НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

2016 октябрь–декабрь № 4 (33)

Выходит четыре раза в год

ISSN 1727-2769

Учредители

Академия наук высшей школы России
Новосибирское отделение Академии наук высшей школы

Главный редактор

А.Г. Вострецов, д-р техн. наук, проф., засл. деятель науки РФ

Заместитель главного редактора

В.Н. Васюков, д-р техн. наук, проф.

Редакционный совет

М. Грайцар, PhD, проф. (Словакия)
А. Загоскин, PhD (Великобритания)
Е.В. Ильичев, д-р физ.-мат. наук, проф. (Германия)
М.Н. Клымаш, д-р техн. наук, проф. (Украина)
К. Арутюнов, д-р физ.-мат. наук
И.С. Грузман, д-р техн. наук, проф.
В.Г. Дубровский, д-р физ.-мат. наук, проф.
Б.А. Князев, д-р физ.-мат. наук, проф.
Г.В. Майер, д-р физ.-мат. наук, проф., засл. деятель науки РФ
В.К. Макуха, д-р техн. наук, проф.
В.Я. Рудяк, д-р физ.-мат. наук, проф.
С.А. Харитонов, д-р техн. наук, проф.
Г.М. Шумский, д-р техн. наук, проф.

Ответственный секретарь

Д.О. Соколова, канд. техн. наук

Журнал зарегистрирован в Министерстве РФ по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций в 2002 г. (свидетельство ПИ № 77-11517 от 04.01.2002 г.)

Адрес редакции: 630073, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20, НГТУ, корп. 4, ком. 415, телефон: (383) 346-15-37, факс: (383) 346-02-09. Email: danvshrf@corp.nstu.ru

© Новосибирское отделение АН ВШ, 2016 г.

S C I E N T I F I C J O U R N A L

PROCEEDINGS OF THE RUSSIAN HIGHER SCHOOL ACADEMY OF SCIENCES

2016 | October – December | № 4 (33)

Journal is published quarterly

ISSN 1727-2769

Journal was established by

Russian Higher Education Academy of Science
Novosibirsk Branch of Higher Education Academy of Science

Chief Editor

A.G. Vostretsov, D.Sc. (Eng.), Prof., Honoured Science Worker of Russian Federation

Deputy Chief Editor

V.N. Vasyukov, D.Sc. (Eng.), Prof.

Editorial Council

M. Grajcar, PhD, Prof. (Slovakia)
A. Zagoskin, PhD (United Kingdom)
E.V. Ilyichev, D.Sc. (Phys.&Math.), Prof. (Germany)
M.M. Klymash, D.Sc. (Eng.), Prof. (Ukraine)
K. Arutyunov, D.Sc. (Phys.&Math.)
I.S. Gruzman, D.Sc. (Eng.), Prof.
V.G. Dubrovsky, D.Sc. (Phys.&Math.), Prof.
B.A. Knyazev, D.Sc. (Phys.&Math.), Prof.
G.V. Mayer, D.Sc. (Phys.&Math.), Prof., Honoured Science Worker of Russian Federation
V.K. Makukha, D.Sc. (Eng.), Prof.
V.Ya. Rudyak, D.Sc. (Phys.&Math.), Prof.
S.A. Haritonov, D.Sc. (Eng.), Prof.
G.M. Shumsky, D.Sc. (Eng.), Prof.

Executive Secretary

D.O. Sokolova, C.Sc.(Eng.)

Editor Address: Office 415, 20 bld. 4, K. Marx Prospect, Novosibirsk, 630073, Russian Federation. Tel: +7 (383) 346-15-37. Fax: +7 (383) 346-02-09. Email: danvshrf@corp.nstu.ru

© Novosibirsk Branch of Higher Education Academy of Science, 2016 г.

ДОКЛАДЫ АН ВШ РФ

2016 октябрь–декабрь № 4 (33)

СОДЕРЖАНИЕ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

Немировский Ю.В., Бабин А.И., Сальский Е.А.
Термонапряженное состояние многослойных полиармированных геликоидальных оболочек 7

Рудяк В.Я., Лежнев Е.В.
Стохастическое моделирование коэффициентов переноса плотных газов 22

Стукачева Н.С., Веселов С.В., Черкасова Н.Ю., Кузьмин Р.И., Неупокоев Н.А., Фелофьянова А.В.
Эффективность использования нанодисперсного порошка диоксида циркония для упрочнения алюмооксидной керамики 33

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

Вихман В.В., Панков М.А.
Анализ проблем применения информационных систем в организациях 43

Вольхин Д.И., Девятков Г.Н.
Метод синтеза согласующих устройств с заданными фазовыми характеристиками 49

Нейман Л.А., Нейман В.Ю.
Математическая модель динамики двухкатушечной синхронной электромагнитной машины ударного действия с инерционным реверсом бойка 61

Петров А.А., Щуров Н.И., Штанг А.А.
Повышение качестваэлектроэнергии метрополитена 80

Тимофеева А.Ю.
Максимально правдоподобное оценивание нелинейных
регрессионных моделей с ошибкой Берксона 88

Цыбин А.Н., Шаров В.В., Путинцева Ю.А.,
Феранчук С.И., Кузьмин Д.А.
Параллельный алгоритм фильтрации повторов
в данных NGS ILLUMINA 99

Штанг А.А., Ярославцев М.В.
Определение основных характеристик
комбинированной энергетической установки
для городского безрельсового транспорта.....111

PROCEEDINGS OF RUSSIAN HIGHER EDUCATION
ACADEMY OF SCIENCES

2016 October–December № 4 (33)

CONTENTS

PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Nemirovskii Yu.V., Babin A.I., Sal'skii E.A.
Thermostressed state of the helicoidal multilayer polyreinforced shells 7

Rudyak V.Ya., Lezhnev E.V.
Stochastic simulation of transport coefficients of dense gases 22

Stukacheva N.S., Veselov S.V., Cherkasova N. Yu., Kuzmin R.I., Neupokoev N.A., Felofyanova A.V.
The efficiency of applications zirconia nanopowders for reinforcement of alumina..... 33

TECHNICAL SCIENCES

Vikhman V.V., Pankov M.A.
Analysis of problems of using information systems in organizations 43

Volkhin D.I., Devyatkov G.N.
Method of synthesis of matching devices with predetermined phase responses 49

Neyman L.A., Neyman V.Yu.
A dynamic model of a two-inductor synchronous impact electromagnetic machine with an inertial head reverse..... 61

Petrov A.A., Schurov N.I., Shtang A.A.
Electricity quality improving in metro 80

Timofeeva A.Yu.
Maximum likelihood estimation of nonlinear regression models
with berkson measurement errors..... 88

Cybin A.N., Sharov V.V., Putinceva Ju.A., Feranchuk S.I., Kuz'min D.A.
Parallel repeats filtration algorithm of NGS ILLUMINA data 99

Shtang A.A., Yaroslavtsev M.V.
Evaluation of the main parameters of hybrid powertrain units for
city road vehicles.....111

ДОКЛАДЫ АН ВШ РФ
2016 октябрь–декабрь № 4 (33)
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 539.3

ТЕРМОНАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ МНОГОСЛОЙНЫХ ПОЛИАРМИРОВАННЫХ ГЕЛИКОИДАЛЬНЫХ ОБОЛОЧЕК

Ю.В. Немировский[1], А.И. Бабин[2], Е.А. Сальский[3]
[1]*Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича*
[2]*Кузбасский государственный технический университет им. Т.Ф. Горбачева*
[3]*Кемеровский государственный университет*

В общем случае оболочечная конструкция геликоидальной формы может состоять из m армированных слоев, различающихся составами связующего, материалами армирующих волокон и схемами армирования. Получены физические составляющие тензоров эффективных тангенциальных жесткостей и температурных напряжений для многослойного полиармированного композитного материала в системе координат, не связанной с микроструктурой материала.

При этом физические составляющие тензоров эффективных тангенциальных жесткостей и температурных напряжений армированного материала зависят от модулей Юнга материалов арматуры и связующего, коэффициентов Пуассона арматуры и связующего, интенсивностей армирования и направления укладки волокон. Используемая структурная модель армированного материала позволяет после решения краевой задачи и определения осредненных напряжений находить напряжения в элементах композиции – арматуре и связующем материале.

С целью определения нелинейного закона распределения температуры по толщине многослойной полиармированной оболочки отрицательной гауссовой кривизны найдено аналитическое решение контактной задачи теплопроводности. Приведена замкнутая система уравнений статики многослойных геликоидальных оболочек с учетом внешних термосиловых полей в системе координат нормально связанной с отсчетной поверхностью. Порядок системы уравнений не зависит от количества слоев и схем армирования. Разработана методика расчета армированных оболочек отрицательной гауссовой кривизны, которая учитывает структурную неоднородность материала, а также возможность за счет варьирования внутренней структуры достигать наибольшей согласованности жесткостных полей конструкции с полями напряжений от внешних термосиловых воздействий.

Ключевые слова: полиармированная оболочка, прямой геликоид, температура, не связанная задача термоупругости, обобщенные кинематические гипотезы Тимошенко, закон Дюамеля–Неймана.

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-4-7-21

Введение

В современной строительной практике широкое применение находят линейчатые оболочки отрицательной гауссовой кривизны. В конструкциях современных многоэтажных гаражей используются сходни – пандусы, выполненные в виде прямой геликоидальной оболочки [1]. Элементы в виде геликоидальных оболочек могут найти широкое использование при оформлении перекрытий новых архитектурных ансамблей.

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта РФФИ № 15-01-00825.

© 2016 Ю.В. Немировский, А.И. Бабин, Е.А. Сальский

Одним из основных факторов риска для таких конструкций является возможность возникновения пожара в здании. Температура окружающей среды при пожаре может достигать 1000 °С и более в течение всего лишь десятков минут [2].

В этом случае тонкостенные элементы работают в условиях высокотемпературного неравномерного нестационарного нагрева, приводящего к возникновению тепловых напряжений, знание величины и характера которых необходимо для всестороннего анализа несущей способности конструкции. Тепловые напряжения как сами по себе, так и в сочетании с механическими напряжениями от внешних сил могут вызвать появление трещин в элементах конструкций из хрупких материалов, возникновение и развитие пластических деформаций, ведущих к полному или прогрессирующему разрушению композитных тонкостенных конструкций, их термовыпучивание.

В настоящее время геликоидные турбины разработчики пытаются приспособить под ветровые преобразователи энергии. Геликоидные турбины (Патент Австрии № 117749 от 10.05.1930) с винтовыми направляющими, которые закручивают поток воды в продольный вихрь и способствуют возникновению гироскопического эффекта, оказывающего действие на тело ротора турбины. Известны также геликоидные турбины с вертикальной осью вращения и лопастями, изогнутыми по винтовой линии (Патент США № 5451137).

С целью облегчения таких конструкций при их изготовлении можно использовать современные волокнистые композиты: боро-, органо-, углепластики.

Отметим специфические особенности оболочек из композитных материалов: резко выраженную анизотропию их деформативных свойств, ослабленное сопротивление поперечным деформациям, существенное различие механических и теплофизических характеристик слоев. Эти факторы имеют принципиальное значение [3–10] при определении полей напряжений тонкостенных слоистых элементов конструкций.

Строительная практика промышленно развитых государств подтверждает перспективность применения подобных материалов. Однако отсутствие надежных методик расчета армированных оболочек отрицательной гауссовой кривизны, которые бы учитывали структурную неоднородность, материала, а также возможность за счет варьирования внутренней структуры достигать наибольшей согласованности жесткостных полей конструкции с полями напряжений от внешних воздействий сдерживает проектирование подобных конструкций. Даже расчет изотропных геликоидальных оболочек строится на различных упрощающих предположениях, которые часто противоречат положениям теории оболочек и реальным условиям работы конструкции.

К примеру, весьма распространен подход, основанный на применении безмоментной теории оболочек [11, 12]. Однако авторы не замечают, что поскольку границами геликоидальной оболочки являются асимптотические линии, то это противоречит условиям применимости безмоментной теории [13] из-за возможности возникновения обобщенного краевого эффекта. С другой стороны, безмоментная краевая задача теории оболочек является статически определимой. Значит, для вычисления усилий и напряжений не используется физический закон деформирования, и, следовательно, усилия и напряжения никак не зависят от структуры и свойств материала оболочки. Все это делает неприемлемым использование безмоментной теории для анализа деформирования армированных оболочек отрицательной гауссовой кривизны, напряженное состояние которых может качественно изменяться за счет варьирования структуры материала оболочки [14].

В известных работах, посвященных расчету изотропных геликоидальных оболочек, на основе моментной теории также используются не всегда оправданные упрощающие предположения. Например, в [15, 16] авторы пренебрегают ради-

альной компонентой вектора смещений, что приводит к понижению порядка разрешающей системы дифференциальных уравнений. При этом не дается оценки погрешности данных допущений. Часто делается предположение о том, что оболочка имеет большое число витков, нагрузка и шаг геликоида не изменяются в окружном направлении и влиянием закрепления прямолинейных кромок можно пренебречь [25]. Эти предположения приводят к тому, что компоненты напряженно-деформированного состояния не зависят от окружной координаты и краевая задача описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями. Подобный подход справедлив для оболочек с большим числом витков (больше десяти) [1], что в строительной практике встречается нечасто.

Экспериментальные исследования показали, что разрушения от поперечного сдвига часто лимитируют несущую способность армированных конструкций [17]. Учет обжатия влияет на напряженно-деформированное состояние конструкции значительно меньше, чем учет поперечного сдвига.

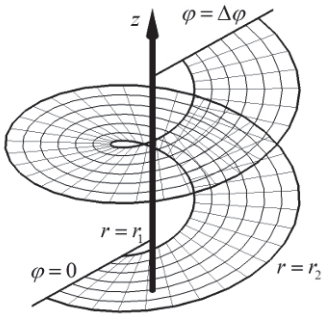
В связи с вышесказанным при выводе дифференциальных уравнений, описывающих напряженно-деформированное состояние геликоидальной оболочки, будем использовать обобщенные кинематические гипотезы Тимошенко [18], позволяющие учесть поперечные сдвиги, удовлетворяющие краевым условиям на лицевых поверхностях оболочки.

Постановка задачи

Рассмотрим прямую геликоидальную поверхность (см. рисунок), задаваемую радиусом-вектором:

$$\overline{r}(r,\varphi) = r\overline{e}_{\rho} + l\varphi\overline{e}_z, \quad l = \frac{t}{2\pi},$$

где r, φ – криволинейная ортогональная система координат; t – шаг геликоида.



Прямой геликоид
Strait helicoid

Компоненты основного метрического тензора, тензора кривизны, а также главные кривизны прямого геликоида определяются следующим образом [19, с. 291]:

$$\begin{gathered} a_{11} = 1, \quad a_{12} = 0, \quad a_{22} = r^2 + l^2; \\ b_{11} = b_{22} = 0, \; b_{12} = \frac{l}{\sqrt{r^2 + l^2}}; \\ \frac{1}{R_{11}} = \frac{1}{R_{22}} = 0, \quad \frac{1}{R_{12}} = -\frac{1}{r^2 + l^2}; \\ a = a_{22}, \; g = -b_{12}^2, \; K = \frac{g}{a} = -\frac{l^2}{(r^2 + l^2)^2}, \end{gathered} \tag{1}$$

где a и g – дискриминанты метрических тензоров поверхности и пространства соответственно; K – гауссова кривизна.

Параметры Ламе имеют вид

$$A_1 = 1; \quad A_2 = \sqrt{r^2 + l^2}\,. \tag{2}$$

В общем случае оболочечная конструкция может состоять из m армированных слоев, различающихся составами связующего, материалами армирующих волокон и схемами армирования.

Поверхности раздела k-го и $(k+1)$-го слоя описываются уравнениями:

$$z = z_{k+1}, \quad z_{k+1} = \sum_{j=1}^{k} h_j, \ \sum_{j=1}^{m} h_j = 2H \quad (k = 1, 2, \cdots, m-1).$$

Будем рассматривать оболочку достаточно тонкую, поэтому теплообменом с поверхностей (см. рисунок) $r = r_1$, $r = r_2$; $\varphi = 0$, $\varphi = \Delta\varphi$ можно пренебречь.

На поверхностях $z = -H$, $z = H$ оболочки имеет место конвективный теплообмен (при граничных условиях первого, второго или третьего рода):

$$\Lambda_{(33)}^{(1)} \frac{\partial T_{(1)}}{\partial z} + \alpha_{0,1}\left(T_{(1)} - T_{(1)}\right) + q_{0,1} = 0, \quad z = -H; \tag{3}$$

$$-\Lambda_{(33)}^{(m)} \frac{\partial T_{(m)}}{\partial z} + \alpha_{m,m+1}\left(T_{(m+1)} - T_{(m)}\right) + q_{m,m+1} = 0, \quad z = H. \tag{4}$$

В (3), (4) температуры внешних сред и коэффициенты теплообмена обозначены через $T_{(0)}$, $T_{(m+1)}$ и $\alpha_{0,1}$, $\alpha_{m,m+1}$ соответственно; удельные мощности поверхностных источников: $q\big|_{z=-H} = q_{0,1}$, $q\big|_{z=H} = q_{m,m+1}$.

На границах раздела армированных слоев выполняются условия идеального теплового контакта:

$$T_{(k)}\Big|_{z=z_{k+1}-} = T_{(k+1)}\Big|_{z=z_{k+1}+},$$

$$\Lambda_{(33)}^{(k)} \frac{\partial T_{(k)}}{\partial z}\bigg|_{z=z_{k+1}-} = \Lambda_{(33)}^{(k+1)} \frac{\partial T_{(k+1)}}{\partial z}\bigg|_{z=z_{k+1}+} \quad (k = 1, 2, \cdots, m-1). \tag{5}$$

В качестве первого приближения для неизвестных функций $T_{(k)}$ примем нелинейный закон распределения температуры по толщине пакета, который следует из решения одномерных уравнений стационарной контактной задачи теплопроводности для оболочки, состоящей из m армированных слоев [20],

$$\frac{d}{dz}\left(\sqrt{\frac{g}{a}}\Lambda_{(k)}^{33}\frac{dT_{(k)}}{dz}\right) + \sqrt{\frac{g}{a}}w_{(k)}^{t} = 0 \quad (k = \overline{1,m}), \tag{6}$$

где a и g – дискриминанты метрических тензоров поверхности и пространства соответственно; $w_{(k)}^{t}$ – удельная мощность объемных источников диссипативного характера.

Интегрируя уравнение (6), получаем $2m$ параметрическое семейство первообразных функций:

$$T_{(k)}(z) = A_{(k)} + B_{(k)}\vartheta(z) - W_T^{(k)}(z), \quad k = \overline{1,m}; \tag{7}$$

$$\vartheta(z) = \frac{1}{2\sqrt{E}}\ln\left|\frac{Kz - H - \sqrt{E}}{Kz - H + \sqrt{E}}\right|, \quad W_T^{(k)}(z) = \left(\Lambda_{(33)}^{(k)}\right)^{-1}\left[\int_{z_k}^{z}\sqrt{\frac{a}{g}}\int_{z_k}^{z} w_T^{(k)}\sqrt{\frac{g}{a}}\,d\varsigma\right]d\varsigma.$$

Здесь K – гауссова кривизна; H – средняя кривизна и E – эйлерова разность [19].

После подстановки выражений (7) в граничные условия (3)–(5) однозначно определяются $2m$ коэффициентов $A_{(k)}$, $B_{(k)}$ и находятся конечные выражения для искомых функций:

$$T_{(k)}(z) = \Phi_{(k)} - \overline{S}_{k-2} + \left(K_{\lambda}^{(k)}\varphi - \left(\Lambda_{(33)}^{(k)}\right)^{-1} \sum_{j=1}^{k-1} \frac{W_{tk}'(z_{k+1})}{\vartheta'(z_{k+1})} \right) \times$$

$$\times \left[\vartheta(z) - \vartheta(z_k)\right] - W_{tk}(z),$$

$$\Phi_{(k)} = \frac{Q_3}{Q_2} + \varphi\left(S_{k-1} - \frac{Q_1}{Q_2}\vartheta''(z_1) \right), \; k = \overline{1,m} \; ;$$

$$\overline{S}_l = \sum_{j=1}^{l} \left\{ \left(\Lambda_{(33)}^{(j+1)}\right)^{-1} \left[\vartheta(z_{j+1}) - \vartheta(z_j)\right] \sum_{i=1}^{j} \frac{W_{ti}'(z_{i+1})}{\vartheta'(z_{i+1})} \right\} + \sum_{j=1}^{l+1} W_{tj}(z_{j+1}); \qquad (8)$$

$$\overline{\varphi} = P_2 \overline{S}_{m-1} + P_1 \left[\vartheta'(z_{m+1}) \left(\Lambda_{(33)}^{(m)}\right)^{-1} \sum_{j=1}^{m-1} \frac{W_{tj}'(z_{j+1})}{\vartheta'(z_{j+1})} - W_{tm}'(z_{m+1}) \right]$$

$$S_l = \sum_{j=1}^{l} K_{\lambda}^{(j)} \left[\vartheta(z_{j+1}) - \vartheta(z_j)\right];$$

$$\varphi = \frac{P_3 - P_2 Q_3 Q_2^{-1} + \overline{\varphi}}{P_1 K_{\lambda}^{(m)} \vartheta'(z_{m+1}) + P_2 \left[S_m - \vartheta'(z_m) Q_1 Q_2^{-1} \right]}.$$

Радиальная, окружная и нормальная компоненты вектора смещений оболочки представляются в виде [10]

$$u_{r(\varphi)} = u_{0r(\varphi)} + \sum_{i=1}^{3} z^i \gamma_{ir(\varphi)}, \quad w = w(r, \varphi), \qquad (9)$$

где u_{0r}, $u_{0\varphi}$ – радиальная и окружная компоненты вектора смещений срединной поверхности оболочки; γ_{ir}, $\gamma_{i\varphi}$ – коэффициенты разложения в степенной ряд смещений оболочки – функции координат срединной поверхности.

В дальнейшем предполагается, что оболочка находится под действием нормальной нагрузки $q(r, \varphi)$. В этом случае на лицевых поверхностях $z = \pm H$ должны выполняться условия $\sigma_{r(\varphi)z} = 0$.

Компоненты тензора деформации выражаются через обобщенные смещения:

$$e_r = \frac{\partial u_{0r}}{\partial r} + (z^3 - 3H^2 z)\frac{\partial \gamma_{3r}}{\partial r} - z\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2};$$

$$e_{\varphi} = \frac{1}{A_2}\frac{\partial u_{0\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{1}{A_2}\frac{dA_2}{dr} u_{0r} + (z^3 - 3H^2 z) \times$$

$$\times \left[\frac{1}{A_2}\frac{\partial \gamma_{3\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{1}{A_2}\frac{dA_2}{dr}\gamma_{3r} \right] - z\left[\frac{1}{A_2}\frac{dA_2}{dz}\frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{1}{A_2^2}\frac{\partial^2 \omega}{\partial \varphi^2} \right];$$

$$e_{r\varphi}=\left\{\frac{\partial u_{0\varphi}}{\partial r}+\frac{1}{A_2}\frac{\partial u_{0r}}{\partial\varphi}-\frac{1}{A_2}\frac{dA_2}{dr}u_{0\varphi}+(z^3-3H^2z)\left[\frac{\partial\gamma_{3\varphi}}{\partial r}+\frac{1}{A_2}\frac{\partial\gamma_{3r}}{\partial\varphi}-\right.\right.$$

$$\left.-\frac{1}{A_2}\frac{dA_2}{dr}\gamma_{3\varphi}\right]-z\left[\frac{2}{A_2}\frac{\partial^2\omega}{\partial r\,\partial\varphi}-\frac{1}{A_2^2}\frac{dA_2}{dr}\frac{dA_2}{dr}\frac{d\omega}{d\varphi}\right]-2\frac{b_{12}}{A_2}\omega\Bigg\};\qquad(10)$$

$$e_{rz}=\frac{3}{2}(z^2-H^2)\gamma_{3r};\quad e_{\varphi z}=\frac{3}{2}(z^2-H^2)\gamma_{3\varphi}.$$

Дифференциальные уравнения равновесия и набор краевых условий на прямолинейных и винтовых кромках оболочки были получены с помощью принципа возможных перемещений.

Дифференциальные уравнения равновесия:

$$\frac{\partial}{\partial r}(A_2T_r)+\frac{\partial S}{\partial\varphi}-\frac{dA_2}{dr}T_\varphi=0;\quad\frac{\partial}{\partial r}(A_2S)+\frac{dA_2}{dr}S+\frac{\partial T_\varphi}{\partial\varphi}=0;$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}(A_2M_r)+2\frac{\partial^2M_{r\varphi}}{\partial r\,\partial\varphi}+\frac{1}{A_2}\frac{dA_2}{dr}\frac{\partial M_{r\varphi}}{\partial\varphi}+\frac{1}{A_2}\frac{\partial^2M_\varphi}{\partial\varphi^2}-\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{dA_2}{dr}M_\varphi\right)+$$

$$+\frac{2A_2}{R_{12}}S=-A_2q;\qquad(11)$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(A_2H_r)+\frac{\partial H_{r\varphi}}{\partial\varphi}-\frac{dA_2}{dr}H_\varphi-A_2Q_r=0;$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(A_2H_{r\varphi})+\frac{dA_2}{dr}H_{r\varphi}+\frac{\partial H_\varphi}{\partial\varphi}-A_2Q_\varphi=0.$$

Краевые условия на направляющих и прямолинейных кромках:

$$\left(T_{\varphi(r)}-T^0_{\varphi(r)}\right)\left(u_{\varphi(r)}-u^0{}_{\varphi(r)}\right)=0;\quad\left(S-T^0_{r(\varphi)}\right)\left(u_{\varphi(r)}-u^0{}_{\varphi(r)}\right)=0;$$

$$\left[M_{\varphi(r)}-M^0_{\varphi(r)}\right]\frac{\partial w}{\partial\varphi(r)}=0;\quad\left(H_{\varphi(r)}-H^0_{r(\varphi)}\right)\left(\gamma_{3\varphi(r)}-\gamma^0{}_{3\varphi(r)}\right)=0;$$

$$\left(2\frac{\partial M_{r\varphi}}{\partial r}+\frac{1}{A_2}\frac{dA_2}{dr}M_{r\varphi}+\frac{1}{A_2}\frac{\partial M_\varphi}{\partial\varphi}-Q^0\right)(w-w^0)=0\quad(\text{при }\varphi=0,\ \Delta\varphi);\qquad(12)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial r}(A_2M_r)+\frac{\partial M_{r\varphi}}{\partial\varphi}-\frac{dA_2}{dr}M_\varphi-A_2Q^0\right)(w-w^0)=0\quad(\text{при }r=r_1,\ r_2);$$

$$\left(H_{r\varphi}-H^0_{r\varphi}\right)\left(\gamma_{3r(\varphi)}-\gamma^0{}_{3r(\varphi)}\right)=0.$$

Входящие в (11), (12) усилия и моменты определяются следующим образом:

$$T_{\varphi(r)}=\int_{-H}^{H}\sigma_{r(\varphi)}dz;\quad M_{r(\varphi)}=\int_{-H}^{H}\sigma_{r(\varphi)}z\,dz;$$

$$H_{r(\varphi)}=\frac{1}{H^2}\int_{-H}^{H}f_1(z)\sigma_{r(\varphi)}dz;$$

$$S = \int_{-H}^{H} \sigma_{r\varphi} dz; \quad M_{r\varphi} = \int_{-H}^{H} \sigma_{r\varphi} z dz; \quad H_{r\varphi} = \frac{1}{H^2} \int_{-H}^{H} f_1(z) \sigma_{r\varphi} dz;$$
$$Q_{r(\varphi)} = \int_{-H}^{H} f_2(z) \sigma_{r(\varphi)} dz. \tag{13}$$

Внешние усилия и моменты, приложенные к краям оболочки, определяются по формулам:

$$T^0_{\varphi(r)} = \int_{-H}^{H} p_{r(\varphi)} dz; \quad H_{r(\varphi)} = \frac{1}{H^2} \int_{-H}^{H} f_1(z) p_{r(\varphi)} dz;$$
$$M^0_{r(\varphi)} = \int_{-H}^{H} z p_{r(\varphi)} dz; \quad Q^0 = \int_{-H}^{H} p_z dz, \tag{14}$$

где $f_1(z) = z^3 - 3H^2 z$; $f_2(z) = \frac{df_1}{dz}$; p_r, p_φ, p_z – компоненты распределенной нагрузки, приложенной к границам оболочки.

Компоненты тензоров напряжений, деформаций и температура для k-го слоя связаны зависимостями [21]:

$$\sigma^{(k)}_{(\alpha\beta)} = \hat{A}^{(k)}_{(\alpha\beta\lambda\mu)} \varepsilon^{(k)}_{(\lambda\mu)} - \hat{c}^{(k)}_{(\alpha\beta)} T^{(k)},$$
$$\tau^{(k)}_{(\alpha 3)} = \hat{p}^{(k)}_{(\alpha\beta)} \gamma^{(k)}_{(\beta 3)}, \quad \gamma^{(k)}_{(\alpha 3)} = \hat{q}^{(k)}_{(\alpha\beta)} \tau^{(k)}_{(\beta 3)}. \tag{15}$$

Здесь $\left\| \hat{p}_{(\alpha\beta)} \right\| = \left\| \hat{q}_{(\alpha\beta)} \right\|^{-1}$.

Физические составляющие $\hat{A}^{(k)}_{(\alpha\beta\lambda\mu)}$, $\hat{c}^{(k)}_{(\alpha\beta)}$, $\hat{q}^{(k)}_{(\alpha\beta)}$ тензоров эффективных тангенциальных упругих и температурных жесткостей **A** и **c**, тензора поперечных сдвиговых податливостей **q** для k-го армированного слоя определяются формулами [21]:

$$\hat{A}^{(k)}_{(\alpha\beta\lambda\mu)} = \frac{\left(1 - \omega_z^{(k)}\right) E_c^{(k)}}{1 - \nu_c^{(k)2}} \times$$
$$\times \left[\nu_c^{(k)} \delta_{\alpha\beta} \delta_{\lambda\mu} + \frac{1 - \nu_c^{(k)}}{2} \left(\delta_{\alpha\lambda} \delta_{\beta\mu} + \delta_{\alpha\mu} \delta_{\beta\lambda} \right) \right] + \omega_z^{(k)} E^{(k)}_{(\alpha\beta\lambda\mu)}, \tag{16}$$

$$\hat{c}^{(k)}_{(\alpha\beta)} = \omega_z^{(k)} k^{(k)}_{(\alpha\beta)} + \left(1 - \omega_z^{(k)}\right) \chi_c^{(k)} \delta_{\alpha\beta},$$

$$\hat{q}^{(k)}_{(\alpha\beta)} = \frac{2\left(1 - \omega_z^{(k)}\right)\left(1 + \nu_c^{(k)}\right)}{E_c^{(k)}} \delta_{\alpha\beta} + \omega_z^{(k)} \Gamma^{(k)}_{(\alpha\beta)}, \tag{17}$$

$$\delta_{\alpha\beta} = \begin{cases} 0, & \text{если } \alpha \neq \beta, \\ 1, & \text{если } \alpha = \beta; \end{cases}$$

$$E^{(k)}_{(1111)} = \varpi^{(k)} E^{(k)}_a + (1-\varpi^{(k)}) E^{(k)}_c +$$

$$+\frac{E^{(k)}_a E^{(k)}_c \left[\varpi^{(k)} \nu^{(k)}_a + \left(1-\varpi^{(k)}\right)\nu^{(k)}_c\right]^2}{\varpi^{(k)}\left(1-\nu^{(k)2}_a\right)E^{(k)}_c + \left(1-\varpi^{(k)}\right)\left(1-\nu^{(k)2}_c\right)E^{(k)}_a}, \tag{18}$$

$$E^{(k)}_{(1122)} = \frac{E^{(k)}_a E^{(k)}_c \left[\varpi^{(k)} \nu^{(k)}_a + \left(1-\varpi^{(k)}\right)\nu^{(k)}_c\right]}{\varpi^{(k)}\left(1-\nu^{(k)2}_a\right)E^{(k)}_c + (1-\varpi^{(k)})\left(1-\nu^{(k)2}_c\right)E^{(k)}_a},$$

$$E^{(k)}_{(1212)} = \frac{1}{2}\frac{E^{(k)}_a E^{(k)}_c}{\varpi^{(k)}\left(1+\nu^{(k)}_a\right)E^{(k)}_c + \left(1-\varpi^{(k)}\right)\left(1+\nu^{(k)}_c\right)E^{(k)}_a}, \tag{19}$$

$$E^{(k)}_{(2222)} = \frac{E^{(k)}_c E^{(k)}_a}{\varpi^{(k)}\left(1-\nu^{(k)2}_a\right)E^{(k)}_c + \left(1-\varpi^{(k)}\right)\left(1-\nu^{(k)2}_c\right)E^{(k)}_a},$$

$$E^{(k)}_{(1122)} = 0,\ E^{(k)}_{(1222)} = 0; \tag{20}$$

$$\Gamma^{(k)}_{(11)} = \frac{2\left(1+\nu^{(k)}_c\right)\left(1+\nu^{(k)}_a\right)}{\varpi^{(k)}\left(1+\nu^{(k)}_c\right)E^{(k)}_a + \left(1-\varpi^{(k)}\right)\left(1+\nu^{(k)}_a\right)E^{(k)}_c},$$

$$\Gamma^{(k)}_{(22)} = 2\frac{\varpi^{(k)}\left(1+\nu^{(k)}_a\right)E^{(k)}_c + \left(1-\varpi^{(k)}\right)\left(1+\nu^{(k)}_c\right)E^{(k)}_a}{E^{(k)}_c E^{(k)}_a},$$

$$k^{(k)}_{(11)} = \left[\varpi^{(k)}\nu^{(k)}_a + \left(1-\varpi^{(k)}\right)\nu^{(k)}_c\right]\times$$

$$\times\frac{\varpi^{(k)}E^{(k)}_c\left(1-\nu^{(k)2}_a\right)\chi^{(k)}_a + \left(1-\varpi^{(k)}\right)E^{(k)}_a\left(1-\nu^{(k)2}_a\right)\chi^{(k)}_c}{\varpi^{(k)}E^{(k)}_c\left(1-\nu^{(k)2}_a\right) + \left(1-\varpi^{(k)}\right)E^{(k)}_a\left(1-\nu^{(k)2}_c\right)} +$$

$$+\varpi^{(k)}\left(1-\nu^{(k)}_a\right)\chi^{(k)}_a + \left(1-\varpi^{(k)}\right)\left(1-\nu^{(k)}_c\right)\chi^{(k)}_c, \tag{21}$$

$$k^{(k)}_{(22)} = \frac{\varpi^{(k)}E^{(k)}_c\left(1-\nu^{(k)2}_a\right)\chi^{(k)}_a + (1-\varpi^{(k)})E^{(k)}_a\left(1-\nu^{(k)2}_a\right)\chi^{(k)}_c}{\varpi^{(k)}E^{(k)}_c\left(1-\nu^{(k)2}_a\right) + (1-\varpi^{(k)})E^{(k)}_a\left(1-\nu^{(k)2}_c\right)},$$

$$k^{(k)}_{(12)} = k^{(k)}_{(21)} = 0.$$

В соотношениях (15)–(21) приняты следующие обозначения: $E^{(k)}_n$, $\nu^{(k)}_n$, $\chi^{(k)}_n = \dfrac{E^{(k)}_n \alpha^{(k)}_n}{1-\nu^{(k)}_n}$ – модули Юнга, коэффициенты Пуассона и температурного расширения для арматуры $(n=a)$ и связующего $(n=c)$, $\varpi^{(k)}$, $\varpi^{(k)}_z$ – интенсивности армирования в плоскости и по толщине *k*-го слоя.

Установленные уравнения модели однонаправленно армированного слоя достаточно просты и их использование в конкретных расчетах не вызывает никаких затруднений. В то же время эти уравнения при

$$E_a \to E_c,\ \nu_a \to \nu_c,\ \lambda_a \to \lambda_c$$

обеспечивают непрерывный переход к уравнениям Дюамеля–Неймана однородного изотропного тела.

На практике оболочка нередко изготовлена из материалов однонаправленно армированных слоев, оси симметрии которых не совпадают с координатными линиями исходной поверхности. Такая ситуация имеет место, например, в перекрестно армированных (под углами $\pm\psi_k$ к направлению $\overline{r'} = \text{const}$) оболочках.

Преобразование физических компонентов эффективных механических (16), температурных (17) жесткостей и тензора поперечных сдвиговых податливостей осуществляется по известным формулам [22]:

$$A^{(k)}_{(\pi\omega\rho\delta)} = \hat{A}^{(k)}_{(\alpha\beta\lambda\mu)} m^{(k)\alpha}_{\ \ \pi} m^{(k)\beta}_{\ \ \omega} m^{(k)\lambda}_{\ \ \rho} m^{(k)\mu}_{\ \ \delta},\ q^{(k)}_{(\lambda\mu)} = \hat{q}^{(k)}_{(\alpha\beta)} m^{\alpha}_{\lambda} m^{\beta}_{\mu},$$
$$c^{(k)}_{(\lambda\mu)} = \hat{c}^{(k)}_{(\alpha\beta)} m^{\alpha}_{\lambda} m^{\beta}_{\mu}. \qquad (22)$$

Здесь $m^{(k)1}_{\ \ 1} = m^{(k)2}_{\ \ 2} = \cos\psi_k$, $m^{(k)1}_{\ \ 2} = -m^{(k)2}_{\ \ 1} = \sin\psi_k$.

При этом физические составляющие тензоров эффективных тангенциальных жесткостей и температурных напряжений армированного материала зависят от модулей Юнга материалов арматуры и связующего, коэффициентов Пуассона арматуры и связующего, интенсивностей армирования и направления укладки волокон. Используемая структурная модель армированного материала позволяет после решения краевой задачи и определения осредненных напряжений находить напряжения в элементах композиции – арматуре и связующем [21–23].

Кроме того, можно учитывать неоднородность материала оболочки, находя для различных структур армирования слоев зависимость структурных параметров $\varpi^{(k)}$, $\varpi_z^{(k)}$, ψ_k от координат срединной поверхности [24].

Заключение

Таким образом, расчет армированной геликоидальной оболочки сводится к решению краевой задачи, описываемой дифференциальными уравнениями равновесия (11), кинематическими соотношениями (9), физическими соотношениями (15), а также краевыми условиями на прямолинейных и винтовых кромках оболочки (12).

В отличие от [24], где подобные соотношения получены для оболочки, срединная поверхность которой отнесена к главным линиям кривизны, приведенные здесь уравнения получены для оболочки, отнесенной к асимптотическим линиям.

Если оболочка шарнирно оперта вдоль прямолинейных кромок, то краевые условия (12) при $\varphi = 0,\ \Delta\varphi$ примут вид

$$u_{0\varphi} = w = \gamma_{3r} = S = M_\varphi = H_\varphi = 0. \qquad (23)$$

Условиям (23) можно полностью удовлетворить, если обобщенные смещения представить в виде тригонометрических рядов:

$$w(r,\ \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} w_k(r)\sin b_k\varphi;\quad u_{0\varphi}(r,\ \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} u^k_{0\varphi}(r)\sin b_k\varphi;$$

$$u_{0r}(r,\,\varphi)=\sum_{k=1}^{\infty}u_{0r}^{k}(r)\cos b_k\varphi;\quad \gamma_{3r}(r,\,\varphi)=\sum_{k=1}^{\infty}\gamma_{3r}^{k}(r)\sin b_k\varphi;$$
$$\gamma_{3\varphi}(r,\,\varphi)=\sum_{k=1}^{\infty}\gamma_{3\varphi}^{k}(r)\cos b_k\varphi. \tag{24}$$

В отличие от классической краевой задачи, описываемой дифференциальными уравнениями восьмого порядка [24], в рассматриваемой постановке порядок дифференциальных уравнений двенадцатый. Подставляя (24) в (10) с помощью (13), (15) получим следующие выражения для усилий и моментов:

$$T_{r(\varphi)}=\sum_{k=1}^{\infty}T_{r(\varphi)k}(r)\cos b_k\varphi;\quad S=\sum_{k=1}^{\infty}S_k(r)\sin b_k\varphi;$$
$$M_{r(\varphi)}=\sum_{k=1}^{\infty}M_{r(\varphi)k}(r)\sin b_k\varphi;\quad M_{r\varphi}=\sum_{k=1}^{\infty}M_{r\varphi}^{k}(r)\cos b_k\varphi;$$
$$H_{r(\varphi)}=\sum_{k=1}^{\infty}H_{r(\varphi)k}(r)\sin b_k\varphi;\quad H_{r\varphi}=\sum_{k=1}^{\infty}H_{r\varphi}^{k}(r)\cos b_k\varphi; \tag{25}$$
$$Q_r=\sum_{k=1}^{\infty}Q_{rk}(r)\sin b_k\varphi;\quad Q_{\varphi}=\sum_{k=1}^{\infty}Q_{\varphi k}(r)\cos b_k\varphi.$$

Входящие в (25) функции $T_{rk}(r)$, $T_{\varphi k}(r)$,..., $Q_{\varphi k}(r)$ выражаются через обобщенные кинематические перемещения и компоненты тензора упругости.

Подставляя далее (25) в (11) и применяя процедуру Бубнова–Галеркина, получим бесчисленное множество систем обыкновенных дифференциальных уравнений двенадцатого порядка:

$$\frac{d}{dr}(A_2T_{rk})+b_kS_k-\frac{dA_2}{dr}T_{\varphi k}=0;\quad \frac{d}{dr}(A_2S_k)+\frac{dA_2}{dr}S_k-b_kT_{\varphi k}=0;$$
$$\frac{d^2}{dr^2}(A_2M_{rk})-2b_k\frac{dM_{r\varphi}^{k}}{r}-\frac{b_k}{A_2}\frac{dA_2}{dr}H_{r\varphi}^{k}-\frac{b_k^2}{A_2}M_{\varphi k}-\frac{d}{dr}\left(\frac{dA_2}{dr}M_{\varphi k}\right)+$$
$$+\frac{2A_2}{R}S_k=-A_2q_k; \tag{26}$$
$$\frac{d}{dr}(A_2H_{rk})-b_kH_{r\varphi}^{k}-\frac{dA_2}{dr}H_{\varphi k}-A_2Q_{rk}=0;$$
$$\frac{d}{dr}\left(A_2H_{r\varphi}^{k}\right)+\frac{dA_2}{dr}H_{rk}^{k}+b_kH_{\varphi k}-A_2Q_{\varphi k}=0,$$

где q_k – коэффициенты разложения в ряд Фурье нормальной и распределенной нагрузки $q(r,\,\varphi)$.

Применяя процедуру Бубнова–Галеркина к (12), получим также набор краевых условий на винтовых кромках для уравнений (26) при $r=r_1$, r_2.

Таким образом, анализ напряженно-деформированного состояния армированной геликоидальной оболочки сводится к решению краевой задачи, описываемой множеством систем обыкновенных дифференциальных уравнений двенадцатого

порядка. Если же рассматривать оболочку в рамках классической теории Кирхгофа–Лява, то порядок разрешающих систем будет восьмой [24]. Возрастание порядка разрешающих систем дифференциальных уравнений вызывает значительное повышение интенсивности краевых эффектов по сравнению с классической теорией оболочек. Поэтому хорошо зарекомендовавшие себя численные методы решения краевых задач классической теории дискретной ортогонализации здесь малопригодны. Наиболее перспективным для решения поставленной краевой задачи представляется метод инвариантных погружений [21], разработанный для решения многоточечных краевых задач, описываемых дифференциальными уравнениями высоких порядков.

Учет поперечного сдвига необходим при анализе напряженно-деформированного состояния оболочек, изготовленных из материала армированного высокомодульными волокнами $E_a \gg E_c$, например боро- или углепластика. В то же время расчет оболочек, изготовленных из материалов с сопоставимыми механическими характеристиками арматуры и связующего, может проводиться в рамках классической теорий оболочек Кирхгофа–Лява.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Колтунов С.Я.** К расчету напряженного состояния в конечных геликоидальных оболочках // Известия Академии наук СССР. Механика твердого тела. – 1980. – № 6. – С. 149–152.
2. **Ройтман В.М.** Инженерные решения по оценке огнестойкости проектируемых и реконструируемых зданий. – М.: Ассоциация «Пожарная безопасность и наука», 2001. – 382 с.
3. **Муц А.В**. Выбор переменных проектирования при оптимизации последовательности укладки конструкций из слоистых композитов // Механика композитных материалов. – 2016. – Т. 52, № 2. – С. 305–324.
4. **Muc A., Ulatowska A.** Design of plates with curved fiber format // Composite Structures. – 2010. – Vol. 92, N 7. – P. 1728–1733.
5. **Muc A., Muc-Wersgon' M.** An evolution strategy in structural optimization problems for plates and shells // Composite Structures. – 2012. – Vol. 94, N 4. – P. 1461–1470.
6. **Джагангиров А.А.** Несущая способность трехслойной волокнистой композитной кольцевой пластинки, защемленной по краям // Механика композитных материалов. – 2016. – Т. 52, № 2. – С. 385–392.
7. **Немировский Ю.В, Мищенко А.В.** Динамический расчет системы профилированных композитных стержней // Вычислительная механика сплошных сред. – 2015. – Т. 8, № 2. – С. 188–199.
8. **Емельянов И.Г., Кузнецов А.В.** Применение виртуальных элементов при определении напряженного состояния оболочек вращения // Вычислительная механика сплошных сред. – 2014. – Т. 7, № 1. – С. 245–252.
9. **Баженов В.Г., Павленкова Е.В., Артемьева А.А.** Численное решение обобщенных осесимметричных задач динамики упруго-пластических оболочек вращения при больших деформациях // Вычислительная механика сплошных сред. – 2012. – Т. 5, № 4. – С. 427–434.
10. **Киреев И.В., Немировский Ю.В.** Консервативный численный метод решения линейных краевых задач статики упругих оболочек вращения // Вычислительная механика сплошных сред. – 2012. – Т. 5, № 1. – С. 85–99.
11. **Залесский В.Н.** Двумерная безмоментная задача для оболочки в виде косого геликоида // Динамика и прочность машин. – Харьков, 1974. – Вып. 12. – С. 88–93.
12. **Залесский В.Н.** Двумерная безмоментная задача для геликоидальной оболочки в асимптотических линиях // Динамика и прочность машин. – Харьков, 1966. – Вып. 3. – С. 10–13.
13. **Гольденвейзер А.Л.** Теория упругих тонких оболочек. – М.: Наука, 1976. – 512 с.

14. **Александров П.В., Немировский Ю.В.** Напряженное состояние гиперболической оболочки вращения при неоднородном армировании // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1991. – № 10. – С. 27–32.
15. **Котельникова А.П.** Расчет пологой геликоидальной оболочки, нагруженной изгибающим моментом // Известия вузов. Машиностроение. – 1978. – № 12. – С. 4–9.
16. **O'Mathuna D.** Rotationally symmetric deformations in helicoidal shells // Journal of Mathematics and Physics. – 1963. – Vol. 42. – P. 85–111.
17. Прочность при изгибе стеклопластиков, полученных намоткой / С.Г. Абрамов, Н.С. Мезенцев, В.П. Николаев, В.Д. Попов // Проблемы прочности. – 1975. – № 10. – С. 62–64.
18. **Немировский Ю.В., Резников Б.С.** Прочность элементов конструкций из композитных материалов. – Новосибирск: Наука, 1986. – 166 с.
19. **Каган В.Ф.** Основы теории поверхностей в тензорном изложении. Ч. 1. – М.; Л.: ОГИЗ, 1947. – 216 с.
20. **Бабин А.И., Немировский Ю.В.** Температурные напряжения в коллекторах машин постоянного тока // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности: труды XVII межреспубликанской конференции, Новосибирск, 3–5 июля 2001 г. / под ред. В.М. Фомина. – Новосибирск, 2001. – С. 12–27.
21. **Андреев А.Н.** Математическая модель термоупругого деформирования слоистых композитных оболочек и пластин // Известия АлтГУ. – 2014. – № 1-1 (81). – С. 19–21. – doi: 10.14258/izvasu(2014)1.1-02.
22. **Андреев А.Н., Немировский Ю.В.** Численный анализ напряженно-деформированного состояния слоистых оболочек вращения методом инвариантного погружения // Известия Академии наук Армянской ССР. Механика. – 1989. – Т. 42, № 1. – С. 9–19.
23. **Немировский Ю.В.** Об упруго-пластическом поведении армированного слоя // Прикладная механика и техническая физика. – 1969. – № 6. – С. 81–89.
24. **Александров П.В., Немировский Ю.В.** Напряженное состояние армированных геликоидальных оболочек // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1991. – № 9. – С. 18–24.
25. **Ярошенко А.Р.** Осесимметричная деформация винтовой оболочки с прямоугольным профилем // Динамика и прочность машин. – Харьков, 1974. – Вып. 12. – С. 3–9.

THERMOSTRESSED STATE OF THE HELICOIDAL MULTILAYER POLYREINFORCED SHELLS

Nemirovskii Yu.V.[1], Babin A.I. [2], Sal'skii E.A. [3]
[1]*Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Novosibirsk, Russia*
[2]*Kuzbass State Technical University, Kemerovo, Russia*
[3]*Kemerovo State University, Kemerovo, Russia*

In general, a helicoidal shell construction can be composed of *m* reinforced layers different in the matrix composition, reinforcing fiber materials and the reinforcement pattern. Physical components of effective tangential stiffness and temperature stress tensors of a multilayered composite reinforced in different directions were obtained in the coordinate system not related to the material microstructure.

In this case, physical components of tangential effective stiffness and heat stress tensors depend on the Young modulus, the Poisson ratio of the matrix and reinforcing phase, the reinforcement power and the reinforcement fiber direction. The used structural model of the reinforced material allows finding stresses in composite compounds, namely the reinforcing phase and matrix, after computing mean values by solving the boundary problem.

An analytical solution of the contact thermal conductivity problem was found with a view to obtain a non-linear temperature distribution law over the reinforced shell with a negative Gaussian curvature. A closed equation system of multilayered helicoidal shell statics with regard to external thermal fields in the coordinate system normally related to the reference surface is adduced. The order of the system does not depend on the number of layers or method of

reinforcement. A calculation method of reinforced shells with a negative Gaussian curvature which takes in account the material structural heterogeneity is developed. It makes it possible by varying an internal structure to obtain maximum coherence between construction stiffness fields and tension fields from external thermal and mechanical effects.

Keywords: multi-reinforced shell; straight helicoids; temperature; non-coupled thermoelastic problem; Timoshenko's generalized hypotheses, Duhamel-Neumann's law.

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-4-7-21

REFERENCES

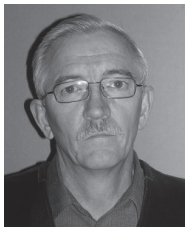
1. Koltunov S.Ya. K raschetu napryazhennogo sostoyaniya v konechnykh gelikoidal'nykh obolochkakh [Finite helicoidal shells stress condition computation]. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Mekhanika tverdogo tela – Mechanics of Solids*, 1980, no. 6, pp. 149–152. (In Russian)
2. Roitman V.M. *Inzhenernye resheniya po otsenke ognestoikosti proektiruemykh i rekonstruiruemykh zdanii* [Engineer solutions in designed and restorated construction's fire resistance estimation]. Moscow, Assotsiatsiya "Pozharnaya bezopasnost' i nauka" Publ., 2001. 382 p.
3. Muc A. Vybor peremennykh proektirovaniya pri optimizatsii posledovatel'nosti ukladki konstruktsii iz sloistykh kompozitov [Choice of design variables in the stacking sequence optimization for laminated structures]. *Mekhanika kompozitnykh materialov – Mechanics of Composite Materials*, 2016, vol. 52, no. 2, pp. 305–324. (In Russian)
4. Muc A., Ulatowska A. Design of plates with curved fiber format. *Composite Structures*, 2010, vol. 92, no. 7, pp. 1728–1733.
5. Muc A., Muc-Wersgon' M. An evolution strategy in structural optimization problems for plates and shells. *Composite Structures*, 2012, vol. 94, no. 4, pp. 1461–1470.
6. Dzhagangirov A.A. Nesushchaya sposobnost' trekhsloinoi voloknistoi kompozitnoi kol'tsevoi plastinki, zashchemlennoi po krayam [Load-carrying capacity of a fiber-reinforced annular tree-layer composite plate clamped on its external and internal contours]. *Mekhanika kompozitnykh materialov – Mechanics of Composite Materials*, 2016, vol. 52, no. 2, pp. 385–398. (In Russian)
7. Nemirovskii Yu.V., Mishchenko A.V. Dinamicheskii raschet sistemy profilirovannykh kompozitnykh sterzhnei [Composite rods with variable cross-section]. *Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred – Computational Continuum Mechanics*, 2015, vol. 8, no. 2, pp. 188–199.
8. Emel'yanov I.G., Kuznetsov A.V. Primenenie virtual'nykh elementov pri opredelenii napryazhennogo sostoyaniya obolochek vrashcheniya [Virlual elements usage in determinating shells of revolution stress condition]. *Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred – Computational Continuum Mechanics*, 2014, vol. 7, no. 1, pp. 245–252.
9. Bazhenov V.G., Pavlenkova E.V., Artem'eva A.A. Chislennoe reshenie obobshchennykh osesimmetrichnykh zadach dinamiki uprugo-plasticheskikh obolochek vrashcheniya pri bol'shikh deformatsiyakh [Elastoplastic shells of revolution dynamic general axial symmetric problems with high deformations numerical solution]. *Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred – Computational Continuum Mechanics*, 2012, vol. 5, no. 4, pp. 427–434.
10. Kireev I.V., Nemirovskii Yu.V. Konservativnyi chislennyi metod resheniya lineinykh kraevykh zadach statiki uprugikh obolochek vrashcheniya [Elastic shells of revolution linear boundary static problems conservative numeric solutions methods]. *Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred – Computational Continuum Mechanics*, 2012, vol. 5, no. 1, pp. 85–99.
11. Zalesskii V.N. [2-dimensional skew helicoid shell momentless problem]. *Dinamika i prochnost' mashin* [Engine dynamics and durability]. Khar'kov, 1974, iss. 12, pp. 88–93. (In Russian)
12. Zalesskii V.N. [2-dimensional asymptotical line helicoidal shell momentless problem]. *Dinamika i prochnost' mashin* [Engine dynamics and durability]. Khar'kov, 1966, iss. 3, pp. 10–13. (In Russian)
13. Gol'denveizer A.L. *Teoriya uprugikh tonkikh obolochek* [Elastic thin shell theory]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 512 p.

14. Aleksandrov P.V., Nemirovskii Yu.V. Napryazhennoe sostoyanie giperbolicheskoi obolochki vrashcheniya pri neodnorodnom armirovanii [Hyperboloid nonhomogenously armored shell of revolution strained state]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Stroitel'stvo i arkhitektura – News of Higher Educational Institutions. Construction and Architecture*, 1991, no. 10, pp. 27–32.
15. Kotel'nikova A.P. Raschet pologoi gelikoidal'noi obolochki, nagruzhennoi izgibayushchim momentom [Stressed with bending moment flat hyperboloid computation]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Mashinostroenie – Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 1978, no. 12, pp. 4–9.
16. O'Mathuna D. Rotationally symmetric deformations in helicoidal shells. *Journal of Mathematics and Physics*, 1963, vol. 42, pp. 85–111.
17. Abramov S.G., Mezentsev N.S, Nikolaev V.P., Popov V.D. Prochnost' pri izgibe stekloplastikov, poluchennykh namotkoi [Bending strength of glass-fiber-reinforced plastics produced by winding]. *Problemy prochnosti – Strength of Materials*, 1975, no. 10, pp. 62–64. (In Russian)
18. Nemirovskii Yu.V., Reznikov B.S. *Prochnost' elementov konstruktsii iz kompozitnykh materialov* [Composite construction element resistance]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1986. 166 p.
19. Kagan V.F. *Osnovy teorii poverkhnostei v tenzornom izlozhenii*. Ch. 1 [Surface theory bases in tensor terms. Pt. 1]. Moscow, Leningrad, OGIZ Publ., 1947. 216 p.
20. Babin A.I., Nemirovskii Yu.V. [Thermal stresses in direct current engine's collectors]. *Chislennye metody resheniya zadach teorii uprugosti i plastichnosti*: *trudy XVII mezhrespublikanskoi konferentsii* [Numerical methods in elasticity and plasticity problems: proceedings of the XVII inter-republican conference], Novosibirsk, 3–5 July 2001, pp. 12–27. (In Russian)
21. Andreev A.N. Matematicheskaya model' termouprugogo deformirovaniya sloistykh kompozitnykh obolochek i plastin [A mathematical model of thermoelastic deformation of layered composite shells and plates]. *Izvestiya Altaiskogo gosudarstvennogo universiteta – The News of Altai State University*, 2014, no. 1-1 (81), pp. 19–21. doi: 10.14258/izvasu(2014)1.1-02
22. Andreev A.N., Nemirovskii Yu.V. Chislennyi analiz napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya sloistykh obolochek vrashcheniya metodom invariantnogo pogruzheniya [Numerical analysis of rotation sandwich shells stress-strain state by invariant imbedding method]. *Izvestiya Akademii nauk Armyanskoi SSR. Mekhanika*, 1989, vol. 42, no. 1, pp. 9–19.
23. Nemirovskii Yu.V. Ob uprugo-plasticheskom povedenii armirovannogo sloya [Armored layer elastic-yelding behavior]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika – Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1969, no. 6, pp. 81–89. (In Russian)
24. Aleksandrov P.V., Nemirovskii Yu.V. Napryazhennoe sostoyanie armirovannykh gelikoidal'nykh obolochek [Armored helicoidal shells of rotation stress condition]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Stroitel'stvo i arkhitektura – News of Higher Educational Institutions. Construction and Architecture*, 1991, no. 9, pp. 18–24.
25. Yaroshenko A.R. [Axisymmetric deformation of the screw shell with a rectangular profile]. *Dinamika i prochnost' mashin* [Engine dynamics and durability]. Khar'kov, 1974, iss. 12, pp. 3–9.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Немировский Юрий Владимирович – родился в 1936 году, д-р физ.-мат. наук, профессор, главный научный сотрудник, СО РАН, Институт теоретической и прикладной механики имени С.А. Христиановича. Область научных интересов: теория пластин и оболочек, теория термоупругости и термопрочности, теория теплопроводности и тепломассопереноса в композитных конструкциях, теория пластичности ползучести, динамики тонкостенных конструкций, механика композитных материалов и конструкций, теория оптимального проектирования. Опубликовано 455 научных работ. (Адрес: 630099, Россия, Новосибирск, Морской пр-т, 44. E-mail: nemiryury@mail.ru).

Nemirovskii YuriiVladimirovich (b. 1936) – Doctor of Sciences (Phys.&Math.), professor, chief research scientist, SB RAS, Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Novosibirsk, Russia. His research interests are currently focused on the plate and shell theory, the theory of thermal elasticity and thermal resistance, the thermal conduction and heat-and-mass transfer theory in composite structures, the thin-wall structure dynamics theory, mechanics of composites, and the optimal design theory. He is the author of 455 scientific papers. (Address: 44, Morskoi Prospekt, Novosibirsk, 630099, Russia. E-mail: nemiryury@mail.ru).



Бабин Анатолий Иванович – родился в 1953 году, старший преподаватель, Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф. Горбачева. Область научных интересов: связанная задача термоупругости, теория оболочек. Опубликовано 23 научные работы. (Адрес: 650055, Россия, Кемерово, Ворошилова, 24в. E-mail: anbabin@yandex.ru).

Babin Anatoly Ivanovich (b. 1953) – senior lecturer, Kuzbass State Technical University. His research interests are currently focused on the coupled thermal elasticity theory and the shell theory. He is the author of 23 scientific papers. (Address: 24c, Voroshilova St, Kemerovo, 650055, Russia. E-mail: anbabin@yandex.ru).

Сальский Евгений Алексеевич – родился в 1989 году, аспирант, Кемеровский государственный университет. Область научных интересов: теория оболочек, механика твердого тела. Опубликовано 3 научные работы. (Адрес: 650002, Россия, Кемерово, ул. Институтская, 12. Email: e_s_@mail.ru).

Sal'skii Evgeny Alekseevich (b. 1989) – postgraduate, Kemerovo State University. His research interests are currently focused on the shell theory and solid-state mechanics. He is the author of 3 scientific papers. (Address: 12, Institutskaia St, Kemerovo, 650002, Russia. E-mail: e_s_@mail.ru).

Статья поступила 09 января 2017 г.
Received January 9, 2017

To Reference:

Nemirovskii Yu.V., Babin A.I., Sal'skii E.A. Termonapryazhennoe sostoyanie mnogosloinykh poliarmirovannykh gelikoidal'nykh obolochek [Thermo-stressed state of the helicoidal multilayer polyreinforced shells]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2016, no. 4 (33), pp. 7–21. doi: 10.17212/1727-2769-2016-4-7-21

ДОКЛАДЫ АН ВШ РФ
2016 октябрь–декабрь № 4 (33)
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 531.15;533.15;538.93

СТОХАСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕНОСА ПЛОТНЫХ ГАЗОВ

В.Я. Рудяк[1], Е.В. Лежнев[1,2]
[1]*Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет* (*Сибстрин*)
[2] *Новосибирский государственный технический университет*

Существует два метода получения информации о коэффициентах переноса газов и жидкостей: экспериментальное их измерение и молекулярное моделирование. Только для разреженного газа в простейших случаях построена кинетическая теория, которая завершает молекулярное моделирование явными формулами для коэффициентов переноса. Уже в плотном газе и в жидкости для расчета коэффициентов переноса приходится использовать метод молекулярной динамики. Метод этот требует, однако, огромных вычислительных ресурсов. Создание альтернативного менее затратного метода молекулярного моделирования поэтому весьма актуально. В данной статье предлагается стохастический метод молекулярного моделирования коэффициентов переноса в плотных газах. В основе метода лежит идея расщепления процесса движения молекул газа на свободный пролет и их столкновения. Свободный пролет молекул осуществляется в соответствии с их скоростями в данный момент времени, а столкновения разыгрываются случайным образом. Для этого сначала определяется, может данная молекула столкнуться или нет. Затем, если столкновение реализуется, то также случайным образом из оставшихся молекул системы определяется молекула, с которой данная соударяется. В результате моделирования получаются данные о координатах и импульсах всех молекул рассматриваемой системы в последовательные моменты времени. Затем, используя методы неравновесной статистической механики, по этим данным вычисляются коэффициенты переноса. Они при этом получаются усреднением соответствующих динамических переменных по ансамблю независимых фазовых траекторий. Работоспособность алгоритма продемонстрирована на примере моделирования коэффициента вязкости аргона в широком диапазоне давлений (плотностей). Показано, что точность метода растет с увеличением числа молекул в моделируемой системе и числа используемых для усреднения фазовых траекторий.

Ключевые слова: процессы переноса, плотный газ, стохастическое моделирование, молекулярное моделирование, вязкость, статистическое моделирование.

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-4-22-32

Введение

Основы моделирования процессов переноса в газах и жидкостях из первых принципов были созданы в середине прошлого столетия и завершились формулировкой полного спектра флуктуационно-диссипационных теорем, связывающих данные о динамических переменных молекул с коэффициентами переноса [1–4]. В результате появился метод молекулярной динамики, который в настоящее время применяется для решения широкого круга задач физики, химии, биологии. Этот метод, однако, не позволяет получить истинные фазовые траектории молекулярной системы (см., например, [5–7]). Причем это связано не только с погрешностями решения системы уравнений Ньютона. Истинных траекторий нельзя получить даже для системы твердых сфер, где уравнений Ньютона вообще не при-

Работа выполнена при частичном финансировании РНФ (соглашение № 14-19-00312).

© 2016 В.Я. Рудяк, Е.В. Лежнев

ходится решать [8, 9]. Вместе с тем метод молекулярной динамики дает адекватную информацию о различных интегральных характеристиках моделируемой молекулярной системы (давлении, плотности, энергии, коэффициентах переноса и т. п.). Обусловлено это тем, что такая информация получается усреднением по ансамблю фазовых траекторий системы. По этой причине для моделирования различных свойств молекулярных жидкостей и газов вполне можно применять различные имитационные методы моделирования динамики таких систем с последующим усреднением данных по ансамблю полученных фазовых траекторий.

В нашей работе [9] данная идея была реализована для моделирования коэффициентов переноса разреженного газа. Рассматривался газ твердых сфер, фазовые траектории молекул моделировались стохастически. Было показано, что даже с использованием сравнительно небольшого числа молекул удается рассчитать коэффициент вязкости разреженного газа с точностью порядка одного–двух процентов, т. е. с точностью проведения соответствующих экспериментальных измерений. В настоящей работе данный подход обобщен для моделирования процессов переноса в плотных газах твердых сфер.

1. Алгоритм имитации динамики газа Энскога

В данной работе предполагается, что молекулы газа взаимодействуют друг с другом посредством потенциала твердых сфер (см., например, [4, 8, 10, 11]). Этот потенциал широко используется для моделирования процессов переноса, и при надлежащем выборе эффективного диаметра молекул d с его помощью получаются и качественно, и количественно вполне хорошие результаты.

В предлагаемом алгоритме молекулы моделируемого газа помещаются в ячейку моделирования, которая представляет собой прямоугольный параллелепипед (куб). Для моделирования газа в объеме используются периодические граничные условия, т. е., если какая-либо молекула выходит через грань моделируемого объема с импульсом $\mathbf{p}_i$, то через его противолежащую грань входит молекула с таким же импульсом. В результате наряду с основной ячейкой учитывается эволюция и всех окружающих ее копий. В начальный момент времени молекулы распределяются равномерно по объему моделирования в соответствии с заданной числовой плотностью $n = N / V$, где N – число молекул в ячейке, а V – ее объем.

Скорости молекул $\mathbf{v}_i$ в ячейке моделирования разыгрываются согласно распределению Максвелла при заданной температуре T:

$$f_M(\vec{\mathrm{v}}_i) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m\mathbf{v}_i^2}{2kT}\right), \qquad (1)$$

где m – масса молекулы; k – постоянная Больцмана. При этом, поскольку моделируется равновесное состояние, суммарный импульс молекул системы должен быть равным нулю, а энергия соответствовать температуре. Равенство суммарного импульса нулю достигается следующим образом: генерируются скорости $\left(N - \sqrt{N}\right)$ молекул и подсчитывается их суммарный импульс. Затем полученный импульс с противоположным знаком распределяется между $\left(\sqrt{N} - 1\right)$ оставшимися молекулами, после этого подсчитывается суммарный импульс этих молекул, и он с обратным знаком присваивается оставшейся молекуле. Таким образом, удается достичь того, что суммарный импульс равен нулю и нет молекул с очень

большими скоростями. Приготовленная таким образом система в общем случае равновесной не является. Чтобы достичь равновесия, производится предварительный расчет, в результате которого распределение частиц по скоростям становится максвелловским (1).

Имитация динамики рассматриваемого разреженного газа начинается с составления списка. В начальный момент времени t все молекулы в некотором произвольном порядке вносятся в список. Это соответствует списку и в фазовом пространстве. Затем выбирается интервал времени $\tau_1 = d / \mathrm{v}_{\max}$, где $\mathrm{v}_{\max}$ – максимальная по модулю скорость молекул системы в данный момент времени. На момент времени t молекулы имеют скорости $(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, ..., \mathbf{v}_N)$ и координаты молекул $(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_N)$. Сначала обрабатываются все координаты молекул. Они смещаются в соответствии со своей текущей скоростью: $\mathbf{r}_i' = \mathbf{r}_i + \mathbf{v}_i \tau_1$. Таким образом, меняются координаты всех молекул. Затем происходит обработка столкновений молекул. Обработка ведется по списку, начиная с молекулы 1. Для того чтобы понять столкнулась ли за время τ_1 молекула 1 с какой-либо другой, генерируется случайное число, равномерно распределенное на интервале (0;1). Если оно за время τ_1 окажется меньше средней вероятности столкновения [11]

$$P_{\tau_1} = \chi \tau_1 / \tau_\lambda = 4\tau_1 n d^2 \chi \sqrt{\pi k T / m}, \qquad (2)$$

тогда для молекулы 1 случайно из (N–1) оставшихся молекул выбирается молекула j, с которой это столкновение будет реализовано. Здесь

$$\chi = \left(1 - 11\rho b / 8\right) / \left(1 - 2\rho b\right) \qquad (3)$$

– конфигурационная корреляционная функция газа Энскога [11]; $b = 2\pi\sigma^3 / (3m)$; τ_λ – среднее время свободного пробега молекул. В результате столкновения скорости молекул 1 и j меняются согласно законам упругого соударения:

$$\mathbf{v}_1' = \mathbf{v}_1 + (\mathbf{v}_{1j} \cdot \mathbf{e})\mathbf{e}, \quad \mathbf{v}_j' = \mathbf{v}_j + (\mathbf{v}_{j1} \cdot \mathbf{e})\mathbf{e},$$

где $\mathbf{v}_{j1} = (\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_1)$ – вектор относительной скорости, а $\mathbf{e}$ – единичный вектор направления от центра молекулы j к центру молекулы 1. В результате в исходном списке изменяются скорости молекул 1 и j.

В случае если генерируемое число оказалось больше средней вероятности столкновения, молекула 1 в промежутке времени τ_1 не сталкивается и ее скорость остается равной $\mathbf{v}_1$. Аналогично последовательно обрабатываются все оставшиеся (N–1) молекул данного списка. В результате формируется новый список скоростей $(\mathbf{v}_1', \mathbf{v}_2', ..., \mathbf{v}_N')$ и координат $(\mathbf{r}_1', \mathbf{r}_2', ..., \mathbf{r}_N')$ всех молекул системы.

После формирования списка на момент времени $(t + \tau_1)$ выбирается следующий интервал времени $\tau_2 = d / \mathrm{v}_{\max}$, где $\mathrm{v}_{\max}$ – максимальная по модулю скорость молекул системы в момент времени $(t + \tau_1)$ и процедура повторяется. Описанная процедура повторяется до тех пор, пока не закончится заданное время расчета t_s, которое равно $t_s = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + ... + \tau_N$. Результатом расчета является полный набор динамических переменных (координат и скоростей) всех молекул моделируемой системы в последовательные моменты времени.

2. Расчет коэффициента вязкости плотного газа

Описанный алгоритм предназначен для моделирования процессов переноса в газах. В частности, таким образом можно рассчитать коэффициенты самодиффузии, диффузии, вязкости и т. д. В данной работе для иллюстрации возможностей алгоритма представлены результаты моделирования коэффициента вязкости плотного газа. Как указывалось во введении, коэффициенты переноса при молекулярном моделировании вычисляются по динамическим переменным с помощью флуктуационно-диссипационных теорем, известных в литературе под названием формул Грина–Кубо. В частности, коэффициент вязкости определяется соотношением

$$\eta = (VkT)^{-1} \int_0^{\tau_p} \left\langle J_{xy}(s) J_{xy}(s+t) \right\rangle dt = (VkT)^{-1} \int_0^{\tau_p} \chi_\eta(s, s+t) dt \,, \qquad (4)$$

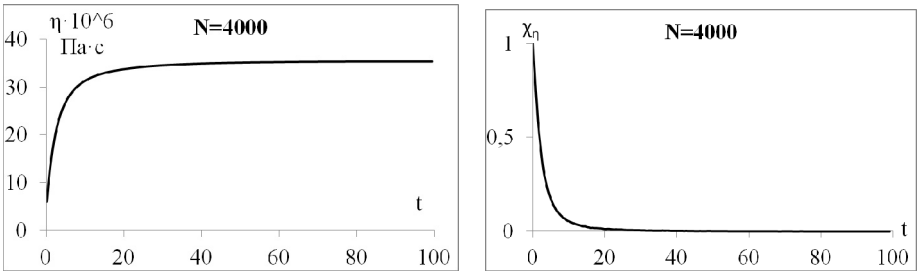
где V, T – объем и температура системы; τ_p – время выхода на платовое значение [12], а J_{xy} – xy – компонента микроскопического тензора напряжения системы. Однако прямой расчет корреляционной функции χ_η для системы твердых сфер невозможен, поскольку сила взаимодействия молекул сингулярна. Поэтому для расчета коэффициента вязкости в дальнейшем используется формула Гельфанда–Эйнштейна [13]

$$\eta(t) = \frac{m^2}{2VkTt} \left\langle \left[\sum_{i=1}^{N} \dot{x}_i(t) y_i(t) - \dot{x}_i(0) y_i(0) \right] \right\rangle^2 , \qquad (5)$$

эквивалентная (3) при $t \to \infty$. В формуле (5) $\dot{x}_i$ – x-компонента скорости молекулы i, а y_i – ее y- координата. Здесь и в (4) угловые скобки означают осреднение по ансамблю (см., например, [3, 4]). В примерах, приведенных ниже, усреднение проводилось по 1000 независимым фазовым траекториям. Время расчета одной фазовой траектории равнялось ста временам свободного пробега.

В формулах (4) и (5) коэффициент вязкости является функцией времени. Собственно значение коэффициента вязкости получается лишь при выходе этой функции на предельное платовое значение. На рис. 1, *а* для аргона при давлении 25,59 бар представлена эволюция коэффициента вязкости (4). В расчете использовалось 4000 молекул. Здесь время измеряется во временах свободного пробега молекул. Выход на платовое значение происходит на временах порядка $50\,\tau_\lambda$.

Корреляционные функции в газах затухают экспоненциально [14], причем время релаксации порядка среднего времени свободного пробега молекул τ_λ. Экспоненциально должна затухать и корреляционная функция χ_η, определяющая вязкость газа (см. формулу (4)). Эволюция этой функции для того же газа, что и на рис. 1, *а*, построенная с помощью описанного в разделе 1 алгоритма, представлена на рис. 1, *б*. Здесь непрерывная линия соответствует данным моделирования, а точками показана экспонента с временем релаксации τ_λ, время измерено во временах свободного пробега молекул. Обе кривые хорошо согласуются, таким образом, данный алгоритм дает физически вполне разумные результаты, но, конечно, необходимо их сопоставление с данными физических измерений.



а *б*

Рис. 1 – Вязкость в зависимости от времени (*а*); корреляционная функция для вязкости (*б*)

Fig. 1 – The dependence of viscosity from time (*a*); the correlation function of viscosity (*b*)

В табл. 1 приведены данные моделирования коэффициента вязкости аргона при температуре 523 К и различных давлениях. Диаметр молекул аргона был определен на основе данных по вязкости для разреженного газа [15] и равнялся 0,335 нм. В таблице 1 η_e соответствует экспериментальным значениям [15], η – значениям, полученным предлагаемым алгоритмом. В последней строке приводится относительная погрешность моделирования Δ. В представленных расчетах использовалось 3200 молекул.

Таблица 1 / Table 1

Сопоставление данных моделирования коэффициента вязкости газов с экспериментальными для газа Энскога

A comparison of the simulation data of the gases viscosity with the experimental ones for the Enskog gas

P, бар	25,59	50,10	99,14	148,2
$\eta \cdot 10^6$, Па·с	35,51	37,31	38,39	40,75
$\eta_e \cdot 10^6$, Па·с	34,94	35,27	36,11	36,98
Δ, %	1,62	5,79	6,32	10,19

Приведенные данные показывают, что коэффициенты вязкости для газа Энскога с ростом давления моделируются все менее точно. Приемлемая точность получается примерно до 100 атмосфер. Однако точность с ростом плотности газа падает. Следует отметить, что практически с такой же точностью применима для вычисления коэффициентов переноса и теория Энскога [16]. Одной из главных причин, по которой теория Энскога применима фактически лишь для умеренно плотного газа, является то, что поправки по плотности к уравнению состояния и коэффициентам переноса определяются конфигурационной корреляционной функцией (3), которая была построена Энскогом феноменологически из простых геометрических соображений (см. [4]). Эта функция не описывает реальных корреляций, имеющих место в плотном газе. На практике поэтому вместо функции (3) используют различные феноменологические или полуфеноменологические корреляции. Одной из лучших корреляций такого рода является функция Карнахана–Старлинга [17]

$$\chi_{CS} = 1 + (4\xi - 2\xi^2)/(1-\xi)^3 , \qquad (6)$$

с помощью которой удается достаточно точно описать уравнение состояния газа твердых сфер при достаточно высоких плотностях. Здесь $\xi = \pi n d^3 / (6V)$.

Следуя этой идее, будем оценивать среднюю вероятность соударения молекул соотношением (сравни с (2))

$$P_{\tau_i} = 4\tau_i n d^2 \chi_{\mathrm{CS}} \sqrt{\pi kT / m} \,. \tag{7}$$

Полученные с использованием (7) данные расчета коэффициента вязкости для аргона при тех же условиях, что и раньше, сведены в табл. 2. Здесь в предпоследней строке приведены для сравнения данные теории Энскога [11], а в последней – ошибки, получаемые по этой теории. В расчетах снова использовалось 3200 молекул. До ста пятидесяти атмосфер точность вполне неплохая, хотя затем падает. Однако даже при очень высокой плотности (последний столбец в табл. 2) точность моделирования оказывается в два с половиной раза выше точности теории Энскога. Стоит отметить, что приведенные в этой таблице данные моделирования получены при использовании сравнительно небольшого числа частиц. Точность моделирования, однако, можно повысить, используя большее число молекул (см. следующий раздел).

Таблица 2 / Table 2

Сопоставление данных моделирования коэффициента вязкости газов с экспериментальными для газа Карнахана–Старлинга

A comparison of the simulation data of the viscosity of gases with the experimental for Carnahan-Starling gas

P, бар	25,59	50,10	99,14	148,2	581,4
$\eta \cdot 10^6$, Па·с	35,72	36,39	37,54	38,45	41,94
$\eta_e \cdot 10^6$, Па·с	34,94	35,27	36,11	36,98	46,97
Δ, %	2,24	3,16	3,97	1,40	10,37
$\eta_E \cdot 10^6$, Па·с	34,38	34,38	34,38	34,38	34,38
Δ, %	1,60	2,52	4,79	7,03	26,80

3. О точности имитационного метода

Данные расчета коэффициента вязкости, приведенные в предыдущем разделе, вполне обнадеживающие. Однако работоспособность любого молекулярного метода моделирования определяется, в частности, зависимостью получаемых результатов от числа частиц и статистики (числа фазовых траекторий, по которым производится усреднение данных). Чтобы оценить зависимость точности расчета коэффициента вязкости от числа траекторий l и числа частиц N, были проведены тестовые расчеты коэффициента вязкости при 25,59 атм. Использовалось 2000, 4000 и 8000 молекул. Каждый из этих вариантов расчетов выполнялся при l =1000, 2000, 4000 и 8000. Полученные данные сведены в табл. 3.

Анализ данных табл. 3 позволяет сделать два вывода. Во-первых, точность моделирования существенно увеличивается с ростом числа фазовых траекторий, по которым проводится усреднение. Эта точность хорошо описывается функцией $\Delta = 31{,}39/\sqrt{l}$ и, таким образом, этот вывод вполне согласуется с известными теоретическими представлениями.

Таблица 3 / Table 3

Зависимость точности от числа траекторий N_l и числа частиц N_p

The dependence of accuracy of number of trajectories N_l and number of particles N_p

l	N			
	1000	2000	4000	8000
2000	2,03	1,57	1,25	0,94
4000	1,32	1,16	0,99	0,87
8000	1,13	0,92	0,82	0,62

Точность моделирования растет и с увеличением числа частиц. Этот рост, однако, также не линеен. Можно показать, что $\Delta \sim 1/N^{\alpha}$, где $\alpha < 1$. В частности, это означает, что, начиная с некоторого числа частиц, точность моделирования практически не будет возрастать. Кроме того, ясно, что повышение точности моделирования увеличением числа частиц, начиная с некоторого N, просто трудно реализуемо из-за появления существенных проблем с оперативной памятью и необходимостью хранения огромного массива данных. С этой точки зрения обнадеживающим является то обстоятельство, что, как свидетельствуют данные табл. 3, число частиц можно «разменивать» на статистику. Точность расчетов при одинаковом произведении lN практически одна и та же. Таким образом, точность расчетов можно увеличивать либо за счет увеличения числа используемых молекул, либо за счет увеличения числа траекторий. Так как траектории независимы, то их расчет легко распараллелить.

Заключение

Предлагаемый в данной статье алгоритм является обобщением алгоритма, развитого в [10] для разреженного газа. Приведенные данные свидетельствуют о том, что с его помощью вполне хорошо можно моделировать коэффициенты переноса плотного газа. Адекватность алгоритма зависит от того, насколько хорошо удается смоделировать соударения молекул. И здесь принципиальным пунктом является физически правильный выбор средней частоты их соударения. Для этой цели естественно использовать соображения кинетической теории газов, что и делается в настоящей работе. Однако хороших результатов удается достичь лишь с использование полуэмпирической корреляции Карнахана–Старлинга [17].

Кроме того, стоит отметить, что представленный алгоритм чрезвычайно прост в реализации и менее трудоемок для вычисления по сравнению с методом молекулярной динамики. Он и менее затратный по необходимому для моделирования числу частиц. При применении метода молекулярной динамики достаточно высокая точность моделирования коэффициентов переноса достигается лишь при использовании десятков тысяч молекул [12]. Развиваемый здесь имитационный метод требует, по крайней мере, на порядок меньше частиц.

Другим преимуществом алгоритма является то, что его достаточно просто обобщить для смесей газов и для описания газовзвесей, в частности наногазовзвесей. Конечно, в ряде случаев для описания процессов переноса вместо потенциала твердых сфер следует использовать реальные потенциалы взаимодействия молекул. Для разреженного газа это сделать легко. Для плотного газа реализовать это значительно сложнее, поскольку необходимо моделировать многочастичные

соударения. Однако это можно сделать в парадигме модельного кинетического уравнения типа Энскога для плотных газов с реальными потенциалами взаимодействия [4, 18]. Помимо этого данный алгоритм вполне можно обобщить и для описания неравновесных состояний газа.

Важнейшим показателем адекватности расчета коэффициентов переноса является их выход на платовые значения. К сожалению, при использовании метода молекулярной динамики это в известных в литературе работах обычно не отслеживается. В частности, по той причине, что это время в конденсированных системах может составлять сотни времен свободного пробега молекул. Время же расчета одной фазовой траектории должно быть больше времени выхода на платовое значение. Здесь следует также иметь в виду, что при использовании различного числа частиц в общем случае будут получаться и разные платовые значения. И только, начиная с некоторых значений числа используемых в моделировании молекул, эти значения перестают различаться.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Green H.S.** Theories of transport in fluids // Journal of Mathematical Physics. – 1961. – Vol. 2, N 3. – P. 344–348.
2. **McLennan J.A.** The formal statistical theory of transport processes // Advances in Chemical Physics. – 1963. – Vol. 5. – P. 261–317.
3. **Зубарев Д.Н.** Неравновесная статистическая термодинамика. – М.: Наука, 1971. – 415 с.
4. **Рудяк В.Я.** Статистическая теория диссипативных процессов в газах и жидкостях. – Новосибирск: Наука, 1987. – 272 с.
5. **Норман Г.Э., Стегайлов В.В.** Стохастические свойства молекулярно-динамической ленард-джонсовской системы в равновесном и неравновесном состояниях // ЖЭТФ. – 2001. – Т. 119. – С. 1011–1020.
6. **Norman G.E., Stegailov V.V.** Stochastic and dynamic properties of molecular dynamics systems: simple liquids, plasma and electrolytes, polymers // Computer Physics Communications. – 2002. – Vol. 147. – P. 678–683.
7. **Норман Г.Э., Стегайлов В.В.** Стохастическая теория метода классической молекулярной динамики // Математическое моделирование. – 2012. – Т. 24, № 6. – С. 3–44.
8. **Рудяк В.Я., Иванов Д.А.** Компьютерное моделирование динамики конечного числа взаимодействующих частиц // Доклады АН ВШ РФ. – 2003. – № 1. – С. 30–38.
9. **Рудяк В.Я., Иванов Д.А.** Динамические и стохастические свойства открытой системы конечного числа упруго взаимодействующих частиц // Труды НГАСУ. – 2004. – Т. 7, № 3 (30). – С. 47–58.
10. **Рудяк В.Я., Лежнев Е.В.** Стохастическое моделирование вязкости разреженных газов // Доклады АН ВШ РФ. – 2015. – № 3 (28). – С. 99–108.
11. **Чепмен С., Каулинг Е.** Математическая теория неоднородных газов. – М.: Госиноиздат, 1960. – 510 с.
12. Моделирование процессов переноса на основе метода молекулярной динамики. Коэффициент самодиффузии / В.Я. Рудяк, А.А. Белкин, Д.А. Иванов, В.В. Егоров // Теплофизика высоких температур. – 2008. – Т. 46, № 1. – С. 35–44.
13. **Helfand E.** Transport coefficients from dissipation in canonical ensemble. Theory of molecular friction constant // Physical Review. – 1960. – Vol. 119, iss. 1. – P. 1–9. – doi: 10.1103/PhysRev.119.1.
14. **Рудяк В.Я.** Статистическая аэрогидромеханика гомогенных и гетерогенных сред. Т. 2. Гидромеханика. – Новосибирск: НГАСУ, 2005. – 468 с.
15. Теплофизические свойства неона, аргона, криптона и ксенона / В.А. Рабинович, А.А. Вассерман, В.И. Недоступ, Л.С. Векслер; под ред. В.А. Рабиновича. – Изд-во стандартов, 1976. – 636 с.
16. **Ferziger J.H., Kaper H.G**. Mathematical theory of transport processes in gases. – Amsterdam: North-Holland Publ., 1972. – 428 p.

17. **Carnahan H.F., Starling K.E.** Equation of state for non-attracting rigid spheres // Journal of Chemical Physics. – 1969. – Vol. 51. – P. 635–636.
18. **Рудяк В.Я**. О выводе кинетического уравнения типа Энскога для плотного газа // Теплофизика высоких температур. – 1985. – Т. 23, № 2. – С. 268–272.

STOCHASTIC SIMULATION OF TRANSPORT COEFFICIENTS OF DENSE GASES

Rudyak V.Ya. [1], Lezhnev E.V. [1,2]
[1]*Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering, Novosibirsk, Russia*
[2]*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

There are two methods for obtaining information on the transfer coefficients of gases and liquids, namely experimental measurement and molecular modeling. The kinetic theory has explicit formulas for transport coefficients only for a dilute gas in the simplest cases. The method of molecular dynamics has to be used to calculate transport coefficients in dense gases and fluid. This method, however, requires enormous computing resources. Creating an alternative less costly method of molecular modeling is very important. In this paper we propose a stochastic method of molecular modeling of transport coefficients in dense gases. The method is based on the idea of splitting the movement of gas molecules in the process of free shift and impact. Free shift of molecules is carried out depending on their speeds at a given time, and collisions run randomly. To do this it is first necessary to determine whether the molecule can collide or not. If a collision is realized, a random molecule with which it collides is selected from the remaining ones. As a result of simulation data on the coordinates and impulses of all the molecules of the system at successive times is obtained. Then, using methods of non-equilibrium statistical mechanics, transport coefficients are calculated based on this data. They are obtained by averaging the dynamical variables ensemble of independent phase trajectories. The efficiency of the algorithm is demonstrated by modeling of the argon viscosity coefficient in a wide range of pressures (densities). It is shown that the accuracy of the method increases when the number of molecules and the number f phase trajectories used for averaging in the simulated system increases.

Keywords: transport processes, dense gas, stochastic simulation, molecular modeling, viscosity, statistical simulation.

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-4-22-32

REFERENCES

1. Green H.S. Theories of transport in fluids. *Journal of Mathematical Physics*, 1961, vol. 2, no. 3, pp. 344–348.
2. McLennan J.A. The formal statistical theory of transport processes. *Advances in Chemical Physics*, 1963, vol. 5, pp. 261–317.
3. Zubarev D.N. *Neravnovesnaya statisticheskaya termodinamika* [Nonequilibrium statistical thermodynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1971. 415 p.
4. Rudyak V.Ya. *Statisticheskaya teoriya dissipativnykh protsessov v gazakh i zhidkostyakh* [Statistical theory of dissipative processes in gases and liquids]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1987. 272 p.
5. Norman G.E., Stegailov V.V. Stokhasticheskie svoistva molekulyarno-dinamicheskoi lenard-dzhonsovskoi sistemy v ravnovesnom i neravnovesnom sostoyaniyakh [Stochastic properties of molecular dynamics Lennard-Jones system in equilibrium and nonequilibrium conditions]. *Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki – Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 2001, vol. 119, pp. 1011–1020. (In Russian)
6. Norman G.E., Stegailov V.V. Stochastic and dynamic properties of molecular dynamics systems: simple liquids, plasma and electrolytes, polymers. *Computer Physics Communications*, 2002, vol. 147, pp. 678–683.
7. Norman G.E., Stegailov V.V. Stokhasticheskaya teoriya metoda klassicheskoi molekulyarnoi dinamiki [Stochastic theory of classical molecular dynamics method]. *Matematicheskoe*

modelirovanie – Mathematical Models and Computer Simulations, 2012, vol. 24, no. 6, pp. 3–44. (In Russian)

8. Rudyak V.Ya., Ivanov D.A. Komp'yuternoe modelirovanie dinamiki konechnogo chisla vzaimodeistvuyushchikh chastits [Computer simulation of the dynamics of a finite number of interacting particles]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2003, no. 1, pp. 30–38.
9. Rudyak V.Ya., Ivanov D.A. Dinamicheskie i stokhasticheskie svoistva otkrytoi sistemy konechnogo chisla uprugo vzaimodeistvuiushchikh chastits [Dynamic and stochastic properties of an open system of a finite number of elastically interacting particles]. *Trudy NGASU – Proceedings NSUACE*, 2004, vol. 7, no. 3 (30), pp. 47–58.
10. Rudyak V.Ya., Lezhnev E.V. Stokhasticheskoe modelirovanie vyazkosti razrezhennykh gazov [Statistical simulation of rarefied gas viscosity]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2015, no. 3 (28), pp. 99–108.
11. Chapman S., Cowling T.G. *The mathematical theory of non-uniform gases. An account of the kinetic theory of viscosity, thermal conduction, and diffusion in gases*. Cambridge, Cambridge University Press, 1952. 506 p. (Russ. ed.: Chepmen S., Kauling T.D. *Matematicheskaya teoriya neodnorodnykh gazov*. Translated from English E.V. Malinovskaya. Moscow, Gosinoizdat Publ., 1960. 510 p.).
12. Rudyak V.Ya., Belkin A.A., Ivanov D.A., Egorov V.V. The simulation of transport processes using the method of molecular dynamics. Self-diffusion coefficient. *High Temperature*, 2008, vol. 46, no. 1, pp. 30–39. doi: 10.1134/s10740-008-1006-1. Translated from *Teplofizika vysokikh temperatur*, 2008, vol. 46, no. 1, pp. 35–44.
13. Helfand E. Transport coefficients from dissipation in canonical ensemble. Theory of molecular friction constant. *Physical Review*, 1960, vol. 119, iss. 1, pp. 1–9. doi: 10.1103/PhysRev.119.1
14. Rudyak V.Ya. *Statisticheskaya aerogidromekhanika gomogennykh i geterogennykh sred.* T. 2. *Gidromekhanika* [Statistical aerohydrodynamics homogeneous and heterogeneous environments. Vol. 2. Hydromechanics]. Novosibirsk, NGASU Publ., 2005. 468 p.
15. Rabinovich V.A., Vasserman A.A., Nedostup V.I., Veksler L.S. *Teplofizicheskie svoistva neona, argona, kriptona i ksenona* [Thermophysical properties of neon, argon, krypton and xenon]. Ed. by V.A. Rabinovich. Moscow, Izdatel'stvo standartov Publ., 1976. 636 p.
16. Ferziger J.H., Kaper H.G. *Mathematical theory of transport processes in gases*. Amsterdam, North-Holland Publ., 1972. 428 p.
17. Carnahan H.F., Starling K.E. Equation of state for non-attracting rigid spheres. *Journal of Chemical Physics*, 1969, vol. 51, pp. 635–636.
18. Rudyak V.Ya. Derivation of a kinetic equation of the Enskog type for a dense gas. *High Temperature*, 1985, vol. 23, no. 2, pp. 215–219. Translated from *Teplofizika vysokikh temperatur*, 1985, vol. 23, no. 2, pp. 268–272.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Рудяк Валерий Яковлевич – родился в 1945 году, д-р физ.-мат. наук, профессор, заслуженный работник высшей школы РФ, действительный член МАН ВШ, действительный член Американского нанообщества (American Nano Society), заведующий кафедрой теоретической механики НГАСУ(Сибстрин). Основные научные направления исследований: неравновесная статистическая механика, кинетическая теория газов, теплофизика процессов переноса, физика наножидкостей, гидромеханика, ламинарно-турбулентный переход, математическое моделирование. Имеет более 500 публикаций, в том числе 6 монографий. 630008, г. Новосибирск, Ленинградская, 113. E-mail: valery.rudyak@mail.ru.

Rudyak Valerii Iakovlevich (b. 1945) – Doctor of Science (Phys.&Math.), professor, Honored Worker of Higher School of Russia, member of the MAS HS, member of the American Nano Society, head of the Department of Theoretical Mechanics, NGASU (Sibstrin). His research interests are currently

focused on: non-equilibrium statistical mechanics, kinetic theory of gases, thermal transfer processes, nanofluids physics, fluid mechanics, laminar-turbulent transition, and mathematical modeling. He is the author of more than 500 publications, including 6 monographs. (Address: 113, Leningradskaya St., Novosibirsk, 630008, Russia. E-mail: valery.rudyak@mail.ru).

Лежнев Евгений Васильевич – родился в 1976 году, канд. техн. наук, доцент кафедры высшей математики НГТУ. Основное научное направление исследований: моделирование процессов переноса. Имеет 10 публикаций. 630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. E-mail: lionlev@yandex.ru.

Lezhnev Evgenii Vassil'evich (b. 1976) – Candidate of Sciences (Eng.), assistant professor of higher mathematics, NSTU. His research interests are currently focused on: modeling of transport processes. He is the author of 9 scientific publications. (Address: 20 Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: lionlev@yandex.ru).

Статья поступила 27 июня 2016 г.
Received June 27, 2016

To Reference:

Rudyak V.Ya., Lezhnev E.V. Stokhasticheskoe modelirovanie koeffitsientov perenosa plotnykh gazov [Stochastic simulation of the transport coefficients of dense gases]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2016, no. 4(33), pp. 22–32. doi: 10.17212/1727-2769-2016-4-22-32

ДОКЛАДЫ АН ВШ РФ
2016 октябрь–декабрь № 4 (33)
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 539.422.5

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ НАНОДИСПЕРСНОГО ПОРОШКА ДИОКСИДА ЦИРКОНИЯ ДЛЯ УПРОЧНЕНИЯ АЛЮМООКСИДНОЙ КЕРАМИКИ

Н.С. Стукачева, С.В. Веселов, Н.Ю. Черкасова, Р.И. Кузьмин, Н.А. Неупокоев, А.В. Фелофьянова
Новосибирский государственный технический университет

В статье приведены результаты исследования алюмооксидной керамики с упрочняющей добавкой диоксида циркония различной дисперсности. В качестве добавки использовали субмикронный и нанодисперсный порошок ZrO_2. Нанодисперсный порошок ZrO_2 тетрагональной модификации был получен методом осаждения из раствора с использованием $ZrOCl_2 \cdot 8H_2O$ в качестве прекурсора и последующей термической обработкой. Для подготовки нанопорошка тетрагональной кристаллической модификации температура окисления осадка составляла 450 °С. Размер частиц синтезированного порошкового материала составлял 5…10 нм. В качестве технологии подготовки керамических образцов использовали метод изостатического формования гранулированного порошка с последующим свободным спеканием. На основании данных микроструктурных исследований керамических материалов показано, что замена субмикронного порошка ZrO_2 наноразмерным позволяет уменьшить размер зерен оксида алюминия с ≈ 2 мкм до ≈ 1 мкм. Формирование мелкозернистой структуры керамики оказывает положительное влияние на прочность материала при изгибе. Установлено, что использование наноразмерного порошка упрочняющей добавки позволяет повысить предел прочности алюмооксидного керамического материала при изгибе с 550 до 730 МПа. На основании результатов рентгенофазового анализа было показано, что введение более высокодисперсной добавки ZrO_2 позволяет увеличить долю тетрагональной модификации в спеченных образцах. Авторами предполагается, что при использовании наноразмерного ZrO_2 эффективность трансформационного упрочнения керамического материала повышается.

Ключевые слова: трансформационное упрочнение, метод осаждения, нанодисперсные добавки, диоксид циркония, алюмооксидная керамика, прочностные испытания.

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-4-33-42

Введение

Одним из направлений развития современного материаловедения является разработка высокопрочной керамики. Среди существующих способов повышения прочности керамики при изгибе наиболее эффективные связаны с изменением химического (легирование) и фазового (дисперсное упрочнение) состава материала, а также с применением современных технологических решений производства. Выбор способа в значительной степени определяется ограничениями области эксплуатации керамического материала.

При разработке керамических материалов медицинского назначения возможности легирования существенно ограничены как по типу используемых добавок, так и по их содержанию. Указанные в стандартах ограничения связаны с обеспе-

Работа выполнена в Новосибирском государственном техническом университете при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках реализации комплексного проекта по созданию высокотехнологичного производства (договор № 02.G25.31.0144 от 01.12.2015).

© 2016 Н.С. Стукачева, С.В. Веселов, Н.Ю. Черкасова, Р.И. Кузьмин, Н.А. Неупокоев, А.В. Фелофьянова

чением биологической совместимости материала с тканями человеческого организма. В то же время при разработке алюмооксидной керамики для элементов эндопротезов суставов хорошо зарекомендовал себя метод дисперсного упрочнения частицами диоксида циркония, являющимися биосовместимым материалом. Частицы ZrO_2, располагаясь по границам зерен Al_2O_3, обеспечивают сдерживание роста зерен матрицы на этапе спекания, что приводит к повышению прочности керамики при изгибе более чем в 2 раза [1].

Использование добавки диоксида циркония в алюмооксидной матрице позволяет также реализовать эффект трансформационного упрочнения [2, 3]. Данный эффект связан с фазовым переходом метастабильной при комнатной температуре тетрагональной кристаллической модификации ZrO_2 в стабильную моноклинную фазу, сопровождающийся увеличением объема. Увеличение объема частиц ZrO_2 способствует торможению трещины в керамическом материале в процессе ее распространения. Стабилизацию тетрагональной кристаллической решетки частиц возможно обеспечить как присутствием сжимающих напряжений керамической алюмооксидной матрицы, так и путем уменьшения размеров частиц.

Одним из недостатков диоксида циркония является его низкая твердость, которая коррелирует с показателями износостойкости материала. В связи с этим при разработке керамики для пары трения эндопротезов суставов использование большой объемной доли рассматриваемой добавки нецелесообразно. Наиболее перспективным направлением разработки керамики пары трения является использование нанодисперсных порошков диоксида циркония, что позволяет в условиях ограниченной объемной доли обеспечить максимально полное распределение добавки по границам зерен оксида алюминия и тем самым эффективно сдерживать их рост в процессе спекания.

1. Постановка задачи

Цель данной работы заключается в оценке эффективности использования наноразмерной фракции порошкового материала (ZrO_2) для повышения механических характеристик алюмооксидной керамики. Для достижения этой цели были поставлены следующие задачи:

– синтезировать порошок ZrO_2 с наноразмерным фракционным составом;

– подготовить образцы керамического материала, содержащие синтезированный порошок и произвести их анализ;

– получить керамический материал с применением субмикронного порошка ZrO_2 и произвести сравнительный анализ.

2. Методика эксперимента

Для проведения исследований были подготовлены две серии керамических образцов на основе Al_2O_3, содержащие упрочняющую добавку ZrO_2. В качестве матричного материала выступал субмикронный порошок оксида алюминия марки CT 3000 GS (Almatis) ромбоэдрической кристаллической модификации. В качестве упрочняющей добавки в образцах первой серии использовали порошок диоксида циркония моноклинной модификации марки ЦРО-К (ГОСТ 21907–76). Средний размер частиц промышленного ZrO_2 после диспергирования составлял $\approx$ 0,5 мкм, что позволяет охарактеризовать данную добавку как субмикронный порошковый материал. Для подготовки образцов второй серии использовали синтезированный нанодисперсный порошок ZrO_2. Количество упрочняющей фазы составляло 20 и 15 вес. % для образцов первой и второй серий соответственно.

В качестве прекурсора для синтеза наноразмерных частиц диоксида циркония использовали кристаллогидрат оксихлорида циркония $ZrOCl_2 \cdot 8H_2O$ (ТУ 6-00-3677–74). На первом этапе синтеза был подготовлен 1М раствор $ZrOCl_2 \cdot 8H_2O$ в дистиллированной воде. Методом капельного введения 25 % водного раствора аммиака в раствор соли был получен осадок, вакуумную фильтрацию которого производили с применением фильтра «Белая лента». Для обезвоживания и полного удаления ионов хлора отфильтрованный осадок подвергали пятнадцатикратной промывке в изопропиловом спирте в соотношении к продукту 4:1. Сушку продукта производили в сушильном шкафу WOV-30 (DAIHAN Scientific) при температуре 80 ºС в течение 6 часов. Окончательную термическую обработку продукта осуществляли в воздушной атмосфере камерной печи SNOL 7.2/1100 при температуре 450…600 ºС.

Образцы алюмоциркониевой керамики подготавливали в соответствии с технологическими режимами, подробно представленными в работах [4–7]. Фазовый состав спеченных образцов определяли по результатам дифрактометрического анализа. Рентгенограммы образцов были зарегистрированы на θ – θ дифрактометре ARL X'TRA с применением медной рентгеновской трубки (напряжение 40 кВ, ток 40 мА). Микроструктурные исследования проводили на растровом электронном микроскопе CarlZeiss EVO 50. Для выявления микроструктуры перед анализом производили термическое травление при температуре на 100 ºС ниже температуры спекания с выдержкой в течение одного часа. Предел прочности образцов обеих серий определяли по схеме трехточечного нагружения в соответствии с ГОСТ 24409–80. Испытания по оценке прочности проводили на универсальном испытательном комплексе Instron 3369.

3. Результаты и обсуждение

Для выявления влияния дисперсности исходных порошковых компонентов на формирование структуры и свойств керамического материала был синтезирован наноразмерный порошок ZrO_2. Фотография синтезированного порошка представлена на рис. 1. Видно, что размер частиц составляет около 5…10 нанометров. При этом, как и свойственно высокодисперсным порошковым материалам, частицы стремятся понизить большую поверхностную энергию за счет агрегации. Размеры агрегатов достигают ≈ 60 нм.

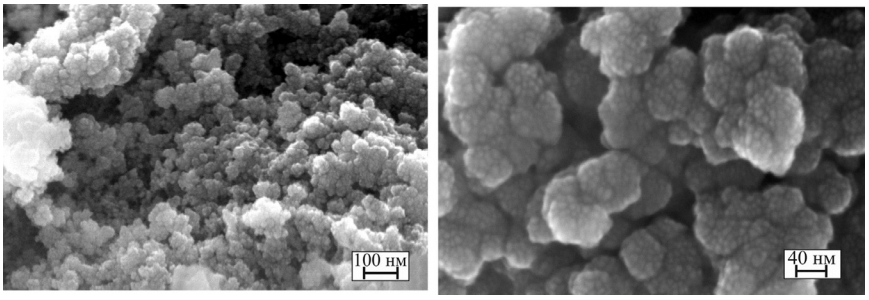


Рис. 1 – Изображение синтезированного порошкового материала

Fig. 1 – The image of synthesized powder material

О наличии наноразмерных частиц диоксида циркония свидетельствуют также результаты рентгенофазового анализа (рис. 2) синтезированного материала. Авторами работы [8] отмечается, что тетрагональная модификация ZrO_2 сохраняется при размере кристаллитов до 30 нм. Учитывая, что при синтезе диоксида цирко-

ния не использовали стабилизирующие легирующие добавки, преобладание в составе материала, синтезированного при температуре 450 ºС, тетрагональной модификации ZrO_2 (около 95 вес. %) свидетельствует о том, что кристаллиты порошка имеют нанометровый размер. При повышении температуры синтеза до 600 ºС в связи с ростом кристаллитов стабилизирующий эффект за счет размерности снижается и доля моноклинной модификации увеличивается до 30 %.

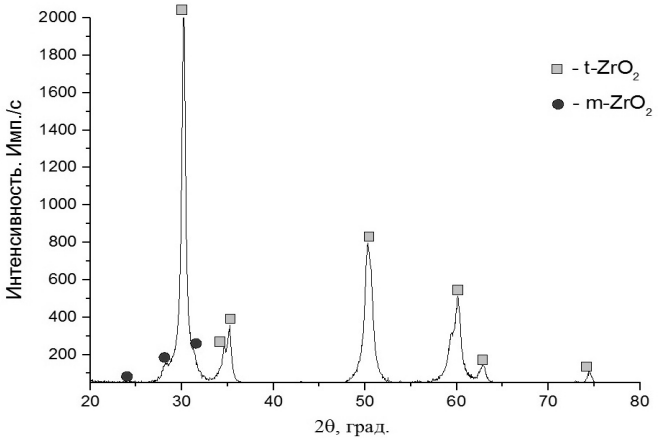


Рис. 2 – Фазовый состав синтезированной добавки ZrO_2

Fig. 2 – The phase composition of the synthesized ZrO_2 additive

Синтезированный при 450 ºС диоксид циркония использовался в качестве упрочняющей добавки для получения алюмооксидного керамического материала. Эффективность применения наноразмерного диоксида циркония наблюдается, в первую очередь, в повышении механических характеристик керамического материала. По результатам эксперимента установлено, что применение наноразмерного диоксида циркония даже при меньшем содержании второй фазы способствует повышению предела прочности керамики при трехточечном изгибе до 730 МПа. В то время как использование субмикронного порошка позволяет получить керамический материал с пределом прочности около 550 МПа. Нами предполагается, что рост прочности связан с уменьшением среднего размера зерна керамики.

Согласно литературным данным применение диоксида циркония в качестве упрочняющей добавки позволяет сдерживать диффузионные процессы на границах зерен оксида алюминия, препятствуя их росту во время спекания. На рис. 3 приведена фотография микроструктуры керамики, полученной с использованием нанодисперсного порошка второй фазы. Установлено, что при использовании в качестве упрочняющей добавки нанодисперсного материала наблюдается равномерное распределение зерен второй фазы, которые окружают практически каждое зерно Al_2O_3 (выделенная область). Добиться аналогичного эффекта при использовании упрочняющих частиц субмикронного размера не удается. Таким образом, для образцов второй серии средний размер зерен алюмооксидной матрицы составляет 1 мкм, а средний размер частиц упрочняющей добавки ZrO_2 – 0,2 мкм (рис. 4, *а*). В то же время при использовании более крупных частиц второй фазы (образцы первой серии) средний размер зерен оксида алюминия составляет порядка 2 мкм, а диоксида циркония – 0,4 мкм (рис. 4, *б*). Отдельно следует отметить, что выбранная в работе технология подготовки суспензии позволила обес-

печить гомогенное распределение компонентов во всем объеме материала как в случае применения синтезированного нанодисперсного порошка, так и в случае использования субмикронного порошка.

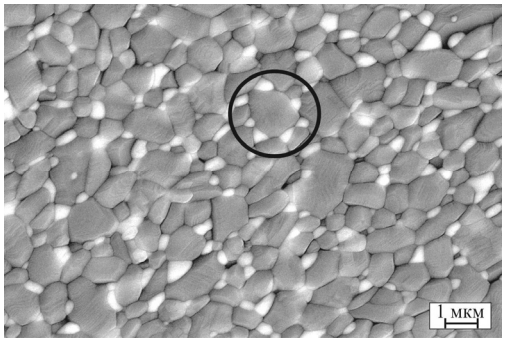


Рис. 3 – Распределение нанодисперсных частиц второй фазы в структуре алюмоциркониевой керамики

Fig. 3 – The distribution of nanoscaled second phase particles in the ZTA ceramic structure

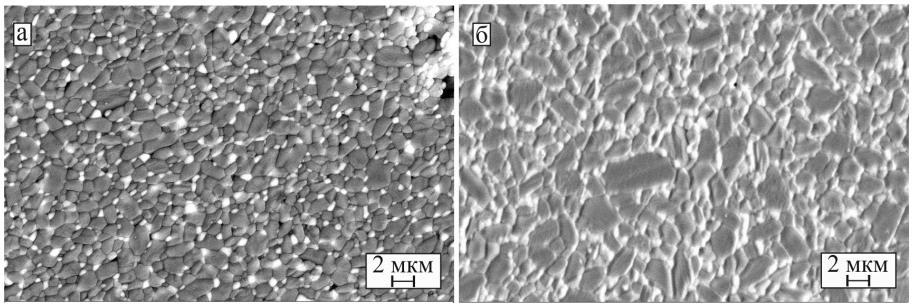


Рис. 4 – Микроструктура алюмоциркониевой керамики с синтезированным нанодисперсным ZrO_2 (*а*) и субмикронным ZrO_2 (*б*)

Fig. 4 – The microstructure of ZTA ceramics with synthesized nanodispersed ZrO_2 (*a*) and submicron ZrO_2 (*b*)

Таким образом, на основании результатов микроструктурных исследований можно сделать вывод, что при использовании в качестве упрочняющей добавки более высокодисперсного материала эффективность механизма сдерживания роста зерен повышается.

Другим преимуществом керамического материала, полученного с применением нанодисперсного ZrO_2, является его фазовый состав. Из литературы известно, что для упрочнения керамики целесообразно использовать метастабильную тетрагональную модификацию ZrO_2 [2], реализующую так называемое трансформационное упрочнение. Анализ рентгенограмм спеченных керамических материалов показал, что в образцах обеих серий присутствуют рефлексы оксида алюминия альфа-модификации, а также тетрагонального и моноклинного диоксида циркония. Фазовый состав образцов представлен в таблице.

В спеченной керамике наличие тетрагональной модификации ZrO_2 обусловлено уже не размерным эффектом, в отличие от синтезированного наноразмерного

порошка, а действием сжимающих напряжений алюмооксидной матрицы [2]. Согласно фазовому анализу содержание тетрагональной модификации диоксида циркония в спеченной керамике составляет 32 и 55 % для образцов первой и второй серий соответственно. Эти результаты согласуются с работой [9]. Авторами данной работы отмечается, что эффективность стабилизации тетрагональной модификации ZrO_2 с использованием сжимающих напряжений керамической матрицы зависит от размера частиц второй фазы. А именно с уменьшением размера частиц диоксида циркония количество тетрагональной фазы в образцах увеличивается. Таким образом, можно предположить, что при использовании наноразмерного ZrO_2 эффективность трансформационного упрочнения керамического материала повышается.

Фазовый состав спеченной керамики

The phase composition of the sintered ceramic

№ серии	Количество фазы, вес. %		
	α-Al_2O_3	t-ZrO_2	m-ZrO_2
1	79,2	6,7	14,1
2	86,0	7,7	6,3

Заключение

Методом осаждения из раствора с использованием $ZrOCl_2 \cdot 8H_2O$ в качестве прекурсора был получен порошок ZrO_2. Согласно результатам рентгенофазового анализа и данным растровой электронной микроскопии было показано, что средний размер частиц синтезированного материала составляет 5…10 нм.

Использование синтезированного наноразмерного порошка ZrO_2 в качестве упрочняющей добавки для алюмооксидной керамики позволяет существенно уменьшить средний размер зерна спеченных образцов. Установлено, что замена субмикронного порошка синтезированным нанодисперсным материалом приводит к снижению размеров зерен Al_2O_3 с ≈ 2 мкм до ≈ 1 мкм.

Измельчение микроструктуры положительно отражается на механических свойствах материала. Показано, что использование нанопорошка позволило получить керамику с прочностью при изгибе до 730 МПа. В то же время прочность керамического материала, полученного по аналогичной технологии с применением субмикронного ZrO_2, составляет 550 МПа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Оценка влияния добавки диоксида циркония на структуру и свойства алюмооксидной керамики / С.В. Веселов, Н.С. Белоусова, Н.Ю. Черкасова, О.А. Горяйнова, Е.В. Мельникова, А.О. Лазарев // Актуальные проблемы в машиностроении. – 2014. – № 1. – С. 473–477.
2. **Hannink R.H.J., Kelly P.M., Muddle B.C.** Transformation toughening in Zirconia-containing ceramics // Journal of the American Ceramic Society. – 2000. – Vol. 83, N 3. – P. 461–487.
3. Ceramics for prosthetic hip and knee joint replacement / M.N. Rahaman, A. Yao, B.S. Bal, J.P. Garino, M.D. Ries // Journal of the American Ceramic Society. – 2007. – Vol. 90, N 7. – P. 1965–1988.
4. **Горяйнова О.А., Мельникова Е.В., Кузьмин К.А.** Эффективность диспергирования порошка Al_2O_3 в бисерной мельнице // Современные техника и технологии: сборник докладов XX Международной юбилейной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. – Томск, 2014. – Т. 2. – С. 21–22.

5. **Горяйнова О.А., Мельникова Е.В., Черкасова Н.Ю.** Влияние количества дефлокулянта на гранулометрический состав суспензии Al_2O_3 при диспергировании на бисерной мельнице // Современное материаловедение: материалы и технологии новых поколений: сборник трудов Всероссийской школы-семинара с международным участием. – Томск, 2014. – С. 206–208.
6. Evaluating the effectiveness axial and isostatic pressing methods of ceramic granular powder / N. Belousova, S. Veselov, D. Anufrienko, O. Goryainova // Applied Mechanics and Materials. – 2015. – Vol. 698. – P. 472–477.
7. Влияние времени выдержки при спекании на структуру и свойства плотной керамики / С.В. Веселов, Н.Ю. Черкасова, М.Ю. Перепелкин, А.О. Лазарев // Материалы и технологии новых поколений в современном материаловедении: сборник трудов Международной конференции с элементами научной школы для молодежи. – Томск, 2015. – С. 183–185.
8. **Garvie R.C.** The occurrence of metastable tetragonal zirconia as a crystallite size effect // The Journal of Physical Chemistry. – 1965. – Vol. 69, N 4. – P. 1238–1243.
9. Stability of tetragonal ZrO_2 particles in ceramic matrices / A.H. Heuer, N. Claussen, W.M. Kriven, M. Ruhle // Journal of the American Ceramic Society. – 1982. – Vol. 65, N 12. – P. 642–650.

THE EFFICIENCY OF APPLICATIONS ZIRCONIA NANOPOWDERS FOR REINFORCEMENT OF ALUMINA

Stukacheva N.S., Veselov S.V., Cherkasova N. Yu., Kuzmin R.I., Neupokoev N.A., Felofyanova A.V.
Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

In the paper the results of investigation of alumina ceramic with the addition of a reinforcing zirconia powder with different dispersion are given. As the additives, the submicron and nanosized ZrO2 powders were used. Nanodispersed tetragonal ZrO2 powder was obtained by precipitation technique from a solution using ZrOCl2 · 8H2O precursor followed by heat treatment. Precipitate oxidation temperature for the tetragonal nanopowder preparation was 450 °C. The particle size of the synthesized material powder was 5…10 nm. As the technology of the ceramic samples preparation the method of granular powder isostatic formation followed by free sintering are used. The microstructural investigations of ceramic materials have shown that the replacement of submicron ZrO2 powder with nanosized one allows providing the decrease of alumina grain size from ≈ 2 μm to 1 μm. The development of fine-grained structure make positive influence on the ceramic bending strength. It was stated that the usage of nanosized reinforcing powder allows increasing the material bending strength from 550 to 730 MPa. According to the results of XRD analysis an addition of more dispersive ZrO2 result in more volume fraction tetragonal phase formation in sintered samples. It was assumed that under the usage of nanosized zirconia in alumina ceramic the efficiency of phase transformation reinforcing effect increases.

Keywords: transformation toughening, method of precipitation, nanoparticles, zirconia, alumina, bending strength.

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-4-33-42

REFERENCES

1. Veselov S.V., Belousova N.S., Cherkasova N.Yu., Goryainova O.A., Melnikova E.V., Lazarev A.O. Otsenka vliyaniya dobavki dioksida tsirkoniya na strukturu i svoistva alyumooksidnoi keramiki [An appraisal of zirconia additives influence on alumina ceramic structure and properties]. *Aktual'nye problemy v mashinostroenii – Actual problems in machine building*, 2014, no. 1, pp. 473–477.

2. Hannink R.H.J., Kelly P.M., Muddle B.C. Transformation toughening in Zirconia-containing ceramics. *Journal of the American Ceramic Society*, 2000, vol. 83, no. 3, pp. 461–487.
3. Rahaman M.N., Yao A., Bal B.S., Garino J.P., Ries M.D. Ceramics for prosthetic hip and knee joint replacement. *Journal of the American Ceramic Society*, 2007, vol. 90, no. 7, pp. 1965–1988.
4. Goryainova O.A., Mel'nikova E.V., Kuzmin K.A. [The dispersion efficiency of Al_2O_3-powder in bead mill]. *Sovremennye tekhnika i tekhnologii: sbornik dokladov XX Mezhdunarodnoi yubileinoi nauchno-prakticheskoi konferentsii studentov, aspirantov i molodykh uchenykh* [XX International conference for students and young scientists "Modern Tecnique and Technologies MTT-2014"]. Tomsk, 2014, vol. 2, pp. 21–22. (In Russian)
5. Goryainova O.A., Mel'nikova E.V., Cherkasova N.Yu. [The influence of on the amount of deflocculant size distribution of Al_2O_3 suspezii when dispersed in the bead mill]. *Sovremennoe materialovedenie: materialy i tekhnologii novykh pokolenii: sbornik trudov Vserossiiskoi shkoly-seminara s mezhdunarodnym uchastiem* [Modern materials science: materials and technologies of new generations. Proceedings of All-Russian school-seminar with international participation]. Tomsk, 2014, pp. 206–208. (In Russian)
6. Belousova N., Veselov S., Anufrienko D., Goryainova O. Evaluating the effectiveness axial and isostatic pressing methods of ceramic granular powder. *Applied Mechanics and Materials*, 2015, vol. 698, pp. 472–477.
7. Veselov S.V., Cherkasova N.Yu., Perepelkin M.Yu., Lazarev A.O. [The influence of the holding time during sintering on the structure and properties of dense ceramics]. *Materialy i tekhnologii novykh pokolenii v sovremennom materialovedenii: sbornik trudov Mezhdunarodnoi konferentsii s elementami nauchnoi shkoly dlya molodezhi* [Materials and technologies of new generations in modern materials science. Proceedings of the International Conference with the elements of scientific school]. Tomsk, 2015, pp. 183–185. (In Russian)
8. Garvie R.C. The occurrence of metastable tetragonal zirconia as a crystallite size effect. *The Journal of Physical Chemistry*, 1965, vol. 69, no. 4, pp. 1238–1243.
9. Heuer A.H., Claussen N., Kriven W.M., Ruhle M. Stability of tetragonal ZrO_2 particles in ceramic matrices. *Journal of the American Ceramic Society*, 1982, vol. 65, no. 12, pp. 642–650.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Стукачева Наталья Сергеевна – родилась в 1983 году, канд. техн. наук, доцент кафедры материаловедения в машиностроении Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – высокопрочная керамика конструкционного назначения. Опубликовано 54 научные работы. (Адрес: 630092, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: belousova_ns@mail.ru).

Stukacheva Natalia Sergeeva (b. 1983) – Candidat of Sciences (Eng.), Assistant professor, Novosibirsk State Technical University. Her research interests are currently focused on obtaining of high-strength ceramics. She is author of 54 scientific papers. (Address: 20 Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: belousova_ns@mail.ru).

Веселов Сергей Викторович – родился в 1982 году, канд. техн. наук, доцент кафедры материаловедения в машиностроении Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – высокопрочная керамика конструкционного назначения. Опубликовано 58 научных работ. (Адрес: 630092, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: veselov_s@inbox.ru).

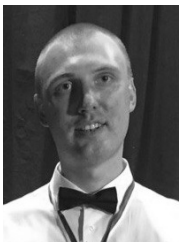
Veselov Sergey Viktorovich (b. 1982) – Candidat of Sciences (Eng.), Assistant professor, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on obtaining of high-strength ceramics. He is author of 58 scientific papers. (Address: 20 Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. Email: veselov_s@inbox.ru).

Черкасова Нина Юрьевна – родилась в 1990 году, аспирант кафедры материаловедения в машиностроении Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – высокопрочная керамика конструкционного назначения. Опубликовано 22 научные работы. (Адрес: 630092, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: ninacherkasova60@gmail.com).

Cherkasova Nina Yurevna – (b. 1983) – post-graduate student of Novosibirsk State Technical University. Her research interests are currently focused on obtaining of high-strength ceramics. She is author of 22 scientific papers. (Address: 20 Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: ninacherkasova60@gmail.com).

Кузьмин Руслан Изатович – родился в 1992 году, аспирант кафедры материаловедения в машиностроении Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – высокопрочная керамика конструкционного назначения. Опубликовано 14 научных работ. (Адрес: 630092, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: kuzia2-62@yandex.ru).

Kuzmin Ruslan Izatovich (b. 1992) – post-graduate student of Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on obtaining of high-strength ceramics. He is author of 14 scientific papers. (Address: 20 Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. Email: kuzia2-62@yandex.ru).



Неупокоев Никита Алексеевич – родился в 1994 году, студент кафедры материаловедения в машиностроении Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – высокопрочная керамика конструкционного назначения. Опубликована одна научная работа. (Адрес: 630092, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: n.neupokoev154@yandex.ru).

Neupokoev Nikita Alekseevich (b. 1994) –student of Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on obtaining of high-strength ceramics. He is author of 1 scientific paper. (Address: 20 Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: n.neupokoev154@yandex.ru).

Фелофьянова Анна Владиславовна – родилась в 1993 году, студентка кафедры материаловедения в машиностроении Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – высокопрочная керамика конструкционного назначения. Опубликовано 5 научных работ. (Адрес: 630092, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: aniytka1993@mail.ru).

Felofyanova Anna Vladislavovna (b. 1993) – student of Novosibirsk State Technical University. Her research interests are currently focused on obtaining of high-strength ceramics. She is author of 1 scientific paper. (Address: 20 Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: aniytka1993@mail.ru).

Статья поступила 15 ноября 2016 г.
Received November 15, 2016

To Reference:

Stukacheva N.S., Veselov S.V., Cherkasova N.Yu., Kuzmin R.I., Neupokoev N.A., Felofyanova A.V. Effektivnost' ispol'zovaniya nanodispersnogo poroshka dioksida tsirkoniya dlya uprochneniya alyumooksidnoi keramiki [The efficiency of applications zirconia nanopowders for reinforcement of alumina]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2016, no. 4 (33), pp. 33–42. doi: 10.17212/1727-2769-2016-4-33-42

ДОКЛАДЫ АН ВШ РФ
2016 октябрь-декабрь № 4 (33)

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 004.9

АНАЛИЗ ПРОБЛЕМ ПРИМЕНЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ В ОРГАНИЗАЦИЯХ

В.В. Вихман, М.А. Панков
Новосибирский государственный технический университет

В статье сделан анализ проблем применения информационных систем в медицинских организациях Новосибирской области. Для любой организации, в том числе медицинской, характерны следующие группы процессов: управление, основная (медицинская) деятельность, вспомогательная деятельность. Каждой группе процессов соответствуют различные информационные системы. Так, в медицинской организации можно выделить информационные системы для ведения кадрового и бухгалтерского учета, медицинские информационные системы, а также различные вспомогательные информационные системы. Однако эксплуатация большого количества информационных систем, не интегрированных друг с другом, может приводить к проблемам различного рода, например, к необходимости многократного дублирования одной и той же информации, возникновению ошибок, снижению качества медицинского обслуживания.

Ключевые слова: информационная система, медицинская организация, бизнес-процесс, единое информационное пространство, модель.

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-4-43-48

Введение

В медицинских организациях Новосибирской области применяются информационные системы различной специфики. В настоящий момент во всех этих учреждениях внедряются ИС, входящие в единую государственную информационную систему в сфере здравоохранения Новосибирской области (ЕГИСЗ НСО). Также применяются частные информационные системы. Для построения структурных схем медицинских организаций с точки зрения применяемых в них информационных систем необходимо понимать, каким образом можно их классифицировать.

1. Типы информационных систем, применяемых в медицинских организациях

При построении структурной схемы медицинской организации с точки зрения информационной системы управления могут быть выделены три основные группы процессов, присущие для любой организации, в том числе медицинской (рис. 1):

– обеспечение управленческой деятельности, ориентированной на обеспечение согласованности основных и вспомогательных функций, достижение общих организационных целей;

– обеспечение основной (медицинской) деятельности, производимой организацией согласно лицензии на осуществление медицинской деятельности и направленной на предоставление медицинских услуг пациентам;

© 2016 В.В. Вихман, М.А. Панков

– обеспечение вспомогательной деятельности, ориентированной на решение внутренних задач организации и поддержание основных бизнес-процессов [1].

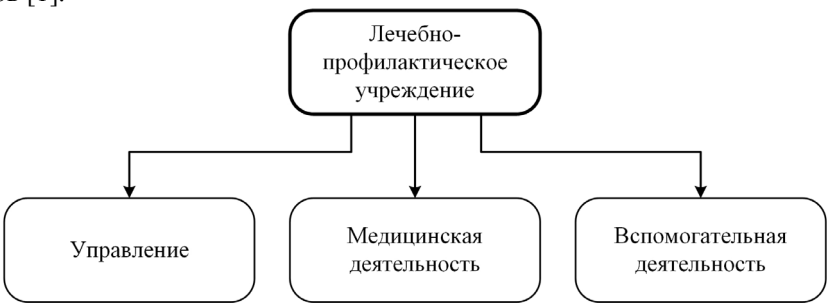


Рис. 1 – Укрупненная схема групп процессов лечебно-профилактического учреждения

Fig. 1 – Integrated scheme of health care facility's process groups

Таким образом, исходя из задач, на решение которых направлено использование информационных систем, в медицинской организации можно выделить следующие информационные системы:

1) информационные системы для кадрового и бухгалтерского учета;
2) медицинские информационные системы;
3) информационные системы для автоматизации вспомогательной (обеспечивающей) деятельности.

Классификация медицинских информационных систем основана на иерархическом принципе и соответствует многоуровневой структуре здравоохранения. Различают следующие типы медицинских информационных систем.

1. Медицинские информационные системы базового уровня, основная цель которых – компьютерная поддержка работы врачей разных специальностей; они позволяют повысить качество профилактической и лабораторно-диагностической работы, особенно в условиях массового обслуживания при дефиците времени квалифицированных специалистов. По решаемым задачам выделяют:

а) информационно-справочные системы (предназначены для поиска и выдачи медицинской информации по запросу пользователя);

б) консультативно-диагностические системы (для диагностики патологических состояний, включая прогноз и выработку рекомендаций по способам лечения, при заболеваниях различного профиля);

в) приборно-компьютерные системы (для информационной поддержки и/или автоматизации диагностического и лечебного процесса, осуществляемых при непосредственном контакте с организмом больного);

г) автоматизированные рабочие места специалистов (для автоматизации всего технологического процесса врача соответствующей специальности и обеспечивающие информационную поддержку при принятии диагностических и тактических врачебных решений).

2. Медицинские информационные системы уровня лечебно-профилактических учреждений. Представлены следующими основными группами:

а) информационными системами консультативных центров (предназначены для обеспечения функционирования соответствующих подразделений и информационной поддержки врачей при консультировании, диагностике и принятии решений при неотложных состояниях);

б) банками информации медицинских служб (содержат сводные данные о качественном и количественном составе работников учреждения, прикрепленного населения, основные статистические сведения, характеристики районов обслуживания и другие необходимые сведения);

в) персонифицированными регистрами (содержащих информацию на прикрепленный или наблюдаемый контингент на основе формализованной истории болезни или амбулаторной карты);

г) скрининговыми системами (для проведения доврачебного профилактического осмотра населения, а также для выявления групп риска и больных, нуждающихся в помощи специалиста);

д) информационными системами лечебно-профилактического учреждения (основаны на объединении всех информационных потоков в единую систему и обеспечивают автоматизацию различных видов деятельности учреждения);

е) информационными системами НИИ и медицинских вузов (решают три основные задачи: информатизацию технологического процесса обучения, научно-исследовательской работы и управленческой деятельности НИИ и вузов).

3. Медицинские информационные системы территориального уровня, которые представлены:

а) ИС территориального органа здравоохранения;

б) ИС для решения медико-технологических задач, обеспечивающие информационной поддержкой деятельность медицинских работников специализированных медицинских служб;

в) компьютерные телекоммуникационные медицинские сети, обеспечивающие создание единого информационного пространства на уровне региона.

4. МИС федерального уровня, предназначенные для информационной поддержки государственного уровня системы здравоохранения [2].

2. Основные проблемы применения информационных систем в медицинских организациях Новосибирской области

Информационные процессы лечебно-профилактических учреждений относятся к вспомогательной деятельности. На данном этапе информатизации учреждений здравоохранения Новосибирской области применяются средства информатизации, которые автоматизируют различные аспекты деятельности ЛПУ. Так, в каждом крупном лечебно-профилактическом учреждении специализированными системами для организации своей работы пользуются такие службы, как бухгалтерия, учет кадров, медицинская статистика, учет платных услуг и т. д. Однако эксплуатация множества разрозненных систем, с одной стороны, не дает максимальной эффективности использования средств информатизации, а с другой – порождает множество проблем, связанных в первую очередь с необходимостью многократного дублирования одной и той же информации в этих системах и трудностями синхронизации дублированной информации [3, 4].

В таблице представлен SWOT-анализ применения информационных систем в медицинских организациях Новосибирской области.

Исходя из приведенного анализа, можно сделать вывод о том, что на следующих этапах информатизации учреждений здравоохранения Новосибирской области необходима интеграция всех информационных систем лечебно-профилактических учреждений в едином информационном пространстве [5–7] как на уровне учреждения, так и на региональном и федеральном уровнях. Такими этапами могут быть проектирование, разработка и внедрение информационных систем, которые позволят унифицировать разрозненные частные ин-

формационные системы, применяемые в медицинских организациях, и интегрировать их с ИС, входящими в ЕГИСЗ НСО. Поэтому актуальной задачей является создание моделей, которые позволят обеспечить возможность такой интеграции информационных систем.

SWOT-анализ применения информационных систем в медицинских организациях Новосибирской области

SWOT-analysis of the use of information systems in Novosibirsk region's medical institutions

	Положительное влияние	Отрицательное влияние
Внутренние факторы – ОРГАНИЗАЦИЯ	Сильные стороны 1. Возможность передачи данных между организациями в электронном виде. 2. Наличие информационных систем для решения различных задач	Слабые стороны 1. Необходимость работы с большим количеством организаций. 2. Большое количество информационных систем и программного обеспечения, не интегрированных друг с другом. 3. Ручной ввод информации в ИС, ограниченные возможности импорта/экспорта данных
Внешние факторы – СРЕДА	Возможности 1. Интеграция информационных систем. 2. Создание единого информационного пространства. 3. Унификация программного обеспечения. 4. Оптимизация технологий обработки информации	Угрозы 1. Возникновение ошибок ввиду того, что одни и те же данные многократно вводятся в различные ИС вручную. 2. Большие временные затраты на работу с ИС, снижение качества медицинского обслуживания

Заключение

В лечебно-профилактических учреждениях Новосибирской области применяются различные информационные системы. К ним относятся ИС, входящие в единую государственную информационную систему в сфере здравоохранения Новосибирской области, а также частные информационные системы. Исходя из задач, на решение которых направлено использование существующих информационных систем, в медицинской организации можно выделить следующие информационные системы: информационные системы для ведения кадрового и бухгалтерского учета, медицинские информационные системы, а также различные вспомогательные информационные системы.

Выявлены проблемы применения существующих информационных систем в медицинских организациях Новосибирской области. Для решения различных задач имеются соответствующие информационные системы. Однако данные информационные системы не интегрированы друг с другом, что порождает проблему необходимости дублирования одной и той же информации в разных ИС. Ввиду того, что также ограничены возможности передачи данных между различными информационными системами, пользователи вынуждены дублировать информацию вручную. Это в свою очередь ведет к возникновению ошибок и может приводить к снижению качества медицинского обслуживания.

Таким образом, актуальной задачей является создание моделей, на основе которых можно будет интегрировать информационные системы. Данные проблемы являются отправной точкой для создания универсального технологического решения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Белышев Д.В., Гулиев Я.И., Малых В.Л.** Моделирование бизнес-процессов медицинской организации (лечебно-профилактического учреждения) // Врач и информационные технологии. – 2014. – № 5. – С. 78–90.
2. Информационные технологии в сфере здравоохранения [Электронный ресурс]. – URL: http://mirror-info.ucoz.com/medicine/InfoTecMed.pdf (дата обращения: 29.11.2016).
3. **Гулиев Я.И.-о., Хаткевич М.И.** Процесс и документ в медицинских информационных системах // Программные системы: теория и приложения: труды международной конференции, Переславль-Залесский, май 2004. – М., 2004. – Т. 2. – С. 169–185.
4. **Сапрыкина В.В., Алмазов А.А.** Методика проведения информатизации ЛПУ // Здравоохранение. – 2014. – № 3. – С. 34–41.
5. **Вихман В.В., Панков М.А.** Применение интегрированной информационной среды для управления предприятием // Информационно-коммуникационные технологии в управлении: монография. – Одесса: Куприенко С.В., 2015. – Гл. 9. – С. 202–225.
6. **Самарин Е.А., Вихман В.В.** Место бизнес-процессов в современном производстве // Наука и устойчивое развитие общества. Наследие В.И. Вернадского. – Тамбов, 2012. – № 9. – С. 40–41.
7. **Ткаченко С.В., Вихман В.В.** Выделение бизнес-критических IT-сервисов предприятия // Сборники конференций НИЦ Социосфера. – 2013. – № 23. – С. 063–066.

ANALYSIS OF PROBLEMS OF USING INFORMATION SYSTEMS IN ORGANIZATIONS

Vikhman V.V., Pankov M.A.
Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

This article is devoted to the analysis of problems of information systems application in medical institutions of the Novosibirsk region. In any organization, including medical institutions, the following process groups can be distinguished: control, the basic (medical) activity and the ancillary activity. A different information system corresponds to each group of processes. So in a medical organization, we can identify information systems for personnel management and accounting, health information systems, and various auxiliary information systems. However, using a large number of information systems that are not integrated with each other, can lead to problems of various kinds, for example, to the need for multiple duplication of the same information, to errors, and to a reduction in medical care quality.

Keywords: information system, medical organization, a business process, a common information space, model.

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-4-43-48

REFERENCES

1. Belyshev D.V., Guliev Ya.I., Malykh V.L. Modelirovanie biznes-protsessov meditsinskoi organizatsii (lechebno-profilakticheskogo uchrezhdeniya) [Business process modeling in healthcare organizations]. *Vrach i informatsionnye tekhnologii – Physicians and IT*, 2014, no. 5, pp. 78–90.
2. *Informatsionnye tekhnologii v sfere zdravookhraneniya* [Information technology in health care]. Available at: http://mirror-info.ucoz.com/medicine/InfoTecMed.pdf (accessed 29.11.2016)
3. Guliev Ya.I., Khatkevich M.I. Protsess i dokument v meditsinskikh informatsionnykh sistemakh [Process and document in healthcare information systems]. *Programmnye sistemy: teoriya i prilozheniya: trudy mezhdunarodnoi konferentsii* [Proceedings International Conference "Program systems: theory and applications"], Pereslavl'-Zalesskii, May 2004, vol. 2, pp. 169–185.
4. Saprykina V.V., Almazov A.A. Metodika provedeniya informatizatsii LPU [The methodology of LPU informatization]. *Zdravookhranenie – Healthcare*, 2014, no. 3, pp. 34–41.

5. Vikhman V.V., Pankov M.A. Primenenie integrirovannoi informatsionnoi sredy dlya upravleniya predpriyatiem [Using of integrated information system for enterprise management]. *Informatsionno-kommunikatsionnye tekhnologii v upravlenii* [Information and communication technology in management]. Odessa, Kuprienko S.V. Publ., 2015, chap. 9, pp. 202–225.
6. Samarin E.A., Vikhman V.V. [Place of business-processes in modern manufacturing]. *Nauka i ustoichivoe razvitie obshchestva. Nasledie V.I. Vernadskogo* [Science and the sustainable development of society. Heritage of V.I. Vernadsky]. Tambov, 2012, no. 9, pp. 40–41. (In Russian)
7. Tkachenko S.V., Vikhman V.V. Vydelenie biznes-kriticheskikh IT-servisov predpriyatiya [Allocation of business-critical IT-services on enterprise]. *Sborniki konferentsii NITs Sotsiosfera*, 2013, no. 23, pp. 63–66.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Вихман Виктория Викторовна – канд. техн. наук, доцент, заведующий кафедрой интеграционных информационных систем Новосибирского государственного технического университета, доцент кафедры вычислительной техники факультета автоматики и вычислительной техники Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: автоматизированные системы управления, системы информационной безопасности. Опубликована 71 научная работа. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: vvv@vt.cs.nstu.ru).

Vikhman Victoria Victorovna – Candidate of Sciences (Eng.), associate professor, Head of the Department of Information Systems Integration, Novosibirsk State Technical University, associate professor, Department of Computer Engineering, Faculty of Automation and Computer Engineering, Novosibirsk State Technical University. Her research interests are currently focused on automated control systems and information security systems. She is the author of 71 scientific papers. (Address: 20 Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: vvv@vt.cs.nstu.ru).

Панков Максим Александрович – родился в 1990 году, аспирант кафедры вычислительной техники факультета автоматики и вычислительной техники Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: системы защиты информации, алгоритмы и модели управления персоналом в интегрированной информационной среде. Опубликовано 8 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: m.a.pankov@yandex.ru).

Pankov Maksim Aleksandrovich (b. 1990) – PhD. student, Department of Computer Engineering, Faculty of Automation and Computer Engineering, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on information security systems, algorithms and models of human resource management in integrated information environment. He is the author of 8 scientific papers. (Address: 20 Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: m.a.pankov@yandex.ru).

Статья поступила 22 ноября 2016 г.
Received November 22, 2016

To Reference:

Vikhman V.V., Pankov M.A. Analiz problem primeneniya informatsionnykh sistem v organizatsiyakh [Analysis of the problems of using information systems in organizations]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2016, no. 4 (33), pp. 43–48. doi: 10.17212/1727-2769-2016-4-43-48

ДОКЛАДЫ АН ВШ РФ
2016 октябрь–декабрь № 4 (33)

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 621.372

МЕТОД СИНТЕЗА СОГЛАСУЮЩИХ УСТРОЙСТВ С ЗАДАННЫМИ ФАЗОВЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Д.И. Вольхин, Г.Н. Девятков
Новосибирский государственный технический университет

В работе сформулирована задача синтеза широкополосных согласующих устройств с заданными фазовыми характеристиками. В качестве математической модели синтезируемого устройства выбрано матричное описание в виде параметров холостого хода или короткого замыкания, представленных в соответствующей форме сходящихся рядов Фостера. Поставленная задача синтеза представляет собой задачу нелинейного минимаксного приближения с ограничениями. Решение задачи предложено осуществить в два этапа, где на первом этапе ищется начальное приближение, близкое к глобальному оптимуму, а на втором этапе производится улучшение решения. Для решения задачи на первом этапе используются функции идеального согласующего реактивного четырехполюсника, с помощью которых осуществляется выбор структур функций собственных параметров синтезируемой цепи с учетом заданной зависимости фазовой характеристики, которые затем должны аппроксимировать предельные значения указанных функций. На втором этапе производится оптимизация по рабочим характеристикам синтезируемой цепи. Описана процедура оптимизации рабочих характеристик цепи методом возможных направлений. Эффективность предложенного подхода продемонстрирована на примере синтеза устройства в сосредоточенно-распределенном базисе, согласующего комплексное сопротивление источника сигнала с активным сопротивлением нагрузки и воспроизводящего фазовую зависимость фазового контура второго порядка. Показано два варианта реализации синтезируемой цепи, в зависимости от установленных ограничений на схемную реализуемость. Таким образом, синтезируемое устройство выполняет задачу согласования и коррекции фазочастотной характеристики, упрощая конструкцию следующего за ним предполагаемого фазового корректора.

Ключевые слова: синтез согласующих устройств, фазовая коррекция, форма Фостера, идеальный согласующий четырехполюсник.

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-4-49-60

Введение

При проектировании СВЧ устройств часто возникает задача широкополосного согласования. Она состоит в создании электрической цепи, обеспечивающей передачу максимальной мощности от источника сигнала в нагрузку. При этом иммитансы источника сигнала и нагрузки в общем случае могут быть произвольными.

Кроме согласования часто возникает задача коррекции фазочастотной характеристики (ФЧХ) устройства. Для ее решения обычно используют специальные фазовые корректоры, которые реализуются в виде каскадного соединения мостовых Т-образных схем. Однако в ряде случаев, когда заданная фазовая характеристика представляет собой достаточно простую зависимость, можно объединить задачу согласования и коррекции и реализовать согласующую цепь в сосредоточенном или распределенном элементном базисе, которая удовлетворяет требова-

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (Госзадание № 8 337 2014/К).

© 2016 Д.И. Вольхин, Г.Н. Девятков

ниям по амплитудно- и фазочастотной характеристике. Очевидно, что такая цепь должна обладать неминимально фазовыми свойствами.

Существующие методы синтеза согласующих устройств как аналитические, так и автоматизированные позволяют получить минимально-фазовые согласующие цепи, удовлетворяющие требованиям к их амплитудно-частотным характеристикам (АЧХ). Однако при этом фазочастотные характеристики не рассматриваются. Кроме того, существуют методы синтеза реактивных четырехполюсников с заданными АЧХ и ФЧХ, однако при этом не рассматривается задача широкополосного согласования.

Вышесказанное подтверждает актуальность разработки методов синтеза согласующих устройств, фазочастотная характеристика которых с заданной точностью воспроизводит требуемую зависимость, заданную аналитически, графически или таблично.

Целью настоящей работы является создание процедуры синтеза широкополосных согласующих устройств с заданной фазовой характеристикой.

1. Постановка задачи

В общем виде задача синтеза согласующей цепи с заданной ФЧХ может быть сформулирована следующим образом: найти структуру и значения элементов электрической цепи, которая обеспечивает максимальную передачу мощности от источника сигнала в нагрузку и воспроизводит заданную зависимость фазовой характеристики с необходимой точностью в рабочем диапазоне частот.

Такая согласующая цепь представляет собой реактивный четырехполюсник, который описывается матрицей параметров короткого замыкания или холостого хода, представленных в форме Фостера [1]:

$$z_{ij}(s)\left(y_{ij}(s)\right) = k_{ij}^{\infty} s + \frac{k_{ij}^{0}}{s} + \sum_{v=1}^{\infty} \frac{2k_{ij}^{v} s}{s^2 - s_v^2}, \qquad (1)$$

где k_{ij}^{∞}, k_{ij}^{0}, k_{ij}^{v} – вычеты функции $z_{ij}(s)\left(y_{ij}(s)\right)$ в ее полюсах в точках $s = \infty$, $s = 0$ и $s_v = \pm j\omega_v$ соответственно; $s = j\omega$ – комплексная частота; s_v – резонансная частота.

Для физической реализуемости реактивного четырехполюсника вычеты функций собственных параметров должны удовлетворять определенным условиям. Вычеты k_{11} и k_{22} функций z_{11} и z_{22} (y_{11} и y_{22}) должны быть положительными вещественными. Вычеты k_{12} сопротивления (проводимости) передачи должны быть вещественными, но не обязательно положительными, а также должно удовлетворяться условие вычетов [1]:

$$k_{11}k_{22} - k_{21}^2 \geq 0 . \qquad (2)$$

Собственные параметры четырехполюсника вместе с импедансами (адмитансами) генератора $Z_1(s)$ $\left(Y_1(s)\right)$ и нагрузки $Z_2(s)$ $\left(Y_2(s)\right)$ полностью определяют рабочие характеристики цепи. Так, передачу мощности оценивают с помощью коэффициента преобразования мощности:

$$G(-s^2) = t(s) \cdot t^*(s) ,$$

где $t(s)$ – рабочий коэффициент преобразования [2], который выглядит следующим образом для **z**-параметров:

$$t(s)=\frac{2\sqrt{\operatorname{Re}Z_1(s)\cdot\operatorname{Re}Z_2(s)}\cdot z_{21}(s)}{\big(z_{11}(s)+\mathrm{Z}_1(s)\big)\big(z_{22}(s)+\mathrm{Z}_2(s)\big)-z_{21}^2(s)},$$

для **y**-параметров:

$$t(s)=\frac{-2\sqrt{\operatorname{Re}Y_1(s)\cdot\operatorname{Re}Y_2(s)}\cdot y_{21}(s)}{\big(y_{11}(s)+Y_1(s)\big)\big(y_{22}(s)+Y_2(s)\big)-y_{21}^2(s)}.$$

ФЧХ цепи также определяется с помощью рабочего коэффициента преобразования:

$$\Phi(s)=\arg t(s).$$

Таким образом, определив структуру функций собственных параметров (1) и значения вычетов с учетом условий физической реализуемости, мы найдем математическую модель, описывающую совокупность эквивалентных схем с заданными характеристиками. Очевидно, выбранная структура функций должна обладать неминимально фазовыми свойствами, так как к ней предъявляются требования по амплитудно- и фазочастотной характеристикам [3]. Кроме того, для получения схем, удобных с точки зрения практической реализации, должны быть дополнительно учтены условия схемной реализуемости.

2. Общее описание метода синтеза

В предлагаемом методе вычеты функций z_{11}, z_{22}, z_{21} (y_{11}, y_{22}, y_{21}) с резонансными частотами ω_v $(v=1...n)$ являются варьируемыми параметрами и вместе образуют вектор переменных параметров цепи $\mathbf{x}_m$.

Таким образом, математически задачу синтеза можно записать так:

$$\begin{aligned}
&\mathrm{F}_G(\mathbf{x}_m)=\max\big(\Delta_G(\omega_i,\mathbf{x}_m)\big)\to\min;\\
&\mathrm{F}_\Phi\big(\mathbf{x}_m\big)=\max\big(\Delta_\Phi(\omega_i,\mathbf{x}_m)\big)\le\varepsilon;\\
&\mathbf{x}_m\in D;\\
&\omega_i\in E_\omega,
\end{aligned}\qquad(3)$$

где $\Delta_G\big(\omega,\mathbf{x}_m\big)$ и $\Delta_\Phi(\omega,\mathbf{x}_m)$ – относительные среднеквадратичные отклонения АЧХ и ФЧХ от заданных зависимостей:

$$\Delta_G(\omega,\mathbf{x}_m)=P_G(\omega)\big[1-G(\omega,\mathbf{x}_m)\big]^2,$$

$$\Delta_\Phi(\omega,\mathbf{x}_m)=P_\varphi(\omega)\left[\frac{\varphi(\omega)-\Phi(\omega,\mathbf{x}_m)}{\varphi(\omega)}\right]^2,$$

где $G(\omega,\mathbf{x}_m)$ и $\Phi(\omega,\mathbf{x}_m)$ – амплитудно- и фазочастотная характеристики синтезируемого четырехполюсника соответственно; $P_G(\omega)$ и $P_\Phi(\omega)$ – функции весовых коэффициентов; ε – заданная величина отклонения ФЧХ синтезируемой цепи от заданной зависимости; D – условия физической и схемной реализуемости цепи; ω_i – частотные точки из заданного диапазона частот E_ω.

Задача (3) является нелинейной, так как функции $F_{\Phi}(\mathbf{x}_m)$, $F_G(\mathbf{x}_m)$ и часть ограничений на физическую и схемную реализуемость нелинейны. Методы решения подобных задач в большинстве своем ориентированы на поиск локального оптимума и сильно зависят от начального приближения. Поэтому целесообразно задачу (3) решать поэтапно. На первом этапе выбирается максимально простая структура функций собственных параметров синтезируемого четырехполюсника потенциально способная удовлетворить заданным требованиям и строится начальное приближение, на втором этапе производится улучшение решения численными методами. Если полученное решение не удовлетворяет заданным требованиям, то необходимо усложнить структуры функций собственных параметров, либо пересмотреть требования к синтезируемой цепи. Такой подход позволяет найти решение, близкое к глобальному оптимуму.

2.1. Построение начального приближения

Для решения задачи синтеза на первом этапе используются функции идеального реактивного согласующего четырехполюсника [2] для **z**-параметров:

$$\tilde{z}_{11}(\omega) = -j\,\mathrm{Im}\,Z_1 + j\,\mathrm{Re}\,Z_1 \cdot \mathrm{ctg}\,\varphi(\omega)\,,$$

$$\tilde{z}_{22}(\omega) = -j\,\mathrm{Im}\,Z_2 + j\,\mathrm{Re}\,Z_2 \cdot \mathrm{ctg}\,\varphi(\omega)\,,$$

$$\tilde{z}_{21}(\omega) = \pm j\,\frac{\sqrt{\mathrm{Re}\,Z_1 \cdot \mathrm{Re}\,Z_2}}{\sin\varphi(\omega)}\,,$$

и для **y**-параметров:

$$\tilde{y}_{11}(\omega) = -j\,\mathrm{Im}\,Y_1 + j\,\mathrm{Re}\,Y_1 \cdot \mathrm{ctg}\,\varphi(\omega)\,,$$

$$\tilde{y}_{22}(\omega) = -j\,\mathrm{Im}\,Y_2 + j\,\mathrm{Re}\,Y_2 \cdot \mathrm{ctg}\,\varphi(\omega)\,,$$

$$\tilde{y}_{21}(\omega) = \mp j\,\frac{\sqrt{\mathrm{Re}\,Y_1 \cdot \mathrm{Re}\,Y_2}}{\sin\varphi(\omega)}\,,$$

которые позволяют обоснованно выбрать структуру функций собственных параметров синтезируемого устройства и дают информацию о предельных значениях, к которым эти функции должны стремиться с учетом заданной фазовой характеристики.

Таким образом, для построения начального приближения необходимо аппроксимировать идеальные зависимости выбранными структурами функций в заданной полосе частот. Точки, соответствующие полюсам, определяются исходя из заданной фазовой характеристики:

$$\varphi(\omega_v) = v \cdot \pi\,.$$

Определим относительные ошибки аппроксимации:

$$\delta_{11}(\mathbf{x}_m, \omega) = 1 - z_{11}(\mathbf{x}_m, \omega)/\tilde{z}_{11}(\omega)\,,$$

$$\delta_{22}(\mathbf{x}_m, \omega) = 1 - z_{22}(\mathbf{x}_m, \omega)/\tilde{z}_{22}(\omega)\,,$$

$$\delta_{21}(\mathbf{x}_m, \omega) = 1 - z_{21}(\mathbf{x}_m, \omega)/\tilde{z}_{21}(\omega)\,,$$

из которых затем формируется суммарная ошибка:

$$\delta^2(\mathbf{x}_m,\omega)=\delta_{11}^2(\mathbf{x}_m,\omega)+\delta_{22}^2(\mathbf{x}_m,\omega)+\delta_{21}^2(\mathbf{x}_m,\omega).$$

Тогда решением задачи аппроксимации будет вектор $\mathbf{x}_m$, при котором суммарная ошибка в заданной полосе частот минимальна, поэтому задача аппроксимации сводится к оптимизационной:

$$\sum_i \delta^2(\mathbf{x}_m,\omega_i)\to\min. \tag{4}$$

Учитывая, что поиск решения (4) придется начинать из точки, которая может не принадлежать области допустимых значений, целесообразно воспользоваться соответствующими методами оптимизации, например методом штрафных функций [3].

2.2. Оптимизация рабочих характеристик согласующей цепи

После решения задачи (4) мы получаем начальное приближение, которое лежит внутри области допустимых значений, образованной ограничениями на физическую и схемную реализуемость. Поэтому на втором этапе для решения задачи (3) можно воспользоваться методами, работающими из внутренней области. Одним из таких методов является метод возможных направлений.

В указанном методе находится последовательность таких точек $\mathbf{x}^{(0)}$, $\mathbf{x}^{(1)}$, …, $\mathbf{x}^{(q)}$, что $f\left(\mathbf{x}^{(q+1)}\right)<f\left(\mathbf{x}^{(q)}\right)$. На k-й итерации целевая функция и функции-ограничения линеаризуются в окрестности точки $\mathbf{x}^{(k)}$ и для определения направления спуска решается вспомогательная задача линейного программирования:

$$\begin{gathered} f^{(k)}(\mathbf{x})\to\min, \\ f_\varphi^{(k)}(\mathbf{x})\le\varepsilon, \\ g_i^{(k)}(\mathbf{x})\le b_i, \end{gathered} \tag{5}$$

где $f^{(k)}(\mathbf{x})=\left\langle \mathrm{F}_G'(\mathbf{x}),\mathbf{x}-\mathbf{x}^{(k)}\right\rangle$ – линеаризованная функция максимального относительного отклонения АЧХ от единицы в окрестности точки $\mathbf{x}^{(k)}$, $f_\varphi^{(k)}(\mathbf{x})=\left\langle F_\Phi'(\mathbf{x}),\mathbf{x}-\mathbf{x}^{(k)}\right\rangle$ – линеаризованная функция максимального относительного отклонения ФЧХ от заданной зависимости в окрестности точки $\mathbf{x}^{(k)}$, $g_i^{(k)}(\mathbf{x})$ – линеаризованные ограничения на физическую и схемную реализуемость.

В результате решения задачи (5) симплекс-методом [4] получаем очередную точку $\overline{\mathbf{x}}^{(k)}$, которая является вспомогательным приближением. Тогда следующее (k+1)-е приближение определяется как

$$\mathbf{x}^{(k+1)}=\mathbf{x}^{(k)}+\alpha\left(\overline{\mathbf{x}}^{(k)}-\mathbf{x}^{(k)}\right),$$

где α – величина шага в найденном направлении, которая выбирается из условия минимума функции $f(\alpha)=\mathrm{F}_G\left(\mathbf{x}^k+\alpha\left(\overline{\mathbf{x}}^{(k)}-\mathbf{x}^{(k)}\right)\right)$ на отрезке $0\le\alpha\le1$.

Критерием прерывания итерационного процесса является выполнение условия $\left\|\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}\right\| \le \xi$, где ξ – заданная точность решения задачи. Сходимость метода рассмотрена в работе [4].

3. Пример синтеза согласующего устройства с заданной фазовой характеристикой

В качестве примера рассмотрим синтез согласующего устройства с заданной фазовой характеристикой в сосредоточенно-распределенном элементном базисе. Пусть необходимо согласовать комплексное сопротивление генератора и активное сопротивление нагрузки, показанные на рис. 1, в диапазоне частот $\omega_{\text{н}}...\omega_{\text{в}} = 0,7...1,3$. Фазовая характеристика согласующего устройства должна воспроизводить характеристику фазового звена второго порядка [5] с точностью до линейного множителя k_{φ}:

$$\varphi_{\text{фк}}(\omega) = -2\,\text{arctg}\left(\frac{2\sigma_{01}\omega}{\sigma_{01}{}^2 + \omega_{01}{}^2 - \omega^2}\right) - k_{\varphi}\omega,$$

$$\sigma_{01} = 0,5,$$

$$\omega_{01} = 1,$$

где σ_{01} и ω_{01} – параметры фазового контура.

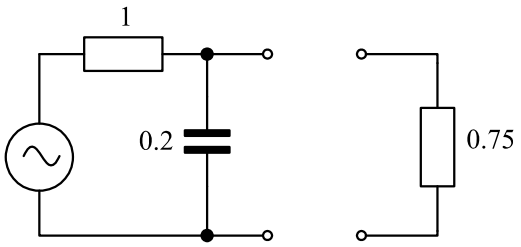


Рис. 1 – Импедансы источника сигнала и нагрузки

Fig. 1 – The impedances of the signal source and load

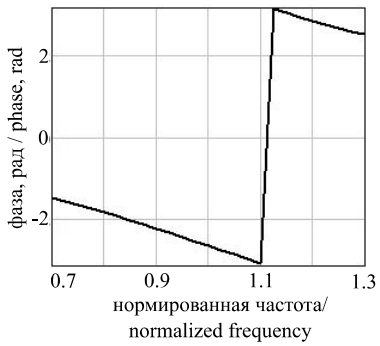


Рис. 2 – Заданная функция фазовой характеристики $(k_{\varphi} = 0)$

Fig. 2 – Predetermined phase response $(k_{\varphi} = 0)$

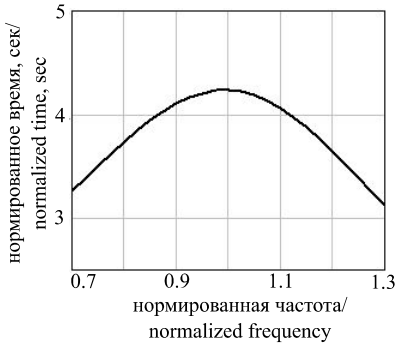


Рис. 3 – Заданная функция группового времени запаздывания $(k_{\varphi} = 0)$

Fig. 3 – Predetermined group delay $(k_{\varphi} = 0)$

Для решения поставленной задачи удобно воспользоваться **y**-матричным описанием устройства, так как оно позволяет получить электрическую цепь в виде параллельного соединения четырехполюсников, которое достаточно просто реализовать.

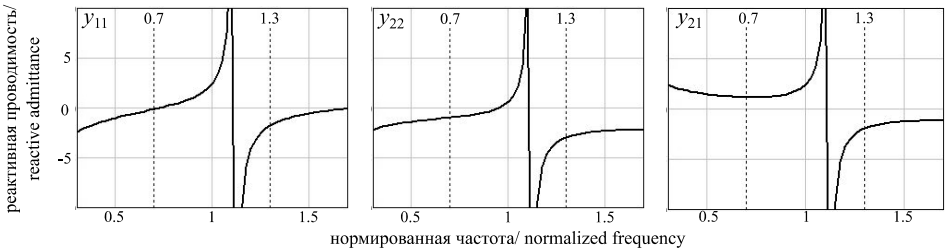


Рис. 4 – Графики функций собственных параметров идеального реактивного согласующего четырехполюсника

Fig. 4 – Graphs of functions of own parameters of ideal reactive matching two-port

Из анализа графика y_{21} функций собственных параметров идеального реактивного согласующего четырехполюсника с заданной фазовой характеристикой и при заданных сопротивлениях источника и нагрузки (рис. 4) определяем, что возможные структуры функций собственного параметра $y_{21}(s)$ синтезируемой цепи будут иметь вид:

$$y_{21}^{1}(\overline{s}) = K_{21}^{\infty} \cdot S - \frac{K_{21}^{0}}{S} \ ;$$

$$y_{21}^{2}(\overline{s}) = K_{21}^{\infty} \cdot S - \frac{K_{21}^{0}}{S} - k_{21}^{\infty} \cdot s \ ;$$

$$y_{21}^{3}(\overline{s}) = K_{21}^{\infty} \cdot S - \frac{K_{21}^{0}}{S} - \frac{k_{21}^{0}}{s} \ ;$$

$$y_{21}^{4}(\overline{s}) = K_{21}^{\infty} \cdot S - \frac{K_{21}^{0}}{S} - k_{21}^{\infty} \cdot s - \frac{k_{21}^{0}}{s} \ ;$$

...

где $\overline{s}$ – вектор используемых частотных переменных, куда могут входить $s = j\omega$ и $S = j\,\mathrm{tg}(\theta \cdot \omega)$; θ – электрическая длина линии передачи.

С учетом необходимости трансформации сопротивлений при одновременной аппроксимации заданной фазовой зависимости из перечисленных функций выбираем y_{21}^{3} . Выбранная структура функций наиболее полно реализует свои возможности, аппроксимируя предельную зависимость при $k_{\varphi} = [-0,5;\ 1,8]$.

Анализируя графические зависимости y_{11} и y_{22} функций собственных параметров идеального реактивного согласующего четырехполюсника (рис. 4), устанавливаем, что наиболее простую структуру будут иметь функции:

$$y_{11}(\overline{s}) = K_{11}^{\infty} \cdot S + \frac{K_{11}^{0}}{S} + \frac{k_{11}^{0}}{s} \ ;$$

$$y_{22}\left(\overline{s}\right) = K_{22}^{\infty} \cdot S + \frac{K_{22}^{0}}{S} + \frac{k_{22}^{0}}{s}.$$

При этом должны быть выполнены условия физической реализуемости:

$$K_{11}^{\infty} \geq 0; \quad K_{22}^{\infty} \geq 0; \quad K_{21}^{\infty} \geq 0; \quad K_{11}^{\infty} \cdot K_{22}^{\infty} - \left(K_{21}^{\infty}\right)^2 \geq 0;$$

$$K_{11}^{0} \geq 0; \quad K_{22}^{0} \geq 0; \quad K_{21}^{0} \geq 0; \quad K_{11}^{0} \cdot K_{22}^{0} - \left(K_{21}^{0}\right)^2 \geq 0;$$

$$k_{11}^{0} \geq 0; \quad k_{22}^{0} \geq 0; \quad k_{21}^{0} \geq 0; \quad k_{11}^{0} \cdot k_{22}^{0} - \left(k_{21}^{0}\right)^2 \geq 0.$$

Однако чтобы получить реализацию без идеальных трансформаторов, установим дополнительно соответствующие ограничения на схемную реализуемость четырехполюсника в сосредоточенном элементном базисе:

$$k_{12}^{0} \leq 0; \quad k_{11}^{0} \geq \left|k_{12}^{0}\right|; \quad k_{22}^{0} \geq \left|k_{12}^{0}\right|.$$

Также для получения различных реализаций рассмотрим два варианта ограничений на схемную реализуемость четырехполюсника в распределенном элементном базисе.

1. Условия схемной реализуемости в виде отрезка регулярной линии передачи с удвоенной электрической длиной, рис. 5:

$$K_{11}^{0} = K_{22}^{0} = K_{11}^{\infty} = K_{22}^{\infty} = K_{21}^{\infty} = K_{21}^{0} = K1 > 0.$$

2. Условия схемной реализуемости в виде С-секции симметричных связанных линий передачи, рис. 6:

$$K_{11}^{\infty} = K_{22}^{\infty} = K_{12}^{\infty} = K1 > 0,$$

$$K_{11}^{0} = K_{22}^{0} = -K_{12}^{0} = K2 > 0,$$

$$K2 > K1.$$

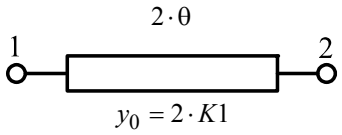


Рис. 5 – Отрезок регулярной линии передачи с удвоенной электрической длиной

Fig. 5 – Regular transmission line with double electrical length

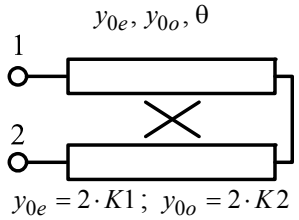


Рис. 6 – С-секция симметричных связанных линий передачи

Fig. 6 – C-section of symmetric coupled transmission lines

Известно, что характеристика группового времени запаздывания (ГВЗ) С-секции имеет периодическую зависимость от частоты [6] и поэтому часто используется в составе фазовых корректоров. Однако С-секция не выполняет функции согласования комплексных нагрузок.

Результаты решения задачи аппроксимации на первом этапе и уточнения решения методами оптимизации для первого и второго варианта реализации приведены в табл. 1 и 2 соответственно.

Таблица 1/Table 1

Результаты решения задачи синтеза для первого варианта реализации
Results of solving the problem of synthesis for the first realization

Параметр	$K1$	k_{11}^0	k_{22}^0	k_{21}^0	k_φ
Начальное приближение	0,3573	6,27	0,21	0,21	0,497
Уточнение решения	0,8735	6,14	0,489	0,446	0,291

Таблица 2/Table 2

Результаты решения задачи синтеза для второго варианта реализации
Results of solving the problem of synthesis for the second realization

Параметр	$K1$	$K2$	k_{11}^0	k_{22}^0	k_{21}^0	k_φ
Начальное приближение	0,3596	0,4926	6,1	0,021	0,021	0,51
Уточнение решения	0,3973	0,918	7,1	0,287	0,287	1,75

На рис. 7 и 8 приведены графики коэффициента преобразования мощности и ГВЗ первого варианта реализации, на рис. 9 и рис. 10 – второго варианта. Характеристики после решения задачи аппроксимации показаны штриховой линией, после оптимизации – сплошной линией. Заданная функция ГВЗ показана пунктирной линией.

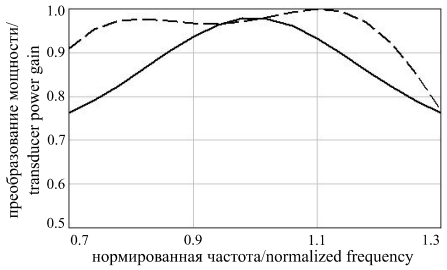


Рис. 7 – График преобразования мощности первого варианта реализации

Fig. 7 – Transducer power gain of the first realization

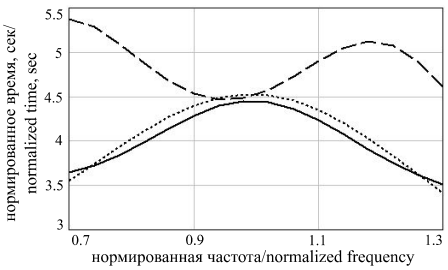


Рис. 8 – Групповое время запаздывания первого варианта реализации

Fig. 8 – Group delay of the first realization

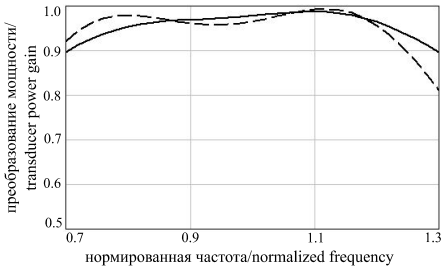


Рис. 9 – График преобразования мощности второго варианта реализации

Fig. 9 – Transducer power gain of the second realization

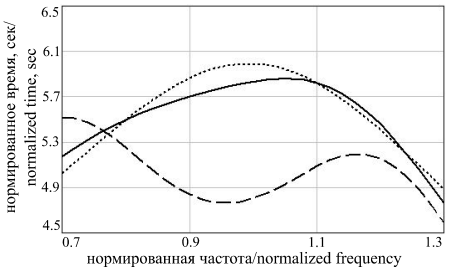


Рис. 10 – Групповое время запаздывания второго варианта реализации

Fig. 10 – Group delay of the second realization

На рис. 11 и 12 приведены схемы синтезированных согласующих цепей.

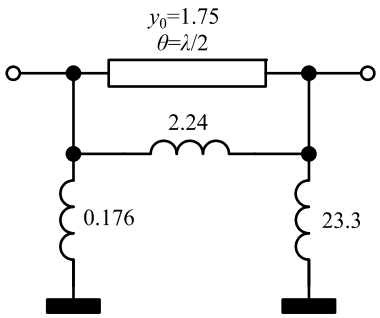


Рис. 11 – Схема первого варианта реализации согласующего устройства

Fig. 11 – Scheme of the first realization of matching device

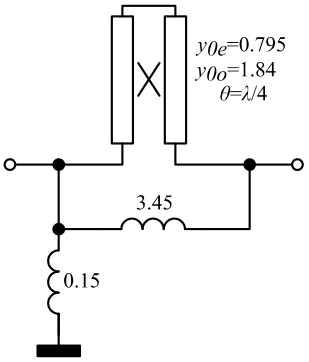


Рис. 12 – Схема второго варианта реализации согласующего устройства

Fig. 12 – Scheme of the second realization of matching device

В результате получено два варианта реализации согласующего устройства с заданной ФЧХ. Характеристика ГВЗ данных устройств повторяет заданную зависимость с установленной в процессе оптимизации точностью относительного максимального отклонения не более 3 %. Однако АЧХ второго варианта реализации более равномерна в заданной полосе частот $(G_{\min} = 0,897,\ \Delta G = 0,093)$ по сравнению с первым вариантом реализации $(G_{\min} = 0,764,\ \Delta G = 0,2135)$.

Аналогично, устанавливая различные ограничения схемной реализуемости, могут быть получены другие варианты реализации согласующего устройства с заданной фазовой характеристикой.

Подобные устройства могут использоваться при согласовании комплексного сопротивления активного элемента с активным сопротивлением последующего фазового корректора, который будет иметь на одно звено меньше за счет ФЧХ согласующей цепи.

Заключение

Сформулирована задача синтеза широкополосных согласующих устройств с заданной фазовой характеристикой, связывающих произвольные иммитансы источника сигнала и нагрузки. Решение задачи синтеза производится в два этапа, где на первом этапе с помощью собственных функций идеального согласующего реактивного четырехполюсника строится начальное приближение, которое затем оптимизируется численными методами.

Теоретически данный метод позволяет синтезировать согласующую цепь с любой формой фазовой характеристики, соответствующей физически осуществимой электрической цепи. Однако на практике при реализации сложных зависимостей ФЧХ и при одновременном согласовании комплексных нагрузок возникают трудности, связанные с реализацией полученного четырехполюсника. Существуют методы, позволяющие реализовать **z**- или **y**-матрицу четырехполюсника, удовлетворяющую условиям физической реализуемости, с использованием идеальных трансформаторов, но для практического применения такие цепи малопригодны. Поэтому наиболее эффективным оказывается использование математического описания удобной для реализации структуры в распределенном элементном базисе

совместно с простыми четырехполюсниками в сосредоточенном элементном базисе. Такой подход позволяет реализовать несложные зависимости фазовой характеристики при простых иммитансах источника сигнала и нагрузки, что продемонстрировано в данной работе на конкретном примере. В результате получено два варианта реализации согласующего устройства, упрощающего конструкцию следующего за ним фазового корректора.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Гиллемин Э.** Синтез пассивных цепей. – М.: Связь, 1970.
2. **Девятков Г.Н.** Рабочие и собственные параметры согласующих четырехполюсников // Научный вестник НГТУ. – 2003. – № 2 (15). – С. 165–172.
3. **Volkhin D.I., Devyatkov G.N.** Criteria of the matrix of analog passive all-pass network // 12th International Conference on Actual Problems of Electronic Instrument Engineering, APEIE-2014, Novosibirsk, Russia, 2–4 October 2014: proceedings. – Novosibirsk, 2014. – Vol. 1. – P. 393–395.
4. **Васильев Ф.П.** Методы оптимизации. – М.: Факториал Пресс, 2002.
5. **Сильвинская К.А., Голышко З.И.** Расчет фазовых и амплитудных корректоров: справочник. – М.: Связь, 1980.
6. Регулярные и нерегулярные многосвязные полосковые структуры и устройства на их основе: расчет первичных параметров, импульсные измерения характеристик / Н.Д. Малютин, А.Н. Сычев, Э.В. Семенов, А.Г. Лощилов. – Томск: ТУСУР, 2012.

METHOD OF SYNTHESIS OF MATCHING DEVICES WITH PREDETERMINED PHASE RESPONSES

Volkhin D.I., Devyatkov G.N.
Novosibirsk state technical university, Novosibirsk, Russia

In this paper we formulate the problem of synthesis of broadband matching devices with predetermined phase responses. A mathematical model of the synthesized device is a matrix description of parameters of idling or short circuit modes presented in an appropriate form of convergent Foster's series. The formulated synthesis problem is a problem of non-linear minimax approximations with restrictions. The solution is proposed to be carried out in two stages. At the first stage an initial approximation is searched close to the global optimum, while at the second stage some improvement of the initial solution is made. To solve the problem the functions of an ideal matching lossless two-port are used at the first stage. They facilitate the choice of function structures of the synthesized two-port inherent parameters taking into account the predetermined phase function which are to approximate the limiting values of ideal functions. At the second stage the synthesized circuit performance is optimized. The optimization procedure of the circuit performance by the possible direction method is described. The efficiency of the proposed approach is demonstrated by the synthesis of a device for matching signal source impedance with an active load resistance and reproducing the phase response of the second order phase circuit. Thus, the synthesized device performs the task of matching and equalizing the phase-frequency characteristic and simplifies the design of the phase equalizer which is place next to it.

Keywords: Synthesis of matching devices; phase equalization; Foster's form; ideal matching two-port.

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-4-49-60

REFERENCES

1. Guillemin E. *Synthesis of passive networks*. New York, Wiley, 1957. 741 p. (Russ. ed.: Gillemin E. *Sintez passivnykh tsepei*. Moscow, Svyaz' Publ., 1970. 720 p.).
2. Devyatkov G.N. Rabochie i sobstvennye parametry soglasuyushchikh chetyrekhpolyusnikov [Operating and own parameters of matching two-ports]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo*

gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university, 2003, no. 2 (15), pp. 165–172.
3. Volkhin D.I., Devyatkov G.N. Criteria of the matrix of analog passive all-pass network. *International Conference on Actual Problems of Electronic Instrument Engineering, APEIE-2014*, Novosibirsk, Russia, 2–4 October 2014: proceedings, vol. 1, pp. 393–395.
4. Vasil'ev F.P. *Metody optimizatsii* [Optimization methods]. Moscow, Faktorial Press Publ., 2002.
5. Sil'vinskaya K.A., Golyshko Z.I. *Raschet fazovykh i amplitudnykh korrektorov*: spravochnik [Calculation of phase and amplitude equalizers: handbook]. Moscow, Svyaz' Publ., 1980.
6. Malyutin N.D., Sychev A.N., Semenov E.V., Loshchilov A.G. *Regulyarnye i neregulyarnye mnogosvyaznye poloskovye struktury i ustroistva na ikh osnove: raschet pervichnykh parametrov, impul'snye izmereniya kharakteristik* [Regular and nonregular multicouple structures and devices based on them]. Tomsk, TUSUR Publ., 2012.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Вольхин Дмитрий Игоревич – родился в 1990 году, аспирант кафедры конструирования и технологии радиоэлектронных средств Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: автоматизированный синтез и проектирование активных и пассивных устройств СВЧ. Опубликовано 7 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: d.volkhin@ngs.ru).

Volkhin Dmitry Igorevich (b.1990) – postgraduate student at the Department of Design and Technology of Electronic Devices in the Novosibirsk State Technical University. His research interests are focused on automated synthesis and design of active and passive microwave devices. He is the author of 7 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: d.volkhin@ngs.ru).

Девятков Геннадий Никифорович – родился в 1945 году, д-р техн. наук, доцент, профессор кафедры конструирования и технологии радиоэлектронных средств Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: автоматизированный синтез активных и пассивных устройств СВЧ. Опубликовано 150 научных работ, в том числе две монографии. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: devyatkovgn@mail.ru).

Devyatkov Gennady Nikiforovich (b. 1945) – Doctor of Science (Eng.), Associate Professor, Professor at the Department of Design and Technology of Electronic Devices in the Novosibirsk State Technical University. His research interests include automated synthesis and design of active and passive microwave devices. He is the author of 150 scientific papers and 2 monographs. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: devyatkovgn@mail.ru).

Статья поступила 30 июня 2016 г.
Received June 30, 2016

To Reference:

Volkhin D.I., Devyatkov G.N. Metod sinteza soglasuyushchikh ustroistv s zadannymi fazovymi kharakteristikami [Method of synthesis of matching devices with predetermined phase response]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2016, no. 4 (33), pp. 49–60. doi: 10.17212/1727-2769-2016-4-49-60

ДОКЛАДЫ АН ВШ РФ
2016 октябрь–декабрь № 4 (33)

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 621.313.282.2

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ДВУХКАТУШЕЧНОЙ СИНХРОННОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ МАШИНЫ УДАРНОГО ДЕЙСТВИЯ С ИНЕРЦИОННЫМ РЕВЕРСОМ БОЙКА

Л.А. Нейман, В.Ю. Нейман
Новосибирский государственный технический университет

Развитие современных методов анализа и синтеза электромеханических систем, в том числе ударного действия, предполагает повышенный интерес к созданию и совершенствованию математических моделей машин и устройств, наиболее объективно отражающих их динамическое состояние в различных технологических процессах. В этой связи актуальность проводимых исследований обусловлена необходимостью расширения возможностей динамического расчета электромагнитной машины возвратно-поступательного движения при возбуждении периодических ударных импульсов сил и взаимодействии с деформируемой средой. В качестве объекта исследований рассматривается электромагнитный ударный узел двухкатушечной синхронной электромагнитной машины с инерционным реверсом бойка, включающий в себя многомассовую колебательную систему с упругими связями и получающий питание от однофазного источника напряжения промышленной частоты по однополупериодной схеме выпрямления. Создана математическая модель динамики электромагнитного ударного узла, обеспечивающая широкие возможности всестороннего анализа электромеханических процессов при возбуждении периодических ударных импульсов сил и взаимодействии с деформируемой средой. Основу модели составляют дифференциальные уравнения, описывающие электрическое равновесие нелинейной системы и механическое взаимодействие поступательно движущихся масс, полученные с помощью уравнения Лагранжа второго рода. Достоинством модели является возможность учета большого числа взаимосвязанных факторов, зависящих от скорости бойка и частоты ударных импульсов сил, степени подвижности инерционных масс и свойств упругих связей механической системы, магнитных свойств материалов, сопровождаемые различного рода потерями энергии. Методами и средствами структурного моделирования в Matlab Simulink рассмотрен пример численной реализации модели ударного узла с потерями энергии. Расхождение результатов расчета с экспериментальными данными не превышают 8 %. Выполненные исследования расширяют возможности модели в проведении динамического расчета и решения вопросов рационального выбора параметров электромагнитного ударного узла на стадии проектирования.

Ключевые слова: ударный узел, синхронная электромагнитная машина, математическая модель, механическая колебательная система, упругие связи, инерционный реверс бойка, уравнение Лагранжа второго рода.

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-4-61-79

Введение

Машины и механизмы с электроприводами возвратно-поступательного движения, в том числе ударного действия, находят широкое применение в промышленности для обеспечения многих технологических процессов [1–4].

Перспективным направлением исследований в данной области является совершенствование машин и механизмов, созданных на основе электромагнитного привода ударного действия [5, 6].

Механическая система такого электропривода обеспечивает относительно высокую его надежность и повышенный ресурс работы при воздействии ударных

© 2016 Л.А. Нейман, В.Ю. Нейман

нагрузок, а также некоторое снижение энергопотребления при работе в околорезонансных режимах [7, 8].

Вопросам преимущественного использования вариантов схем электромагнитных машин ударного действия посвящено достаточное количество работ [9, 10].

Как обладающие более высокими энергетическими показателями, следует выделить синхронные электромагнитные машины ударного действия, для которых частота механических колебаний ударной массы бойка кратна частоте питающей сети [11, 12].

Существующие сегодня методики точного учета конструктивных параметров синхронных машин ударного действия основаны в своем большинстве на статических подходах и позволяют в разной степени улучшать их силовые и энергетические показатели [13–17].

Повышение эффективности работы синхронных электромагнитных машин и снижение энергопотребления возможны только при условии рационального выбора параметров электромеханической системы ударного узла.

Как правило, выбор параметров ударного узла связан с учетом большого числа взаимосвязанных факторов, зависящих от скорости движения бойка и частоты ударных импульсов сил, степени подвижности инерционных масс и свойств упругих связей механической системы, нелинейности характеристик магнитных материалов и т. д. [18–20].

Упрощение связей в подобных системах, работающих исключительно в переходных режимах, существенно ограничивает в возможностях рационального выбора параметров электромеханической ударной системы. Поэтому создание математической модели динамики ударного узла, наиболее объективно отражающей взаимосвязи параметров этой системы, является решением актуальной задачи.

В качестве объекта для исследований рассматривается электромагнитный ударный узел двухкатушечной синхронной электромагнитной машины с инерционным реверсом бойка [4].

Данный вариант ударного узла широко известен, также появились более совершенные его модификации [21–23], однако выполненные к настоящему времени исследования касаются лишь частных вопросов и имеют рекомендательный характер либо не содержат обоснованных пределов применения.

Целью данной работы является разработка математической модели динамики двухкатушечной синхронной электромагнитной машины ударного действия с инерционным реверсом бойка учитывающей возможности в проведении всестороннего анализа электромеханических процессов в различных режимах.

1.Электромагнитный ударный узел с инерционным реверсом бойка

Конструктивная схема двухкатушечного электромагнитного ударного узла приведена на рис. 1. Для реализации рабочего цикла используется система из двух катушек прямого *1* и обратного *2* хода, заключенных в общий или раздельные магнитопроводы *3*, *4*, которые обеспечивают разгон ударной массы бойка *5* электромагнитными силами в двух направлениях. Совершая возвратно-поступательные движения, боек *5* периодически взаимодействует с рабочим инструментом *6* и с массивным инерционным преобразователем *7*, который выполняет его остановку и реверс. При ударном взаимодействии движение инерционного преобразователя *7* происходит в направлении, противоположном направлению движения бойка *5*, а его кинетическая энергия переходит в потенциальную энергию при сжатии пружины *8*.

После ударного взаимодействия бойка *5* с рабочим инструментом *6* и передачи энергии в деформируемую среду *9* движение бойка под действием электромаг-

нитных сил катушки обратного хода *2* выполняется в направлении движущемуся ему навстречу инерционного преобразователя *7*. Далее цикл повторяется.

Для снижения амплитуды вибраций в промежутке между крепежным устройством *10* и основанием электропривода установлен виброизолирующий упругий элемент *11*.

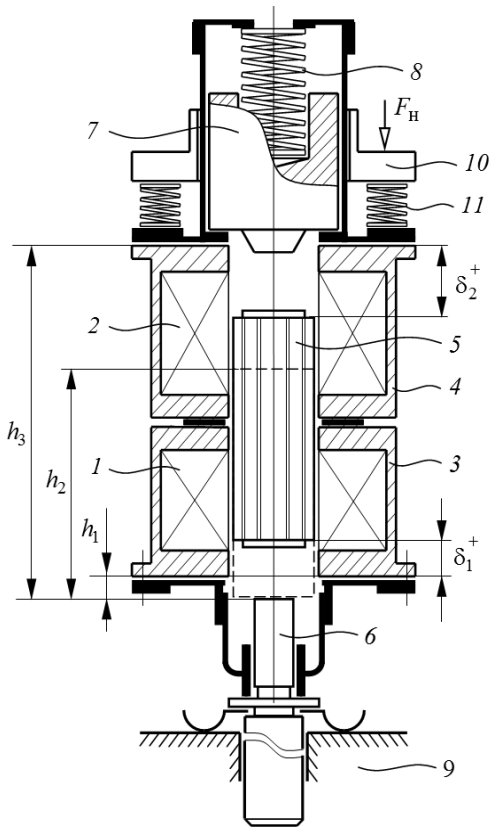


Рис. 1 – Электромагнитный ударный узел

Fig. 1 – Electromagnetic impact node

Усилие нажатия $F_н$ обеспечивает необходимую устойчивую связь ударного узла с рабочим инструментом при возбуждении ударного импульса сил и взаимодействии с деформируемой средой. Катушки получают питание от однофазного источника напряжения промышленной частоты по однополупериодной схеме выпрямления. Рабочий цикл ударного узла осуществляется за время одного периода напряжения, что при частоте источника $f = 50\,\text{Гц}$ обеспечивает синхронную частоту ударных импульсов сил $n_{уд}$ и длительность времени рабочего цикла $t_ц$:

$$n_{уд} = \frac{60\,f}{2\,p} = 3000 \text{ уд/мин}; \qquad t_ц = \frac{2\,p}{f} = 0,02 \text{ с},$$

где $2\,p = 1$ – число периодов напряжения в течение времени одного рабочего цикла.

2. Методы решения

На начальном этапе реализации модели полагаем, что ударного взаимодействия в механической системе не возникает, а процесс движения является результатом наложения вынужденных и свободных колебаний системы от действия внешней периодической силы. В этом случае механическая и магнитная системы (рис. 1) связаны зависимостями электромагнитного усилия $f_{эм1} = f(i_1, x_1)$ и $f_{эм2} = f(i_2, x_1)$ от величины протекающего по катушкам тока i_1, i_2 и координаты положения бойка x_1. Магнитная и электрическая системы связаны зависимостями величины потокосцеплений $\psi_{эм1} = f(i_1, x_1)$ и $\psi_{эм2} = f(i_2, x_1)$.

Уравнения электрического равновесия системы используем в виде

$$u_1(t) = i_1 r_1 + \frac{d\psi_1(i_1, x_1)}{dt}, \tag{1}$$

$$u_2(t) = i_2 r_2 + \frac{d\psi_2(i_2, x_1)}{dt}, \tag{2}$$

где $u_1(t)$, $u_2(t)$ – напряжение на обмотках катушек; r_1, r_2 – активные сопротивления в цепи катушек.

Согласно установленным связям и действующим в системе обобщенным силам, на рис. 2 представлена расчетная схема механической части электромагнитного ударного узла (рис. 1). В качестве обобщенных координат здесь выступают линейные перемещения центра масс бойка x_1 массой m_1, рабочего инструмента x_2 массой m_2, инерционного преобразователя x_3 массой m_3, электропривода x_4 массой m_4 и устройства крепежа x_5 с присоединенной к нему массой m_5.

Уравнения движения механической системы получим на основании уравнения Лагранжа второго рода [24]:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_i} = -\frac{\partial \Pi}{\partial x_i} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{x}_i} + Q_i, \quad i = 1, 2, \ldots, N, \tag{3}$$

где T – кинетическая энергия системы; Π – потенциальная энергия системы; Φ – диссипативная функция системы (функция Рэлея); $\frac{\partial \Pi}{\partial x_i}$, $\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{x}_i}$, Q_i – обобщенные силы упругости, сопротивления движению и внешних воздействий, соответствующие i-й обобщенной координате; x_i – обобщенные координаты; $\dot{x}_i$ – обобщенные скорости; N – число степеней свободы механической системы ($N = 5$).

Принимаем положение устойчивого статического равновесия системы за начало отсчета и за нулевой уровень потенциальной энергии. Последовательно установим величины, входящие в уравнение (3).

Кинетическая энергия механической системы для поступательно движущихся масс без учета ударного взаимодействия тел

$$T = \frac{m_1 \dot{x}_1^2}{2} + \frac{m_2 \dot{x}_2^2}{2} + \frac{m_3 \dot{x}_3^2}{2} + \frac{m_4 \dot{x}_4^2}{2} + \frac{m_5 \dot{x}_5^2}{2}.$$

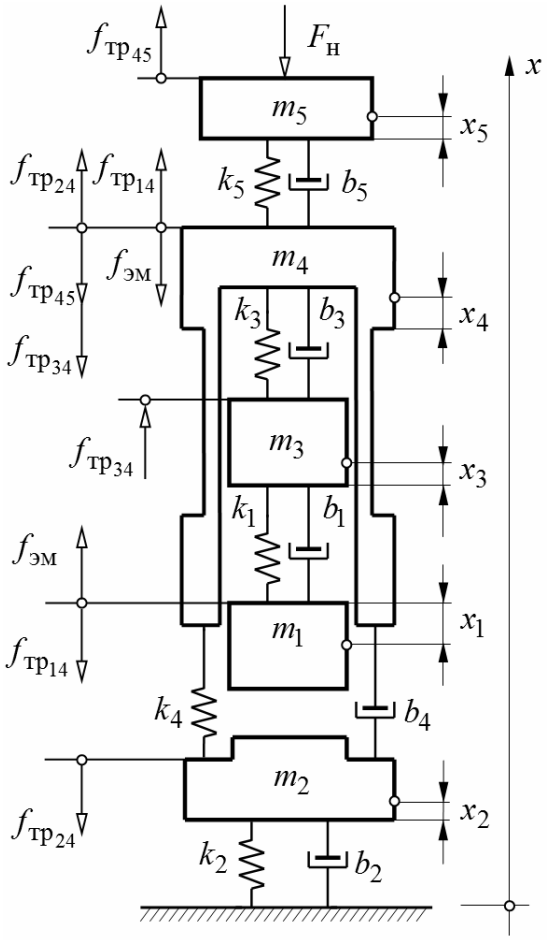


Рис. 2 – Расчетная динамическая схема электромеханической системы

Fig. 2 – Calculated dynamic model electromechanical system

Потенциальная энергия упругих связей

$$\Pi = \frac{k_1 (x_1 - x_3)^2}{2} + \frac{k_2 x_2^2}{2} + \frac{k_3 (x_4 - x_3)^2}{2} + \frac{k_4 (x_4 - x_2)^2}{2} + \frac{k_5 (x_5 - x_4)^2}{2},$$

где $k_1 \ldots k_5$ – статические коэффициенты жесткости упругих связей.

Диссипативная функция Рэлея

$$\Phi = \frac{b_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_3)^2}{2} + \frac{b_2 \dot{x}_2^2}{2} + \frac{b_3 (\dot{x}_4 - \dot{x}_3)^2}{2} + \frac{b_4 (\dot{x}_4 - \dot{x}_2)^2}{2} + \frac{b_5 (\dot{x}_5 - \dot{x}_4)^2}{2},$$

где $b_1 \ldots b_5$ – коэффициенты вязкого трения упругих связей.

Отметим, что дополнительные связи (рис. 2) с приведенной жесткостью k_1 и вязким трением b_1 реализуются только формально. Также полагаем, что электромагнитные силы в механической системе значительно превышают вес бойка.

Обобщенные силы внешних воздействий и силы трения скольжения, соответствующие обобщенным координатам:

$$Q_{x_1} = f_{\text{эм}}(i, x_1) - f_{\text{тр}_{14}} \operatorname{sign} \dot{x}_1;\ Q_{x_2} = -f_{\text{тр}_{24}} \operatorname{sign} \dot{x}_2;\ Q_{x_3} = f_{\text{тр}_{34}} \operatorname{sign} \dot{x}_3;$$

$$Q_{x_4} = -f_{\text{эм}}(i, x_1) + \left(f_{\text{тр}_{14}} + f_{\text{тр}_{24}} - f_{\text{тр}_{34}} - f_{\text{тр}_{45}}\right)\operatorname{sign} \dot{x}_4;\ Q_{x_5} = f_{\text{тр}_{45}} \operatorname{sign} \dot{x}_5 - F_{\text{н}},$$

где $f_{\text{эм}}(i, x_1) = f_{\text{эм}1}(i_1, x_1) + f_{\text{эм}2}(i_2, x_1)$ – вынуждающая электромагнитная сила первой и второй катушки; $f_{\text{тр}_{14}}$, $f_{\text{тр}_{24}}$, $f_{\text{тр}_{34}}$, $f_{\text{тр}_{45}}$ – силы сухого трения скольжения; $F_{\text{н}}$ – постоянная величина усилия нажатия.

Внося значения производных от кинетической энергии, потенциальной энергии и функции Рэлея в уравнение (3) с учетом действующих внешних обобщенных сил и сил трения скольжения выражения (1)–(3), позволяют образовать полную систему дифференциальных уравнений без учета ударного взаимодействия инерционных масс:

$$u_1(t) = i_1 r_1 + \frac{d\psi_1(i_1, x_1)}{dt}; \tag{4}$$

$$u_2(t) = i_2 r_2 + \frac{d\psi_2(i_2, x_1)}{dt}; \tag{5}$$

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + b_1\left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_3}{dt}\right) + k_1(x_1 - x_3) = f_{\text{эм}}(i, x_1) - f_{\text{тр}_{14}} \operatorname{sign} \frac{dx_1}{dt}; \tag{6}$$

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + b_2 \frac{dx_2}{dt} - b_4\left(\frac{dx_4}{dt} - \frac{dx_2}{dt}\right) + k_2 x_2 - k_4(x_4 - x_2) = -f_{\text{тр}_{24}} \operatorname{sign} \frac{dx_2}{dt}; \tag{7}$$

$$m_3 \frac{d^2 x_3}{dt^2} - b_1\left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_3}{dt}\right) - b_3\left(\frac{dx_4}{dt} - \frac{dx_3}{dt}\right) - k_1(x_1 - x_3) - k_3(x_4 - x_3) =$$

$$= f_{\text{тр}_{34}} \operatorname{sign} \frac{dx_3}{dt}; \tag{8}$$

$$m_4 \frac{d^2 x_4}{dt^2} + b_3\left(\frac{dx_4}{dt} - \frac{dx_3}{dt}\right) + b_4\left(\frac{dx_4}{dt} - \frac{dx_2}{dt}\right) - b_5\left(\frac{dx_5}{dt} - \frac{dx_4}{dt}\right) +$$

$$+k_3(x_4 - x_3) + k_4(x_4 - x_2) - k_5(x_5 - x_4) = -f_{\text{эм}}(i, x_1) +$$

$$+\left(f_{\text{тр}_{14}} + f_{\text{тр}_{24}} - f_{\text{тр}_{34}} - f_{\text{тр}_{45}}\right)\operatorname{sign} \frac{dx_4}{dt}; \tag{9}$$

$$m_5 \frac{d^2 x_5}{dt^2} + b_5\left(\frac{dx_5}{dt} - \frac{dx_4}{dt}\right) + k_5(x_5 - x_4) = f_{\text{тр}_{45}} \operatorname{sign} \frac{dx_5}{dt} - F_{\text{н}}. \tag{10}$$

Под действием внешних периодических сил $f_{\text{эм}1} = f(i_1, x_1)$ и $f_{\text{эм}2} = f(i_2, x_1)$ в механической системе возникают сложные колебания, являющиеся результатом наложения вынужденных и свободных колебаний.

Реальный процесс движения следует рассматривать как результат совместного действия вынужденных, свободных колебаний механической системы и ударных импульсов сил, обусловленных ударным взаимодействием бойка с рабочим инструментом и инерционным преобразователем.

Возвратно-поступательные движения бойка выполняются в ограниченном диапазоне перемещений, не позволяющих бойку выходить за установленные пределы, и для описания модели целесообразно воспользоваться следующей системой равенства

$$x_1(t)=\begin{cases}0 \quad \text{при } t=nt_{\text{ц}};\\ h_3-h_2-\delta_2^{+}+\left|\delta_2^{-}\right|, \ \text{если } \dfrac{dx}{dt}>0, \ \text{при } nt_{\text{ц}}\le t\le nt_{\text{ц}}+t_{\text{р}};\\ h_1+\delta_1^{+}-\left|\delta_1^{-}\right|, \ \text{если } \dfrac{dx}{dt}<0, \ \text{при } nt_{\text{ц}}+t_{\text{р}}\le t\le (n+1)t_{\text{ц}},\end{cases} \tag{11}$$

где δ_1^{+}, δ_1^{-} – рабочий воздушный зазор, образованный положением бойка до выхода и после выхода из полюсной системы катушки прямого хода; δ_2^{+}, δ_2^{-} – аналогично для катушки обратного хода; h_1, h_2 и h_3 – фиксированные координаты относительно ударного сечения рабочего инструмента (см. рис. 1); $n=1,2\ldots$ – число полных циклов; $t_{\text{ц}}=t_{\text{р}}+t_{\text{п}}$; $t_{\text{р}}$ – длительность времени обратного хода; $t_{\text{п}}$ – длительность времени прямого хода.

При работе ударного узла направление движения инерционного преобразователя всегда находится в противофазе относительно движения бойка. При энергообмене ударом кинетическая энергия инерционной массы преобразователя переходит в потенциальную энергию при сжатии пружины и затем в кинетическую энергию на встречном ходе.

Учитывая упругие и диссипативные свойства материала, полагаем, что в процессе удара изменяются физические свойства массы тел, вызванные деформацией и неполным восстановлением их объемов.

Проекции скоростей центров масс в конце упругого удара (рис. 3):

$$\overline{v}_1=\overline{v}+k_{\text{в}}\left(\overline{v}-\overline{v}_1\right)=\overline{v}(1+k_{\text{в}})-k_{\text{в}}v_1; \tag{12}$$

$$\overline{v}_3=\overline{v}+k_{\text{в}}\left(\overline{v}-\overline{v}_3\right)=\overline{v}\left(1+k_{\text{в}}\right)-k_{\text{в}}v_3, \tag{13}$$

где v_1, v_3 – скорости центра масс бойка и инерционного преобразователя в начале удара; $\overline{v}_1$, $\overline{v}_3$ – скорости центра масс бойка и инерционного преобразователя в конце упругого удара; $\overline{v}$ – общая скорость центра масс абсолютно неупругого удара; $k_{\text{в}}$ – коэффициент восстановления скорости ($0\le k_{\text{в}}\le 1$).

Проекция общей скорости центра масс абсолютно неупругого удара

$$\overline{v}=\frac{m_1v_1+m_3v_3}{m_1+m_3}. \tag{14}$$

Решая совместно (12), (13) и (14), получим проекции скоростей центра масс в конце упругого удара через значения скоростей в начале удара:

$$\overline{v}_1=v_1-(1+k_{\text{в}})\frac{m_3}{m_1+m_3}(v_1-v_3); \tag{15}$$

$$\overline{v}_3 = v_3 + (1 + k_в)\frac{m_1}{m_1 + m_3}(v_1 - v_3). \tag{16}$$

Ударный импульс взаимных реакций тел за весь период упругого удара может быть выражен через равенство

$$S_1 = S_I + S_{II} = (1 + k_в)S_I, \tag{17}$$

где S_I – ударный импульс первой фазы удара, соответствующий наибольшей деформации тел; S_{II} – ударный импульс второй фазы удара; $k_в = \frac{S_{II}}{S_I}$.

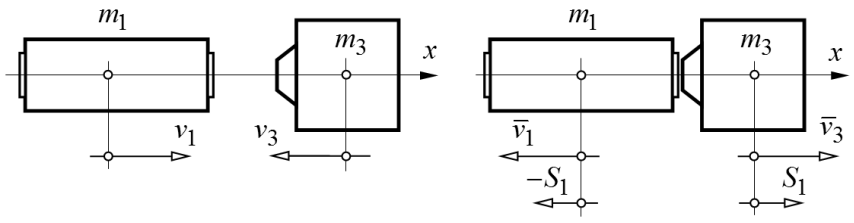


Рис. 3 – Расчетная схема элементов ударной системы инерционного реверса
Fig. 3 – Diagram of the elements of the shock inertial reverse system

Применяя теорему об изменении количества движения, импульсы ударных сил за время первой фазы удара

$$\begin{cases} m_1\left(\overline{v} - v_1\right) = -S_I; \\ m_2\left(\overline{v} - v_3\right) = S_I. \end{cases} \tag{18}$$

На основании равенств (14), (17) и (18) ударный импульс для каждой из соударяющихся масс (рис. 3)

$$S_1 = (1 + k_в)\frac{m_1 m_3}{m_1 + m_3}(v_1 - v_3).$$

Средняя величина импульсов сил в результате взаимодействия бойка и инерционного преобразователя в конце упругого удара:

$$N_1 = \frac{m_1\overline{v}_1}{\tau_и}; \quad N_2 = \frac{m_3\overline{v}_3}{\tau_и},$$

где $\tau_и$ – время действия импульса силы.

Аналогичные выводы можно проделать в отношении ударного взаимодействия бойка и рабочего инструмента. Полагая, что скорость рабочего инструмента на момент удара $v_2 \approx 0$, получим проекции скоростей центра масс в конце упругого удара

$$\overline{v}_1 = v_1 - (1 + k_в)\frac{m_2}{m_1 + m_2}v_1;$$

$$\overline{v}_2 = (1 + k_в)\frac{m_1}{m_1 + m_2}v_1.$$

Ударный импульс взаимных реакций тел за весь период упругого удара

$$S_2 = (1 + k_{\text{в}})S_{\text{I}} = (1 + k_{\text{в}})\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_1 .$$

Средняя величина импульсов сил в результате взаимодействия бойка и ударного инструмента в конце упругого удара:

$$N_3 = \frac{m_1 \overline{v}_1}{\tau_{\text{и}}}; \quad N_4 = \frac{m_2 \overline{v}_2}{\tau_{\text{и}}},$$

где $\overline{v}_1$, $\overline{v}_2$ – проекции скоростей центра масс бойка и рабочего инструмента в конце упругого удара.

При отскоке бойка от рабочего инструмента часть кинетической энергии возвращается в механическую систему для использования в следующем цикле,

$$\overline{T}_2 = \frac{m_1 v_1^2}{2} k_{\text{от}}^2 = \frac{m_1 v_1^2}{2}\left[\frac{m_2}{m_1 + m_2}\left(k_{\text{в}} - \frac{m_1}{m_2}\right)\right]^2,$$

где $k_{\text{от}} = \dfrac{\overline{v}_1}{v_1}$ – коэффициент отскока бойка $(0 \le k_{\text{от}} \le 1)$.

Особый интерес с позиции энергопреобразования представляет приобретаемая кинетическая энергия бойка в процессе энергообмена ударом. Принимая во внимание равенство (15) и то, что движение инерционных масс (рис. 3) находится в противофазе, кинетическая энергия бойка в конце упругого удара с учетом проекций скоростей составит

$$\overline{T}_1 = \frac{m_1}{2}\left[v_1 - (1 + k_{\text{в}})\frac{m_3}{m_1 + m_3}(v_1 + v_3)\right]^2 .$$

На основании последнего уравнения отношение кинетической энергии бойка в конце упругого удара к кинетической энергии в начале удара можно выразить в виде

$$\frac{\overline{T}_1}{T_1} = \left[1 - \frac{(1 + k_{\text{в}})\left(1 + \dfrac{v_3}{v_1}\right)}{\dfrac{m_1}{m_3} + 1}\right]^2, \tag{19}$$

где $T_1 = \dfrac{m_1 v_1^2}{2}$ – кинетическая энергия бойка в начале удара.

Влияние параметров инерционной ударной системы с потерями кинетической энергии на деформацию по выражению (19) для $k_{\text{в}} = 0,9$ рассмотрено на диаграмме, приведенной на рис. 4.

Учитывая, что при ударе частично упругих тел закон сохранения энергии не выполняется вследствие деформации, которая сохраняется после удара, то потеря их кинетической энергии составит

$$\Delta T = \left[\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_3 v_3^2}{2}\right] - \left[\frac{m_1 \overline{v}_1^2}{2} + \frac{m_3 \overline{v}_3^2}{2}\right], \tag{20}$$

где первые два слагаемых правой части определяют кинетическую энергию соударяющихся масс в начале удара и вторые два слагаемых – соответственно кинетическую энергию соударяющихся масс в конце удара.

После подстановки (15) и (16) в выражение (20) и преобразования его получим потери кинетической энергии соударяющихся масс, выраженные через скорости, которыми эти массы обладали в начале удара.

$$\Delta T = \left(1 - k_{\text{в}}^2\right) \frac{m_1 m_3 (v_1 - v_3)^2}{2(m_1 + m_3)}. \tag{21}$$

Приводя (21) к безразмерным величинам относительно кинетической энергии соударяющихся масс в начале удара и, предварительно спроецировав скорости, получим

$$\Delta T^* = \frac{\left(1 - k_{\text{в}}^2\right) \frac{m_1}{m_3} \left(1 + \frac{v_3}{v_1}\right)^2}{\left(\frac{m_1}{m_3} + 1\right)\left[\frac{m_1}{m_3} + \left(\frac{v_3}{v_1}\right)^2\right]}. \tag{21}$$

Зависимость потерь кинетической энергии на деформацию от параметров ударной системы по уравнению (21) для $k_{\text{в}} = 0,9$ приведена на диаграмме рис. 5.

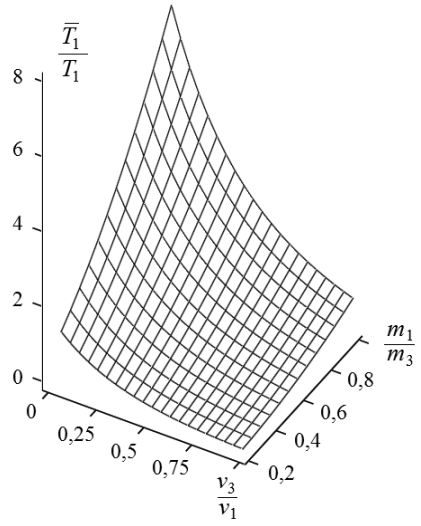


Рис. 4 – Отношение кинетических энергий бойка при энергообмене ударом

Fig. 4 – The ratio of the kinetic energy of the striker at the energy exchange impact

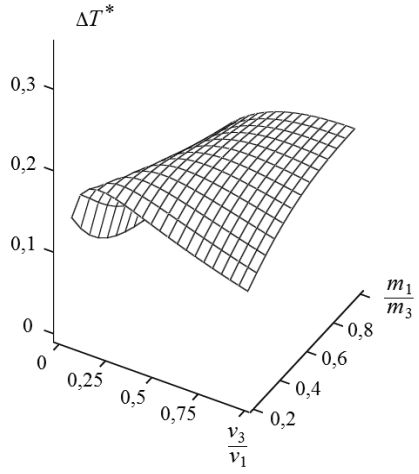


Рис. 5 – Зависимость потерь кинетической энергии на деформацию

Fig. 5 – The dependence on the deformation of the kinetic energy loss

На этапе создания модели полагаем, что сопротивление и упругие свойства деформируемой среды, оказываемые движению рабочего инструмента, определенным образом зависят от свойств введенных упругих связей. Также принимаем, что сила сопротивления движению бойка зависит только от силы трения скольжения ($k_1 = 0$, $b_1 = 0$).

Окончательно процесс движения в механической системе рассматриваем как результат совместного действия вынужденных, свободных колебаний и периодических ударных импульсов сил. Принимая во внимание ударные взаимодействия в механической системе, уравнения (4) – (10) совместно с условиями (11) позволяют построить обобщенную математическую модель динамики ударного узла в виде следующей системы дифференциальных уравнений:

$$
\begin{cases}
u_1(t) = i_1 r_1 + \dfrac{d\psi_1(i_{\mu 1}, x_1)}{dt}; \\
u_2(t) = i_2 r_2 + \dfrac{d\psi_2(i_{\mu 2}, x_1)}{dt}; \\
i_1 = i_{\text{п}1} + i_{\mu 1}; \quad i_2 = i_{\text{п}2} + i_{\mu 2}; \\
m_1 \dfrac{d^2 x_1}{dt^2} = \begin{cases}
N_3 - f_{\text{эм}1}(i_{\mu 1}, x_1) + f_{\text{эм}2}(i_{\mu 2}, x_1) - f_{\text{тр}_{14}} \operatorname{sign} \dfrac{dx_1}{dt}, \\
\qquad \text{если } \dfrac{dx_1}{dt} > 0, \quad \text{при } n t_{\text{ц}} \le t \le n t_{\text{ц}} + t_{\text{р}}; \\
-N_1 - f_{\text{эм}1}(i_{\mu 1}, x_1) + f_{\text{эм}2}(i_{\mu 2}, x_1) - f_{\text{тр}_{14}} \operatorname{sign} \dfrac{dx_1}{dt}, \\
\qquad \text{если } \dfrac{dx_1}{dt} < 0, \quad \text{при } n t_{\text{ц}} + t_{\text{р}} \le t \le (n+1) t_{\text{ц}};
\end{cases} \\
m_2 \dfrac{d^2 x_2}{dt^2} = -N_4 - \tilde{\lambda}_2 + \tilde{\lambda}_4 - f_{\text{тр}_{24}} \operatorname{sign} \dfrac{dx_2}{dt}; \\
m_3 \dfrac{d^2 x_3}{dt^2} = N_2 + \tilde{\lambda}_3 + f_{\text{тр}34} \operatorname{sign} \dfrac{dx_3}{dt}; \\
m_4 \dfrac{d^2 x_4}{dt^2} = -\tilde{\lambda}_3 - \tilde{\lambda}_4 + \tilde{\lambda}_5 + f_{\text{эм}1}(i_{\mu 1}, x_1) - f_{\text{эм}2}(i_{\mu 2}, x_1) + \\
\qquad + (f_{\text{тр}_{14}} + f_{\text{тр}_{24}} - f_{\text{тр}_{34}} + f_{\text{тр}_{45}}) \operatorname{sign} \dfrac{dx_4}{dt}; \\
m_5 \dfrac{d^2 x_5}{dt^2} = -\tilde{\lambda}_5 + f_{\text{тр}_{45}} \operatorname{sign} \dfrac{dx_5}{dt} - F_{\text{н}},
\end{cases}
$$

где $\tilde{\lambda}_2 = b_2 \dfrac{dx_2}{dt} + k_2 x_2$; $\tilde{\lambda}_3 = b_3 \left(\dfrac{dx_4}{dt} - \dfrac{dx_3}{dt} \right) + k_3 (x_4 - x_3)$; $\tilde{\lambda}_4 = b_4 \left(\dfrac{dx_4}{dt} - \dfrac{dx_2}{dt} \right) +$

$+ k_4 (x_4 - x_2)$; $\tilde{\lambda}_5 = b_5 \left(\dfrac{dx_5}{dt} - \dfrac{dx_4}{dt} \right) + k_5 (x_5 - x_4)$; $i_{\text{п}1}$, $i_{\text{п}2}$ – составляющие тока потерь, вызванные вихревыми токами и гистерезисом в первой и во второй катушках; $i_{\mu 1}$, $i_{\mu 2}$ – составляющие намагничивающего тока первой и второй катушек.

Полученная система дифференциальных уравнений динамики электромагнитного ударного узла (см. рис. 1) позволяет производить всесторонний анализ электромеханических процессов в различных режимах, учитывающих нелинейности в магнитной системе, степень подвижности инерционных масс и свойства упругих связей в механической системе, сопровождаемые различного рода потерями энергии.

3. Пример реализации модели

Решение модели выполнялось методами и средствами структурного моделирования в Matlab Simulink [25]. Построение структурной модели динамики ударного узла и разработка алгоритма расчета производились в соответствии с имеющимися рекомендациями [26]. Решение полевой части задачи выполнялось при использовании стандартных программ конечно-элементного моделирования магнитного поля [27, 28], с помощью которых определялся массив значений опорных точек статических параметров потокосцепления $\psi_{эм1} = f(i_1, \delta_1)$, $\psi_{эм2} = f(i_2, \delta_2)$ и электромагнитного усилия $f_{эм1} = f(i_1, \delta_1)$, $f_{эм2} = f(i_2, \delta_2)$ в зависимости от протекающего в катушках тока и положений бойка. Полученный массив значений статических параметров применялся для задания функции двух аргументов в виде стандартных блоков двухмерных таблиц в Simulink.

На рис. 6 представлены результаты моделирования в виде временных диаграмм процесса включения модернизированного варианта электромагнитного ударного узла ИЭ 4207 [4, 22].

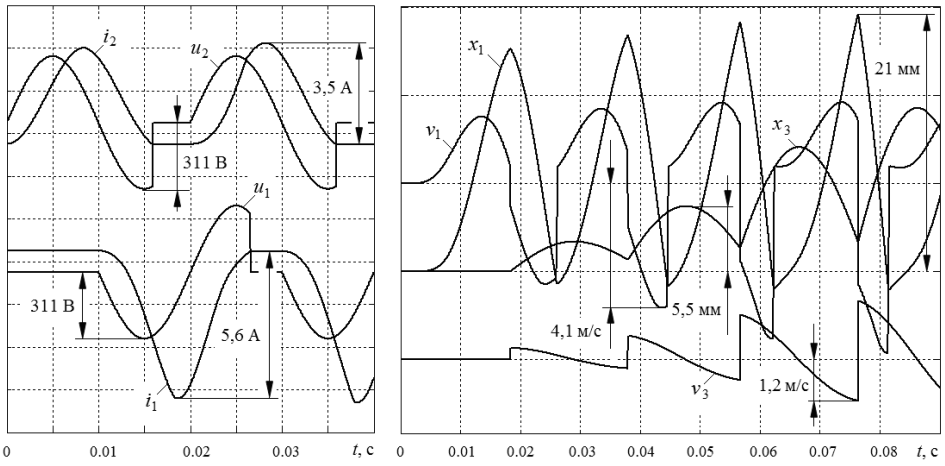


Рис. 6 – Временные диаграммы процесса включения электромагнитного ударного узла

Fig. 6 – Timing diagrams of the process for electromagnetic impact node

В качестве исходных данных модели использовались следующие параметры ударного узла: $m_1 = 0,394$ кг; $m_2 = 0,32$ кг; $m_3 = 0,66$ кг; $m_4 = 3,9$ кг; $m_5 = 1,2$ кг; $k_2 = 2 \cdot 10^6$ Н/м; $b_2 = 0$; $k_3 = 12,5 \cdot 10^3$ Н/м; $b_3 = 12$ Н·с/м; $k_4 = 16 \cdot 10^6$ Н/м; $b_5 = 45$ Н·с/м; $k_5 = 6 \cdot 10^3$ Н/м; $b_5 = 6$ Н·с/м; $f_{тр14} = 3$ Н; $f_{тр24} = 10$ Н; $f_{тр34} = 4$ Н; $f_{тр45} = 5$ Н.

Магнитопровод выполнен из электротехнической стали, близкой по магнитным свойства к стали марки 1212. Боек изготовлен цельнометаллическим из конструкционной стали 40ХН. Катушка прямого хода с количеством витков $w_1 = 1290$ имеет диаметр проводника $d_{\text{пр}} = 0,63$ мм и активное сопротивление $r_1 = 12,9$ Ом. Катушка обратного хода с количеством витков $w_2 = 1540$ имеет диаметр проводника $d_{\text{пр}} = 0,5$ мм и активное сопротивление $r_2 = 23,2$ Ом. Действующее значение напряжения однофазного источника $U = 220$ В.

Учет составляющих тока потерь $i_{\text{п}1}$ и $i_{\text{п}2}$ произведен в соответствии с рекомендациями [29, 30].

Оценка адекватности математической модели производилась путем сравнения расчетных значений показателей энергии удара $A_{\text{уд}}$, действующего значения тока I, потребляемой P_1 и полезной P_2 мощности, КПД и $\cos\varphi$ с показателями, полученными на физической модели (см. таблицу).

Сравнение результатов моделирования

Comparing modeling results

Значения показателя	$A_{\text{уд}}$, Дж	I, А	P_1, Вт	P_2, Вт	КПД, %	$\cos\varphi$
Расчет	6,4	4,5	820	320	39	0,42
Эксперимент	6,2	4,6	837	310	37	0,39

Расхождение между результатами расчетов и экспериментальными данными составляет 4…8 %, что позволяет сделать вывод об адекватности модели. Относительно хорошее соответствие количественных результатов существенным образом зависит от точности учета аналогов механических характеристик модели и в особенности это касается демпфирующих свойств упругих связей и сил сухого трения скольжения, которые для упрощения анализа большинство разработчиков игнорируют.

Полученные результаты расширяют возможности качественного анализа рабочих процессов и являются хорошим основанием в проведении всестороннего исследования этих процессов с целью улучшения технических характеристик двухкатушечного электромагнитного ударного узла и повышения эффективности его использования в технологических процессах.

Заключение

Создана математическая модель динамики двухкатушечной синхронной электромагнитной машины ударного действия с инерционным реверсом бойка, обеспечивающая широкие возможности для всестороннего анализа электромеханических процессов при возбуждении периодических ударных импульсов сил и взаимодействии с деформируемой средой.

Достоинством модели является возможность учета большого числа взаимосвязанных факторов, зависящих от скорости бойка и частоты ударных импульсов сил, степени подвижности инерционных масс и свойств упругих связей механической системы, нелинейности характеристик магнитных материалов, сопровождаемые различного рода потерями энергии.

Методами и средствами структурного моделирования в Matlab Simulink рассмотрен пример численной реализации модели. Максимальное расхождение между результатами численных расчетов модели и экспериментальными данными не превышает 8 %.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ивашин В.В., Кудинов А.К., Певчев В.П.** Электромагнитные привода для импульсных и виброимпульсных технологий // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. – 2012. – № 1. – С. 72–75.
2. **Татевосян А.А., Татевосян А.С.** Расчет оптимальных параметров электромагнитного привода колебательного движения // Известия Томского политехнического университета. – 2014. – Т. 325, № 4. – С. 121–132.
3. **Саттаров Р.Р., Исмагилов Ф.Р.** Периодические режимы в электромагнитных вибрационных преобразователях // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. – 2010. – Т. 14, № 1 (36). – С. 50–55.
4. Электропривод с линейными электромагнитными двигателями / Н.П. Ряшенцев, Г.Г. Угаров, В.Н. Федонин, А.Т. Малов. – Новосибирск: Наука, 1981. – 150 с.
5. **Ряшенцев Н.П., Угаров Г.Г., Львицин А.В.** Электромагнитные прессы. – Новосибирск: Наука, 1989. – 216 с.
6. **Ряшенцев Н.П., Тимошенко Е.М., Фролов А.В.** Теория, расчет и конструирование электромагнитных машин ударного действия. – Новосибирск: Наука, 1970. – 260 с.
7. **Усанов К.М., Угаров Г.Г., Мошкин В.И.** Линейный импульсный электромагнитный привод машин с автономным питанием. – Курган: Изд-во Курган. гос. ун-та, 2006. – 284 с.
8. **Усанов К.М., Каргин В.А.** Силовая электромагнитная импульсная система для погружения стержневых элементов в грунт // Вестник Саратовского госагроуниверситета им. Н.И. Вавилова. – 2005. – № 3. – С. 59–61.
9. **Нейман В.Ю.** К вопросу о рационализации рабочих процессов и выбора конструктивных схем электромагнитных ударных машин // Автоматизированные электромеханические системы: коллективная монография / Новосибирский государственный технический университет; под ред. В.Н. Аносова. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2004. – С. 155–169.
10. **Ряшенцев Н.П., Ряшенцев В.Н.** Электромагнитный привод линейных машин. – Новосибирск: Наука, 1985. – 153 с.
11. **Нейман Л.А., Нейман В.Ю.** Исследование двухкатушечной синхронной электромагнитной машины с инерционным реверсом бойка // Современные проблемы теории машин. – 2014. – № 2. – С. 109–110.
12. **Нейман В.Ю., Нейман Л.А.** Оценка конструктивного совершенства систем принудительного охлаждения синхронных электромагнитных машин ударного действия // Журнал Сибирского Федерального университета. Техника и технологии. – 2015. – Т. 8, № 2. – С. 166–175.
13. **Мошкин В.И.** Сравнение магнитных циклов импульсного линейного электромагнитного двигателя с учетом мощности потерь в его обмотке // Известия Томского политехнического университета. – 2012. – Т. 321, № 4. – С. 93–96.
14. **Нейман Л.А., Нейман В.Ю.** Повышение точности аналитического расчета радиальных сил одностороннего магнитного притяжения некоаксиальных элементов магнитопровода // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. – 2015. – № 1 (58). – С. 246–256.
15. **Нейман В.Ю.** Режимы форсированного аккумулирования магнитной энергии в импульсных линейных электромагнитных двигателях // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. – 2003. – № 1. – С. 105–112.
16. **Нейман В.Ю., Петрова А.А.** Сравнение способов форсировки импульсных линейных электромагнитных двигателей // Электротехника. – 2007. – № 9. – С. 47а–50.
17. **Нейман В.Ю., Нейман Л.А., Петрова А.А.** Влияние соотношений главных размеров электромагнитов на значения конструктивного фактора и показателя экономичности // Автоматизированные электромеханические системы: сборник научных трудов / под общ. ред. В.Н. Аносова. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2011. – С. 177–187.

18. Расчет динамики включения электромагнита постоянного тока / Ю.А. Бахвалов, Б.Н. Лобов, Г.В. Могилевский, А.Г. Никитенко // Электротехника. – 1982. – № 1. – С. 48–51.
19. **Исмагилов Ф.Р., Саттаров Р.Р., Гумерова М.Б.** Математическое моделирование динамических режимов электромагнитных демпфирующих элементов // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. – 2010. – Т. 14, № 5 (40). – С. 86–90.
20. **Нейман Л.А., Нейман В.Ю.** Математическая модель электромеханической системы колебательного движения с упругими связями // Вестник Ивановского государственного энергетического университета. – 2015. – № 6. – С. 35–40.
21. **Нейман Л.А., Нейман В.Ю.** Низкочастотные ударные электромагнитные машины и технологии // Актуальные проблемы в машиностроении. – 2014. – № 1. – С. 256–259.
22. Патент 2508980 Российская Федерация, МКИ B 25 D 13/00. Синхронная электромагнитная машина ударного действия / Л.А. Нейман, В.Ю. Нейман, Е.Ю. Артебякина; Новосибирский государственный технический университет. – № 2012121695/02; заявл. 25.05.2012; опубл. 10.03.2014, Бюл. № 7.
23. **Нейман Л.А., Нейман В.Ю.** Новые конструктивные решения проблемы точной синхронизации возвратно-поступательного движения бойка неуправляемой электромагнитной машины ударного действия // Актуальные проблемы в машиностроении. – 2015. – № 2. – С. 280–285.
24. **Добронравов В.В., Никитин Н.Н.** Курс теоретической механики. – М.: Высшая школа, 1983. – 576 с.
25. **Черных И.В.** Моделирование электротехнических устройств в MATLAB, SimPowerSystems и Simulink. – М.: ДМК Пресс; СПб.: Питер, 2008. – 288 с.
26. **Нейман Л.А., Нейман В.Ю.** Динамическая модель электромагнитного привода колебательного движения для систем генерирования низкочастотных вибраций // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2015. – № 3 (28). – С. 75–87.
27. **Буль О.Б.** Методы расчета магнитных систем электрических аппаратов: магнитные цепи, поля и программа FEMM: учебное пособие. – М.: Академия, 2005. – 336 с.
28. **Татевосян А.С., Татевосян А.А.** Расчет электрических и магнитных полей методом конечных элементов с применением комплекса программ ELCUT: учебное пособие. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2015. – 96 с.
29. **Нейман Л.А., Нейман В.Ю.** Моделирование процессов в электромагнитном вибрационном преобразователе с потерями энергии в магнитопроводе // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2016. – Т. 19, № 1. – С. 73–78.
30. **Нейман Л.А., Нейман В.Ю.** Моделирование динамических процессов в электромагнитных преобразователях энергии для систем генерирования силовых воздействий и низкочастотных вибраций // Известия Томского политехнического университета. – 2015. – Т. 326, № 4. – С. 154–162.

A DYNAMIC MODEL OF A TWO-INDUCTOR SYNCHRONOUS IMPACT ELECTROMAGNETIC MACHINE WITH AN INERTIAL HEAD REVERSE

Neyman L.A., Neyman V.Yu.
Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

Development of modern analysis and synthesis methods for electromechanical systems including impact ones implies interest in creating and improving mathematical models of machines and units which objectively reflect their dynamic states in various technological processes. The dynamic model research is relevant as it is necessary to extend capabilities of the dynamic analysis of a reciprocating electromagnetic machine when periodic impact force pulses are generated with respect to the interaction with a deformed medium. The research is focused on the electro-

magnetic impact unit of a two-inductor synchronous electromagnetic machine with the inertial head reverse. This unit consists of a multi-mass oscillatory system with spring linkages powered by a single-phase 50 Hz supply through a single-period rectifier. The dynamic model has been created for an electromagnetic impact unit to provide wide capabilities of a comprehensive analysis of electromechanical processes when periodic impact force pulses are generated with respect to the interaction with a deformed medium. The model is based on differential equations describing the non-linear system electrical balance and mechanical interaction of directly moving masses. The equations were derived with the help of Lagrange's equations of the second kind. The model is distinguished by its capability to take account of many interdependent factors determined by the head velocity and impact force pulses rate, the degree of inertial masses mobility and mechanical system spring linkage properties as well as material magnetic properties accompanied by various power losses. The impact unit model has its numeric implementation in Matlab Simulink by structured modeling methods. The difference between the calculation and experimental results is no more than 8%. The research made expands the model capabilities of dynamic design and reasonable selection of electromagnetic impact unit parameters.

Keywords: Impact unit; synchronous electromagnetic machine; mathematical model; mechanical oscillatory system; spring linkages; head inertial reverse; Lagrange's equation of the second kind.

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-4-61-79

REFERENCES

1. Ivashin V.V., Kudinov A.K., Pevchev V.P. Elektromagnitnye privoda dlya impul'snykh i vibroimpul'snykh tekhnologii [Electromagnetic drives for impulse and vibroimpulse technologies]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Elektromekhanika – Russian Electromechanics*, 2012, no. 1, pp. 72–75.
2. Tatevosyan A.A., Tatevosyan A.S. Raschet optimal'nykh parametrov elektromagnitnogo privoda kolebatel'nogo dvizheniya [The calculation of the optimal parameters of the vibrational motion of the electromagnetic actuator]. *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta – Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2014, vol. 325, no. 4, pp. 121–132. (In Russian)
3. Sattarov R.R., Ismagilov F.R. Periodicheskie rezhimy v elektromagnitnykh vibratsionnykh preobrazovatelyakh [Periodic modes in the electromagnetic vibration converters]. *Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviatsionnogo tekhnicheskogo universiteta – Bulletin of the Ufa State Aviation Technical University*, 2010, vol. 14, no. 1 (36), pp. 50–55.
4. Ryashentsev N.P., Ugarov G.G., Fedonin V.N., Malov A.T. *Elektroprivod s lineinymi elektromagnitnymi dvigatelyami* [Electric linear electromagnetic motors]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1981. 150 p.
5. Ryashentsev N.P., Ugarov G.G., L'vitsin A.V. *Elektromagnitnye pressy* [Electromagnetic press]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1989. 216 p.
6. Ryashentsev N.P., Timoshenko E.M., Frolov A.V. *Teoriya, raschet i konstruirovanie elektromagnitnykh mashin udarnogo deistviya* [Theory, calculation and design of electromagnetic percussion machines]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1970. 260 p.
7. Usanov K.M., Ugarov G.G., Moshkin V.I. *Lineinyi impul'snyi elektromagnitnyi privod mashin s avtonomnym pitaniem* [Linear pulse electromagnetic drive the machine with autonomous-powered]. Kurgan, Kurgan State University Publ., 2006. 284 p.
8. Usanov K.M., Kargin V.A. Silovaya elektromagnitnaya impul'snaya sistema dlya pogruzheniya sterzhnevykh elementov v grunt [The power electromagnetic pulse system for immersion rod elements in the soil]. *Vestnik Saratovskogo gosagrouniversiteta im. N.I. Vavilova – Bulletin of the Saratov State Agrarian University N.I. Vavilov*, 2005, no. 3, pp. 59–61.
9. Neyman V.Yu. K voprosu o ratsionalizatsii rabochikh protsessov i vybora konstruktivnykh skhem elektromagnitnykh udarnykh mashin [On the question of the rationalization the working process and the selection of designs schemes electromagnetic percussion machines].

Avtomatizirovannye elektromekhanicheskie sistemy [Automated electromechanical systems]. Ed. by V.N. Anosov. Novosibirsk, NSTU Publ., 2004, pp. 155–169.

10. Ryashentsev N.P., Ryashentsev V.N. *Elektromagnitnyi privod lineinykh mashin* [The electromagnetic linear actuator machines]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1985. 153 p.
11. Neyman L.A., Neyman V.Yu. Issledovanie dvukhkatushechnoi sinkhronnoi elektromagnitnoi mashiny s inertsionnym reversom boika [Research two-coil synchronous electromagnetic machine with inertial reversal the firing pin]. *Sovremennye problemy teorii mashin – Modern Problems of Theory of Machines*, 2014, no. 2, pp. 109–110.
12. Neyman V.Yu., Neyman L.A. Otsenka konstruktivnogo sovershenstva sistem prinuditel'nogo okhlazhdeniya sinkhronnykh elektromagnitnykh mashin udarnogo deistviya [Impact synchronous electromagnetic machines forced cooling systems constructions estimation]. *Zhurnal Sibirskogo federal'nogo universiteta. Tekhnika i tekhnologii – Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies*, 2015, vol. 8, no. 2, pp. 166–175.
13. Moshkin V.I. Sravnenie magnitnykh tsiklov impul'snogo lineinogo elektromagnitnogo dvigatelya s uchetom moshchnosti poter' v ego obmotke [Comparing magnetic pulse cycles linear electromagnetic motor based on the power loss in its winding]. *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta – Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2012, vol. 321, no. 4, pp. 93–96. (In Russian)
14. Neyman L.A., Neyman V.Yu. Povyshenie tochnosti analiticheskogo rascheta radial'nykh sil odnostoronnego magnitnogo prityazheniya nekoaksial'nykh elementov magnitoprovoda [Improving the accuracy of analytical calculation unilateral radial forces of magnetic attraction coaxial magnetic elements]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2015, no. 1 (58), pp. 246–256.
15. Neyman V.Yu. Rezhimy forsirovannogo akkumulirovaniya magnitnoi energii v impul'snykh lineinykh elektromagnitnykh dvigatelyakh [Modes of accelerated accumulation of magnetic energy in a pulse of electromagnetic linear motors]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2003, no. 1, pp. 105–112.
16. Neiman V.Yu., Petrova A.A. Sravneniye sposobov forsirovki impulsnykh lineynykh elektromagnitnykh dvigateley [Comparison of methods for forcing pulse linear electromagnetic motors]. *Elektrotekhnika – Russian Electrical Engineering*, 2007, no. 9, pp. 47a–50. (In Russian)
17. Neyman V.Yu. Neyman L.A., Petrova A.A. Vliyanie sootnoshenii glavnykh razmerov elektromagnitov na znacheniya konstruktivnogo faktora i pokazatelya ekonomichnosti [Influence of major proportions electromagnets sizes on the value of constructive factor and indicator of profitability]. *Avtomatizirovannye elektromekhanicheskie sistemy* [Automated electromechanical systems]. Ed. by V.N. Anosov. Novosibirsk, NSTU Publ., 2011, pp. 177–187.
18. Bakhvalov Yu.A., Lobov B.N., Mogilevskii G.V., Nikitenko A.G. Raschet dinamiki vklyucheniya elektromagnita postoyannogo toka [Calculation inclusion DC electromagnet dynamics]. *Elektrotekhnika – Russian Electrical Engineering*, 1982, no. 1, pp. 48–51. (In Russian)
19. Ismagilov F.R., Sattarov R.R., Gumerova M.B. Matematicheskoe modelirovanie dinamicheskikh rezhimov elektromagnitnykh dempfiruyushchikh elementov [Mathematical modeling of dynamic modes of electromagnetic damping elements]. *Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviatsionnogo tekhnicheskogo universiteta – Bulletin of the Ufa State Aviation Technical University*, 2010, vol. 14, no. 5 (40), pp. 86–90.
20. Neyman L.A., Neyman V.Yu. Matematicheskaya model' elektromekhanicheskoi sistemy kolebatel'nogo dvizheniya s uprugimi svyazyami [Mathematical model of electromechanical system with vibrational motion of elastic connections]. *Vestnik Ivanovskogo gosudarstvennogo energeticheskogo universiteta – Vestnik of Ivanovo State Power Engineering University*, 2015, no. 6, pp. 35–40.
21. Neyman L.A., Neyman V.Yu. Nizkochastotnye udarnye elektromagnitnye mashiny i tekhnologii [Low-frequency impact electromagnetic machines and technology]. *Aktual'nye*

problemy v mashinostroenii – Actual problems in machine building, 2014, no. 1, pp. 256–259.

22. Neyman L.A., Neyman V.Yu., Artebyakina E.Yu. *Sinkhronnaya elektromagnitnaya mashina udarnogo deistviya* [Synchronous electromagnetic percussion machine]. Patent RF, no. 2508980, 2014.
23. Neyman L.A., Neyman V.Yu. Novye konstruktivnye resheniya problemy tochnoi sinkhronizatsii vozvratno-postupatel'nogo dvizheniya boika neupravlyaemoi elektromagnitnoi mashiny udarnogo deistviya [The new design address the precise timing of the reciprocating movement of the striker unguided electromagnetic machine percussion]. *Aktual'nye problemy v mashinostroenii – Actual problems in machine building*, 2015, no. 2, pp. 280–285.
24. Dobronravov V.V., Nikitin N.N. *Kurs teoreticheskoi mekhaniki* [Course of theoretical mechanics]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1983. 576 p.
25. Chernykh I.V. *Modelirovanie elektrotekhnicheskikh ustroistv v MATLAB, SimPowerSystems i Simulink* [Simulation of electrical devices in MATLAB, SimPowerSystems and Simulink]. Moscow, DMK Press Publ., St. Petersburg, Piter Publ., 2008. 288 p.
26. Neyman L.A., Neyman V.Yu. Dinamicheskaya model' elektromagnitnogo privoda kolebatel'nogo dvizheniya dlya sistem generirovaniya nizkochastotnykh vibratsii [The dynamic model of the electromagnetic actuator of the vibrational motion for systems generate high-frequency vibration]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences,* 2015, no. 3 (28), pp. 75–87.
27. Bul' O.B. *Metody rascheta magnitnykh sistem elektricheskikh apparatov: magnitnye tsepi, polya i programma FEMM* [Methods for calculating the magnetic systems of electric devices: magnetic circuit, field and program FEMM]. Moscow, Academia Publ., 2005. 336 p.
28. Tatevosyan A.S., Tatevosyan A.A. *Raschet elektricheskikh i magnitnykh polei metodom konechnykh elementov s primeneniem kompleksa programm ELCUT* [Calculation of electric and magnetic fields by finite element method using ELCUT programs in]. Omsk, OmSTU Publ., 2015. 96 p.
29. Neyman L.A., Neyman V.Yu. Modelirovanie protsessov v elektromagnitnom vibratsionnom preobrazovatele s poteryami energii v magnitoprovode [Modelling of processes in the electromagnetic vibration transducer with energy losses in the yoke]. *Doklady Tomskogo gosudarstvennogo universiteta sistem upravleniya i radioelektroniki – Proceedings of Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics*, 2016, vol. 1, no. 1, pp. 73–78.
30. Neyman L.A., Neyman V.Yu. Modelirovanie dinamicheskikh protsessov v elektromagnitnykh preobrazovatelyakh energii dlya sistem generirovaniya silovykh vozdeistvii i nizkochastotnykh vibratsii [Simulation of dynamic processes in the electromagnetic energy converters for generating the force effects systems and low-frequency vibrations]. *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta – Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2015, vol. 326, no. 4, pp. 154–162.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Нейман Людмила Андреевна – родилась в 1966 году, канд. техн. наук, доцент, докторант кафедры электротехнических комплексов Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: линейные синхронные электромагнитные машины и технологии. Опубликовано более 90 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: neyman31@gmail.com).

Neyman Lyudmila Andreevna (b. 1966) – Candidate of Sciences (Eng.), Associate Professor, Associate Professor at the Electrotechnological Units Department, Novosibirsk State Technical University. Her research interests cover linear synchronous electromagnetic machines and technology. She is the author of 90 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: neyman31@gmail.com).

Нейман Владимир Юрьевич – родился в 1960 году, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой теоретических основ электротехники Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов – силовые электромагнитные импульсные системы. Автор и соавтор более 200 научных и учебно-методических работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: nv.nstu@ngs.ru).

Neyman Vladimir Yurievich – (b. 1960), Doctor of Sciences (Eng.), Professor, Head of the Department of Electrical Engineering Theory, Novosibirsk State Technical University. His research interests are focused on power electromagnetic pulse systems. He is the author and co-author of over 200 scientific and educational works. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: nv.nstu@ngs.ru).

Статья поступила 08 октября 2016 г.
Received October 08, 2016

To Reference:

Neyman L.A., Neyman V.Yu. Matematicheskaya model' dinamiki dvukhkatushechnoi sinkhronnoi elektromagnitnoi mashiny udarnogo deistviya s inertsionnym reversom boika [Dynamical model of two-inductor synchronous impact electromagnetic machine with inertial head reverse]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2016, no. 4 (33), pp. 61–79. doi: 10.17212/1727-2769-2016-4-61-79

ДОКЛАДЫ АН ВШ РФ
2016 октябрь–декабрь № 4 (33)

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 621.3.016.25

ПОВЫШЕНИЕ КАЧЕСТВА ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ МЕТРОПОЛИТЕНА

А.А. Петров, Н.И. Щуров, А.А. Штанг
Новосибирский государственный технический университет

Рациональное использование энергетических ресурсов является одной из основополагающих задач управления энергохозяйства страны. Снижение потерь электроэнергии – важнейшая часть общего комплекса энергосберегающих мероприятий. Данные положения утверждены на законодательном уровне. 23.11.2009 принят закон № 261-ФЗ «Об энергосбережении и о повышении энергетической эффективности…», который совместно с «Энергетической стратегией развития России на период до 2030» года призван уменьшить потери электроэнергии в электрических сетях до 40 % до 2020 года.

При этом большое влияние на качество электроэнергии оказывает наличие реактивной мощности. Передача реактивной энергии по электрическим сетям приводит не только к увеличению потерь электроэнергии, но и к снижению их пропускной способности, увеличению потерь напряжения, снижению качества электроэнергии.

В качестве объекта исследования рассматривается система электроснабжения Новосибирского метрополитена. Проведен детальный анализ показателей качества данной системы, по результатам которого для снижения перетоков реактивной энергии в электрических сетях и уменьшения вызываемых ими отрицательных последствий сделан вывод о необходимости компенсации реактивной мощности. Компенсация реактивной мощности обеспечивает соблюдение условия баланса реактивной мощности, способствует снижению потерь электроэнергии в электрических сетях, увеличению их пропускной способности, позволяет осуществлять регулирование напряжения за счет применения компенсирующих устройств и др. С этой точки зрения компенсация реактивной мощности может рассматриваться как достаточно эффективное направление энергосбережения.

Ключевые слова: реактивная мощность, активный компенсатор реактивной мощности, пассивные конденсаторные установки с пошаговым регулированием.

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-4-80-87

Введение

На сегодняшний день метрополитен является лидером по объему перевозок среди электрического транспорта в крупных городах, вместе с этим являясь и одним из самых крупных потребителей электроэнергии [3]. Тенденция к переходу на электрические виды транспорта также будет определять рост потребления электроэнергии в следующие годы. Поэтому необходимо не только наращивать установленные мощности электростанций, но и рационально использовать действующую энергосистему. Для этого необходимо обратить внимание на качество электрической энергии, которое зависит как от производителей, так и от потребителей электрической энергии.

1. Анализ источников реактивной мощности в метрополитене

Самым энергоемким потребителем метрополитена является тяга поездов, на питание которой тратится более 50 % от общего количества потребляемой электроэнергии [3]. Неравномерная тяговая нагрузка, значительные кратковременные токи при пуске поездов и нелинейность преобразовательных агрегатов, а также работа тяговых трансформаторов в недогруженном состоянии способствуют увеличению реактивной составляющей потребляемой мощности. Наличие индуктив-

ности в электротехническом оборудовании подстанции способствует фазовому сдвигу характеристики тока, а высшие гармоники, вызванные выпрямителями, проявляются в виде нелинейных искажений тока, которые ухудшают качество электроэнергии [4].

В общем случае для любых потребителей независимо от наличия высших гармоник и фазового сдвига коэффициент мощности может быть найден:

$$\frac{P}{S} = \frac{P_{avg}}{U_{rms} I_{rms}} = \frac{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} U(t)I(t)dt}{\sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} U^2(t)dt}\sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} I^2(t)dt}}. \quad (1)$$

На рис. 1 представлена потребляемая на тягу полная и реактивная мощности тяговой подстанции СТП-9, которая находится на станции метро «Студенческая» г. Новосибирска.

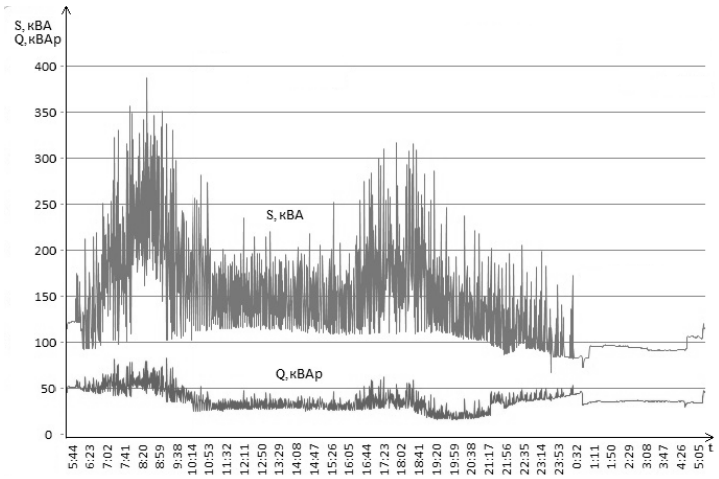


Рис. 1 – Полная и реактивная мощности на СТП-9 за сутки

Fig. 1 – Full and reactive power on STP-9 for day

Для анализа характеристики коэффициента мощности воспользуемся статистическими методами обработки данных, определим плотность вероятности, математическое ожидание и среднеквадратичное отклонение.

Из рис. 2 видно, что гистограмма плотности вероятности является неполной гамма-функцией. Значения коэффициента мощности лежат в диапазоне 0,79…0,95 с максимумом в 0,94.

Математическое ожидание

$$M[X] = \tilde{m}_x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \,, \quad (2)$$

где X – обозначение случайной величины; n – число членов статистического ряда; x – текущее значение случайной величины.

Дисперсия несмещенная и среднеквадратичное отклонение

$$D[X] = D_x = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} (x_i - m_x)^2 \,. \quad (3)$$

Математическое ожидание равно 0,91, среднеквадратичное отклонение – 0,008.

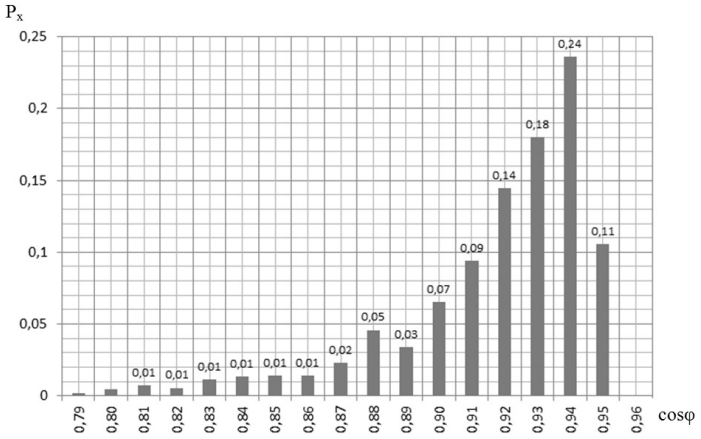


Рис. 2 – Плотность вероятности коэффициента мощности электрической тяги за сутки

Fig. 2 – Probability density of power factor of electric traction per calendar day

Также в метрополитене присутствуют потребители с крайне низким значением коэффициента мощности. Одним из таких потребителей является привод эскалаторов.

На рис. 3 представлена плотность вероятности для коэффициента мощности эскалаторов. Математическое ожидание равно 0,17. Столь низкое значение коэффициента мощности обусловлено большим потреблением реактивной мощности асинхронными двигателями, которые работают с малым моментом.

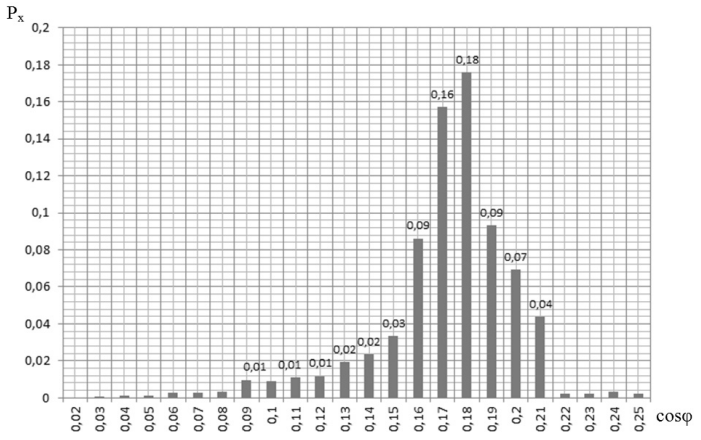


Рис. 3 – Плотность вероятности коэффициента мощности эскалаторов за сутки

Fig. 3 – Probability density of power factor of escalators per calendar day

Реактивная мощность на метрополитене появляется вследствие не только фазового сдвига тока относительно напряжения, но и нелинейных искажений, вносимых в сеть тяговыми преобразовательными агрегатами [4]. По причине нелинейной вольт-амперной характеристики диодов потребление тока из первичной сети несинусоидальное [5].

Представив функцию тока первичной линии 10кВ в гармоническом ряде Фурье, получим следующую гистограмму.

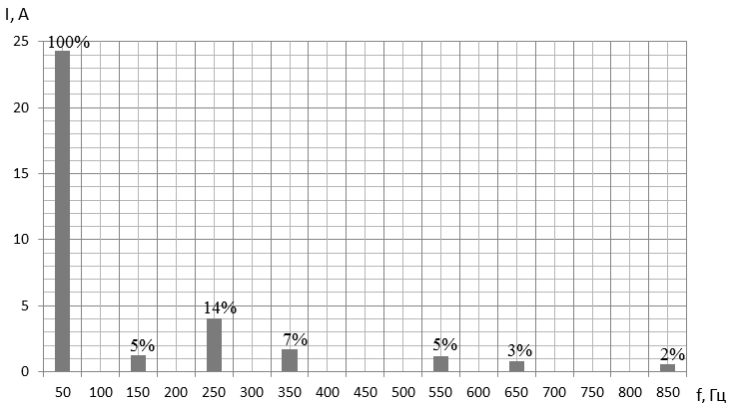


Рис. 4 – Гистограмма спектрального состава тока в первичной сети при работе 6-пульсной схемы выпрямления

Fig. 4 – Histogram of spectral composition of the current in the primary network with the 6-pulse rectification circuit

Из графика, представленного на рис. 4, видно, что основные гармонические искажения вносят преобразовательные агрегаты, это 5-я и 7-я, 11-я и 13-я гармоники. Также присутствует 3-я гармоника, обусловленная несимметричной нагрузкой фаз.

При передаче реактивной мощности возникают дополнительные потери мощности и электроэнергии в элементах системы электроснабжения, обусловленные их загрузкой реактивной мощностью. Кроме того, загрузка реактивной мощностью линий электропередачи и силовых трансформаторов снижает их пропускную способность и требует увеличения сечений проводов и кабелей, увеличения номинальной мощности или числа трансформаторов и т. п. При передаче реактивной мощности также возникают дополнительные потери напряжения в элементах системы электроснабжения.

В целях снижения перетоков реактивной мощности в электрических сетях должна осуществляться компенсация реактивной мощности. В общем случае под компенсацией реактивной мощности понимается снижение реактивной мощности, циркулирующей между источником и потребляющими ее электроприемниками. Компенсация реактивной мощности обеспечивает соблюдение условия баланса реактивной мощности, снижает потери мощности и электроэнергии в сети, а также позволяет осуществлять регулирование напряжения посредством применения компенсирующих устройств.

2. Способы увеличения коэффициента мощности

Способы увеличения коэффициента мощности можно условно разделить на два типа: организационные и технические. Организационные меры рационально применять на любом производстве, в основном они включают в себя оптимизацию работы существующего оборудования. Применительно к Новосибирскому метрополитену необходимо обратить внимание на следующие организационные меры по уменьшению коэффициента мощности:

− организовать понижение напряжения электродвигателей, систематически работающих с малой нагрузкой;

− ограничить длительности холостого хода асинхронных двигателей;

− осуществлять замену или отключение в период малых нагрузок силовых трансформаторов;

− при необходимости заменить электродвигатели на меньшие по номинальной мощности [10].

Технические меры включают в себя замену 6-пульсных выпрямителей на 12-пульсные, что позволит избежать появления 5-й и 7-й гармоник [5], а также применение компенсаторов реактивной мощности [1].

Компенсаторы реактивной мощности условно можно разделить на две категории: пассивные конденсаторные установки с пошаговым регулированием (ПКУ) и активные компенсаторы реактивной мощности (АКРМ) [1, 2, 9].

ПКУ состоят из нескольких ступеней конденсаторных батарей, управляемых микропроцессорным регулятором, который обеспечивает подключение к сети требуемой величины реактивной мощности [7, 8].

АКРМ состоит из конденсаторных батарей и IGBT-транзисторов, которые управляются микроконтроллером на основе информации, полученной с датчиков тока и напряжения [5]. Данное устройство выполняет следующие функции:

− сдвигает фазу тока относительно напряжения;
− демпфирует нелинейные высокочастотные искажения;
− обеспечивает симметричную нагрузку фаз;
− сглаживает броски активной мощности;
− обеспечивает коэффициент мощности системы на уровне 0,97…0,99.

Основным недостатком АКРМ является его высокая стоимость.

Заключение

Тяговые подстанции Новосибирского метрополитена является неравномерным потребителем реактивной мощности в течение суток. Причем на данной подстанции присутствуют потребители как с низким и постоянным коэффициентом мощности в случае работы эскалаторов (рис. 3), так и с высоким, но варьируемым в широких пределах в случае потребления на тягу (рис. 2). Анализируя рис. 1, можно сделать вывод, что реактивную мощность, потребляемую метрополитеном в течение суток, можно представить в виде постоянной и переменной составляющей. Постоянная составляющая реактивной мощности потребляется равномерно и обусловлена работой эскалаторов, насосов, вентиляции, освещения. А переменная составляющая возникает при потреблении энергии на тягу поездов, причем на рис. 1 видны два характерных пика потребления, соответствующих утреннему и вечернему часам пик. Множество пиковых потреблений тока в течение суток характерно для пуска составов со станции.

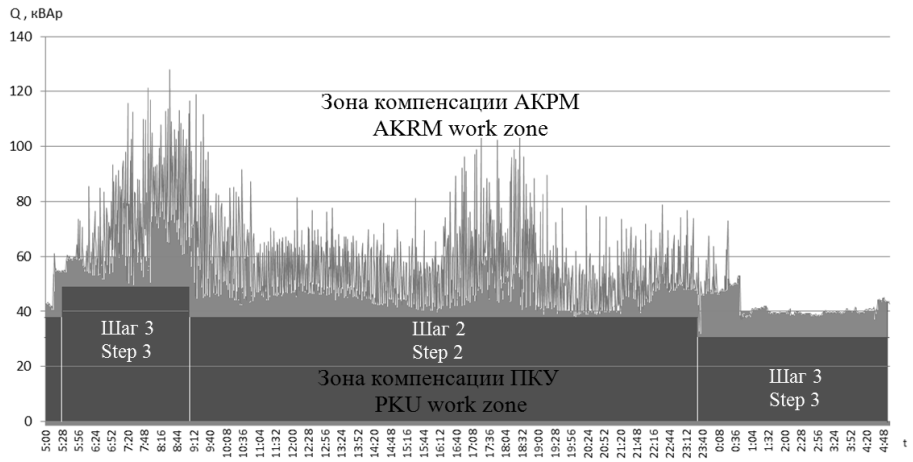


Рис. 5 – Зоны работы компенсаторов

Fig. 5 – Compensators work zone

Для компенсации реактивной мощности данного потребителя предлагается использовать оба вида компенсирующих устройств ПКУ с шаговым регулированием для компенсации постоянной составляющей реактивной мощности и АКРМ для компенсации переменной составляющей (рис. 5). Причем максимально увеличить долю компенсации ПКУ ввиду высокой стоимости устройств АКРМ.

При предлагаемом варианте будет скомпенсирована реактивная мощность, возникающая вследствие как фазового сдвига тока относительно напряжения, так и мощности нелинейных искажений. Помимо этого будет возможность реализовать равномерную нагрузку фаз.

В результате изучения причин возникновения реактивной мощности на метрополитене был получен материал, анализ которого показал следующее.

1. Метрополитен является значительным потребителем реактивной мощности и имеет потребность в ее компенсации.

2. Потребляемая реактивная мощность может быть представлена в виде постоянной и переменной составляющих.

3. Для компенсации РМ необходимо:

– применять организационные меры;

– осуществить замену преобразовательных агрегатов на более современные;

– применить ПКУ с шаговым регулированием для компенсации постоянной составляющей РМ;

– применить АКРМ для компенсации переменной составляющей РМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Akagi H., Watanabe E.H., Aredes M**. Instantaneous power theory and applications to power conditioning. – Piscataway, NJ: IEEE Press; Hoboken, NJ: Wiley, 2007. – 379 p.
2. **Akagi H**. Active harmonic filters // Proceedings of the IEEE. – 2005. – Vol. 93, iss. 12. – P. 2128–2141.
3. **Сопов В.И., Щуров Н.И.** Системы электроснабжения электрического транспорта на постоянном токе: учебник. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2013. – 727 с.
4. К методам расчета установленных мощностей выпрямительных трансформаторов / О.Л. Волкова, С.А. Евдокимов, Н.И. Щуров, А.А. Степанов // Научный вестник НГТУ. – 2010. – № 4 (41). – С. 155–160.
5. Оптимизация реактивной мощности тяговых подстанций и ее снижение при многопульсном выпрямлении / Ю.А. Прокушев, Н.И. Щуров, С.А. Евдокимов, Г.Н. Ворфоломеев, В.И. Сопов // Научные проблемы транспорта Сибири и Дальнего Востока. – 2006. – № 2. – С. 229–233.
6. **Филипп В.Б., Щуров Н.И**. К вопросу расчета пассивного сглаживающего фильтра для тягового электропривода перспективного ЭПС с асинхронными тяговыми электродвигателями // Транспорт: наука, техника, управление. – 2008. – № 6. – С. 9–12.
7. **Шалыгин К.А., Нос О.В.** Техническая реализация принципов энергосбережения на базе силовых активных фильтров // Труды VIII международной (XIX Всероссийской) конференции по автоматизированному электроприводу АЭП-2014. – Саранск, 2014. – Т. 2. – С. 28–32.
8. **Petrov A., Logutenko N.** The analysis of reactive power in metro // 11th International Forum on Strategic Technology (IFOST-2016): Proceedings of IFOST-2016. – Novosibirsk, 2016. – Pt. 2. – P. 121–123.
9. **Логутенко Н.С., Петров А.А.** Компенсация реактивной мощности на метрополитене // Наука. Технологии. Инновации: сборник научных трудов. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2015. –Ч. 5. – С. 148–150.
10. **Akagi H., Kanazawa Y., Nabae A.** Generalized theory of the instantaneous reactive power in three-phase circuits // Proceedings of the International Power Electronics Conference (IPEC'83), Tokio, Japan, 1983. – Tokyo, 1983. – P. 1375–1386. – doi: 10.1002/eej. 4391030409.
11. **Шакарян Ю.Г.** Управляемые (гибкие) системы передачи переменного тока. – М.: ВНИИЭ, 2005. – 41 с.
12. **Карташев И.И., Чехов В.И.** Статические компенсаторы реактивной мощности в энергосистемах. – М.: Изд-во МЭИ, 1990. – 68 с.

ELECTRICITY QUALITY IMPROVING IN METRO

Petrov A.A., Schurov N.I., Shtang A.A.
Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

The rational uses of energy resources are one of the fundamental problems modern economies. Reducing electricity losses is the most important part of the overall complex of energy-saving measures. These provisions were approved at the legislatively. 23.11.2009 passed the law № 261-FZ "On energy saving and increasing energy efficiency ..." as well as "Energy Strategy of Russia for the period …" designed to reduce electricity losses in electrical grid to 40% until 2020.

At the same time, a great impact on the quality of electricity has the presence of reactive power. Sending reactive power on the electrical grids leads to not only an increase in power losses, but also to reduce their bandwidth increased voltage loss, reduces power quality.

The object of study is metro power system in Novosibirsk. The detailed analysis of quality indicators in the system is made, the results show the ways reduction the flows of reactive power in electric grids and reduction the negative effects caused by them, the conclusion about the necessary for reactive power compensation. Reactive power compensation ensures compliance with reactive power balance conditions, helping to reduce energy losses in power networks, increase their capacity, allows for voltage regulation through the uses of compensating devices, and others. From this perspective, the reactive power compensation can be regarded as sufficiently effective direction of energy efficiency.

Keywords: reactive power, active compensator of reactive power, passive capacitor banks with step regulation.

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-4-80-87

REFERENCES

1. Akagi H., Watanabe E.H., Aredes M. *Instantaneous power theory and applications to power conditioning*. Piscataway, NJ, IEEE Press, Hoboken, NJ, Wiley, 2007. 379 p.
2. Akagi H. Active harmonic filters. *Proceedings of the IEEE*, 2005, vol. 93, iss. 12, pp. 2128–2141.
3. Sopov V.I., Schurov N.I. *Sistemy elektrosnabzheniya elektricheskogo transporta na postoyannom toke* [Power systems electric vehicles on direct current]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2013. 727 p.
4. Volkova O.L., Evdokimov S.A., Schurov N.I., Stepanov A.A. K metodam rascheta ustanovlennykh moshchnostei vypryamitel'nykh transformatorov [Method of analysis for rectifier transformer installed power]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2010, no. 4 (41), pp. 155–160.
5. Prokushev Yu.A., Schurov N.I., Evdokimov S.A., Vorfolomeev G.N., Sopov V.I. Optimizatsiya reaktivnoi moshchnosti tyagovykh podstantsii i ee snizhenie pri mnogopul'snom vypryamlenii [Optimization of reactive power in traction substations and its decrease with multypulse rectifier]. *Nauchnye problemy transporta Sibiri i Dal'nego Vostoka – Scientific problems of transportation in Siberia and the Far East*, 2006, no. 2, pp. 229–233.
6. Filipp V.B., Schurov N.I. K voprosu rascheta passivnogo sglazhivayushchego fil'tra dlya tyagovogo elektroprivoda perspektivnogo EPS s asinkhronnymi tyagovymi elektro-dvigatelyami [On the issue of calculation of passive filter for the traction drive long-range electric vehicles with asynchronous traction motors]. *Transport: nauka, tekhnika, upravlenie – Transportation: science, technology, management*, 2008, no. 6, pp. 9–12.
7. Shalygin K.A., Nos O.V. [Technical realization of the energy conservation principles on the basis of power active filters]. *Trudy VIII mezhdunarodnoi (XIX Vserossiiskoi) konferentsii po avtomatizirovannomu elektroprivodu AEP-2014* [Proceedings of the VIII International (XIX All-Russian) Conference on the Automatic Electric Drive AED-2014]. Saransk, 2014, vol. 2, pp. 28–32. (In Russian)
8. Petrov A., Logutenko N. The analysis of reactive power in metro. *11th International Forum on Strategic Technology (IFOST-2016): Proceedings of IFOST-2016*. Novosibirsk, 2016, pt. 2, pp. 121–123.

9. Logutenko N.S., Petrov A.A. [Reactive power compensation in the metro]. *Nauka. Tekhnologii. Innovatsii* [Nauka. Tekhnologii. Innovatsii]. Novosibirsk, 2015, pt. 5, pp. 148–150. (In Russian)
10. Akagi H., Kanazawa Y., Nabae A. Generalized theory of the instantaneous reactive power in three-phase circuits. *Proceedings of the International Power Electronics Conference (IPEC'83)*, Tokio, Japan, 1983, pp. 1375–1386. – doi: 10.1002/eej.4391030409
11. Shakaryan Yu.G. *Upravlyaemye (gibkie) sistemy peredachi peremennogo toka* [Control (flexible) AC transmission systems]. Moscow, VNIIE Publ., 2005. 41 p.
12. Kartashev I.I., Chekhov V.I. *Staticheskie kompensatory reaktivnoi moshchnosti v energosistemakh* [Static reactive power compensators in power systems]. Moscow, MEI Publ., 1990. 68 p.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Петров Андрей Александрович – родился в 1992 году, аспирант кафедры электротехнических комплексов Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: повышение качества электроснабжения. Опубликовано 11 научных работ. (Адрес: 630073, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. E-mail: Andreypetrov.nstu@gmail.com).

Petrov Andrey (b. 1992) – post graduate student of electrotechnical complexes department of the Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on improving the quality of electricity supply. He is author of 11 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: Andreypetrov.nstu@gmail.com).

Щуров Николай Иванович – родился в 1947 году, д-р техн. наук, профессор кафедры электротехнических комплексов Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: электротехнические и электротранспортные комплексы. Опубликовано 270 научных работ. (Адрес: 630073, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. E-mail: nischurov@mail.ru).

Schurov Nicolay (b. 1947) – Doctor of Sciences (Eng.), professor of electrotechnical complexes department of the Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on: electrotechical and electrotransport systems. He is author of 270 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: nischurov@mail.ru.)

Штанг Александр Александрович – родился в 1978 году, канд. техн. наук, декан факультета мехатроники и автоматизации Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: электрический транспорт. Опубликовано 40 научных работ. (Адрес: 630073, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. Email: shtang@corp.nstu.ru).

Shtang Alexandr (b. 1978) – Candidate of Sciences (Eng.), dean of Mechatronics and automation faculty of Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on electric transport. He is author of 40 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: shtang@corp.nstu.ru).

Статья поступила 17 ноября 2016 г.
Received November 17, 2016

To Reference:

Petrov A.A., Schurov N.I. Shtang A.A. Povyshenie kachestva elektroenergii metropolitena [Electricity quality improving in metro]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2016, no. 4 (33), pp. 80–87. doi: 10.17212/1727-2769-2016-4-80-87

ДОКЛАДЫ АН ВШ РФ
2016 октябрь–декабрь № 4 (33)

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 519.237.5

МАКСИМАЛЬНО ПРАВДОПОДОБНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ С ОШИБКОЙ БЕРКСОНА

А.Ю. Тимофеева
Новосибирский государственный технический университет

В экспериментах, направленных на выявление и оценку зависимости между переменными, неизбежны ошибки измерения. Ошибки Берксона искажают значения объясняющей переменной уже после ее измерения в процессе ее воздействия на отклик. В случае нелинейной зависимости наличие таких ошибок приводит к смещению классических оценок регрессии. В работе рассмотрены известные методы, направленные на устранение смещения: итерационный взвешенный метод наименьших квадратов, разработанный специально для оценки полиномиальных зависимостей, и метод минимального расстояния. Автором предложен собственный метод, основанный на максимально правдоподобном оценивании с использованием аппроксимации радиальными сплайнами заданной нелинейной функции, описывающей зависимость. Сравнение этого метода с известными подходами в ходе вычислительных экспериментов показало, что он в разы превосходит по точности оценивания метод минимального расстояния. При этом он сопоставим по точности с итерационным взвешенным методом наименьших квадратов, однако обладает тем преимуществом, что применим для оценивания не только полиномов, а любых нелинейных регрессий. Предложенный метод использован в задаче анализа показателей деятельности вузов. Для иллюстрации выбрана зависимость между уровнем безработицы населения и долей трудоустроенных выпускников вузов. Наличие ошибки Берксона объясняется тем, что информация об объясняющей переменной представлена только в среднем по региону, в то время как при воздействии на выпускников вуза имеют место индивидуальные отклонения. Оценка полиномиальной регрессии показала, что при высоком уровне безработицы в регионе пороговое значение показателя трудоустройства недостижимо и должно быть скорректировано.

Ключевые слова: модель с ошибками в переменных, ошибка Берксона, нелинейная регрессия, максимально правдоподобное оценивание, итерационный взвешенный метод наименьших квадратов, метод минимального расстояния, показатель деятельности вузов.

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-4-88-98

Введение и постановка проблемы

Часто в научных исследованиях возникает задача восстановления некоторой, в общем случае нелинейной, зависимости между изучаемыми переменными по наблюдаемым данным. Предполагается, что в точности функциональную зависимость наблюдать мы не можем в силу погрешностей измерения ε_i выходной переменной Y_i. Поэтому дело приходится иметь со следующей моделью:

$$Y_i = g(X_i; \theta) + \varepsilon_i, \quad (1)$$

где $g(X_i; \theta)$ – некоторая функция входной переменной X_i, определенная с точностью до вектора неизвестных параметров θ, $i = 1,...,n$, n – число наблюдений. В классической регрессионной постановке значения входной переменной являются, как правило, управляемыми и точно измеренными без погрешностей.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых, проект МК-5385.2016.6.

© 2016 А.Ю. Тимофеева

В отличие от этого модели с ошибками в переменных предполагают наличие некоторых погрешностей в измерении не только отклика, но и входных факторов. В зависимости от того, какого рода эти погрешности, разделяют модели с классической ошибкой и с ошибкой Берксона [1].

Случай с ошибкой Берксона [2] предполагает, что исследователь в активном эксперименте может устанавливать величину входной переменной Z_i, но при воздействии на отклик эта величина искажается из-за случайной погрешности δ_i, следовательно, истинные значения входной переменной определяются как

$$X_i = Z_i + \delta_i . \tag{2}$$

Переменная Z_i часто называется суррогатной переменной (или прокси). Здесь будем считать Z_i детерминированной величиной.

Такие модели находят широкое применение в эпидемиологии [3], где чаще всего встречаются схемы активно-пассивного эксперимента. При выявлении характера зависимости тяжести некоторого заболевания (например, легких) Y_i среди жителей города от степени загрязнения (например, воздуха) фактическое содержание вредных веществ не может быть измерено точно для каждого объекта (индивида), но известно их среднее содержание в некотором регионе (области). Это и будет суррогатная переменная. При этом истинное содержание X_i вредных веществ отклоняется от величины Z_i на некоторую погрешность.

Задача состоит в оценивании вектора неизвестных параметров θ по имеющимся значениям суррогатной переменной Z_i и наблюдаемым в ходе эксперимента реализациям y_i случайных величин Y_i, $i = 1,...,n$, в предположении, что имеет место модель (1)–(2).

В модели дополнительно предполагаются нулевые математические ожидания ошибок (погрешности компенсируются), тогда средние значения суррогатной и истинной переменной совпадают. Кроме того допускается отсутствие корреляции между ε_i и δ_i, т. е. погрешности приборов, измеряющих входные и выходные факторы, не взаимосвязаны. Испытания предполагаются независимыми, в силу чего независимы и ошибки в разных экспериментах. Кроме того предполагается конечная дисперсия ошибок. Обобщим предположения относительно ошибок:

$$\begin{gathered} E(\varepsilon_i) = E(\delta_i) = 0 ,\ D(\varepsilon_i) = \sigma_\varepsilon^2 ,\ D(\delta_i) = \sigma_\delta^2 ,\ \forall i , \\ \operatorname{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = \operatorname{cov}(\delta_i, \delta_j) = 0 ,\ \forall i \neq j ,\ \operatorname{cov}(\varepsilon_i, \delta_j) = 0 ,\ \forall i, j . \end{gathered} \tag{3}$$

И еще одно предположение о нормальности распределения ошибок вводится для упрощения процедуры оценивания параметров и статистических выводов.

Известно, что в линейном случае оценивание модели (1)–(3) можно проводить методом наименьших квадратов (МНК), что не приводит к смещению оценок. В нелинейном случае при использовании МНК возникает систематическое смещение, поэтому предложены специальные методы оценивания.

1. Обзор методов оценивания нелинейной модели с ошибкой Берксона

Методы оценивания нелинейной модели с ошибкой Берксона получили развитие относительно недавно. Обзор подходов можно найти в монографии [3], где предложен аппроксимационный метод, названный калибровкой регрессии (regression calibration). Суть метода заключается в замене ненаблюдаемой переменной X_i ее математическим ожиданием при заданном Z_i. Вычисление такого

математического ожидания требует построения регрессии, что в силу латентности X_i возможно только при наличии дополнительной информации. В качестве такой дополнительной информации может быть использована инструментальная переменная. Непараметрический подход к оцениванию моделей с ошибкой Берксона на основе инструментальных переменных предложен в [4]. Однако инструментальные переменные не всегда доступны и порой их очень сложно подобрать, а сбор дополнительной информации в виде повторных наблюдений приводит к увеличению затрат на исследование. Поэтому здесь сосредоточимся на методах, не требующих привлечения какой-либо внешней информации.

В работе [5] специально для полиномиальных зависимостей предложен итерационный взвешенный метод наименьших квадратов (IRLS, iterative reweighted least squares), использующий два первых условных момента Y_i при заданном Z_i. Показано, что этот метод дает состоятельные оценки, а также доказана принципиальная возможность оценивания как вектора параметров θ, так и неизвестных дисперсий ошибок σ_ε^2, σ_δ^2. Более общий подход, использующий те же идеи, но для любой формы зависимости, описан в [6]. Такой метод оценивания назван методом минимального расстояния (MDE, minimum distance estimator). Для оценивания моделей с ошибкой Берксона в общем случае при любом заданном распределении ошибок в [7] предлагается использовать имитационный подход для упрощения расчета интегралов. При нормальном распределении ошибок для моментов легко получить аналитические выражения.

К сожалению, в работах [6, 7] не приведены результаты вычислительных экспериментов, но с учетом того, что MDE использует информацию только о моментах, можно предположить, что, как и оценки метода моментов, MDE-оценки будут обладать большой дисперсией. В этой связи представляется более перспективным использование метода максимального правдоподобия (ММП), потенциально позволяющего получить оценки с меньшей дисперсией. На его основе автором разработан новый подход к оцениванию модели с ошибкой Берксона.

2. ММП-оценки на основе аппроксимации радиальными сплайнами

В рамках предлагаемого подхода будем исходить из нормальности распределения ошибок. Значения входного фактора в рассматриваемой постановке детерминированы, следовательно, логарифмическая функция правдоподобия будет зависеть только от распределения наблюдаемых значений отклика:

$$\ln L = \sum_{i=1}^{n} \ln f_{Y_i}(y_i),$$

где $f_{Y_i}(y_i)$ – значение функции плотности случайной величины Y_i в точке y_i.

Построение функции плотности распределения Y_i для произвольной функции g является достаточно трудной задачей. Поэтому здесь предлагается осуществлять аппроксимацию функции $g(x; \theta)$ с помощью сплайна. Для этой цели выбраны сплайны с линейными радиальными базисными функциями [8]. С их помощью любую гладкую функцию можно задать как

$$g(x;\theta) \approx R\left(x; \beta, q_1, q_2, \ldots, q_K\right) = \beta_0 + \beta_1 x + \sum_{j=1}^{K} \beta_{j+1} \left\| x - q_j \right\|,$$

где $R(x; \beta, q_1, q_2, \ldots, q_K)$ – линейный радиальный сплайн, $\beta = (\beta_0, \beta_1, ..., \beta_{K+1})$ – вектор коэффициентов сплайна, $q_1 < q_2 < \ldots < q_K$ – узловые точки, принимающие

значения из области значений x, K – число узлов, $\|\cdot\|$ – норма. Здесь в качестве нормы будет рассматриваться метрика L_1, тем самым сплайн будет представлять собой кусочно-линейную аппроксимацию. Обозначим угловые коэффициенты линий на участках $q_j \le x < q_{j+1}$ как k_j, $j = 0,\ldots,K$. В данном контексте q_0 и q_{K+1} доопределяются $x_{\min}$ и $x_{\max}$ соответственно. Введенные угловые коэффициенты рассчитываются из условия стыковки аппроксимирующей кривой и исходной гладкой кривой в точках узлов:

$$k_j = \frac{g(q_{j+1};\theta) - g(q_j;\theta)}{q_{j+1} - q_j}.$$

На основе этого коэффициенты сплайна вычисляются следующим образом:

$$\beta_0 = \frac{g(q_0;\theta) - k_0 q_0 + g(q_K;\theta) - k_K q_K}{2},$$

$$\beta_1 = \frac{k_0 + k_K}{2}, \quad \beta_{j+1} = \frac{k_j - k_{j-1}}{2}.$$

Следовательно, искомый вектор параметров θ и узловые точки определяют вектор коэффициентов сплайна β. С учетом аппроксимации сплайнами

$$Y_i \approx R\left(Z_i + \delta_i;\beta, q_1, q_2, \ldots, q_K\right) + \varepsilon_i,\ i = 1,\ldots,n,$$

распределение Y_i представляет собой свертку распределений ошибки отклика и нелинейной функции от ошибки регрессора.

Для удобства представим Y_i как сумму двух случайных величин $Y_i = \omega_i + e_i$:

$$\omega_i = \beta_1(Z_i + \delta_i) + \sum_{j=1}^{K} \beta_{j+1} \left| Z_i + \delta_i - q_j \right|,\ e_i = \beta_0 + \varepsilon_i.$$

Исходя из введенных ранее предположений, $e_1,\ldots,e_n$ – независимые одинаково распределенные случайные величины, имеющие нормальное распределение с вектором параметров $\psi_0 = (\beta_0, \sigma_\varepsilon)$.

Распределение ω_i будет зависеть от расположения $(Z_i + \delta_i)$ относительно узловых точек. Для того чтобы учесть этот факт, введем ряд гипотез, заключающихся в попадании δ_i в заданный интервал. Разобьем область значений δ_i на $K+1$ непересекающихся интервалов. Для удобства здесь доопределим узлы $q_0 = -\infty$, $q_{K+1} = +\infty$. Тогда вероятность справедливости гипотезы $H_{ij} = \{q_j - Z_i < \delta_i < q_{j+1} - Z_i\}$ будет вычисляться следующим образом:

$$P(H_{ij}) = \Phi(q_{j+1} - Z_i;\sigma_\delta) - \Phi(q_j - Z_i;\sigma_\delta),\ j = 0,\ldots,K,$$

где $\Phi(t;\sigma)$ – функция нормального распределения с нулевым параметром сдвига и параметром масштаба σ.

Искомая функция плотности выражается по формуле полной вероятности:

$$f_{Y_i}(u) = \sum_{j=0}^{K} f_{Y_i|H_{ij}}(u) P(H_{ij}). \qquad (4)$$

Условная плотность $f_{Y_i|H_{ij}}$ представляет собой плотность свертки условных распределений $f_{Y_i|H_{ij}}(u) = \left(f_{\omega_i|H_{ij}} * f_{e_i|H_{ij}}\right)(u)$.

Распределение случайной величины e_i не зависит от введенных гипотез. Условная плотность распределения $f_{\omega_i|H_{ij}}(u) = f_{h_{ij}}(u)$ будет определяться поведением случайной величины h_{ij}, которую можно представить как

$$h_{ij} = \beta_1\left(Z_i + \tilde{\delta}_{ij}\right) + \sum_{l=1}^{K}(-1)^{I(l\le j)}\beta_{l+1}\left(q_l - Z_i - \tilde{\delta}_{ij}\right),$$

где $\tilde{\delta}_{ij} = \delta_i \mid H_{ij}$ имеет усеченное нормальное распределение с нулевым параметром сдвига, параметром масштаба, равным σ_δ, и интервалом усечения $q_j - Z_i < \delta_i < q_{j+1} - Z_i$, $I(l \le j)$ – индикаторная функция, возвращающая единицу при $l \le j$ и ноль – в противном случае, $(-1)^0 = 1$. Следовательно, случайная величина h_{ij} имеет усеченное нормальное распределение с вектором параметров $\psi_{ij}^1 = (\mu_{ij}, \sigma_j, a_j, a_{j+1})$, вычисляемых следующим образом:

$$\mu_{ij} = \beta_1 Z_i + \sum_{l=1}^{K}(-1)^{I(l\le j)}\beta_{l+1}(q_l - Z_i),\ j = 0,\ldots,K,$$

$$\sigma_j = \left|\beta_1 - \sum_{l=1}^{K}(-1)^{I(l\le j)}\beta_{l+1}\right|\sigma_\delta,\ a_j = \beta_1 q_j + \sum_{l=1}^{K}\beta_{l+1}\left|q_l - q_j\right|,\ j = 0,\ldots,K+1.$$

Если $\beta_1 - \sum_{l=1}^{K}(-1)^{I(l\le j)}\beta_{l+1} < 0$, то правая и левая границы меняются местами.

Сначала остановимся на самом простом случае, когда $\beta_1 - \sum_{l=1}^{K}(-1)^{I(l\le j)}\beta_{l+1} = 0$ для какого-либо j. Очевидно, что тогда единственной стохастической характеристикой останется ε_i. После упрощения для таких интервалов условная плотность будет равна

$$f_{Y_i|H_{ij}}(u) = \varphi\left(u - \beta_0 - \sum_{l=1}^{K}(-1)^{I(l\le j)}\beta_{l+1}q_l; \sigma_\varepsilon\right),\ \forall i,j : \beta_1 - \sum_{l=1}^{K}(-1)^{I(l\le j)}\beta_{l+1} = 0,$$

где $\varphi(t; \sigma)$ – функция плотности нормального распределения с нулевым параметром сдвига и параметром масштаба σ.

В остальных случаях распределение величины $f_{Y_i|H_{ij}}(u)$ представляет собой свертку усеченного нормального распределения с вектором параметров ψ_{ij}^1 и нормального распределения с параметрами $\psi_0 = (\beta_0, \sigma_\varepsilon)$. По формуле свертки условная плотность Y_i определяется как

$$f_{Y_i|H_{ij}}(u) = \varphi\left(u - \beta_0 - \mu_{ij}; \sqrt{\sigma_j^2 + \sigma_\varepsilon^2}\right) \frac{\Phi_1\left(u;\, \psi^0,\, \psi_{ij}^1\right)}{\Phi\left(a_{j+1} - \mu_{ij};\, \sigma_j\right) - \Phi\left(a_j - \mu_{ij};\, \sigma_j\right)},$$

$$\forall i, j : \beta_1 - \sum_{l=1}^{K} (-1)^{I(l \le j)} \beta_{l+1} \neq 0,$$

где

$$\Phi_1\left(u;\, \psi^0,\, \psi_{ij}^1\right) = \Phi\left((a_{j+1} - u + \beta_0)\sigma_j^2 + (a_{j+1} - \mu_{ij})\sigma_\varepsilon^2;\, \sigma_j \sigma_\varepsilon \sqrt{\sigma_j^2 + \sigma_\varepsilon^2}\right) -$$

$$\Phi\left((a_j - u + \beta_0)\sigma_j^2 + (a_j - \mu_{ij})\sigma_\varepsilon^2;\, \sigma_j \sigma_\varepsilon \sqrt{\sigma_j^2 + \sigma_\varepsilon^2}\right).$$

После упрощения оказывается, что знаменатель последнего множителя в этом выражении совпадает с $P(H_{ij})$, поэтому он сокращается при подстановке в (4). Нужно, однако, учесть, что границы усечения a_j и a_{j+1} меняются местами при $\beta_1 - \sum_{l=1}^{K} (-1)^{I(l \le j)} \beta_{l+1} < 0$, поэтому возьмем числитель последнего множителя по модулю. Тогда итоговое выражение для функции плотности примет вид

$$f_{Y_i}(u) = \sum_{j:\beta_1 - \sum\limits_{l=1}^{K} (-1)^{I(l \le j)} \beta_{l+1} = 0} \varphi\left(u - \beta_0 - \sum_{l=1}^{K} (-1)^{I(l \le j)} \beta_{l+1} q_l;\, \sigma_\varepsilon\right) P(H_{ij}) +$$

$$+ \sum_{j:\beta_1 - \sum\limits_{l=1}^{K} (-1)^{I(l \le j)} \beta_{l+1} \neq 0} \varphi\left(u - \beta_0 - \mu_{ij};\, \sqrt{\sigma_j^2 + \sigma_\varepsilon^2}\right) \left| \Phi_1\left(u;\, \psi^0;\, \psi_{ij}^1\right) \right|.$$

Тем самым логарифмическая функция правдоподобия выражается через вектор коэффициентов сплайна β, при заданных узловых точках однозначно соответствующий вектору неизвестных параметров θ; σ_δ, σ_ε. Путем максимизации функции правдоподобия по неизвестным параметрам получаются ММП-оценки.

Предложенный метод оценивания (далее MLE_{RS}, maximum likelihood estimator based on radial splines) реализован в среде R [9]. Оптимизация осуществлялась методом Нелдера–Мида. В качестве начального приближения вектора θ задавались МНК-оценки. Начальное значение $\sigma_\delta^2 = 0$. Начальное приближение σ_ε^2 определялось как средний квадрат остатков модели, оцененной по МНК. Для сравнения в среде R реализованы описанные выше методы IRLS и MDE.

3. Результаты вычислительных экспериментов

Для исследования работы алгоритмов и сравнения различных методов оценивания проведены вычислительные эксперименты на основе модельного примера из [5]. Предполагается, что $Y_i = 3 + 2X_i + X_i^2 + \varepsilon_i$, $X_i = Z_i + \delta_i$.

Значения Z_i фиксировались во всех экспериментах, $Z_i \sim N(0,1)$. Объем выборок задавался равным 1000. Ошибки ε_i и δ_i моделировались как независимые

нормально распределенные случайные величины с дисперсиями $\sigma_\varepsilon^2 = \sigma_\delta^2 = 0,5$. Значение дисперсии ошибки входного фактора выбрано высоким, поскольку и в практическом приложении приходится сталкиваться с большими погрешностями.

Результаты экспериментов усреднялись по 300 повторениям.

Рассматривалось два варианта расположения узловых точек:

– равновероятно: выбирались как квантили эмпирического распределения Z_i порядка $\frac{j}{K+1}$, $j = 1,\ldots,K$;

– через равные интервалы: узловые точки q_j задавались соотношением

$$\min Z_i + j\frac{\max Z_i - \min Z_i}{K+1},\ j = 1,\ldots,K.$$

Число узлов K выбиралось равным 10 и 30. В таблице приведены средние значения оценок параметров (в скобках их стандартные отклонения), полученные с помощью метода минимального расстояния (MDE), итерационного взвешенного метода наименьших квадратов (IRLS) и предложенного подхода, основанного на методе максимального правдоподобия с аппроксимацией сплайнами (MLE_{RS}). Видно, что метод максимального правдоподобия в отличие от метода минимального расстояния обеспечивает в 2…4 раза меньшее среднеквадратическое отклонение оценок. С помощью этого метода удается хорошо оценить дисперсию ошибок, в то время как MDE и IRLS дают больший разброс, особенно дисперсии ошибки отклика. В целом результаты IRLS сопоставимы по качеству с MLE_{RS}, но этот подход ограничен, так как предназначен только для оценивания полиномов.

Сравнение точности оценивания

The comparison of estimation accuracy

Параметры / Parameters	**MDE**	**IRLS**	**MLE_{RS}**			
			Равновероятные		Равноотстоящие	
			$K = 10$	$K = 30$	$K = 10$	$K = 30$
$\theta_0 = 3$	3,04 (0,152)	3,001 (0,102)	3,000 (0,066)	3,024 (0,067)	2,928 (0,066)	2,990 (0,064)
$\theta_1 = 2$	1,987 (0,15)	1,994 (0,082)	2,018 (0,08)	1,993 (0,079)	2,001 (0,078)	2,002 (0,078)
$\theta_2 = 1$	0,99 (0,204)	1,002 (0,061)	0,912 (0,058)	0,959 (0,065)	1,007 (0,06)	1,006 (0,06)
$\sigma_\delta^2 = 0,5$	0,509 (0,183)	0,497 (0,09)	0,49 (0,042)	0,493 (0,042)	0,496 (0,041)	0,496 (0,041)
$\sigma_\varepsilon^2 = 0,5$	0,789 (0,76)	0,602 (0,524)	0,454 (0,056)	0,496 (0,056)	0,502 (0,057)	0,502 (0,057)
MSE	0,12 (0,217)	0,024 (0,022)	0,04 (0,029)	0,023 (0,021)	0,022 (0,018)	0,018 (0,019)
MAE	0,19 (0,114)	0,108 (0,055)	0,125 (0,044)	0,092 (0,042)	0,105 (0,044)	0,083 (0,04)

Для характеристики точности восстановления регрессионной кривой использовались следующие показатели:

$$\mathrm{MAE} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|g(Z_i;\theta) - g\left(Z_i;\hat{\theta}\right)\right|,\ \mathrm{MSE} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(g\left(Z_i;\theta\right) - g\left(Z_i;\hat{\theta}\right)\right)^2,$$

где $\hat{\theta}$ – вектор оценок параметров, полученный разными методами.

В первую очередь из таблицы видно, что метод максимального правдоподобия дает наилучшие предсказания по сравнению с остальными методами. При этом наилучшая точность достигается при максимальном числе узлов и их расположении через равные интервалы.

Следовательно, исходя из результатов вычислительных экспериментов, можно рекомендовать использовать метод максимального правдоподобия с аппроксимацией радиальными сплайнами с достаточно большим числом узлов (примерно 30 наблюдений на узел), расположенных через равные интервалы.

4. Применение в задаче анализа показателей деятельности вузов

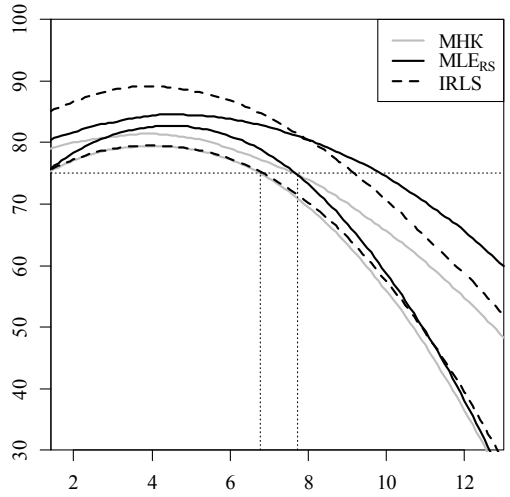
Как отмечено ранее, модель с ошибкой Берксона имеет место, если исследователь располагает только усредненными значениями входного фактора, в то время как в реальности истинные значения случайно от них отклоняются на индивидуальном уровне. Такой постановке соответствует модель, описывающая зависимость показателей эффективности деятельности вузов от характеристик региона. Рассмотрим ее на примере показателя трудоустройства. Во многом его критика связана с тем, что этот показатель больше связан с ситуацией на региональном рынке труда, чем определяется эффективностью работы вуза.

В этой связи возникает задача восстановления зависимости между долей трудоустроенных выпускников и уровнем безработицы на региональном рынке труда. Наличие ошибки Берксона объясняется тем, что уровень безработицы как обусловливающий фактор для выпускников конкретного вуза определяется и их специализацией. Например, в регионе может быть переизбыток одних специалистов и недостаток других, в то время как в распоряжении имеется информация только о среднем уровне безработицы.

В качестве информационной базы использовались данные мониторинга эффективности деятельности образовательных организаций высшего образования за 2015 г., полученные для каждого отдельного вуза [10]. Кроме того взяты официальные данные Росстата [11] об уровне безработицы населения по субъектам РФ в среднем за 2014 г. Из рассмотрения исключены аномальные наблюдения: регионы с уровнем безработицы больше 15 % и вузы с показателем трудоустройства меньше 20 %. Всего в выборке 564 вуза, филиалы вузов не включены в анализ. Следует отметить, что вузы отличаются по широте специализации. Так из 28 направлений по ОКСО в 11 % вузов представлено только два (узкоспециализированные), в 34 % реализуется не более пяти направлений, в 65 % – не более десяти направлений. Поэтому ошибку Берксона не удается нивелировать благодаря многопрофильности вузов.

На основе предварительного анализа зависимости с помощью МНК в качестве g выбран полином второй степени, поскольку квадратичный эффект значим на 10^{-12} уровне и обеспечивает двукратный рост F-статистики по сравнению с линейной моделью. С целью построения интервальных оценок применялось размножение выборки. Для этого на первом шаге из исходной выборки случайно и независимо извлекалась подвыборка объемом 500. На втором шаге производилось оценивание модели (1)–(3) с помощью МНК, IRLS и MLE_{RS}. При использовании MLE_{RS} выбрано 15 равноотстоящих узлов. В результате сохранялся вектор оценок параметров полинома и дисперсий ошибок, полученный каждым методом. Шаги 1–2 повторялись 500 раз, и получена выборка оценок параметров. Что касается дисперсии ошибки входного фактора, то методом IRLS получено среднее значение оценки 4,76 со стандартным отклонением 5,27, а методом MLE_{RS} – в среднем оценка равна 7,32 с отклонением 3,6. При сравнении с дисперсией входной переменной 5,14 становится понятно, что размер погрешности очень велик.

Для каждого выборочного вектора оценок параметров построены прогнозные значения показателя трудоустройства. Далее найдены квантили порядка 2,5 и 97,5 % их эмпирического распределения, они изображены на рисунке.



Зависимость показателя трудоустройства выпускников от уровня безработицы

Dependence of the indicator of graduate employment from the unemployment rate

Видно, что МНК-оценка значительно отличается от других оценок, поскольку дисперсия ошибки Берксона велика. При этом IRLS дает очень широкий доверительный интервал. Тем самым предложенный автором метод MLE_{RS} обеспечивает наиболее пригодный для интерпретации результат. Пороговое значение по показателю трудоустройства для большинства федеральных округов установлено в 75 %. В соответствии с прогнозом МНК и IRLS оно не достигается в регионах с уровнем безработицы, превышающим 6,8 %, однако метод MLE_{RS} дает более высокое значение в 7,7 %. Графически это представлено на рисунке пунктирными линиями. Тем самым методы дают разные результаты с точки зрения их применения на практике, например, в качестве обоснования снижения пороговых значений для определенных регионов. В дальнейшем анализе предполагается учесть специализацию вузов как важный фактор трудоустройства их выпускников.

Заключение

Таким образом, в работе предложен новый метод оценивания нелинейных моделей с ошибкой Берксона, заключающийся в максимизации функции правдоподобия, построенной путем аппроксимации нелинейной функции радиальными сплайнами. Метод основан на предположении о нормальности распределения ошибок. В ходе вычислительных экспериментов произведено сравнение предложенного метода с известными подходами и показано, что он имеет преимущества как в точности оценивания параметров, так и в точности восстановления значений отклика. Хотя итерационный взвешенный метод наименьших квадратов лишь немного хуже, но он ограничивается только оцениванием полиномиальных моделей. Рассмотренные методы применены для решения практической задачи анализа взаимосвязи между долей трудоустроенных выпускников вуза и региональным уровнем безработицы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Fuller W.A.** Measurement error models. – New York: John Wiley and Sons, 1987.
2. **Кендалл М., Стьюарт А.** Статистические выводы и связи. – М.: Наука, 1973. – 899 с.
3. Measurement error in nonlinear models: a modern perspective / R.J. Carroll, D. Ruppert, L.A. Stefanski, C.M. Crainiceanu. – 2nd ed. – New York: Chapman & Hall, 2006.
4. **Schennach S.M.** Regressions with Berkson errors in covariates – a nonparametric approach // The Annals of Statistics. – 2013. – Vol. 41, N 3. – P. 1642–1668.
5. **Huwang L., Huang Y.H.S.** On errors-in-variables in polynomial regression-Berkson case // Statistica Sinica. – 2000. – Vol. 10, N 3. – P. 923–936.
6. **Wang L.** Estimation of nonlinear Berkson-type measurement error models // Statistica Sinica. – 2003. – Vol. 13, N 4. – P. 1201–1210.
7. **Wang L.** Estimation of nonlinear models with Berkson measurement errors // The Annals of Statistics. – 2004. – Vol. 32, N 6. – P. 2559–2579.
8. **Mai-Duy N., Tran-Cong T.** Approximation of function and its derivatives using radial basis function networks // Applied Mathematical Modelling. – 2003. – Vol. 27, N 3. – P. 197–220.
9. The R Project for Statistical Computing [Electronic resource]. – URL: http://www.R-project.org/ (accessed: 29.11.2016).
10. Информационно-аналитические материалы по результатам проведения мониторинга эффективности образовательных организаций высшего образования [Электронный ресурс]. – URL: http://indicators.miccedu.ru/monitoring/2015/ (дата обращения: 24.11.2016).
11. Безработица в России по регионам [Электронный ресурс]. – URL: https://person-agency.ru/statistic-regions.html (дата обращения: 24.11.2016).

MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION OF NONLINEAR REGRESSION MODELS WITH BERKSON MEASUREMENT ERRORS

Timofeeva A.Yu.
Novosibisk State Technical University, Novosibirsk, Russia

In experiments designed to identify and estimate the relationship between some variables, measurement errors are unavoidable. Berkson errors distort the values of the explanatory variable after its measurement in the process of its effect on the response. In the case of the nonlinear dependence the presence of these errors leads to a bias in the classical regression estimates. The paper describes the known methods aimed at the bias elimination, namely the iterative reweighted least squares method developed specifically for the estimating of polynomial relationship and the minimum distance estimator. The author suggests her own method based on maximum likelihood estimation using the radial basis function approximation of the given nonlinear function describing the relationship. The comparison of this method with the known approaches in numerical experiments showed that it exceeds several times the estimation accuracy of the minimum distance estimator. Thus it is comparable in accuracy to the iterative weighted least squares method, but it has the advantage that it is applicable to estimate not only polynomials, but any nonlinear regression. The proposed method is applied to the problem of indicator analysis for evaluating the activity of universities. As an illustration a relationship between the unemployment rate and the share of employed graduates is selected. There are Berkson errors because information about the explanatory variable is represented only by a regional average, while individual variations occur in the case of high school graduates. The estimation of the polynomial regression has shown that under a high regional unemployment rate the threshold value of the indicator is unachievable and should be adjusted.

Keywords: Errors-in-variables model; Berkson-type measurement error; nonlinear regression; maximum likelihood estimation; iterative weighted least squares; minimum distance estimato; indicator for evaluating the activity of universities.

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-4-88-98

REFERENCES

[1] **Fuller W. A.** *Measurement error models*, New York, John Wiley and Sons, 1987.
[2] **Kendall M., Stuart A.** *The Advanced Theory of Statistics: Inference and relationship*. London, Charles Griffin and Co., Ltd., 1961, 676 p. (Russ. ed.: Kendall M., St'iuart A. *Statisticheskie vyvody i sviazi*. Moscow, Nauka Publ., 1973. 899 p.).
[3] **Carroll R. J., Ruppert D., Stefanski L. A., Crainiceanu C.M.** *Measurement error in nonlinear models: a modern perspective*, New York, Chapman & Hall, 2006.
[4] **Schennach S. M.** Regressions with Berkson errors in covariates – A nonparametric approach. *The Annals of Statistics*, 2013, no. 3, pp. 1642-1668.
[5] **Huwang L., Huang Y. H. S.** On errors-in-variables in polynomial regression-Berkson case. *Statistica Sinica*, 2000, no. 3, pp. 923-936.
[6] **Wang L.** Estimation of nonlinear Berkson-type measurement error models. *Statistica Sinica*, 2003, no. 4, pp. 1201-1210.
[7] **Wang L.** Estimation of nonlinear models with Berkson measurement errors. *Annals of Statistics*, 2004, no. 6, pp. 2559-2579.
[8] **Mai-Duy N., Tran-Cong T.** Approximation of function and its derivatives using radial basis function networks. *Applied Mathematical Modelling*, 2003, no. 3, pp. 197-220.
[9] R Core Team. R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, 2013. http://www.R-project.org/.
[10] Informatsionno-analiticheskie materialy po rezul'tatam provedeniia monito-ringa effektivnosti obrazovatel'nykh organizatsii vysshego obrazovaniia (The information-analytical materials on the results of monitoring the effectiveness of the educational institutions of higher education) Available at: http://indicators.miccedu.ru/monitoring/2015/ (accessed 7 September 2016)
[11] Bezrabotitsa v Rossii po regionam (Unemployment in Russia by region) Available at: https://person-agency.ru/statistic-regions.html (accessed 7 September 2016)

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Тимофеева Анастасия Юрьевна – родилась в 1984 году, канд. экон. наук, доцент, кафедра экономической информатики, НГТУ. Область научных интересов: развитие методов статистического анализа объектов стохастической природы, в том числе социально-экономических явлений. Опубликовано 50 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, д. 20. E-mail: a.timofeeva@corp.nstu.ru).

Timofeeva Anastasiia Yurievna (b. 1984) – Candidate of Sciences (Econ.), associate professor, Department of Computer Science in Economics, Novosibirsk State Technical University. Her research interests are currently focused on the development of methods for the statistical analysis of stochastic objects including socioeconomic phenomena. She is the author of 50 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: a.timofeeva@corp.nstu.ru).

Статья поступила 09 сентября 2016 г.
Received September 9, 2016

To Reference:

Timofeeva A.Yu. Maksimal'no pravdopodobnoe otsenivanie nelineinykh regressionnykh modelei s oshibkoi berksona [Maximum-likelihood estimation of nonlinear regression models with berkson measurement errors]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2016, no. 4 (33), pp. 88–98. doi: 10.17212/1727-2769-2016-4-88-98

ДОКЛАДЫ АН ВШ РФ
2016 октябрь–декабрь № 4 (33)

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 004.421

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ФИЛЬТРАЦИИ ПОВТОРОВ В ДАННЫХ NGS ILLUMINA*

А.Н. Цыбин[1], В.В. Шаров[1], Ю.А. Путинцева[2], С.И. Феранчук[1,3], Д.А. Кузьмин[1]
[1]*Сибирский Федеральный университет*
[2]*Институт леса им. В.Н. Сукачева СО РАН*
[3]*Иркутский национальный исследовательский технический университет*

В статье рассматривается подход предобработки фрагментов (ридов), полученных по NGS технологии, позволяющий значительно сократить объем входных данных, используемых в сборке больших геномов. Основная идея – фильтрация ридов от повторяющихся элементов, не используемых в белковом анализе данных. Разработан параллельный вероятностный алгоритм фильтрации, позволяющий значительно сократить результирующее время de Novo сборки генома с минимальной потерей кодирующей информации. Реализация алгоритма направлена на достижение максимального быстродействия. Корректность работы алгоритма и программы тестировалась на модельном растении Arabidopsis Thaliana [6], чья длина генома составляет около 140 млн пар нуклеотидных оснований (п.н.о.). Сборка генома осуществлялась геномным ассемблером SPAdes. Верификация проводилась методом выравнивания ридов РНК на полученную сборку. В результате работы программы достигнуто значительное (более 20 %) сокращение исходных данных NGS с потерей кодирующей информации в пределах 0,005 %, при уменьшении времени работы геномного ассемблера SPAdes более чем в 2 раза.

Ключевые слова: параллельный алгоритм, кластеризация, биоинформатика, повторы, фильтрация, ассемблирование генома, Illumina, SPAdes, Abyss.

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-4-99-110

Введение

Ассемблирование геномов является важным этапом исследования организмов методами молекулярной биологии. Ассемблирование выполняется с помощью специальных пакетов программ на основе результатов обработки биологического материала с помощью специальных устройств, называемых секвенаторами. В последнее время произошел технологический прорыв в методах определения последовательностей ДНК в биоматериале. Устройства, называемые секвенаторами нового поколения (NGS), выдают в результате своей работе очень большое количество коротких фрагментов нуклеотидов, называемых ридами (прочтениями). На основании этих данных можно с определенной точностью получить последовательность генома для исследуемого организма, в результате процесса ассемблирования ридов. Среди алгоритмов ассемблирования различают ассемблирование на основании сходства с уже известным геномом родственного вида, либо ассемблирование без привлечения дополнительной информации, которое называется ассемблированием de Novo.

Для геномов хвойных, имеющих значительный размер, который составляет от 12 до 30 Gb и содержащих до 82 % повторяющихся элементов (повторов), de

Исследование выполнено в рамках проекта «Геномные исследования основных бореальных лесообразующих хвойных видов и их наиболее опасных патогенов в Российской Федерации», финансируемого Правительством РФ (договор № 14.Y26.31.0004).

© 2016 А.Н. Цыбин, В.В. Шаров, Ю.А. Путинцева, С.И. Феранчук, Д.А. Кузьмин

Novo сборка (ассемблирование) является достаточно сложным процессом, требующим значительных вычислительных ресурсов [1] и подходов, отличных от подходов, применяемых в сборке небольших геномов. Собственно основными проблемами являются большой объем входных данных и наличие высокого процента повторяющихся элементов, что усложняет сборку программами, использующими методы [2], основанные на графах де Брёйна. Многие современные ассемблеры, такие как SPAdes [3] или Abyss [4], включают в себя специальные процедуры для учета повторов, но не способны обработать большие объемы входных данных, требуемые для сборки геномов хвойных. Соответственно, актуальной является задача разработки методов подготовки входных данных (ридов, полученных по технологии NGS) ещё до этапа ассемблирования, позволяющих уменьшить их объем без потери кодирующей информации и, как результат, значительно упростить этап de Novo ассемблирования больших геномов.

1. Основные понятия

Геном (англ. genome) – уникальная информация, характеризующая организм, извлекаемая из ДНК и представленная как строки в алфавите {A, C, G, T}.

Секвенирование (англ. sequencing) – общее название методов, которые позволяют установить последовательность нуклеотидов в молекуле ДНК или РНК.

Next-Generation sequencing (NGS) Illumina – технология секвенирования нового поколения от компании Illumina.

Рид (англ. read) – отдельная последовательность (фрагмент ДНК), полученная в результате секвенирования, имеет длину во много раз меньше, чем сам геном.

Контиги – набор фрагментов ДНК, которые в совокупности представляют собой консенсусную область ДНК.

Повторы – часто повторяющиеся последовательности в геноме.

Ассемблирование (сборка) генома – процесс объединения ридов (геномных данных) в продолжительные последовательности генома (контиги).

de Novo сборка – ассемблирование генома впервые, без использования уже существующих сборок.

Кодирующие данные – последовательность нуклеотидов в геноме, кодирующая белки.

2. Алгоритм

2.1. Идея

В процессе секвенирования повтор, как и любая другая часть генома, разбивается на риды определенной длины. Существует два возможных сценария такого дробления: когда длина рида больше (или равно) длины повтора и когда меньше. В том случае, когда длина рида оказывается больше длины повтора, количество ридов, содержащих повтор, будет приблизительно равняться изначальному количеству встреч этого повтора в геноме. Во втором случае, когда длина рида меньше длины повтора, риды могут разбиваться на две категории:

- **риды-повторы** – риды, являющиеся подпоследовательностью какого-либо повтора;
- **концевые риды** – риды, в которых представлены лишь начало или конец повтора, а также часть генома, не относящаяся к повтору.

На рис. 1 повтор R разбит на риды, составляющих группы A и B. Группа A состоит из концевых ридов, а группа B – из ридов-повторов.

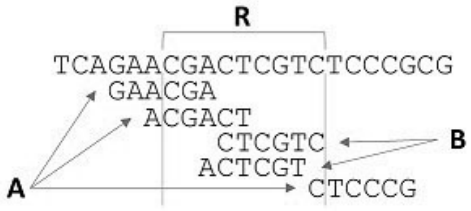


Рис. 1 – Две категории ридов повтора

Fig. 1 – Two categories of reads of repeat

Наиболее интересна категория ридов-повторов, которые в отличие от концевых ридов состоят исключительно из частей повтора. Для этой категории, исходя из положения, что повторы встречаются в геноме более одного раза, можно ввести следующие определения:

• **два рида называются «похожими»**, если они имеют N и более общих подпоследовательностей фиксированной длины (далее, к-меров). На рис. 2 представлены два таких рида, являющиеся похожими при трех одинаковых к-мерах длины 9;

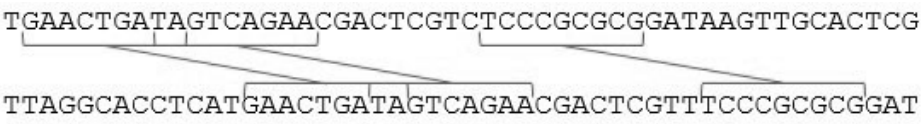


Рис. 2 – Похожие риды

Fig. 2 – Similar reads

• **кластер ридов считается кластером с ридами-повторами**, если все риды в нём похожи между собой и размер кластера больше или равен заданному порогу. На рис. 3 представлен пример подобного кластера (для удобства риды выравнены по подпоследовательности «CCCGCGCGG»).

```
----TGATAGTCAGAACGACTCGTTCCCGCGCGGATAAGTTACACTCGGAAGTC-------
----------GACAGAACGACTTTTCCCGCGCGGATAAGTTACACTCGGACGTCTGTGTT-
GAACTGATAGTCAGAACGACTGTTTCCCGCGCGGATAAGTTACACTCGGA-----------
----TGATAGTCAGAACGACTCTTTCCCGCGCGGATAAGTTACACTCGGACGTC-------
---------GTCAGAACGACTGTTTCCCGCGCGGATAAGTTACACTCGGACGTCTGTGT--
----------TCAGAACGACTGTTTCCCGCGCGGATAAGTTACACTCGGACGTCTGTGTT-
------ATAGTCAGAACGACTGTTTCCCGCGCGGATAAGTTACACTCGGACGTCTG-----
-----GATAGTCAGAACGACTCGTTCCCGCGCGGATAAGTTACACTCGGAAGTCT------
-------TAGTCAGAACGACTGTTTCCCGCGCGGATAAGTTACACTCGGACGTCTGT----
GAACTGATAGTCAGAACGACTCGTTCCCGCGCGGATAAGTTACACTCGGA-----------
-GAACTGATAGACAGAACGACTTTTCCCGCGCGGATAAGTTACACTCGGAC----------
-----ATAGTCAGAACGACTCCTTTCCCGCGCGGATAAGTTACACTCGGACGTCA------
-----------CAGAACGACTCGTTCCCGCGCGGATAAGTTACACTCGGACGTCTGTGTTT
```

Рис. 3 – Кластер ридов-повторов

Fig. 3 – Cluster of reads-repeats

«Кластером уникальных ридов» является кластер, размер которого меньше некоторого заданного порога. Далее по тексту такие риды именуются «уникальными

ридами» и рассматриваются вне контекста кластеров. Таким образом, кластеризовав риды по похожести между собой и отфильтровав кластеры с ридами-повторами, мы получаем лишь уникальные риды.

2.2. Основные этапы работы алгоритма

Этап предобработки. Рабочими единицами алгоритма являются к-меры, используемые главным образом для определения похожести ридов, поэтому предварительно разбиваем все риды на к-меры заданной константной длины. Сравнивание к-меров ридов, вместо самих ридов, позволяет уменьшить влияние мутаций, вставок, удалений или ошибок чтения нуклеотидов секвенатора. Каждый к-мер при генерации соответствует какому-либо риду. Эта информация сохраняется в структуре данных, где ключом является к-мер, а значение – вектором индексов ридов, в которых данный к-мер встречается (далее такая структура называется «структура индексации ридов по к-мерам» или «СИРК»).

На рис. 4 показана графическая интерпретация СИРК. Рид «ATGCGA» под номером 4 разбивается на 4 к-мера. В СИРК заносится информация о том, что к-меры найдены в риде. Все массивы индексов хранятся в отсортированном виде, поскольку разбиение происходит последовательно.

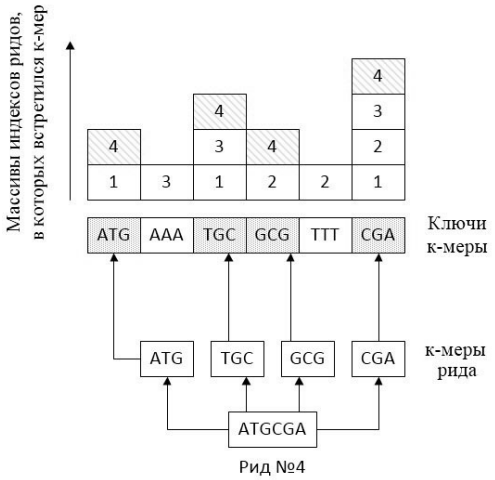


Рис. 4 – Графическое представление СИРК

Fig. 4 – Graphical representation for SIRK

Этап кластеризации. Следом за этапом предобработки начинается этап кластеризации ридов, необходимый для определения уникальных ридов и ридов-повторов. Каждый рид рассматривается отдельно, как совокупность к-меров его составляющих, где из к-меров рида случайно выбирается заданное их количество. Выбранные к-меры рассматриваются как ключи к структуре СИРК для доступа к векторам индексов ридов, где эти к-меры были найдены. Находим бинарное пересечение этих векторов, результирующий вектор будет хранить в себе индексы ридов, где встретились данные к-меры, т. е. индексы ридов, похожих на рассматриваемый рид и образующих кластер.

На рис. 5 дан пример поиска ридов, похожих на «ATGCGA» (для наглядности, показаны только используемые массивы индексов). Из рида случайным образом выбирается заданное количество к-меров (на рисунке – 3 к-мера), в СИРК по этим к-мерам находятся массивы с индексами ридов, где встречаются данные к-меры.

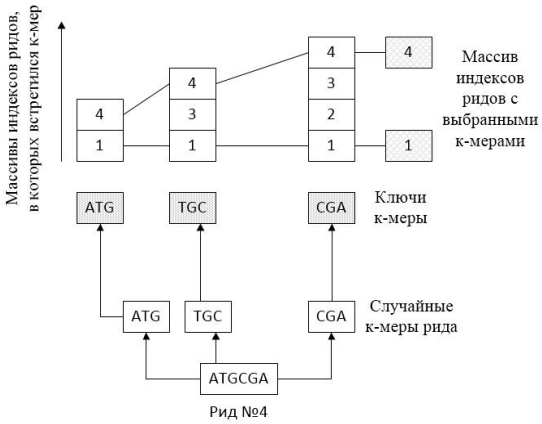


Рис. 5 – Использование СИРК

Fig. 5 – Usage of SIRK

Применив к ним бинарное пересечение, получаем вектор похожих с «ATGCGA» ридов (номера 1 и 4), являющийся кластером похожих ридов.

После того как кластер создан, определяется его тип. Если размер кластера больше заданного порога, то кластер является ридом-повтором, иначе – полагаем, что это кластер уникальных ридов. В итоге мы получаем уникальные риды, являющиеся результатом фильтрации исходных ридов от ридов-повторов.

2.3. Дополнения

Оптимальная длина ридов. Алгоритм основан на фильтрации ридов, полученных по NGS технологии, и имеет ограничение на их длину. Оптимальными для данного алгоритма являются риды длиной 100 п.н.о.

Похожесть ридов. Параметры похожести ридов позволяют задавать качество отбора ридов-повторов, что может значительно ускорить или замедлить работу программы. При этом неправильно подобранные параметры могут привести к появлению некорректных результатов. Например, при чрезмерном уменьшении количества общих к-меров у похожих ридов или при уменьшении длины к-мера похожими могут быть определены риды, не являющиеся в действительности таковыми.

На рис. 6 приведен пример неверного определения похожести ридов из-за задания слишком малой длины к-мера.

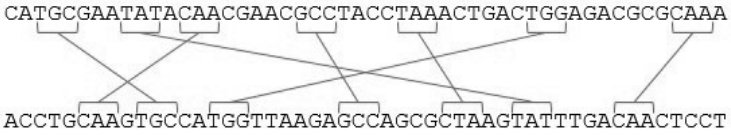


Рис. 6 – Неверное определение похожих ридов

Fig. 6 – Wrong determination of similar reads

Случайный выбор к-меров. При случайном выборе к-меров для определения похожести ридов могут возникнуть следующие два ложных результата:

• ложноположительный результат – свидетельствует о том, что риды похожи, когда в действительности они не являются ни концевыми ридами повтора, ни ридами-повторами. На рис. 7 видно, что к-меры, выбранные случайно, попали

в общую одинаковую подпоследовательность ридов, в то время как оставшиеся части ридов не похожи между собой;

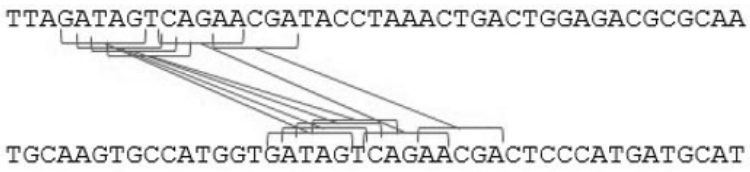


Рис. 7 – Ложноположительный результат определения похожести ридов

Fig. 7 – False-positive determination of the reads similarity

• ложноотрицательный результат – ложное свидетельство о том, что риды не похожи. На рис. 8 в один из выбранных к-меров попал нуклеотид, мутировавший или неверно прочитанный во втором риде.

Рис. 8 – Ложноотрицательный результат определения похожести ридов

Fig. 8 – False-negative determination of the reads similarity

Для уменьшения появления ложных результатов при случайном выборе к-меров добавлен такой параметр, как «шаг выборки к-меров». На этапе кластеризации при повторном дроблении рида на к-меры каждый последующий к-мер выбирается на расстоянии «шага» от предыдущего. На рис. 9 приведен пример дробления рида на к-меры с шагами 1 и 3.

Рис. 9 – Дробление рида на к-меры с разным шагом

Fig. 9 – Splitting of the read with various steps

При таком подходе количество общих к-меров для определения похожести ридов сокращается, но длина общей подпоследовательности ридов увеличивается, что приводит к уменьшению ложноположительных результатов.

В случае с ложноотрицательным результатом использование «шага выборки к-меров» приводит к уменьшению количества к-меров, включающих в себя мутацию, вставку, удаление или ошибку. Так, на рис. 10 количество к-меров, содержащих мутацию, равно пяти при шаге, равном единице и двум – при шаге, равном 3.

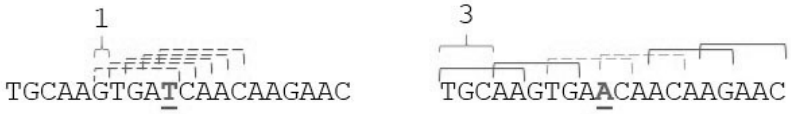


Рис. 10 – Содержащие ошибку к-меры при разных шагах

Fig. 10 – K-mers with errors with various steps

Следует учитывать, что ложноотрицательный результат менее критичен, чем ложноположительный, поскольку ложноположительный результат приводит к образованию кластера из непохожих ридов, т. е., происходит фильтрация уникальных ридов. Ложноотрицательный же результат, наоборот, не приводит к образованию кластера, а приводит к определению повторов как уникальных ридов.

Предположим, что в исходных данных 100 ридов потенциально могут образовать кластер, так как являются частями одного повтора. Алгоритм, проверяя один из ридов этого кластера, раздробил его на к-меры и случайно выбрал часть из них, при этом один из к-меров был выбран с мутацией. В результате рид не образовал кластер ридов-повторов, хотя все 100 ридов могут быть похожи между собой при ином выборе к-меров.

После проверки первого рида алгоритм через некоторое время проверит 2-й рид из этого (еще не сформированного) кластера. Если выбор к-меров опять окажется неподходящим, выбирается 3-й рид из кластера и так далее. В результате будет проведено 100 попыток определить кластер ридов-повторов. Это значит, что чем выше порог размера кластера ридов-повторов или чем чаще встречается повтор в геноме, тем меньше вероятность ложноотрицательного результата.

2.4. Оптимизация алгоритма

Вычислительная сложность алгоритма складывается из двух показателей: объема занимаемой памяти и скорости выполнения:

- скорость выполнения по большей части зависит от этапа построения кластеров похожих ридов. Предобработка же занимает лишь малую часть времени выполнения при использовании оптимальных параметров, приведенных далее;
- расход памяти зависит от двух показателей: объема исходных данных умноженного на 5 (сюда включены расходы на дополнительные структуры данных и саму СИРК) и количества фильтруемых данных.

Предпринятые шаги по оптимизации скорости выполнения:

- сравнение строк – медленная операция, поэтому по возможности необходимо от нее избавиться. Так, к-меры можно представить в виде целых чисел (хешей к-меров), кодируя один нуклеотид как 2 бита информации и далее оперировать уже целочисленными данными;
- учитывая частое обращение к структуре СИРК, выгодно вместо «словаря» (структуры типа «ключ-значение») использовать обычный массив, где в качестве индекса служит хэш к-мера, а размер массива равен всем возможным вариантам к-мера заданной длины. Это накладывает ограничение на длину к-мера, но позволяет значительно сократить время расчетов;
- алгоритм обладает хорошими свойствами параллелизма – каждый отдельный рид на этапе кластеризации может быть проверен отдельным потоком.

Параллельное построение СИРК

В последовательной реализации алгоритма построения СИРК все риды анализируются последовательно, соответственно их индексы заносятся в СИРК по порядку, в результате СИРК автоматически приобретает важное для бинарного пересечения свойство: любой его столбец содержит номера ридов в отсортированном виде.

В параллельной реализации каждому потоку выделяется по последовательному блоку ридов в объеме, достаточном для того, чтобы за один раз все потоки

обработали все риды. В результате выполнения каждого потока формируется часть СИРК, содержащая лишь индексы ридов, за которые был ответственен данный поток.

Для получения полной СИРК необходимо объединить все ее части в порядке следования блоков ридов – таким образом, столбцы СИРК по-прежнему будут отсортированы по умолчанию.

Выполнение промежуточных этапов слияния по две части СИРК, как при классическом подходе «разделяй и властвуй», не приведет к ускорению из-за дорогой операции копирования больших объемов данных.

Параллельное нахождение похожих ридов

Как уже было сказано, на этапе нахождения похожих ридов каждый рид может обрабатываться отдельным потоком, так как после построения СИРК больше не изменяется. При параллельной реализации данного этапа необходимо разграничивать доступ к массиву флагов для ридов, указывающих на то, принадлежит ли рид какому-либо кластеру или нет.

3. Тестирование

Тестируемые исходные данные представлены в формате fasta [5]. Во всех случаях при указании размера исходных данных подразумевается размер файла ридов с их описанием. Пример описания и их длина приведены в табл. 1.

Таблица 1 / Table 1

Пример описания ридов
Example of reads definition

Организм / Organism	Описание / Definition	Длина / Length
Arabidopsis Thaliana	>SRR492411.3 LAMARCK:3111:C01ULACXX:1:1101:1430:2170 length=101	63

Характеристики вычислительной системы, используемой при экспериментах: объем ОЗУ – 3 ТБ, количество ядер – 96.

При реализации параллельного алгоритма использовался класс thread, стандарт C++ 11.

Алгоритм тестировался на модельном растении Arabidopsis Thaliana [6], чья длина генома составляет около 140 млн п.н.о.

Для настройки фильтрации проводился ряд экспериментов, в которых изменялись следующие параметры: длина к-мера, количество общих к-меров, шаг выборки к-меров и минимальный размер кластера.

Каждый эксперимент включал в себя следующие этапы:

1) фильтрация повторов программой с соответствующим набором параметров и подготовка данных к сборке генома;

2) сборка подготовленных данных программой SPAdes;

3) анализ кодирующих данных методом выравнивания ридов РНК на полученную сборку;

4) выравнивание отфильтрованных ридов на базу данных повторов модельного растения Arabidopsis Thaliana.

Результаты экспериментов приведены в табл. 2.

Таблица 2 / Table 2

Результаты экспериментов

Results of the experiments

Параметр / Parameter	Эксперимент / Experiment, №				
	1	2	3	4	5
Размер исходных данных. МБ	2094				
Размер фильтрованных данных, МБ	1483	1460	1495	1571	1507
Часть ридов-повторов, %	26,6	28,2	26,5	23,2	26.1
Время фильтрации, мин:с	7:19	4:02	3:38	4:01	3:41
Расход памяти, ГБ	11,9	14,3	13,0	13,0	13,0
Количество используемых ядер	20				
Длина к-мера, п.н.о.	8	10	9	9	9
Количество общих к-меров	4	3	4	5	4
Шаг выборки к-меров	3	6	4	3	3
Минимальный размер кластера	30	20	25	40	30
Полная длина, млн п.н.о.	110,7	109,6	111,1	112,9	111,1
Количество контигов, тысяча	45,9	42,7	43,6	45,1	44.0
Максимальная длина контига, тысяча п.н.о.	65,6	55,7	58,8	75,9	83,3
Выравнивание ридов РНК на полученную сборку генома, %	87,66	87,55	87,61	87,65	87,67
N50, п.н.о.	7087	7575	8085	8856	7937

Лучший результат достигнут в эксперименте № 5 (табл. 2), показана наименьшая потеря кодирующей информации (выравнивание ридов РНК на полученную сборку генома – 87,67 %) при среднем значении процента отфильтрованных данных (1507 Мб) и практически минимальных временных затратах на фильтрацию ридов (3 мин 41 с). Сравнение результатов сборок генома (табл. 3) без фильтрации повторов и с фильтрацией повторов с параметрами, как в эксперименте № 5, показало значительное сокращение времени сборки: с 4 час 21 мин до 1 часа 58 мин при времени фильтрации 3 мин 41 с.

Таблица 3 / Table 3

Сравнение данных до и после эксперимента № 5

Comparison of assembling result before and after experiment # 5

Параметр / Parameter	Данные / Data	
	До	После
Расход памяти ОЗУ, Гб	106,8	76,6
Время сборки, час:мин:с	4:21:55	1:58:52
Полная длина, млн п.н.о.	121,4	111,1
Количество контигов, тысяча	106,5	44,0
Максимальная длина контига, тысяча п.н.о.	83,6	83,3
Выравнивание ридов РНК на полученную сборку генома, %	87,94	87,67
N50, п.н.о.	8341	7937

Экспериментально выведены оптимальные параметры (табл. 4) для «мягкой» фильтрации – т. е. такой фильтрации, при которой часть ридов-повторов попрежнему остается в исходных данных, но при этом потеря уникальных ридов минимальна и сохраняется высокая производительность фильтрации.

Параллельная реализация алгоритма позволила ускорить в 17 раз этап кластеризации ридов и более чем в 1,3 раза этап построения СИРК.

Таблица 4 / Table 4

Оптимальные параметры, полученные экспериментальным путем
Optimal parameters by an experimental approach

Длина к-мера, п.н.о.	9
Количество общих к-меров	4
Шаг выборки к-меров	3
Минимальный размер кластера	Покрытие генома, умноженное на 3

Заключение

Разработанный алгоритм позволяет значительно сократить объем входных данных для de Novo сборки генома без потери кодирующей информации, и как результат – уменьшить время ассемблирования. Тесты на модельном растении Arabidopsis Thaliana показали изменение количества кодирующей информации в пределах 0,005 % по отношению к ее исходному объему при уменьшении исходных данных на 25 %. Реализована возможность осуществлять тонкую настройку очистки входных данных и задавать требуемые системные ресурсы. Получено авторское свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ [7].

ЛИТЕРАТУРА

1. The whole de novo genome sequencing and assembly of Siberian larch (Larix sibirica Ledeb.) and Siberian pine (Pinus sibirica Du Tour.) / N.V. Oreshkova, Yu.A. Putintseva, D.A. Kuzmin, V.V. Sharov, V.V. Biryukov, S.V. Makolov, K.O. Deych, A.A. Ibe, E.A. Shilkina, K.V. Krutovsky // The 3rd International Conference "Plant Genetics, Genomics, Bioinformatics and Biotechnology" PlantGen 2015: Abstract book. – Novosibirsk, 2015. – P. 37.
2. **Compeau P.E.C., Pevzner P.A., Tesler G.** How to apply de Bruijn graphs to genome assembly [Electronic resource] // Jorunal of Nature Biotechnology. – 2011. – Vol. 29, N 11. – Available at: http://www.nature.com/nbt/journal/v29/n11/full/nbt.2023.html (accessed: 09.01.2017).
3. Геномный ассемблер SPAdes [Электронный ресурс]. – URL: http://bioinf.spbau.ru/ru/spades (дата обращения: 09.01.2017).
4. ABySS – Canada's Michael Smith Genome Sciences Centre [Electronic resource]. – Available at: http://www.bcgsc.ca/platform/bioinfo/software/abyss (accessed: 09.01.2017).
5. What is FASTA format? [Electronic resource]. – Available at: http://zhanglab.ccmb.med.umich.edu/FASTA/ (accessed: 09.01.2017).
6. **Maumus F., Quesneville H.** Deep investigation of *Arabidopsis thaliana* junk DNA reveals a continuum between repetitive elements and genomic dark matter [Electronic resource] // PloS One. – 2014. – Vol. 9 (4). – Available at: http://journals.plos.org/plosone/article?id=10.1371/journal.pone.0094101 (accessed: 09.01.2017).
7. Программный комплекс фильтрации повторяющихся последовательностей (рипитов) в ридах NGS Illumina: а.с. № 2015619173 Российская Федерация / А.Н. Цыбин, Д.А. Кузьмин, С.И. Феранчук, Ю.А. Путинцева; заявитель и правообладатель ФГАОУ ВПО «Сибирский федеральный университет» (СФУ). – Заявл. 01.07.2015; опубл. 26.08.2015.

PARALLEL REPEATS FILTRATION ALGORITHM OF NGS ILLUMINA DATA

Cybin A.N.[1], Sharov V.V.[1], Putinceva Ju.A.[2], Feranchuk S.I.[1,3], Kuz'min D.A.[1]
[1]*Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia*
[2]*Institute of Forest of the Siberian Division of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russia*
[3]*Irkutsk State Technical University, Irkutsk, Russia*

The approach on a preprocessing of NGS reads is considered which allows to reduce significantly a volume of input data of genome assembly for large genomes. The idea of the approach is

a filtering of reads which are parts of repeated elements in a genome. These parts of the genome are not used in the analysis of proteins encoded by the genome. The parallel probabilistic filtering algorithm is implemented, which allows to reduce significantly a time of de novo assembly with a minimal loss of coding information. The implementation of the algorithm is adjusted for a maximal performance. The approach was tested on the model plant Arabidopsis Thaliana with genome size 157 mln b.p. SPAdes genome assembler was used for assembly tests. The transcriptome mapping was used for the verification of the result. The size of an input NGS data for the assembly was reduced for more than 20 % after the preprocessing, the running time of the assembler was reduced more than twice and the loss of coding information was 0,005 %

Keywords: parallel algorithm, clustering, bioinformatics, repeats, filtration, sequence assembly, Illumina, SPAdes, Abyss.

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-4-99-110

REFERENCES

1. Oreshkova N.V., Putintseva Yu.A., Kuzmin D.A., Sharov V.V., Biryukov V.V., Makolov S.V., Deych K.O., Ibe A.A., Shilkina E.A., Krutovsky K.V. The whole de novo genome sequencing and assembly of Siberian larch (Larix sibirica Ledeb.) and Siberian pine (Pinus sibirica Du Tour.). *The 3rd International Conference "Plant Genetics, Genomics, Bioinformatics and Biotechnology" PlantGen 2015*: Abstract book. Novosibirsk, 2015, p. 37.
2. Compeau P.E.C., Pevzner P.A., Tesler G. How to apply de Bruijn graphs to genome assembly. *Jorunal of Nature Biotechnology,* 2011, vol. 29, no. 11. Available at: http://www.nature.com/nbt/journal/v29/n11/full/nbt.2023.html (accessed 09.01.2017)
3. *Genomnyi assembler SPAdes* [Genomic assembler SPAdes]. Available at: http://bioinf.spbau.ru/ru/spades (accessed 09.01.2017)
4. *ABySS – Canada's Michael Smith Genome Sciences Centre*. Available at: http://www.bcgsc.ca/platform/bioinfo/software/abyss (accessed 09.01.2017)
5. *What is FASTA format?* Available at: http://zhanglab.ccmb.med.umich.edu/FASTA/ (accessed 09.01.2017)
6. Maumus F., Quesneville H. Deep investigation of Arabidopsis thaliana junk DNA reveals a continuum between repetitive elements and genomic dark matter. *PloS One*, 2014, vol. 9 (4). Available at: http://journals.plos.org/plosone/article?id=10.1371/journal.pone.0094101 (accessed 09.01.2017)
7. Cybin A.N., Kuz'min D.A., Feranchuk S.I., Putintseva Yu.A. *Programmnyi kompleks fil'tratsii povtoryayushchikhsya posledovatel'nostei (ripitov) v ridakh NGS Illumina* [Software package for repeating sequences (repeats) filtration in NGS Illumina reads]. Inventor's Certificate RF, no. 2015619173, 2015.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Цыбин Александр Николаевич – родился в 1994 году, магистрант, кафедра высокопроизводительных вычислений, СФУ. Область научных интересов: высокопроизводительные вычисления в задачах биоинформатики.

Cybin Alexander Nikolaevich (b. 1994) – master, high-performance computing department, Siberian Federal University. His research interests are currently focused on HPC in bioinformatics.

Шаров Вадим Витальевич – родился в 1992 году, научный сотрудник, НОЦ геномных исследований, СФУ. Область научных интересов: биоинформатика. Опубликовано 6 научных работ.

Sharov Vadim Vitalevich (b. 1992) – Researcher, Genome Research and Education Center, Siberian Federal University. His research interests are currently focused on bioinformatics. He is author of 6 scientific papers.

Путинцева Юлия Андреевна – родилась в 1985 году, научный сотрудник, Лаборатория лесоведения и почвоведения, Институт леса им. В.Н. Сукачева СО РАН. Область научных интересов: геномика, биоинформатика, системная биология. Опубликованы 32 научные работы.

Putintseva Yuliya Andreyevna (b. 1985) – Researcher, Laboratory of Forest and Soil Sciences, Institute of Forest of the Siberian Division of the Russian Academy of Sciences. Her research interests are currently focused on genomics, bioinformatics, system biology. She is author of 32 scientific papers.

Феранчук Сергей Ильич – родился в 1968 году, канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник, научно-образовательный центр геномных исследований, Сибирский Федеральный университет, доцент; кафедра информатики, Иркутский национальный исследовательский технический университет. Опубликовано 25 научных работ. Область интересов: геномика, биоинформатика.

Feranchuk Sergey Il'ich (b. 1968) – Candidate of Sciences (Phys.&Math.), Researcher, Genome Research and Education Center, Siberian Federal University, Associated Professor, Department of informatics, Irkutsk State Technical University. His research interests are currently focused on genomics, bioinformatics. He is author of 25 scientific papers.

Кузьмин Дмитрий Александрович – родился в 1968 году, канд. техн. наук, заведующий кафедрой «Высокопроизводительные вычисления» в Сибирском Федеральном университете. Область научных интересов: суперкомпьютеры, высокопроизводительные вычисления. Опубликовано 30 научных работ. (Адрес: 660113, Российская Федерация, Красноярск, ул. Карбышева, 18. E-mail: dkuzmin@sfu-kras.ru).

Kuzmin Dmitry Alexandrovich (b. 1968) – Candidate of Sciences (Eng.), head of high-performance computing department. His research interests are currently focused on high performance computing. He is author of 30 scientific papers. (Address: Russian Federation, Krasnoyarsk, Karbyshev st., 18, E-mail: dkuzmin@sfu-kras.ru).

Статья поступила 04 июля 2016 г.
Received July 04, 2016

To Reference:

Cybin A.N., Sharov V.V., Putinceva Yu.A., Feranchuk S.I., Kuz'min D.A. Parallel'nyi algoritm fil'tratsii povtorov v dannykh NGS ILLUMINA [Parallel repeats filtration algorithm of NGS ILLUMINA data]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2016, no. 4 (33), pp. 99–110. doi: 10.17212/1727-2769-2016-4-99-110

ДОКЛАДЫ АН ВШ РФ
2016 октябрь–декабрь № 4 (33)

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 629.331

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМБИНИРОВАННОЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ ДЛЯ ГОРОДСКОГО БЕЗРЕЛЬСОВОГО ТРАНСПОРТА

А.А. Штанг, М.В. Ярославцев
Новосибирский государственный технический университет

При проектировании получающих распространение комбинированных энергетических установок транспортных средств возникает новая задача определения характеристик источников энергии в ее составе. С использованием предложенной авторами методики определена энергоемкость накопителя энергии автобуса с комбинированной энергетической установкой в зависимости от мощности первичного источника энергии. Расчет произведен на основе зависимости скорости движения транспортного средства от времени. Выполнен анализ возможных источников исходных данных для ее расчета. Рассмотрено использование расчетных кривых движения, стандартных циклов, применяемых для исследования топливной экономичности транспортных средств, а также экспериментальных записей скорости движения транспортного средства. Показана необходимость использования экспериментальных записей при проектировании транспортных средств, имеющих комбинированную энергетическую установку. Установлено, что в исследованных условиях энергоемкость буферного накопителя энергии, определенная на основе экспериментальных данных, приблизительно в 2 раза превосходит энергоемкость, полученную на основе расчетных циклов движения. Показано, что в этом случае при заданной мощности первичного источника энергии величина энергоемкости буферного накопителя слабо зависит от длины перегона и ускорения транспортного средства, но определяется максимальной скоростью, достигнутой за цикл разгона и торможения.

Ключевые слова: комбинированная энергетическая установка, гибридное транспортное средство, городской безрельсовый транспорт, комбинированный тяговый привод, буферный накопитель энергии, первичный источник энергии.

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-4-111-120

Введение

Рост экологических требований, повышение стоимости топлива и развитие накопителей электрической энергии делают актуальной задачу создания транспортных средств (ТС) с комбинированными энергетическими установками (КЭУ). Основным их достоинством является низкий расход энергии, обеспечивающий низкие эксплуатационные расходы и меньший объем выбросов по сравнению с обычными автомобилями. Как правило, такие энергоустановки сочетают два источника энергии. В состав их тягового привода входят первичный источник (ПИЭ, обычно двигатель внутреннего сгорания) и накопитель энергии (БНЭ, выполняемый на основе конденсатора двойного электрического слоя либо аккумуляторной батареи) [1–4].

Одной из наиболее перспективных областей внедрения ТС с КЭУ является городской безрельсовый пассажирский транспорт. Автобусы и троллейбусы имеют сравнительно малое ускорение, ограниченную зону работы, большое пространство для размещения дополнительного оборудования и движутся в цикле с частыми остановками, что позволяет достичь значительной экономии топлива. При проектировании КЭУ важно определить рациональные параметры ее элементов, обеспечивающие наилучшие массогабаритные и экономические показатели ТС.

© 2016 А.А. Штанг, М.В. Ярославцев

1. Методика определения основных характеристик комбинированной энергоустановки

Проектирование новых ГТС связано с проблемой выбора параметров гибридного тягового привода. Ее определяет две ключевых величины: мощность первичного источника энергии и энергоемкость буферного накопителя. Они определяют стоимость основных узлов и количество энергии, которая может быть повторно использована [5]. Расчет объема БНЭ должен учитывать возможность повторной реализации циклов разгона и торможения с большим средним расходом энергии, превышающим мощность ПИЭ. Поэтому при определении параметров гибридного привода необходимо учитывать ожидаемый цикл движения ТС.

Методика определения зависимости между энергоемкостью БНЭ и мощностью ПИЭ предложена в [6]. В качестве исходных данных задается зависимость скорости движения ТС от времени $V(t)$. Затем находится зависимость мощности тягового привода от времени $P(t)$ и ее интегрированием определяется расход энергии (рис. 1). Для этого принята следующая последовательность расчета.

1. По значениям мгновенной скорости были рассчитаны сопротивление движению ТС ω и его ускорение a [7]:

$$\omega_i = 16 + 0,004 v_i^2 \text{, Н/кН;}$$

$$a_i = \frac{v_i - v_{i-1}}{\Delta t} \text{, м/с}^2\text{,}$$

где v_i – значение скорости в i-й точке записи регистратора, м/с; Δt – шаг времени записей регистратора, равный 0,5 с.

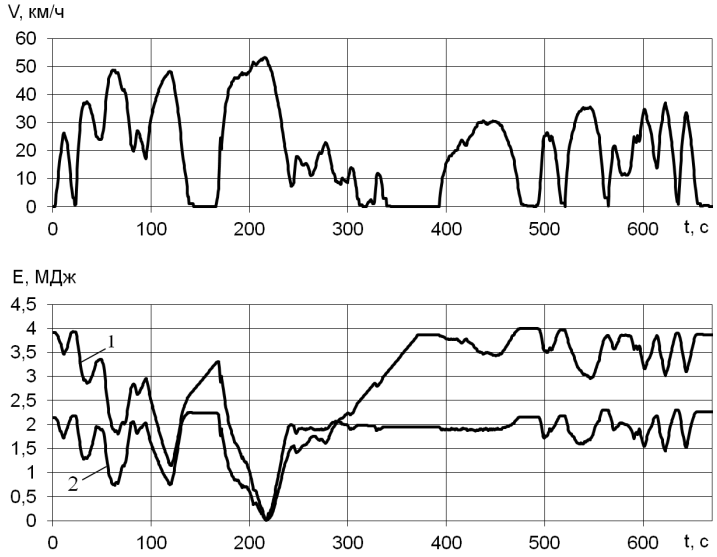


Рис. 1 – Зависимость запаса энергии БНЭ от времени при мощности первичного источника энергии 25 кВт (линия 1) и 50 кВт (линия 2), соответствующая фрагменту записи скорости движения транспортного средства от времени

Fig. 1 – Relationship of buffer storage energy and time at primary energy source power 25 kW (line 1) and 50 kW (line 2) corresponding to a fragment of speed–time record for the vehicle

2. На основании полученных величин найдены значения сил тяги и торможения, развиваемых тяговым приводом в каждый момент времени t_i :

$$F_i = \gamma m a_i + mg\omega_i \text{ , кН,}$$

где γ – коэффициент, учитывающий инерцию вращающихся частей; g – ускорение свободного падения, м/с^2; m – масса троллейбуса, т.

3. Определена мощность, потребляемая либо возвращаемая тяговым приводом в режимах тяги и торможения, по одному из выражений:

$$P_i = \begin{cases} \dfrac{F_i v_i}{\eta_\text{т}} \\ F_i v_i \eta_\text{р} \end{cases} \text{ , кВт,}$$

где $\eta_\text{т}$ – КПД тягового привода в режиме тяги; $\eta_\text{р}$ – КПД тягового привода в режиме рекуперации.

4. Определен запас полезной энергии БНЭ:

$$E_{\text{БНЭ } i} = \begin{cases} E_{\text{БНЭ } i-1} + P_\text{Г}\Delta t + P_i \Delta t, \text{ если } E_{\text{БНЭ max}} - E_\text{р} > E_{\text{БНЭ}i}, \\ E_{\text{БНЭ } i-1} + P_i \Delta t, \text{ если } E_{\text{БНЭ max}} - E_\text{р} > E_{\text{БНЭ } i} > E_{\text{БНЭ max}} \\ E_{\text{БНЭ max}}, \text{ если } E_{\text{БНЭ } i} > E_{\text{БНЭ max}}. \end{cases} \text{ , кДж,}$$

где $P_\text{Г}$ – мощность генератора, приводимого от ДВС; $E_{\text{БНЭ max}}$ – максимальная полезная энергия БНЭ; $E_\text{р}$ – запас энергии БНЭ для приема энергии рекуперации.

При суммировании реализована следующая логика работы привода. При малой величине полезной энергии БНЭ осуществляется его заряд генератором до величины $E_{\text{БНЭ max}} - E_\text{р}$. Дальнейшее увеличение запаса энергии БНЭ возможно только за счет энергии рекуперативного торможения, что обеспечивает ее более полное использование. Величина запаса энергии $E_\text{р}$ выбрана на основании статистического анализа осуществляемых торможений [6].

Результатом расчета является зависимость заимствованной из БНЭ энергии от времени. При расчете выбирается такое значение $E_{\text{БНЭ max}}$, чтобы минимальный запас полезной энергии $E_{\text{БНЭ}i}$ за время движения был равен нулю. Такое значение $E_{\text{БНЭ max}}$ является минимальным, обеспечивающим движение ТС в заданном режиме при выбранной мощности генератора $P_\text{Г}$. На рис. 1 показаны полученные зависимости скорости движения и запаса энергии БНЭ для одного из рейсов при мощности генератора 25 и 50 кВт.

2. Применение стандартных циклов движения для определения основных характеристик комбинированной энергоустановки

Одним из возможных источников исходных данных для расчета параметров гибридного привода являются стандартные циклы движения, используемые для определения топливной экономичности автомобилей. Другим способом получить их является использование экспериментальных записей. В современных исследованиях отсутствует консенсус в вопросе выбора цикла движения для проектирования гибридных автобусов. Например, в [8] сравниваются стандартные циклы UDDS (Urban Dynamometer Driving Schedule), HWFET (Highway Fuel Economy

Test Cycle) и NEDC (New European Driving Cycle), а также экспериментальные записи для различных характерных поездок. В [9] упоминается также цикл FTP-75 (Federal Test Procedure). В России для измерения топливной экономичности городских автобусов использовался цикл, определенный ГОСТ 20306–90 [10], построение которого связано с конструктивными особенностями испытуемого автобуса, что принципиально не позволяет получить универсальную зависимость скорости движения ТС от времени.

В [11, 12] для верификации расчета энергетической установки используются экспериментальные записи скорости движения автобуса за один рейс. В [13, 14] сравниваются циклы, принятые для определения расхода топлива автобусов в различных городах. Например, авторами [14] рассмотрены шесть циклов, принятых в различных городах США и ЕС. Для имитации длительного рейса циклы многократно повторяются. В результате участки, требующие различного потребления энергии, оказываются равномерно распределенными по протяженности рейса, что может не выполняться на практике. В [15] авторами предложен собственный цикл, составленный из чередующихся циклов для различных режимов движения ТС.

Как видно из приведенного обзора, в настоящее время отсутствует единый подход к выбору цикла движения ТС для исследования его энергопотребления. Существует ряд циклов, используемых для исследования топливной экономичности транспортных средств, однако они не могут быть непосредственно использованы для определения характеристик гибридной энергоустановки, если существенной является не только частота повторения циклов разгона-торможения до заданной скорости, но и длительность повторения схожих циклов. В зависимости от выбранного исходного цикла результаты расчета необходимой энергоемкости БНЭ могут различаться в несколько раз. Таким образом, сложность выбора необходимого расчетного цикла приводит к необходимости исследования записей $V(t)$, полученных для реального ТС в эксплуатационных условиях.

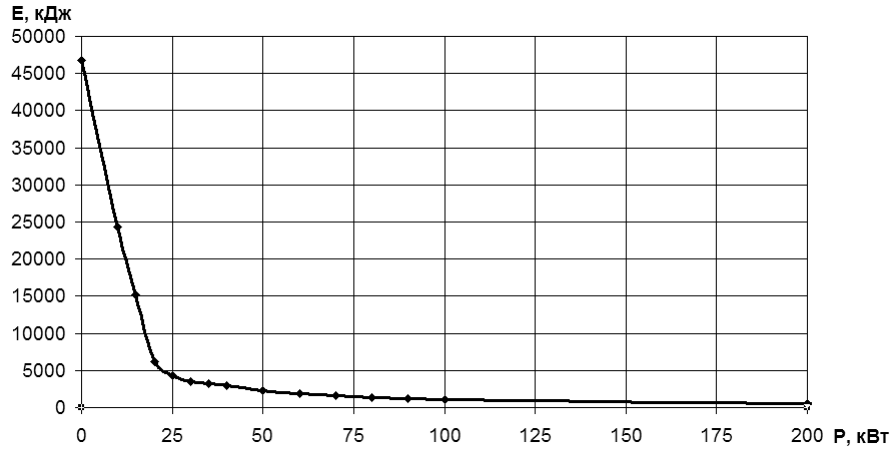


Рис. 2 – Зависимость необходимой для обеспечения заданного режима движения энергоемкости буферного накопителя от мощности первичного источника энергии

Fig. 2 – Dependence of buffer energy storage capacity needed to maintain required dynamic properties of the vehicle on primary energy source power

Для получения экспериментальных записей циклов движения, соответствующих российским условиям, было выполнено исследование режимов движения и потребления энергии. В качестве образца был выбран троллейбус, работающий на

одном из маршрутов Новосибирска. Длина кузова троллейбуса составляет 12 м, номинальная вместимость – 110 пассажиров, вес тары – 12 т. Для записи скорости движения был разработан специальный регистратор, подключаемый к системе управления троллейбуса посредством CAN-интерфейса и получающий показания датчика частоты вращения двигателя. На рис. 1 приведен пример зависимости расчетной мощности тягового электропривода транспортного средства от времени. Отрицательные значения мощности соответствуют выработке энергии в режиме торможения, а положительные – потреблению энергии в режиме тяги. На рис. 2 приведена зависимость необходимых для обеспечения заданного режима движения энергоемкости БНЭ от мощности первичного источника энергии, полученная с помощью предложенной в [6] методики по экспериментальным данным.

3. Сравнение результатов, полученных при использовании в качестве исходных данных расчетных и экспериментальных кривых движения

Для сравнения результатов, полученных на основе экспериментальных и расчетных циклов движения, а также с целью выявления зависимости необходимой энергоемкости буферного накопителя от особенностей цикла движения построены зависимости энергоемкости БНЭ от мощности ПИЭ для случая движения ТС по расчетному циклу, состоящему из тяги, выбега и торможения. При расчете было принято предположение, что движение осуществляется по перегону стандартной длиной 350 м, с требованием обеспечить среднюю скорость движения 17 км/ч при времени стоянки, равном 30 с.

Для получения серий исходных зависимостей скорости движения ТС от времени поочередно варьировались скорость, ускорение и длина перегона. На рис. 3–5 показано изменение зависимости $E_{\text{БНЭ}}(P_{\text{ПИЭ}})$ в зависимости от исследованных факторов.

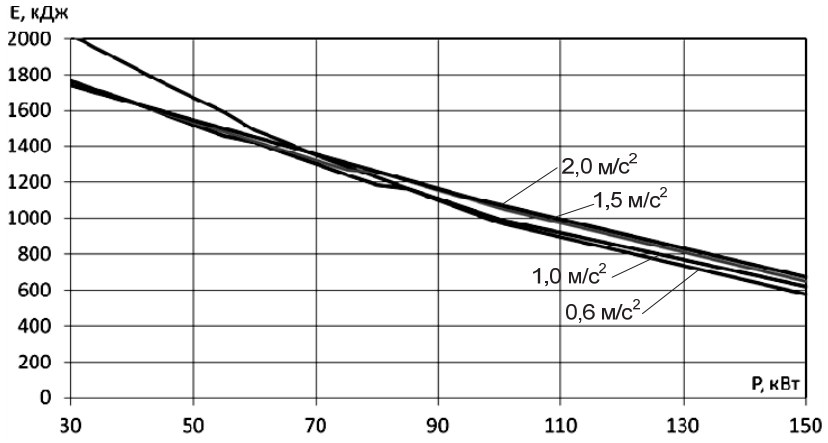


Рис. 3 – Влияние ускорения транспортного средства в режиме тяги на энергоемкость буферного накопителя

Fig. 3 – Effect of acceleration of the vehicle on buffer energy storage capacity

По полученным результатам можно сделать вывод, что основным фактором, определяющим параметры комбинированной энергетической установки, является скорость сообщения при движении транспортного средства по маршруту. Результаты расчета также показали, что при чередовании на протяжении рейса ТС пере-

гонов с различной средней скоростью параметры накопителя необходимо выбирать для цикла движения по перегону, в котором достигается наибольшая скорость сообщения.

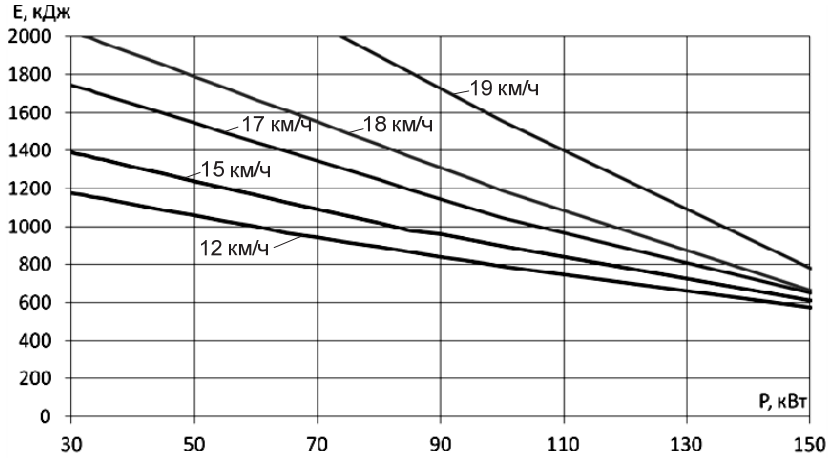


Рис. 4 – Влияние средней скорости движения транспортного средства на энергоемкость буферного накопителя

Fig. 4 – Effect of average speed of the vehicle on buffer energy storage capacity

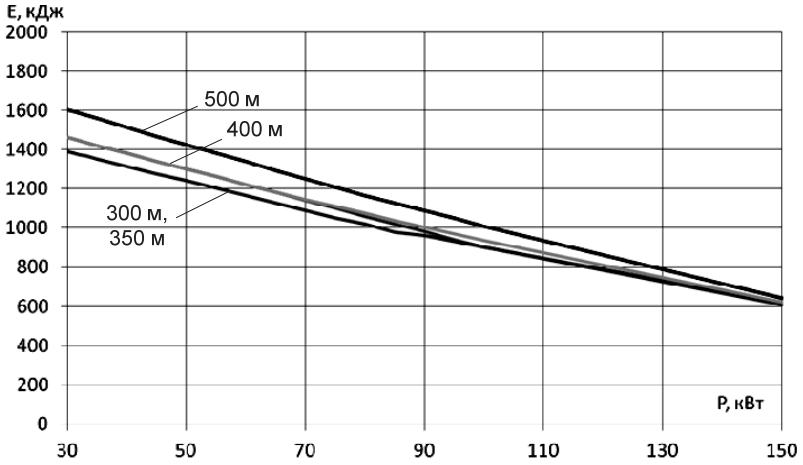


Рис. 5 – Влияние длины перегона на энергоемкость буферного накопителя

Fig. 5 – Effect of span length on buffer energy storage capacity

Необходимо отметить, что полученные значения энергоемкости существенно (в 1,5…2,5 раза) ниже значений, найденных на основе экспериментальных данных при той же мощности ПИЭ и скорости сообщения за рейс. Это объясняется тем, что на протяжении рейса ТС периодически реализуются отдельные циклы движения со средней скоростью, значительно превышающей общую скорость сообщения. В качестве иллюстрации на рис. 6 приведены зависимости $E_{\text{БНЭ}}(P_{\text{ПИЭ}})$ при разной скорости сообщения, полученные при использовании в качестве исходных данных фрагментов экспериментальных кривых движения ТС.

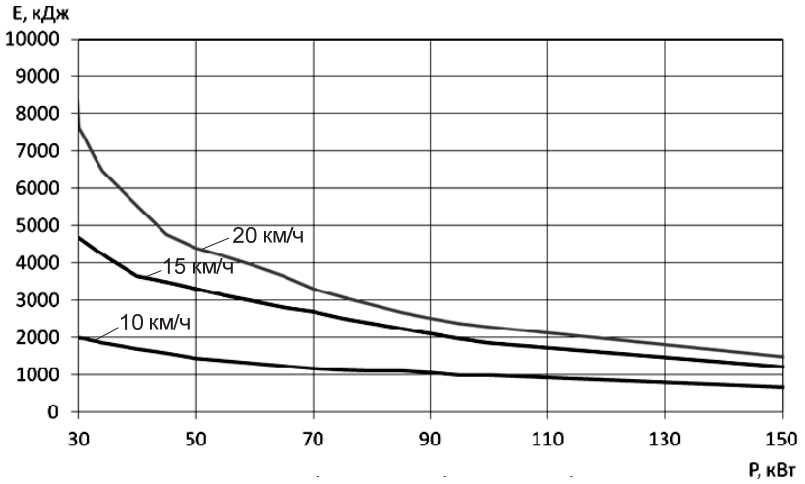


Рис. 6 – Влияние средней скорости движения ТС на энергоемкость буферного накопителя. Расчет выполнен по фрагментам экспериментальных кривых движения

Fig. 6 – Effect of average speed of the vehicle on buffer energy storage capacity, calculated by fragments of experimental drive curves

Заключение

В работе выполнен анализ способов получения зависимостей скорости от времени, описывающих движение пассажирских транспортных средств, которые могут быть использованы для определения основных характеристик комбинированных энергетических установок. Показано, что применение в качестве исходных данных для расчета стандартных циклов, используемых для определения топливной экономичности транспортных средств, не позволяет получить однозначный результат. Решением может являться использование экспериментальных записей достаточно большого объема, полученных в реальных эксплуатационных условиях.

Выполнено сравнение результатов расчета энергоемкости буферного накопителя энергии пассажирского транспортного средства с комбинированной энергоустановкой, полученных на основе расчетных и экспериментальных кривых движения. В результате сравнения установлено, что основным фактором, влияющим на энергоемкость накопителя при заданной мощности первичного источника энергии, является эксплуатационная скорость транспортного средства. Ее влияние подтверждено расчетами, выполненными на основе фрагментов экспериментальных записей движения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Штанг А.А.** Повышение эффективности электротранспортных систем на основе использования накопителей энергии: дис. … канд. техн. наук: 05.09.03: защищена 18.10.2006. – Новосибирск, 2006. – 233 с.
2. **Аносов В.Н., Спиридонов Е.А., Штанг А.А.** Моделирование режимов работы тягового привода троллейбуса с емкостным накопителем энергии // Электротехника. – 2011. – № 6. – С. 10–13.
3. Alternative fuels and advanced vehicle technologies for improved environmental performance / ed. by R. Folkson. – Amsterdam: Woodhead Publ.: Elsevier, 2014. – 784 p.

4. **Bayindir K.C., Gözüküçük M.A., Teke A.** A comprehensive overview of hybrid electric vehicle: powertrain configurations, powertrain control techniques and electronic control units // Energy Conversion and Management. – 2011. – Vol. 52, no. 2. – P. 1305–1313.
5. **Ярославцев М.В.** Определение параметров энергоустановки гибридного автомобиля моделированием процесса потребления энергии // Электротехника. – 2014. – № 12. – С. 17–21.
6. **Yaroslavtsev M.V., Schurov N.I., Belova E.A.** Assessment of performance factors of hybrid electric vehicle powertrain // Applied Mechanics and Materials. – 2015. – Vol. 698. – P. 7–11.
7. **Байрыева Л.С., Шевченко В.В.** Электрическая тяга. – М.: Транспорт, 1986. – 206 с.
8. Analysis of four-stroke, Wankel, and microturbine based range extenders for electric vehicles / J. Ribau, C. Silva, F.P. Brito, J. Martins // Energy Conversion and Management. – 2012. – Vol. 58. – P. 120–133.
9. **Tie S.F., Tan C.W.** A review of energy sources and energy management system in electric vehicles // Renewable and Sustainable Energy Reviews. – 2013. – Vol. 20. – P. 82–102.
10. ГОСТ 20306–90. Автотранспортные средства. Топливная экономичность. Методы испытаний. – М.: Изд-во стандартов, 1990. – 34 с.
11. **Ma Z**. Parameters design for a parallel hybrid electric bus using regenerative brake model // Advances in Mechanical Engineering. – 2014. – Vol. 2014. – Art. 760815.
12. Experimental analysis of the auxiliaries consumption in the energy balance of a pre-series plug-in hybrid-electric vehicle / A. Santiangeli, C. Fiori, F. Zuccari, A. Dell'Era, F. Orecchini, A. D'Orazio // Energy Procedia. – 2014. – Vol. 45. – P. 779–788.
13. Optimum sizing and optimum energy management of a hybrid energy storage system for lithium battery life improvement / M. Masih-Tehrani, M.-R. Ha'iri-Yazdi, V. Esfahanian, A. Safaei // Journal of Power Sources. – 2013. – Vol. 244. – P. 2–10.
14. **Lajunen A.** Energy consumption and cost-benefit analysis of hybrid and electric city buses // Transportation Research. Part C. – 2014. – Vol. 38. – P. 1–15.
15. Predictive energy management for hybrid vehicle / S. Kermani, S. Delprat, T.M. Guerra, R. Trigui, B. Jeanneret // Control Engineering Practice. – 2012. – Vol. 20. – P. 408–420.

EVALUATION OF THE MAIN PARAMETERS OF HYBRID POWERTRAIN UNITS FOR CITY ROAD VEHICLES

Shtang A.A., Yaroslavtsev M.V.
Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

Hybrid electric vehicles are getting widespread in production at the current time. While designing hybrid power train units it is necessary to solve a new problem of evaluating characteristics of their power sources. The dependence of the buffer energy storage capacity on the primary energy source power is obtained using the method proposed by the authors. The calculation is based on the speed-time relationship describing a vehicle drive cycle. Possible data sources of drive cycles which can be used in the hybrid vehicle design are discussed. The calculated drive curves, standard drive cycles and experimental drive cycles are compared. The necessity to use experimental drive cycle records in designing the hybrid power train unit is shown. It is determined that under investigated conditions the buffer energy storage capacity calculated using experimental data is approximately 2 times greater than the capacity calculated with theoretical drive curves. It is also shown that the buffer energy storage capacity for a given primary energy source power is weakly dependent on the span length and acceleration of the vehicle but is determined by the maximal speed reached during the acceleration and braking cycle.

Keywords: Hybrid electric vehicle; road transit vehicle; hybrid power train unit; buffer energy storage; primary energy source

DOI: 10.17212/1727-2769-2016-4-111-120

REFERENCES

1. Shtang A.A. *Povyshenie effektivnosti elektrotransportnykh sistem na osnove ispol'zovaniya nakopitelei energii*. Diss. kand. tekhn. nauk [Increasing efficiency of electric transit systems by means of energy storage devices. PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2006. 233 p.
2. Anosov V.N., Spiridonov E.A., Shtang A.A. Modeling operating mode for trolleybus traction drive with capacitance energy storage. *Russian Electrical Engineering*, 2011, vol. 82, iss. 6, pp. 288–291. doi: 10.3103/S1068371211060034. Translated from *Elektrotekhnika*, 2011, no. 6, pp. 10–13.
3. Folkson R., ed. *Alternative fuels and advanced vehicle technologies for improved environmental performance*. Amsterdam, Woodhead Publ., Elsevier, 2014. 784 p.
4. Bayindir K.C., Gozukucuk M.A., Teke A. A comprehensive overview of hybrid electric vehicle: powertrain configurations, powertrain control techniques and electronic control units. *Energy Conversion and Management*, 2011, vol. 52, no. 2, pp. 1305–1313.
5. Yaroslavtsev M.V. Determination of parameters of a hybrid car powertrain by modeling of the energy consumption process. *Russian Electrical Engineering*, 2014, vol. 85, iss. 12, pp. 724–728. doi: 10.3103/S1068371214120153. Translated from *Elektrotekhnika*, 2014, no. 12, pp. 17–21.
6. Yaroslavtsev M.V., Schurov N.I., Belova E.A. Assessment of performance factors of hybrid electric vehicle powertrain. *Applied Mechanics and Materials*, 2015, vol. 698, pp. 7–11.
7. Bairyeva L.S., Shevchenko V.V. *Elektricheskaya tyaga* [Electric traction]. Moscow, Transport Publ., 1986. 206 p.
8. Ribau J., Silva C., Brito F.P., Martins J. Analysis of four-stroke, Wankel, and microturbine based range extenders for electric vehicles. *Energy Conversion and Management*, 2012, vol. 58, pp. 120–133.
9. Tie S.F., Tan C.W. A review of energy sources and energy management system in electric vehicles. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2013, vol. 20, pp. 82–102.
10. GOST 20306–90. *Avtotransportnye sredstva. Toplivnaya ekonomichnost'. Metody ispytanii* [State standard 20306–90. Automobiles. Fuel efficiency. Testing methods]. Moscow, Izdatel'stvo standartov Publ., 1990. 34 p.
11. Ma Z. Parameters design for a parallel hybrid electric bus using regenerative brake model. *Advances in Mechanical Engineering*, 2014, vol. 2014, art. 760815.
12. Santiangeli A., Fiori C., Zuccari F., Dell'Era A., Orecchini F., D'Orazio A. Experimental analysis of the auxiliaries consumption in the energy balance of a pre-series plug-in hybrid-electric vehicle. *Energy Procedia*, 2014, vol. 45, pp. 779–788.
13. Masih-Tehrani M., Ha'iri-Yazdi M.–R., Esfahanian V., Safaei A. Optimum sizing and optimum energy management of a hybrid energy storage system for lithium battery life improvement. *Journal of Power Sources*, 2013, vol. 244, pp. 2–10.
14. Lajunen A. Energy consumption and cost-benefit analysis of hybrid and electric city buses. *Transportation Research. Part C*, 2014, vol. 38, pp. 1–15.
15. Kermani S., Delprat S., Guerra T.M., Trigui R., Jeanneret B. Predictive energy management for hybrid vehicle. *Control Engineering Practice*, 2012, vol. 20, pp. 408–420.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Штанг Александр Александрович – родился в 1978 году, канд. техн. наук, декан факультета мехатроники и автоматизации Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: электрический транспорт. Опубликовано 40 научных работ. (Адрес: 630073, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. E-mail: shtang@corp.nstu.ru).

Shtang Alexandr (b. 1978) – Candidate of Sciences (Eng.), Dean of the Mechatronics and Automation Faculty, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on electric transport. He is the author of 40 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: shtang@corp.nstu.ru).

Ярославцев Михаил Викторович – родился в 1987 году, ассистент кафедры электротехнических комплексов Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: электрический транспорт. Опубликовано 25 научных работ. (Адрес: 630073, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. Email: yaroslavcev@corp.nstu.ru).

Yaroslavtsev Mikhail (b. 1987) – an assistant lecturer at the electrotechnical complexes department, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on electric transport. He is the author of 25 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: yaroslavcev@corp.nstu.ru).

Статья поступила 17 ноября 2016 г.
Received November 17, 2016

To Reference:

Shtang A.A., Yaroslavtsev M.V. Opredelenie osnovnykh kharakteristik kombinirovannoi energeticheskoi ustanovki dlya orodskogo bezrel'sovogo transporta [Evaluation of main parameters of road city transit vehicle hybrid powertrain]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2016, no. 4 (33), pp. 111–120. doi: 10.17212/1727-2769-2016-4-111-120

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

**ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК
ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Выпуск 4(33) октябрь–декабрь 2016

Выпускающий редактор *И.П. Брованова*
Корректор *И.Е. Семенова*
Компьютерная верстка *Н.В. Гаврилова*

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции
Издание соответствует коду 95 2000 ОК 005-93 (ОКП)

Подписано в печать 20.12.2016. Бумага офсетная. Формат 70×108 1/16
Тираж 300 экз. Уч.-изд. л. 10,5. Печ. л. 7,5. Изд. № 391. Заказ № 231

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630073, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20