at the Theoretical Bases of Radio Engineering Department in the Novosibirsk State Technical University. Her research interests are currently focused on statistical processing of signals and images. She is the author of 20 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation. Email: s.filatova@corp.nstu.ru).

*Статья поступила 30 октября 2015 г.  
Received October 30, 2015*

## To Reference:

Filatova S.G. Tochnost' otsenki parametrov dvizheniya nepodgotovlennogo narushitelya v seismicheskoi sisteme okhrany [The precision of the estimation of trespasser movement parameter in the seismic guard system]. *Doklady Akademii Nauk Vysshei Shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian Higher School Academy of Sciences*, 2015, no. 4(29), pp. 128–138.

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

**ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК  
ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Выпуск 4(29) октябрь–декабрь 2015**

Выпускающий редактор *И.П. Брованова*

Корректор *И.Е. Семенова*

Компьютерная верстка *Н.В. Гаврилова*

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции

Издание соответствует коду 95 2000 ОК 005-93 (ОКП)

---

Подписано в печать 30.12.2015. Бумага офсетная. Формат 70×108 1/16

Тираж 300 экз. Уч.-изд. л. 12,25. Печ. л. 8,75. Изд. № 305. Заказ № 168

---

Отпечатано в типографии

Новосибирского государственного технического университета

630073, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20