

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ  
ДОКЛАДЫ  
АКАДЕМИИ НАУК  
ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

2017

октябрь–декабрь

№ 4 (37)



*Выходит четыре раза в год*

ISSN 1727-2769

**Учредители**

*Академия наук высшей школы России  
Новосибирское отделение Академии наук высшей школы*

**Главный редактор**

А.Г. Вострецов, д-р техн. наук, проф., засл. деятель науки РФ

**Заместитель главного редактора**

В.Н. Васюков, д-р техн. наук, проф.

**Редакционный совет**

М. Грайцар, PhD, проф. (Словакия)  
Д.В. Винников, д-р техн. наук, проф. (Эстония)  
А. Загоскин, PhD (Великобритания)  
Е.В. Ильичев, д-р физ.-мат. наук, проф. (Германия)  
М.Н. Клыماش, д-р техн. наук, проф. (Украина)  
К.Ю. Арутюнов, д-р физ.-мат. наук  
И.С. Грузман, д-р техн. наук, проф.  
А.О. Давидов, д-р техн. наук  
В.П. Драгунов, д-р техн. наук, проф.  
В.Г. Дубровский, д-р физ.-мат. наук, проф.  
А.И. Легалов, д-р техн. наук, проф.  
Б.Ю. Лемешко, д-р техн. наук, проф.  
Г.В. Майер, д-р физ.-мат. наук, проф., засл. деятель науки РФ  
В.К. Макуха, д-р техн. наук, проф.  
В.Ю. Нейман, д-р техн. наук, проф.  
В.Я. Рудяк, д-р физ.-мат. наук, проф.  
А.А. Спектор, д-р техн. наук, проф.  
С.П. Халютин, д-р техн. наук, проф.  
С.А. Харитонов, д-р техн. наук, проф.  
В.Д. Юркевич, д-р техн. наук, проф.

**Ответственный секретарь**

Д.О. Соколова, канд. техн. наук

*Журнал зарегистрирован в Министерстве РФ по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций в 2002 г. (свидетельство ПИИ № 77-11517 от 04.01.2002 г.)*

Адрес редакции: 630073, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20, НГТУ, корп. 4, ком. 415,  
телефон: (383) 346-15-37, факс: (383) 346-02-09. Email: danvshrf@corp.nstu.ru

© Новосибирское отделение АН ВШ, 2017 г.

SCIENTIFIC JOURNAL

**PROCEEDINGS  
OF THE RUSSIAN HIGHER SCHOOL  
ACADEMY OF SCIENCES**

2017

October – December

№ 4 (37)



*Journal is published quarterly*

ISSN 1727-2769

*Journal was established by*

*Russian Higher Education Academy of Science  
Novosibirsk Branch of Higher Education Academy of Science*

**Chief Editor**

A.G. Vostretsov, D.Sc. (Eng.), Prof., Honoured Science Worker of Russian Federation

**Deputy Chief Editor**

V.N. Vasyukov, D.Sc. (Eng.), Prof.

**Editorial Council**

M. Grajcar, PhD, Prof. (Slovakia)

D.V. Vinnikov, D.Sc. (Eng.), Prof. (Estonia)

A.M. Zagoskin, PhD (United Kingdom)

E.V. Ilyichev, D.Sc. (Phys.&Math.), Prof. (Germany)

M.M. Klymash, D.Sc. (Eng.), Prof. (Ukraine)

K.Yu. Arutyunov, D.Sc. (Phys.&Math.)

I.S. Gruzman, D.Sc. (Eng.), Prof.

A.O. Davidov, D.Sc. (Eng.)

V.P. Dragunov, D.Sc. (Eng.), Prof.

V.G. Dubrovsky, D.Sc. (Phys.&Math.), Prof.

A.I. Legalov, D.Sc. (Eng.), Prof.

B.Yu. Lemeshko, D.Sc. (Eng.), Prof.

G.V. Mayer, D.Sc. (Phys.&Math.), Prof., Honoured Science Worker of Russian Federation

V.K. Makukha, D.Sc. (Eng.), Prof.

V.Yu. Neyman, D.Sc. (Eng.), Prof.

V.Ya. Rudyak, D.Sc. (Phys.&Math.), Prof.

A.A. Spector, D.Sc. (Eng.), Prof.

S.P. Khaljutin, D.Sc. (Eng.), Prof.

S.A. Haritonov, D.Sc. (Eng.), Prof.

V.D. Yurkevich, D.Sc. (Eng.), Prof.

**Executive Secretary**

D.O. Sokolova, C.Sc.(Eng.)

Editor Address: Office 415, 20 bld. 4, K. Marx Prospect, Novosibirsk, 630073, Russian Federation.  
Tel: +7 (383) 346-15-37. Fax: +7 (383) 346-02-09. Email: danvshrf@corp.nstu.ru

© Novosibirsk Branch of Higher Education Academy of Science, 2017 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

## ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

*Борыняк Л.А., Пейсахович Ю.Г., Петров Н.Ю.,  
Штыгашев А.А.*

Диагностика планарного  $p$ - $n$ -перехода.....7

*Дубровский В.Г., Топовский А.В., Остреинов Ю.М.*

Построение периодических точных решений системы  
нелинейных уравнений типа Дэви–Стюардсона  
методом дибар-одевания .....14

*Пейсахович Ю.Г., Штыгашев А.А.*

Образование волн плотностей заряда и тока при рассеянии  
гауссова волнового пакета на трехбарьерной гетероструктуре.....31

*Протасов Д.Ю., Новоселов А.Р., Абдоян М.Е.,  
Костюченко В.Я.*

Подавление образования дефектных областей вокруг  
индиевых контактов при отжиге  $n$ - $p$ -переходов матричного  
фотоприемника на основе КРТ .....43

## ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

*Вихман В.В., Яковина И.Н.*

Предпосылки разработки модели единого  
кардиологического регистра .....52

*Драгунов В.П., Остертак Д.И., Драгунова Е.В.*

Особенности функционирования несбалансированных МЭМС .....58

**Капустин А.В., Алексеева И.К., Иванов В.В., Мятеж С.В.**

Разработка микропроцессорной системы управления  
усовершенствованным зонным выпрямителем  
лестничного типа.....70

**Квашина Т.С., Крутский Ю.Л., Черкасова Н.Ю.,  
Кузьмин Р.И., Тюрин А.Г.**

Синтез высокодисперсного карбида кремния  
из разных шихтовых материалов.....80

**Половинкин В.Г., Стучинский В.А., Вишняков А.В.,  
Ли И.И.**

Моделирование фотоэлектрических характеристик  
матричных ИК фотоприемников методом Монте-Карло.....91

**Тимофеев В.С., Хайленко Е.А.**

Робастные оценки моментов при идентификации  
лямбда-распределения в рамках адаптивного оценивания .....101

**Чичиндаев А.В., Дьяченко Ю.В., Ларичкин В.В.,  
Кириленко А.И.**

Анализ эффективности средств борьбы с обмерзанием  
теплообменника-конденсатора за счет переменного  
отношения термических сопротивлений теплообменной  
поверхности .....112

---

---

CONTENTS

---

PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

*Borynyak L.A., Peisakhovich Yu.G., Petrov N.Yu.,  
Shtygashev A.A.*

Diagnostics of a planar  $p$ – $n$ -junction .....7

*Dubrovsky V.G., Topovsky A.V., Ostreinov Y.M.*

Construction of exact periodic solutions of the nonlinear Davey–  
Stewardson equation system using the darboux-dressing method ..... 14

*Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A.*

Formation of charge and current density waves by gaussian wave  
packet scattering on a triple-barrier heterostructure .....31

*Protasov D.Yu., Novoselov A.R., Abdoyan M.E.,  
Kostyuchenko V.Ya.*

Suppression of damaged areas arising near indium contacts  
in annealing  $p$ – $n$ -junctions of MCT-based photodetector arrays .....43

---

TECHNICAL SCIENCES

*Vikhman V.V., Yakovina L.N.*

Prerequisites for developing a single cardiological register model .....52

*Dragunov V.P., Ostertak D.I., Dragunova E.V.*

Peculiarities of unbalanced MEMS operation .....58

CONTENTS

---

**Kapustin A.V., Alekseeva L.K., Ivanov V.V., Myatezh S.V.**

Development of a microprocessor control system  
for the improved ladder zone recifier .....70

**Kvashina T.S., Krutskii Yu.L., Cherkasova N.Yu.,  
Kuzmin R.I., Tyurin A.G.**

Synthesis of highly dispersed silicon carbide  
from various charge materials.....80

**Polovinkin V.G., Stuchinsky V.A., Vishnyakov A.V., Lee I.I.**

Monte Carlo simulation of photoelectric characteristics  
of 2D IR FPA detectors .....91

**Timfeev V.S., Khailenko E.A.**

Robust estimates of moments in the identification of generalized  
lambda-distribution within the adaptive regression  
model estimation .....101

**Chichindaev A.V., Dyachenko Yu.V., Larichkin V.V.,  
Kirilenko A.I.**

An analysis of the efficiency of heat-exchanger-condenser anti-  
frosting methods using the variable ratio of thermal resistances of  
the heat-exchange surface .....112

---

УДК 538.975

**ДИАГНОСТИКА ПЛАНАРНОГО  $p$ - $n$ -ПЕРЕХОДА****Л.А. Борыняк, Ю.Г. Пейсахович, Н.Ю. Петров, А.А. Штыгашев***Новосибирский государственный технический университет*

В статье авторы кратко рассматривают способ измерения температуры в планарном  $pn$ -переходе методом сравнения степени нагретости двух тел. Для этого предлагается сопоставлять термодформации квазидвумерного  $p$ - $n$ -перехода на подложке без теплоотвода с термодформациями контрольного слоя. Термодформации регистрируются голографической интерферометрией.

*Ключевые слова:* интерферометрия, термодформации, несимметричный двумерный  $p$ - $n$ -переход, планарный  $p$ - $n$ -переход.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-4-7-13

**Введение**

Двумерные светоизлучательные и светоприемные устройства в последнее время привлекают огромное внимание из-за размерно-зависимых электронных свойств. Основой для настоящей работы послужил патент [1]. В патенте предлагается изготовить светодиод на основе квазидвумерных  $p$ - $n$ -переходов в пленках высоколегированного кремния. Полученные результаты в перспективе могут быть использованы при создании светоизлучающих и светоприемных устройств нового типа, например: быстродействующие инжекционные излучатели света и фотоприемники (оптронные пары), системы оптической связи на основе двумерных  $p$ - $n$ -переходов, полученных методом молекулярно-лучевой эпитаксии с последующей ионной имплантацией.

В объемном кремнии дно зоны проводимости и потолок валентной зоны находятся в разных точках зоны Бриллюэна, поэтому припороговые излучательно-поглощательные переходы электронов не могут быть вертикальными, они происходят с участием фононов и сравнительно маловероятны [2]. Однако, как показали расчеты Ossichini [3], в трехслойных структурах  $\text{CaF}_2/\text{Si}/\text{CaF}_2$  с наноразмерной толщиной пленки кремния его квазидвумерная зонная структура существенным образом перестраивается: зоны проводимости и валентная значительно сужаются, возникают подзоны размерного квантования, квазидвумерные эффективные массы электронов и дырок сильно изменяются, запрещенная зона, напротив, становится шире, порог поглощения света смещается к более высокой частоте (происходит голубой сдвиг) и пороговые оптические переходы электронов приобретают высоковероятный вертикальный характер. Это открывает возможность использования прямых рекомбинационно-излучательных процессов на  $p$ - $n$ -переходе в кремнии.

Излучательная рекомбинация – единственный физический механизм генерации света в  $p$ - $n$ -переходе, который обеспечивается протеканием прямого тока через этот переход. Однако, когда ток проходит через  $p$ - $n$ -переход, не вся энергия выделяется в виде излучаемого света, часть этой энергии переходит в тепло, в результате чего повышается температура прибора. С ростом температуры мощность излучения уменьшается и срок службы прибора сокращается. Поэтому возникает задача диагностики распределения температуры и оптимизации работы

$p$ - $n$ -перехода по его тепловому режиму, в противном случае возникают проблемы со стабильностью характеристик светодиода. В рамках решения этой проблемы прежде всего необходимо разработать надежную методику контроля температуры вдоль  $p$ - $n$ -перехода.

## 2. Модель планарного $pn$ -перехода

Квазидвумерная полупроводниковая пленка, расположена в плоскости  $z = 0$ , легирована в отрицательной полуплоскости  $x < 0$  донорами, а в положительной полуплоскости  $x > 0$  – акцепторами. Вблизи  $x = 0$ , после выравнивания химических потенциалов электронов  $F_n$  и дырок  $F_p$ , образуется область, обедненная поверхностными носителями заряда, с контактной разностью потенциалов  $\Delta V = \varphi(-\infty) - \varphi(\infty)$ .

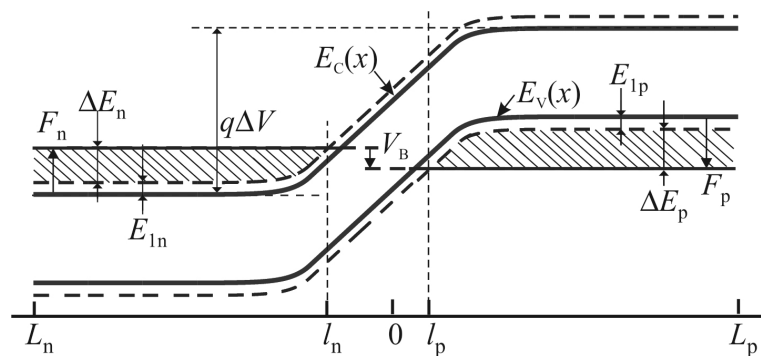


Рис. 1 – Координатно-энергетическая диаграмма двумерного  $p$ - $n$ -перехода

Fig. 1. The coordinate-energy diagram of the two-dimensional  $p$ - $n$ -junction

В работах [4–6] разработан и апробирован основанный на решении интегрального уравнения численный алгоритм расчета распределения потенциала и поверхностной плотности заряда в плоскости полупроводниковой пленки для модельного двумерного  $p$ - $n$ -перехода в равновесии. Область применимости разрабатываемого подхода значительно шире области применимости алгоритма расчета распределения поверхностного потенциала и плотности заряда, основанного на решении двумерного уравнения Лапласа методом приближенного конформного отображения [7–8]. Найденные в численном расчете величины полуширины области обеднения и длины экранировки носителями заряда количественно согласуются с оценками по формулам работы [7] только при сравнительно небольших значениях эффективных масс и уровней легирования, с увеличением этих параметров наблюдается расхождение результатов.

Метод расчета потенциала и плотности заряда пленки, основанный на составлении и решении одномерного интегрального уравнения, может быть обобщен для задач с разными профилями легирования пленки, степенью вырожденности электронно-дырочного газа, асимметрией системы, наличием тока через переход и потенциала смещения. При расчете были заданы следующие значения модельных параметров симметричного двумерного  $p$ - $n$ -перехода: толщина пленки  $d = 5$  нм, концентрация легирующих примесей  $N_S = 5,0 \cdot 10^{15} \text{ м}^{-2}$ , эффективная масса  $m^* = 0,1m_0$ ,  $m_0$  – масса свободного электрона, ширина запрещенной зоны



$E_g = 1,12$  эВ, диэлектрическая проницаемость окружающей среды  $\epsilon = 11,8$ . Им соответствуют значения расчетных параметров: уровни размерного квантования  $E_{1n} = E_{1p} = 0,151$  эВ, потенциал смещения  $V_k = 1,45$  В, длина области обеднения  $l = 28,9a_B = 1,81 \cdot 10^{-7}$  м. Были проведены аналогичные расчеты с другими значениями эффективной массы  $m^*$  и поверхностной концентрации  $N_S$ , в том числе для несимметричного  $p$ - $n$ -перехода [6].

### 3. Электрофизические характеристики $p$ - $n$ -перехода

В коллективном центре НГТУ «Материаловедение и нанотехнологии» с привлечением материальной базы ИФП СО РАН был изготовлен латеральный  $p$ - $n$ -переход кремний-на-изоляторе. В качестве диэлектрика используется фторид кальция, имеющий кристаллическую решетку, сходную с кремниевой и ширину запрещенной зоны 12 эВ. Эти структуры получают методом молекулярно-лучевой эпитаксии в замкнутом технологическом цикле. Основное направление исследований – это рост структур  $\text{CaF}_2/\text{Si}/\text{CaF}_2$  на подложках Si(111), где легированные слои Si имеют толщину от 2 до 5 нм, а слои  $\text{CaF}_2$  – порядка 200 нм. Данная структура привлекательна тем, что она может функционировать в условиях высоких температур (250...1000 °С) и высоких уровней радиационных воздействий. Предполагается, что она может обеспечить рекомбинационное излучение при нарушении динамического равновесия, когда через диод пропускают ток. Как указано в первом разделе, для оптимизации и работы  $p$ - $n$ -перехода необходимо контролировать его температуру.

Применительно к полупроводникам наиболее точным является метод измерения температуры с помощью термочувствительных параметров. Для измерения и контроля температуры  $p$ - $n$ -перехода наиболее широкое распространение получило прямое измерение вольт-амперной характеристики, т. е. падения напряжения при заданном токе как термочувствительного параметра. Это напряжение при постоянном токе через  $p$ - $n$ -переход линейно зависит от температуры в широком интервале ее изменения. Принцип измерения температуры посредством контроля ВАХ  $p$ - $n$ -перехода широко используется при прямых токах в диапазоне температур от 2 до 200°С. Нагрев  $p$ - $n$ -перехода сопровождается выделением тепла на его активном сопротивлении, что приводит к термодформации квазидвумерного образца, которые можно фиксировать методами голографической интерферометрии, что и было осуществлено в настоящей работе.

### 4. Способ измерения температуры в $p$ - $n$ -переходе

В основу метода положено сравнение степени нагретости двух тел, для чего предлагается сопоставлять термодформации контрольного слоя. В [9] рассмотрен голографический способ контроля термодформаций объектов микроэлектроники. Этот метод положен в основу измерения температуры  $p$ - $n$ -перехода. Для решения задачи регистрации термодформаций используется накладной интерферометр, в котором голограммы регистрируются во встречных пучках по схеме Ю.Н. Денисюка. Контрольным объектом служил прогиб слоя  $\text{SiO}_2$ , под которым методом фотолитографии формирован тензорезистор. Он изолирован от пьедестала также пленкой  $\text{SiO}_2$  [10]. Тепловыделяющий элемент в виде тензорезистора позволяет контролировать ток и количество энергии, выделяемой локально на контрольном объекте. Осуществляя контроль выпучивания слоя  $\text{SiO}_2$  над тензорезистором, строят

зависимость прогиба от температуры. Это позволяет осуществить измерение температуры в планарном переходе. Выбирая на ВАХ параметры прямого тока и падения прямого напряжения, можно обеспечить рабочие характеристики  $p-n$ -перехода.

### 5. Тепловые режимы $p-n$ -переходов

Исследуемый в разделе 3 планарный  $p-n$ -переход посажен на подложку Si(111), обладающую малой теплопроводностью. На рис. 2 представлены характерные голографические изображения области  $p-n$ -переходов, обусловленные деформационным выпучиванием поверхности, связанным с нагревом и теплоотводом. Наличие и структура выпучивания поверхности зарегистрированы голографической интерферометрией.

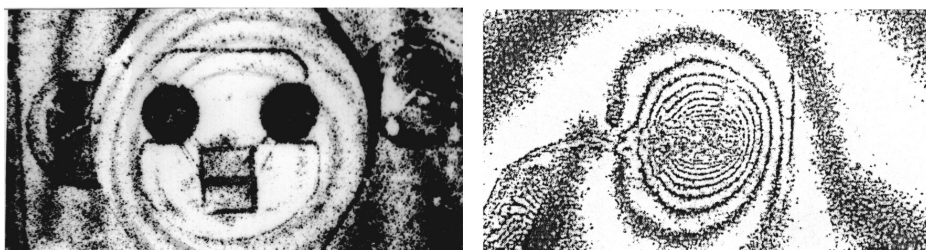


Рис. 2 – Теплоотвод обеспечен:

*a* – посадкой кристалла на медную пластину; *b* – посадкой кристалла на стеклянную подложку

Fig. 2 – The heat sink is provided by:

*a* – setting a crystal on a copper plate; *b* – setting a crystal on a glass substrate

Мощность тепловыделения на рис. 2, *a* от термоисточника составляет 2 Вт, а на рис. 2, *b* – 0,5 Вт, т. е. процесс теплоотвода является актуальным фактором. Поэтому возникает проблема контроля температуры с привлечением ВАХ в качестве термочувствительного параметра. После определения рабочих характеристик при нарушении динамического равновесия, когда через переход пропускают ток, необходимо точно контролировать прямое напряжение, с которым связан прямой ток, и в конечном счете электрофизические характеристики  $p-n$ -перехода.

### Заключение

Исследование рабочих характеристик  $p-n$ -перехода методом диагностики степени его нагретости при включении прямого тока дают возможности обеспечения работоспособности.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Патент 2300855 Российская Федерация. Инжекционное светоизлучающее устройство / А.А. Величко, В.А. Илюшин, Ю.Г. Пейсахович, А.А. Штыгашев. – Заявл. 07.07.2005; опубл. 10.06.2007, Бюл. № 16.
2. **Бонч-Бруевич В.Л., Калашников С.Г.** Физика полупроводников. – М.: Наука, 1990. – 688 с.
3. **Ossicini S., Fasolino A., Bernardini F.** Gap opening in Si ultra-thin layers: role of confined and interface // Physical Review Letters. – 1994. – Vol. 72. – P. 1044–1047.

4. Расчет потенциала и плотности экранирующего заряда в равновесном симметричном двумерном  $pn$ -переходе / Ю.Г. Пейсахович, А.А. Штыгашев, Л.А. Борыняк, Н.Ю. Петров // Научный вестник НГТУ. – 2013. – № 4. – С. 97–104.
5. Несимметричный двухмерный  $p-n$ -переход в равновесии / Ю.Г. Пейсахович, А.А. Штыгашев, Л.А. Борыняк, Н.Ю. Петров // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП-2014): труды 12 международной конференции, Новосибирск, 2–4 октября 2014 г.: в 7 т. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2014. – Т. 2. – С. 69–72.
6. Электрическое поле и плотность заряда в плоскости квазиравновесного несимметричного двумерного  $p-n$ -перехода без тока / Ю.Г. Пейсахович, А.А. Штыгашев, Л.А. Борыняк, Н.Ю. Петров // Журнал технической физики. – 2015. – Т. 85, вып. 10. – С. 80–86.
7. Двумерный  $p-n$ -переход в равновесии / А.Ш. Ачоян, А.Э. Есяян, Э.М. Казарян, С.Г. Петросян // ФТП. – 2002. – Т. 36, вып. 8. – С. 969–973.
8. **Петросян С.Г., Шик А.Я.** Контактные явления в электронных системах пониженной размерности // ЖЭТФ. – 1989. – Т. 96, № 6. – С. 2229–2239.
9. Голографический метод исследования термодформаций объектов микроэлектроники / Л.А. Борыняк, Ю.Г. Пейсахович, Ю.К. Непочатов, Н.Ю. Петров // Автометрия. – 2011. – Т. 47, № 6. – С. 72–81.
10. Патент 2389973, Российская Федерация. Способ изготовления тензорезисторов для измерения деформации плоской поверхности элементов твердотельной электроники / Л.А. Борыняк, Ю.К. Непочатов. – Заявл. 30.07.2008; опубл. 20.05.2010, Бюл. № 14.

#### DIAGNOSTICS OF A PLANAR $p-n$ -JUNCTION

**Borynyak L.A., Peisakhovich Yu.G., Petrov N.Yu., Shtygashev A.A.**

*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

In the article the authors briefly review the method of temperature measurement in a planar  $p-n$ -junction by comparing the degree of heating of two bodies. It is proposed to compare thermal deformations of a quasi-two-dimensional  $p-n$ -junction on a substrate without a heat sink with thermal deformations of the control layer. Thermal deformations are recorded by holographic interferometry.

*Keywords:* interferometry, thermal deformations, planar  $p-n$ -junction, asymmetric two-dimensional  $p-n$ -junction.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-4-7-13

#### REFERENCES

1. Velichko A.A., Pyushin V.A., Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A. *Inzhetsionnoe svetloizluchayushchee ustroystvo* [Injection-emitting device]. Patent RF, no. 2300855, 2007.
2. Bonch-Bruевич V.L., Kalashnikov S.G. *Fizika poluprovodnikov* [The physics of semiconductors]. Moscow, Nauka Publ., 1990. 688 p.
3. Ossicini S., Fasolino A., Bernardini F. Gap opening in Si ultra-thin layers: role of confined and interface. *Physical Review Letters*, 1994, vol. 72, pp. 1044–1047.
4. Peisakhovich Yu.G., Borynyak L.A., Petrov N.Yu., Shtygashev A.A. Raschet potentsiala i plotnosti ekraniruyushchego zaryada v ravnovesnom simmetrichnom dvumernom  $p-n$ -perekhode [Calculation of potential and screening charge density in the equilibrium symmetric two-dimensional  $pn$ -junction]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 4, pp. 97–104.
5. Peisakhovich Yu.G., Borynyak L.A., Petrov N.Yu., Shtygashev A.A. [Asymmetric two-dimensional  $p-n$ -junction in equilibrium]. *Aktual'nye problemy elektronnoy priborostroeniya (APEP-2014)* [Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE-2014)], Novosibirsk, 2–4 October 2014, vol. 2, pp. 69–72. (In Russian).

6. Peisakhovich Yu.G., Borynyak L.A., Petrov N.Yu., Shtygashev A.A. Electric field and charge density in the plane of a quasi-equilibrium asymmetric 2d  $p$ - $n$ -junction with zero current. *Technical Physics. Russian Journal of Applied Physics*, 2015, vol. 60, no. 10, pp. 1494–1500. Translated from *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki*, 2015, vol. 85, iss. 10, pp. 80–86.
7. Achoyan A.Sh., Yesayan A.E., Ghazaryan E.M., Petrosyan S.G. Dvumernyj  $p$ - $n$ -perehod v ravnesii [A two-dimensional  $p$ - $n$ -junction under the equilibrium]. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov – Semiconductors*, 2002, vol. 36, iss. 8, pp. 969–973. (In Russian).
8. Petrosyan S.G., Shik A.Ya. Contact phenomena in low-dimensional electron systems. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 1989, vol. 69, no. 6, p. 1261. Translated from *Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki*, 1989, vol. 96, no. 6, pp. 2229–2239.
9. Borynyak L.A., Nepochatov Yu.K., Peisakhovich Yu.G., Petrov N.Yu. Holographic study of thermal strains of microelectronic components. *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*, 2011, vol. 47, no. 6, pp. 584–592. Translated from *Avtometriya*, 2011, vol. 47, no. 6, pp. 72–81.
10. Borynyak L.A., Nepochatov Yu.K. *Sposob izgotovleniya tenzorezistorov dlya izmereniya deformatsii ploskoi poverkhnosti elementov tverdotel'noi elektroniki* [A method of manufacturing tensoresistive for measuring strain of flat surface elements of solid-state electronics]. Patent RF, no. 2389973, 2010.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Борыняк Леонид Александрович** – родился в 1945 году, д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор кафедры общей физики Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: оптические методы измерения. Опубликовано более 80 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. E-mail: borynyak@corp.nstu.ru).

**Borynyak Leonid Aleksandrovich** (b. 1945) – Doctor of Sciences (Phys.&Math.), professor, professor at the general physics department, Novosibirsk State Technical University. His research interests: are focused on optical measurement methods. He has published more than 80 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: borynyak@corp.nstu.ru).



**Пейсахович Юрий Григорьевич** – родился в 1947 году, д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор кафедры общей физики Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: математическое моделирование физических процессов в квантово-размерных системах. Опубликовано более 80 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. E-mail: peisakhovich@corp.nstu.ru).

**Peisakhovich Yuri Grigorievich** (b. 1947) – Doctor of Sciences (Phys.&Math.), professor, professor at the general physics department, Novosibirsk State Technical University. His research interests: are focused on mathematical modeling of physical processes in quantum-confined systems. He has published more than 80 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: peisakhovich@corp.nstu.ru).



**Петров Никита Юрьевич** – родился в 1987 году, старший преподаватель кафедры общей физики Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: математическое моделирование физических процессов в квантово-размерных системах. Опубликовано 20 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. E-mail: n.petrov@corp.nstu.ru).

**Petrov Nikita Yuryevich** (b. 17.10.1987) – senior lecturer at the department of general physics, Novosibirsk State Technical University. His

research interests include mathematical modeling of physical processes in quantum-confined systems. He has published 20 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: n.petrov@corp.nstu.ru).



**Штыгашев Александр Анатольевич** – родился в 1956 году, д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор кафедры общей физики Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: математическое моделирование физических процессов в квантово-размерных системах. Опубликовано более 50 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. E-mail: shtygashev@corp.nstu.ru).

**Shtygashev Alexander Anatolyevich** (b. 11.09.1956) – Doctor of Sciences (Phys.&Math.), professor, professor at the general physics department, Novosibirsk State Technical University. His research interests: are focused on mathematical modeling of physical processes in quantum-confined systems. He has published more than 50 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: shtygashev@corp.nstu.ru).

*Статья поступила 15 декабря 2017 г.*

*Received December 15, 2017*

---

To Reference:

Borynyak L.A., Peisakhovich Yu.G., Petrov N.Yu., Shtygashev A.A. Diagnostika planarnogo  $p$ - $n$ -perekhoda [Diagnostics of a planar  $p$ - $n$ -junction]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2017, no. 4 (37), pp. 7–13. doi: 10.17212/1727-2769-2017-4-7-13

УДК 530.182; 517.957

**ПОСТРОЕНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ТОЧНЫХ РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ  
НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ТИПА ДЭВИ–СТЮАРДСОНА  
МЕТОДОМ ДИБАР-ОДЕВАНИЯ****В.Г. Дубровский, А.В. Топовский, Ю.М. Остреинов**  
*Новосибирский государственный технический университет*

Пятьдесят лет назад был открыт метод интегрирования нелинейных дифференциальных уравнений: метод обратной задачи рассеяния. Интегрируемое нелинейное уравнение при этом представляется как условие совместности соответствующих линейных вспомогательных задач. Ключевая идея, лежащая в основе этого метода, – сведение задачи точного интегрирования нелинейных уравнений к решению ряда вспомогательных линейных задач, оказалась необычайно плодотворной. Как оказалось, метод обратной задачи рассеяния применим к широким классам обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений, нелинейных уравнений в частных производных, разностных, интегро-дифференциальных и других уравнений.

Многие из нелинейных уравнений, интегрируемых методом обратной задачи, такие как уравнение Кортевега де Фриза, нелинейное уравнение Шрёдингера, уравнение синус-Гордона, уравнение одномерного ферромагнетика Гейзенберга, уравнение резонансного волнового взаимодействия, уравнение Кадомцева–Петвиашвили и другие имеют большую степень универсальности и встречаются в самых разнообразных областях физики. В целом, нелинейные интегрируемые уравнения и их локализованные солитонные решения имеют широкую область применения: от теории гравитации и квантовой теории поля, физики плазмы и нелинейной оптики до гидродинамики и физики твердого тела.

В данной работе на примере уравнения Дэви–Стюардсона продемонстрирована принципиальная возможность построения точных периодических решений двумерных интегрируемых нелинейных уравнений в рамках метода дибар-одевания Захарова–Манакова.

*Ключевые слова:* интегрируемые нелинейные уравнения, метод дибар-одевания, двумерное интегрируемое нелинейное уравнения Дэви–Стюардсона, периодические решения.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-4-14-30

**Введение**

Первоначально метод обратной задачи рассеяния (МОЗР) был применен к интегрированию одномерных нелинейных эволюционных уравнений с временной и одной пространственными переменными. Сфера применимости МОЗР стремительно расширялась. За последние тридцать пять лет метод обратной задачи рассеяния был обобщен и успешно применен к различным  $2+1$ -мерным нелинейным эволюционным уравнениям с временной и двумя пространственными переменными, таким как уравнения Кадомцева–Петвиашвили [1, 2], Дэви–Стюардсона [3], уравнение Ишимори [4], уравнения Нижника–Веселова–Новикова [5, 6], система Захарова–Манакова, двумерное обобщение уравнения синус-Гордон и т. д. (смотри, например, [7–9]).

В настоящее время нелокальная проблема Римана–Гильберта [10],  $\bar{\partial}$ -проблема [11] и более общий метод  $\bar{\partial}$ -одевания Захарова–Манакова [12–17] являются основными инструментами для построения различных классов точных локализованных решений  $(2+1)$ -мерных интегрируемых нелинейных эволюционных уравнений.

В данной статье, метод  $\bar{\partial}$ -одевания применяется к построению новых периодических решений системы двумерных интегрируемых уравнений Дэви–Стюардсона (2ДДС) [3],

$$\begin{aligned} q_t + \alpha q_{\xi\xi} - \beta q_{\eta\eta} - 2\alpha q \partial_{\eta}^{-1}(pq)_{\xi} + 2\beta q \partial_{\xi}^{-1}(pq)_{\eta} &= 0, \\ p_t - \alpha p_{\xi\xi} + \beta p_{\eta\eta} + 2\alpha p \partial_{\eta}^{-1}(pq)_{\xi} - 2\beta p \partial_{\xi}^{-1}(pq)_{\eta} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\xi = x - \sigma y$ ,  $\eta = x + \sigma y$ , Здесь и ниже  $\partial_{\eta} \equiv \partial / \partial \eta$ ,  $\partial_{\xi} \equiv \partial / \partial \xi \dots$  и  $\partial_{\eta}^{-1}$  – оператор обратный  $\partial_{\eta}$ . Система 2ДДС была установлена в статье Дэви и Стюардсона [18].

Хорошо известны и широко применяются к построению различных классов точных решений уравнения 2ДДС  $2 \times 2$ –матричные представления  $[\hat{L}_1, \hat{L}_2] = 0$  в форме Лакса различных типов систем уравнений 2ДДС. Уравнения 2ДДС (1) могут быть представлены также как условие совместности линейных операторов  $L_1$  и  $L_2$  некоторых скалярных вспомогательных задач  $L_1 \psi = 0$ ,  $L_2 \psi = 0$  в форме триадного представления Манакова (с тройкой  $(L_1, L_2, B)$ ):

$$[L_1, L_2] = BL_1, \quad (2)$$

обобщающей представление Лакса  $[L_1, L_2] = 0$  условия совместности линейных задач на случай двумерных интегрируемых нелинейных уравнений. Такое представление системы уравнений 2ДДС (1) следует из работы [18], в которой было показано, что условие совместности (2) следующих двух линейных вспомогательных задач

$$\begin{aligned} L_1 \psi &= \psi_{\xi\eta} + V \psi_{\eta} + U \psi, \\ L_2 \psi &= \psi_t + \alpha \psi_{\xi\xi} + \beta \psi_{\eta\eta} + W_1 \psi_{\eta} + W_2 \psi_{\xi} = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $W_1 = 2\beta \partial_{\xi}^{-1} V_{\eta}$ ,  $W_2 = 2\alpha \partial_{\eta}^{-1} U_{\xi}$  и  $B = 2(\beta \partial_{\xi}^{-1} V_{\eta\eta} - \alpha V_{\xi})$  приводит к системе уравнений на полевые переменные  $U, V$ :

$$\begin{aligned} U_t - \alpha U_{\xi\xi} + \beta U_{\eta\eta} - 2\alpha(UV)_{\xi} + 2\beta(U \partial_{\xi}^{-1} V_{\eta})_{\eta} &= 0, \\ V_t + \alpha V_{\xi\xi} - \beta V_{\eta\eta} + 2\beta U_{\eta} - \alpha(V^2)_{\xi} - 2\alpha \partial_{\eta}^{-1} U_{\xi\xi} + 2\beta V_{\eta} \partial_{\xi}^{-1} V_{\eta} &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Система (4) при замене зависимых переменных [19]:

$$V = \frac{-q_{\xi}}{q}, \quad U = -pq \quad (5)$$

сводится к системе уравнений Дэви–Стюардсона (1).

Известно несколько типов систем уравнений 2ДДС, записываемых в терминах как вещественных  $\xi = x - y$ ,  $\eta = x + y$  ( $\sigma = 1$ ), так и комплексных  $\bar{z} = x - iy$ ,  $z = x + iy$  ( $\sigma = i$ ) пространственных переменных. Например, при  $\sigma = +1$  и вещественных  $\alpha, \beta$  система (1) представляет собой некоторое интегрируемое (2+1)-мерное обобщение нелинейного уравнения теплопроводности; при  $\sigma = 1$  и мнимых константах  $\alpha = -i\alpha_0$ ,  $\beta = i\beta_0$  система (1) сводится к системе уравнений, известных как система уравнений ДС-1:

$$\begin{aligned}
iq_t + \alpha_0 q_{\xi\xi} + \beta_0 q_{\eta\eta} - 2\alpha_0 q \partial_{\eta}^{-1}(pq)_{\xi} - 2\beta_0 q \partial_{\xi}^{-1}(pq)_{\eta} &= 0, \\
ip_t - \alpha_0 p_{\xi\xi} - \beta_0 p_{\eta\eta} + 2\alpha_0 p \partial_{\eta}^{-1}(pq)_{\xi} + 2\beta_0 p \partial_{\xi}^{-1}(pq)_{\eta} &= 0.
\end{aligned} \tag{6}$$

Очевидно, последняя система допускает редукцию  $p = \varepsilon \bar{q}$  к одному уравнению ДС-2 для комплексного поля  $q$

$$iq_t + \alpha_0 q_{\xi\xi} + \beta_0 q_{\eta\eta} - 2\alpha_0 \varepsilon q \partial_{\eta}^{-1}(\bar{q}q)_{\xi} - 2\beta_0 \varepsilon q \partial_{\xi}^{-1}(\bar{q}q)_{\eta} = 0, \tag{7}$$

являющемуся некоторым (2+1)-мерным интегрируемым обобщением нелинейного уравнения Шрёдингера.

Отметим, что в переменных  $q$  и  $p$  линейные вспомогательные задачи (3) принимают следующий вид:

$$\begin{aligned}
L_1 &= \psi_{\xi\eta} - \frac{q_{\xi}}{q} \psi_{\eta} - pq\psi = 0, \\
L_2 &= \psi_t + \alpha \psi_{\xi\xi} + \beta \psi_{\eta\eta} - 2\beta \frac{q_{\eta}}{q} \psi_{\eta} - 2\alpha \left( \partial_{\eta}^{-1}(pq)_{\xi} \right) \psi_{\xi} = 0.
\end{aligned} \tag{8}$$

Условие совместности этих линейных задач, записанное в форме триадного представления (2) Манакова, имеет вид

$$[L_1, L_2] = BL_1 = 2(\alpha(\ln(q))_{\xi\xi} - \beta(\ln(q))_{\eta\eta})L_1. \tag{9}$$

В настоящей работе строятся новые точные периодические решения уравнений (1) и (6), (7). Статья организована следующим образом. Во втором разделе приводятся для удобства основные формулы метода  $\bar{\partial}$ -одевания для уравнения 2ДДС (1). В третьем и четвертом разделах представлены новые периодические точные решения различных типов уравнений 2ДДС.

### 1. Основные формулы метода $\bar{\partial}$ -одевания для уравнений 2ДДС

В этом разделе приведены некоторые важные для дальнейшего изложения формулы метода  $\bar{\partial}$ -одевания для уравнений 2ДДС (1) (см. детали в [9]).

Сначала постулируется нелокальная  $\bar{\partial}$ -проблема [12–14] для волновой функции  $\chi$ :

$$\frac{\partial \chi(\lambda, \bar{\lambda})}{\partial \lambda} = (\chi * R)(\lambda, \bar{\lambda}) = \iint_C \chi(\mu, \bar{\mu}) R(\mu, \bar{\mu}; \lambda, \bar{\lambda}) d\mu \wedge d\bar{\mu}, \tag{10}$$

где  $\chi$  и  $R$  в рассматриваемом случае – скалярные комплексные функции.

Используется решение  $\bar{\partial}$ -проблемы с канонической нормировкой,  $\chi \rightarrow 1$  при  $\lambda \rightarrow \infty$ , эквивалентное решению следующего сингулярного интегрального уравнения:

$$\chi(\lambda) = 1 + \iint_C \frac{d\lambda' \wedge d\bar{\lambda}'}{2\pi i(\lambda' - \lambda)} \iint_C \chi(\mu, \bar{\mu}) R(\mu, \bar{\mu}; \lambda', \bar{\lambda}') d\mu \wedge d\bar{\mu}. \tag{11}$$

Зависимость ядра  $R$   $\bar{\partial}$ -проблемы от пространственных и временных переменных  $x, y, t$  для уравнения 2ДДС (1) имеет вид [19]:



$$R(\mu, \bar{\mu}; \lambda, \bar{\lambda}; x, y, t) = R_0(\mu, \bar{\mu}; \lambda, \bar{\lambda})e^{F(\mu)-F(\lambda)}, \quad (12)$$

$$F(\lambda) := i \left( \lambda \xi - \frac{\varepsilon}{\lambda} \eta \right) + \left( \alpha \lambda^2 + \frac{\beta \varepsilon^2}{\lambda^2} \right) t. \quad (13)$$

Далее с использованием операторов «удлиненных» производных  $D_\xi = \partial_\xi + i\lambda$ ,  $D_\eta = \partial_\eta + i\varepsilon/\lambda$ ,  $D_t = \partial_t + \alpha\lambda^2 + \beta\varepsilon^2/\lambda^2$  рассматриваемым нелинейным уравнением сопоставляются линейные вспомогательные задачи

$$\begin{aligned} L_1 \chi &= (D_\xi D_\eta + V D_\eta + U) \chi = 0, \\ L_2 \chi &= \left( D_t + \alpha D_\xi^2 + \beta D_\eta^2 + W_1 D_\eta + W_2 D_\xi \right) \chi = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

для волновой функции  $\chi$ , связанной с волновой функцией  $\psi$  соответствующих задач (3) соотношением  $\psi := \chi e^{F(\lambda; x, y, t)}$ .

Формулы реконструкции выражают полевые переменные вспомогательных задач (3), (14) через коэффициенты разложений волновой функции  $\chi$  в ряды в окрестностях точек  $\lambda = 0$  и  $\lambda = \infty$ :

$$\lambda = 0: \quad \chi = \chi_0 + \chi_1 \lambda + \chi_2 \lambda^2 + \dots; \quad \lambda = \infty: \quad \chi = \tilde{\chi}_0 + \frac{\chi_{-1}}{\lambda} + \frac{\chi_{-2}}{\lambda^2} + \dots, \quad (15)$$

где коэффициенты  $\chi_{-1}$  и  $\tilde{\chi}_0$  разложений, даются выражениями:

$$\chi_{-1} = - \iint_C \frac{d\lambda \wedge d\bar{\lambda}}{2\pi i} \iint_C \chi(\mu, \bar{\mu}) R(\mu, \bar{\mu}; \lambda, \bar{\lambda}) d\mu \wedge d\bar{\mu}; \quad (16)$$

$$\tilde{\chi}_0 = 1 + \iint_C \frac{\lambda d\lambda \wedge d\bar{\lambda}}{2\pi i} \iint_C \chi(\mu, \bar{\mu}) R(\mu, \bar{\mu}; \lambda, \bar{\lambda}) d\mu \wedge d\bar{\mu}. \quad (17)$$

Нужные для построения решений  $V$  и  $U$  системы (4) формулы реконструкции потенциалов  $V$ ,  $U$  линейных вспомогательных задач (3), (14) в силу (14), (15) имеют следующий вид [19]:

$$V = -\tilde{\chi}_{0\xi} / \tilde{\chi}_0, \quad U = -\varepsilon - i\chi_{-1\eta}. \quad (18)$$

В терминах полевых переменных  $p$ ,  $q$ , связанных с потенциалами  $V$ ,  $U$   $V = -q_\xi / q$  первой вспомогательной задачи (3), формулы реконструкции (18) дают [21]:

$$q = \tilde{\chi}_0, \quad p = -U / q = (\varepsilon + i\chi_{-1\eta}) / \tilde{\chi}_0. \quad (19)$$

Возможность построения периодических решений 2+1 мерных интегрируемых нелинейных уравнений с помощью метода  $\bar{\partial}$ -одевания была продемонстрирована в работах Дубровского, Топовского, Басалаева на примерах уравнения Нижника–Веселова–Новикова и двумерных обобщений уравнений Савады–Котера (2ДСК) и Каупа–Купершмидта (2ДКК) [20]. Развитую в указанных работах методику, как

показано в настоящей работе, можно применить и для построения новых точных периодических решений двумерных интегрируемых уравнений Дэви–Стюардсона, в частности для уравнения ДС-2. В настоящей работе изложены результаты по периодическим решениям (2+1)-мерных интегрируемых нелинейных уравнений (4) и нескольких версий уравнений Дэви–Стюардсона 2DДС типа (1), (6) и (7). Показано, что метод  $\bar{\partial}$ -одевания с успехом может быть применен для построения не только локализованных, но и периодических решений двумерных интегрируемых уравнений, при этом выясняется, что используемые приемы являются достаточно общими и не зависят от конкретного уравнения.

## 2. Двумерное обобщение нелинейного уравнения Шрёдингера. Случай одного слагаемого в ядре $\bar{\partial}$ -проблемы

В данном разделе приводятся результаты вычислений периодических решений для систем уравнений (4), (6) и (7) для случая уравнений ДС-1, соответствующих выбору  $\sigma = 1$  и мнимым константам  $\alpha = -i\alpha_0$ ,  $\beta = i\beta_0$ . Уравнение (7) при этом можно рассматривать как некоторое двумерное обобщение нелинейного уравнения Шрёдингера.

Выпишем некоторые ключевые формулы, необходимые для вычислений точных решений, для случая одного факторизованного  $\delta$ -образного слагаемого ядра  $R_0$ :

$$R_0(\mu, \bar{\mu}; \lambda, \lambda) = \pi a_1 \delta(\mu - \mu_1) \delta(\lambda - \lambda_1). \quad (20)$$

Интегральное уравнение (11) соответствующей  $\bar{\partial}$ -проблемы для волновой функции  $\chi$  с канонической нормировкой  $\chi|_{\lambda \rightarrow \infty} \rightarrow 1$  и указанным ядром дает

$$\chi(\lambda, \bar{\lambda}) = 1 - 2i \frac{a_1}{\lambda - \lambda_1} \chi(\mu_1, \bar{\mu}_1) e^{F(\mu_1) - F(\lambda_1)}, \quad (21)$$

где

$$\begin{aligned} F(\mu_k) - F(\lambda_k) = \Delta F_k = & i(\mu_k - \lambda_k) \xi - i \left( \frac{\varepsilon}{\mu_k} - \frac{\varepsilon}{\lambda_k} \right) \eta - \\ & - i\alpha_0 (\mu_k^2 - \lambda_k^2) t + i\beta_0 \left( \frac{\varepsilon^2}{\mu_k^2} - \frac{\varepsilon^2}{\lambda_k^2} \right) t. \end{aligned} \quad (22)$$

Из (21) определяем волновую функцию  $\chi(\mu_1, \bar{\mu}_1)$  в точке  $(\mu_1, \bar{\mu}_1)$ :

$$\chi(\mu_1, \bar{\mu}_1) = \frac{1}{1 - \frac{2ia_1}{\lambda_1 - \mu_1} e^{\Delta F_1}}. \quad (23)$$

Из (21), с учетом (23), определяем нужные для построения потенциалов  $V$  и  $U$  по формулам реконструкции (18) коэффициенты разложения  $\tilde{\chi}_0$ ,  $\chi_{-1}$  в ряды Тейлора в окрестностях точек  $\lambda = 0$  и  $\lambda = \infty$  (15). Для указанных коэффициентов получаются следующие выражения:

$$\tilde{\chi}_0 = \frac{1 - 2 \frac{|a_1| \mu_1}{\lambda_1 (\lambda_1 - \mu_1)} e^{\Delta \tilde{F}_1}}{1 - 2 \frac{|a_1|}{\lambda_1 - \mu_1} e^{\Delta F_1}}, \quad \chi_{-1} = \frac{-2 |a_1| e^{\Delta \tilde{F}_1}}{1 - 2 \frac{|a_1|}{\lambda_1 - \mu_1} e^{\Delta F_1}}, \quad (24)$$

здесь  $\Delta \tilde{F}_1 \doteq \Delta F_1 + i \left( \arg(a_1) + \frac{\pi}{2} \right)$ .

Для построения периодических решений необходимо удовлетворить условиям мнимости фазы  $\Delta \tilde{F}_1$  в экспоненте:

$$e^{\Delta \tilde{F}_1} = e^{i\varphi_1 + i\delta_1}, \quad \varphi_k \doteq (\mu_k - \lambda_k) \xi - \left( \frac{\varepsilon}{\mu_k} - \frac{\varepsilon}{\lambda_k} \right) \eta + \arg(a_1) + \frac{\pi}{2}, \quad (25)$$

$$\delta_k = -\alpha_0 (\mu_k^2 - \lambda_k^2) t + \beta_0 \left( \frac{\varepsilon^2}{\mu_k^2} - \frac{\varepsilon^2}{\lambda_k^2} \right) t,$$

т. е. условиям  $\bar{\varphi}_1 = \varphi_1$  и  $\bar{\delta}_1 = \delta_1$ . Условие  $\bar{\varphi}_1 = \varphi_1$  приводит к соотношениям:

$$\mu_1 - \lambda_1 = \bar{\mu}_1 - \bar{\lambda}_1, \quad \frac{\varepsilon}{\mu_1} - \frac{\varepsilon}{\lambda_1} = \frac{\varepsilon}{\bar{\mu}_1} - \frac{\varepsilon}{\bar{\lambda}_1}. \quad (26)$$

Условия (26) выполняются, в частности, при выборе чисто вещественных значений  $\mu_1 = \bar{\mu}_1$  и  $\lambda_1 = \bar{\lambda}_1$ . При этом выборе  $(\mu_1, \lambda_1)$ , что очевидно, второе условие  $\bar{\delta} = \delta$  также удовлетворяется.

С помощью формулы реконструкции (18) находим для потенциала  $U$ , с учетом соотношений (24) и (26), следующее выражение:

$$U = -\varepsilon - i\chi_{-1}\eta = -\varepsilon + \frac{2|a_1| \left( \frac{\varepsilon}{\mu_1} - \frac{\varepsilon}{\lambda_1} \right) e^{-i\varphi_1 - i\delta_1}}{\left( e^{-i\varphi_1 - i\delta_1} - \frac{2|a_1|}{\lambda_1 - \mu_1} \right)^2}. \quad (27)$$

Условие вещественности для потенциала  $U = \bar{U}$  с учетом вещественности  $\mu_1 = \bar{\mu}_1$  и  $\lambda_1 = \bar{\lambda}_1$  приводит к соотношению

$$|a_1| = \frac{|\lambda_1 - \mu_1|}{2} = \pm \frac{\lambda_1 - \mu_1}{2}. \quad (28)$$

Для коэффициентов разложения  $\tilde{\chi}_0$ ,  $\chi_{-1}$  с учетом условий (22), (24) получаются следующие выражения:

$$\tilde{\chi}_0 = \frac{1 - \frac{|\lambda_1 - \mu_1| \mu_1}{(\lambda_1 - \mu_1) \lambda_1} e^{i\varphi_1 + i\delta_1}}{1 - \frac{|\lambda_1 - \mu_1|}{\lambda_1 - \mu_1} e^{i\varphi_1 + i\delta_1}}, \quad \chi_{-1} = \frac{-|\lambda_1 - \mu_1| e^{i\varphi_1 + i\delta_1}}{1 - \frac{|\lambda_1 - \mu_1|}{\lambda_1 - \mu_1} e^{i\varphi_1 + i\delta_1}}. \quad (29)$$

Для потенциала  $U$  из (27) получаем выражение

$$U = -\varepsilon + \frac{|\lambda_1 - \mu_1| \left( \frac{\varepsilon}{\mu_1} - \frac{\varepsilon}{\lambda_1} \right) e^{-i\varphi_1 - i\delta_1}}{\left( e^{-i\varphi_1 - i\delta_1} - \frac{|\lambda_1 - \mu_1|}{\lambda_1 - \mu_1} \right)^2}. \quad (30)$$

Из (30) при  $\lambda_1 > \mu_1$  и  $\lambda_1 < \mu_1$  находим:

$$U|_{\lambda_1 > \mu_1} = -\varepsilon - \frac{\varepsilon(\lambda_1 - \mu_1)^2}{4\lambda_1\mu_1 \sin^2 \frac{\varphi_1 + \delta_1}{2}}, \quad U|_{\lambda_1 < \mu_1} = -\varepsilon - \frac{\varepsilon(\lambda_1 - \mu_1)^2}{4\lambda_1\mu_1 \cos^2 \frac{\varphi_1 + \delta_1}{2}}. \quad (31)$$

Для полевой переменной  $q$ , используя (19), (29), получаем

$$q|_{\lambda_1 > \mu_1} = \frac{1 - \frac{\mu_1}{\lambda_1} e^{i\varphi_1 + i\delta_1}}{1 - e^{i\varphi_1 + i\delta_1}}, \quad q|_{\lambda_1 < \mu_1} = \frac{1 + \frac{\mu_1}{\lambda_1} e^{i\varphi_1 + i\delta_1}}{1 + e^{i\varphi_1 + i\delta_1}}. \quad (32)$$

Для переменной  $p = -U/q$  из (31), (32) находим:

$$p|_{\lambda_1 > \mu_1} = \varepsilon \frac{1 - \frac{\mu_1}{\lambda_1} e^{-i\varphi_1 - i\delta_1}}{\mu_1 (1 - e^{-i\varphi_1 - i\delta_1})} = \varepsilon \frac{\lambda_1}{\mu_1} \bar{q}|_{\lambda_1 > \mu_1}, \quad (33)$$

$$p|_{\lambda_1 < \mu_1} = \varepsilon \frac{1 + \frac{\mu_1}{\lambda_1} e^{-i\varphi_1 - i\delta_1}}{\mu_1 (1 + e^{-i\varphi_1 - i\delta_1})} = \varepsilon \frac{\lambda_1}{\mu_1} \bar{q}|_{\lambda_1 < \mu_1}.$$

Полученные периодические решения для полей  $U$ ,  $q$  и  $p$ , что очевидно, являются сингулярными.

### 3. Двумерное обобщение нелинейного уравнения теплопроводности.

#### Случай одного слагаемого в ядре $\bar{\partial}$ -проблемы

В данном разделе приводятся результаты вычислений периодических решений для систем уравнений (1), (4), соответствующих выбору  $\sigma = 1$  и вещественным константам  $\alpha = -\alpha_0$ ,  $\beta = \beta_0$ . Систему (1) можно рассматривать как некоторое интегрируемое (2+1)-мерное обобщение нелинейного уравнения теплопроводности:

$$\begin{aligned} q_t - \alpha_0 q_{\xi\xi} - \beta_0 q_{\eta\eta} + 2\alpha_0 q \partial_{\eta}^{-1} (pq)_{\xi} + 2\beta_0 q \partial_{\xi}^{-1} (pq)_{\eta} &= 0, \\ p_t + \alpha_0 p_{\xi\xi} + \beta_0 p_{\eta\eta} - 2\alpha_0 p \partial_{\eta}^{-1} (pq)_{\xi} - 2\beta_0 p \partial_{\xi}^{-1} (pq)_{\eta} &= 0. \end{aligned} \quad (34)$$

Выпишем некоторые ключевые формулы, необходимые для вычислений точных решений системы (34), для случая одного факторизованного  $\delta$ -образного слагаемого ядра  $R_0$ :

$$R_0(\mu, \bar{\mu}; \lambda, \lambda) = \pi \alpha_1 \delta(\mu - \mu_1) \delta(\lambda - \lambda_1). \quad (35)$$

Интегральное уравнение (11) соответствующей  $\bar{\partial}$ -проблемы для волновой функции  $\chi$  с канонической нормировкой  $\chi|_{\lambda \rightarrow \infty} \rightarrow 1$  и указанным ядром дает

$$\chi(\lambda, \bar{\lambda}) = 1 - 2i \frac{a_1}{\lambda - \lambda_1} \chi(\mu_1, \bar{\mu}_1) e^{F(\mu_1) - F(\lambda_1)}, \quad (36)$$

где

$$\begin{aligned} F(\mu_k) - F(\lambda_k) = \Delta F_k = i(\mu_k - \lambda_k)\xi - i \left( \frac{\varepsilon}{\mu_k} - \frac{\varepsilon}{\lambda_k} \right) \eta - \\ - \alpha_0 (\mu_k^2 - \lambda_k^2) t + \beta_0 \left( \frac{\varepsilon^2}{\mu_k^2} - \frac{\varepsilon^2}{\lambda_k^2} \right) t. \end{aligned} \quad (37)$$

Из (36) определяем волновую функцию  $\chi(\mu_1, \bar{\mu}_1)$  в точке  $(\mu_1, \bar{\mu}_1)$ :

$$\chi(\mu_1, \bar{\mu}_1) = \frac{1}{1 - \frac{2ia_1}{\lambda_1 - \mu_1} e^{\Delta F_1}}. \quad (38)$$

Из (16), (17), с учетом (38), определяем нужные для построения потенциалов  $V$  и  $U$  по формулам реконструкции (18) коэффициенты разложения  $\tilde{\chi}_0$ ,  $\chi_{-1}$  в ряды Тейлора в окрестностях точек  $\lambda = 0$  и  $\lambda = \infty$  (15). Для указанных коэффициентов получаются следующие выражения:

$$\tilde{\chi}_0 = \frac{1 - 2 \frac{|a_1| \mu_1}{\lambda_1 (\lambda_1 - \mu_1)} e^{\Delta \tilde{F}_1}}{1 - 2 \frac{|a_1|}{\lambda_1 - \mu_1} e^{\Delta \tilde{F}_1}}, \quad \chi_{-1} = \frac{-2|a_1|}{e^{-\Delta \tilde{F}_1} - 2 \frac{|a_1|}{\lambda_1 - \mu_1}}, \quad (39)$$

где

$$\Delta \tilde{F}_1 = \Delta F_1 + i(\arg(a_1) + \pi/2). \quad (40)$$

Для построения периодических решений необходимо удовлетворить условиям мнимости фазы  $\Delta \tilde{F}_1$  в экспоненте:

$$\begin{aligned} e^{\Delta \tilde{F}_1} = e^{i\varphi_1 + i\delta_1}, \quad \varphi_k \doteq (\mu_k - \lambda_k)\xi - \left( \frac{\varepsilon}{\mu_k} - \frac{\varepsilon}{\lambda_k} \right) \eta + \arg(a_1) + \frac{\pi}{2}, \\ \delta_k = -i \left( -\alpha_0 (\mu_k^2 - \lambda_k^2) t + \beta_0 \left( \frac{\varepsilon^2}{\mu_k^2} - \frac{\varepsilon^2}{\lambda_k^2} \right) t \right), \end{aligned} \quad (41)$$

т. е. условиям  $\bar{\varphi}_1 = \varphi_1$  и  $\bar{\delta}_1 = \delta_1$ , при которых должны выполняться соотношения:

$$\begin{aligned} \mu_1 - \lambda_1 = \bar{\mu}_1 - \bar{\lambda}_1, \quad \frac{\varepsilon}{\mu_1} - \frac{\varepsilon}{\lambda_1} = \frac{\varepsilon}{\bar{\mu}_1} - \frac{\varepsilon}{\bar{\lambda}_1}, \\ \mu_1^2 - \lambda_1^2 = -(\bar{\mu}_1^2 - \bar{\lambda}_1^2), \quad \frac{\varepsilon^2}{\mu_1^2} - \frac{\varepsilon^2}{\lambda_1^2} = -\frac{\varepsilon^2}{\bar{\mu}_1^2} + \frac{\varepsilon^2}{\bar{\lambda}_1^2}. \end{aligned} \quad (42)$$

Соотношения (42) выполняются, в частности, при выборе:

$$\lambda_1 = -\bar{\mu}_1. \quad (43)$$

С помощью формулы реконструкции (18) находим для потенциала  $U$ , с учетом соотношений (39) и (43), следующее выражение:

$$U = -\varepsilon - i \frac{\partial \chi_{-1}}{\partial \eta} = -\varepsilon + \frac{2|a_1| \left( \frac{\varepsilon}{\mu_1} - \frac{\varepsilon}{\lambda_1} \right) e^{-i\varphi_1 - i\delta_1}}{\left( e^{-i\varphi_1 - i\delta_1} - \frac{2|a_1|}{\lambda_1 - \mu_1} \right)^2}. \quad (44)$$

Условие вещественности для потенциала  $U = \bar{U}$ , с учетом (44) приводит к соотношению

$$|a_1| = |\mu_{1R}|. \quad (45)$$

Для коэффициентов разложения  $\tilde{\chi}_0$ ,  $\chi_{-1}$  из формул (39), (40), с учетом формул (41), (45), получаются следующие выражения:

$$\tilde{\chi}_0 = \frac{1 - \frac{|\mu_{1R}| \mu_1}{\mu_{1R} \bar{\mu}_1} e^{i\varphi_1 + i\delta_1}}{1 + \frac{|\mu_{1R}|}{\mu_{1R}} e^{i\varphi_1 + i\delta_1}}, \quad \chi_{-1} = \frac{-|\mu_{1R}| e^{i\varphi_1 + i\delta_1}}{1 + \frac{|\mu_{1R}|}{\mu_{1R}} e^{i\varphi_1 + i\delta_1}}. \quad (46)$$

Для потенциала  $U$  из (44) получаем выражение

$$U = -\varepsilon + \varepsilon \frac{4|\mu_{1R}| \mu_{1R} e^{-i\varphi_1 - i\delta_1}}{|\mu_1|^2 \left( e^{-i\varphi_1 - i\delta_1} + \frac{|\mu_{1R}|}{\mu_{1R}} \right)^2}. \quad (47)$$

Из (47) при  $\mu_{1R} > 0$  и  $\mu_{1R} < 0$  находим:

$$U|_{\mu_{1R} > 0} = -\varepsilon + \frac{\varepsilon(\mu_{1R})^2}{|\mu_1|^2 \cos^2 \frac{\varphi_1 + \delta_1}{2}}, \quad U|_{\mu_{1R} < 0} = -\varepsilon + \frac{\varepsilon(\mu_{1R})^2}{|\mu_1|^2 \sin^2 \frac{\varphi_1 + \delta_1}{2}}. \quad (48)$$

Для полевой переменной  $q = \tilde{\chi}_0$ , используя (39), получаем

$$q = \frac{1 - \frac{|\mu_{1R}| \mu_1}{\mu_{1R} \bar{\mu}_1} e^{i\varphi_1 + i\delta_1}}{1 + \frac{|\mu_{1R}|}{\mu_{1R}} e^{i\varphi_1 + i\delta_1}}. \quad (49)$$

При  $\mu_{1R} > 0$  и  $\mu_{1R} < 0$  получаем

$$q|_{\mu_{1R} > 0} = \frac{1 - \frac{\mu_1}{\bar{\mu}_1} e^{i\varphi_1 + i\delta_1}}{1 + e^{i\varphi_1 + i\delta_1}} = -ie^{i\Delta} \frac{\sin\left(\frac{\varphi_1 + \delta_1 + 2\Delta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\varphi_1 + \delta_1}{2}\right)} \doteq -ie^{i\Delta} \tilde{q}|_{\mu_{1R} > 0},$$

$$q|_{\mu_{1R} < 0} = \frac{1 + \frac{\mu_1}{\bar{\mu}_1} e^{i\varphi_1 + i\delta_1}}{1 - e^{i\varphi_1 + i\delta_1}} = ie^{i\Delta} \frac{\cos\left(\frac{\varphi_1 + \delta_1 + 2\Delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi_1 + \delta_1}{2}\right)} \doteq ie^{i\Delta} \tilde{q}|_{\mu_{1R} < 0}, \quad (50)$$

где  $\Delta \doteq \arg(\mu_1)$ . Для полевой переменной  $p = \frac{-U}{q}$  из (47) и (49), получаем

$$p = \varepsilon \frac{1 - \frac{\bar{\mu}_1}{\mu_1} |\mu_{1R}| e^{i\varphi_1 + i\delta_1}}{1 + \frac{|\mu_{1R}|}{\mu_{1R}} e^{i\varphi_1 + i\delta_1}}. \quad (51)$$

При  $\mu_{1R} > 0$  и  $\mu_{1R} < 0$  получаем

$$p|_{\mu_{1R} > 0} = \varepsilon \frac{1 - \frac{\bar{\mu}_1}{\mu_1} e^{i\varphi_1 + i\delta_1}}{1 + e^{i\varphi_1 + i\delta_1}} = -i\varepsilon e^{-i\Delta} \frac{\sin\left(\frac{\varphi_1 + \delta_1 - 2\Delta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\varphi_1 + \delta_1}{2}\right)} \doteq -i\varepsilon e^{-i\Delta} \tilde{p}|_{\mu_{1R} > 0},$$

$$p|_{\mu_{1R} < 0} = \varepsilon \frac{1 + \frac{\bar{\mu}_1}{\mu_1} e^{i\varphi_1 + i\delta_1}}{1 - e^{i\varphi_1 + i\delta_1}} = i\varepsilon e^{-i\Delta} \frac{\cos\left(\frac{\varphi_1 + \delta_1 - 2\Delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi_1 + \delta_1}{2}\right)} \doteq i\varepsilon e^{-i\Delta} \tilde{p}|_{\mu_{1R} < 0}, \quad (52)$$

где  $\Delta \doteq \arg(\mu_1)$ .

В терминах вещественных полей  $\tilde{q}$  и  $\tilde{p}$  система уравнений (34) переписывается в следующей форме:

$$\tilde{q}_t - \alpha_0 \tilde{q}_{\xi\xi} - \beta_0 \tilde{q}_{\eta\eta} - 2\varepsilon \alpha_0 \tilde{q} \partial_\eta^{-1} (\tilde{p}\tilde{q})_\xi - 2\varepsilon \beta_0 \tilde{q} \partial_\xi^{-1} (\tilde{p}\tilde{q})_\eta = 0,$$

$$\tilde{p}_t + \alpha_0 \tilde{p}_{\xi\xi} + \beta_0 \tilde{p}_{\eta\eta} + 2\varepsilon \alpha_0 \tilde{p} \partial_\eta^{-1} (\tilde{p}\tilde{q})_\xi + 2\varepsilon \beta_0 \tilde{p} \partial_\xi^{-1} (\tilde{p}\tilde{q})_\eta = 0. \quad (53)$$

Согласно построениям данного раздела система уравнений (53) имеет вещественные периодические (сингулярные) решения:

$$\tilde{q}|_{\mu_{1R} > 0} = \frac{\sin\left(\frac{\varphi_1 + \delta_1 + 2\Delta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\varphi_1 + \delta_1}{2}\right)}, \quad \tilde{p}|_{\mu_{1R} > 0} = \frac{\sin\left(\frac{\varphi_1 + \delta_1 - 2\Delta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\varphi_1 + \delta_1}{2}\right)},$$

$$\tilde{q}|_{\mu_{1R} < 0} = \frac{\cos\left(\frac{\varphi_1 + \delta_1 + 2\Delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi_1 + \delta_1}{2}\right)}, \quad \tilde{p}|_{\mu_{1R} < 0} = \frac{\cos\left(\frac{\varphi_1 + \delta_1 - 2\Delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi_1 + \delta_1}{2}\right)}. \quad (54)$$

#### 4. Двумерное обобщение нелинейного уравнения Шрёдингера. Случай двух слагаемых в ядре $\bar{\delta}$ -проблемы

В данном разделе приводятся результаты вычислений периодических решений для систем уравнений (6) и (7), соответствующих выбору  $\sigma = 1$  и мнимым константам  $\alpha = -i\alpha_0$ ,  $\beta = i\beta_0$ . Уравнение (7) при этом можно рассматривать как некоторое двумерное обобщение нелинейного уравнения Шрёдингера.

Ядро  $\bar{\delta}$ -проблемы (задействованы точки  $(\mu_1, -\bar{\mu}_1)$  и  $(-\mu_1, \bar{\mu}_1)$ ) имеет вид

$$R_0(\mu, \bar{\mu}; \lambda, \bar{\lambda}) = \pi(a_1\delta(\mu - \mu_1)\delta(\lambda + \bar{\mu}_1) + \bar{a}_1\delta(\mu + \mu_1)\delta(\lambda - \bar{\mu}_1)).$$

Волновая функция  $\chi(\lambda, \bar{\lambda})$  имеет два простых полюса в точках  $\lambda = -\bar{\mu}_1$  и  $\lambda = \bar{\mu}_1$ :

$$\chi(\lambda, \bar{\lambda}) = 1 - 2i \left( \frac{a_1}{\lambda + \bar{\mu}_1} \chi(\mu_1, \bar{\mu}_1) e^{F(\mu_1) - F(-\bar{\mu}_1)} + \frac{\bar{a}_1}{\lambda - \bar{\mu}_1} \chi(-\mu_1, -\bar{\mu}_1) e^{F(-\mu_1) - F(\bar{\mu}_1)} \right). \quad (55)$$

Для коэффициентов разложения  $\chi_{-1}$  и  $\tilde{\chi}_0$  волновой функции  $\chi(\lambda, \bar{\lambda})$  из (55) в ряды Тейлора (15) по степеням  $\lambda$  и  $\lambda^{-1}$ , в канонической нормировке  $\chi|_{\lambda \rightarrow \infty} \rightarrow 1$ ,  $\chi_0 = 1$ , согласно (16), (17), следуют выражения:

$$\chi_{-1} = -2i \left( a_1 \chi(\mu_1, \bar{\mu}_1) e^{\Delta F_1} + \bar{a}_1 \chi(\mu_2, \bar{\mu}_2) e^{\Delta F_2} \right); \quad (56)$$

$$\tilde{\chi}_0 = 1 - 2i \frac{a_1}{\mu_1} \chi(\mu_1, \bar{\mu}_1) e^{\Delta F_1} + 2i \frac{\bar{a}_1}{\mu_1} \chi(\mu_2, \bar{\mu}_2) e^{\Delta F_2}, \quad (57)$$

где для указанных пар точек  $(\mu_1, \lambda_1) \equiv (\mu_1, -\bar{\mu}_1)$ ,  $(\mu_2, \lambda_2) \equiv (-\mu_1, \bar{\mu}_1)$  с учетом определений (22) величин  $F(\lambda)$  с  $\alpha = -i\alpha_0$ ,  $\beta = i\beta_0$  имеют место выражения для  $\Delta F_1$  и  $\Delta F_2$ :

$$\Delta F_1 \doteq F(\mu_1) - F(\lambda_1) = i\varphi + \delta, \quad \Delta F_2 \doteq F(\mu_2) - F(\lambda_2) = -i\varphi + \delta;$$

$$\varphi \doteq 2\mu_{1R}\xi - 2\varepsilon \frac{\mu_{1R}}{|\mu_1|^2} \eta, \quad (58)$$

$$\delta \doteq i\alpha_0 (\mu_1^2 - \bar{\mu}_1^2) t + i\beta_0 \left( \frac{\varepsilon^2}{\mu_1^2} - \frac{\varepsilon^2}{\bar{\mu}_1^2} \right) t = 4 \left( -\alpha_0 + \beta_0 \frac{\varepsilon^2}{|\mu_1|^4} \right) \mu_{1R} \mu_{1I} t.$$

Волновые функции  $\chi(\mu_1, \bar{\mu}_1)$  и  $\chi(\mu_2, \bar{\mu}_2)$  в силу (55) удовлетворяют системе уравнений:

$$\begin{cases} \left[ 1 + \frac{2ia_1}{\mu_1 - \lambda_1} e^{\Delta F_1} \right] \chi(\mu_1, \bar{\mu}_1) + \frac{2i\bar{a}_1}{\mu_1 - \lambda_2} e^{\Delta F_2} \chi(\mu_2, \bar{\mu}_2) = 1, \\ + \frac{2ia_1}{\mu_2 - \lambda_1} e^{\Delta F_1} \chi(\mu_1, \bar{\mu}_1) + \left[ 1 + \frac{2i\bar{a}_1}{\mu_2 - \lambda_2} e^{\Delta F_2} \right] \chi(\mu_2, \bar{\mu}_2) = 1. \end{cases} \quad (59)$$



Система уравнений для  $\chi(\mu_1, \bar{\mu}_1)$  и  $\chi(\mu_2, \bar{\mu}_2)$  для указанных пар точек  $(\mu_1, \lambda_1) \equiv (\mu_1, -\bar{\mu}_1)$ ,  $(\mu_2, \lambda_2) \equiv (-\mu_1, \bar{\mu}_1)$ , с учетом определений

$$\begin{aligned} a_1 e^{\Delta F_1} &= |a_1| e^{i\tilde{\varphi} + \delta}, \quad \bar{a}_1 e^{\Delta F_2} = |a_1| e^{-i\tilde{\varphi} + \delta}, \\ \tilde{\varphi} &\doteq \varphi + i \arg(a_1) \end{aligned} \quad (60)$$

принимает вид

$$\begin{cases} \left[ 1 + \frac{i|a_1|}{\mu_{1R}} e^{i\tilde{\varphi} + \delta} \right] \chi(\mu_1, \bar{\mu}_1) + \frac{|a_1|}{\mu_{1I}} e^{-i\tilde{\varphi} + \delta} \chi(\mu_2, \bar{\mu}_2) = 1, \\ -\frac{|a_1|}{\mu_{1I}} e^{i\tilde{\varphi} + \delta} \chi(\mu_1, \bar{\mu}_1) + \left[ 1 - \frac{i|a_1|}{\mu_{1R}} e^{-i\tilde{\varphi} + \delta} \right] \chi(\mu_2, \bar{\mu}_2) = 1. \end{cases} \quad (61)$$

Детерминант системы (61) для выбора пар точек  $(\mu_1, \lambda_1) \equiv (\mu_1, -\bar{\mu}_1)$ ,  $(\mu_2, \lambda_2) \equiv (-\mu_1, \bar{\mu}_1)$  имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta &= 1 + i \frac{|a_1|}{\mu_{1R}} (e^{i\tilde{\varphi}} - e^{-i\tilde{\varphi}}) e^{\delta} + \left( \frac{|a_1|^2}{\mu_{1R}^2} + \frac{|a_1|^2}{\mu_{1I}^2} \right) e^{2\delta} = \\ &= 1 - \frac{2|a_1|}{\mu_{1R}} \sin \tilde{\varphi} e^{\delta} + \frac{|a_1|^2 |\mu_1|^2}{\mu_{1R}^2 \mu_{1I}^2} e^{2\delta}. \end{aligned} \quad (62)$$

В силу неравенства

$$1 + \frac{|a_1|^2 |\mu_1|^2}{\mu_{1R}^2 \mu_{1I}^2} e^{2\delta} > \frac{2|a_1| |\mu_1|}{|\mu_{1R}| |\mu_{1I}|} e^{\delta} > \frac{2|a_1|}{|\mu_{1R}|} e^{\delta} \quad (63)$$

очевидно, что  $\Delta \neq 0$ , т. е. указанный детерминант не может обращаться в нуль, вычисляемые потенциалы будут несингулярны.

Для волновых функций  $\chi(\mu_1, \bar{\mu}_1)$  и  $\chi(\mu_2, \bar{\mu}_2)$  из системы (61) получаем следующие выражения:

$$\chi(\mu_1, \bar{\mu}_1) = \frac{1 - \frac{i|a_1|}{\mu_{1R}} e^{-i\tilde{\varphi} + \delta} - \frac{|a_1|}{\mu_{1I}} e^{-i\tilde{\varphi} + \delta}}{\Delta} = \frac{1 - \frac{\mu_1 |a_1|}{\mu_{1R} \mu_{1I}} e^{-i\tilde{\varphi} + \delta}}{\Delta}, \quad (64)$$

$$\chi(\mu_2, \bar{\mu}_2) = \frac{1 + \frac{i|a_1|}{\mu_{1R}} e^{i\tilde{\varphi} + \delta} + \frac{|a_1|}{\mu_{1I}} e^{i\tilde{\varphi} + \delta}}{\Delta} = \frac{1 + \frac{\mu_1 |a_1|}{\mu_{1R} \mu_{1I}} e^{i\tilde{\varphi} + \delta}}{\Delta}. \quad (65)$$

Подстановкой (64) и (65) в (56) находится  $\chi_{-1}$ :

$$\begin{aligned} \chi_{-1} &= -\frac{2i}{\Delta} \left[ |a_1| e^{i\tilde{\varphi} + \delta} \left( 1 - \frac{\mu_1 |a_1|}{\mu_{1R} \mu_{1I}} e^{-i\tilde{\varphi} + \delta} \right) + |a_1| e^{-i\tilde{\varphi} + \delta} \left( 1 + \frac{\mu_1 |a_1|}{\mu_{1R} \mu_{1I}} e^{i\tilde{\varphi} + \delta} \right) \right] = \\ &= -\frac{2i}{\Delta} (|a_1| e^{i\tilde{\varphi} + \delta} + |a_1| e^{-i\tilde{\varphi} + \delta}) = -\frac{4i|a_1| e^{\delta}}{\Delta} \cos \tilde{\varphi}. \end{aligned} \quad (66)$$

Подставляя (64) и (65) в (57), получаем выражение для полевой переменной  $q$  :

$$q = \tilde{\chi}_0 = 1 + \frac{4\mu_1 |a_1| e^\delta}{|\mu_1|^2 \Delta} \sin \tilde{\varphi} + i \frac{4|a_1|^2 \mu_1^2 e^{2\delta}}{|\mu_1|^2 \mu_{1R} \mu_{1I} \Delta} = \left( 1 + \frac{4\mu_{1R} |a_1| e^\delta}{|\mu_1|^2 \Delta} \sin \tilde{\varphi} - \frac{8|a_1|^2 e^{2\delta}}{|\mu_1|^2 \Delta} \right) + i \left( \frac{4\mu_{1I} |a_1| e^\delta}{|\mu_1|^2 \Delta} \sin \tilde{\varphi} + \frac{4|a_1|^2 (\mu_{1R}^2 - \mu_{1I}^2) e^{2\delta}}{\mu_{1R} \mu_{1I} \Delta |\mu_1|^2} \right). \quad (67)$$

По формуле реконструкции (18) определяем потенциал  $U$ :

$$U = -\varepsilon - i \partial_\eta \chi_{-1} = -\varepsilon + 16\varepsilon \frac{|a_1|^2 e^{2\delta}}{\Delta^2 |\mu_1|^2} - 8\varepsilon \frac{|a_1| \mu_{1R} e^\delta}{\Delta^2 |\mu_1|^2} \left( 1 + \frac{|a_1|^2 |\mu_1|^2 e^{2\delta}}{\mu_{1R}^2 \mu_{1I}^2} \right) \sin \tilde{\varphi}, \quad (68)$$

здесь согласно формулам (58), (60) и (62), (63)

$$\Delta = 1 + \frac{|a_1|^2 |\mu_1|^2 e^{2\delta}}{\mu_{1R}^2 \mu_{1I}^2} - \frac{2|a_2| e^\delta}{\mu_{1R}} \sin \tilde{\varphi}, \quad \tilde{\varphi} \doteq 2\mu_{1R} \xi - 2\varepsilon \frac{\mu_{1R}}{|\mu_1|^2} \eta + \arg(a_1).$$

Легко проверяется также, что в соответствии с (67) и (68) выполняется соотношение  $U = -\varepsilon \bar{q} q = -\varepsilon |q|^2$  :

$$\begin{aligned} q \bar{q} &= \left( 1 + \frac{4\mu_{1R} |a_1| e^\delta}{|\mu_1|^2 \Delta} \sin \tilde{\varphi} - \frac{8|a_1|^2 e^{2\delta}}{|\mu_1|^2 \Delta} \right)^2 + \\ &+ \left( \frac{4\mu_{1I} |a_1| e^\delta}{|\mu_1|^2 \Delta} \sin \tilde{\varphi} + \frac{4|a_1|^2 (\mu_{1R}^2 - \mu_{1I}^2) e^{2\delta}}{\mu_{1R} \mu_{1I} \Delta |\mu_1|^2} \right)^2 = \\ &= 1 - 16 \frac{|a_1|^2 e^{2\delta}}{\Delta^2 |\mu_1|^2} + 8\varepsilon \frac{|a_1| \mu_{1R} e^\delta}{\Delta^2 |\mu_1|^2} \left( 1 + \frac{|a_1|^2 |\mu_1|^2 e^{2\delta}}{\mu_{1R}^2 \mu_{1I}^2} \right) \sin \tilde{\varphi} = -\frac{U}{\varepsilon}, \end{aligned} \quad (69)$$

откуда для переменной  $p \doteq -U/q$  получается выражение

$$p = \varepsilon \bar{q} = \varepsilon \left( 1 + \frac{4\mu_{1R} |a_1| e^\delta}{|\mu_1|^2 \Delta} \sin \tilde{\varphi} - \frac{8|a_1|^2 e^{2\delta}}{|\mu_1|^2 \Delta} \right) - i \varepsilon \left( \frac{4\mu_{1I} |a_1| e^\delta}{|\mu_1|^2 \Delta} \sin \tilde{\varphi} + \frac{4|a_1|^2 (\mu_{1R}^2 - \mu_{1I}^2) e^{2\delta}}{\mu_{1R} \mu_{1I} \Delta |\mu_1|^2} \right). \quad (70)$$

Формула (67) для  $q$  с учетом (62), (63) представляет собой несингулярное периодическое решение двумерного обобщения нелинейного уравнения Шрёдингера (7).

### Заключение

Пара нелинейных уравнений Дэви и Стюардсона (2ДДС), полученная в их классической работе, описывает эволюцию трехмерного волнового пакета в бассейне конечной глубины. Система уравнений Дэви–Стюардсона (1) сводится в частных случаях специального выбора вещественных констант  $\alpha = -\alpha_0$ ,  $\beta = +\beta_0$  или мнимых констант  $\alpha = -i\alpha_0$ ,  $\beta = +i\beta_0$  соответственно к нелинейным двумерным обобщениям уравнений теплопроводности (34) и нелинейного уравнения Шрёдингера (7). Сейчас многочисленные эксперименты, подтверждающие существование локализованных и периодических структур в Бозе-конденсате, особым образом ставят задачу о построении новых периодических решений (несингулярных и локализованных) для двумерного обобщения НУШ. В разделе 4 получено периодическое несингулярное, но не локализованное решение НУШ.

### ЛИТЕРАТУРА

1. **Дрюма В.С.** Об аналитическом решении двумерного уравнения Кортевега-Де Вриза (КДВ) // Письма в ЖЭТФ. – 1974. – Т. 19, вып. 12. – С. 753–755.
2. **Захаров В.Е., Шабат А.Б.** Схема интегрирования нелинейных уравнений математической физики методом обратной задачи рассеяния // Функциональный анализ и его приложения. – 1974. – Т. 8, вып. 3. – С. 45–53.
3. **Davey A., Stewartson K.** On three-dimensional packet of surface waves // Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. – 1974. – Vol. 338, iss. 1613. – P. 101–110. doi: 10.1098/rspa.1974.0076.
4. **Dubrovsky V.G., Konopelchenko V.G.** Coherent structures for Ishimori Equation: 1. Localized solitons with stationary boundaries // Physica D: Nonlinear Phenomena. – 1991. – Vol. 48, iss. 2–3. – P. 367–395.
5. **Веселов А.П., Новиков С.П.** Конечнозонные двумерные потенциальные операторы Шрёдингера. Явные формулы и эволюционные уравнения // Доклады Академии наук СССР. – 1984. – Т. 279, № 1. – С. 20–24.
6. Теория солитонов: метод обратной задачи / С.П. Новиков, В.Е. Захаров, С.В. Манаков, Л.В. Питаевский. – М.: Наука, 1980.
7. **Ablowitz M.J., Clarkson P.A.** Solitons, nonlinear evolution equations and inverse scattering. – Cambridge: Cambridge University Press, 1991. – 516 p.
8. **Konopelchenko V.G.** Introduction to multidimensional integrable equations: the inverse spectral transform in 2+1 dimensions. – New York: Plenum Press, 1992. – 292 p.
9. **Konopelchenko V.G.** Solitons in multidimensions: inverse spectral transform method. – Singapore: World Scientific, 1993. – 304 p.
10. **Manakov S.V.** The inverse scattering transform for the time-dependent Schrodinger equation and Kadomtsev–Petviashvili equation // Physica D: Nonlinear Phenomena. – 1981. – Vol. 3, iss. 1–2. – P. 420–427. – doi: 10.1016/0167-2789(81)90145-7.
11. **Beals R., Coifman R.R.** The D-bar approach to inverse scattering and nonlinear evolutions // Physica D: Nonlinear Phenomena. – 1986. – Vol. 18, iss. 1–3. – P. 242–249. – doi: 10.1016/0167-2789(86)90184-3.
12. **Захаров В.Е., Манаков С.В.** Построение многомерных нелинейных интегрируемых систем и их решений // Функциональный анализ и его приложения. – 1985. – Т. 19, вып. 2. – С. 11–25.
13. **Zakharov V.E.** Commutating operators and nonlocal  $\bar{\partial}$ -problem // Plasma theory and Nonlinear and turbulent processes in Physics / ed. by N.S. Erokhin, V.E. Zakharov, A.G. Sitenko, V.M. Chernousenko, V.G. Bar'yakhtar. – Kiev: Naukova Dumka, 1988. – Vol. 1. – P. 152–158.
14. **Bogdanov L.V., Manakov S.V.** The non-local  $\bar{\partial}$ -problem and (2+1)-dimensional soliton equations // Journal of Physics A: Mathematical and General. – 1988. – Vol. 21, N 10. – P. L537–L544. – doi: 10.1088/0305-4470/21/10/001.

15. **Fokas A.S., Ablowitz M.J.** The inverse scattering transform for multidimensional (2+1) problems // *Nonlinear Phenomena* / ed. by K.B. Wolf. – Berlin; Heidelberg: Springer, 1983. – P. 137–183. – doi: [https://doi.org/10.1007/3-540-12730-5\\_6](https://doi.org/10.1007/3-540-12730-5_6). – (Lecture Notes in Physics; vol. 189).
16. **Beals R., Coifman R.R.** Linear spectral problems, non-linear equations and the  $\bar{\partial}$ -method // *Inverse Problems*. – 1989. – Vol. 5, N 2. – P. 87–130. – doi: 10.1088/0266-5611/5/2/002.
17. **Zakharov V.E.** On the dressing method // *Inverse Methods in Action* / ed. by P.C. Sabatier. – Berlin: Springer, 1990. – P. 602–623.
18. **Konopelchenko B.G.** The two-dimensional second-order differential spectral problem: compatibility conditions, general BTs and integrable equations // *Inverse Problems*. – 1988. – Vol. 4, N 1. – P. 151–163. – doi: 10.1088/0266-5611/4/1/013.
19. **Dubrovsky V.G.** The application of the  $\bar{\partial}$ -dressing method to some (2+1) dimensional nonlinear equation // *Journal of Physics A: Mathematical and General*. – 1996. – Vol. 29. – P. 3617–3630. – doi: 10.1016/S0034-4877(15)60006-4.
20. **Дубровский В.Г., Топовский А.В., Басалаев М.Ю.** Новые точные решения двумерных интегрируемых уравнений НВН, 2ДКК и 2ДСК полученные с помощью метода  $\bar{\partial}$ -одевания // *Теоретическая и математическая физика*. – 2011. – Т. 167, № 3. – С. 377–393. – doi: 10.4213/tmf6648.

## CONSTRUCTION OF EXACT PERIODIC SOLUTIONS OF THE NONLINEAR DAVEY-STEWARDSON EQUATION SYSTEM USING THE DIBAR-DRESSING METHOD

**Dubrovsky V.G., Topovsky A.V., Ostreinov Yu.M.**

*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

Fifty years ago, a method for integrating nonlinear differential equations called the inverse scattering method was discovered. In this case an integrable nonlinear equation is treated as a consistency condition for the corresponding linear auxiliary problems. The main idea underlying this method, namely the reduction of the problem of the exact integration of nonlinear equations to the solution of a number of auxiliary linear problems, proved to be unusually fruitful. As it turned out, the method of the inverse scattering problem is applicable to wide classes of ordinary nonlinear differential equations, nonlinear partial differential equations, difference, integro-differential and other equations.

Many of nonlinear equations integrated by the inverse problem method, such as the Korteweg de Vries equation, the nonlinear Schrödinger equation, the sine-Gordon equation, the one-dimensional Heisenberg ferromagnet equation, the resonance wave interaction equation, the Kadomtsev-Petviashvili equation, and others have a high degree of universality and occur in the most diverse fields of physics. In general, non-linear integrable equations and their localized soliton solutions have a wide field of application from the theory of gravity and the quantum field theory, plasma physics and nonlinear optics to hydrodynamics and solid state physics.

On the example of the Davy-Stewardson equation this paper demonstrates the principal possibility of constructing exact periodic solutions of two-dimensional integrable nonlinear equations in the framework of the Zakharov-Manakov dressing method.

*Keywords:* Integrable nonlinear equation, method of  $\bar{\partial}$ -dressing, two-dimensional integrable generalization of Davey-Stewardson equation (2DDS), solutions with functional parameters, periodic solutions.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-4-14-30

### REFERENCES

1. Dryuma V.S. Ob analiticheskom reshenii dvumernogo uravneniya Kortevega-De Vriza (KdV) [Analytic solution of the two-dimensional Korteweg-de Vries (KdV) equation]. *Pis'ma v Zhurnal teoreticheskoi i eksperimental'noi fiziki – Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 1974, vol. 19, iss. 12, pp. 753–755. (In Russian).

2. Zakharov V.E., Shabat A.B. Skhema integrirovaniya nelineinykh uravnenii matematicheskoi fiziki metodom obratnoi zadachi rasseyaniya [A scheme for integrating the nonlinear equations of mathematical physics by the method of the inverse scattering problem]. *Funktsional'nyi analiz i ego prilozheniya – Functional Analysis and Its Applications*, 1974, vol. 8, iss. 3, pp. 226–235. doi: 10.1007/BF01075696. Translated from *Funktsional'nyi analiz i ego prilozheniya*, 1974, vol. 8, iss. 3, pp. 45–53.
3. Davey A., Stewartson K. On three-dimensional packet of surface waves. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1974, vol. 338, iss. 1613, pp. 101–110. doi: 10.1098/rspa.1974.0076.
4. Dubrovsky V.G., Konopelchenko B.G. Coherent structures for Ishimori Equation: 1. Localized solitons with stationary boundaries. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 1991, vol. 48, iss. 2–3, pp. 367–395.
5. Veselov A.P., Novikov S.P. Finite-zone, two-dimensional, potential Schrödinger operators. Explicit formula and evolutions equations. *Soviet Mathematics. Doklady*, 1984, vol. 30, pp. 588–591. Translated from *Doklady Akademii nauk SSSR*, 1984, vol. 279, no. 1, pp. 20–24.
6. Novikov S.P., Zakharov V.E., Manakov S.V., Pitaevskii L.P. *Teoriya solitonov: metod obratnoi zadachi* [Theory of solitons: the inverse scattering method]. Moscow, Nauka Publ., 1980.
7. Ablowitz M.J., Clarkson P.A. *Solitons, nonlinear evolution equations and inverse scattering*. Cambridge, Cambridge University Press, 1991. 516 p.
8. Konopelchenko B.G. *Introduction to multidimensional integrable equations: the inverse spectral transform in 2+1 dimensions*. New York, Plenum Press, 1992. 292 p.
9. Konopelchenko B.G. *Solitons in multidimensions: inverse spectral transform method*. Singapore, World Scientific, 1993. 304 p.
10. Manakov S.V. The inverse scattering transform for the time-dependent Schrodinger equation and Kadomtsev-Petviashvili equation. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 1981, vol. 3, iss. 1–2, pp. 420–427. doi: 10.1016/0167-2789(81)90145-7.
11. Beals R., Coifman R.R. The D-bar approach to inverse scattering and nonlinear evolutions. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 1986, vol. 18, iss. 1–3, pp. 242–249. doi: 10.1016/0167-2789(86)90184-3.
12. Zakharov V.E., Manakov S.V. Construction of higher-dimensional nonlinear integrable systems and of their solutions. *Functional Analysis and Its Applications*, 1985, vol. 19, iss. 2, pp. 89–101. doi: 10.1007/BF01078388. Translated from *Funktsional'nyi analiz i ego prilozheniya*, 1985, vol. 19, iss. 2, pp. 11–25.
13. Zakharov V.E. Commutating operators and nonlocal  $\bar{\partial}$ -problem. *Plasma theory and Non-linear and turbulent processes in Physics*. Ed. by Erokhin N.S., Sitenko A.G., Chernousenko V.M., Bar'yakhtar V.G., Zakharov V.E. Kiev, Naukova Dumka Publ., 1988, vol. 1, pp. 152–158.
14. Bogdanov L.V., Manakov S.V. The non-local  $\bar{\partial}$ -problem and (2+1)-dimensional soliton equations. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 1988, vol. 21, no. 10, pp. L537–L544. doi: 10.1088/0305-4470/21/10/001.
15. Fokas A.S., Ablowitz M.J. The inverse scattering transform for multidimensional (2+1) problems. *Nonlinear Phenomena*. Ed. by K.B. Wolf. *Lecture Notes in Physics*, vol. 189. Berlin, Heidelberg, Springer, 1983, pp. 137–183. doi: [https://doi.org/10.1007/3-540-12730-5\\_6](https://doi.org/10.1007/3-540-12730-5_6).
16. Beals R., Coifman R.R. Linear spectral problems, non-linear equations and the  $\bar{\partial}$ -method. *Inverse Problems*, 1989, vol. 5, no. 2, pp. 87–130. doi: 10.1088/0266-5611/5/2/002.
17. Zakharov V.E. On the dressing method. *Inverse Methods in Action*. Ed. P.C. Sabatier. Berlin, Springer, 1990, pp. 602–623.
18. Konopelchenko B.G. The two-dimensional second-order differential spectral problem: compatibility conditions, general BTs and integrable equations. *Inverse Problems*, 1988, vol. 4, no. 1, pp. 151–163. doi: 10.1088/0266-5611/4/1/013.
19. Dubrovsky V.G. The application of the  $\bar{\partial}$ -dressing method to some (2+1) dimensional nonlinear equation. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 1996, vol. 29, pp. 3617–3630. doi: 10.1016/S0034-4877(15)60006-4.

20. Dubrovsky V.G., Topovsky A.V., Basalaeв M.Yu. New exact solutions of two-dimensional integrable equations using the  $\bar{\delta}$ -dressing method. *Theoretical and Mathematical Physics*, 2011, vol. 167, iss. 3, pp. 725–739. doi: 10.1007/s11232-011-0057-3. Translated from *Teoreticheskaya i matematicheskaya fizika*, 2011, vol. 167, no. 3, pp. 377–393.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



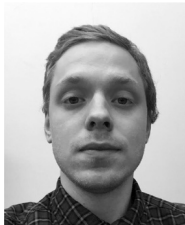
**Дубровский Владислав Георгиевич** – родился в 1948 году, д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной и теоретической физики Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: нелинейные интегрируемые уравнения, теория солитонов. Опубликовано 48 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: dubrovsky@ngs.ru).

**Dubrovsky Vladislav Georgievich** (b. 1948) – Doctor of Sciences (Phys.&Math.), professor, head of the Applied and Theoretical Physics department, Novosibirsk State Technical University His research interests are currently focused on nonlinear integrable equations. He is the author of 48 scientific papers. (Address: 20, Karl Marks Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: dubrovsky@ngs.ru).



**Топовский Антон Валерьевич** – родился в 1985 году, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры прикладной и теоретической физики Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: нелинейные интегрируемые уравнения, теория солитонов. Опубликовано 7 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса 20. E-mail: topovsky@pitf.ftf.nstu.ru).

**Topovsky Anton Valerevich** (b. 1985) – Candidate of Sciences (Phys.&Math.), associate professor, Applied and Theoretical Physics department, Novosibirsk State Technical University His research interests are currently focused on nonlinear integrable equations. He is the author of 7 scientific papers. (Address: 20, Karl Marks Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: topovsky@pitf.ftf.nstu.ru).



**Остреинов Юрий Михайлович** – родился в 1992 году, ассистент кафедры прикладной и теоретической физики Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: нелинейные интегрируемые уравнения, теория солитонов, задача рассеяния. Опубликовано 8 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса 20. E-mail: wtfsnoo@gmail.com).

**Ostreinov Yury Mikhailovich** (b. 1992) – assistant lecturer, department of Applied and Theoretical Physics, Novosibirsk State Technical University His research interests are currently focused on nonlinear integrable equations; the soliton theory, the and scattering problem. He is the author of 8 scientific papers. (Address: 20, Karl Marks Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: wtfsnoo@gmail.com).

Статья поступила 15 ноября 2017 г.

Received November 15, 2017

## To Reference:

Dubrovsky V.G., Topovsky A.V., Ostreinov Yu.M. Postroenie periodicheskikh tochnykh reshenii sistemy nelineynykh uravnenii tipа Devi-Styuardsona metodom dibar-odevaniya [Construction of exact periodic solutions of the nonlinear Davey-Stewardson equation system using the dibar-dressing method]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2017, no. 4 (37), pp. 14–30. doi: 10.17212/1727-2769-2017-4-14-30

УДК 535.215.1

**ОБРАЗОВАНИЕ ВОЛН ПЛОТНОСТЕЙ ЗАРЯДА И ТОКА  
ПРИ РАССЕЯНИИ ГАУССОВА ВОЛНОВОГО ПАКЕТА  
НА ТРЕХБАРЬЕРНОЙ ГЕТЕРОСТРУКТУРЕ****Ю.Г. Пейсахович, А.А. Штыгашев***Новосибирский государственный технический университет*

Рассмотрена нестационарная эмиссия электронов из трехбарьерной гетероструктуры в результате рассеяния волнового пакета от внешнего источника электронов. Показано, что в результате возбуждения импульсным источником электронов дублета квазистационарных состояний гетероструктуры вне системы может реализоваться генерация бегущих волн плотностей заряда и тока. Эмиссия этих волн сопровождается распад смешанного квазистационарного состояния, которое образуется при заселении дублета близко расположенных квазистационарных уровней в непрерывном спектре. Эффект возникает, если в некоторый момент времени волновая функция, описывающая заселенность дублета, сильно пространственно-несимметрична вдоль гетероструктуры. При достаточно малой прозрачности потенциальных барьеров связанные колебания дублетных резонансных состояний проявляются в виде периодического перетекания электронной плотности через средний барьер между двумя ямами гетероструктуры, который сопровождается колебаниями плотности заряда и тока электронов, выходящих во внешнее пространство через крайние потенциальные барьеры. В результате вне гетероструктуры образуются уходящие влево и вправо волны электронной плотности заряда и тока. Частота этих волн равна разностной частоте дублета, длина волн определяется разностью волновых чисел свободного движения электронов с резонансными энергиями, а скорость их распространения – отношением этих величин. Процесс излучения таких электронных волн длится в течение времени жизни квазистационарных состояний, которое при достаточно малой прозрачности барьеров может быть много больше периода волн. Представлены результаты численно-аналитического моделирования образования волн плотности заряда и тока вне гетероструктуры, основанные на решении нестационарного уравнения Шрёдингера, описывающего рассеяние гауссова волнового пакета на модельной структуре, образованной тремя туннельно-прозрачными диэлектрическими пленками, моделируемыми  $\delta$ -барьерами одинаковой мощности, разделенными тонкими проводящими или вакуумными слоями нанометровой толщины. Эта модель позволила реализовать численные расчеты и произвести оценки частот, длин и скоростей волн, а также амплитуд колебаний зарядов и токов при заданной интенсивности возбуждающего пакета и мощности потенциальных барьеров.

*Ключевые слова:* трехбарьерная гетероструктура, квазистационарные состояния, гауссов волновой пакет, нестационарная эмиссия, волны плотности заряда и тока.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-4-31-42

**Введение**

Способность наногетероструктур селективным образом пропускать и преобразовывать волновые сигналы разной физической природы позволяет создавать самые высокоскоростные и высокочастотные твердотельные приборы оптоэлектроники, акустоэлектроники, систем передачи информации, лазерной техники и т. п. В последние годы происходит интенсивное развитие фемтосекундной спектроскопии, связанной с появлением лазерных источников, способных генерировать ультракороткие импульсы света пикосекундной и фемтосекундной длительности. Воздействие столь кратковременными сигналами на микроскопические системы и

детектирование соответствующих откликов дает возможность изучать быстро протекающие процессы, длительность которых меньше или порядка времен релаксации электронной подсистемы в металлах и полупроводниках [1–4]. Обычно основной целью применения фемтосекундной техники является получение информации о динамике движения электронов и атомов в молекулах и твердых телах, о кинетике химических реакций, о процессах фотовозбуждения и релаксации различных колебаний в атомных и электронных подсистемах [5, 6]. Кроме зондирования вещества можно поставить задачу о преобразовании ультракоротких импульсов возбуждения в систему колебаний и волн электронной плотности заряда и тока в масштабах меньших длины и времени квантовой когерентности электронов. Эту задачу можно решить с помощью наноразмерных гетероструктур. В частности, тонкопленочные структуры типа двойной квантовой ямы с туннельно-прозрачными для электронов стенками формируют дублеты долгоживущих квазистационарных состояний в непрерывном спектре энергии. Уровни дублетов и времена жизни соответствующих им квазистационарных состояний определяются полюсами амплитуд стационарного рассеяния электронов на гетероструктуре. Импульсное возбуждение и медленный туннельный распад нестационарного состояния, образованного суперпозицией и резонансной интерференцией квантовых состояний из включающей дублет узкой полосы электронного спектра, могут сопровождаться временными и пространственными осцилляциями эмиссионного тока на разностной частоте дублета [7]. Эффект возникает, если в некоторый момент времени волновая функция, описывающая заселенность дублета, сильно пространственно-несимметрична вдоль гетероструктуры. При достаточно малой прозрачности потенциальных барьеров связанные колебания смешанных дублетных резонансных состояний проявляются в виде периодического перетекания электронной плотности через средний барьер между двумя ямами гетероструктуры, который сопровождается колебаниями плотности заряда и тока электронов, выходящих во внешнее пространство через крайние потенциальные барьеры. В результате вне гетероструктуры образуются уходящие влево и вправо волны электронной плотности заряда и тока. Частота этих волн равна разностной частоте дублета, длина волн определяется разностью волновых чисел свободного движения электронов с резонансными энергиями, а скорость их распространения – отношением этих величин. Процесс излучения таких электронных волн длится в течение времени жизни квазистационарных состояний, которое при достаточно малой прозрачности барьеров может быть много больше периода волн [8–11]. Система может перейти в режим повторения процесса излучения или даже в режим автоколебаний, если обеспечить периодическую резонансную подкачку несимметричной заселенности дублета в гетероструктуре. Несимметричную заселенность дублета можно создавать разными способами. Мы изучали и моделировали два способа: рассеянием падающего на систему волнового пакета и несимметричным фотовозбуждением электронов в потенциальных ямах с последующим образованием переменного тока фотоэмиссии. В настоящей статье приводятся результаты численно-аналитического моделирования образования волн плотности заряда и тока при рассеянии гауссова волнового пакета на трехбарьерной гетероструктуре.

### 1. Теоретическая модель и расчетные формулы

Решение одномерной стационарной задачи рассеяния волн де Бройля на такой структуре приводит к дублетным полюсным особенностям амплитуд рассеяния, что указывает на существование дублетов квазистационарных состояний с близкими значениями энергии в непрерывном спектре над вакуумным уровнем. При



малой прозрачности  $\delta$ -барьеров распад таких квазистационарных состояний происходит достаточно медленно путем постепенного туннелирования волновой функции частицы через краевые барьеры. Если создать суперпозицию дублетных состояний, несимметрично заселяющую две потенциальные ямы между  $\delta$ -барьерами, то колебания нестационарных волновых функций приводят к квазипериодическим процессам на разностной частоте дублета с периодом много меньшим времени жизни квазистационарных состояний. Внутри гетероструктуры плотность вероятности координаты частицы будет периодически перетекать между двумя ямами, медленно уменьшаясь по амплитуде, при этом вне гетероструктуры в каждой точке пространства плотность вероятности координаты и плотность тока частицы тоже будут колебаться со временем, причем максимумы и минимумы будут удаляться от гетероструктуры с определенной скоростью в виде волн плотностей вероятности и тока. Длины этих волн определяются разностью волновых чисел, соответствующих энергиям дублета. Продemonстрируем это для случая, когда несимметричное заселение квазистационарных уровней происходит в результате рассеяния волнового пакета, падающего на гетероструктуру.

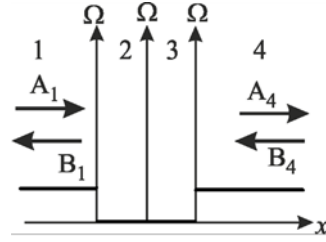


Рис. 1 – Модель трехбарьерной гетероструктуры

Fig. 1 – The model of a triple-barrier heterostructure

Базисные решения стационарной задачи рассеяния при энергии  $E$  для уравнения Шрёдингера имеют вид:

$$\begin{aligned}
 \psi(E, x) &= A_1 \exp(ik_1x) + B_1 \exp(-ik_1x), & x < 0, \\
 \psi(E, x) &= A_2 \exp(ik_2x) + B_2 \exp(-ik_2x), & d > x > 0, \\
 \psi(E, x) &= A_3 \exp(ik_3(x-d)) + B_3 \exp(-ik_3(x-d)), & 2d > x > d, \\
 \psi(E, x) &= A_4 \exp(ik_4(x-2d)) + B_4 \exp(-ik_4(x-2d)), & x > 2d,
 \end{aligned} \tag{1}$$

где  $k_i = \hbar^{-1} \sqrt{2m(U_i - E)}$  – волновое число, где  $m$  – масса электрона,  $U_i$  – потенциальная энергия электрона в  $i$ -й области,  $i = 1, 2, 3, 4$ ;  $k_1 = k_4, k_2 = k_3$ .  $A_i$  и  $B_i$  – парциальные амплитуды плоских монохроматических волн, распространяющихся соответственно вправо и влево.

Метод трансфер-матрицы позволяет связать все парциальные амплитуды линейными соотношениями:

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} &= L_2^{-1} M_\Omega L_1 \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix}, \\
 \begin{pmatrix} A_3 \\ B_3 \end{pmatrix} &= L_3^{-1} M_\Omega M L_2 \begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} = L_3^{-1} M_\Omega M M_\Omega L_1 \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix}, \\
 \begin{pmatrix} A_4 \\ B_4 \end{pmatrix} &= \tilde{M} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix},
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\tilde{M} = L_4^{-1} M_\Omega M M_\Omega M M_\Omega L_1, \tag{3}$$

где  $M_\Omega$  – матрица перехода через  $\delta$ -барьер, а  $M$  – через промежуток между ними,  $L_i$ - матрицы диагонализации, они имеют вид

$$M_\Omega = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \Omega & 1 \end{pmatrix}, M = \begin{pmatrix} \cos k_2 d & \frac{\sin k_2 d}{k_2} \\ -k_2 \sin k_2 d & \cos k_2 d \end{pmatrix}, L_i = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ ik_i & -ik_i \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Для базисной задачи стационарного рассеяния приходящей слева волны имеем условия  $B_4 = 0$  и  $A_1 = \hbar^{-1} \sqrt{m/2\pi k_1}$  (обеспечивает нормировку стационарных волновых функций на  $\delta$ -функцию энергии), поэтому все парциальные амплитуды можно выразить через амплитуду падающей волны  $A_1$ . В частности, из (2) получаем выражения амплитуд отраженной  $B_1$  и прошедшей  $A_4$  волн.

$$B_1 = -\frac{\tilde{M}_{21}}{\tilde{M}_{22}} A_1, \quad A_4 = \frac{\tilde{M}_{11}\tilde{M}_{22} - \tilde{M}_{12}\tilde{M}_{21}}{\tilde{M}_{22}} A_1, \quad (5)$$

где  $\tilde{M}_{ij}$  – матричные элементы двумерной ( $i, j = 1, 2$ ) эффективной трансфер-матрицы  $\tilde{M}$  [6]. Отсюда видно, что все парциальные амплитуды (кроме  $A_1$ ), и в частности амплитуды отражения и прохождения, будучи обратно пропорциональными матричному элементу  $\tilde{M}_{22}$  матрицы перехода через гетероструктуру, могут иметь полюсные особенности (как и величина  $\tilde{M}_{22}^{-1}$ ), которые определяются нулями матричного элемента  $\tilde{M}_{22} = 0$ , т. е. могут иметь резонансный характер вблизи квазистационарных уровней.

Для численных расчетов были выбраны следующие параметры гетероструктуры:  $d = 125 \text{ \AA}$ ,  $U_1 = U_4 = 4 \text{ эВ}$ ,  $U_2 = U_3 = 0 \text{ эВ}$ ,  $\Omega = 10 \text{ а.е.} = 18,9 \text{ \AA}^{-1}$ . Комплексные корни уравнения  $\tilde{M}_{22} = 0$  группируются в дублеты. Для нижнего по энергии над вакуумным уровнем дублета получаем комплексные корни  $E_1 = (4,645 - i8,525 \cdot 10^{-5}) \text{ эВ}$  и  $E_2 = (4,653 - i8,598 \cdot 10^{-5}) \text{ эВ}$ . Реальные части этих корней дают энергии квазистационарных состояний, соответствующие уровням данного дублета, а мнимые части корней позволяют оценить времена жизни этих квазистационарных состояний  $\tau_1 = \hbar / \text{Im} E_1 = 7,724 \cdot 10^{-12} \text{ с}$  и  $\tau_2 = \hbar / \text{Im} E_2 = 7,658 \cdot 10^{-12} \text{ с}$ . В окрестности этого дублета график расчетной зависимости  $|\tilde{M}_{22}|^{-1}$  от реальной энергии  $E$  приведен на рис. 2, а, а положения комплексных полюсов – на рис. 2, б. Максимумы  $|\tilde{M}_{22}|^{-1}$  на графике рис. 2, а находятся при энергиях  $E_1 = 4,649 \text{ эВ}$ ,  $E_2 = 4,657 \text{ эВ}$ , т. е. немного сдвинуты вверх относительно реальных частей полюсов [8, 10, 11].

В наших работах [8, 10] показано, что в гетероструктуре, образованной  $\delta$ -барьерами одинаковой мощности  $\Omega$ , расположенными на расстоянии  $d$  друг от друга, время жизни  $n$ -го квазистационарного состояния  $\tau_n$  растет с возрастанием  $\Omega$  и  $d$ , но убывает с ростом  $n$  пропорционально  $\propto m\Omega^2 d^4 / (n+1)^3$ , однако с

возрастанием  $\Omega$  убывают и коэффициенты пропускания  $\delta$ -барьеров, т. е. затрудняется заселение квазистационарных уровней проникновением электронов снаружи.

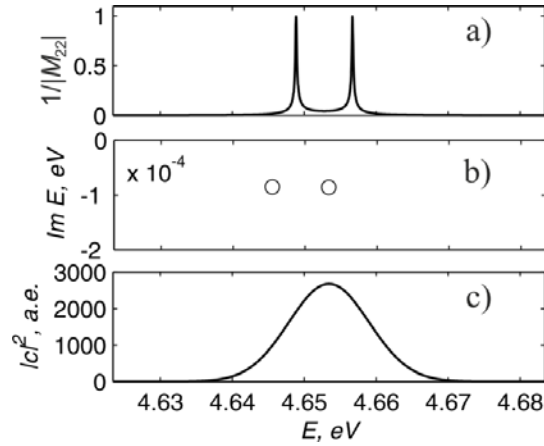


Рис. 2 – Величина  $|\tilde{M}_{22}|^{-1}$  (a); нули  $\tilde{M}_{22} = 0$  на комплексной плоскости энергии (b); квадрат модуля спектральной функции  $c(E)$  падающего волнового пакета (c). Атомная единица величины  $|c|^2$  равна  $2,30 \cdot 10^{17}$  Дж<sup>-1</sup>

Fig. 2 – The value of  $|\tilde{M}_{22}|^{-1}$  (a), zeros  $\tilde{M}_{22} = 0$  on the complex energy plane (b); the square of the modulus of the spectral function  $c(E)$  of the incident wave packet (c). The atomic unit of  $|c|^2$  is equal to  $2,30 \cdot 10^{17}$  J<sup>-1</sup>

Пусть на гетероструктуру слева падает электронный гауссов волновой пакет, волновая функция которого в начальный момент времени  $t = 0$  имеет вид

$$\Psi(x, 0) = A_0 \exp\left(ik_0x - \frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right), A_0 = \frac{1}{\sqrt{\sigma\sqrt{\pi}}}. \quad (6)$$

Параметры этого волнового пакета (6) выбираем так, чтобы при  $t = 0$  пакет располагался достаточно далеко слева от гетероструктуры и чтобы его спектральная функция  $c(E)$  перекрывала в основном два рассматриваемых квазистационарных уровня (рис. 2, c):  $x_0 = -5000$  Å – начальная координата центра пакета,  $\sigma = 400$  Å – начальная пространственная ширина пакета,  $A_0 = 0,0273$  а.е. =  $3,75 \cdot 10^3$  м<sup>-1/2</sup> – амплитуда пакета,  $k_0 = 0,219$  а.е. =  $0,413$  Å<sup>-1</sup>,  $E_0 = \hbar^2 k_0^2 / 2m = 4,65$  эВ – волновое число и энергия спектрального центра пакета. Спектральная функция пакета определяется по стационарным волновым функциям (1) как

$$c(E) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^*(E, x) \Psi(x, 0) dx, \quad (7)$$

причем основной вклад дает область энергий  $E_{\min} < E < E_{\max}$ , которая включает выбранный дублет, но далека от соседних дублетов. Поэтому в последующие моменты времени нестационарная волновая функция задается выражением

$$\Psi(x, t) = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} c(E) e^{-iEt} \psi(E, x) dE. \quad (8)$$

Рассчитываемыми величинами являются плотность вероятности  $|\Psi(x, t)|^2$  и плотность тока вероятности

$$j(x, t) = \frac{\hbar}{m} \operatorname{Re} \left( \Psi(x, t) \frac{d\Psi(x, t)^*}{dx} \right), \quad (9)$$

которым пропорциональны плотности электрического заряда  $\rho_e(x, t) = e |\Psi(x, t)|^2$  и тока  $j_e(x, t) = ej(x, t)$ , где  $e$  – заряд электрона. Оценки интеграла (8) и величины (9) с выделением полюсных вкладов, ответственных за формирование модуляционных огибающих  $|\Psi(x, t)|^2$  и  $j(x, t)$ , осциллирующих во времени и в пространстве, можно произвести с помощью метода перевала [8, 9], здесь мы приведем результаты соответствующих численных расчетов для гетероструктуры (см. рис. 1).

### 3. Волны плотности заряда и тока. Результаты расчетов

В этом разделе приведем результаты расчетов по формулам (6)–(9) величин плотности вероятности  $|\Psi(x, t)|^2$  и плотности тока вероятности  $j(x, t)$  электронов на границе и вне рассматриваемой гетероструктуры.

На рис. 3 и 4 приведены расчетные временные зависимости плотности вероятности и плотности тока на левой и правой границах гетероструктуры. Максимумы слева достигаются одновременно с минимумами справа.

Из этих графиков определяем период осцилляций квадрата модуля волновой функции и плотности тока  $T^* \approx 2,10 \cdot 10^4$  а.е.  $= 5,10 \cdot 10^{-13}$  с, что хорошо согласуется с оценкой по разностной частоте колебаний волновой функции на квазистационарных уровнях  $T = 2\pi\hbar / (E_2 - E_1) = 2,12 \cdot 10^4$  а.е.  $= 5,13 \cdot 10^{-13}$  с. Видно, что амплитуда колебаний  $|\Psi(x, t)|^2$  порядка  $2 \cdot 10^{-6}$  а.е.  $\approx 3,78 \cdot 10^3$  м<sup>-1</sup>, что в данном случае меньше амплитуды интенсивности исходного пакета  $A_0^2 = 7,45 \cdot 10^{-4}$  а.е.  $= 102$  м<sup>-1</sup> приблизительно в 37 раз. Амплитуда колебаний плотности тока  $j(x, t)$  порядка 0,2 а.е.  $\approx 8,26 \cdot 10^{15}$  с<sup>-1</sup>, что меньше амплитуды тока исходного пакета, равной 7,67 а.е.  $\approx 3,168 \cdot 10^{17}$  с<sup>-1</sup> приблизительно в 38 раз.

На рис. 5 и 6 приведены расчетные координатные зависимости плотности вероятности и плотности тока вне гетероструктуры для трех моментов времени после отражения основного тела пакета.

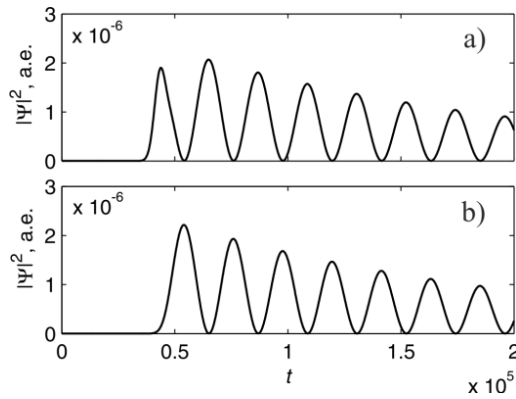


Рис. 3 – Временная зависимость квадрата модуля волновой функции электрона:

$a$  – на левой  $x = x_L = 0$  и  $b$  – правой  $x = x_R = 2d$  границах гетероструктуры. Время в атомных единицах  $1 \text{ a.e.} = 2,42 \cdot 10^{-17} \text{ с}$ ,  $|\Psi(x, t)|^2$  в атомных единицах  $1 \text{ a.e.} = 1,89 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$

Fig. 3 – The time dependence of the square of the modulus  $|\Psi(x, t)|^2$  of the electron wave function:

$a$  – on the left  $x = x_L = 0$  and  $b$  – on the right  $x = x_R = 2d$  boundaries of the heterostructure. The time in atomic units  $1 \text{ a.u.} = 2,42 \cdot 10^{-17} \text{ s}$ ,  $|\Psi(x, t)|^2$  in atomic units  $1 \text{ au} = 1,89 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-1}$

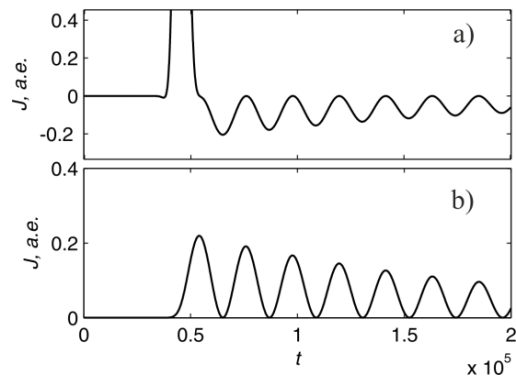


Рис. 4 – Временная зависимость плотности тока электрона:

$a$  – на левой  $x = x_L = 0$  и  $b$  – правой  $x = x_R = 2d$  границах гетероструктуры. Время в атомных единицах  $1 \text{ a.e.} = 2,42 \cdot 10^{-17} \text{ с}$ , плотность тока  $j$  в атомных единицах  $1 \text{ a.e.} = 4,13 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$ .

Fig. 4 – The time dependence of the electron current density:

$a$  – on the left  $x = x_L = 0$  and  $b$  – on the right  $x = x_R = 2d$  boundaries of the heterostructure. The time in atomic units  $1 \text{ a.u.} = 2,42 \cdot 10^{-17} \text{ s}$ , the current density  $j$  in atomic units  $1 \text{ au} = 4,13 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$

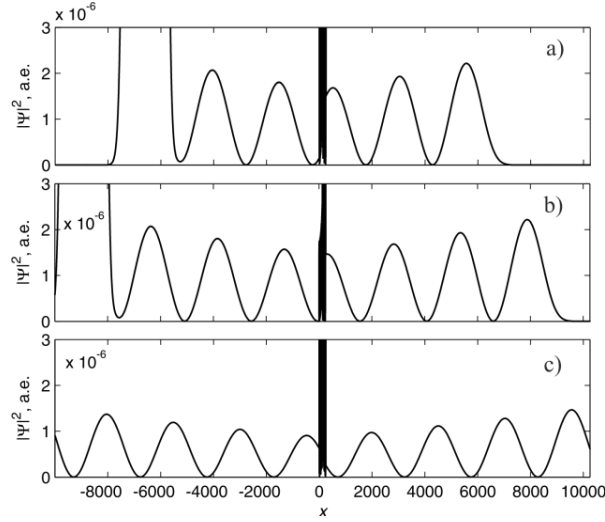


Рис. 5 – Координатная зависимость квадрата модуля волновой функции электрона в моменты времени:  
 а –  $t = 100000$  а.е.  $\approx 2,42$  пс; б –  $t = 120000$  а.е.  $\approx 2,90$  пс;  
 с –  $t = 200000$  а.е.  $\approx 4,84$  пс. Координата  $x$  в ангстремах,

$$|\Psi(x, t)|^2 \text{ в атомных единицах } 1 \text{ а.е.} = 1,89 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$$

Fig. 5 – The coordinate dependence of the square of the modulus  $|\Psi(x, t)|^2$  of the electron wave function at the time moments:

а –  $t = 100000$  а.е.  $\approx 2,42$  ps; б –  $t = 120000$  а.е.  $\approx 2,90$  ps; с –  
 $t = 200000$  а.е.  $\approx 4,84$  ps. The coordinate  $x$  in angstroms,

$$|\Psi(x, t)|^2 \text{ in atomic units } 1 \text{ au } 1,89 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-1}$$

Видны пространственные осцилляции плотностей вероятности и тока, с течением времени происходит волнообразное удаление этих величин от гетероструктуры, которая занимает узкую полосу шириной  $2d = 250 \text{ \AA}$ , вблизи начала координат. Внутри гетероструктуры происходят колебания электронной плотности и тока с периодическим перетеканием волновой функции между ямами, а вне гетероструктуры образуется волна плотности заряда и тока.

Из этих графиков определяем период пространственных осцилляций квадрата модуля волновой функции и тока  $\lambda^* \approx 2500 \text{ \AA}$ . Результат хорошо согласуется с оценкой по обратной разности волновых векторов вне гетероструктуры при резонансных энергиях  $\lambda = 2\pi / (k_{1,2} - k_{1,1}) = 2480 \text{ \AA}$ , где  $k_{1,2} = \hbar^{-1} \sqrt{2m(E_2 - U_2)}$ ,  $k_{1,1} = \hbar^{-1} \sqrt{2m(E_1 - U_1)}$ .

Расчеты, проведенные для разных моментов времени, показывают, что волны  $|\Psi(x, t)|^2$  и  $j(x, t)$  движутся влево и вправо с одинаковой скоростью  $v \approx \lambda / T \approx \lambda^* / T^* = 0,12 \text{ \AA/a.e.} = 4,96 \cdot 10^5 \text{ м/с}$ . При этом в каждой точке пространства в каждый момент времени выполняется закон сохранения плотности вероятности и заряда  $\partial j(x, t) / \partial x = -\partial |\Psi(x, t)|^2 / \partial t$ .

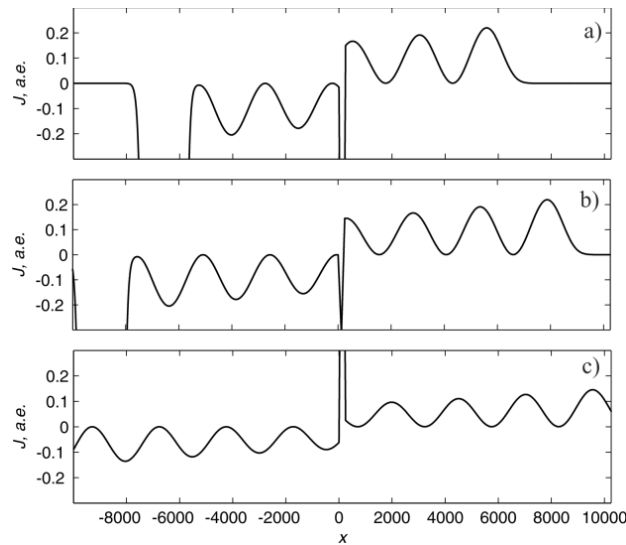


Рис. 6 – Координатная зависимость плотности тока из гетероструктуры в моменты времени:

*a* –  $t = 100\,000$  а.е.  $\approx 2,42$  пс; *b* –  $t = 120\,000$  а.е.  $\approx 2,90$  пс; *c* –  $t = 200\,000$  а.е.  $\approx 4,84$  пс. Координата  $x$  в ангстремах, плотность тока  $j$  в атомных единицах  $1 \text{ а.е.} = 4,13 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$

Fig. 6 – The coordinate dependence of the electron current density at time moments:

*a* –  $t = 100\,000$  а.е.  $\approx 2,42$  пс; *b* –  $t = 120\,000$  а.е.  $\approx 2,90$  пс; *c* –  $t = 200\,000$  а.е.  $\approx 4,84$  пс. The coordinate  $x$  in angstroms, the current density  $j$  in atomic units  $1 \text{ au} = 4,13 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$

#### 4. Заключение

Генерация электронных волн плотности заряда и тока в области терагерцевых частот и микрометровых длин волн представляет интерес с точки зрения различных приложений микро- и нанoeлектроники. В этой статье мы показали, что такая генерация может реализоваться в результате возбуждения импульсным источником электронов дублета квазистационарных состояний трехбарьерной гетероструктуры. Возбуждающий электронный импульс в виде гауссова волнового пакета пикосекундной длительности, в свою очередь, может быть создан, например, импульсной фотоэмиссией при воздействии на фотокатод фемтосекундного светового импульса или каким-нибудь другим способом. Результаты численно-аналитического моделирования образования волн плотности заряда и тока вне гетероструктуры основаны на решении нестационарного уравнения Шрёдингера, описывающего рассеяние гауссова волнового пакета на модельной структуре, образованной тремя туннельно-прозрачными диэлектрическими пленками, моделируемыми  $\delta$ -барьерами одинаковой мощности, разделенными тонкими проводящими или вакуумными слоями нанометровой толщины. Эта упрощенная модель позволила реализовать численные расчеты и произвести оценки частот, длин и скоростей волн, а также амплитуд колебаний зарядов и токов при заданной интенсивности возбуждающего пакета и мощности потенциальных барьеров. Характеристики генерируемых волн сильно зависят от параметров гетероструктуры. Варьируя параметры гетероструктуры, можно изменять энергии, разностные частоты

и времена жизни дублетных квазистационарных состояний. Для толщин слоев  $1 \dots 10^2$  нм и высот барьеров  $0,5 \dots 2,5$  эВ можно обеспечить времена жизни квазистационарных состояний  $10^{-2} \dots 3 \cdot 10^2$  пс, генерируемые разностные частоты для них и излучаемых волн заряда и тока  $10^{11} \dots 10^{14}$  Гц с длинами волн  $10 \dots 10^3$  нм. Процесс излучения электронных волн может повторяться, если обеспечить периодическую резонансную подкачку несимметричной заселенности дублета в гетероструктуре серией гауссовых импульсов с подходящей скважностью, падающих на гетероструктуру в фазе с осцилляциями плотностей тока и заряда. Такую подкачку можно осуществить и другими способами, например, фотовозбуждением электронов в потенциальных ямах с последующим образованием переменного тока фотоэмиссии.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Жуков В.П., Чулков Е.В.** Фемтосекундная динамика электронов в металлах // Успехи физических наук. – 2009. – Т. 179, № 2. – С. 113–146.
2. **Axt V.M., Kuhn T.** Femtosecond spectroscopy in semiconductors: a key to coherences, correlations and quantum kinetics // Reports on Progress in Physics. – 2004. – Vol. 67. – P. 433–512.
3. **Rossi F., Kuhn T.** Theory of ultrafast phenomena in photoexcited semiconductors // Reviews of Modern Physics. – 2002. – Vol. 74. – P. 895–950.
4. **Pazourek R., Nagele S., Burgdorfer J.** Attosecond chronoscopy of photoemission // Reviews of Modern Physics. – 2015. – Vol. 87. – P. 765–802.
5. **Чекалин С.В.** Фемтосекундная спектроскопия перспективных материалов // Успехи физических наук. – 2014. – Т. 184, № 6. – С. 672–680.
6. **Garcia-Calderon G., Romo R., Villavicencio J.** Internal dynamics of multibarrier systems for pulsed quantum decay // Physical Review. – 2009. – Vol. A79, N 5. – P. 052121.
7. **Пейсахович Ю.Г., Штыгашев А.А.** Осцилляции тока при фотоэмиссии через трехбарьерную гетероструктуру // ДАН ВШ РФ. – 2011. – № 1 (16). – С. 26–40.
8. **Пейсахович Ю.Г., Штыгашев А.А.** Одномерная квантовая механика. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007. – 476 с.
9. **Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A.** Formation of a quasistationary state by scattering of wave packets on a finite lattice // Physical Review. – 2008. – Vol. B77, N 7. – P. 075326.
10. **Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A.** Formation of a quasistationary state by Gaussian wave packet scattering on a lattice of N identical delta-potentials // Physical Review. – 2008. – Vol. B77, N 7. – P. 075327.
11. **Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A.** Formation of quasistationary states in a ferromagnetic plate by scattering of ultrasound impulse in the vicinity of magnetoacoustic resonance // Journal of Applied Physics. – 2011. – Vol. 110, N 5. – P. 053904.

### FORMATION OF CHARGE AND CURRENT DENSITY WAVES BY GAUSSIAN WAVE PACKET SCATTERING ON A TRIPLE-BARRIER HETEROSTRUCTURE

**Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A.**

*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

The paper addresses the nonstationary emission of electrons from a triple-barrier heterostructure as a result of the scattering of the Gaussian electronic wave packet. It is shown that the generation of propagating waves of charge and current densities can be realized outside the system as a result of a quasistationary states doublet excitation in a heterostructure by a pulsed electron source. The emission of these waves accompanies the decay of a mixed quasistationary state which is formed when the doublet of closely located quasistationary levels in the continuous spectrum is occupied. The effect arises if at some point in time the wave function describing the popu-



lation of the doublet is strongly spatially asymmetric along the heterostructure. At a sufficiently low transparency of potential barriers coupled oscillations of the doublet resonant states manifest themselves as a periodic electron density flow through the middle barrier between two wells of the heterostructure, which is accompanied by oscillations in the charge and current densities of electrons emerging into the outer space through the extreme potential barriers. As a result, the waves of electron charge and current densities flowing to the left and to the right outside the heterostructure are formed. The frequency of these waves is equal to the difference frequency of the doublet, the wavelength is determined by the difference in the wave numbers of the free motion of electrons with resonance energies and the velocity of propagation is equal to the ratio of these quantities. The emission of these electron waves continues during the lifetime of the quasistationary states which can be much longer than the wave period for a sufficiently small transparency of the barriers. The results of numerical and analytical simulation of the formation of charge and current density waves outside the heterostructure are presented. The simulation is based on the solution of the non-stationary Schrödinger equation describing the scattering of a Gaussian wave packet on the model structure formed by three tunnel-transparent dielectric films simulated by  $\delta$ -barriers of an equal power separated by thin conducting or vacuum layers of nanometer thickness. This model allowed the realization of numerical calculations and estimates of the frequencies, wavelengths and velocities of waves, as well as the amplitudes of charge and current oscillations for the given intensity of the exciting packet and the power of potential barriers.

*Keywords:* Three-barrier heterostructure, quasistationary states, Gaussian wave packet, non-stationary emission, charge and current density waves.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-4-31-42

#### REFERENCES

1. Zhukov V.P., Chulkov E.V. The femtosecond dynamics of electrons in metals. *Physics-Uspekhi*, 2009, vol. 52, pp. 105–106. Translated from *Uspekhi fizicheskikh nauk*, 2009, vol. 179, no. 2, pp. 113–146.
2. Axt V.M., Kuhn T. Femtosecond spectroscopy in semiconductors: a key to coherences, correlations and quantum kinetics. *Reports on Progress in Physics*, 2004, vol. 67, pp. 433–512.
3. Rossi F., Kuhn T. Theory of ultrafast phenomena in photoexcited semiconductors. *Reviews of Modern Physics*, 2002, vol. 74, pp. 895–950.
4. Pazourek R., Nagele S., Burgdorfer J. Attosecond chronoscopy of photoemission. *Reviews of Modern Physics*, 2015, vol. 87, pp. 765–802.
5. Chekalin S.V. Femtosecond spectroscopy of promising materials. *Physics-Uspekhi*, 2014, vol. 57, pp. 622–629. Translated from *Uspekhi fizicheskikh nauk*, 2014, vol. 184, no. 6, pp. 672–680.
6. Garcia-Calderon G., Romo R., Villavicencio J. Internal dynamics of multibarrier systems for pulsed quantum decay. *Physical Review*, 2009, vol. A79, no. 5, pp. 052121.
7. Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A. Ostsillyatsii toka pri fotoemissii cherez trekhbar'ernuyu geterostrukturu [The oscillations of the photoemission current through the triple-barrier heterostructure]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2011, no. 1 (16), pp. 26–40.
8. Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A. *Odnomernaya kvantovaya mekhanika* [One-dimensional quantum mechanics]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2007. 476 p.
9. Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A. Formation of a quasistationary state by scattering of wave packets on a finite lattice. *Physical Review*, 2008, vol. B77, no. 7, pp. 075326.
10. Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A. Formation of a quasistationary state by Gaussian wave packet scattering on a lattice of N identical delta-potentials. *Physical Review*, 2008, vol. B77, no. 7, pp. 075327.
11. Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A. Formation of quasistationary states in a ferromagnetic plate by scattering of ultrasound impulse in the vicinity of magnetoacoustic resonance. *Journal of Applied Physics*, 2011, vol. 110, no. 5, pp. 053904.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Пейсахович Юрий Григорьевич** – родился в 1947 году, д-р физ.-мат. наук, доцент, профессор, кафедра общей физики Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: физика конденсированного состояния. Опубликовано 80 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: peisakhovich@corp.nstu.ru).

**Peisakhovich Yuri Grigorievich** (b.1947) – Doctor of Sciences (Phys. & Math.), associate professor, professor at the department of general physics, Novosibirsk State Technical University. The area of scientific interests includes condensed matter physics. He is the author of 80 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: peisakhovich@corp.nstu.ru).



**Штыгашев Александр Анатольевич** – родился в 1956 году, д-р физ.-мат. наук, доцент, профессор, кафедра общей физики Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: компьютерное моделирование физических процессов, физика конденсированного состояния. Опубликовано 50 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: shtygashev@corp.nstu.ru).

**Shtygashev Alexander Anatolievich** (b. 1956) – Doctor of Sciences (Phys. & Math.), associate professor, professor at the department of general physics, Novosibirsk State Technical University. The area of scientific interests includes computer simulation of physical processes and condensed matter physics. He is the author of 50 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: shtygashev@corp.nstu.ru).

*Статья поступила 27 ноября 2017 г.  
Received November 27, 2017*

---

 To Reference:

Peisakhovich Yu.G., Shtygashev A.A. Obrazovanie voln plotnostei zaryada i toka pri rasseyanii gaussova volnovogo paketa na trekhbar'ernoii geterostrukture [Formation of charge and current density waves by Gaussian wave packet scattering on a triple-barrier heterostructure]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2017, no. 4 (37), pp. 31–42. doi: 10.17212/1727-2769-2017-4-31-42

УДК 53.082.52

**ПОДАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ ДЕФЕКТНЫХ ОБЛАСТЕЙ ВОКРУГ  
ИНДИЕВЫХ КОНТАКТОВ ПРИ ОТЖИГЕ  $n$ - $p$ -ПЕРЕХОДОВ  
МАТРИЧНОГО ФОТОПРИЕМНИКА НА ОСНОВЕ КРТ****Д.Ю. Протасов<sup>1,2</sup>, А.Р. Новоселов<sup>3</sup>, М.Е. Абдоян<sup>2</sup>, В.Я. Костюченко<sup>2</sup>**<sup>1</sup>*Институт физики полупроводников им. А.В. Ржанова СО РАН*<sup>2</sup>*Новосибирский государственный технический университет*<sup>3</sup>*Новосибирский филиал Института физики полупроводников  
им. А.В. Ржанова СО РАН «Конструкторско-технологический Институт  
прикладной микроэлектроники»*

Исследовано влияние различных покрытий поверхности пленок кадмий-ртуть-теллур, выращенных методом молекулярно-лучевой эпитаксии, на повышение стабильности  $n$ - $p$ -переходов на этих пленках при низкотемпературных отжигах. Показано, что в пленках, покрытых слоями  $\text{SiO}_2$  и  $\text{Si}_3\text{N}_4$  при отжиге в диапазоне  $T = 90 \dots 120$  С возле индиевых контактов возникают области повреждений, размеры которых линейно зависят от времени отжига. Использование анодного окисла приводит к подавлению областей повреждений и увеличению стабильности  $n$ - $p$ -переходов вследствие замедления образования  $p^+$ -слоя за счет компенсации испаряющейся при отжиге ртути, высвобождающейся при химических реакциях на границе АО-КРТ.

*Ключевые слова:* низкотемпературный отжиг,  $n$ - $p$ -переход, кадмий-ртуть-теллур, пассивация поверхности.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-4-43-51

**Введение**

В последнее время достигнуты впечатляющие успехи использования тройного сплава  $\text{HgCdTe}$  (КРТ) для создания матричных фотоприемных устройств дальнего и среднего ИК-диапазонов [1, 2]. Для дальнейшего развития таких фотоприемников необходимо увеличение стабильности их параметров. Исследование стабильности параметров обычно проводят методом ускоренного старения, который заключается в нагреве испытуемых устройств и последующем пересчете полученного изменения их параметров к условиям обычной эксплуатации или хранения. Известно, что при разных температурах отжига ускоренное старение электронных изделий происходит из-за разных механизмов деградации (например, энергия активации дефектов кристаллов 0,3 эВ, а ионного загрязнения – 1,0...1,4 эВ) [3]. Отметим, что технология изготовления фотоприемников на основе пленок КРТ предполагает ряд температурных отжигов – активации имплантированной примеси, во время нанесения диэлектрических слоев, при формировании омических контактов и соединении матрицы фотодиодов с кремниевым мультиплексором [4]. При достаточно длительном (более 10 часов) низкотемпературном отжиге (80...120 °С) в пленках КРТ могут изменяться как концентрация и подвижность носителей заряда [5], так и тип проводимости [6]. В работе [5] было выяснено, что анодный оксид (АО) является наиболее эффективным покрытием, сдерживающим изменение параметров пленок  $n$ -типа КРТ во время отжигов при температурах 90...230 °С.

Для  $n$ - $p$ -переходов, созданных в пленках КРТ, при длительных отжигах наблюдаются деградационные процессы, регистрируемые по вольт-амперным

характеристикам и уменьшению дифференциального сопротивления [7]. В работе [8] был описан новый вид деградации  $n$ - $p$ -переходов в пленках КРТ, выращенных методом молекулярно-лучевой эпитаксии (МЛЭ), и затем последовательно закрытых диэлектриками  $\text{SiO}_2$  и  $\text{Si}_3\text{N}_4$  со суммарной толщиной 0,15 мкм. При отжиге вокруг омических контактов из индия к пленке КРТ формируются зоны повреждения. Размеры этих зон становятся больше с увеличением длительности и температуры отжига. Для  $n$ - $p$ -переходов, попавших в поврежденные зоны, темновой ток возрастает более чем в 2 раза в сравнении с исходными значениями. Скорость расширения области деградации для разных температур составила: 4,0...4,2 мкм/ч для 90 °С и 25...33 мкм/ч – для 120 °С.

В данной статье проведен анализ влияния разных температур как на стабильность электрофизических параметров пленок МЛЭ КРТ, так и на  $n$ - $p$ -переходы, сформированные в них. Рассмотрено влияние АО на формирование зон повреждений вокруг индиевых столбов к  $n$ - $p$ -переходам при разных температурах отжига.

### 1. Исследуемые образцы и экспериментальные методики

Исследовалось влияние температурного отжига на пленки КРТ и сформированные на их основе массивы  $n$ - $p$ -диодов. Пленки КРТ выращивались методом МЛЭ на подложках GaAs (013) диаметром два дюйма, на которых последовательно выращивались буферные слои ZnTe и CdTe толщиной <0,1 и 6,3 мкм соответственно [9]. Рост КРТ начинался с мольного состава  $x_{\text{CdTe}} = 0,43$ , который затем плавно изменялся до  $x_{\text{CdTe}} = 0,226$  на толщине 1,5 мкм. Процесс роста слоя КРТ постоянного состава толщиной ~8 мкм завершался выращиванием широкозонного слоя с изменением состава до  $x_{\text{CdTe}} = 0,4$ . После роста эпитаксиальная пленка КРТ при помощи отжига в нейтральной атмосфере азота была переведена из  $n$ -типа проводимости в  $p$ -тип с концентрацией дырок порядка  $(5...10) \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$  за счет увеличения концентрации вакансий ртути.

Пластина КРТ закрывалась фоторезистом (ф/р) толщиной 0,8 мкм после обезжиривания поверхности в  $((\text{CH}_3)_2\text{NCOH})$ , затем при помощи лазера вырезались прямоугольные полоски с характерными размерами  $10 \times 1$  мм. Перед низкотемпературным отжигом ф/р с части образцов удалялся путем обработки их в  $((\text{CH}_3)_2\text{NCOH})$  с применением ультразвука и последующей отмывкой в деионизированной воде, на двух образцах он был оставлен. Отжиг проводился в атмосфере воздуха при температуре 120 °С в течение 14 суток. После отжигов все образцы (в том числе и с уже удаленным ф/р) прошли одинаковую химическую обработку  $((\text{CH}_3)_2\text{NCOH})$  с применением ультразвука. Для холловских измерений на образцах после отжига формировались классические холловские структуры с шестью контактами, которые закреплялись на сапфировой подложке с помощью индия. Контакты к образцу изготавливались также из индия методом холодной сварки.

Для определения концентрации и подвижности носителей заряда на исследуемых образцах измерялись при 77 К магнитолевые зависимости напряжения Холла и магнитосопротивления в диапазоне индукции магнитного поля от 0 до 2 Тл. Значения концентрации и подвижности носителей заряда находились методом многозонной подгонки [10]. В данном методе теоретические выражения для продольной и поперечной компоненты тензора проводимости подгонялись под их экспериментальные значения, полученные из холловского напряжения и магнитосопротивления. Подгоночными параметрами являлись концентрация и подвижность двух типов носителей заряда – тяжелых и легких дырок. Подгонка осуществлялась методом наименьших квадратов с минимизацией целевой функции

по алгоритму случайного поиска в сочетании с алгоритмом Хука–Дживса. Для повышения точности подгонки диапазоны значений концентрации и подвижности, внутри которых осуществлялся поиск решения, выбирались на основе результатов метода «спектра подвижности» [12].

Массивы  $n$ - $p$ -диодов изготавливались методом ионной имплантации в эпитаксиальных пленках КРТ  $p$ -типа. В качестве легирующей примеси использовались ионы  $V^+$  с энергией 50 кэВ и дозой  $3 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-2}$ . Размеры окна в фоторезисте для легирования составляли  $5 \times 5$  мкм. Индиевые контакты к  $n$ -области формировались методом взрывной фотолитографии через вскрытые окна в диэлектрических слоях. Поверхность одних пластин (1) с диодами была последовательно закрыта слоями  $\text{SiO}_2$  и  $\text{Si}_3\text{N}_4$ . На часть пластин (2) перед нанесением диэлектрических слоев был нанесен АО электрохимическим способом из электролита на основе КОН.

Исследовалось изменение при отжиге параметров пластин с  $n$ - $p$ -переходами, расположенными в виде матрицы форматом  $4 \times 288$  (рис. 1). На краю каждой пластины формировался индиевый контакт к  $p$ -типу КРТ механическим притиранием индия. В эксперименте часть образцов отжигалась при температуре  $70^\circ\text{C}$  в течение 200 ч, другая – при  $90^\circ\text{C}$  120 ч и третья – при  $120^\circ\text{C}$  в течение 18 ч. Часть пластин отжигалась при температуре  $90^\circ\text{C}$ , время отжига составило 546 ч.

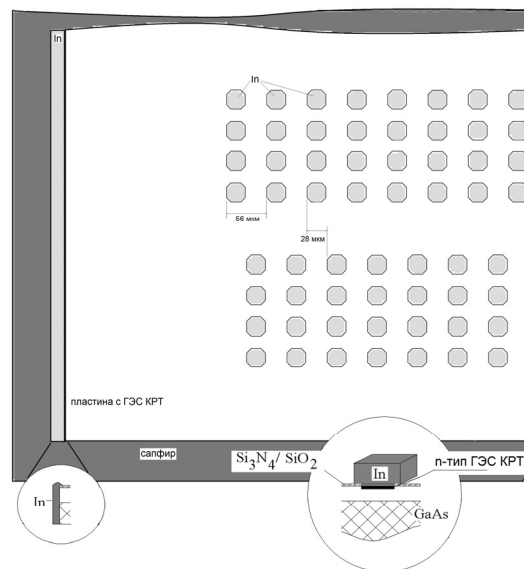


Рис. 1 – Геометрия исследуемых  $n$ - $p$ -переходов  
Fig. 1. Geometry of the investigated  $n$ - $p$ -junctions

Для измерения вольт-амперных характеристик (ВАХ) использовался специально изготовленный преусилитель, позволяющий измерять токи в диапазоне  $5 \text{ мА} \dots 10 \text{ пА}$  при напряжении смещения от  $-1 \text{ В}$  до  $+1 \text{ В}$ . Диод считался поврежденным, если его темновой ток при смещении  $-200 \text{ мВ}$  после отжига увеличился в два раза.

## 2. Результаты и обсуждение

На рис. 2 приведена зависимость концентрации тяжелых дырок от времени отжига при температуре  $120^\circ\text{C}$ .

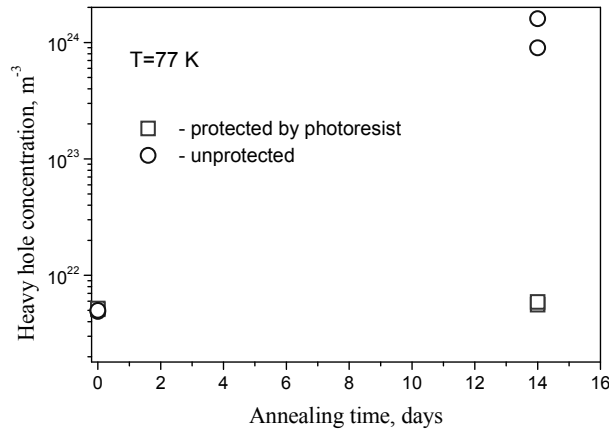


Рис. 2 – Изменение концентрации тяжелых дырок в пленках  $p$ -КРТ при отжиге

Fig. 2 – Changes in heavy hole concentrations in  $p$ -MCT films in annealing

Как видно, для образцов с поверхностью, защищенных ф/р, концентрация дырок практически не изменяется в течение всего отжига. Наоборот, для незащищенных образцов концентрация дырок возрастает с  $5 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$  до  $(0,9 \dots 1,6) \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$  за 12 дней отжига. Однако после стравливания  $\sim 3$  мкм концентрация дырок практически вернулась к исходному значению, что свидетельствует об образовании  $p^+$ -слоя в приповерхностной области пленки КРТ.

При отжиге пластин 1 с  $n$ - $p$ -переходами, поверхность которых была закрыта слоями  $\text{SiO}_2$  и  $\text{Si}_3\text{N}_4$ , было замечено образование поврежденных зон вокруг индиевых контактов. Возрастание размеров зоны повреждений при увеличении времени отжига для трех различных температур приведены на рис. 3. Как видно, после 488 ч отжига при температуре  $60^\circ\text{C}$  в ближайших к индиевому контакту  $n$ - $p$ -переходах увеличение темнового тока не происходит. Для температур  $90^\circ\text{C}$  и  $120^\circ\text{C}$  темновой ток возрастает практически линейно, причем скорость возрастания увеличивается при увеличении температуры отжига.

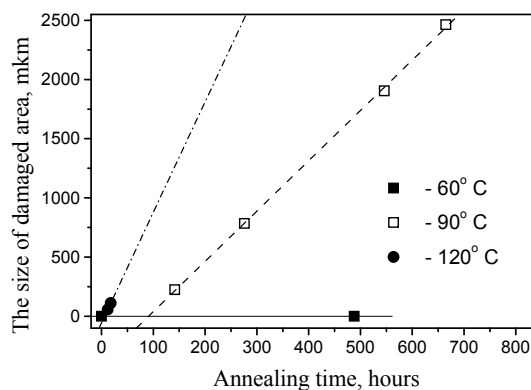


Рис. 3 – Зависимость размера поврежденных зон от времени отжига

Fig. 3 – Dependence of damaged area sizes on the annealing time

При отжиге пластин 2 с  $n$ - $p$ -переходами, поверхность которых закрыта последовательными слоями АО,  $\text{SiO}_2$  и  $\text{Si}_3\text{N}_4$ , для температур отжига  $70^\circ\text{C}$  за 200 ч отжига не было зарегистрировано возникновения области деградации диодов. Расстояние от края ФЧЭ до первого диода – 200 мкм, расстояние между диодами – 56 мкм. Скорость расширения области деградации для температур  $90^\circ\text{C}$  –  $0..4$  мкм/ч, для  $120^\circ\text{C}$  за 18 ч не было зарегистрировано возникновения области деградации диодов. Изменение темновых токов в зависимости от температуры и времени отжига для пластин 2 представлено на рис. 4.

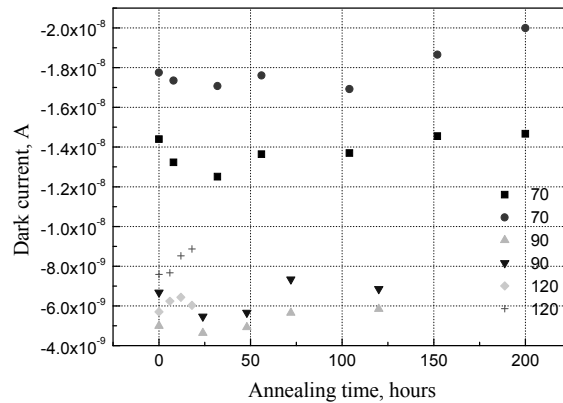


Рис. 4 – Значения темновых токов в  $n$ - $p$ -переходах в пластине 2 с анодным окислом. Показаны максимальные и минимальные значения токов в выборках по 20 диодов

Fig. 4 – Dark current values in  $n$ - $p$ -junctions in wafer 2 with an anodic oxide. Minimal and maximal current values in 20-diode random samples

Применение защитных покрытий с АО для МЛЭ КРТ дает еще одно преимущество – стабильность ВАХ фотодиодов при длительных отжигах. На рис. 5 показаны изменения при отжиге на воздухе значений темновых токов (минимальные и максимальные значения величины тока в каждой группе)  $n$ - $p$ -переходов в контрольных группах пластин 1 и 2, расположенных на расстояниях более 300 мкм от индиевого контакта к слою  $p$ -типа (см. рис. 1). Это значительно превышает возможные размеры «поврежденного» слоя. Температура отжига составляла  $120^\circ\text{C}$ . Измерение значений темновых токов фотодиодов осуществлялось при напряжениях  $-200$  мВ. После 18 часов отжига наблюдалось увеличение разброса значений темновых токов в обеих группах, но в пластинах 1 без анодного окисла, ток изменился с 3,2 до 8,1 нА, а в пластинах 2 с АО – с 1,9 до 2,8 нА. Таким образом, применение АО позволяет сделать более стабильными параметры фотодиодов во время отжигов МЛЭ КРТ.

При применении защитных покрытий из диэлектриков  $\text{SiO}_2$  и  $\text{Si}_3\text{N}_4$  наблюдаемый эффект деградации  $n$ - $p$ -переходов может быть связан с их проницаемостью для атомов ртути. Авторы работы [3], исследовав скорость изменения электрофизических параметров  $n$ -типа пленок КРТ с разными защитными покрытиями ( $\text{CdTe}$ ,  $\text{CdTe/ZnS}$  и АО) при низкотемпературных изотермических отжигах в интервале температур  $90..230^\circ\text{C}$ , экспериментально показали, что они все являются проницаемыми для атомов ртути. Однако защитное покрытие из АО наиболее эффективно сдерживает изменение параметров  $n$ -типа пленок КРТ во время отжигов.

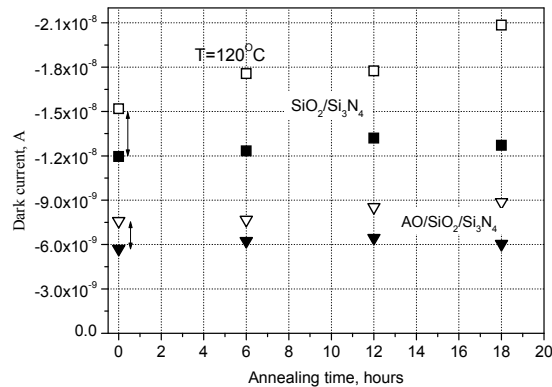


Рис. 5 – Изменение величины темнового тока от времени отжига в  $n-p$ -переходах с разным покрытием поверхности

Fig. 5. Changes in dark current versus the annealing time in  $n-p$ -junctions with different surface passivation

Тогда деградацию  $n-p$ -переходов при отжиге пленок КРТ можно объяснить следующим образом. Проницаемость защитных покрытий на пленках КРТ для атомов ртути приводит к тому, что при отжиге пластин с изготовленными  $n-p$ -переходами на поверхности пленки образуется  $p^+$ -слой. Так как величина диффузионного тока сильно возрастает при легировании  $p$ -области [4], то усиление этой компоненты приводит к общему увеличению темнового тока и уменьшению дифференциального сопротивления. Слой АО, являясь источником ртути за счет химических реакций на границе АО-КРТ [12], замедляет или полностью препятствует этому процессу, сохраняя тем самым стабильность параметров пленок  $p$ -КРТ при низкотемпературном отжиге.

### Закключение

В работе показано, что в пленках КРТ  $p$ -типа с изготовленными  $n-p$ -переходами и защищенным слоем только SiO<sub>2</sub>/Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub> при отжиге с температурой более 60 °С возле индиевых контактов возникают области повреждений. У  $n-p$ -перехода, попавшего в эту область, возрастает темновой ток и уменьшается дифференциальное сопротивление. Размер этих поврежденных областей линейно увеличивается в зависимости от времени отжига. Показано, что использование АО приводит к подавлению областей повреждений. Результаты холловских измерений показывают, что возможным механизмом образования зон повреждений является обеднение поверхности атомами Hg, что приводит к образованию приповерхностных  $p^+$ -слоев с толщиной 1,5...3 мкм. Для  $n-p$ -переходов, попавших в этот слой, резко возрастает диффузионная компонента обратного тока, что и интерпретируется как деградация  $n-p$ -переходов. Образование  $p^+$ -слоя замедляется при использовании АО вследствие компенсации испаряющейся при отжиге ртути, высвобождающейся за счет химических реакций на границе АО-КРТ. В результате стабильность  $n-p$ -переходов увеличивается, и их деградация не происходит.

Авторы благодарят В.В. Васильева за предоставленные пластины с изготовленными  $n-p$ -переходами на основе МЛЭ КРТ.



## ЛИТЕРАТУРА

1. **Gravrand O., Destefanis G.** Recent progress for HgCdTe quantum detection in France // *Infrared Physics and Technology*. – 2013. – Vol. 59. – P. 163–171.
2. Mid-wave HgCdTe FPA based on P on N technology: HOT recent developments. NETD: dark current and 1/f noise considerations / A. Kerlain, A. Brunner, D. Sam-Giao, N. Pérel-Laperne, L. Rubaldo, V. Destefanis, F. Rochette, C. Cervera // *Journal of Electronic Materials*. – 2016. – Vol. 45, N 9. – P. 4557–4562.
3. **Строгонов А.** Оценка долговечности БИС // *Технологии в электронной промышленности*. – 2007. – № 3. – С. 90–96.
4. **Rogalski A.** *Infrared detectors*. – 2<sup>nd</sup> ed. – Boca Raton: CRC Press, 2010. – 876 p.
5. Влияние низкотемпературного отжига на электрофизические параметры пленок p-CdHgTe / П.А. Бахтин, С.А. Дворецкий, В.С. Варавин, А.П. Коробкин, Н.Н. Михайлов, И.В. Сабина, Ю.Г. Сидоров // *Физика и техника полупроводников*. – 2004. – Т. 38, вып. 10. – С. 1207–1210.
6. Влияние низкотемпературного отжига на электрические и структурные характеристики эпитаксиальных слоев кадмий-ртуть-теллур и марганец-ртуть-теллур / И.М. Несмелова, В.Н. Рыжков, В.А. Андреев, Г.Г. Гумаров, В.Ю. Петухов // *Прикладная физика*. – 2005. – № 6. – С. 125–128.
7. Матричные фотоприемные устройства инфракрасного диапазона / В.Н. Овсяк, В.В. Васильев, Н.Х. Талипов, Л.Н. Ромашко, А.И. Козлов, А.Г. Клименко, И.В. Марчишин; отв. ред. С.П. Сеница. – Новосибирск: Наука, 2001. – 308 с.
8. **Novoselov A.R., Kosulina I.G.** Dependence of the sizes of damaged regions around indium contacts top-type CdHgTe on GaAs substrates on the annealing temperature and time // *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. – 2012. – Vol. 48, iss. 6. – P. 628–631.
9. HgCdTe nanostructures on GaAs and Si substrate for IR and THz radiation detecting / M.V. Yakushev, V.S. Varavin, V.V. Vasil'ev, S.A. Dvoretzky, N.N. Mikhailov, I.V. Sabinina, Yu.G. Sidorov, V.A. Shvets, A.L. Aseev // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2012. – Vol. 345. – P. 012002.
10. **Protasov D.Yu., Trifanov A.V., Kostyuchenko V.Ya.** The set of photoelectromagnetic methods for determination of recombination and diffusion parameters of p-MCT thin films // *The European Physical Journal Applied Physics*. – 2013. – Vol. 62. – P. 30104.
11. **Beck W.A., Anderson J.R.** Determination of electrical transport properties using a novel magnetic field-dependent Hall technique // *Journal of Applied Physics*. – 1987. – Vol. 62, N 2. – P. 541–554.
12. Влияние отжига под анодным окислом на изменение состава поверхности и конверсию типа проводимости монокристаллов p-CdxHg1-xTe (x=0,2) / Н.Х. Талипов, В.П. Попов, В.Г. Ремесник, З.А. Налькина // *ФТП*. – 1992. – Т. 26, вып. 2. – С. 310–317.

**SUPPRESSION OF DAMAGED AREAS ARISING NEAR INDIUM CONTACTS IN ANNEALING *n-p*-JUNCTIONS OF MCT-BASED PHOTODETECTOR ARRAYS**

**Protasov D.Yu.<sup>1,2</sup>, Novoselov A.R.<sup>3</sup>, Abdoyan M.E.<sup>2</sup>, Kostyuchenko V.Ya.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Rzhanov Institute of Semiconductor Physics SB RAS, Novosibirsk, Russia*

<sup>2</sup>*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

<sup>3</sup>*Rzhanov Institute of Semiconductor Physics SB RAS, Branch «TDIAM», Novosibirsk, Russia*

The effect of various coatings on the surface of cadmium-mercury-tellurium films grown by molecular-beam epitaxy on the stability of *n-p*-junctions on these films during low-temperature annealing was studied. It is shown that in films coated with SiO<sub>2</sub> and Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub> layers with annealing at T = 90...120 °C, damage areas whose dimensions depend linearly on the annealing time appear. The use of an anodic oxide leads to the suppression of damage areas and the stability of *n-p*-junctions due to the slowing down of the formation of the *p*<sup>+</sup>-layer due to the compensation of the mercury released during the annealing of mercury released during chemical reactions at the AO-MCT boundary.

**Keywords:** Low-temperature annealing, n-p transition, cadmium-mercury-tellurium, surface passivation.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-4-43-51

#### REFERENCES

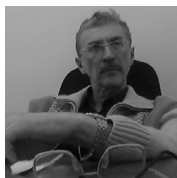
1. Gravrand O., Destefanis G. Recent progress for HgCdTe quantum detection in France. *Infrared Physics and Technology*, 2013, vol. 59, pp. 163–171.
2. Kerlain A., Brunner A., Sam-Giao D., Pére-Laperne N., Rubaldo L., Destefanis V., Rochette F., Cervera C. Mid-wave HgCdTe FPA based on P on N technology: HOT recent developments. NETD: dark current and 1/f noise considerations. *Journal of Electronic Materials*, 2016, vol. 45, no. 9, pp. 4557–4562.
3. Strogonov A. Otsenka dolgovechnosti BIS [The estimation of longevity of LSI assembly]. *Tekhnologii v elektronnoi promyshlennosti – Technologies in Electronic Industry*, 2007, no. 3, pp. 90–96.
4. Rogalski A. *Infrared detectors*. 2<sup>nd</sup> ed. Boca Raton, CRC Press, 2010. 876 p.
5. Bakhtin P.A., Dvoretiskii S.A., Varavin V.S., Korobkin A.P., Mikhailov N.N., Sabinina I.V., Sidorov Y.G. Effect of low-temperature annealing on electrical properties of n-HgCdTe. *Semiconductors*, 2004, vol. 38, no. 10, pp. 1172–1175. Translated from *Fizika i tekhnika poluprovodnikov*, 2004, vol. 38, iss. 10, pp. 1207–1210.
6. Nesselova I.M., Ryzhkov V.N., Andreev V.A., Gumarov G.G., Petukhov V.Yu. Vliyanie nizmokomnaturnogo otzhiga na elektricheskie i strukturnye kharakteristiki epitaksial'nykh sloev kadmii-rtut'-tellur i marganets-rtut'-tellur [The effect of low-temperature annealing on electrical and structural properties of the MCT and MMT epitaxial layers]. *Prikladnaya Fizika – Applied Physics*, 2005, no. 6, pp. 125–128.
7. Ovsyuk V.N., Vasil'ev V.V., Talipov N.Kh., Romashko L.N., Kozlov A.I., Klimentov A.G., Marchishin I.V. *Matrichnye fotopriemnye ustroystva infrakrasnogo diapazona* [The infrared focal plane arrays]. Novosibirsk, Nauka Publ., 2001. 308 p.
8. Novoselov A.R., Kosulina I.G. Dependence of the sizes of damaged regions around indium contacts top-type CdHgTe on GaAs substrates on the annealing temperature and time. *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*, 2012, vol. 48, no. 6, pp. 628–631.
9. Yakushev M.V., Varavin V.S., Vasil'ev V.V., Dvoretzky S.A., Mikhailov N.N., Sabinina I.V., Sidorov Yu.G., Shvets V.A., Aseev A.L. HgCdTe nanostructures on GaAs and Si substrate for IR and THz radiation detecting. *Journal of Physics: Conference Series*, 2012, Vol. 345, p. 012002.
10. Protasov D.Yu., Trifanov A.V., Kostyuchenko V.Ya. The set of photoelectromagnetic methods for determination of recombination and diffusion parameters of p-MCT thin films. *The European Physical Journal Applied Physics*, 2013, vol. 62, p. 30104.
11. Beck W.A., Anderson J.R. Determination of electrical transport properties using a novel magnetic field-dependent Hall technique. *Journal of Applied Physics*, 1987, vol. 62, no. 2, pp. 541–554.
12. Talipov N.Kh., Popov V.P., Remesnik V.G., Nal'kina Z.A. Influence of annealing under an anodic oxide on changes in the composition of the surface and conversion of the type of conduction of p-type Cd<sub>x</sub>Hg<sub>1-x</sub>Te (x-approximate-to-0.2) single-crystal. *Soviet physics. Semiconductors*, 1992, vol. 26, no. 2, pp. 175–179. Translated from *Fizika i tekhnika poluprovodnikov*, 1992, vol. 26, iss. 2, pp. 310–317.

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Протасов Дмитрий Юрьевич** – родился в 1973 году, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник ИФП им. А.В. Ржанова СО РАН, доцент каф. общей физики Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: перенос носителей заряда, фотоэлектрические явления. Опубликовано 45 статей в рецензируемых научных журналах. (Адрес: 630090, Россия, Новосибирск, пр. Лаврентьева 13, E-mail: protasov@isp.nsc.ru).

**Protasov Dmitry Yurievich** (b. 1973) – Candidate of Sciences (Phys. & Math.), senior research fellow Rzhanov ISP SB RAS, associate professor at the Department of General Physics of Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on transport and photoelectrical processes in semiconductors. He has published 45 scientific papers in peer-reviewed journals. (Address: 13, Lavrentiev Av., Novosibirsk, 630090, Russia. E-mail: protasov@isp.nsc.ru).



**Новоселов Андрей Рудольфович** – родился в 1960 году, канд. техн. наук, старший научный сотрудник отдела фотоприемных устройств КТИ ПМ. Область научных интересов: взаимодействие лазерного излучения с полупроводниковыми материалами, прикладная физика полупроводников. Опубликовано более 68 научных работ. (Адрес: 630090, Россия, г. Новосибирск, пр. Лаврентьева, 2. E-mail: novoselov@oesd.ru).

**Novoselov Andrew Rudolfovich** (b. 1960) – Candidate of Sciences (Phys. & Math.), senior research fellow of the department of photodetectors, Novosibirsk ISP Affiliated Branch of the RAS Design-Technological Institute of Applied Microelectronics. His research interests are currently focused on laser-material interaction with demiconductor materials and applied semiconductor physics. He is the author of more than 68 scientific papers. (Address: 2, Lavrentieva Av., Novosibirsk, 630090, Russia. E-mail: novoselov@oesd.ru).



**Абдоян Михаил Ехишенович** – родился в 1989 г., аспирант кафедры общей физики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление исследований – приборы и экспериментальные методы (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: ame.yokogawa@gmail.com).

**Abdoyan Mikhail Ekhishevich** (b. 1989) – a graduate student at the department of general physics in Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on devices and experimental methods. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: ame.yokogawa@gmail.com).



**Костюченко Владимир Яковлевич** – родился в 1957 году, д-р физ.-мат. наук, доцент, профессор каф. общей физики Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: приборы и экспериментальные методы. Опубликовано 52 статей в рецензируемых научных журналах. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса 20, E-mail: kostyuchenko@corp.nstu.ru).

**Kostyuchenko Vladimir Yakovlevich** (b. 1957) – Doctor of Sciences (Phys. & Math.), associate professor, professor at the department of general physics in Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on devices and experimental methods. He is the author of 55 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: kostyuchenko@corp.nstu.ru).

*Статья поступила 10 ноября 2017 г.  
Received November 10, 2017*

#### To Reference:

Protasov D.Yu., Novoselov A.R., Abdoyan M.E., Kostyuchenko V.Ya. Podavlenie obrazovaniya defektnykh oblastei vokrug indievykh kontaktov pri otzhige NP-perekhodov matrichnogo fotopriemnika na osnove KRT [Suppression of damaged areas arising near indium contacts in annealing NP-junctions of MCT-based photodetector arrays]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2017, no. 4 (37), pp. 43–51. doi: 10.17212/1727-2769-2017-4-43-51

УДК 001.891.572

## ПРЕДПОСЫЛКИ РАЗРАБОТКИ МОДЕЛИ ЕДИНОГО КАРДИОЛОГИЧЕСКОГО РЕГИСТРА

**В.В. Вихман, И.Н. Яковина**

*Новосибирский государственный технический университет*

В статье авторами рассматриваются аспекты, обусловившие необходимость разработки модели единого кардиологического регистра пациентов, на основе которой планируется создание медицинской информационной системы Новосибирского областного клинического кардиологического диспансера (НОККД). В разрабатываемой модели учитываются структура потока пациентов, разнообразие нозологических форм и видов оказания медицинской помощи, включая высокотехнологичные и дорогостоящие. При рассмотрении компонентов модели дан анализ существующих подходов к решению задач регистрации, оценки и мониторинга потоков пациентов различного профиля. Приведены некоторые результаты анализа характеристик потоков пациентов НОККД.

*Ключевые слова:* медицинская информационная система, модель кардиологического регистра, поток пациентов.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-4-52-57

### **Введение**

В соответствии с данными Всемирной организации здравоохранения заболевания сердечно-сосудистой системы являются лидирующей причиной смертности в мире. Согласно статистике каждый 13-й гражданин в РФ страдает сердечно-сосудистой патологией. В структуре причин смерти в РФ первое место занимают болезни системы кровообращения – 48 % или 611,5 на 100 тыс. населения (по данным на 2016 год), вызывая наибольшее количество социально-экономических потерь. Болезни системы кровообращения (БСК), несмотря на успехи, достигнутые в последние годы в медицине, до настоящего времени остаются основной причиной смерти населения России в целом и Новосибирской области в частности. В связи с этим для решения основной задачи здравоохранения – организации системы оказания медицинской помощи больным кардиологического профиля на территории Новосибирской области необходимо разработать комплексное решение, учитывающее особенности маршрутизации и медико-технологических аспектов оказания медицинской помощи пациентам с сердечно-сосудистой патологией. Одним из компонентов этого решения является медицинская информационная система – единый кардиологический регистр пациентов.

### **1. Существующий подход к решению задач регистрации, оценки и мониторинга потоков пациентов**

Одной из важных составляющих здравоохранения в России являются информационные технологии, используемые на всех уровнях оказания медицинской помощи. Анализ существующих подходов, используемых в информационных системах, функционирующих в системе здравоохранения, показал, что они в основном специализированы на автоматизации документооборота, регистрации потоков пациентов и использовании экспертных и консультирующих систем.

Задачи анализа и моделирования процессов функционирования и управления медицинского учреждения, обслуживающего потоки пациентов, могут решаться на основании данных, получаемых из всех видов информационных медицинских систем. Исследование динамики и характеристик потоков пациентов в лечебном учреждении позволяет оценить и спрогнозировать изменения в составе различных групп пациентов (с точки зрения пола, возраста, диагноза и т. п.). Такие оценки дают возможность при организации работы лечебного учреждения находить более эффективные лечебно-технологические решения для всех этапов оказания медицинской помощи.

Для оценки качества медицинской помощи, как правило, используются регистры, действующие в течение длительного промежутка времени, позволяющие осуществлять сбор информации о каждом пациенте с различной степенью детализации в зависимости от уровня и задач регистра [1, 2]. Регистром, в контексте данной работы, является структурированная система учета данных пациентов с определенной патологией, получающих конкретное лечение в соответствии с клиническим состоянием. Регистры, в зависимости от их уровня, выполняют различные задачи. Так, например, можно выделить внутрибольничный, межбольничный, национальный, международный регистры. Регистры отдельных лечебных учреждений позволяют оценить качество оказания помощи с точки зрения различных аспектов [3, 4].

Однако на сегодняшний день отсутствуют единые подходы к формированию регистров пациентов с сердечно-сосудистыми заболеваниями. Наиболее изученными и учтенными являются отдельные группы пациентов, объединенные остротой ситуации (регистр пациентов с острым или перенесенным инфарктом миокарда) или пациенты с перенесенными вмешательствами (аортокоронарное шунтирование, ангиопластика со стентированием, радиочастотная абляция и т. д.). Сплошной полирегистр кардиологической патологии не встречается в литературе [1–5]. В связи с этим существует необходимость разработки единого кардиологического регистра, учитывающего особенности различных потоков пациентов.

## **2. Особенность структуры потоков пациентов Новосибирского областного клинического кардиологического диспансера**

В ходе исследования проводился ретроспективный анализ потока пациентов, получивших медицинскую помощь в НОККД в поликлинике и стационаре за период с 2000 по 2016 гг. Для выявления, описания и оценки деятельности НОККД в рамках данной работы поток пациентов определяется следующим образом: все последовательно поступившие в течение календарного года в лечебное учреждение больные, независимо от причины обращения и вида оказанной помощи. Такой подход позволяет вовлечь в изучение широкий спектр больных и лечебно-технологических форм оказания медицинской помощи. Под особенностями динамики потока пациентов понимается изменение половозрастного состава, количества обращений за определенным видом помощи, состава нозологических групп и т. п.

Поток пациентов анализировался по половозрастным характеристикам, по группам заболеваний в соответствии с диагнозами по МКБ (гипертоническая болезнь, стенокардия, инфаркт миокарда, аритмии, фибрилляции предсердий), оказываемым видам медицинской помощи в поликлинике и стационаре. В структуре

потока в соответствии с видами оказываемой помощи выделяются группы пациентов, обратившиеся в поликлинику и в стационар (см. таблицу).

На сегодняшний день это два потока пациентов, которых рассматривают как разнородные и непересекающиеся, но, как показывает детальный анализ, являющихся в некоторой части единым, мигрирующим между поликлиникой и стационаром, потоком пациентов с изменяющимися половозрастными (рис. 1) и нозологическими характеристиками. Учитывая выявленную в ходе проведенного исследования динамику характеристик, можно сделать вывод о необходимости консолидации этих двух потоков в единый. Это позволит сформировать модели и профили типичных групп пациентов, описать и оценить для них эффективность различных вариантов лечебно-технологического процесса.

**Количество пациентов за рассматриваемый период**  
**The number of patients over the period under review**

Год	Поликлиника		Стационар	
	обращения	пациенты	обращения	пациенты
2013	12625	9367	3158	2859
2014	12147	8788	3329	2925
2015	11449	8458	3258	2924
2016	12470	9375	2970	2647

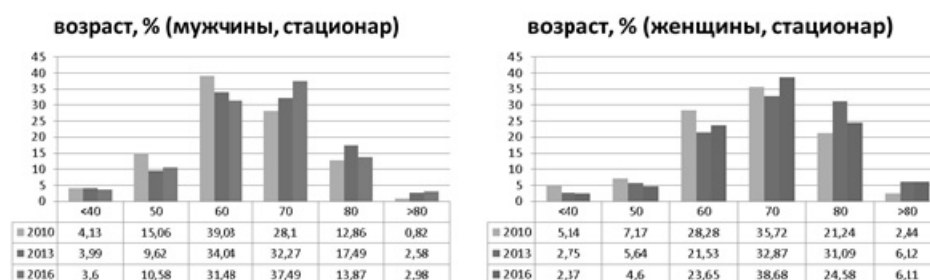


Рис. 1 – Половозрастная структура пациентов стационара

Fig. 1 – The sex-age structure of hospital patients

Ретроспективный анализ потока пациентов, получивших медицинскую помощь в НОККД за изучаемый период, является основанием для организации единого кардиологического полирегистра, в составе которого будут учитываться большие различные группы (аритмии, инфаркт миокарда, кардиохирургические вмешательства и т. д.), требующие особых подходов при организации потоков при диспансеризации и вторичной реабилитации. Целью создания регистра (см. прототип модели на рис. 2) являются консолидация информации о пациентах стационара и поликлиники с различной кардиологической патологией, обработка и анализ полученных данных для выявления узких мест (дублирование действий различными сотрудниками, неоптимальные последовательности работ, ограниченность или нехватка различных ресурсов и т. п.) и моделирование действующих процессов. На основе анализа и моделирования появляется возможность формирования новой логической и физической структуры учреждения в целом и оптимизация применяемых лечебно-технологических методов работы с различными потоками пациентов.



Рис. 2 – Прототип модели регистра  
Fig. 2 – A prototype of the register model

### Закключение

На основании вышеизложенного разработка модели единого кардиологического регистра является актуальной на современном этапе развития НОККД. Медицинская информационная система, основанная на такой модели, позволит учитывать особенности потоков пациентов, разнообразие патологий и видов оказываемой медицинской помощи, оптимизировать способы решения задач регистрации, мониторинга, анализа потоков пациентов различного профиля, а также разрабатывать эффективные лечебно-технологические решения, которые позволят повысить эффективность работы лечебного учреждения и увеличить продолжительность жизни пациентов.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Единый регистр пациентов с нарушениями ритма сердца и проводимости (обзор литературы, практические рекомендации по вводу данных) / Л.А. Бокерия, О.Л. Бокерия, А.Ш. Ревитшвили, И.Н. Ступаков, В.Е. Можаяев, И.С. Смирнов, Л.А. Глушко, В.С. Росс, И.А. Густова // *Анналы кардиологии*. – 2011. – № 1. – С. 5–15.
2. Регистры в кардиологии. Основные правила проведения и реальные возможности / С.А. Бойцов, С.Ю. Марцевич, Н.П. Кутишенко, Л.Ю. Дроздова, М.М. Лукьянов, А.В. Загребельный, М.Л. Гинзбург // *Кардиоваскулярная терапия и профилактика*. – 2013. – № 12. – С. 4–9.
3. **Алиева М.Г.** Стратификация риска, регистры и прогностические шкалы при остром коронарном синдроме // *Юг России: экология, развитие*. – 2017. – Т. 12, № 3. – С. 159–165.
4. **Эрлих А.Д.** Регистры острых коронарных синдромов – их виды, характеристики и место в клинической практике // *Вестник РАМН*. – 2012. – № 4. – С. 30–39.
5. **Ягудина Р.И., Литвиненко М.М., Сороковиков И.В.** Регистры пациентов: структура, функции, возможности использования // *Фармакоэкономика*. – 2011. – Т. 4, № 4. – С. 3–7.

### PREREQUISITES FOR DEVELOPING A SINGLE CARDIOLOGICAL REGISTER MODEL

**Vikhman V.V., Yakovina I.N.**

*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

In this article the authors consider the aspects that necessitated the development of a model of a unified cardiological patient register on the basis of which the creation of a medical information system of the Novosibirsk Regional Clinical Cardiology Dispensary is planned. The developed

model takes into account the structure of the patient flow, the variety of nosological forms and types of medical care including high-tech and expensive ones. When considering the components of the model, an analysis of existing approaches to solving problems of registration, evaluation and monitoring of patient flows of various profiles is given. Some results of the analysis of patient flow characteristics are given. The need to create a unified medical information system for the region is substantiated.

*Keywords:* Healthcare information system, model of the cardiological register, patient flow.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-4-52-57

#### REFERENCES

1. Bokeriya L.A., Bokeriya O.L., Revishvili A.Sh., Stupakov I.N., Mozhaev V.E., Smirnov I. S., Glushko L.A., Ross V.S., Gustova I.A. Edinyi registr patsientov s narusheniyami ritma serdtsa i provodimosti (obzor literatury, prakticheskie rekomendatsii po vvodu dannykh) [Single register of patients with cardiac rhythm and conduction disorders (literature review, practical recommendations for data entry)]. *Annaly kardiologii – Annals of Cardiology*, 2011, no. 1, pp. 5–15.
2. Boitsov S.A., Martsevich S.Yu., Kutishenko N.P., Drozdova L. u., Luk'yanov M.M., Zagrebel'nyi A.V., Ginzburg M.L. Registry v kardiologii. Osnovnye pravila provedeniya i real'nye vozmozhnosti [Registers in cardiology. Basic Rules for Realization and Real Opportunities]. *Kardiovaskulyarnaya terapiya i profilaktika – Cardiovascular therapy and prevention*, 2013, no. 12, pp. 4–9.
3. Alieva M.G. Stratifikatsiya riska, registry i prognosticheskie shkaly pri ostrom koronarnom sindrome [Risk stratification, registers and prognostic scales in acute coronary syndrome]. *Yug Rossii: ekologiya, razvitie – South of Russia: ecology, development*, 2017, vol. 12, no. 3, pp. 159–165.
4. Erlikh A.D. Registry ostrykh koronarnykh sindromov – ikh vidy, kharakteristiki i mesto v klinicheskoi praktike [The registers of acute coronary syndromes – their types, characteristics and significance in clinical practice]. *Vestnik Rossiiskoi akademii meditsinskikh nauk – Annals of the Russian academy of medical sciences*, 2012, no. 4, pp. 30–39.
5. Yagudina R.I., Litvinenko M.M., Sorokovikov I.V. Registry patsientov: struktura, funktsii, vozmozhnosti ispol'zovaniya [Patients registry: structure, functions, opportunities of appliance]. *Farmakoekonomika – Pharmacoeconomics*, 2011, vol. 4, no. 4, pp. 3–7.

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Вихман Виктория Викторовна** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры вычислительной техники факультета автоматизации и вычислительной техники, начальник отдела лицензирования и аккредитации ОП Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: автоматизированные системы управления, социально-экономические системы и системы информационной безопасности. Опубликовано 75 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: vvv@vt.cs.nstu.ru).

**Vikhman Victoria Viktorovna** – Candidate of Sciences (Eng.), associate professor, Novosibirsk State Technical University, associate professor, Department of Computer Engineering, Faculty of Automation and Computer Engineering, head of the department of licensing and accreditation of educational programs. Research interests are currently focused on automated control systems, socio-economic systems and information security systems. She is the author of 75 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: vvv@vt.cs.nstu.ru).





**Яковина Ирина Николаевна** – канд. техн. наук, доцент кафедры вычислительной техники, руководитель студенческого конструкторского бюро «Робототехника и искусственный интеллект» Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: медицинские информационные системы, анализ данных, интеллектуальные системы и технологии, системы поддержки принятия решения. Опубликовано более 100 научных работ. (Адрес: 630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. E-mail: yakovina@corp.nstu.ru).

**Yakovina Irina Nikolaevna** – Candidate of Sciences (Eng.), associate professor, head of the student research bureau «Robotics and Artificial Intellect» in Novosibirsk State Technical University. The area of her research interests includes medical information systems, data analysis, intellectual systems and technologies, and decision support systems. She has published more than 100 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: yakovina@corp.nstu.ru).

*Статья поступила 26 октября 2017 г.  
Received October 26, 2017*

---

To Reference:

Vikhman V.V., Yakovina I.N. Predposylki razrabotki modeli edinogo kardiologicheskogo registra [Prerequisites for developing a single cardiological register model]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2017, no. 4 (37), pp. 52–57. doi: 10.17212/1727-2769-2017-4-52-57

УДК 621.3.049.77.002.5

## ОСОБЕННОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ НЕСБАЛАНСИРОВАННЫХ МЭМС

**В.П. Драгунов, Д.И. Остертак, Е.В. Драгунова**

*Новосибирский государственный технический университет*

Одним из наиболее существенных факторов, определяющих характеристики микро-электромеханических систем (МЭМС), являются электромеханические взаимодействия. В связи с этим большой интерес представляет поиск аналитических выражений, позволяющих оценивать емкости и силы с достаточной для практических применений точностью. В данной работе представлены результаты исследований влияния непараллельности электродов на электромеханические взаимодействия в несбалансированных МЭМС с гребенчатой конструкцией электродов в режиме с контролируемым напряжением. Получены выражения для расчета потенциальной энергии, электростатической силы, критического напряжения и величины смещения подвижного электрода при различных наклонах электродов, необходимые для проектирования МЭМС с учетом их реальных конструктивных особенностей. Показано, что в несбалансированных МЭМС при увеличении относительного наклона электродов электростатическая сила притяжения между заряженными электродами уменьшается, а величины критического напряжения и смещения возрастают. Установлено, что увеличение числа электродов в несбалансированном конденсаторе будет приводить к уменьшению диапазона контролируемого смещения подвижных электродов и величины критического напряжения.

*Ключевые слова:* МЭМС, преобразование энергии, эффект схлопывания, режим работы с контролируемым напряжением, микромеханический конденсатор, электростатическая сила, диапазон контролируемого смещения электрода, критические значения.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-4-58-69

### Введение

Благодаря развитию элементной базы низкопотребляющей микроэлектроники и беспроводных систем связи область применения микроэлектромеханических систем (МЭМС) существенно расширилась. Сегодня она включает в себя не только отдельные сенсоры и актюаторы, но и целые беспроводные информационно-измерительные системы, состоящие из множества автономных сенсоров и актюаторов, объединенных в общую сеть посредством радиоканала [1]. МЭМС в таких системах могут быть использованы также в качестве микрогенераторов и рекуператоров электрической энергии [2–7] и таким образом служить альтернативой традиционным химическим источникам питания, обеспечивая автономность беспроводных информационно-измерительных систем.

При проектировании и разработке МЭМС необходимо учитывать электромеханические взаимодействия между различными элементами конструкции [8–11]. Эти взаимодействия в первую очередь определяют диапазоны контролируемого перемещения подвижных элементов МЭМС, диапазоны изменений емкости, мак-

---

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках базовой части государственного задания, шифр проекта 8.6847.2017/БЧ, тема проекта: «Разработка теоретических основ построения измерительного оборудования для телекоммуникационных систем, содержащего мощные СВЧ аттенуаторы, полосовые фильтры с заданными частотами режекции и микрополосковые печатные антенны».

симально достижимые емкости, допустимые напряжения и заряды. Обычно при анализе электромеханических взаимодействий используют модели МЭМС с параллельными электродами. Однако существующие технологии не позволяют гарантировать параллельность электродов. При этом непараллельность электродов может появляться из-за технологических погрешностей при изготовлении и сборке устройства [12, 13], а также в процессе эксплуатации при изменении направления движения системы из-за появления вращающих моментов [2]. Поэтому возникает необходимость в разработке математических моделей, все более адекватно учитывающих особенности этих взаимодействий в реальных устройствах.

В [14, 15] мы рассмотрели влияние непараллельности электродов на электрические емкости и силы в МЭМС со сбалансированной гребенчатой конструкцией электродов в режимах с контролируемым напряжением и зарядом. В данной работе проводится исследование влияния непараллельности электродов на электрические емкости и силы в МЭМС с несбалансированной гребенчатой конструкцией электродов в режиме с контролируемым напряжением.

### 1. МЭМС с гребенчатой конструкцией электродов

В качестве объекта исследования влияния непараллельности электродов на электрические емкости и силы в несбалансированных МЭМС рассмотрим микроэлектромеханический конденсатор с гребенчатой (встречно-штыревой) конструкцией электродов (рис. 1), содержащий четное число неподвижных  $2$  и подвижных  $l$  непараллельных электродов длиной  $a$ , шириной  $b$  каждый, наименьшим и наибольшим начальными межэлектродными зазорами  $d_0$  и  $d_0 + 2\Delta$ . В данной конструкции подвижные электроды, закрепленные на упругом подвесе  $3$ , могут перемещаться относительно неподвижных вдоль оси  $x$  (рис. 1,  $a$ ). В расчетах также примем, что при смещении подвижных электродов угол наклона  $\alpha$  не изменяется. Анализ проведем в приближении  $2\Delta \ll b$ .

В случае пренебрежения особенностями распределения электрического поля у краев электродов (краевыми эффектами) зависимость емкости двух- и  $N$ -электродного конденсатора с несбалансированной гребенчатой конструкцией электродов и непараллельными электродами от геометрических размеров может быть рассчитана соответственно с помощью выражений

$$C_{2\text{com}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon ab}{2\Delta} \left[ \ln \left( \frac{d_0 + 2\Delta - x}{d_0 - x} \right) \right], \quad (1)$$

$$C_{N\text{com}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon ab}{2\Delta} \left[ 0,5N \ln \left( \frac{d_0 + 2\Delta - x}{d_0 - x} \right) + (0,5N - 1) \ln \left( \frac{d_0 + 2\Delta + x}{d_0 + x} \right) \right], \quad (2)$$

где  $\varepsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость среды между электродами,  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная,  $N$  – полное число электродов ( $N \geq 4$ ).

При параллельных электродах (1) и (2) приводятся к виду

$$C_{2_0} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon ab}{d_0 - x},$$

$$C_{N_0} = \varepsilon_0 \varepsilon ab \frac{(N-1)d_0 + x}{d_0^2 - x^2}.$$

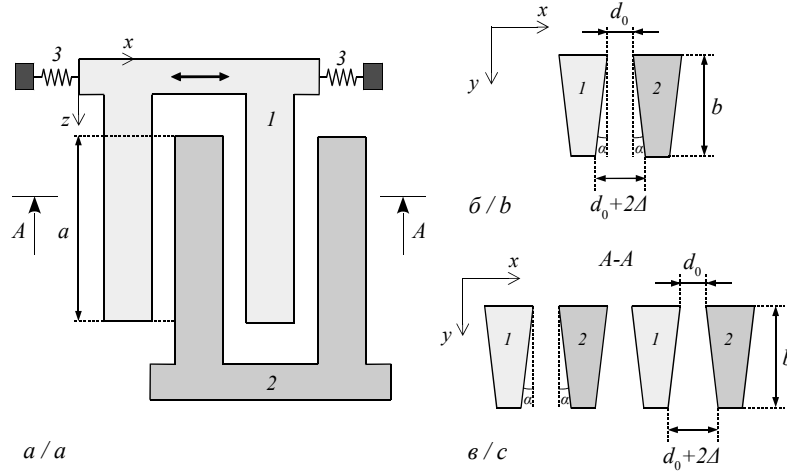


Рис. 1 – Конструкция гребенчатого несбалансированного МЭМ конденсатора с непараллельными электродами:

1 – подвижный электрод, 2 – неподвижный электрод, 3 – упругий подвес. Вид сверху (а) и сечения для двухэлектродного (б) и четырехэлектродного (в) конденсатора. Движение осуществляется вдоль оси  $x$

Fig. 1 – The design of the interdigitated MEM capacitor with non-parallel electrodes: 1 is a movable electrode, 2 is a fixed electrode, 3 is a spring suspension. Top view (a) and cross-section for two-electrode (b) and four-electrode (c) capacitors. The movement is carried out along the  $x$ -axis

Будем полагать, что при очень медленном изменении напряжения (квазистатический случай) на электроды действуют только возвращающая сила упругости подвеса и электрическая сила притяжения между разноименно заряженными электродами. В режиме с контролируемым напряжением выражение для потенциальной энергии системы может быть представлено в виде

$$W_V = \frac{1}{2} kx^2 - \frac{C_{\text{com}} V^2}{2}, \quad (3)$$

где  $k$  – жесткость упругого подвеса,  $x$  – величина смещения подвижного электрода от начального положения, когда минимальный межэлектродный зазор равняется  $d_0$ ,  $V$  – напряжение между электродами конденсатора и  $C_{\text{com}}$  – емкость конденсатора.

С учетом (1) и (2) выражение (3) в безразмерных переменных для двух- и  $N$ -электродного конденсатора с гребенчатой конструкцией электродов и непараллельными электродами принимает вид

$$\tilde{W} 2_V = \frac{\tilde{x}^2}{2} - \frac{\lambda_V}{2\tilde{\Delta}} \ln \left( \frac{1+2\tilde{\Delta}-\tilde{x}}{1-\tilde{x}} \right), \quad (4)$$

$$\tilde{W} N_V = \frac{\tilde{x}^2}{2} - \frac{\lambda_V}{2\tilde{\Delta}} \left[ 0,5N \ln \left( \frac{1+2\tilde{\Delta}-\tilde{x}}{1-\tilde{x}} \right) + (0,5N-1) \ln \left( \frac{1+2\tilde{\Delta}+\tilde{x}}{1+\tilde{x}} \right) \right], \quad (5)$$

где  $\tilde{W} = W/(kd_0^2)$ ,  $\tilde{x} = x/d_0$ ,  $\lambda_V = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon ab V^2}{2kd_0^3}$ ,  $\tilde{\Delta} = \Delta/d_0$ .

На рис. 2, *a* и *б* приведены зависимости потенциальной энергии  $\tilde{W}2_V$  от относительного смещения подвижного электрода  $\tilde{x}$ , рассчитанные при нескольких значениях приведенного напряжения  $\lambda_V$  с использованием (4) для двухэлектродного конденсатора с гребенчатой конструкцией электродов (рис. 1, *б*). Рис. 2, *a* – для конденсатора с параллельными электродами  $\tilde{\Delta} = 0$ , рис. 2, *б* – для конденсатора с непараллельными электродами при  $\tilde{\Delta} = 1$ .

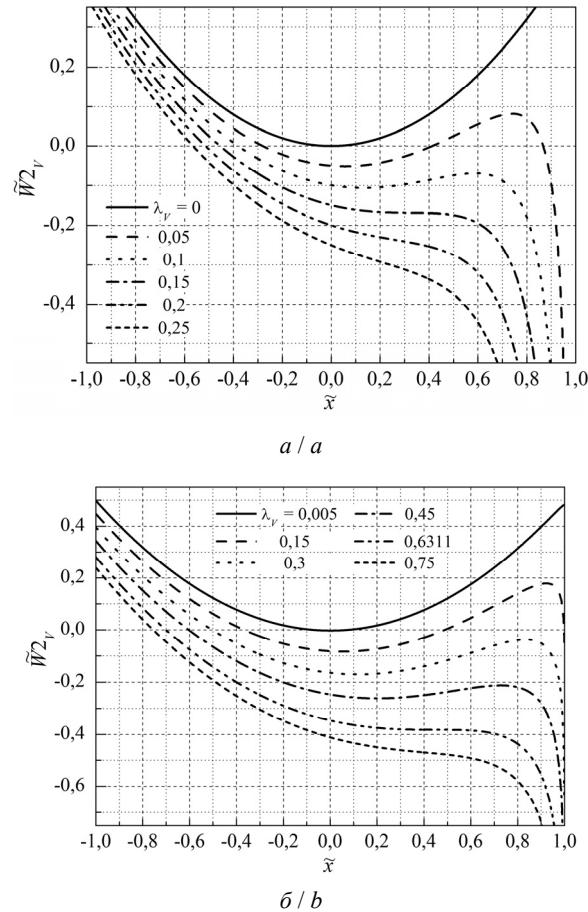


Рис. 2 – Зависимости приведенной потенциальной энергии  $\tilde{W}2_V$  для двухэлектродного конденсатора от относительного смещения подвижного электрода  $\tilde{x}$  :

*a* – конденсатор с параллельными электродами  $\tilde{\Delta} = 0$  и  $\lambda_V = 0, 0,05, 0,1, 0,15, 0,2$  и  $0,25$ ; *б* – конденсатор с непараллельными электродами  $\tilde{\Delta} = 1$  и  $\lambda_V = 0,005, 0,15, 0,3, 0,45, 0,6311$  и  $0,75$

Fig. 2 – Dependences of the normalized potential energy  $\tilde{W}2_V$  on the relative displacement of a movable electrode  $\tilde{x}$  :

*a* – the capacitor with parallel electrodes  $\tilde{\Delta} = 0$  and  $\lambda_V = 0, 0,05, 0,1, 0,15, 0,2$  and  $0,25$ ; *b* – the capacitor with non-parallel electrodes  $\tilde{\Delta} = 1$  and  $\lambda_V = 0,005, 0,15, 0,3, 0,45, 0,6311$  and  $0,75$

Из рис. 2 видно, что в обоих случаях при увеличении приложенного напряжения точка устойчивого равновесия, соответствующая минимуму потенциальной энергии, монотонно смещается от точки  $\tilde{x} = 0$  в сторону  $\tilde{x} = 1$ . При этом диапазон контролируемого смещения подвижного электрода у конденсатора с параллельными электродами (рис. 2, а) простирается от  $\tilde{x} = 0$  до  $\tilde{x}_{кр} = 1/3$ , что соответствует увеличению приведенного напряжения от  $\lambda_V = 0$  до  $\lambda_{Vкр} = 0,14815$ .

Анализ (4), а также рис. 2, б показывают, что с увеличением взаимного наклона электродов диапазон контролируемого смещения подвижного электрода у двухэлектродного конденсатора увеличивается. При этом точка максимального смещения (критического смещения) при заданном наклоне электродов определяется выражением

$$\tilde{x}_{кр} = \left( 2\tilde{\Delta} - \sqrt{4\tilde{\Delta}^2 + 2\tilde{\Delta} + 2} \right) / 3. \quad (6)$$

Это критическое смещение будет достигнуто при

$$\lambda_{Vкр} = \tilde{x}_{кр} (1 - \tilde{x}_{кр}) (1 + 2\tilde{\Delta} - \tilde{x}_{кр}). \quad (7)$$

Согласно (6) при увеличении относительного наклона  $\tilde{\Delta}$  относительное критическое смещение  $\tilde{x}_{кр}$  будет стремиться к 0,5.

Увеличение диапазона контролируемого смещения подвижного электрода и величины  $\lambda_{Vкр}$  связано с уменьшением электростатической силы:

$$F 2_V = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon a b V^2}{2d_0^2} \frac{1}{(1 + 2\tilde{\Delta} - \tilde{x})(1 - \tilde{x})} \quad (8)$$

при увеличении взаимного наклона электродов и неизменном приложенном напряжении. На рис. 3 приведена зависимость нормированной электростатической силы от относительного наклона электродов при неизменном напряжении между электродами, рассчитанная с использованием (8) и методом конечных элементов (МКЭ). Видно хорошее совпадение результатов расчетов. Таким образом, есть основание полагать, что приведенные выражения достаточно адекватно моделируют поведение потенциальной энергии, емкости и электростатической силы для несбалансированных МЭМС при изменении параметров системы и их можно использовать на этапе предварительного проектирования несбалансированных МЭМС.

На характеристики несбалансированных МЭМС влияет и изменение количества электродов  $N$ .

Анализ показывает, что увеличение числа электродов в несбалансированном конденсаторе будет приводить к уменьшению диапазона контролируемого смещения подвижных электродов и величины  $\lambda_{Vкр}$ .

На рис. 4, а и б приведены зависимости потенциальной энергии  $\tilde{W} 4_V$  от относительного смещения подвижного электрода  $\tilde{x}$ , рассчитанные при нескольких значениях приведенного напряжения  $\lambda_V$  с использованием (5) для несбалансированного четырехэлектродного конденсатора с гребенчатой конструкцией электродов (см. рис. 1, в). Рис. 4, а – для конденсатора с параллельными электродами  $\tilde{\Delta} = 0$ , рис. 4, б – для конденсатора с непараллельными электродами при  $\tilde{\Delta} = 1$ .

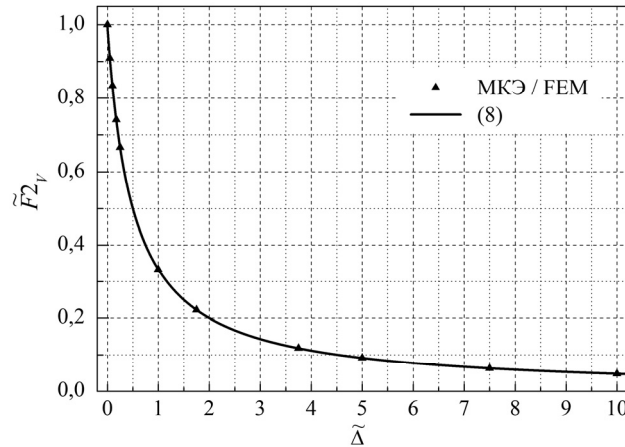


Рис. 3 – Зависимость нормированной электростатической силы притяжения от относительного наклона электродов при неизменном напряжении между электродами:

треугольники – расчет с помощью МКЭ, линия – с помощью (8)

Fig. 3 – The dependence of the normalized electrostatic attractive force on the relative electrodes incline at constant voltage between the electrodes:

triangles are FEM modeling, line is calculation using (8)

Из рис. 4, а видно, что в случае конденсатора с четырьмя параллельными электродами при увеличении приложенного напряжения точка устойчивого равновесия, соответствующая минимуму потенциальной энергии, монотонно смещается от  $\tilde{x} = 0$  только до  $\tilde{x}_{кр} \cong 0,2783$ . Таким образом, в данном случае диапазон контролируемого смещения подвижного электрода уменьшается по сравнению с двухэлектродным конденсатором почти на 17 %. При этом  $\lambda_{V,кр}$  уменьшится до 0,08621, т. е. примерно на 42 %.

В общем случае величины  $\tilde{x}_{кр}$  и  $\lambda_{V,кр}$  при четном числе параллельных электродов  $N$  (несбалансированная система) можно определить, используя выражения

$$\tilde{x}_{кр} = \frac{2 - 2N - Az}{3} + \left( \frac{2}{9} Az^3 - \sqrt[3]{2N - N^2} + \frac{30N + 2 + 16N^3 - 48N^2}{9Az} \right)^{\frac{1}{2}}$$

и

$$\lambda_{V,кр} = \frac{\tilde{x}_{кр} (1 - \tilde{x}_{кр}^2)^2}{2(N - 1)\tilde{x}_{кр} + 1 + \tilde{x}_{кр}^2},$$

где

$$Az = \sqrt{4N^2 - 8N + 1 + 3\sqrt[3]{2N - N^2}}$$

Анализ показывает, что при увеличении числа электродов и  $\tilde{x}_{кр}$ , и  $\lambda_{V,кр}$  стремятся к нулю, а при увеличении наклона электродов критические значения  $\tilde{x}_{кр}$  и  $\lambda_{V,кр}$  возрастают, что обусловлено особенностями изменения электростатической силы

$$FN_V = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon ab V^2}{2d_0^2} \frac{2\tilde{x}(N-1)(1+\tilde{\Delta})+1+2\tilde{\Delta}+\tilde{x}^2}{[(1+2\tilde{\Delta})^2-\tilde{x}^2](1-\tilde{x}^2)}$$

при изменении числа и наклона электродов в несбалансированных МЭМС.

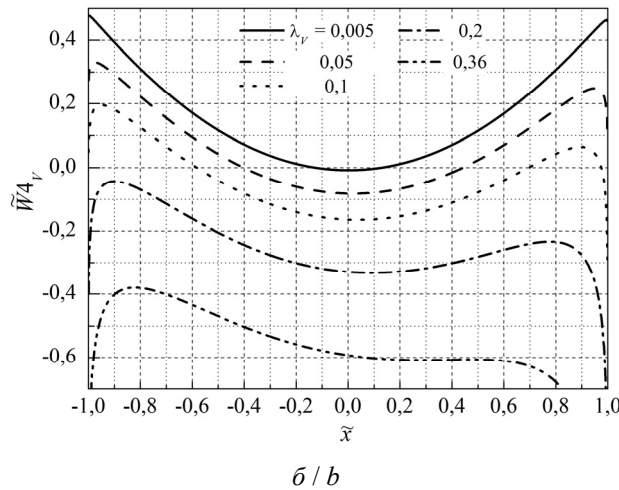
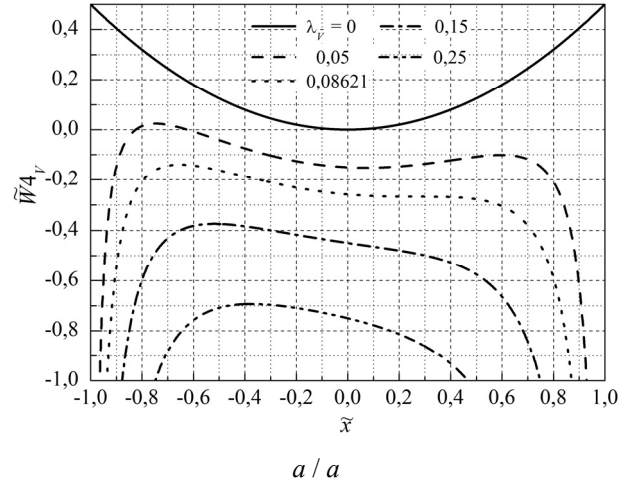


Рис. 4 – Зависимости приведенной потенциальной энергии  $\tilde{W}4_V$  от относительного смещения подвижных электродов  $\tilde{x}$  :

$a$  – конденсатор с четырьмя параллельными электродами  $\tilde{\Delta} = 0$  и  $\lambda_V = 0, 0,05, 0,08621, 0,15$  и  $0,25$ ;  $b$  – конденсатор с четырьмя непараллельными электродами  $\tilde{\Delta} = 1$ , а  $\lambda_V = 0,005, 0,05, 0,1, 0,2$  и  $0,36$

Fig. 4 – Dependences of the normalized potential energy  $\tilde{W}4_V$  on the relative displacement of movable electrodes  $\tilde{x}$  :

$a$  – the four-electrode capacitor with parallel electrodes  $\tilde{\Delta} = 0$  and  $\lambda_V = 0, 0,05, 0,08621, 0,15$  and  $0,25$ ;  $b$  – the four-electrode capacitor with non-parallel electrodes  $\tilde{\Delta} = 1$  and  $\lambda_V = 0,005, 0,05, 0,1, 0,2$  and  $0,36$



На рис. 5 приведены зависимости критического смещения подвижного электрода от числа электродов МЭМС при нескольких значениях относительного наклона электродов  $\tilde{\Delta}$ .

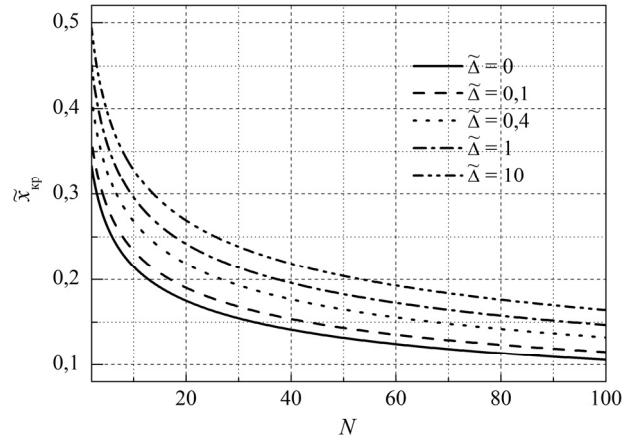


Рис. 5 – Зависимости критического смещения  $\tilde{x}_{кр}$  подвижного электрода от числа электродов  $N$  при  $\tilde{\Delta} = 0, 0,1, 0,4, 1$  и  $10$

Fig. 5 – Dependences of the critical displacement  $\tilde{x}_{кр}$  of the movable electrode on the number of electrodes  $N$  at  $\tilde{\Delta} = 0, 0,1, 0,4, 1$  and  $10$

Определив, используя рис. 5,  $\tilde{x}_{кр}$ , для данного числа электродов  $N$  из соотношения

$$\lambda_{V,кр} = \frac{\tilde{x}_{кр}(1 - \tilde{x}_{кр}^2) \left[ (1 + 2\tilde{\Delta})^2 - \tilde{x}_{кр}^2 \right]}{2(N-1)\tilde{x}_{кр} + 2(N-1)\tilde{x}_{кр}\tilde{\Delta} + 1 + 2\tilde{\Delta} + \tilde{x}_{кр}^2},$$

можно определить и максимально допустимое (критическое) значение приведенного напряжения  $\lambda_{V,кр}$ . Отметим, что для несбалансированной системы  $N$  (полное число электродов) есть целое четное число.

### Заключение

Исследовано влияние непараллельности электродов на электромеханические взаимодействия для МЭМС с несбалансированной гребенчатой конструкцией электродов в режиме с контролируемым напряжением.

Получены выражения для расчета потенциальной энергии, электростатической силы, критического напряжения и величины смещения подвижного электрода при различных числе и наклонах электродов, необходимые для проектирования МЭМС с учетом их реальных конструктивных особенностей.

Показано, что в несбалансированных МЭМС при увеличении относительного наклона электродов электростатическая сила притяжения между заряженными электродами уменьшается, а величины критических напряжения и смещения возрастают.

Установлено, что увеличение числа электродов в несбалансированном конденсаторе будет приводить к уменьшению диапазона контролируемого смещения подвижных электродов и величины критического напряжения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Khan S., Pathan A.-S.K., Alrajeh N.A.** Wireless sensor networks: current status and future trends. – Boca Raton: CRC Press, 2016. – 546 p.
2. **Roundy S., Wright P.K., Rabaey J.** A study of low level vibrations as a power source for wireless sensors nodes // Computer Communications. – 2003. – Vol. 26. – P. 1131–1144. – doi: [https://doi.org/10.1016/S0140-3664\(02\)00248-7](https://doi.org/10.1016/S0140-3664(02)00248-7).
3. **Khan F.U., Qadir M.U.** State-of-the-art in vibration-based electrostatic energy harvesting // Journal of Micromechanics and Microengineering. – 2015. – Vol. 26, N 10. – Art. 103001. – doi: 10.1088/0960-1317/26/10/103001.
4. MEMS electrostatic vibration energy harvester without switches and inductive elements / V. Dorzhiev, A. Karami, P. Basset, V. Dragunov, D. Galayko // Journal of Physics: Conference Series. – 2014. – Vol. 557, N 1. – P. 012126/1–012126/5. – doi: 10.1088/1742-6596/557/1/012126.
5. **Драгунов В.П., Остертак Д.И.** Архитектура и анализ схем МЭМ рекуператоров электрической энергии // Нано- и микросистемная техника. – 2011. – № 4 (129). – С. 49–54.
6. **Kwon D., Rincon-Mora G.A., Torres E.O.** Harvesting ambient kinetic energy with switched-inductor converters // IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers. – 2011. – Vol. 58, N 7. – P. 1551–1560. – doi: 10.1109/TCSI.2011.2142731.
7. **Драгунов В.П., Остертак Д.И.** Электростатический микроэлектромеханический преобразователь с последовательной схемой включения компонентов // Нано- и микросистемная техника. – 2010. – № 6 (119). – С. 37–43.
8. **Драгунов В.П., Остертак Д.И.** Анализ электромеханических процессов в МЭМП с изменяющейся площадью перекрытия электродов // Научный вестник НГТУ. – 2009. – № 2 (35). – С. 115–127.
9. Electrostatic pull-in instability in MEMS/NEMS: a review / W.-M. Zhang, H. Yan, Z.-K. Peng, G. Meng // Sensors and Actuators A: Physical. – 2014. – Vol. 214. – P. 187–218. – doi: <https://doi.org/10.1016/j.sna.2014.04.025>.
10. **Остертак Д.И.** Анализ электростатических взаимодействий в плоскопараллельных МЭМС с учетом краевых эффектов в 3D-приближении // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2017. – № 1 (34). – С. 116–132. – doi: 10.17212/1727-2769-2017-1-116-132.
11. **Блум К.Е., Остертак Д.И.** Расчет емкости гребенчатого переменного конденсатора для электростатического вибрационного генератора энергии с учетом краевых эффектов // Нано- и микросистемная техника. – 2016. – Т. 18, № 7. – С. 424–431.
12. Wideband MEMS electrostatic vibration energy harvesters based on gap-closing interdigitated combs with a trapezoidal section / R. Guillemet, P. Basset, D. Galayko, F. Cottone, F. Marty, T. Bourouina // Proceedings IEEE 26th International Conference on MEMS. – Taipei, 2013. – P. 817–820. – doi: 10.1109/MEMSYS.2013.6474368.
13. **Ardito R., Baldassarre L., Corigliano A.** On the numerical evaluation of capacitance and electrostatic forces in MEMS // 10th International Conference on Thermal, Mechanical and Multiphysics Simulation and Experiments in Micro-Electronics and Micro-Systems, Euro-SimE 2009, Delft, The Netherlands, 26–29 April 2009. – Delft, 2009. – P. 1–8. – doi: <https://doi.org/10.1109/ESIME.2009.4938495>.
14. **Драгунов В.П., Синицкий Р.Е., Киселев Д.Е.** Влияние непараллельных электродов на характеристики МЭМС в режиме с контролируемым зарядом // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2017. – № 1 (34). – С. 58–71. – doi: 10.17212/1727-2769-2017-1-58-71.
15. **Драгунов В.П., Киселев Д.Е., Синицкий Р.Е.** Особенности электромеханических взаимодействий в МЭМС с непараллельными электродами // Нано- и микросистемная техника. – 2017. – № 6. – С. 360–369. – doi: 10.17587/nmst.19.360–369.

## PECULIARITIES OF UNBALANCED MEMS OPERATION

**Dragunov V.P., Ostertak D.I., Dragunova E.V.***Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

Electromechanical interactions are one of the most important factors which define parameters of microelectromechanical systems (MEMS). In this connection analytical expressions which make it possible to calculate capacitances and forces with a sufficient accuracy are of great interest. This paper describes the results of an investigation into an effect of electrodes nonparallelism on electro-mechanical interactions in unbalanced MEMS having a comb geometry of electrodes in the voltage controlled mode. Expressions for calculating potential energy, electrostatic force, critical voltage and a movable electrode displacement at different electrode angles are derived. Such expressions are necessary to design MEMS taking into account their actual structural features. It is shown that in unbalanced MEMS when a relative electrode angle increases, the electrostatic force of attraction between charged electrodes decreases, while critical voltage and displacement values increase. It is shown that an increase in the number of electrodes in an unbalanced capacitor results in the reduction in the range of movable electrode controlled displacement as well as in the critical voltage range.

*Keywords:* MEMS, energy conversion, pull-in effect, controlled voltage mode, micromechanical capacitor, electrostatic force, electrode displacement controlled range, critical values.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-4-58-69

## REFERENCES

1. Khan S., Pathan A.-S.K., Alrajeh N.A. *Wireless sensor networks: current status and future trends*. Boca Raton, CRC Press, 2016. 546 p.
2. Roundy S., Wright P.K., Rabaey J. A study of low level vibrations as a power source for wireless sensors nodes. *Computer Communications*, 2003, vol. 26, pp. 1131–1144. doi: [https://doi.org/10.1016/S0140-3664\(02\)00248-7](https://doi.org/10.1016/S0140-3664(02)00248-7).
3. Khan F.U., Qadir M.U. State-of-the-art in vibration-based electrostatic energy harvesting. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 2015, vol. 26, no. 10, art. 103001. doi: 10.1088/0960-1317/26/10/103001.
4. Dorzhiev V., Karami A., Basset P., Dragunov V., Galayko D. MEMS electrostatic vibration energy harvester without switches and inductive elements. *Journal of Physics: Conference Series*, 2014, vol. 557, no. 1, pp. 012126/1–012126/5. doi: 10.1088/1742-6596/557/1/012126.
5. Dragunov V.P., Ostertak D.I. Архитектура и анализ схем MEM рекуператоров электрической энергии [Architecture and analysis of circuits of microelectromechanical electrical energy recuperators]. *Nano- i mikrosistemnaya tekhnika – Journal of Nano- and Microsystem Technique*, 2011, no. 4 (129), pp. 49–54.
6. Kwon D., Rincon-Mora G.A., Torres E.O. Harvesting ambient kinetic energy with switched-inductor converters. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2011, vol. 58, no. 7, pp. 1551–1560. doi: 10.1109/TCSI.2011.2142731.
7. Dragunov V.P., Ostertak D.I. Электростатический микроэлектромеханический преобразователь с последовательной схемой включения компонентов [An electrostatic microelectromechanical converter with a series circuit]. *Nano- i mikrosistemnaya tekhnika – Journal of Nano- and Microsystem Technique*, 2010, no. 6 (119), pp. 37–43.
8. Dragunov V.P., Ostertak D.I. Анализ электромеханических процессов в MEMS с изменением площади перекрытия электродов [The analysis of electromechanical operation of in-plane overlap MEMS converter]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2009, no. 2 (35), pp. 115–127.
9. Zhang W.-M., Yan H., Peng Z.-K., Meng G. Electrostatic pull-in instability in MEMS/NEMS: a review. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2014, vol. 214, pp. 187–218. doi: <https://doi.org/10.1016/j.sna.2014.04.025>.
10. Ostertak D.I. Анализ электростатических взаимодействий в плоскопараллельных MEMS с учетом краевых эффектов в 3D-приближении [An analysis of electrostatic interactions in parallel-plate MEMS with regard to fringing field effects within a 3D-approach]. *Doklady Akademii*

- nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2017, no. 1 (34), pp. 116–132. doi: 10.17212/1727-2769-2017-1-116-132.
11. Blum K.E., Ostertak D.I. Raschet emkosti grebenchatogo peremennogo kondensatora dlya elektrosticheskogo vibratsionnogo generatora energii s uchetom kraevykh effektov [Capacitance calculation of the comb variable capacitor for the electrostatic vibration energy harvester in consideration of fringing field effects]. *Nano- i mikrosistemnaya tekhnika – Journal of Nano- and Microsystem Technique*, 2016, vol. 18, no. 7, pp. 424–431.
  12. Guillemin R., Basset P., Galayko D., Cottone F., Marty F., Bourouina T. Wideband MEMS electrostatic vibration energy harvesters based on gap-closing interdigitated combs with a trapezoidal section. *Proceedings IEEE 26th International Conference on MEMS, Taipei*, 2013, pp. 817–820. doi: 10.1109/MEMSYS.2013.6474368.
  13. Ardito R., Baldassarre L., Corigliano A. On the numerical evaluation of capacitance and electrostatic forces in MEMS. *10th Int. Conf. on Thermal, Mechanical and Multiphysics Simulation and Experiments in Micro-Electronics and Micro-Systems, EuroSimE 2009*, Delft, The Netherlands, 26–29 April 2009, pp. 1–8. doi: <https://doi.org/10.1109/ESIME.2009.4938495>.
  14. Dragunov V.P., Sinitskii R.E., Kiselev D.E. Vliyaniye neparallelnykh elektrodov na kharakteristiki MEMS v rezhime s kontroliruemym zaryadom [Influence of electrode nonparallelism on MEMS characteristics in a controlled charge mode]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2017, no. 1 (34), pp. 58–71. doi: 10.17212/1727-2769-2017-1-58-71.
  15. Dragunov V.P., Kiselev D.E., Sinitskii R.E. Osobennosti elektromekhanicheskikh vzaimodeistvii v MEMS s neparallelnymi elektrodami [Specific features of the electromechanical interactions in MEMS with nonparallel electrodes]. *Nano- i mikrosistemnaya tekhnika – Journal of Nano- and Microsystem Technique*, 2017, no. 6, pp. 360–369. doi: 10.17587/nmst.19.360-369.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Драгунов Валерий Павлович** – родился в 1947 году, д-р техн. наук, доцент, профессор кафедры ППИМЭ Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: наноэлектроника, физика низкоразмерных структур, нано- и микросистемная техника. Опубликовано более 140 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: drag@adm.nstu.ru).

**Dragunov Valery Pavlovich** (b. 1947) – Doctor of Science (Eng.), assistant professor, professor at Department of Semiconductor Devices and Microelectronics, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on nanoelectronics, physics of low-dimensional structures, and nano- and microsystem technology. He is the author of more than 140 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: drag@adm.nstu.ru).



**Остертак Дмитрий Иванович** – родился в 1983 году, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры полупроводниковых приборов и микрорэлектроники Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: нано- и микросистемная техника. Опубликовано 40 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса 20. E-mail: ostertak@ngs.ru, ostertak@corp.nstu.ru).

**Ostertak Dmitriy Ivanovich** (b. 1983) – PhD (Eng.), associate professor, associate professor at the Department of Semiconductor Devices and Microelectronics, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on nano- and microsystem engineering. He is the author of 40 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: ostertak@ngs.ru, ostertak@corp.nstu.ru).



**Драгунова Евгения Валерьевна** – родилась в 1978 году, канд. экон. наук, доцент, доцент кафедры экономической информатики Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов – информационные технологии, изучение типологий роста высокотехнологичных компаний. Опубликовано более 80 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса 20. E-mail: EVDragunova@ngs.ru, Dragunova@corp.nstu.ru).

**Dragunova Evgeniya Valer'evna** (b. 1978) – PhD, associate professor, associate professor at the Department of Computer Science in Economics, Novosibirsk State Technical University. The area of her scientific interests is information technology, growth typologies of high-tech enterprises. She is the author of more than 80 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: EVDragunova@ngs.ru, Dragunova@corp.nstu.ru).

*Статья поступила 15 декабря 2017 г.  
Received December 15, 2017*

---

To Reference:

Dragunov V.P., Ostertak D.I., Dragunova E.V. Osobennosti funktsionirovaniya nesbalansirovannykh MEMS [Peculiarities of unbalanced MEMS operation]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2017, no. 4 (37), pp. 58–69. doi: 10.17212/1727-2769-2017-4-58-69

УДК 621.3

## РАЗРАБОТКА МИКРОПРОЦЕССОРНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ УСОВЕРШЕНСТВОВАННЫМ ЗОННЫМ ВЫПРЯМИТЕЛЕМ ЛЕСТНИЧНОГО ТИПА

**А.В. Капустин, И.К. Алексеева, В.В. Иванов, С.В. Мятеж**  
*Новосибирский государственный технический университет*

В настоящее время наиболее энергоэффективным устройством, предназначенным для преобразования переменного тока в постоянный, является зонный преобразователь, построенный на базе управляемых силовых полупроводниковых приборов: тиристоров и транзисторов. В основе этих преобразователей лежит метод зонно-фазового регулирования. В работе рассматривается построение микропроцессорной системы управления силовым модулем усовершенствованного четырехзонного выпрямителя. Поставлены и решены задачи, направленные на достижение энергоэффективности, обоснована актуальность задач. Показаны этапы разработки микропроцессорной системы управления, включающие создание драйверов с гальванической развязкой для управления тиристорами и транзисторами, устройства синхронизации с питающей сетью. Приведен алгоритм управления силовыми полупроводниковыми приборами, заложенный в программу управления. Для лучшего понимания принципа работы системы приведена блок-схема, составленная по написанной для микроконтроллера программе, которая отражает алгоритм работы системы управления. По проделанной работе сделаны выводы и намечены цели для дальнейших исследований.

*Ключевые слова:* микропроцессорная система, зонный выпрямитель, оптическая гальваническая развязка, синхронизация с сетью.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-4-70-79

### Введение

Повышение энергетических показателей является одним из важнейших направлений развития электротехники, так как от них напрямую зависит экономия электроэнергии, производство которой с каждым годом становится дороже. На кафедре ЭТК НГТУ ведутся разработки по усовершенствованию имеющихся преобразовательных устройств с улучшенными энергетическими показателями [1]. В этих устройствах используются современные силовые полупроводниковые приборы (СПП) – IGBT транзисторы, обеспечивающие возможность секторного регулирования, и тиристоры, которые требуют наличия эффективной и безопасной системы управления. На рис. 1 показана структурная схема преобразователя, установленного на электропоезд.

В ходе исследований должны быть решены следующие задачи:

- создание алгоритма управления усовершенствованной схемой зонного выпрямителя;
- составление программы для однокристального микроконтроллера;
- обеспечение согласованной работы системы управления с силовым модулем;
- проверка работоспособности системы путем проведения эксперимента.

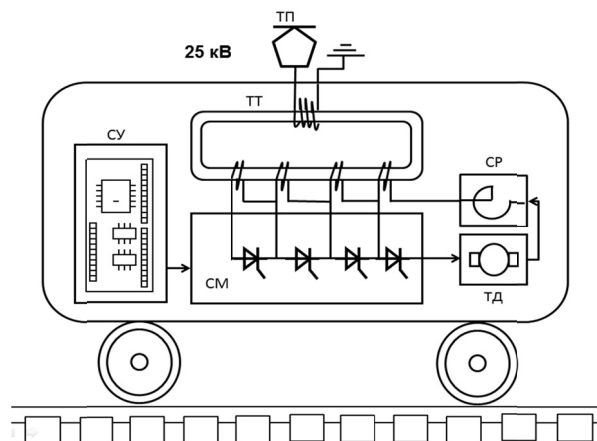


Рис. 1 – Структурная схема преобразователя, установленного на электропоезд: ТП – токоприемник, ТТ – тяговый трансформатор, СУ – система управления, СР – сглаживающий реактор, ТД – тяговый двигатель, СМ – силовой модуль

Fig. 1 – The structural diagram of the converter installed on the electric train: ТП is a pantograph, ТТ is a traction transformer, СУ is a control system, СР is a smoothing reactor, ТД is a traction engine, СМ is a power module

### 1. Разработка системы управления

Для правильного функционирования силового модуля зонного выпрямителя предлагается электронная микропроцессорная система, представляющая как аппаратную, так и программную реализацию многоканальной системы управления. Ввиду того, что отдельные части силового модуля схемы будут находиться под различными потенциалами большой величины (рис. 2) [2], возникает опасность электрического пробоя низковольтной части системы управления и потери управления электровозом. Высокий электрический потенциал, кроме того, представляет опасность для человека, который работает непосредственно с системой управления.

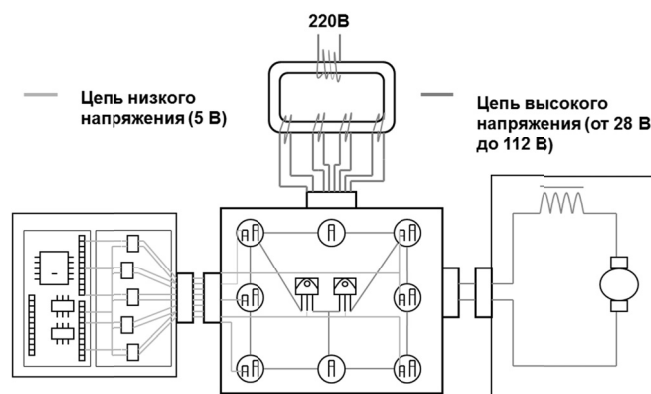


Рис. 2 – Структурная схема модели

Fig. 2 – Structural diagram of the model

Во избежание этого необходимо предусмотреть связующий элемент между системой управления и силовым модулем. Таким элементом в работе предложен модуль драйверов с гальванической развязкой, наличие которой позволит обеспечить передачу сигналов управления без передачи опасного электрического потенциала (рис. 3) [3].

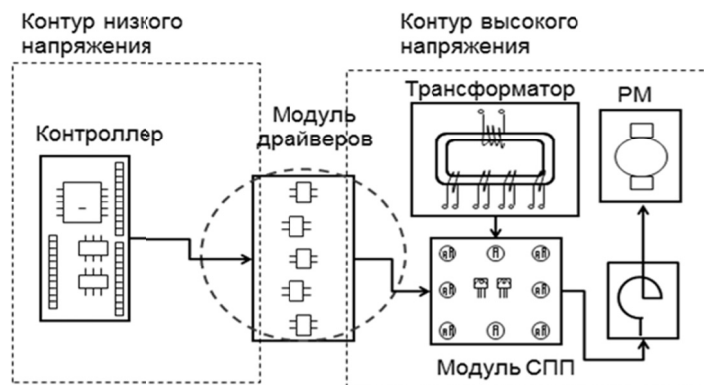


Рис.3 – Гальваническая развязка между цепями с разными потенциалами

Fig. 3 – Galvanic isolation between circuits with different potentials

Гальваническая развязка в модуле драйвера достигнута благодаря использованию оптрона. Авторами разработаны и успешно испытаны на практике модули драйверов с гальванической развязкой для управления IGBT-транзисторами и тиристорами. Схемные решения таких драйверов, предложенные авторами, приведены на рис. 4 и 5.

Такие драйверы исключают выход из строя системы управления в случае пробоя СПП силового модуля и снижают риск поражения электрическим током.

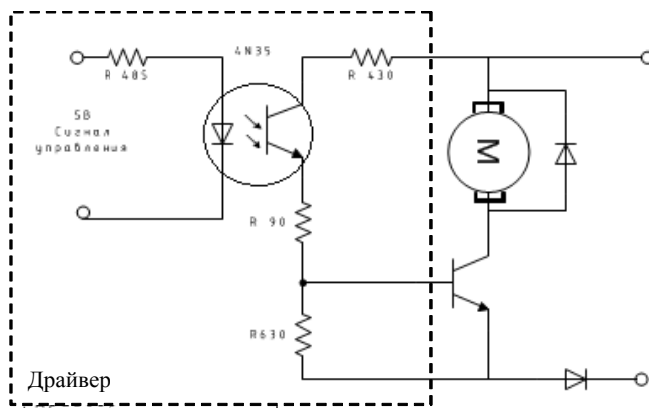


Рис.4 – Электрическая схема драйвера для одного транзистора

Fig. 4 – The driver electric circuit for a single transistor

Чтобы правильно организовать управление в сети переменного тока, на управляемые СПП выпрямителя необходимо подавать импульсы управления в определенные моменты времени, которые синхронизованы по фазе с питающим напряжением. Для этого необходимо устройство, позволяющее определить начало



отсчета в сети однофазного переменного тока. В качестве источника сигнала положения фазы питающего напряжения используется одна из вторичных обмоток силового трансформатора. Напряжение с этой обмотки подается на устройство – детектор, которое программным путем отслеживает положение синусоиды питающего напряжения в режиме реального времени.

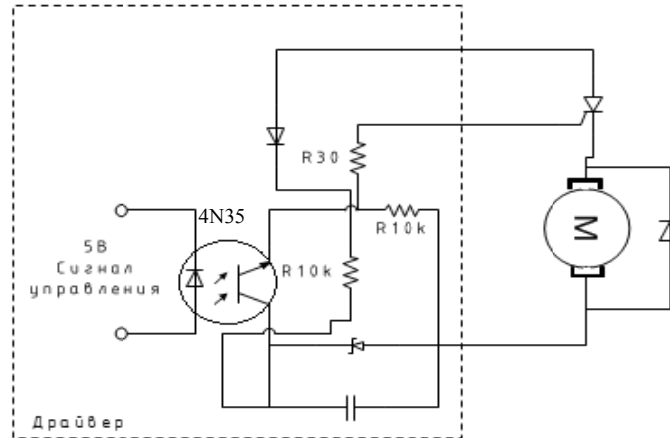


Рис. 5 – Электрическая схема драйвера для одного тиристора  
 Fig. 5 – The driver electric circuit for a single thyristor

В основе микропроцессорной системы управления лежит RISC – архитектурный микроконтроллер ATmega2560. Источником входного сигнала управления является задатчик, положение рукоятки которого обрабатывается системой управления, после чего программно определяется зона регулирования. Угол положения рукоятки определяет интервалы запаздывания сигналов открытия и закрытия СПП, соответствующие определенной рабочей зоне и специально разработанному алгоритму для формирования последовательности управляющих сигналов, показанных на рис. 6.

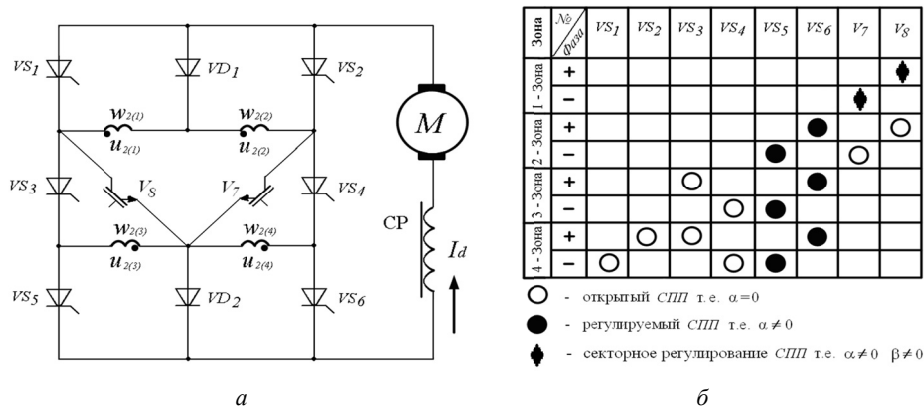


Рис. 6 – Усовершенствованный зонный выпрямитель лестничного типа:  
 а – схема силовой части; б – диаграмма управления СПП в зависимости от зоны регулирования  
 Fig. 6. An improved zone-phase rectifier:  
 a – is a power unit circuit; b – is a control diagram of semiconductor control depending on a regulation zone

Одним из наиболее сложных вопросов при осуществлении зонного регулирования является непостоянство уровня питающего напряжения ввиду динамического характера стохастических процессов, протекающих в системе электроснабжения, и нагрузки, подключенной к ней. Это делает проблематичным использование алгоритма с фиксированными временными рамками. В связи с этим была поставлена и решена задача обеспечения гибкости алгоритма управления СПП с учетом изменчивости параметров питающей сети однофазного переменного тока для эффективного и надежного соблюдения заданных машинистом показателей регулирования. В основе такого решения лежат подпрограммы, предусматривающие отслеживание фазовых сдвигов в питающей сети.

Принцип работы программы удобно рассмотреть на примере блок-схемы, представленной на рис. 7.

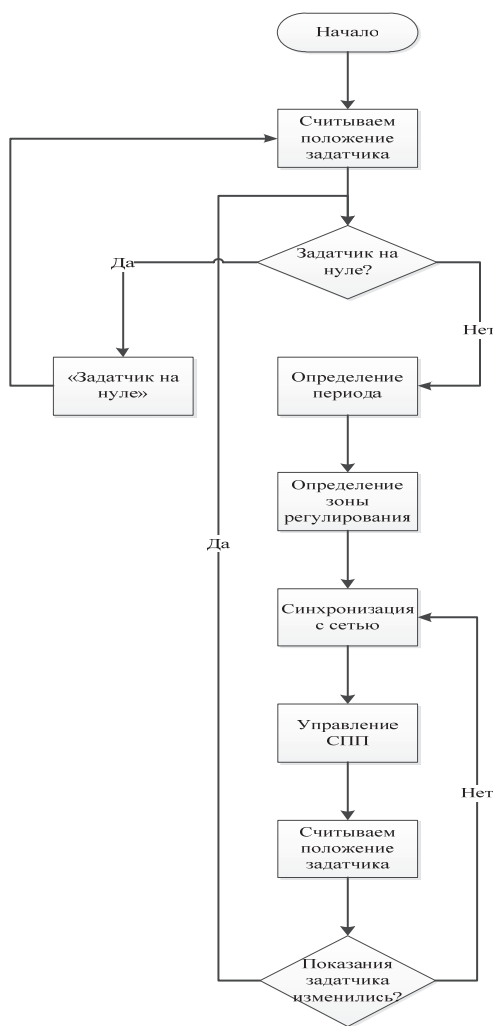


Рис. 7 – Блок-схема алгоритма управления

Fig. 7 – A flow chart of the control algorithm

Для проверки эффективности предложенных решений на кафедре ЭТК разработана физическая модель зонного выпрямителя.

## 2. Результаты работы системы управления

Наибольший интерес результаты экспериментов представляют на первой и второй зонах регулирования. На первой зоне реализуется секторное регулирование IGBT-транзисторов, что позволяет существенно увеличить коэффициент мощности выпрямителя, работающего в диапазоне малого входного напряжения [4]. На второй зоне выполняется переход к фазовому регулированию тиристоров при максимальном времени открытия транзисторов. Фазовое регулирование на третьей и четвертой зоне проходит по аналогии со второй, поэтому в данной работе не приводится. Результаты экспериментов представлены на рис. 8 и 9.

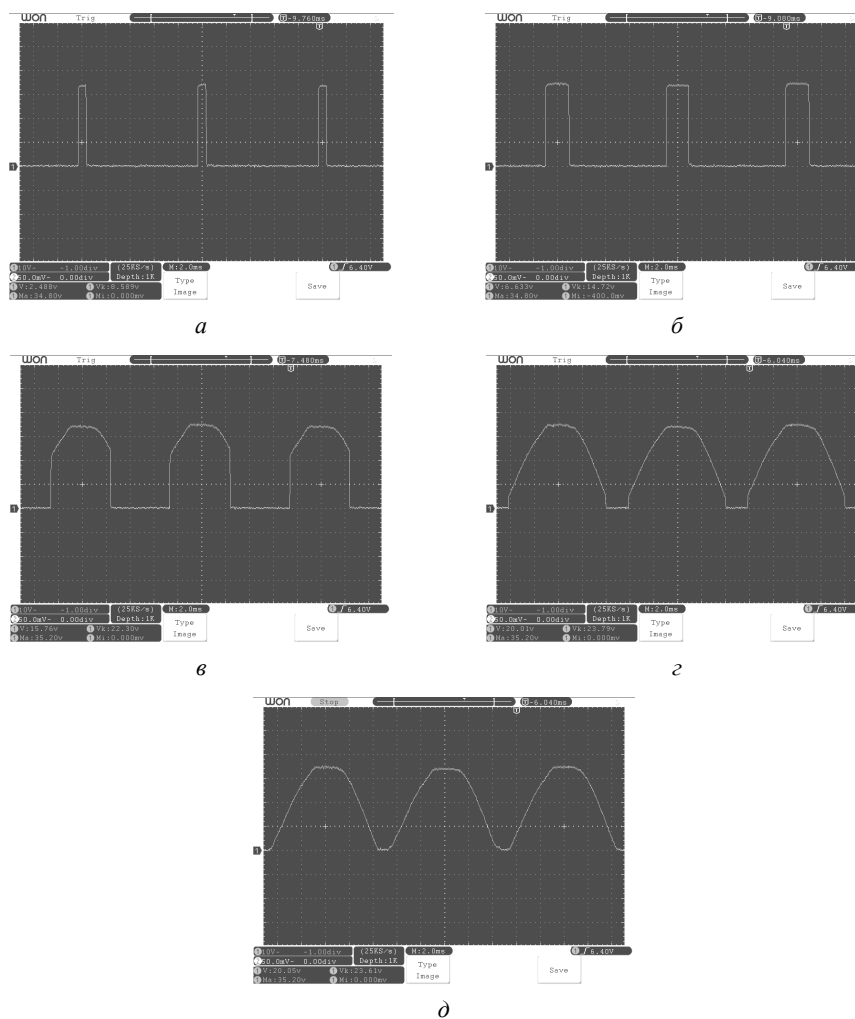


Рис. 8 – Работа выпрямителя в режиме секторного регулирования:

*a* – время открытия транзистора за полупериод – 12,5 %; *б* – время открытия транзистора за полупериод – 21 %; *в* – время открытия транзистора за полупериод – 54 %; *г* – время открытия транзистора за полупериод – 75 %; *д* – время открытия транзистора за полупериод – 100 %

Fig. 8 – A diagram of the rectifier output voltage (operation in the sector control mode):

*a* – the time of transistor in the on-mode in the half-period is 12,5 %; *б* – the time of transistor in the on-mode in the half-period is 21 %; *в* – the time of transistor in the on-mode in the half-period is 54 %; *г* – the time of transistor in the on-mode in the half-period is 75 %; *д* – the time of transistor in the on-mode in the half-period is 100 %

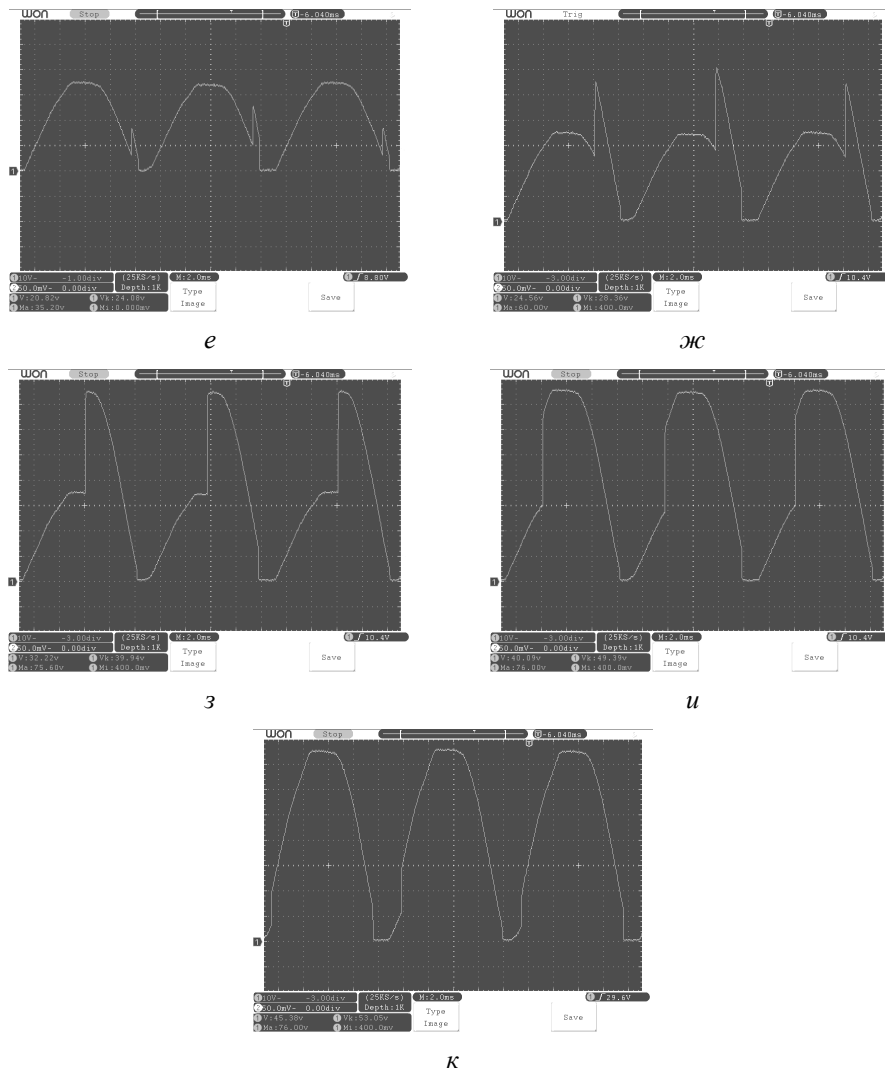


Рис. 9 – Работа выпрямителя в режиме фазового регулирования:

*e* – время открытия транзистора за полупериод – 100 %, угол открытия тиристоров  $23^\circ$ ; *ж* – время открытия транзистора за полупериод – 100 %, угол открытия тиристоров  $45^\circ$ ; *з* – время открытия транзистора за полупериод – 100 %, угол открытия тиристоров  $92^\circ$ ; *и* – время открытия транзистора за полупериод – 100 %, угол открытия тиристоров  $128^\circ$ ; *к* – время открытия транзистора за полупериод – 100 %, угол открытия тиристоров  $167^\circ$

Fig. 9 – A diagram of rectifier output voltage (operation in the phase control mode):

*e* – the time of transistor in the on-mode in the half-period is 100 %, the angle of thyristor in the on-mode is  $23^\circ$ ; *ж* – the time of transistor in the on-mode in the half-period is 100 %, the angle of thyristor opening is  $45^\circ$ ; *з* – the time of transistor in the on-mode in the half-period is 100 %, the angle of thyristor in the on-mode is  $92^\circ$ ; *и* – the time of transistor in the on-mode in the half-period is 100 %, the angle of thyristor in the on-mode is  $128^\circ$ ; *к* – the time of transistor in the on-mode in the half-period is 100 %, the angle of thyristor in the on-mode is  $167^\circ$

Результаты экспериментов подтвердили ожидаемый характер работы исследуемого выпрямителя. Он обеспечивает плавное регулирование средневых выпрямлен-

ного напряжения в зависимости от угла регулирования  $\alpha$  и задаваемых алгоритмов управления вентилями и сохраняет устойчивую непрерывную работу при переходе с одной зоны на другую в условиях динамического характера изменения величины напряжения питающей сети переменного тока в пределах 10 %.

### Заключение

Были достигнуты следующие задачи.

1. Создан алгоритм управления физической моделью выпрямителя.
2. По разработанному алгоритму написана программа для однокристального микроконтроллера.
3. Обеспечена согласованная работа системы путем разработки драйверов для СПП и детектора положения синусоиды.
4. Проведена проверка работоспособности системы управления и представлены ее результаты.

Таким образом, физическая модель усовершенствованного зонного выпрямителя лестничного типа, управляемая разработанной микропроцессорной системой управления, позволяет на практике проводить серии экспериментов по выявлению количественной, в отношении степени эффективности предложенного устройства, оценки энергетических показателей в различных режимах работы.

### ЛИТЕРАТУРА

1. **Иванов В.В., Мятеж С.В.** Пути повышения энергетических показателей зонных выпрямителей // Научный потенциал студентов и молодых ученых Новосибирской области: сборник научных трудов. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2014. – С. 72–74.
2. **Алексеева И.К., Иванов В.В.** Разработка физической модели четырехзонного регулятора лестничного типа / науч. рук. С.В. Мятеж // Наука. Технологии. Инновации: сборник научных трудов, Новосибирск, 1–5 декабря 2015 г.: в 9 ч. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2015. – Ч. 5. – С. 116–117.
3. **Капустин А.В., Иванов В.В.** Разработка микропроцессорной системы управления тиристорами в зонном выпрямителе / науч. рук. С.В. Мятеж // Наука. Технологии. Инновации: сборник научных трудов, Новосибирск, 1–5 декабря 2015 г.: в 9 ч. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2015. – Ч. 5. – С. 141–142.
4. **Джаборов М.М., Мятеж С.В., Волкова О.Л.** Энергетические показатели четырехзонного выпрямителя с лестничной структурой // Электротехника, электромеханика и электротехнологии: сборник научных трудов. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2014. – С. 54–59.
5. **Плакс А.В.** Системы управления электрическим подвижным составом: учебник для вузов ж.-д. транспорта. – М.: Маршрут, 2005. – 360 с.
6. **Тихменев Б.Н., Кучумов В.А.** Электровозы переменного тока с тиристорными преобразователями. – М.: Транспорт, 1988. – 311 с.
7. **Евдокимов С.А., Щуров Н.И.** Структурный синтез многофазных вентильных преобразователей: монография. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2010. – 423 с.
8. **Зиновьев Г.С.** Силовая электроника: монография. – М.: Юрайт, 2012. – 667 с.
9. **Dzhaborov M.M., Myatezh S.V., Ivanov V.V.** Research of four-zone converter in regenerative braking mode // Applied Mechanics and Materials. – 2015. – Vol. 698: Electrical Engineering, Energy, Mechanical Engineering, EEM'2014. – P. 101–105.
10. Основы электрического транспорта: учебник для вузов / под общ. ред. М.А. Слепцова. – М.: Академия, 2006. – 464 с.

## DEVELOPMENT OF A MICROPROCESSOR CONTROL SYSTEM FOR THE IMPROVED LADDER ZONE RECTIFIER

**Kapustin A.V., Alekseeva I.K., Ivanov V.V., Myatezh S.V.**

*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

As the title implies the article describes the development of a microprocessor control system of the power unit of the improved four-zone rectifier. Problems designed to improve its energy efficiency are stated and solved. The relevance of the problem is also validated. Much attention is paid to problems of operators' and equipment security. Optical isolation is proposed to achieve this goal. Driver circuits for thyristors and IGBT tranzistors are presented. Besides, the necessity of synchronization of the control system and network operation is proved, and the solution to this problem is also proposed. To better understand the system operation a program for the microcontroller whose block diagram is described in the article was written. In conclusion, the results of zone-phase regulation are shown and goals for further research are set.

*Keywords:* Microprocessor system, zone-phase rectifier, optical galvanic isolation, synchronized network.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-4-70-79

### REFERENCES

1. Ivanov V.V., Myatezh S.V. Puti povysheniya energeticheskikh pokazatelei zonnykh vypryamitelei [Ways of increasing energy indicators in zone rectifiers]. *Nauchnyi potentsial studentov i molodykh uchennykh Novosibirskoi oblasti* [Science potential of students and young scientists of Novosibirsk region]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2014, pp. 72–74.
2. Alekseeva I.K., Ivanov V.V. [Physical model of four-zone ladder type regulator development]. *Nauka. Tekhnologii. Innovatsii* [Science. Technology. Innovation], Novosibirsk, 1–5 December 2015, pt. 5, pp. 116–117. (In Russian).
3. Kapustin A.V., Ivanov V.V. [Development of microprocessor control system for thyristors in zone recifier]. *Nauka. Tekhnologii. Innovatsii* [Science. Technology. Innovation], Novosibirsk, 1–5 December 2015, pt. 5, pp. 141–142. (In Russian).
4. Dzhaborov M.M., Myatezh S.V., Volkova O.L. Energeticheskie pokazateli chetyrekhzon-nogo vypryamatelya s lestnichnoi strukturoi [Energy indicators of four-zone ladder type recifier]. *Elektrotehnika, elektromekhanika i elektrotekhnologii* [Electrotecal engineering, electromechnica and electrotechnology]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2014, pp. 54–59.
5. Plaks A.V. *Sistemy upravleniya elektricheskim podvizhnym sostavom* [Control systems of electric stock]. Moscow, Marshrut Publ., 2005. 360 p.
6. Tikhmenev B.N., Kuchumov V.A. *Elektrovozy peremennogo toka s tiristornymi preobrazovatelyami* [AC trains with thyristors converters]. Moscow, Transport Publ., 1988. 311 p.
7. Evdokimov S.A., Shchurov N.I. *Strukturnyy sintez mnogofaznykh ventil'nykh preobrazovatelei* [Structural synthesis of multi-phase valve inverters]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2010. 423 p.
8. Zinov'ev G.S. *Silovaya elektronika* [Power electronics]. Moscow, Yurait Publ., 2012. 667 p.
9. Dzhaborov M.M., Myatezh S.V., Ivanov V.V. Research of four-zone converter in regenerative braking mode. *Applied Mechanics and Materials*, 2015, vol. 698. Electrical Engineering, Energy, Mechanical Engineering, EEM'2014, pp. 101–105.
10. Sleptsov M.A., ed. *Osnovy elektricheskogo transporta* [Fundamentals of electric transport]. Moscow, Akademiya Publ., 2006. 464 p.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Капустин Андрей Владимирович** – родился в 1994 году, студент первого курса магистратуры Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: электротехника, электроэнергетика. Опубликовано 6 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, пр. К. Маркса, 20. E-mail: kapusta\_nsk@mail.ru).

**Kapustin Andrey Vladimirovich** (b. 1994) – a first-year master's student, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on electrical engineering and electric power engineering. He is the author of 6 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: kapusta\_nsk@mail.ru).



**Алексева Ирина Константиновна** – родилась в 1995 году, студентка первого курса магистратуры Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: электротехника, электроэнергетика. Опубликовано 6 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, пр. К. Маркса, 20. E-mail: alekseeva1201@mail.ru).

**Alekseeva Irina Konstantinovna** (b. 1994) – a first-year master's student, Novosibirsk State Technical University. Her research interests are currently focused on electrical engineering and electric power engineering. She is the author of 6 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: alekseeva1201@mail.ru).



**Иванов Владлен Владимирович** – родился в 1992 году, аспирант Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: электротехника, электроэнергетика. Опубликовано 15 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, пр. К. Маркса, 20. E-mail: ivanov.etk@yandex.ru).

**Ivanov Vladlen Vladimirovich** (b. 1992) – a postgraduate student, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on electrical engineering and electric power engineering. He is the author of 15 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: ivanov.etk@yandex.ru).



**Мятеж Сергей Владимирович** – родился в 1975 году, канд. техн. наук, доцент кафедры ЭТК Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: электротехника, электроэнергетика. Опубликовано 100 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: serg\_y\_7578@mail.ru).

**Myatezh Sergey Vladimirovich** (b. 1975) – Candidate of Sciences (Eng.), associate professor at the ETK department, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on electrical engineering and electric power engineering. He is author of 100 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: serg\_y\_7578@mail.ru).

*Статья поступила 16 сентября 2016 г.*

*Received September 16, 2016*

---

**To Reference:**

Kapustin A.V., Alekseeva I.K., Ivanov V.V., Myatezh S.V. Razrabotka mikroprotssessornoi sistemy upravleniya usovershenstvovannym zonnym vypryamitelem lestnichnogo tipa [Development of a microprocessor control system for the improved ladder zone recifier]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2017, no. 4 (37), pp. 70–79. doi: 10.17212/1727-2769-2017-4-70-79

УДК 546.261

**СИНТЕЗ ВЫСОКОДИСПЕРСНОГО КАРБИДА КРЕМНИЯ  
ИЗ РАЗНЫХ ШИХТОВЫХ МАТЕРИАЛОВ****Т.С. Квашина, Ю.Л. Крутский, Н.Ю. Черкасова,  
Р.И. Кузьмин, А.Г. Тюрин***Новосибирский государственный технический университет*

В статье представлены результаты исследования процесса синтеза высокодисперсного порошка карбида кремния комбинированием экзо- и эндотермических реакций (синтез из элементов и карботермическое восстановление) с использованием нановолокнистого углерода в качестве углеродного материала. Продукты реакции изучались рентгенофазовым и элементным анализами, сканирующей электронной микроскопией с применением локального энергодисперсионного рентгеновского микроанализа. Удельная поверхность образцов определена методом БЭТ. Термоокислительная стабильность изучена синхронной термогравиметрией (ТГ) и дифференциальной сканирующей калориметрией (ДСК). Полученный при оптимальных условиях материал представлен одной фазой – карбидом кремния высокотемпературной модификации. Средний размер агрегированных частиц составил 3,3...4,2 мкм. Величина удельной поверхности образцов составляет до 5 м<sup>2</sup>/г. Содержание примесей незначительное. Оптимальные условия синтеза карбида кремния с использованием в качестве восстановителя и карбидизатора НВУ следующие: массовое соотношение реагентов по стехиометрии на карбид SiC, массовое соотношение шихт 1 : 1, проведение процесса в среде аргона при температуре 1800 °С.

*Ключевые слова:* карбид кремния, нановолокнистый углерод, карботермическое восстановление, синтез из элементов, характеристики.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-4-80-90

**Введение**

Неметаллические тугоплавкие соединения обладают такими свойствами, как высокая температура плавления, твердость, химическая инертность, благодаря чему они широко применяются в качестве основы конструкционных, полупроводниковых, жаропрочных и абразивных материалов. Одним из наиболее важных представителей соединений данного класса является карбид кремния. Наиболее перспективным направлением применения карбида кремния является ультравысокотемпературная керамика, используемая в таких областях, как авиация, космонавтика и энергетика [1, 2].

Основными способами получения карбида кремния являются карботермическое восстановление, проходящее с поглощением теплоты при температурах свыше 2000 °С, синтез из элементов, который можно охарактеризовать как самораспространяющийся высокотемпературный синтез (СВС), магнетермический синтез и осаждение из парогазовой фазы [3].

Промышленное производство карбида кремния во всем мире основано на восстановлении оксида кремния (кварцевого песка) углеродом. Процесс освоен и является высокопроизводительным. В России промышленное производство карбида кремния осуществляется на Волжском абразивном заводе. Карбид кремния получается в виде кристаллов размером 15...30 мм. Поэтому производство крупнозернистых порошков не является проблемой. Однако получение высокодис-

---

Работа выполнена в рамках гранта НГТУ № 024-НСГ-17, полученного Т.С. Квашиной (Научный руководитель доцент Ю.Л. Крутский).

© 2017 Т.С. Квашина, Ю.Л. Крутский, Н.Ю. Черкасова, Р.И. Кузьмин, А.Г. Тюрин



персных порошков трудоемко, поскольку связано с энергоемким измельчением и последующей длительной и многостадийной классификацией. По этой причине исследования в области получения карбида кремния в виде высокодисперсного порошка интенсивно изучаются.

Процесс карботермического восстановления исследован в ряде работ. Суммарная реакция [3]:



Считается [4], что при взаимодействии диоксида кремния с углеродом первоначально образуется летучий монооксид SiO, пары которого взаимодействуют с углеродом с образованием карбида кремния. В работе [5] диоксид кремния на первой стадии растворяли в этиловом спирте, далее к раствору добавляли активный углерод, после чего суспензию подвергали ультразвуковой обработке, высушивали и подвергали термообработке. Полученный материал характеризовался высоким значением удельной поверхности ( $878 \text{ м}^2/\text{г}$ ), однако содержал значительное количество свободного углерода. Удаление его требовало дополнительной операции – выдержки на воздухе при  $850 \text{ }^\circ\text{C}$ . Синтез карбида кремния из шунгита описан в [6]. Перед термообработкой шунгита следовало длительное (20 часов) его измельчение. Содержание примесей ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ,  $\text{K}_2\text{O}$ , S и т. д.) в этом минерале достигало 9,4 % масс., поэтому, по мнению авторов, полученный карбид кремния может быть использован только для абразивной обработки. Нанопорошок карбида кремния со средним размером частиц 15 нм был получен при лазерной абляции смеси высушенного ксерогеля и нановолокнистого углерода [7]. Производительность процесса очень мала, что связано со значительными тепловыми потерями при лазерном нагреве образцов.

Синтез тугоплавких соединений и композитов на их основе возможно осуществлять методами самораспространяющегося высокотемпературного синтеза (СВС). Отечественные разработки по данной тематике сосредоточены в ИСМАН РАН. Сведения о синтезе карбида кремния из элементов приведены в [8]. Реакция карбидообразования:



Теплота образования карбида кремния ( $71,90 \text{ кДж/моль} = 1798 \text{ кДж/кг}$  [3]) сравнительно невелика, поэтому для инициирования реакции карбидообразования требуется подогрев шихты. Карбид кремния низкотемпературной модификации ( $\beta\text{-SiC}$ ) таким процессом был получен нагревом шихты пламенем горелки и в режиме теплового взрыва при микроволновом нагреве.

Получение карбида кремния возможно металлотермическим методом (в качестве металла-восстановителя использовался только магний). В публикации [9] мезопористый карбид кремния был получен взаимодействием нанокомпозита из синтезированного золь-гель способом мезопористого оксида кремния и полиакриламида с магнием. Синтез карбида кремния осуществлялся в среде аргона при температуре  $550\text{--}600 \text{ }^\circ\text{C}$  в течение 6 часов. Средние размеры кристаллитов карбида кремния ( $\beta\text{-SiC}$ ) составили 20 нм. В [10] наноразмерный (10...35 нм) карбид кремния был синтезирован взаимодействием магния с цеолитом и мезопористым углеродом. Предварительно из цеолита обработкой раствором  $\text{NH}_4\text{Cl}$  в течение 48 часов были удалены ионы щелочных и щелочноземельных металлов. Синтез карбида кремния осуществлялся в среде аргона при температуре  $750 \text{ }^\circ\text{C}$  в течение 6 часов. Далее в обоих случаях для удаления соединений магния ( $\text{MgO}$ ,  $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$  и  $\text{Mg}_2\text{Si}$ ) следовала многочасовая кислотная обработка. Сведения о содержании примесей в обеих публикациях не были приведены.

Синтез карбида кремния из парогазовой фазы описан в [11]. Процесс восстановления диоксида кремния пропаном осуществлялся в азото-водородном плаз-

менном потоке. Содержание тройного соединения состава  $\text{SiC}_{0,95}\text{N}_{0,05}$  в продуктах реакции не превышало 93 % масс. Плазмохимическая установка (плазмометаллургический модуль) сложна по конструкции и в эксплуатации. В отходящих газах содержится токсичный цианистый водород.

Следует отметить, что в технологическом отношении и аппаратурном оформлении наиболее перспективными методами получения карбида кремния являются эндотермическое карботермическое восстановление и экзотермический синтез из элементов [3].

В данной работе исследуется возможность объединения двух этих методов с целью получения высокотемпературной модификации карбида кремния при менее высоких температурах.

### 1. Материалы и методы исследования

В качестве восстановителя и карбидообразующего агента использовался гранулированный нановолокнистый углерод. Размер гранул варьировался в диапазоне 4...8 мм. Гранулы НВУ образованы плотно переплетенными волокнами с диаметром 30...100 нм. Гранулы сравнительно легко растираются в порошок. НВУ достаточно чист: находящиеся в нем примеси представляют собой остатки исходного катализатора (90 % масс. Ni/10 % масс.  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ); их содержание не превышает 1 % масс. Его удельная поверхность находится на уровне  $150 \text{ м}^2/\text{г}$ , т. е. существенно выше, чем у ламповой сажи [12].

Для приготовления шихт использовались оксид кремния аморфный ОСЧ 7-3, ТУ 6-09-3811-79, кремний технический КР00 по ГОСТ 2169-69 и НВУ (все реагенты измельчались и просеивались через сито 100 мкм). Все реагенты перед проведением экспериментов были высушены в печи при  $100 \text{ }^\circ\text{C}$  для удаления влаги. Шихты готовились в соответствии со стехиометрией обеих реакций и далее смешивались в массовых соотношениях карботермическое восстановление : синтез из элементов 0,25 : 0,75 (шихта № 1); 0,5 : 0,5 (шихта № 2); 0,75 : 0,25 (шихта № 3).

Термодинамическая температура начала восстановления (при давлении монооксида углерода 0,1 МПа), рассчитанная по справочным данным [3, 13], для реакции (1) приблизительно равна  $1440 \text{ }^\circ\text{C}$ . Для обеспечения полноты прохождения реакции (1) карбидообразования могут потребоваться более высокие температуры. По этой причине эксперименты были проведены при температурах,  $^\circ\text{C}$ : 1400, 1600 и 1800. Термообработка шихт выполнялась в индукционной печи в атмосфере аргона. Шихта массой примерно 20 г насыпалась в тигель из углерода, помещаемый в кварцевый реактор. Реактор вставлялся в многовитковый индуктор печи. Температура процесса измерялась пирометром. Время термообработки во всех случаях составляло 20 мин. После завершения реакции реактор охлаждался до комнатной температуры в потоке аргона и из него извлекались продукты реакции. Полнота прохождения реакции проводилась путем взвешивания шихты и продуктов реакции и сопоставления экспериментальных данных с расчетными. Продукты реакций исследовались рентгенофазовым анализом на дифрактометре ДРОН-3 с использованием  $\text{CuK}\alpha$ -излучения. Морфология поверхности и элементный состав образцов изучались на растровом электронном микроскопе (РЭМ) EVO50 XVP с приставкой для энергодисперсионного микроанализа X-Act. Определение текстурных характеристик образцов проводилось на приборе Quantachrom NOVA 2200e. Удельная поверхность рассчитывалась по многоточечному методу БЭТ. Седиментационный анализ (распределение размеров частиц) выполнялся на лазерном анализаторе частиц MicroSizer 201 ВА Инстру-

ментс. Термоокислительная стабильность образцов полученных карбидов определялась с использованием прибора синхронного термического анализа NETZSCH STA 449 C *Jupiter*.

## 2. Обсуждение результатов

Условия проведения процессов синтеза представлены в табл. 1.

Таблица 1 / Table 1

Температурные условия термообработки шихт  
Thermal conditions of load heat treatment

Состав шихт	Маркировка образцов	Температура, °C	Убыль массы расчетная, % масс.	Убыль массы экспериментальная, % масс.
0,25 : 0,75 (№ 1)	SiC-1-14	1400	25,9	5,1
	SiC-1-16	1600		6,1
	SiC-1-18	1800		20,3
0,50 : 0,50 (№ 2)	SiC-2-14	1400	41,2	10,1
	SiC-2-16	1600		44,0
	SiC-2-18	1800		46,9
0,75 : 0,25 (№ 3)	SiC-3-14	1400	51,2	8,2
	SiC-3-16	1600		30,9
	SiC-3-18	1800		36,7

В некоторых случаях (образцы SiC-2-16 и SiC-2-18) экспериментальные значения убыли массы незначительно превосходили расчетные. Возможная причина – частичная потеря диоксида кремния в виде летучего монооксида. Следует отметить, что во всех случаях температуры термообработки 1400 °C оказались недостаточными для полноты протекания реакции. Поэтому далее изучались образцы, полученные при более высоких температурах.

Результаты рентгенофазового анализа полученных образцов (рис. 1) показали, что во всех случаях был получен карбид кремния высокотемпературной модификации ( $\alpha$ -SiC).

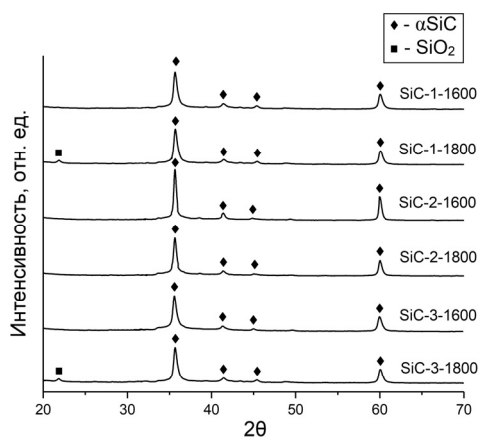


Рис. 1 – Результаты рентгенофазового анализа

Fig. 1 – Results of X-Ray phase analysis

Следует отметить, что образец SiC-3-18 содержал непрореагировавший диоксид кремния, что подтверждают результаты энергодисперсионного анализа, приведенные в табл. 2.

Таблица 2 / Table 2

**Результаты энергодисперсионного анализа (состав приведен в % ат.)**  
**Results of the energy-dispersive analysis (the unit of content is % at.)**

Элемент	Образец					
	SiC-1-16	SiC-1-18	SiC-2-16	SiC-2-18	SiC-3-16	SiC-3-18
C	51,0	51,6	50,4	52,7	57,3	56,4
O	3,4	3,6	2,2	0,0	8,1	10,3
Si	44,5	43,9	45,4	45,8	33,2	32,1
Металлы катализатора	1,1	0,9	2,0	1,5	1,4	1,2

Энергодисперсионный анализ образцов показал, что почти во всех из них осталось небольшое количество непрореагировавшего диоксида кремния. Исключением является образец SiC-2-18. Также почти у всех образцов атомное соотношение углерода и кремния близко к расчетному, т. е. 1 : 1. Однако в каждом образце, по-видимому, осталось небольшое количество непрореагировавшего углерода.

Согласно результатам сканирующей электронной микроскопии, представленным на рис. 2, частицы карбида кремния, полученного при комбинировании методов, агрегированы, имеют ровные края, что свидетельствует о том, что они были синтезированы по химическим реакциям. Размеры частиц варьируются примерно от 0,4 до 20 мкм в зависимости от температуры процесса.

Характерной чертой полученных порошкообразных материалов является широкое распределение частиц по размерам и склонность к агрегации. Средний размер частиц полученных образцов варьируется от 3,3 до 4,2 мкм. Результаты данных по убыли массы, а также рентгенофазового и энергодисперсионного анализов показали, что лучшие результаты были достигнуты с образцами, полученными по второму методу (0,5 : 0,5). Для определения среднего размера частиц/агрегатов полученных образцов SiC-2-16 и SiC-2-18 были проведены расчеты по методике [14].

Результаты седиментационного анализа приведены в табл. 3.

Эти данные показывают следующее: увеличение температуры синтеза вызывает незначительное увеличение размеров частиц. Величины стандартного отклонения свидетельствуют о широком диапазоне распределения частиц и агрегатов по размерам (они «плохо отсортированы» или полидисперсны). Низкие значения показателей асимметричности – доказательство симметричности гистограмм.

Удельная поверхность образца SiC-2-16 составляет 8,2 м<sup>2</sup>/г, а образца SiC-2-18 немного ниже – 7,5 м<sup>2</sup>/г.

Дериватограммы образцов SiC-2-16 и SiC-2-18 приведены на рис. 4 и 5. Результаты показали, что образец SiC-2-18 содержит примерно 2,8 % углерода, который окисляется в промежутке температур 500...700 °С, что подтверждается экзопиком на кривой дифференциально-сканирующей калориметрии. Также у обоих образцов происходит незначительное увеличение массы, что свидетельствует о том, что в них присутствует компонент, способный окисляться при этих температурах (скорее всего кремний)

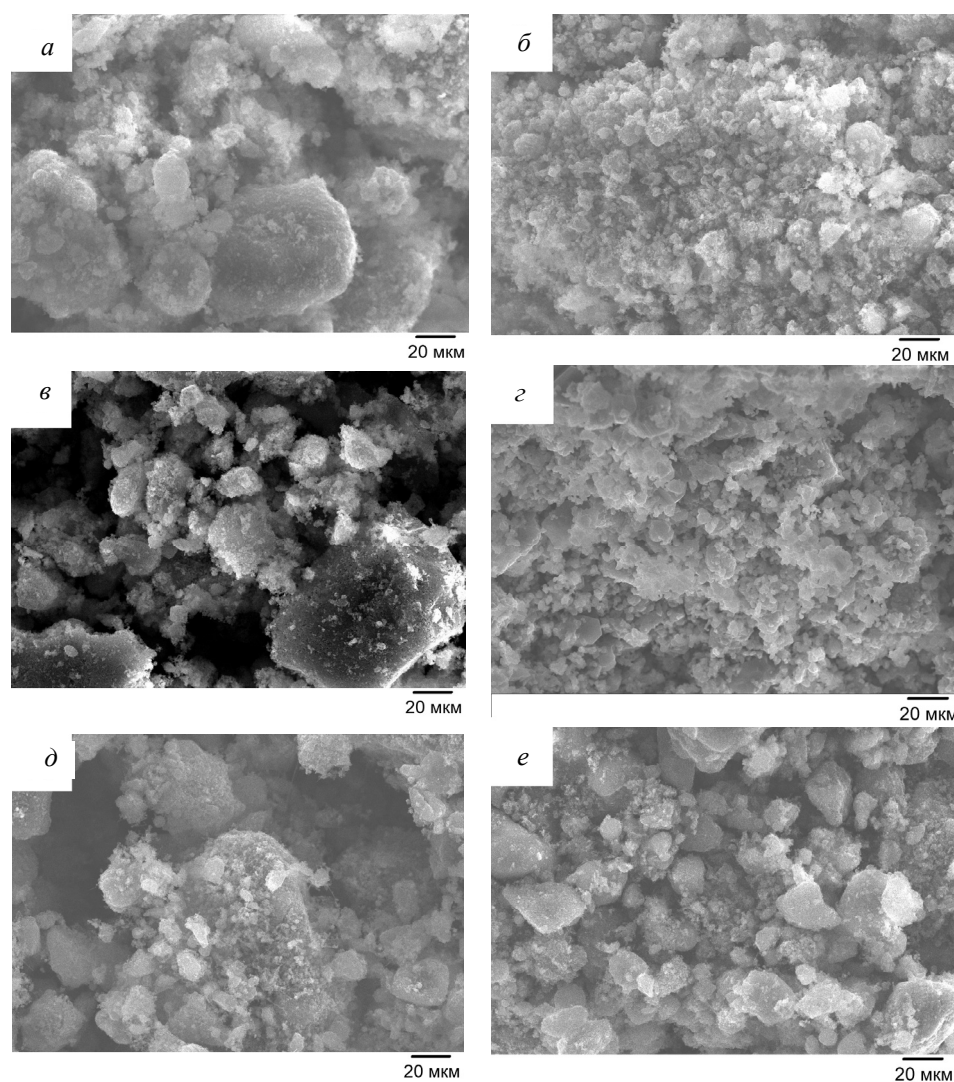


Рис. 2 – Результаты сканирующей электронной микроскопии:

*a* – SiC-1-16; *б* – SiC-1-18; *в* – SiC-2-16; *г* – SiC-2-18; *д* – SiC-3-16; *е* – SiC-3-18

Fig. 2 – Results of scanning electron microscopy:

*a* – is SiC-1-16; *б* – is SiC-1-18; *в* – is SiC-2-16; *г* – is SiC-2-18; *д* – is SiC-3-16; *е* – is SiC-3-18

Таблица 3 / Table 3

**Результаты седиментационного анализа**

**Results of the sedimentary analysis**

Образец	Средний размер частиц и агрегатов, мкм	Стандартное отклонение	Показатель асимметричности
SiC-2-16	3,3	3,15	-0,18
SiC-2-18	4,2	2,70	-0,24

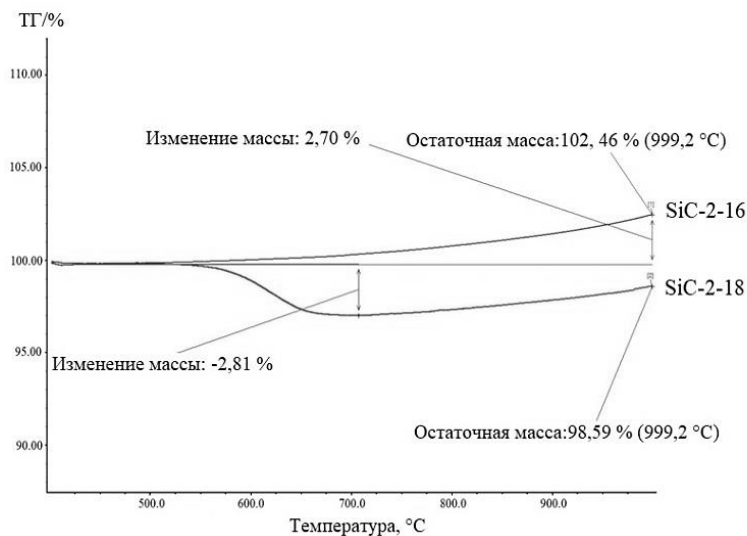


Рис. 4 – Результаты термогравиметрического анализа

Fig. 4 – Results of the thermogravimetric analysis

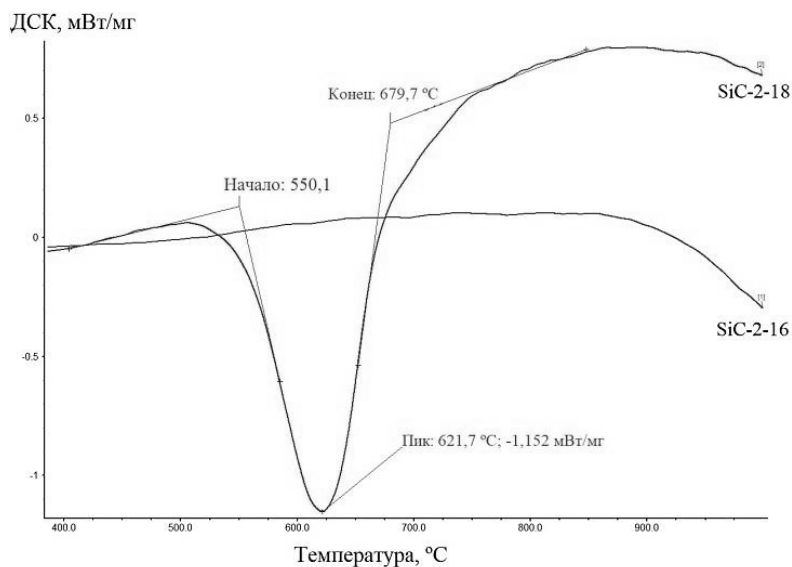


Рис. 5 – Результаты дифференциально-сканирующей калориметрии

Fig. 5 – Results of differential scanning calorimetry

#### 4. Заключение

Представлены результаты исследования процесса получения высокодисперсного порошка карбида кремния комбинированным методом (карботермическое восстановление и синтез из элементов одновременно) и изучения некоторых его характеристик и свойств. Синтез проводился в индукционной печи в среде аргона. Оптимальные параметры процесса: соотношение реагентов по стехиометрии на карбид кремния, время выдержки при температуре 1800 °C – 20 минут. Полученный

продукт содержит только одну фазу – карбид кремния  $\alpha$ -SiC с незначительным содержанием примесей (на уровне 4 % масс.). По результатам растровой электронной микроскопии установлено, что частицы карбида кремния преимущественно агрегированы и имеют размеры 2...5 мкм. Величина удельной поверхности порошков карбида кремния в зависимости от времени синтеза составляет 7,5...8,2 м<sup>2</sup>/г. Средний размер агрегированных частиц по данным седиментационного анализа находится в диапазоне 3,3...4,2 мкм. Агрегированные частицы полидисперсны. Таким образом можно отметить, что комбинирование экзо- и эндотермических реакций с целью снижения температуры синтеза карбида кремния является эффективным для получения безразмольного высокодисперсного порошка карбида кремния с незначительным содержанием примесей.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Григорьев О.Н.** Керамика и керметы на основе бескислородных тугоплавких соединений // Порошковая металлургия. – 2012. – № 11/12. – С. 100–116.
2. **Monteverde F., Savino R., Fumo M.D.S.** Dynamic oxidation of ultra-high temperature ZrB<sub>2</sub>-SiC under high enthalpy supersonic flows // Corrosion Science. – 2011. – Vol. 53. – P. 922–929. – doi: 10.1016/j.corsci.2010.11.018.
3. Свойства, получение и применение тугоплавких соединений / под ред. Т.Я. Косолаповой. – М.: Металлургия, 1986. – 928 с.
4. **Gruner W., Stolle S., Wetzig K.** Formation of CO<sub>x</sub> species during the carbothermal reduction of oxides of Zr, Si, Ti, Cr, W, and Mo // International Journal of Refractory Metals & Hard Materials. – 2000. – Vol. 18. – P. 137–145.
5. **Sivasankaran S., Kumar K.** A novel sonochemical synthesis of nano-crystalline silicon carbide ceramic powder and its characterization // International Journal of Recent Scientific Research. – 2015. – Vol. 6. – P. 2630–2633.
6. Low-temperature synthesis of silicon carbide powder using shungite / A. Gubernat, V. Pichor, R. Lach, D. Zientara, M. Sitarz, M. Springwald // Boletin de la Sociedad Espanola De Ceramica y Vidrio. – 2017. – Vol. 56, iss. 1. – P. 39–46.
7. Morphology of silicon carbide synthesized using laser ablation of a mixture of nanofibrous carbon with xerogel / G.G. Kuvshinov, Yu.L. Krutskii, A.M. Orishith, I.S. Chukanov, A.S. Varfolomeeva, Yu.V. Afonin, V.I. Zaikovskii, D.G. Kuvshinov // Nanotechnologies in Russia. – 2012. – Vol. 7. – P. 385–391.
8. **Сычев А.Е., Мержанов А.Г.** Самораспространяющийся высокотемпературный синтез наноматериалов // Успехи химии. – 2004. – Т. 73, № 2. – С. 157–170.
9. Low-temperature magnesiothermic synthesis of mesoporous silicon carbide from an MCM-48/polyacrilamid nanocomposite precursor / Z. Saeedifar, A.A. Nourbacksh, R.J. Kalbasi, E. Karamian // Journal of Materials Science and Technology. – 2013. – Vol. 29. – P. 255–260.
10. **Hosseini B., Nourbacksh A.A., MacKenzie K.J.D.** Magnesiothermal synthesis of nanostructured SiC from natural zeolite (clinoptilolite) and mesoporous carbon CMK-1 // Ceramics International. – 2015. – Vol. 41. – P. 8809–8813. – doi: doi.org/10.1016/j.ceramint.2015.03.107.
11. **Полях О.А., Руднева В.В.** Плазмометаллургическое производство карбида кремния для композиционного никелирования и хромирования. – М.: Наука, 2006. – 188 с.
12. Mechanism of porous filamentous carbon granule formation on catalytic hydrocarbon decomposition / G.G. Kuvshinov, Yu.L. Mogilnykh, D.G. Kuvshinov, D.Yu. Yermakov, M.A. Yermakova, A.N. Salanov, N.A. Rudina // Carbon. – 1999. – Vol. 37. – P. 1239–1246.
13. Физико-химические свойства окислов: справочник / под ред. Г.В. Самсонова. – М.: Металлургия, 1978. – 472 с.
14. **Blott S.J., Pye K.** Gradstat: a grain size distribution and statistics package for the analysis of unconsolidated sediments // Earth Surface Processes and Landforms. – 2001. – Vol. 26. – P. 1237–1248.

## SYNTHESIS OF HIGHLY DISPERSED SILICON CARBIDE FROM VARIOUS CHARGE MATERIALS

**Kvashina T.S., Krutskii Yu.L., Cherkasova N.Yu.,  
Kuzmin R.I., Tyurin A.G.**

*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

The paper presents the results of a study of the synthesis of a highly dispersed silicon carbide powder by combining exo- and endothermic reactions (synthesis from elements and carbothermic reduction) using carbon nanofibers as carbon material. The reaction products were studied by the X-ray phase and elemental analyses as well as by scanning electron microscopy using the local energy-dispersive X-ray microanalysis. The specific surface of the samples was determined by the BET method. A sedimentation analysis was performed. The thermo-oxidative stability was studied by synchronous thermogravimetry (TG) and differential scanning calorimetry (DSC). The material obtained under optimal conditions is represented by one phase - high-temperature modification silicon carbide. An average size of aggregated particles is 6.3...7.2  $\mu\text{m}$ . The specific surface area of the samples is up to 8  $\text{m}^2/\text{g}$ . The content of impurities is insignificant (no more than 4 % by weight). Optimal conditions for the synthesis of silicon carbide with the use of NFC(s) as a reducing agent and carbidizer are the following: the mass ratio of reagents according to SiC carbide stoichiometry, the mass ratio of charges of 1:1, and the process in argon at 1800 °C.

*Keywords:* Silicon carbide, carbon nanofibers, carbothermic reduction, synthesis from elements, characteristics.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-4-80-90

### REFERENCES

1. Grigor'ev O.N. Keramika i kermety na osnove beskislородnykh tugoplavkikh soedinenii [Ceramics and cermets based on anoxic refractory compounds]. *Poroshkovaya metallurgiya – Powder Metallurgy and Metal Ceramics*, 2012, no. 11/12, pp. 100–116. (In Russian).
2. Monteverde F., Savino R., Fumo M.D.S. Dynamic oxidation of ultra-high temperature ZrB<sub>2</sub>-SiC under high enthalpy supersonic flows. *Corrosion Science*, 2011, vol. 53, pp. 922–929. doi: 10.1016/j.corsci.2010.11.018.
3. Kosolapova T.Ya., ed. *Svoistva, poluchenie i primeneniye tugoplavkikh soedinenii* [Properties, production and application of refractory compounds]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1986. 928 p.
4. Gruner W., Stolle S., Wetzig K. Formation of CO<sub>x</sub> species during the carbothermal reduction of oxides of Zr, Si, Ti, Cr, W, and Mo. *International Journal of Refractory Metals & Hard Materials*, 2000, vol. 18, pp. 137–145.
5. Sivasankaran S., Kumar K. A novel sonochemical synthesis of nano-crystalline silicon carbide ceramic powder and its characterization. *International Journal of Recent Scientific Research*, 2015, vol. 6, pp. 2630–2633.
6. Gubernat A., Pichor V., Lach R., Zientara D., Sitarz M., Springwald M. Low-temperature synthesis of silicon carbide powder using shungite. *Boletín de la Sociedad Espanola De Ceramica y Vidrio*, 2017, vol. 56, iss. 1, pp. 39–46.
7. Kuvshinov G.G., Krutskii Yu.L., Orishith A.M., Chukanov I.S., Varfolomeeva A.S., Afonin Yu.V., Zaikovskii V.I., Kuvshinov D.G. Morphology of silicon carbide synthesized using laser ablation of a mixture of nanofibrous carbon with. *Nanotechnologies in Russia*, 2012, vol. 7, pp. 385–391.
8. Sychev A.E., Merzhanov A.G. Samorasprostranyayushchiysya vysokotemperaturnyi sintez nanomaterialov [Self-propagating high-temperature synthesis of nanomaterials]. *Uspekhi khimii – Russian Chemical Reviews*, 2004, vol. 73, no. 2, pp. 157–170. (In Russian).
9. Saeedifar Z., Nourbakhsh A.A., Kalbasi R.J., Karamian E. Low-temperature magnesiothermic synthesis of mesoporous silicon carbide from an MCM-48/polyacrilamid nanocomposite precursor. *Journal of Materials Science and Technology*, 2013, vol. 29, pp. 255–260.
10. Hosseini B., Nourbakhsh A.A., MacKenzie K.J.D. Magnesiothermal synthesis of nanostructured SiC from natural zeolite (clinoptilolite) and mesoporous carbon CMK-1. *Ceramics International*, 2015, vol. 41, pp. 8809–8813. doi: doi.org/10.1016/j.ceramint.2015.03.107.



11. Polyakh O.A., Rudneva V.V. *Plazmometallurgicheskoe proizvodstvo karbida kremniya dlya kompozitsionnogo nikelirovaniya i khromirovaniya* [Plasma-metallurgical production of silicon carbide for composite nickel plating and chrome plating]. Moscow, Nauka Publ., 2006. 188 p.
12. Kuvshinov G.G., Mogilnykh Yu.I., Kuvshinov D.G., Yermakov D.Yu., Yermakova M.A., Salanov A.N., Rudina N.A. Mechanism of porous filamentous carbon granule formation on catalytic hydrocarbon decomposition. *Carbon*, 1999, vol. 37, pp. 1239–1246.
13. Samsonov G.V., ed. *Fiziko-khimicheskie svoystva okislov* [Physico-chemical properties of oxides]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1978. 472 p.
14. Blott S.J., Pye K. Gradistat: a grain size distribution and statistics package for the analysis of unconsolidated sediments. *Earth Surface Processes and Landforms*, 2001, vol. 26, pp. 1237–1248.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Кватшина Татьяна Сергеевна** – родилась в 1994 году, магистрант кафедры химии и химической технологии Новосибирского государственного технического университета. Основное направление исследований – синтез тугоплавких соединений. Имеет более 5 публикаций. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: k.tatiana3105@gmail.com).

**Kvashina Tatyana Sergeevna** (b. 1994) – a Master's degree student at the department of chemistry and chemical technology, Novosibirsk State Technical University. Her research interests are currently focused on the synthesis of refractory compounds. She is the author of more than 5 publications. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: k.tatiana3105@gmail.com)



**Крутский Юрий Леонидович** – родился в 1952 году, канд. техн. наук, доцент кафедры химии и химической технологии Новосибирского государственного технического университета. Основное направление исследований – синтез тугоплавких соединений. Имеет более 20 публикаций. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: krutskii@yandex.ru).

**Krutskii Yurii Leonidovich** (b. 1952) – Candidate of Sciences (Eng.), associate professor at the department of chemistry and chemical technology, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on the synthesis of refractory compounds. He is the author of more than 20 publications. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: krutskii@yandex.ru)



**Черкасова Нина Юрьевна** – родилась в 1990 году, аспирант кафедры материаловедения в машиностроении Новосибирского государственного технического университета. Основное направление исследований – высокопрочная керамика конструкционного назначения. Имеет более 15 публикаций. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: ninacherkasova60@gmail.com)

**Cherkasova Nina Yuryevna** (b. 1990) – a PhD student at the department of materials science in mechanical engineering, Novosibirsk State Technical University. Her research interests are currently focused on obtaining high-strength ceramics. She is the author of more than 15 publications. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: ninacherkasova60@gmail.com)



**Кузьмин Руслан Изатович** – родился в 1992 году, аспирант кафедры материаловедения в машиностроении Новосибирского государственного технического университета. Основное направление исследований – высокопрочная керамика конструкционного назначения. Имеет более 15 публикаций. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. E-mail: kuzmin.2010@corp.nstu.ru)

**Kuzmin Ruslan Izatovich** (b. 1992) – a PhD student at the department of materials science in mechanical engineering, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on obtaining high-strength ceramics. He is the author of more than 15 publications. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: kuzmin.2010@corp.nstu.ru)



**Тюрин Андрей Геннадьевич** – родился в 1978 году, канд. техн. наук, доцент кафедры материаловедения в машиностроении Новосибирского государственного технического университета. Основное направление исследований – поверхностное упрочнение металлических материалов, высокоэнергетическая обработка материалов, твердые сплавы. Имеет более 20 публикаций. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20. E-mail: tyurin78@mail.ru).

**Tyurin Andrey Gennadievich** (b. 1978) – Candidate of Sciences (Eng.), associate professor at the department of materials science in mechanical engineering, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on surface hardening of metallic materials, high-energy materials processing, and hard alloys. He is the author more than 20 publications. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: tyurin78@mail.ru)

*Статья поступила 10 декабря 2017 г.  
Received December 10, 2017*

---

To Reference:

Kvashina T.S, Krutskii Yu.L., Cherkasova N.Yu., Kuzmin R.I., Tyurin A.G. Sintez vysokodispersnogo karbida kremniya iz raznykh shikhtovykh materialov [Synthesis of highly dispersed silicon carbide from various charge materials]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2017, no. 4 (37), pp. 80–90. doi: 10.17212/1727-2769-2017-4-80-90

УДК 535.247.049.7:621.383.52

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК  
МАТРИЧНЫХ ИК ФОТОПРИЕМНИКОВ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО****В.Г. Половинкин<sup>1,2</sup>, В.А. Стучинский<sup>1</sup>, А.В. Вишняков<sup>1</sup>, И.И. Ли<sup>1</sup>**<sup>1</sup> *ИФП им. А.В. Ржанова*<sup>2</sup> *Новосибирский государственный технический университет*

Представлены результаты расчетов пространственного распределения локальной квантовой эффективности в матричных ИК фотоприемниках на основе эпитаксиальных слоев КРТ при их освещении со стороны подложки. Расчеты основаны на моделировании диффузии фотогенерированных носителей методом Монте-Карло с учетом основных фотоэлектрических (диффузионная длина неосновных носителей, длины поглощения излучения в слое абсорбера) и конструктивных параметров фотоприемников (размер фотоприемников, глубина и диаметр  $p$ - $n$ -перехода, толщина фоточувствительного слоя (слоя абсорбера)). Показано, что зависимости пространственного распределения локальной квантовой эффективности позволяют рассчитать интегральные значения квантовой эффективности в условиях однородной и локальной засветки фотоприемников в зависимости от фотоэлектрических и конструктивных параметров. Сформулированы требования к конструктивным параметрам фотодиодов (соотношение размера  $p$ - $n$ -переходов и геометрических размеров ФЧЭ), обеспечивающие достижение предельных значений чувствительности и пространственного разрешения, а также пониженных значений коэффициента фотоэлектрической связи многоэлементных ИК ФПУ на основе пленок материала КРТ.

*Ключевые слова:* ИК фотоприемное устройство (ИК ФПУ), фотодиод, локальная квантовая эффективность, носитель заряда НЗ, пространственное разрешение.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-4-91-100

**Введение**

При оптимизации фотоэлектрических и конструктивных параметров фоточувствительных элементов (ФЧЭ) многоэлементных фотоприемных устройств (ФПУ) основное внимание ранее уделялось проблеме уменьшения темновых токов диодов. Современная технология обеспечивает уровень темновых токов диодов, не ограничивающий чувствительность ИК ФПУ [1–3]; в связи с этим на передний план выходят вопросы, связанные с процессом сбора фотодиодами ФПУ фотогенерированных носителей заряда (НЗ), и с необходимостью учета распределения локальной квантовой эффективности по площади матрицы [4].

Целью данной работы являлось моделирование методом Монте-Карло процесса диффузии фотогенерированных НЗ в ФС матричных ФПУ, направленное на вычисление пространственного распределения локальной квантовой эффективности по площади ФЧЭ устройства, а также величины фотоэлектрической связи и интегральных квантовых эффективностей фотоэлементов в условиях однородной и локальной засветок фотоприемной матрицы детектируемым излучением с учетом основных фотоэлектрических и конструктивных параметров ФПУ, таких как диффузионная длина НЗ, длина поглощения излучения в материале абсорбера, размер ФЧЭ, глубина и диаметр  $p$ - $n$ -перехода, толщина ФС [5–8].

Значения квантовых эффективностей в условиях однородной и локальной засветок ФПУ позволяют прогнозировать пороговую чувствительность, обнаружительную способность, пространственное разрешение и частотно-контрастную характеристику фотоприемных устройств.

### Описание модели

Моделирование процессов генерации, диффузии и рекомбинации НЗ в фото-чувствительной пленке материала КРТ производилось методом Монте-Карло.

Основные параметры модели включают:

- параметры фоточувствительного слоя (ФС): толщина ФС –  $t$ , длина диффузии НЗ –  $L_D$ , длина поглощения излучения в материале абсорбера –  $L_{ph}$ ;
- геометрические параметры ФЧЭ: шаг массива ФЧЭ (по  $x$  и по  $y$ ) –  $(h_x, h_y)$ ;
- геометрические параметры диода: глубина –  $h_d$ , форма – круглый с диаметром  $D_d$ , или прямоугольный с размерами  $d_x$  и  $d_y$ ;
- элементарный шаг диффузионной модели –  $h_{st}$ .

Пример пространственного распределения локальной квантовой эффективности ФЧЭ по фрагменту  $3 \times 3$  фоточувствительных элементов приведен на рис. 1. Данные получены для фотоприемной матрицы с размером ФЧЭ  $20 \times 20$  мкм<sup>2</sup>. В расчетах диаметр  $n$ -области диода был выбран равным 10 мкм; для величины заглабления диода в ФС было принято значение 2 мкм, для длины диффузии НЗ – значение  $L_D = 20$  мкм, для толщины ФС – 6 мкм, для длины оптического поглощения излучения в слое абсорбера – 5 мкм. В модельных расчетах отражения излучения на границах структуры не учитывались. Принятые значения конструктивных и фотоэлектрических параметров типичны для ИК ФПУ на основе ГЭС КРТ МЛЭ [6].

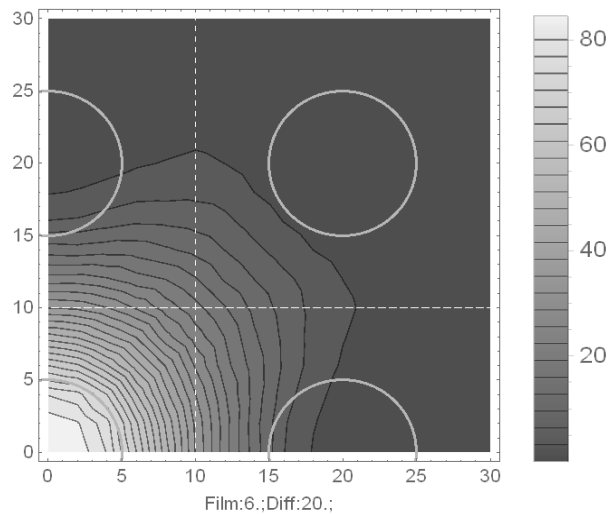


Рис. 1 – Пример пространственного распределения локальной квантовой эффективности (ввиду симметрии задачи показана четверть распределения)

Fig. 1 – An example of spatial distribution of local quantum efficiency (due to the problem symmetry only a quarter of the distribution is shown)

Расчет показывает, что область сбора фотоносителей не совпадает с геометрическими размерами ФЧЭ. Часть фотогенерированных НЗ собирается с соседних ФЧЭ, в то время как часть НЗ, генерированных в пределах центрального элемента, уходит в фотодиоды соседних элементов.

### Примеры расчета интегральной квантовой эффективности

Из распределения локальной квантовой эффективности может быть подсчитана интегральная квантовая эффективность фоточувствительных элементов ФПУ. На рис. 2 приведены зависимости интегральной квантовой эффективности от толщины ФС при однородной засветке выбранного фрагмента матрицы (рис. 2, *а*) и при локальной (и также однородной по площади) засветке (рис. 2, *б*) его центрального ФЧЭ размером  $20 \times 20$  мкм<sup>2</sup> с диаметром  $p$ - $n$ -перехода 10 мкм.

На рис. 3 приведены уровни сигналов соседних фотоэлементов при локальной засветке центрального элемента фотодиодной матрицы с размером ФЧЭ  $20 \times 20$  мкм<sup>2</sup> и диаметром его  $p$ - $n$ -перехода 10 мкм.

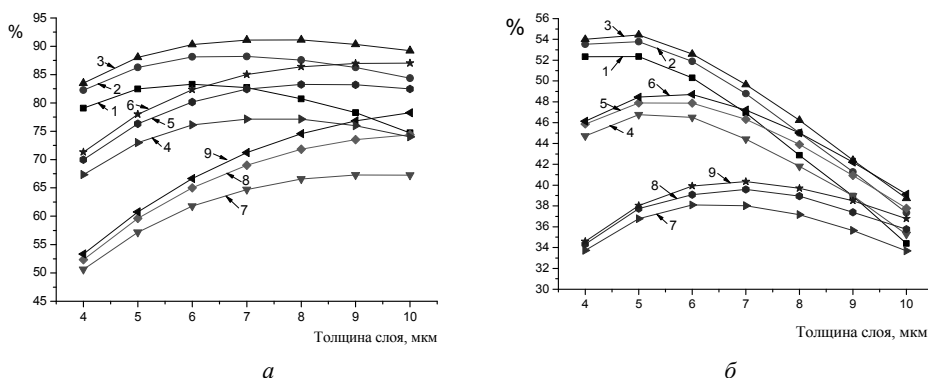


Рис. 2 – Интегральная квантовая эффективность для центрального ФЧЭ рассматриваемого фрагмента матрицы при однородной засветке этого фрагмента (*а*) и при локальной засветке его центрального ФЧЭ (*б*) как функция толщины слоя абсорбера для ФПУ с разными значениями длины диффузии неосновных НЗ и длины поглощения детектируемого излучения. Длины диффузии электронов в слое абсорбера  $L_D$ :

15 мкм (кривые 1, 4 и 7), 20 мкм (кривые 2, 5 и 8) и 25 мкм (кривые 3, 6 и 9). Длина оптического поглощения  $L_{ph}$ : 2 мкм (кривые 1, 2 и 3), 3 мкм (кривые 4, 5 и 6) и 5 мкм (кривые 7, 8 и 9)

Fig. 2 – Integral quantum efficiencies for the central photosensitive element (PSE) of the 3x3 focal plane array (FPA) fragment under uniform illumination (*a*) and at local illumination of its central PSE (*b*) as functions of absorber layer thickness for 2D photodetectors with different values of charge-carrier diffusion length and optical absorption length in the absorber layer. Electron diffusion length in the absorber layer  $L_D$ :

15  $\mu\text{m}$  (curves 1, 4 and 7), 20  $\mu\text{m}$  (curves 2, 5 and 8), and 25  $\mu\text{m}$  (curves 3, 6 and 9). Optical absorption length  $L_{ph}$ : 2  $\mu\text{m}$  (curves 1, 2 and 3), 3  $\mu\text{m}$  (curves 4, 5 and 6) and 5  $\mu\text{m}$  (curves 7, 8 and 9)

Под уровнем сигнала здесь понимается доля фотонов, сгенерировавших фотоэлектроны, давшие вклад в фототок диода соседнего фотоэлемента при однородной засветке центрального ФЧЭ, от общего числа фотогенерированных электронов. Разница в величинах квантовых эффективностей для центрального ФЧЭ рассматриваемого фрагмента фотоприемной матрицы в случае однородной засветки всей фотоприемной матрицы и в случае локальной засветки рассматриваемого ФЧЭ объясняется наличием среди НЗ, генерированных в пределах центрального ФЧЭ, попадающих на диоды соседних элементов ФПУ, а также на диоды элементов вне рассматриваемого фрагмента матрицы. Как показывают результаты вычислений, квантовая эффективность при локальной засветке одного ФЧЭ может быть заметно меньшей, чем таковая при однородной засветке матрицы (или ее протяженного участка, включающей рассматриваемый фотоэлемент).

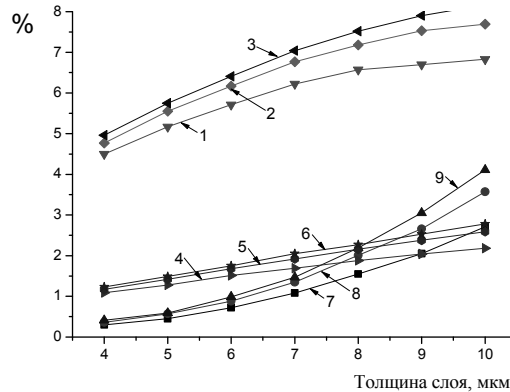


Рис. 3 – Уровни сигналов соседних ФЧЭ при локальной засветке центрального ФЧЭ рассматриваемого фрагмента фотодиодной матрицы. Кривые 1, 2 и 3 – уровень сигналов интегрируемых на ближайших соседних элементах, кривые 4, 5 и 6 – уровень сигналов интегрируемых на соседних диагональных элементах, кривые 7, 8 и 9 – доля носителей интегрируемых вне фрагмента фоточувствительных элементов форматом  $3 \times 3$  элемента. Длина диффузии электронов в слое абсорбера  $L_D$ :

15 мкм (кривые 1, 4 и 7), 20 мкм (кривые 2, 5 и 8) и 25 мкм (кривые 3, 6 и 9). Длина оптического поглощения  $L_{ph}$ : 2 мкм (кривые 1, 2 и 3), 3 мкм (кривые 4, 5 и 6) и 5 мкм (кривые 7, 8 и 9)

Fig. 3 – Photoelectric signal levels of neighbor PSEs at local illumination of the central PSE of the  $3 \times 3$  FPA fragment. Curves 1, 2 and 3 are signals integrated at the nearest neighbor PSEs; curves 4, 5 and 6 are signals integrated at the diagonal neighbor PSEs; curves 7, 8 and 9 are a part of charge carriers integrated outside the  $3 \times 3$  FPA fragment. The electron diffusion length in the absorber layer  $L_D$ :

is 15  $\mu\text{m}$  (curves 1, 4 and 7), 20  $\mu\text{m}$  (curves 2, 5 and 8), and 25  $\mu\text{m}$  (curves 3, 6 and 9). The optical absorption length  $L_{ph}$  is 2  $\mu\text{m}$  (curves 1, 2 and 3), 3  $\mu\text{m}$  (curves 4, 5 and 6), and 5  $\mu\text{m}$  (curves 7, 8 and 9)

Этот результат обусловлен тем обстоятельством, что в случае локальной засветки центрального ФЧЭ часть НЗ, генерированных излучением на площади этого ФЧЭ, стекает на фотодиоды соседних фотоэлементов ФПУ. В условиях однородной засветки матрицы убыль фототока рассматриваемого ФЧЭ, возникающая из-за диффузии указанных НЗ в соседние фотоэлементы в точности компенсируется притоком фотогенерированных НЗ из соседних ФЧЭ; в случае же локальной засветки одного ФЧЭ матрицы такой компенсации не происходит. На рис. 4 и 5 приведены зависимости, аналогичные приведенным на рис. 2 и 3, но для диаметра  $p$ - $n$ -перехода 16 мкм.

На рис. 6 приведены значения коэффициента фотоэлектрической связи, определенного как отношение уровня сигналов соседних ФЧЭ (кривые 1–3 на рис. 3 и 5) к уровню сигнала центрального ФЧЭ фрагмента при его локальной засветке (см. рис. 2, б и 4, б), в зависимости от толщины слоя абсорбера в ФПУ с

разными значениями размера фотодиода, длины диффузии фотогенерированных НЗ и длины поглощения излучения в слое абсорбера.

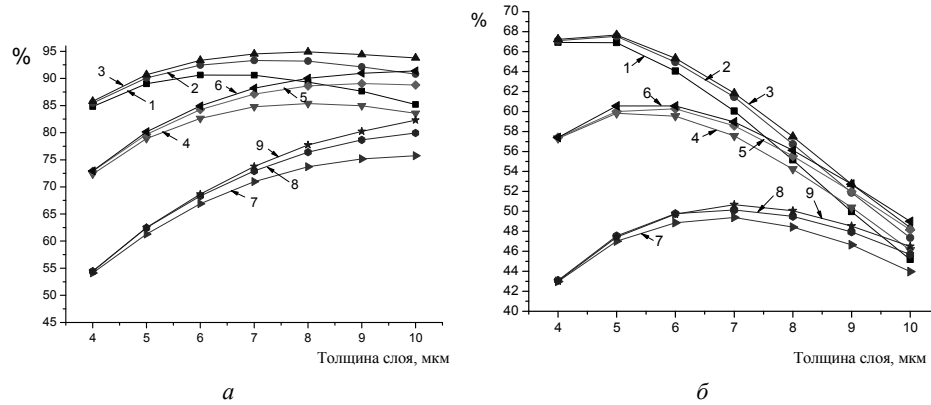


Рис. 4 – Интегральная квантовая эффективность ФЧЭ при однородной засветке рассматриваемого 3×3-фрагмента матрицы (а) и при локальной засветке его центрального ФЧЭ (б) как функция толщины слоя абсорбера для ФПУ с разными значениями длины диффузии неосновных НЗ и длины поглощения детектируемого излучения в слое абсорбера. Длина диффузии электронов в слое абсорбера  $L_D$ :

5 мкм (кривые 1, 4 и 7), 20 мкм (кривые 2, 5 и 8) и 25 мкм (кривые 3, 6 и 9). Длина оптического поглощения  $L_{ph}$ : 2 мкм (кривые 1, 2 и 3), 3 мкм (кривые 4, 5 и 6) и 5 мкм (кривые 7, 8 и 9)

Fig. 4 – Integral quantum efficiencies of the central photosensitive element of the 3×3 FPA fragment under uniform illumination (a) and at local illumination of its central PSE (b) as functions of the absorber layer thickness of 2D photodetectors with different values of the charge-carrier diffusion length and optical absorption length in the absorber layer. The electron diffusion length of the absorber layer  $L_D$ :

is 15 μm (curves 1, 4 and 7), 20 μm (curves 2, 5 and 8), and 25 μm (curves 3, 6 and 9). The optical absorption length  $L_{ph}$  is 2 μm (curves 1, 2 and 3), 3 μm (curves 4, 5 and 6) and 5 μm (curves 7, 8 and 9)

Выделим основные результаты, следующие из приведенных на рис. 2–6 зависимостей:

- с увеличением размера  $p$ - $n$ -переходов ФЧЭ зависимость квантовой эффективности от диффузионной длины неосновных НЗ становится менее выраженной; следовательно, улучшается однородность вольт-ваттных характеристик фоточувствительных элементов многоэлементных ИК ФПУ, изготовленных на пленках материала КРТ с флуктуирующими рекомбинационными свойствами (рис. 2 и 4);

- увеличение размера  $p$ - $n$ -перехода позволяет увеличить величину квантовой эффективности элементов фотоприемника как в условиях однородной засветки матрицы, так и в случае локальной засветки индивидуального ФЧЭ устройства;

- интегральная квантовая эффективность ФЧЭ ФПУ при его локальной засветке может быть существенно меньшей, чем при однородной засветке всей матрицы. Различие интегральных квантовых эффективностей для двух случаев обусловлено диффузией части НЗ, рожденных излучением в рассматриваемом фотоэлементе, в соседние ФЧЭ и участием этих НЗ в формировании фототока диодов соседних ФЧЭ; в отличие от случая однородной засветки матрицы (или обширной ее области, включающей данный ФЧЭ), в случае локальной засветки выбранного ФЧЭ эта убыль не компенсируется встречным потоком фотогенерированных НЗ из соседних ФЧЭ в рассматриваемый;

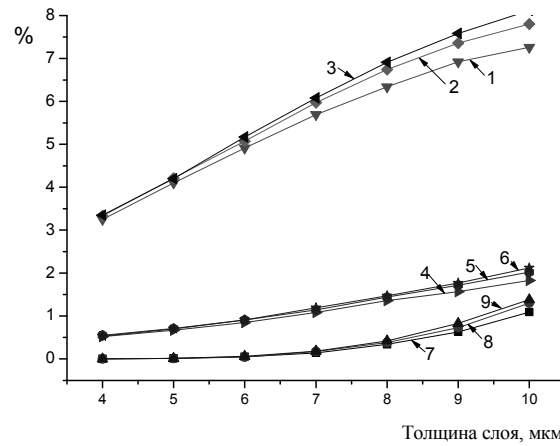


Рис. 5 – Уровень сигналов соседних ФЧЭ при локальной засветке центрального ФЧЭ рассматриваемого фрагмента матрицы. Кривые 1, 2 и 3 – уровень сигналов интегрируемых на ближайших соседних элементах, кривые 4, 5 и 6 – уровень сигналов интегрируемых на соседних диагональных элементах, кривые 7, 8 и 9 – доля носителей интегрируемых вне фрагмента фоточувствительных элементов форматом  $3 \times 3$  элемента. Длина диффузии электронов в слое абсорбера  $L_D$ :

15 мкм (кривые 1, 4 и 7), 20 мкм (кривые 2, 5 и 8), и 25 мкм (кривые 3, 6 и 9). Длина оптического поглощения  $L_{ph}$ : 2 мкм (кривые 1, 2 и 3), 3 мкм (кривые 4, 5 и 6) и 5 мкм (кривые 7, 8 и 9)

Fig. 5 – Photoelectric signal levels of neighbor PSEs at local illumination of the  $3 \times 3$  FPA fragment. Curves 1, 2 and 3 are signals integrated at the nearest neighbor PSEs; curves 4, 5 and 6 are signals integrated at the diagonal neighbor PSEs; curves 7, 8 and 9 are a fraction of charge carriers integrated at PSEs outside the  $3 \times 3$  FPA fragment.

The electron diffusion length in the absorber layer  $L_D$ :

is 15  $\mu\text{m}$  (curves 1, 4 and 7), 20  $\mu\text{m}$  (curves 2, 5 and 8) and 25  $\mu\text{m}$  (curves 3, 6 and 9). The optical absorption length  $L_{ph}$  is 2  $\mu\text{m}$  (curves 1, 2 and 3), 3  $\mu\text{m}$  (curves 4, 5 and 6) and 5  $\mu\text{m}$  (curves 7, 8 and 9)

– в случае локальной засветки выбранного ФЧЭ часть носителей заряда, фотогенерированных в этом фотоэлементе, интегрируется в соседних фотоэлементах ФПУ; эта часть определяет величину коэффициента фотоэлектрической связи фотоприемника;

– обнаружительная способность фотоприемника по отношению к различным объектам зависит от величины размера изображения объекта в фокальной плоскости оптической системы фотоприемного модуля.

Квантовая эффективность при однородной засветке определяет пороговую чувствительность ИК ФПУ для объектов, геометрический размер изображения которых в фокальной плоскости ФПУ многократно превышает геометрические размеры ФЧЭ матрицы, тогда как квантовая эффективность при локальной засветке определяет пороговую чувствительность ИК ФПУ для объектов, размер которых в фокальной плоскости ФПУ сравним или меньше геометрического размера ФЧЭ матрицы и характеризует ее частотно-контрастную характеристику.



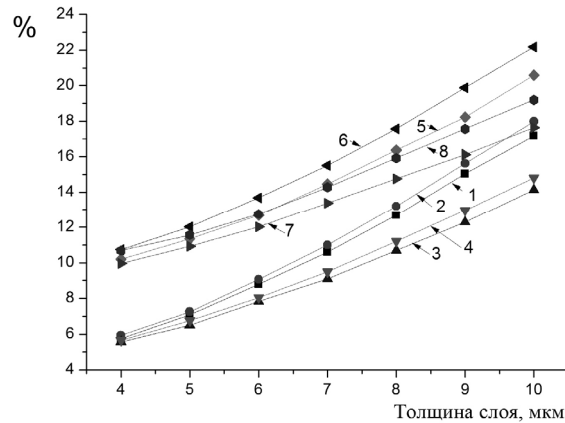


Рис. 6 – Коэффициент фотоэлектрической связи соседних ФЧЭ в зависимости от толщины слоя абсорбера. Размер ФЧЭ матрицы –  $20 \times 20$  мкм. Для кривых 1–4 диаметр  $p$ - $n$ -переходов 16 мкм, для кривых 5–8 диаметр  $p$ - $n$ -переходов 10 мкм, для кривых 1, 2, 5 и 6 длина оптического поглощения 2 мкм, для кривых 3, 4, 7 и 8 длина оптического поглощения 5 мкм. Для кривых 1, 3, 5 и 7 длина диффузии электронов в слое абсорбера равна  $L_D = 15$  мкм, для кривых 2, 4, 6 и 8 длина диффузии электронов в слое абсорбера  $L_D = 20$  мкм

Fig. 6 – Photoelectron coupling coefficients of neighbor PSEs versus the absorber-layer thickness. The PSE size of FPA is  $20 \times 20$   $\mu\text{m}$ . For curves 1–4 and 5–8, the  $p$ - $n$ -diode diameter is 16 and 10  $\mu\text{m}$ , respectively. The optical absorption length is 2  $\mu\text{m}$  (curves 1, 2, 5 and 6) and 5  $\mu\text{m}$  (curves 3, 4, 7 and 8). The electron diffusion length in the absorber layer  $L_D$ , is 15  $\mu\text{m}$  (curves 1, 3, 5 and 7) and 20  $\mu\text{m}$  (curves 2, 4, 6 and 8)

## Выводы

Предложена модель для вычисления пространственного распределения локальной квантовой эффективности фоточувствительных элементов матричных фотоприемников, учитывающая диффузию фотогенерированных носителей заряда и величину основных фотоэлектрических и конструктивных параметров ФПУ (к первым относятся длина поглощения излучения в слое абсорбера и диффузионная длина неосновных НЗ, ко вторым, – толщина слоя абсорбера, а также размер и величина заглупления  $p$ - $n$ -переходов диодов в ФС). Результаты моделирования позволяют сформулировать требования к конструктивным параметрам фотодиодов (соотношение размера  $p$ - $n$ -переходов и геометрических размеров ФЧЭ), обеспечивающие достижение предельных значений чувствительности и пространственного разрешения ИК ФПУ на основе пленок материала КРТ.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Рогальский А.** Инфракрасные детекторы: пер. с англ. – Новосибирск: Наука, 2003. – 636 с.
2. **Rogalski A.** Competitive technologies for third generation infrared photon detectors // Proceedings of SPIE. – 2006. – Vol. 6206. – Art. 62060S.

3. **Филачев А.М., Таубкин И.И., Трищенко М.А.** Твердотельная электроника. Фотодиоды. – М.: Физматкнига, 2011. – 448 с.
4. Сравнительный анализ методов измерения параметров ФПУ с режимом ВЗН / В.Н. Васильев, И.Ю. Дмитриев, Б.Н. Бражников, К.В. Козлов, П.А. Кузнецов, В.Н. Соляков, В.П. Пономаренко // Успехи прикладной физики. – 2015. – Т. 3, № 5. – С. 486–495.
5. Monte Carlo simulation of the photoelectron crosstalk in silicon imaging devices / J.P. Lavine, Win-Chyi Chang, C.N. Anagnostopoulos, B.C. Burkey, E.T. Nelson // IEEE Transactions on Electron Devices. – 1985. – Vol. ED-32, N 10. – P. 2087–2090.
6. Analysis of charge-carrier diffusion in the photosensing films of HgCdTe infrared focal plane array photodetectors / A.V. Vishnyakov, V.A. Stuchinsky, D.V. Brunev, A.V. Zverev, S.A. Dvoretzky // Journal of Applied Physics. – 2015. – Vol. 118. – Art. 124508.
7. High-performance 320×256 long-wavelength infrared photodetector arrays based on CdHgTe layers grown by molecular beam epitaxy / A.V. Predein, Yu.G. Sidorov, I.V. Sabinina, V.V. Vasil'ev, G.Yu. Sidorov, I.V. Marchishin // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2013. – Vol. 49, iss. 5. – P. 485–491.
8. 320×256 HgCdTe IR FPA with a built-in shortwave cut-of filter / V.V. Vasi'ev, V.S. Varavin, S.A. Dvoretzky, I.V. Marchishin, N.N. Mikhailov, A.V. Predein, V.G. Revtsnik, I.V. Sabinina, Yu.G. Sidorov, A.O. Susliacov // Opto-Electronics Review. – 2010. – Vol. 18, no. 3. – P. 236–240.

## MONTE CARLO SIMULATION OF PHOTOELECTRIC CHARACTERISTICS OF 2D IR FPA DETECTORS

**Polovinkin V.G.<sup>1,2</sup>, Stuchinsky V.A.<sup>1</sup>, Vishnyakov A.V.<sup>1</sup>, Lee I.I.<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Rzhanov Institute of Semiconductor Physics SB RAS, Novosibirsk, Russia*

<sup>2</sup>*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

In the present paper, we report on the results of Monte Carlo calculations of spatial distributions of the local quantum efficiency in CdHgTe photovoltaic IR FPA detectors at their backside illumination with incident radiation. The obtained spatial distributions of local quantum efficiency allow one to calculate the values of the integral quantum efficiency of the detectors under their uniform and local illumination with radiation. Based on these distributions it is possible to predict the sensitivity and modulation transfer characteristics of detectors, with their main photoelectric and design parameters being taken into account.

*Keywords:* IR focal plane array IR FPA, photodiode, local quantum efficiency, charge carrier (CC), spatial resolution.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-4-91-100

### REFERENCES

1. Rogalski A. *Infrared detectors*. Amsterdam, Gordon & Breach, 2000 (Russ. ed.: Rogal'skii A. *Infrakrasnye detektory*. Translated from English. Novosibirsk, Nauka Publ., 2003. 636 p.).
2. Rogalski A. Competitive technologies for third generation infrared photon detectors. *Proceedings of SPIE*, 2006, vol. 6206, art. 62060S.
3. Filachev A.M., Taubkin I.I., Trishenkov M.A. *Tverdotel'naya elektronika. Fotodiody* [Solid-state photoelectronics. Photodiodes]. Moscow, Fizmatkniga Publ., 2011. 448 p.
4. Vasil'ev V.N., Dmitriev I.Yu., Brazhnikov B.N., Kozlov K.V., Kuznetsov P.A., Solyakov V.N., Ponomarenko V.P. Sravnitel'nyi analiz metodov izmereniya parametrov FPU s rezhimom VZN [A comparative analysis of methods for measuring the parameters of photodetectors with the regime of time-delay and accumulation]. *Uspekhi prikladnoi fiziki – Advances in Applied Physics*, 2015, vol. 3, no. 5, pp. 486–495.

5. Lavine J.P., Win-Chyi Chang, Anagnostopoulos C.N., Burkey B.C., Nelson E.T. Monte Carlo simulation of the photoelectron crosstalk in silicon imaging devices. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 1985, vol. ED-32, no. 10, pp. 2087–2090.
6. Vishnyakov A.V., Stuchinsky V.A., Brunev D.V., Zverev A.V., Dvoretzky S.A. Analysis of charge-carrier diffusion in the photosensing films of HgCdTe infrared focal plane array photo-detectors. *Journal of Applied Physics*, 2015, vol. 118, art. 124508.
7. Predein A.V., Sidorov Yu.G., Sabinina I.V., Vasil'ev V.V., Sidorov G.Yu., Marchishin I.V. High-performance 320×256 long-wavelength infrared photodetector arrays based on CdHgTe layers grown by molecular beam epitaxy. *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*, 2013, vol. 49, iss. 5, pp. 485–491.
8. Vasil'ev V.V., Varavin V.S., Dvoretzky S.A., Marchishin I.V., Mikhailov N.N., Predein A.V., Revtsnik V.G., Sabinina I.V., Sidorov Yu.G., Susliacov A.O. 320x256 HgCdTe IR FPA with a built-in shortwave cut-of filter. *Opto-Electronics Review*, 2010, vol. 18, no. 3, pp. 236–240.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Половинкин Владимир Григорьевич**, родился в 1947 году, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, лаб. № 14, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физики полупроводников им. А.В. Ржанова Сибирского отделения РАН. Область научных интересов: физика полупроводников, методы математического моделирования. Опубликовано 59 научных работ. (Адрес: 630090, Россия, г. Новосибирск, пр. Лаврентьева, 13. E-mail: PVG@isp.nsc.ru).

**Polovinkin Vladimir Grigor'evich (b. 1947)** – Candidate of Sciences (Phys. & Math.), senior researcher, L.14, Federal State Budgetary Institution of Science in the A.V. Rzhanov Institute of Semiconductor Physics, SB RAS. His research interests include physics of semiconductor and mathematical simulation methods. He is the author of 59 research, russia papers. (Address: 13, Lavrentiyva Av., Novosibirsk, 630090, Russia. E-mail: PVG@isp.nsc.ru).



**Стучинский Виктор Андреевич**, родился в 1961 году, канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник, лаб. № 28, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физики полупроводников им. А.В. Ржанова Сибирского отделения РАН. Область научных интересов: физика полупроводников, микроэлектроника, методы математического моделирования. Опубликовано 40 научных работ, 1 АС на изобретение (Адрес: 630090, Россия, г. Новосибирск, пр. Лаврентьева, 13. E-mail: stuchin@isp.nsc.ru).

**Stuchinsky Victor Andreevich (b. 1961)** – Candidate of Sciences (Phys. & Math.), research worker, L. 28, Federal State Budgetary Institution of Science in the A.V. Rzhanov Institute of Semiconductor Physics, SB RAS. His research interests include physics of semiconductor, microelectronics and mathematical simulation methods. He is the author of 40 scientific papers and has 1 inventor's certificate. (Address: 13, Lavrentiyva Av., Novosibirsk, 630090, Russia. E-mail: stuchin@isp.nsc.ru).



**Вишняков Алексей Витальевич**, – родился в 1961 году, канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник, лаб. № 28, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физики полупроводников им. А.В. Ржанова Сибирского отделения РАН. Область научных интересов: физика полупроводников. Опубликовано 24 научных работ. (Адрес: 630090, Россия, г. Новосибирск, пр. Лаврентьева, 13. E-mail: vishn@isp.nsc.ru).

**Vishnyakov Aleksey Vitalievich** (b. 1961) – Candidate of Sciences (Phys. & Math.), research worker, Lab. № 28, Federal State Budgetary Institution of Science in the A.V. Rzhanov Institute of Semiconductor Physics, SB RAS. His research interests include physics of semiconductor. He is the author of 24 scientific papers. (Address: 13, Lavrentiyva Av., Novosibirsk, 630090. E-mail: vishn@isp.nsc.ru).



**Ли Ирлам Игнат'евич**, – родился в 1950 году, д-р техн. наук, ведущий научный сотрудник, лаб. № 14, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физики полупроводников им. А.В. Ржанова Сибирского отделения РАН. Область научных интересов: физика полупроводников, микроэлектроника. Опубликовано 80 научных работ, в том числе 39 патентов РФ, АС на изобретение. (Адрес: 630090, Россия, г. Новосибирск, пр. Лаврентьева, 13. E-mail: irlamlee@isp.nsc.ru).

**Lee Irlam Ignat'evich** (b. 1947) – Doctor of Sciences (Eng.), leading researcher, L.14, Federal State Budgetary Institution of Science in the A.V. Rzhanov Institute of Semiconductor Physics, SB RAS. His research interests are focused on physics of semiconductor and microelectronics. He is the author of 80 scientific papers including 39 RF patents. (Address: 13, Lavrentiyva Av., Novosibirsk, 630090, Russia. E-mail: irlamlee@isp.nsc.ru).

*Статья поступила 15 декабря 2017 г.  
Received December 15, 2017*

---

To Reference:

Polovinkin V.G., Stuchinsky V.A., Vishnyakov A.V., Lee I.I. Modelirovanie fotoelektricheskikh kharakteristik matrichnykh IK fotopriemnikov metodom Monte-Karlo [Monte Carlo simulation of photoelectric characteristics of 2D IR FPA detectors]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2017, no. 4 (37), pp. 91–100. doi: 10.17212/1727-2769-2017-4-91-100

УДК 519.242.5

**РОБАСТНЫЕ ОЦЕНКИ МОМЕНТОВ ПРИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ЛЯМБДА-РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В РАМКАХ АДАПТИВНОГО ОЦЕНИВАНИЯ****В.С. Тимофеев, Е.А. Хайленко***Новосибирский государственный технический университет*

Рассмотрена задача оценки параметров универсального лямбда-распределения методом моментов. Описаны способы вычисления моментов, такие как классическое среднее, усеченное среднее, винзоризированное среднее, среднее по шорту. С помощью вычислительных экспериментов показана эффективность применения робастных оценок для идентификации лямбда-распределения. Получено, что при отсутствии в выборке аномальных наблюдений наиболее точные результаты оценивания показал метод моментов на основе классических оценок моментов, при появлении выбросов оценки лямбда-распределения полученные методом моментов на основе усеченного среднего и винзоризированного среднего являются наиболее точными, а метод моментов с использованием среднего по шорту некорректно описывает форму распределения. Данная идея идентификации лямбда-распределения была применена в алгоритмах модификаций разработанного авторами ранее метода адаптивного оценивания параметров регрессионных зависимостей. Авторами было проведено исследование данных алгоритмов при различных условиях вычислительных экспериментов. Получено, что при идентификации лямбда-распределения в случае отсутствия в выборке выбросов наиболее точные результаты показал метод моментов на основе классических моментов. При появлении в выборке грубых ошибок наблюдений более точные результаты оценивания дают предложенные модификации метода моментов, что говорит об их устойчивости.

*Ключевые слова:* регрессионная зависимость, адаптивное оценивание, метод максимального правдоподобия, универсальное лямбда-распределение, идентификация распределения, метод моментов, устойчивые оценки моментов.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-4-101-111

**Введение**

Проведение статистического анализа данных часто приводит к необходимости построения уравнений, описывающих наблюдаемые взаимосвязи между входными и выходными переменными. Для решения таких задач, как правило, предпочтение отдается методам регрессионного анализа, одной из задач которого является поиск оценок неизвестных параметров регрессионных зависимостей.

Известно, что классические методы оценивания параметров регрессионных моделей, например метод максимального правдоподобия (ММП), требуют наличия априорной информации о виде распределения, которой у исследователей, как правило, нет. Поэтому в работе [1] предложен подход к адаптивному оцениванию параметров регрессионных зависимостей с использованием обобщенного лямбда-распределения (GL-распределение), который позволяет получать оценки при различных распределениях случайных ошибок, таких как нормальное, экспоненциальное, Вейбулла, логнормальное, гамма-распределение и другие [2, 3]. Однако

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ по государственному заданию (проект 2.7996.2017/8.9).

для применения этого подхода необходимо на каждой итерации проводить оценивание параметров GL-распределения. Используемый авторами для этого метод моментов сильно зависит от качества оценок моментов, которое, при наличии в выборке даже небольшой доли выбросов, может оказаться весьма низким. Следует также отметить, что чем более высокий порядок моментов используется, тем острее проявляется данная проблема.

В связи с этим задача построения алгоритмов для вычисления робастных оценок моментов является весьма актуальной. Очевидно, что наличие устойчивых оценок моментов позволит не только получить качественные оценки параметров GL-распределения, но и значительно улучшить оценки параметров регрессионных зависимостей.

### 1. Постановка задачи

Рассмотрим регрессионное уравнение вида

$$y = X\theta + \varepsilon, \quad (1)$$

где  $X = \begin{bmatrix} f_1(x_{11}) & \cdots & f_m(x_{1m}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_1(x_{n1}) & \cdots & f_m(x_{nm}) \end{bmatrix}$  – матрица регрессоров, имеющая полный столб-

цовый ранг, т. е.  $rg(X) = m$ ,  $m$  – количество регрессоров,  $n$  – количество испытаний,  $f_1(x), \dots, f_m(x)$  – известные действительные функции,  $x_{ij}$  – заданные значения входных факторов в  $n$  наблюдениях,  $y = (y_1, \dots, y_n)^T$  – вектор отклика,  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_m)^T$  – вектор неизвестных параметров, подлежащих оцениванию;  $\varepsilon = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)^T$  – вектор независимых ошибок наблюдений, имеющих одинаковое GL-распределение. Следовательно, функция распределения зависит от четырех параметров  $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$  и определяется с точки зрения квантилей распределения следующим образом [2]:

$$Q(u, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4) = \lambda_1 + \frac{1}{\lambda_2} \left[ \frac{u^{\lambda_3}}{\lambda_3} - \frac{(1-u)^{\lambda_4}}{\lambda_4} \right], \quad 0 \leq u \leq 1, \quad (2)$$

$$\varepsilon_i = Q(u, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4), \quad i = 1, \dots, n.$$

В данной работе предполагается унимодальность плотности распределения ошибок, что позволяет применять ММП для оценивания параметров регрессионных моделей. Кроме того, имеют место следующие предположения [3,4]:

$$E(\varepsilon) = 0; \quad E(\varepsilon\varepsilon^T) = \sigma^2 I, \quad \sigma^2 < \infty, \quad rg(X) = m. \quad (3)$$

Таким образом, задача состоит в том, чтобы по имеющимся исходным данным (значениям отклика и входных факторов) как можно точнее оценить вектор неизвестных параметров уравнения регрессии (1).

## 2. Идентификация GL-распределения с использованием робастных оценок моментов

Как уже отмечалось, GL-распределение имеет четыре неизвестных параметра, поэтому для использования метода моментов достаточно иметь информацию о значениях первых четырех моментов. Однако на практике такой информации у исследователя, как правило, нет. Следовательно, разрабатываемые алгоритмы должны извлекать данную информацию из выборки, проводя оценивание значений моментов до требуемого порядка. Именно с этого и начинается алгоритм реализованного в [1] метода моментов [2]:

- для выборки  $X_1, X_2, \dots, X_N$  вычисляются выборочные моменты [6, 7]:

$$\begin{aligned}\hat{\alpha}_1 &= \bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i & \hat{\alpha}_2 &= \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})^2, \\ \hat{\alpha}_3 &= \frac{1}{N \hat{\sigma}^3} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^3 & \hat{\alpha}_4 &= \frac{1}{n \hat{\sigma}^4} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^4;\end{aligned}\tag{4}$$

- значения данных моментов приравниваются к значениям теоретических для GL-распределения, которые вычисляются по формулам [2]:

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \mu = \lambda_1 + \frac{A}{\lambda_2}, & \alpha_2 &= \sigma^2 = \frac{1}{\lambda_2^2} (B - A^2), \\ \alpha_3 &= \frac{1}{\lambda_2^3 \sigma^3} (C - 3AB + 2A^3), & \alpha_4 &= \frac{1}{\lambda_2^4 \sigma^4} (D - 4AC + 6A^2B - 3A^4),\end{aligned}$$

где  $A = \frac{1}{\lambda_3(1+\lambda_3)} + \frac{1}{\lambda_4(1+\lambda_4)},$

$$B = \frac{1}{\lambda_3^2(1+2\lambda_3)} + \frac{1}{\lambda_4^2(1+2\lambda_4)} - \frac{2}{\lambda_3\lambda_4} \beta(1+\lambda_3, 1+\lambda_4);$$

$$\begin{aligned}C &= \frac{1}{\lambda_3^3(1+3\lambda_3)} - \frac{1}{\lambda_4^3(1+3\lambda_4)} - \frac{3}{\lambda_3^2\lambda_4} \beta(1+2\lambda_3, 1+\lambda_4) + \\ &+ \frac{3}{\lambda_4^2\lambda_3} \beta(1+\lambda_3, 1+2\lambda_4);\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}D &= \frac{1}{\lambda_3^4(1+4\lambda_3)} + \frac{1}{\lambda_4^4(1+4\lambda_4)} - \frac{4}{\lambda_3^3\lambda_4} \beta(1+3\lambda_3, 1+\lambda_4) + \\ &+ \frac{6}{\lambda_3^2\lambda_4^2} \beta(1+2\lambda_3, 1+2\lambda_4) - \frac{4}{\lambda_3\lambda_4^3} \beta(1+\lambda_3, 1+3\lambda_4);\end{aligned}$$

- оценки параметров  $\lambda_1, \dots, \lambda_4$  GL-распределения находятся путем решения системы уравнений

$$\alpha_i = \hat{\alpha}_i, \quad i = \overline{1, 4}.\tag{5}$$

Нетрудно заметить, что используемые здесь оценки моментов являются классическими оценками, которые очень чувствительны к появлению в выборке грубых ошибок наблюдения. Именно это обстоятельство приводит к резкому снижению качества оценок параметров распределения метода моментов. В этой связи авторами предлагается вместо классических оценок (4) воспользоваться робастными оценками моментов. В качестве таких оценок в данной работе рассматриваются три альтернативных варианта, которые описаны ниже.

Усеченное среднее порядка  $\gamma$  вычисляется следующим образом [8,9]:

$$X_{tr}^{(\gamma)} = \frac{1}{N-2k} \sum_{i=k+1}^{N-k} X_{(i)}, \quad \gamma \in [0,1], \quad (6)$$

где  $k = \frac{N}{2}(1-\gamma)$ . При использовании данной формулы исключаются крайние элементы с двух сторон вариационного ряда.

Винзоризированное среднее порядка  $\gamma$  равно [8, 9]

$$X_{ws}^{(\gamma)} = \frac{1}{N} \left( (k+1)(X_{(k+1)} + X_{(N-k)}) + \sum_{i=k+2}^{N-k-1} X_{(i)} \right), \quad (7)$$

т. е. «крайние» элементы вариационного ряда, исключаемые из выборки, заменяются на  $X_{(k+1)}$  и  $X_{(N-k)}$  соответственно.

Среднее по шорту представляет собой следующее соотношение [8, 10]:

$$X_{sh}^{(\gamma)} = \frac{1}{\tilde{N}} \sum_{i=1}^{\tilde{N}} v_{(i)}, \quad (8)$$

где  $\tilde{N} = \gamma N$ . Новый вариационный ряд  $v_{(1)}, v_{(2)}, \dots, v_{(G)}$  получается из исходного путем поиска части вариационного с наименьшим размахом.

Приведем результаты исследования точности идентификации параметров GL-распределения случайной величины  $\xi$  методом моментов с использованием рассмотренных выше способов их оценивания. Для того чтобы провести сравнение точности оценивания параметров  $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$  GL-распределения при различных засорениях была взята функция распределения случайной величины  $\xi$  следующего вида:

$$F(x) = (1-\mu)GLD_1(x, \lambda_1^1, \lambda_2^1, \lambda_3^1, \lambda_4^1) + \mu GLD_2(x, \lambda_1^2, \lambda_2^2, \lambda_3^3, \lambda_4^4), \quad (9)$$

где  $GLD_1$  и  $GLD_2$  – функции GL-распределения с параметрами  $(\lambda_1^1, \lambda_2^1, \lambda_3^1, \lambda_4^1)$  и  $(\lambda_1^2, \lambda_2^2, \lambda_3^2, \lambda_4^2)$  соответственно,  $\mu$  – доля выбросов. При  $\mu = 0$  случайная величина  $\xi$  будет иметь распределение  $GLD_1$ , а при  $\mu = 1$  –  $GLD_2$ .

В работе были рассмотрены три варианта распределения случайной величины  $\xi$ :

1) нормальное распределение  $N(0,1)$ , которое является частным случаем GL-распределения с параметрами  $\lambda^{нст} = (0, 1.418, 0.161, 0.161)$ ;

2) симметричное GL-распределение с параметрами  $\lambda^{нст} = (0, 1, 0.5, 0.5)$ ;



3) асимметричное (с левой асимметрией) GL-распределение с параметрами  $\lambda^{\text{ист}} = (0, 1, 0.5, 0.002)$ .

В качестве показателя точности нахождения неизвестных параметров  $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$  было взято следующее соотношение:

$$\psi^{GL} = \sum_{i=1}^4 (\lambda_i - \lambda_i^{\text{ист}})^2.$$

Все исследования проводились с помощью вычислительных экспериментов, которые заключались в генерации выборок значений случайной величины  $\xi$ , имеющей распределения вида 1–3, объемом 1000 наблюдений и оценивании параметров GL-распределения, количество экспериментов 500. Для поиска неизвестных параметров применялся метод моментов с использованием следующих оценок моментов: классические моменты, вычисляемые по (4); усеченное среднее (6); винзоризированное среднее (7); среднее по шорту (8). В качестве итогового было взято усредненное по 500 выборкам значение показателя точности  $\psi^{GL}$ .

Приведем результаты исследования точности оценивания параметров GL-распределения при отсутствии выбросов для всех рассмотренных выше вариантов распределений в 1–3. В табл. 1 в столбце, отмеченном 1, приведены результаты идентификации GL-распределения для варианта распределения 1; в столбце, отмеченном 2, представлены результаты для распределения вида 2, и в столбце, отмеченном 3, – результаты для распределения вида 3.

Таблица 1 / Table 1

**Точность оценивания параметров GL-распределений  $\psi^{GL}$   
при отсутствии выбросов**

**The accuracy of estimating the parameters of GL-distributions  $\psi^{GL}$   
when there are no outliers**

Распределение случайной величины	1	2	3
Усеченное среднее	1,750E-01	1,558E-01	5,126E-01
Винзоризированное среднее	6,376E-02	1,677E-02	4,057E-01
Среднее по шорту	1,571E-01	4,333E-02	6,879E+01
Классическое среднее	3,189E-05	3,054E-05	4,331E-02

Как видно по табл. 1, при отсутствии выбросов в выборке наиболее точные результаты были достигнуты с использованием классических оценок, что можно объяснить использованием всей имеющейся в выборке информации. Кроме того, следует отметить, что наиболее точные результаты оценивания параметров GL-распределения получены всеми методами при симметричном виде распределения (случаи 1 и 2). Также по проведенным исследованиям было замечено, что все методы идентификации сохраняют симметрию либо асимметрию формы распределения случайной величины.

Далее был рассмотрен случай появления выбросов в выборке, т. е. функция распределения  $\xi$  представлена в виде (9). В качестве  $GLD_1$  выступают описанные выше распределения для вариантов 1–3. В качестве распределения аномальных наблюдений  $GLD_2$  было рассмотрено то же распределение, но с большей дисперсией. В терминах GL-распределения за величину масштаба отвечает пара-

метр  $\lambda_2$ , связь обратная и для моделирования была взята величина  $\lambda_2^2 = 0.35 \cdot \lambda_2^1$ , доля выбросов  $\mu = 0.1$ .

В табл. 2 представлены результаты исследования точности оценивания параметров GL-распределения. По таблице видно, что при появлении в выборке выбросов наиболее точные результаты показали оценки моментов с использованием (6) и (7).

Таблица 2 / Table 2

**Точность оценивания параметров GL-распределений  
при появлении выбросов,  $\mu = 0.1$**   
**The accuracy of estimating the parameters of GL-distributions  
when outliers exist,  $\mu = 0.1$**

Распределение случайной величины	1	2	3
Усеченное среднее	3,201E-02	6,992E-02	7,647E-02
Винзоризированное среднее	1,781E-02	1,094E-01	5,023E-02
Среднее по шорту	8,784E-02	4,216E-01	1,916E-01
Классическое среднее	3,673E-01	3,660E-01	1,686E-01

Рассмотрим графики (рис. 1) восстановленных функций плотности распределений для засоренного нормального и асимметричного GL-распределений, случаи 1 и 3, на примере одной выборки объемом 1000 наблюдений.

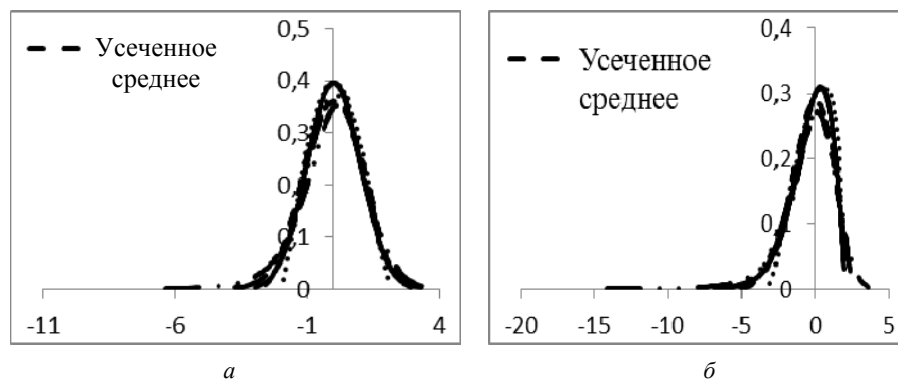


Рис. 1 – Графики восстановленной плотности распределения для случаев распределений:  
 $a - 1; b - 2$

Fig. 1 – Plots of the reconstructed distribution density for cases of distributions:  
 $a - 1; b - 2$

Как видно из рис. 1, восстановленные функции плотности с использованием оценок моментов, полученных на основе соотношений (6)–(7), описывают форму распределения ближе к истинному. Особенно следует отметить, что восстановленная функция плотности, полученная методом моментов с использованием среднего по шорту, наихудшим образом описывает форму истинного распределения, поскольку у нее отсутствуют «хвосты» распределения. Кроме того, представленные в табл. 2 результаты показали, что усредненные оценки параметров GL-распределения, полученные с использованием моментов, вычисленных по (7), также менее точные по сравнению с другими робастными оценками, поэтому в дальнейшем этот способ вычисления значений моментов авторами не рассматривался.

### 3. Модификации алгоритмов адаптивного оценивания параметров регрессии с использованием робастных оценок моментов

Перейдем к рассмотрению регрессионных зависимостей. Поскольку приведенные выше результаты исследований показали, что идентификация GL-распределения с использованием метода моментов на основе робастных оценок дает более устойчивые результаты к появлению в выборке выбросов, то возникает идея разработки модификаций представленного в работе [1] алгоритма адаптивного метода. В рамках таких модификаций предполагается проводить идентификацию параметров GL-распределения методом моментов с использованием робастных оценок моментов усеченного среднего и винзоризированного среднего.

Будем проводить сравнение точности нахождения оценок  $\hat{\theta}$  вектора неизвестных параметров  $\theta$  с использованием вычислительных экспериментов. Для оценивания параметров регрессии были взяты адаптивные методы с использованием классической и робастных оценок среднего (6) и (7), применяемых в методе моментов для идентификации параметров GL-распределения. Поскольку авторами ранее в работе [1] проводилось сравнение точности оценок, полученных адаптивным методом и методом наименьших квадратов (МНК), были показаны преимущества первого метода, поэтому МНК в данной работе рассматриваться не будет.

В качестве исследуемой использовалась следующая модель:

$$y_i = \theta_1 + \theta_2 x_{1i} + \theta_3 x_{2i} + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

где количество регрессоров  $m = 3$ , количество испытаний  $n = 500$ , значения входных факторов  $x_{ij}$  выбирались из отрезка  $[0, 1]$ ,  $\theta_{\text{ист}} = (1, 1.5, 2)^T$ . Случайные ошибки  $\varepsilon_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  моделировались независимыми и одинаково распределенными с функцией распределения вида (9).

В качестве показателя точности нахождения оценок различными методами использовалось следующее соотношение:

$$\Psi = \sum_{i=1}^m \frac{(\theta_i^{\text{ист}} - \hat{\theta}_i)^2}{(\theta_i^{\text{ист}})^2}.$$

Проведем исследование точности оценивания параметров регрессионных зависимостей при следующих распределениях случайных ошибок.

I. Нормальное распределение  $N(0, 0.1)$ .

II. Асимметричное распределение  $GLD(0, 4, 0.5, 0.002)$ .

Для различных значений  $\mu$  проводилось по 500 вычислительных экспериментов. Каждый такой эксперимент заключался в моделировании выборки исходных данных в соответствии с моделью (9) с последующим оцениванием параметров этой модели рассмотренными выше методами: наименьших квадратов и адаптивными методами с использованием классической и робастных оценок среднего. В качестве итогового показателя точности оценивания  $\Psi$  использовались усредненные по 500 экспериментам значения.

Рассмотрим случаи отсутствия выбросов, т. е. ошибка измерений имеет распределения, описанные для случаев I и II,  $\mu = 0$ , а также появления в выборке выбросов, т. е. функция распределения ошибки представлена в виде (9). В качестве

распределения ошибок аномальных наблюдений  $GLD_2$  будем рассматривать то же распределение, но с большей дисперсией.

В табл. 3 представлены результаты сравнения точности оценивания неизвестных параметров регрессии для данных случаев. Для удобства представления результатов введем следующие обозначения адаптивных методов на основе метода моментов:

- «классический метод» – с использованием классической оценки моментов для идентификации параметров GL-распределения;
- «усеченное среднее» – с использованием оценки усеченного среднего для оценки моментов для идентификации параметров GL-распределения;
- «винзоризированное среднее» – на основе винзоризированного среднего для оценки моментов для идентификации параметров GL-распределения.

Как видно из табл. 3, при отсутствии в выборке выбросов ( $\mu = 0$ ) при распределении случайной ошибки вида I все исследуемые методы дают близкие результаты оценивания. Наилучшие результаты оценивания показал адаптивный метод на основе классического метода моментов, это связано с тем, что идентификация распределения проводится по всем наблюдениям.

Таблица 3 / Table 3

#### Точность оценивания параметров регрессионных зависимостей $\psi$

##### The accuracy of estimating regression model parameters $\psi$

Доля выбросов $\mu$		0	0,05	0,1	0,15
I	«Классический метод»	1.39E-05	1.597E-04	3.503E-01	2.304E-01
	«Усеченное среднее»	4.36E-05	2.700E-04	3.913E-03	1.249E-02
	«Винзоризированное среднее»	1.03E-05	2.048E-04	5.143E-03	1.636E-02
II	«Классический метод»	1.486E-04	3.086E-03	3.503E-01	2.304E-01
	«Усеченное среднее»	4.712E-04	1.026E-03	3.319E-03	1.249E-02
	«Винзоризированное среднее»	7.294E-04	6.367E-04	5.143E-03	1.636E-02

Как видно из табл. 3, при появлении в выборке аномальных наблюдений наиболее точные результаты дают методы адаптивного оценивания на основе робастных оценок (6)–(7). Это свидетельствует о том, что предложенные модификации адаптивного метода обладают свойством устойчивости и их можно рекомендовать для оценивания при наличии в выборке грубых ошибок наблюдений.

#### Заключение

В статье рассмотрена задача оценивания параметров регрессионных зависимостей. Предложены модификации метода адаптивного оценивания неизвестных параметров регрессионного уравнения, основанные на идентификации GL-распределения с использованием устойчивых методов оценивания моментов. С помощью вычислительных экспериментов подтверждена работоспособность данных модификаций. Проведено сравнение результатов работы данных методов с результатами, полученными разработанным ранее адаптивным методом. Получено, что в случае отсутствия аномальных наблюдений адаптивный метод, основанный на классическом методе моментов для идентификации GL-распределения, дает наиболее точные результаты. При появлении выбросов в выборке наилучшие результаты оценивания показывают адаптивные методы, основанные на робастных

методах вычисления моментов, таких как усеченное и винзоризированное среднее, для идентификации GL-распределения, что говорит об устойчивости к грубым ошибкам наблюдений данных модификаций.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Тимофеев В.С., Хайленко Е.А. Адаптивное оценивание параметров регрессионных моделей с использованием обобщенного лямбда-распределения // Доклады АН ВШ РФ. – 2010. – № 2 (15). – С. 25–36.
2. Karian Z.A., Dudewicz E.J. Fitting statistical distributions: the Generalized Lambda Distribution and Generalized Bootstrap methods. – New York: CRC Press, 2000. – 435 p.
3. Lakhany A., Mausser H. Estimation the parameters of the Generalized Lambda Distribution // ALGO Research Quarterly. – 2000. – Vol. 3, N 3. – P. 47–58.
4. Айвазян С.А. Енюков И.С. Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика. – М.: Финансы и статистика, 1985. – 488 с.
5. Кендалл М., Стьюарт А. Теория распределений. – М.: Наука, 1966. – 587 с.
6. Крамер Г. Математические методы статистики. – 2-е изд., стер. – М.: Мир, 1975. – 648 с.
7. Боровков А.А. Математическая статистика: оценка параметров, проверка гипотез. – М.: Наука, 1984. – 472 с.
8. Тимофеев В.С., Щеколдин В.Ю. Об оценивании статистических характеристик при анализе статических многофакторных объектов // Научный вестник НГТУ. – 2006. – № 3 (24). – С. 47–59.
9. Tukey J.W., McLaughlin D.H. Less vulnerable confidence and significance procedures for location based on a single sample: Trimming/Winsirization 1 // Sankhyā: The Indian Journal of Statistics, Series A. – 1963. – Vol. 25. – P. 331–352.
10. Grubel R. The length of the shorth // The Annals of Statistics. – 1988. – Vol. 16, N 2. – P. 619–628.

**ROBUST ESTIMATES OF MOMENTS IN THE IDENTIFICATION  
OF GENERALIZED LAMBDA-DISTRIBUTION  
WITHIN THE ADAPTIVE REGRESSION MODEL ESTIMATION**

**Timofeev V.S., Khailenko E.A.**

*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

The problem of estimation Generalized Lambda-distribution parameters using the method of moments is investigated. The methods for calculating the moments are described, such as the classical mean, truncated mean, winsorized mean, and average by shorts. The effectiveness of applying robust estimates for the identification of Lambda Distribution is shown using computational experiments. It was revealed that the method of moments based on classical moment estimates provided the most accurate results of the estimation lambda-distribution parameters when there were no outliers in the sample. When there were outliers in the sample: estimates of the Generalized Lambda -distribution obtained by the method of moments based on the truncated mean and winsorized mean, the results were most accurate. The method of moments using the mean by shorts incorrectly describes the shape of the distribution. This idea of identifying the Generalized Lambda -distribution was applied to algorithms of modification developed by the authors before the method of adaptive estimation of regression model parameters. These algorithms were studied under various conditions of computational experiments. The most accurate results were obtained by the adaptive method using the method of moments based on classical estimates in the case when there were no outliers in the sample. When outliers exist in the sample, the most accurate results were obtained by the adaptive method using the method of moments based on robust estimates. These results show the robustness of these modifications.

*Keywords:* Regression equation, adaptive estimation, maximum-likelihood method, Generalized Lambda-distribution, identification of distribution, method of moments, robust estimates of moments.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-4-101-111

#### REFERENCES

1. Timofeev V.S., Khailenko E.A. Adaptivnoe otsenivanie parametrov regressionnykh modelei s ispol'zovaniem obobshchennogo lyambda-raspredeleniya [Adaptive estimation of regression models parameters using Generalized Lambda-Distribution]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2010, no. 2 (15), pp. 25–36.
2. Karian Z.A., Dudewicz E.J. *Fitting statistical distributions: the Generalized Lambda Distribution and Generalized Bootstrap methods*. New York, CRC Press, 2000. 435 p.
3. Lakhany A., Mausser H. Estimation the parameters of the Generalized Lambda Distribution. *ALGO Research Quarterly*, 2000, vol. 3, no. 3, pp. 47–58.
4. Aivazyan S.A. Enyukov I.S. Meshalkin L.D. *Prikladnaya statistika* [Applied statistics: studying dependency]. Moscow, Finansy i statistika Publ., 1985. 488 p.
5. Kendall M., Stuart A. *The advanced theory of statistics*. Vol. 1. *Distribution theory*. London, Griffin, 1963 (Russ. ed.: Kendall M., St'yuart A. *Teoriya raspredelenii*. Moscow, Nauka Publ., 1966. 587 p.).
6. Cramér H. *Mathematical methods of statistics*. Princeton, Princeton university press, 1946 (Russ. ed.: Kramer G. *Matematicheskie metody statistiki*. 2<sup>nd</sup> ed. Moscow, Mir Publ., 1975. 648 p.).
7. Borovkov A.A. *Matematicheskaya statistika: otsenka parametrov, proverka gipotez* [Mathematical statistics. Estimation of parameters, hypothesis testing]. Moscow, Nauka Publ., 1984. 472 p.
8. Timofeev V.S., Shchekoldin V.Yu. Ob otsenivanii statisticheskikh kharakteristik pri analize statcheskikh mnogofaktornykh ob"ektov [About the estimation of statistical characteristics in the analysis of static multifactor objects]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2006, no. 3 (24), pp. 47–59.
9. Tukey J.W., McLaughlin D.H. Less vulnerable confidence and significance procedures for location based on a single sample: Trimming/Winsirization 1. *Sankhyā: The Indian Journal of Statistics, Series A*, 1963, vol. 25, pp. 331–352.
10. Grubel R. The length of the shorth. *The Annals of Statistics*, 1988, vol. 16, no. 2, pp. 619–628.

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Тимофеев Владимир Семенович** – родился в 1972 году, д-р техн. наук, профессор, кафедра теоретической и прикладной информатики, Новосибирский государственный технический университет. Основное направление научных исследований – разработка и исследование устойчивых методов и алгоритмов анализа многофакторных объектов, в том числе с использованием непараметрической статистики. Имеет более 100 публикаций, в том числе один учебник. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: v.timofeev@corp.nstu.ru).

**Timofeev Vladimir Semenovich** (b. 1972) – Doctor of Sciences (Eng.), professor at the Department of Theoretical and Applied Informatics, Novosibirsk State Technical University. His research interests cover development and research of stable methods and algorithms for the analysis of multifactor objects including nonparametric statistics. He is the author more than 100 scientific papers and 1 textbook. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: v.timofeev@corp.nstu.ru).



**Хайленко Екатерина Алексеевна** – родилась в 1985 году, канд. техн. наук, доцент, кафедра теоретической и прикладной информатики, Новосибирский государственный технический университет. Область научных интересов: разработка и исследование алгоритмов устойчивого и адаптивного оценивания параметров регрессионных зависимостей и планирование эксперимента. Опубликовано 28 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, Новосибирск, проспект Карла Маркса, 20. E-mail: [xajlenko@corp.nstu.ru](mailto:xajlenko@corp.nstu.ru)).

**Khailenko Ekaterina Alekseevna** (b. 1985) – Candidate of Sciences (Eng.), associate professor at the Department of Theoretical and Applied Informatics, Novosibirsk State Technical University. Her research interests are currently focused on developing and investigating algorithms of robust and adaptive estimation parameters of regression models and experiment design. She is the author of 28 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: [xajlenko@corp.nstu.ru](mailto:xajlenko@corp.nstu.ru)).

*Статья поступила 11 декабря 2017 г.  
Received December 11, 2017*

---

To References:

Timofeev V.S., Khailenko E.A. Robastnye otsenki momentov pri identifikatsii lyambda-raspredeleniya v ramkakh adaptivnogo otsenivaniya [Robust estimates of moments in the identification of generalized lambda-distribution within the adaptive regression model estimation]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2017, no. 4 (37), pp. 101–111. doi: 10.17212/1727-2769-2017-4-101-111

УДК 629.7.048(075.8)

**АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ СРЕДСТВ БОРЬБЫ  
С ОБМЕРЗАНИЕМ ТЕПЛООБМЕННИКА-КОНДЕНСАТОРА  
ЗА СЧЕТ ПЕРЕМЕННОГО ОТНОШЕНИЯ ТЕРМИЧЕСКИХ  
СОПРОТИВЛЕНИЙ ТЕПЛООБМЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ**

**А.В. Чичиндаев, Ю.В. Дьяченко, В.В. Ларичкин, А.И. Кириленко**

*Новосибирский государственный технический университет*

Использование в системе кондиционирования воздуха самолета Ту-204 (Boeing, Airbus, Superjet 100, MC-21 и др.) теплообменника-конденсатора для охлаждения сжатого воздуха за счет холодного воздуха с отрицательной температурой, выходящего из турбины, приводит к ряду эксплуатационных проблем. Главным образом к обмерзанию части теплообменной поверхности, которое является причиной перекрытия живого сечения каналов, роста сопротивления и падения расхода воздуха в системе. Целью настоящей работы являются анализ известных способов борьбы с обмерзанием теплообменника-конденсатора, описание особенностей противообледенительной защиты и предложение вариантов решения данной проблемы. Для задачи оптимизации конструкции теплообменников в настоящей работе используется обобщенный критерий, описывающий отношение термических сопротивлений холодного и горячего тракта, который включает в себя соотношения исходных значения режимов течения теплоносителей; коэффициенты оребрения теплообменной поверхности; факторы, описывающие соотношение режимных параметров теплоносителей и площадей оребрений. Управляя отношением термических сопротивлений, можно получить необходимую температуру теплообменной поверхности, препятствующую обмерзанию. В работе представлены результаты численного исследования влияния различной комбинации изменения режимных и геометрических факторов на уменьшение площади обмерзания поверхности теплообменника-конденсатора, включая использование переменного отношения термических сопротивлений.

*Ключевые слова:* теплообменник-конденсатор, процессы тепломассообмена и обмерзания, переменное отношение термических сопротивлений, меры противообледенительной защиты теплообменной поверхности.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-4-112-118

### **Введение**

Использование в системе кондиционирования воздуха самолета Ту-204 (Boeing, Airbus, Superjet 100, MC-21 и др.) теплообменника-конденсатора для охлаждения сжатого воздуха за счет холодного воздуха с отрицательной температурой, выходящего из турбины, приводит к ряду эксплуатационных проблем [1–3]. Главная из них – обледенение части теплообменной поверхности, которое является причиной перекрытия живого сечения каналов, роста сопротивления и падения расхода воздуха в системе. Целью настоящей работы являются исследование высокоэффективного способа борьбы с обмерзанием теплообменника-конденсатора за счет использования переменного отношения термических сопротивлений теплообменной поверхности [1–5] и анализ вариантов решения данной проблемы.



## 1. Эксплуатационные особенности работы конденсатора

### Обмерзание конденсатора

Основная эксплуатационная проблема конденсатора состоит в том, что охлаждающий теплоноситель должен иметь на рабочем режиме отрицательную температуру. В этом случае картина тепломассообмена резко усложняется: во-первых, в воздухе за турбиной наряду с переохлажденным аэрозолем появляются взвешенные частицы снега и льда; во-вторых, начинают происходить нестационарные процессы обледенения-плавления льда на входных кромках теплообменной секции; в-третьих, в горячем тракте возникают условия для замерзания сконденсировавшейся влаги. Таким образом, при проектировании конденсатора необходимо предусмотреть противообледенительные меры, препятствующие обледенению в горячем тракте и намерзанию снега на передние кромки теплообменной секции в холодном тракте [1–3].

### Особенности оптимизации конструкции конденсатора

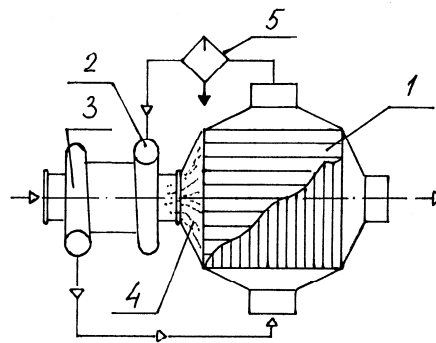
Для задачи оптимизации конструкции теплообменников в настоящей работе используется обобщенный критерий, описывающий отношение термических сопротивлений холодного и горячего тракта  $RR = R_{Re} R_{\varphi}$ , который включает в себя: соотношения исходных значения режимов течения теплоносителей  $R_{Re} = Re_1/Re_2$ ; коэффициенты оребрения теплообменной поверхности  $R_{\varphi} = \varphi_1/\varphi_2$ ; факторы, описывающие соотношение режимных параметров теплоносителей и площадей оребрений. Управляя отношением термических сопротивлений  $RR$ , можно получить необходимую температуру теплообменной поверхности, препятствующую обмерзанию [3–5]. В работе представлены результаты анализа влияния различной комбинации изменения режимных и геометрических факторов на уменьшение площади обмерзания поверхности теплообменника-конденсатора, включая использование переменного отношения термических сопротивлений [3–5].

Рис. 1 – Схема соединения турбоохладителя и теплообменника-конденсатора:

1 – компактный теплообменник; 2 – турбина турбоохладителя; 3 – компрессор турбоохладителя; 4 – аэрозольный туман; 5 – влагоотделитель

Fig. 1 – Diagram of the turbo-cooler and a heat-exchanger-condenser connection:

1 is a compact heat exchanger; 2 is a turbine of a turbine cooler; 3 is a turbo-compressor compressor; 4 is aerosol fog; 5 is a moisture separator



## 2. Методика проведения исследования

*Переменное отношение термических сопротивлений.* В работе используется разработанная ранее методика расчетов двухмерной модели расчета теплопередачи в перекрестно-точном компактном пластинчато-ребристом теплообменнике [2–3]. В частности в алгоритм разработанного прикладной пакета программ добавляется разрезание исходной сетки на четыре равных сектора I–IV по длине горячего и холодного тракта (рис. 2). В итоге теплопередающая поверхность разбивается на 16 элементарных «теплообменников», в каждом из которых задаются свои геометрические параметры оребрений [4–5].

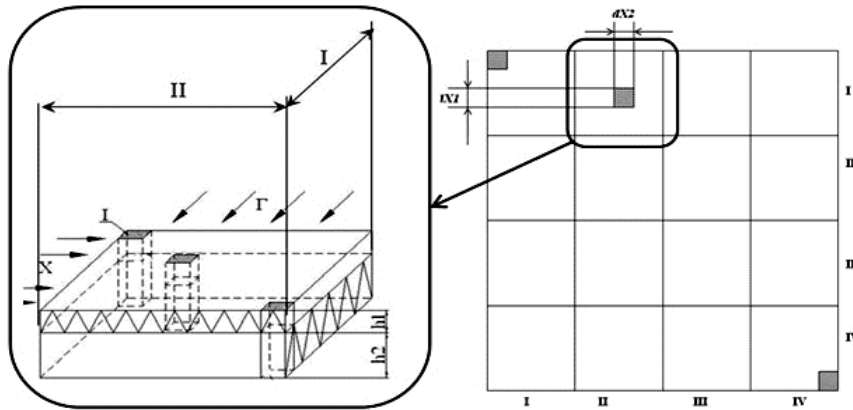


Рис. 2 – Секционное разделение поверхности по трактам:

Γ (индексы 1, I) – горячее оребрение; X (индексы 2, II) – холодное оребрение; I–IV – сектора с разными параметрами оребрений,  $h$  – высота оребрения,  $\Delta X$  – размер расчетной ячейки

Fig. 2 – Sectional separation of the surface along the paths:

Γ (indices 1, I) is hot finning; X (indices 2, II) is cold finning; I–IV are sectors with different finning parameters,  $h$  is the fin height,  $\Delta X$  is the size of the design cell

### 3. Влияние переменного отношения термических сопротивлений на температуру поверхности

Распределение температуры при постоянном отношении термических сопротивлений  $RR = R_{Re} R_{\phi} = 1$ . Представлено на рис. 3: характерная особенность – более 50 % поверхности теплообмена имеет отрицательную температуру, приводящую к ее обмерзанию [1–3].

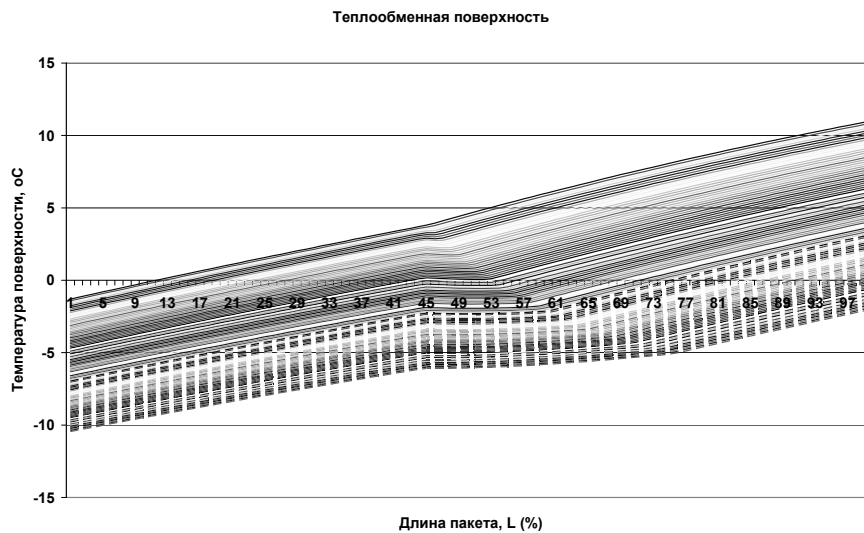


Рис. 3 – Распределение температуры при постоянном отношении термических сопротивлений в холодном и горячем трактах

Fig. 3 – Temperature distribution with a constant ratio of thermal resistances in the cold and hot regions

*Распределение температуры при переменном отношении термических сопротивлений  $RR = R_{\phi} = 0,25 \dots 4$ .* В работах [4–5] исследовались три варианта задания переменного отношения термических сопротивлений: изменение по горячему тракту, изменение по холодному тракту, изменение по обоим трактам одновременно. В результате исследований в широком диапазоне  $R_{\phi} = 0,25 \dots 4$  удалось установить, что при изменении оребрения по обоим трактам происходит суммарное увеличение температуры теплообменной поверхности и резкое сокращение перепада температуры. Анализируя поля температур теплообменной поверхности, можно сделать вывод, что это совместное изменение отношения термических сопротивлений является самым оптимальным приемом, так 100 % пластины имеет температуру выше  $0^{\circ}\text{C}$  и процент обмерзания поверхности достигает 0 % (рис. 4).

*Распределение температуры при переменном отношении термических сопротивлений  $RR = R_{Re} = 0,25 \dots 4$ .* В работах [4–5] исследовались два варианта защиты теплообменной поверхности: от термических напряжений в первичном теплообменнике и обмерзания в теплообменнике–конденсаторе. Установлено, что режимные параметры существенным образом меняют температуру поверхности, но приводят к недостатку – росту гидравлического сопротивления.

*Распределение температуры при переменном отношении термических сопротивлений  $RR = R_{Re} R_{\phi} = 0,125 \dots 16$ .* При комбинированном использовании двух параметров  $R_{Re}$  и  $R_{\phi}$  можно добиться дополнительного повышения эффективности борьбы с обмерзанием, что зависит от постановки задачи и выделяемых ресурсов.

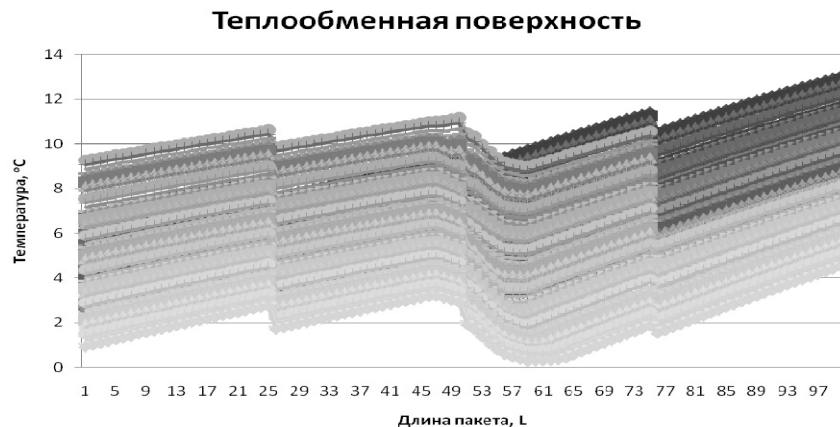


Рис. 4 – Распределение температуры при переменном отношении термических сопротивлений в холодном и горячем трактах

Fig. 4 – Temperature distribution with a variable ratio of thermal resistances in the cold and hot regions

### Заключение

В работе представлено описание особенностей предложенной эксплуатационной оптимизации теплообменника-конденсатора, а также результаты анализа получения теплообменника-конденсатора с заданным распределением температур теплообменной поверхности, препятствующим обмерзанию теплообменной поверхности. Проведенный анализ тепловой защиты холодного тракта теплообменника-конденсатора позволил: 1) разработать основные принципы противообледе-

нительной оптимизации конденсатора; 2) исследовать эффективность предложенного варианта оптимизации конденсатора за счет переменного отношения термических сопротивлений; 3) решить актуальную проблему создания незамерзающей конструкции КПРТ, позволяющую повысить надежность и ресурс теплообменника-конденсатора авиационной системы кондиционирования воздуха.

Результаты работы представляют практический интерес при проектировании теплообменного оборудования, работающего на влажном воздухе при отрицательных температурах.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Дьяченко Ю.В., Чичиндаев А.В.** Особенности работы авиационных систем кондиционирования на влажном воздухе: учебное пособие. – 2-е изд. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2017. – 87 с.
2. **Чичиндаев А.В.** Теплообмен влажного воздуха в компактных пластинчато-ребристых теплообменниках: монография. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2012. – 298 с. – (Монографии НГТУ).
3. **Чичиндаев А.В.** Оптимизация компактных пластинчато-ребристых теплообменников. Теоретические основы: учебное пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2017. – 436 с. – (Учебники НГТУ).
4. **Диомидов И.Г.** Исследование влияния переменного отношения термических сопротивлений на распределение температуры в компактном пластинчато-ребристом теплообменнике: автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Новосибирск, 2013. – 22 с.
5. **Чичиндаев А.В.** Исследование влияния переменного отношения термических сопротивлений на поля температур в теплообменнике-конденсаторе СКВ // Энергетика и теплотехника: сборник научных трудов / под ред. В.Е. Накорякова. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2015. – Вып. 19. – С. 181–187.

#### AN ANALYSIS OF THE EFFICIENCY OF HEAT-EXCHANGER-CONDENSER ANTI-FROSTING METHODS USING THE VARIABLE RATIO OF THERMAL RESISTANCES OF THE HEAT-EXCHANGE SURFACE

**Chichindaev A.V., Dyachenko Yu.V., Larichkin V.V., Kirilenko A.I.**  
*Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

The use of the heat-exchanger-condenser in the air conditioning system of the Tu-204 (Boeing, Airbus, Superjet 100, MS-21, etc.) for cooling the compressed air by negative temperature cold air leaving the turbine results in a number of operational problems. It is mainly the heat exchange surface frosting which results in channel cross-section frosting, an increase in resistance and a decrease in the airflow in the system. The purpose of this paper is to analyze the known anti-frosting methods for the heat-exchanger-condenser protection, to describe the features of this method and to propose solutions to this problem. To optimize the design of heat exchangers, a generalized criterion that describes the ratio of thermal resistances of cold and hot sections is used in this paper. It includes the ratio of initial values of the heat transfer agent flow state; heat exchange surface finning coefficients; factors describing the ratio of operating parameters and the ribbing area. By controlling the thermal resistance ratio, the desired temperature of the heat exchange surface preventing frosting can be obtained. The paper presents the results of a numerical study of the effect of changing various combinations of operation conditions and geometric factors on the reduction in the heat-exchanger-condenser surface frosting area, including the use of the variable thermal resistance ratio.

*Keywords:* Heat-exchanger-condenser, heat and mass transfer and frosting processes, variable ratio of thermal resistances, measures of anti-icing protection of heat exchange surface.

DOI: 10.17212/1727-2769-2017-4-112-118

## REFERENCES

1. Dyachenko Y.G., Chichindaev A.V. *Osobennosti raboty aviatsionnykh sistem konditsionirovaniya na vlazhnom vozdukh* [Features of the aircraft air conditioning system on the moist air]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2017. 87 p.
2. Chichindaev A.V. *Teplomassoobmen vlazhnogo vozdukha v kompaktnykh plastinchato-rebristykh teploobmennikakh* [Heat and mass transfer of moist air in compact plate-fin heat exchangers]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2012. 298 p.
3. Chichindaev A.V. *Optimizatsiya kompaktnykh plastinchato-rebristykh teploobmennikov. Teoreticheskie osnovy* [Compact plate-fin heat exchangers optimization. Theoretical foundations]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2017. 436 p.
4. Diomidov I.G. *Issledovanie vliyaniya peremennogo otноsheniya termicheskikh soprotivlenii na raspredelenie temperatury v kompaktnom plastinchato-rebristom teploobmennike*. Avtoref. diss. kand. tekhn. nauk [Investigation of the influence of the variable ratio of thermal resistances on the temperature distribution in a compact plate-finned heat exchanger. Author's abstract of PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2013. 22 p.
5. Chichindaev A.V. [Research on the influence of the thermal resistances variable ratio on the temperature fields in the air conditioning systems heat exchanger-condenser]. *Energetika i teplo tekhnika* [Power engineering and heat engineering]. Novosibirsk, 2015, iss. 19, pp. 181–187. (In Russian).

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ



**Чичиндаев Александр Васильевич** – родился в 1960 году, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой технической теплофизики, Новосибирский государственный технический университет. Область научных интересов: теплофизика, теоретическая теплотехника. Опубликовано более 40 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: chichindaev@corp.nstu.ru).

**Chichindaev Aleksandr Vassil'evich** (b. 1960) – Doctor of Sciences (Eng.), professor, head of the Department of Engineering Thermal Physics, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on thermal physics and theoretical thermal physics. He is the author of more than 40 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: chichindaev@corp.nstu.ru).



**Дьяченко Юрий Васильевич** – родился в 1944 году, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры технической теплофизики, Новосибирский государственный технический университет. Область научных интересов: теплофизика, теоретическая теплотехника. Опубликовано более 40 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: ttf\_nstu@rambler.ru).

**Dyachenko Yuriy Vassil'evich** (b. 1944) – Doctor of Sciences (Eng.), professor, professor at the Engineering Thermal Physics Department, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on thermal physics and theoretical thermal physics. He is the author of over 40 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: ttf\_nstu@rambler.ru).



**Ларичкин Владимир Викторович** – родился в 1949 году, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой инженерных проблем экологии, Новосибирский государственный технический университет. Область научных интересов: теплофизика, промышленная экология. Опубликовано более 70 научных работ. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: larichkin@corp.nstu.ru).

**Larichkin Vladimir Victorovich** (b. 1949) – Doctor of Sciences (Eng.), professor, head of the Department of Engineering Ecology, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on thermal physics and industrial ecology. He is the author of more than 70 scientific papers. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: larichkin@corp.nstu.ru).



**Кириленко Александр Иванович** – родился в 1992 году, аспирант, Новосибирский государственный технический университет. Область научных интересов: теплофизика, теоретическая теплотехника. (Адрес: 630073, Россия, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20. E-mail: sashafinagel@yandex.ru).

**Kirilenko Aleksandr Ivanovich** (b. 1992) – a PhD Student, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on thermal physics and theoretical thermal physics. (Address: 20, Karl Marx Av., Novosibirsk, 630073, Russia. E-mail: sashafinagel@yandex.ru).

*Статья поступила 01 декабря 2017 г.  
Received December 01, 2017*

---

To Reference:

Chichindaev A.V., Dyachenko Yu.V., Larichkin V.V., Kirilenko A.I. Analiz effektivnosti sredstv bor'by s obmerzaniem teploobmennika-kondensatora za schet peremennogo otnosheniya termicheskikh soprotivlenii teploobmennoi poverkhnosti [An analysis of the efficiency of heat-exchanger-condenser anti-frosting methods using the variable ratio of thermal resistances of the heat-exchange surface]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2017, no. 4 (37), pp. 112–118. doi: 10.17212/1727-2769-2017-4-112-118

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

**ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК  
ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Выпуск 4(37) октябрь–декабрь 2017**

Выпускающий редактор *И.П. Брованова*  
Корректор *И.Е. Семенова*  
Компьютерная верстка *Н.В. Гаврилова*

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции  
Издание соответствует коду 95 2000 ОК 005-93 (ОКП)

---

Подписано в печать 20.12.2017. Бумага офсетная. Формат 70×108 1/16  
Тираж 300 экз. Уч.-изд. л. 10,5. Печ. л. 7,5. Изд. № 398. Заказ № 293

---

Отпечатано в типографии  
Новосибирского государственного технического университета  
630073, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20