СИСТЕМЫ АНАЛИЗА И ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

ISSN 2782-2001

№ 2 (90) **2023**

УДК 681.51(06)
С 409

Учредитель

ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный технический университет»

Редакционная коллегия

Главный редактор

Лемешко Борис Юрьевич, д-р техн. наук, проф., НГТУ, г. Новосибирск

Заместители главного редактора

Вострецов Алексей Геннадьевич, д-р техн. наук, проф., НГТУ, г. Новосибирск
Шокин Юрий Иванович, академик, д-р физ.-мат. наук, проф., Институт вычислительных технологий СО РАН, г. Новосибирск

Ответственный секретарь

Воевода Александр Александрович, д-р техн. наук, проф., НГТУ, г. Новосибирск

Члены редколлегии

Володин Андрей Игоревич, канд. физ.-мат. наук, доктор философии по статистике Университета Регины, проф., Канада
Воронин Владимир Викторович, д-р техн. наук, доцент, ТОГУ, г. Хабаровск
Воскобойников Юрий Евгеньевич, д-р физ.-мат. наук, проф., Сибстрин, г. Новосибирск
Гайдук Анатолий Романович, д-р техн. наук, проф., ЮФУ, г. Таганрог
Генералов Владимир Михайлович, д-р техн. наук, ФБУН ГНЦ ВБ «Вектор» Роспотребнадзора, г. Новосибирск
Григорьев Юрий Дмитриевич, д-р техн. наук, проф., СПбГЭТУ «ЛЭТИ», г. Санкт-Петербург
Гриф Михаил Геннадьевич, д-р техн. наук, проф., НГТУ, г. Новосибирск
Дмитриев Александр Капитонович, д-р физ.-мат. наук, НГТУ, г. Новосибирск
Комаров Андрей Константинович, д-р физ.-мат. наук, проф., Институт автоматики и электрометрии СО РАН, г. Новосибирск
Крюков Андрей Васильевич, д-р техн. наук, проф., ИрГУПС, г. Иркутск
Лисицына Лилия Ивановна, д-р техн. наук, проф., НГТУ, г. Новосибирск
Наумова Елена Николаевна, д-р техн. наук, проф., Университет Тафтса, США
Носек Ярослав, д-р техн. наук, проф., Технический университет Либерец, Чехия
Ронжин Андрей Леонидович, д-р техн. наук, проф., СПб ФИЦ РАН, г. Санкт-Петербург
Рубан Анатолий Иванович, д-р техн. наук, проф., СФУ, г. Красноярск
Сидоров Денис Николаевич, д-р физ.-мат. наук, проф., Институт систем энергетики им. Мелентьева СО РАН, г. Иркутск
Уранчимэг Тудевдагва, д-р техн. наук, проф., Хемницкий технический университет, Германия
Фомин Василий Михайлович, д-р физ.-мат. наук, проф., Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, г. Новосибирск
Хабаров Валерий Иванович, д-р техн. наук, проф., СГУПС, г. Новосибирск
Ханова Анна Алексеевна, д-р техн. наук, проф., АГТУ, г. Астрахань
Хлебников Михаил Владимирович, д-р физ.-мат. наук, ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва
Шандаров Станислав Михайлович, д-р физ.-мат. наук, проф., ТУСУР, г. Томск

Адрес редакции и издателя: 630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20, корп. 7, комн. 409, 417
Тел. (383) 346-56-88, тел., факс (383) 344-49-98
E-mail: nauchvest@corp.nstu.ru
Web Site: http://journals.nstu.ru/vestnik/

16+

Индекс: 82962 («РОСПЕЧАТЬ») **УДК 681.51(06)**

© Коллектив авторов, 2023
© Новосибирский государственный технический университет, 2023

СИСТЕМЫ АНАЛИЗА И ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

ISSN 2782-2001

№ 2 (90) **2023**

СОДЕРЖАНИЕ

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

Попов А.А. Идентификация локально-адаптивных регрессионных моделей с треугольными индикаторными функциями 7

Цибина А.И., Чикильдин Г.П. Синтез трехканального ПИД-регулятора для управления трехзонной среднетемпературной печью 23

Шперлинг В.К., Якименко А.А. Разработка архитектурного решения программного обеспечения для устройств интернет-вещей 43

КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ И ИНФОРМАТИКА

Попов А.В. Разработка и апробация метода и алгоритма формирования коалиций экспертов при исследовании процессов функционирования сетей связи 59

Селезнев В.А., Гобыш А.В. О единственности потока, порождаемого нерегулярным векторным полем 77

ЭЛЕКТРОНИКА, ФОТОНИКА, ПРИБОРОСТРОЕНИЕ И СВЯЗЬ

Михайленко А.В., Аксёнов К.Г., Кистенева М.Г., Акрестина А.С., Шандаров С.М. Измерения спектральной зависимости коэффициента отражения комплектного алюминиевого зеркала спектрофотометра Shimadzu UV-2700 89

Правила для авторов 101

Корректор *Л.Н. Киншт*
Компьютерная верстка *С.И. Ткачева*

Новосибирский государственный технический университет
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции
Издание соответствует коду 95 2000 ОК 005-93 (ОКП)

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи,
информационных технологий и массовых коммуникаций. Свидетельство о регистрации
средства массовой информации ПИ № ФС77-76010 от 03 июля 2019 г.
Периодичность издания – 4 номера в год.
Подписано в печать 16.06.2023. Выход в свет 20.06.2023.
Формат 70 × 108 1/16. Бумага офсетная. Тираж 300 экземпляров.
Уч.-изд. л. 9,1. Печатных листов 6,5. Издательский № 129. Заказ № 175
Цена свободная

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20

ANALYSIS AND DATA PROCESSING SYSTEMS

ISSN 2782-2001

№ 2 (90) **2023**

УДК 681.51(06)
С 409

Journal was established by

Novosibirsk State Technical University

Editorial board

Chief editor

Lemeshko B. Yu., D.Sc. (Eng.), Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, RF

Deputy chief editor

Vostretsov A. G., D.Sc. (Eng.), Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, RF
Shokin Yu. I., D.Sc. (Phys.& Math.), Institute of Computational Technologies, Novosibirsk, RF

Executive Secretary

Voevoda A. A., D.Sc. (Eng.), Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, RF

The members of the editorial Board

Volodin A. I., D.Sc. (Phys. & Math.), Doctor of Philosophy in Statistics from the University of Regina, Professor of Statistics University of Regina, Canada
Voronin V. V., D.Sc. (Eng.), Pacific national University, Khabarovsk, RF
Voskoboinikov Yu. E., D.Sc. (Phys. & Math.), Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering, Novosibirsk, RF
Gaiduk A. R., D.Sc. (Eng.), Southern Federal University, Taganrog, RF
Generalov V. M., D.Sc. (Eng.), FBUN GNTS VB «Vektor» Rospotrebnadzora, Novosibirsk, RF
Grigor'ev Yu. D., D.Sc. (Eng.), Saint-Petersburg Electrotechnical University "LETI", Saint-Petersburg, RF
Grif M. G., D.Sc. (Eng.), Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, RF
Dmitriev A. K., D.Sc. (Phys. & Math.), Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, RF
Komarov A. K., D.Sc. (Phys. & Math.), Institute of Automation and Electrometry SB RAS, Novosibirsk, RF
Kryukov A. V., D.Sc. (Eng.), Irkutsk State Transport University, Irkutsk, RF
Lisitcina L. I., D.Sc. (Eng.), Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, RF
Naumova E. N., PhD. (Math.), Tufts University, USA
Nosek J., D.Sc. (Eng.), Technical University of Liberec, Czech Republic
Ronzhin A. L., D.Sc. (Eng.), Federal Research Center Russian Academy of sciences, Saint-Petersburg, RF
Ruban A. I., D.Sc. (Eng.), Siberian Federal University, Krasnoyarsk, RF
Sidorov D. N., D.Sc. (Phys. & Math.), Melentiev Energy Systems Institute, Irkutsk, RF
Uranchimeg T., D.Sc. (Eng.), Technische Universität Chemnitz, Germany
Fomin V. M., D.Sc. (Phys. & Math.), Khristianovich Institut of theoretical and applied mechanics SB RAS, Novosibirsk, RF
Khabarov V. I., D.Sc. (Eng.), Siberian Transport University, Novosibirsk, RF
Khanova A. A., D.Sc. (Eng.), Astrakhan State Technical University, Astrakhan, RF
Khlebnikov M. V., D.Sc. (Phys. & Math.), Institute of Control Sciences, Moscow, RF
Shandarov S. M., D.Sc. (Phys. & Math.), Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Tomsk, RF

Editorial Adress: 20 K. Marx Prospekt, building 7, rooms 409 and 417, Novosibirsk, 630073
Tel. (383) 346-56-88, Fax (383) 344-49-98
E-mail: nauchvest@corp.nstu.ru
Web Site: http://journals.nstu.ru/vestnik/

УДК 681.51(06)

© Authors, 2023
© Novosibirsk State Technical University, 2023

ANALYSIS AND DATA PROCESSING SYSTEMS

ISSN 2782-2001

№ 2 (90) 2023

CONTENTS

INFORMATION TECHNOLOGIES AND TELECOMMUNICATIONS

Popov A.A. Identification of locally-adaptive regression models with triangular indicator functions 7

Tsibina A.I., Chikildin G.P. Synthesis of a three-channel PID controller for controlling a three-zone medium-temperature furnace 23

Shperling V.K., Yakimenko A.A. Development of an architectural software solution for Internet of Thing devices 43

COMPUTER SCIENCE AND INFORMATION SCIENCE

Popov A.V. Development and testing of the method and algorithm for forming coalitions of experts in the study of the functioning of communication networks 59

Seleznev V.A., Gobysh A.V. On the uniqueness of the flow generated by an irregular vector field 77

ELECTRONICS, PHOTONICS, INSTRUMENT MAKING AND COMMUNICATIONS

Mikhailenko A.V., Aksenov K.G., Kisteneva M.G., Akrestina A.S., Shandarov S.M. Investigation of the spectral dependence of the reflection coefficient of the factory-assembled aluminum mirror for the Shimadzu UV-2700 spectrophotometer 89

Rules for authors 101

Editor *L.N. Kinsht*
Computer imposition *S.I. Tkacheva*

Novosibirsk State Technical University
20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation

The journal is registered in the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology, and Mass Media. The certificate of registration of mass media ПИ № ФС77-76010 dated July 03, 2019.
Publication frequency – 4 numbers a year.
Signed in print June 16, 2023.
Date of publication June 20, 2023. Format 70 × 108 1/16
Offset Paper. Circulation is 300 copies. Educational-ed. liter. 9,1. Printed pages 6,5.
Publishing number 129. Order number 175

It is printed in printing house of Novosibirsk State Technical University
20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073

ISSN 2782-2001
Системы анализа
и обработки данных
том 90, № 2, 2023, с. 7–22

http://journals.nstu.ru/vestnik
Analysis and data
processing systems
Vol. 90, No. 2, 2023, pp. 7–22

ИНФОРМАЦИОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ
И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

INFORMATION
TECHNOLOGIES
AND TELECOMMUNICATIONS

УДК 519.237

DOI: 10.17212/2782-2001-2023-2-7-22

Идентификация локально-адаптивных регрессионных моделей с треугольными индикаторными функциями*

А.А. ПОПОВ

630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет

a.popov@corp.nstu.ru

Основная идея построения локально-адаптивных регрессионных моделей (LAR-моделей) состоит в использовании регрессоров, определенных на локальных подобластях значений факторов. Принадлежность значений факторов той или иной локальной подобласти задается индикаторными функциями. Индикаторные функции по своей природе близки к известным понятиям функций принадлежности из теории нечетких систем (Fuzzy Systems). Как правило, для обеспечения необходимой гладкости искомой зависимости отклика от действующих факторов такие локальные подобласти задаются с перекрытием в виде так называемых нечетких партиций. Тип или вид индикаторных функций может быть самым различным: треугольные, трапецеидальные, нелинейные. Задание того или иного вида индикаторной функции определяет схему взвешивания локальных моделей. Каждая индикаторная функция должна быть определена на всей области действия соответствующего фактора. В качестве индикаторных в работе используются функции треугольного типа. В качестве локальных моделей рассматриваются линейные по факторам модели. Отмечается, что в исходном виде предлагаемые LAR-модели не идентифицируемы. Рассматривается вопрос идентификации подобных моделей в случае совместного оценивания всех параметров. Вводится процедура редукции модели. Результирующая модель выписывается в пространстве функций, допускающих оценку. Для случая разбиения области определения фактора на две, три или четыре нечеткие партиции предлагается базис функций, допускающих оценку. Приводятся результаты вычислительного эксперимента по восстановлению регрессионной зависимости обычными полиномами различной степени и LAR-моделями. Отмечается эффективность LAR-моделей в сравнении с полиномами 3-й и 4-й степеней.

Ключевые слова: локально-адаптивные регрессионные модели, локальные модели, индикаторные функции, треугольные индикаторные функции, нечеткие партиции, функции допускающие оценку, базис функций, допускающих оценку, идентификация

* *Статья получена 06 февраля 2023 г.*

ВВЕДЕНИЕ

В реальных ситуациях знания о модели объекта, как правило, не полны. При этом часто применяют методику моделирования по принципу «от простого к сложному», например, от линейной модели к квадратичной и т. д. При отсутствии априорных знаний о структуре модели объекта можно использовать непараметрическую регрессию (см., например, [1]). Одновременно с этим имеется подход, позволяющий, оставаясь в рамке линейной параметрической модели, получать достаточно сложные зависимости отклика от входных факторов. Это технология локально-адаптивных регрессионных моделей, когда поведение объекта в различных частях факторного пространства моделируется отдельными локальными моделями [2–10]. Данная технология имеет важное отличие от известного подхода, связанного с построением кусочно-линейных моделей [11]. При использовании кусочно-линейных моделей поведение отклика описывается набором локальных моделей, жестко состыкованных в точках их переключения. В результате полученная зависимость действительно имеет кусочно-линейный вид. Идейным основанием локально-адаптивного моделирования можно считать подход Takagi и Sugeno (TS-модели) [2]. В этом случае за счет использования функций принадлежности переход от одной локальной модели к другой удается сгладить. Следует отметить, что технология TS-моделирования напрямую никак не связана с первоначальной концепцией Fuzzy Systems, использующей понятия нечетких чисел (см., например, [12]). При использовании технологии локально-адаптивного моделирования результаты наблюдений за входом и выходом объекта считаются четкими величинами. Имеющуюся неопределенность в поведении отклика описывают в терминах теории вероятности. Первоначальная проблема использования локально-адаптивных моделей состоит в том, что они не идентифицируемы [13], что проявляется в невозможности получения однозначных оценок параметров, входящих в модель. Решение этой проблемы возможно через проведение редукции исходных моделей к моделям полного ранга.

1. ЛОКАЛЬНО-АДАПТИВНОЕ РЕГРЕССИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Рассмотрим методологию локально-адаптивного регрессионного моделирования.

Пусть модель наблюдения имеет вид

$$y = f^T(x)\theta + e = \sum_{l}^{m} f_l(x)\theta_l + e, \tag{1}$$

где $f^T(x) = (f_1(x),...,f_m(x))$ – вектор функций от факторов $x = (x_1,...,x_k)^T$; $\theta = (\theta_1,...,\theta_m)^T$ – неизвестные параметры; e – ошибка, имеющая постоянную дисперсию и нулевое математическое ожидание; y – значение зависимой переменной. В классических методах регрессионного моделирования исходят из того, что векторная функция $f^T(x) = (f_1(x),...,f_m(x))$ априори известна и на ее основе можно адекватно восстановить зависимость. На практике это далеко

не всегда выполняется, и приходится прибегать к тем или иным непараметрическим моделям. Основная идея построения локально-адаптивных регрессионных моделей (LAR-моделей) состоит в том, чтобы использовать регрессоры, определенные на локальных подобластях действия факторов. Как правило, для обеспечения необходимой гладкости искомой зависимости отклика от действующих факторов такие локальные подобласти задаются с перекрытием. Пусть области определения факторов $x_1,\ldots,x_k$ разбиты на $s_1,\ldots,s_k$ локальных подобластей. Для фактора x_j локальные подобласти будем называть нечеткими партициями и обозначать как $\Re_{j1},\Re_{j2},\ldots,\Re_{js_j}$, $j=1,\ldots,k$. Принадлежность заданного значения фактора той или иной нечеткой партиции будем определять через индикаторные функции $\mu_i(x_1)\in[0,\ 1]$, $i=1,\ldots,s_1$; $\mu_j(x_2)\in[0,\ 1]$, $j=1,\ldots,s_2$; $\mu_l(x_k)\in[0,\ 1]$, $l=1,\ldots,s_k$. Введенное понятие индикаторной функции близко к понятию функции принадлежности для лингвистических переменных [8]. Здесь мы намеренно вместо понятия «функция принадлежности» будем использовать термин «индикаторная функция». Делается это для того, чтобы при рассмотрении локально-адаптивных регрессионных моделей можно было избежать неверную их ассоциацию с нечеткими системами (Fuzzy systems). Однако в ранних работах мы использовали понятие нечетких регрессионных моделей (см., например, [9]), что приводило к некоторой путанице, поскольку, по сути, концепция нечетких чисел и лингвистических переменных не использовалась. Тип (или вид) индикаторных функций может быть самым различным: треугольные, трапецеидальные, нелинейные [8]. Задание того или иного вида индикаторной функции определяет схему взвешивания локальных моделей. Каждая индикаторная функция должна быть определена на всей области действия соответствующего фактора. Как правило, индикаторные функции зависят от ряда параметров, которые можно настраивать. Для равномерного взвешивания всех локальных моделей при получении итоговой регрессионной зависимости необходимо выполнить нормировку индикаторных функций, состоящую в том, что в любой точке факторного пространства выполняются условия:

$$\sum_{i=1}^{s_1}\mu_i(x_1)=1,\quad \sum_{j=1}^{s_2}\mu_j(x_2)=1,\ldots,\quad \sum_{l=1}^{s_k}\mu_l(x_k)=1\,. \tag{2}$$

Для простоты изложения ограничимся рассмотрением однофакторных зависимостей. В качестве индикаторных функций будем использовать треугольные. На рис. 1 и 2 приведен вид таких индикаторных функций для случаев разбиения области определения фактора на две и три партиции. Видим, что графическое представление таких индикаторных функций может иметь вид обрезанного или полного треугольника. При разбиении области определения на три и более партиции M применялось правило: ширина отрезка [–1, +1], равная двум, делилась на число половинных оснований треугольных индикаторных функций, равное $2(M-2)$. Полученная величина $\Delta=2/(2(M-2))$ есть ширина основания неполных треугольников, которые располагаются на левом и правом краях отрезка [–1, +1].

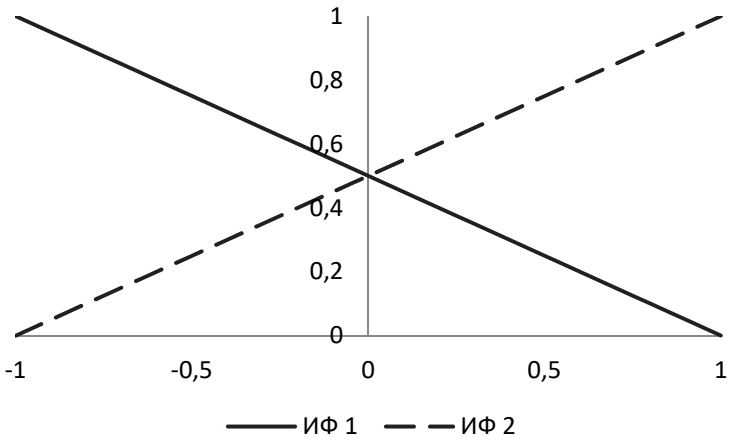


Рис. 1. Разбиение области действия фактора на две пересекающиеся партиции с двумя индикаторными функциями ИФ 1 и ИФ 2

Fig. 1. Partitioning the factor domain into two overlapping partitions with two indicator functions IF 1 and IF 2

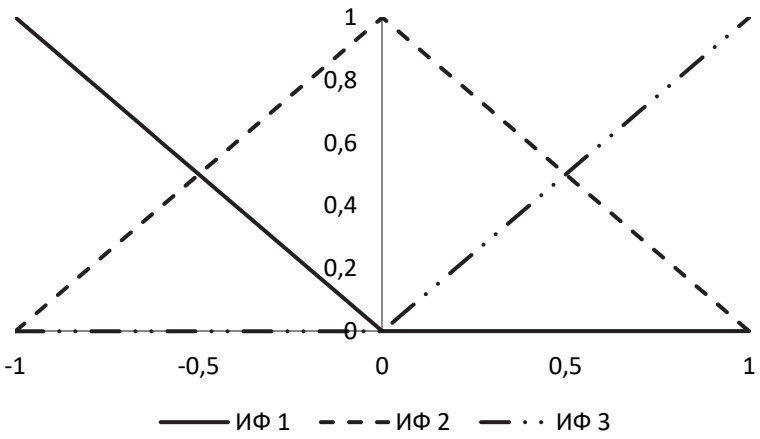


Рис. 2. Разбиение области действия фактора на три пересекающиеся партиции с тремя индикаторными функциями ИФ 1, ИФ 2, ИФ 3

Fig. 2. Partitioning the factor domain into three overlapping partitions with three indicator functions IF 1, IF 2, IF 3

В теории Fuzzy Systems при использовании функций принадлежности треугольного вида в качестве локальных часто используется модель синглтона, состоящая только из свободного члена. Это дает возможность строить LAR-модель в виде нечеткого дерева решений. Этот простейший случай мы сейчас не будем рассматривать. В настоящей работе в качестве локальных будем рассматривать линейные модели. Дерево решений в этом случае можно представить как совокупность правил

$$\Pi_i : \mathit{If} \ \ (x \in \ \Re_i), \ \text{тогда} \ \ y_i' = a_i + b_i x, \ \ i = \overline{1, M}, \qquad (3)$$

где M – число нечетких партиций. Объединяя совокупность отдельных правил из (3) через их взвешивание, получим модель наблюдения

$$y_j = \sum_{i=1}^{M} \mu_i(x_j) a_i + \sum_{i=1}^{M} \mu_i(x_j) x_j b_i + \varepsilon_j, \quad j = \overline{1,n}, \tag{4}$$

где n – число наблюдений за входом x_j и выходом y_j. По имеющимся наблюдениям необходимо оценить вектор параметров $\theta = (a_1, a_2, \ldots, a_M, b_1, b_2, \ldots, b_M)$. После оценивания параметров θ предсказывать значение отклика в заданной точке можно по модели

$$\hat{y}(x) = \sum_{i=1}^{M} \mu_i(x) \hat{a}_i + \sum_{i=1}^{M} \mu_i(x) x \hat{b}_i .$$

В матричном виде модель (4) имеет вид

$$y = X\theta + \varepsilon , \tag{5}$$

где $X - (n \times p)$ – расширенная матрица наблюдения; $\theta - (p \times 1)$ – вектор неизвестных параметров; $p = 2M$. Условия (2) по своей природе похожи на соотношения, которые можно наблюдать в моделях дисперсионного анализа, когда качественные факторы представляются в виде совокупности фиктивных переменных [10]. Именно поэтому можно ожидать, что матрица X будет неполного столбцового ранга. Для оценивания всех параметров θ в модели (5) по методу наименьших квадратов в этом случае придется прибегать к использованию обобщенного обращения матрицы $X^T X$. Возможность использовать обычное обращение матриц может появиться, если удастся редуцировать исходную модель (4) к модели полного ранга. Исследуем вопрос идентифицируемости LAR-моделей вида (4) с треугольными индикаторными функциями.

2. ВОПРОСЫ ИДЕНТИФИЦИРУЕМОСТИ ЛОКАЛЬНО-АДАПТИВНЫХ РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

Столбцы матрицы X соответствуют регрессорам $\mu_1(x)$, $\mu_2(x), \ldots,$ $\mu_M(x)$, $\mu_1(x)x$, $\mu_2(x)x, \ldots,$ $\mu_M(x)x$. Обозначим столбцы матрицы X аналогично, но с нижним подчеркиванием: $\underline{\mu_1(x)}$, $\underline{\mu_2(x)}, \ldots,$ $\underline{\mu_M(x)}$, $\underline{\mu_1(x)x}$, $\underline{\mu_2(x)x}, \ldots,$ $\underline{\mu_M(x)x}$.

Рассмотрение вопроса идентифицируемости LAR-моделей начнем с самого простого случая, когда область определения фактора разбита на две партиции, как на рис. 1. Индикаторные функции, определенные на отрезке $[-1, +1]$, задаются выражениями $\mu_1(x) = (1-x)/2$, $\mu_2(x) = (1+x)/2$. Можно видеть, что между столбцами матрицы X имеются следующие закономерности:

$$\begin{aligned} &\underline{\mu_1(x)} + \underline{\mu_2(x)} = \underline{1}, \\ &\underline{\mu_1(x)x} + \underline{\mu_2(x)x} = \underline{x}, \end{aligned} \tag{6}$$

где $\underline{1}$ – столбец из единиц, $\underline{x}$ – столбец из значений фактора x. При этом вторая зависимость есть следствие первой. Сами по себе зависимости (6) не влияют на ранг матрицы X, поскольку столбцы $\underline{1}$ и $\underline{x}$ в нее не входят. Тем не менее матрица X будет иметь неполный столбцовый ранг. Причиной возникновения дефекта ранга матрицы X является тот факт, что индикаторные функции треугольного вида линейно связаны с фактором x. В данном случае это проявляется в том, что $\underline{\mu_2(x)} - \underline{\mu_1(x)} = \underline{x}$. В результате можем зафиксировать, что между столбцами матрицы X имеется зависимость вида $\underline{\mu_2(x)} - \underline{\mu_1(x)} = \underline{\mu_1(x)x} + \underline{\mu_2(x)x}$. Появление этой зависимости напрямую связывается с особенностями треугольных индикаторных функций. При использовании, например, трапециевидных индикаторных функций подобные зависимости не встречаются [13].

Имеется возможность проведения редукции исходной модели наблюдения к модели полного ранга. Способ такой редукции подробно описан в работе [14]. Редукция применялась также и при решении проблемы индентифицируемости деревьев решений с лингвистическими переменными [15]. Редуцирование модели (5) к модели полного ранга проводится через факторизацию матрицы $X = X_1 A$, где X_1 – матрица полного столбцового ранга:

$$y = X\theta + \varepsilon = X_1 A\theta + \varepsilon = X_1\bar{\theta} + \varepsilon . \qquad (7)$$

В выражении (7) матрица $A = (I_r, \tilde{A})$, матрица $X = (X_1, X_2)$, где X_1 содержит все линейно независимые столбцы, число которых равно r, а X_2 – линейно зависимые; $\tilde{A} = \left(X_1^T X_1\right)^{-1} X_1^T X_2$ является решением матричного уравнения $X_2 = X_1\tilde{A}$. Вектор $\bar{\theta} = A\theta$ есть линейные комбинации исходных параметров. Важно то, что его можно несмещенно оценить по имеющимся наблюдениям. Параметрические функции из числа $\bar{\theta} = A\theta$ называют функциями, допускающими оценку(ФДО) [14]. Совокупность линейно независимых ФДО образует их базис. Важным моментом анализа линейных моделей неполного ранга считается априорное определение базиса ФДО. В случае двух партиций с зависимостями (6) в качестве зависимого столбца матрицы X выберем столбец $\underline{\mu_2(x)}$. Выразим его через другие столбцы: $\underline{\mu_2(x)} = \underline{\mu_1(x)} + \underline{\mu_1(x)x} + \underline{\mu_2(x)x}$. Учитывая данное соотношение, выпишем выражение для A:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Теперь можем записать следующее утверждение.

Утверждение 1. Для однофакторной LAR-модели с двумя партициями базис ФДО составляют параметрические функции:

$$\begin{aligned} \bar{a}_1 &= a_1 + a_2, \\ \bar{b}_1 &= b_1 + a_2, \\ \bar{b}_2 &= b_2 + a_2. \end{aligned} \tag{8}$$

Рассмотрим следующий вариант LAR-модели. Пусть область определения фактора разбита на три партиции, как на рис. 2. Индикаторные функции задаются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} \mu_1(x) &= \begin{cases} -x, & -1 \le x \le 0, \\ 0, & x > 0; \end{cases} \\ \mu_2(x) &= \begin{cases} x+1, & -1 \le x \le 0, \\ 1-x, & 0 < x \le 1; \end{cases} \\ \mu_3(x) &= \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ x, & x > 0. \end{cases} \end{aligned} \tag{9}$$

Между столбцами матрицы X для данной модели имеются следующие зависимости:

$$\begin{aligned} &\underline{\mu_1(x)} + \underline{\mu_2(x)} + \underline{\mu_3(x)} = \underline{1}, \\ &\underline{\mu_1(x)x} + \underline{\mu_2(x)x} + \underline{\mu_3(x)x} = \underline{x}, \\ &\underline{\mu_3(x)} - \underline{\mu_1(x)} = \underline{x}. \end{aligned} \tag{10}$$

Возьмем в качестве линейно зависимого столбец $\underline{\mu_3(x)}$. Выразим его через другие линейно независимые: $\underline{\mu_3(x)} = \underline{\mu_1(x)} + \underline{\mu_1(x)x} + \underline{\mu_2(x)x} + \underline{\mu_3(x)x}$. Матрица $\tilde{A}$ будет иметь вид столбца $\tilde{A}^T = (1, 0, 1, 1, 1)$. Учитывая структуру матрицы $A = (I_r, \tilde{A})$, можно сформулировать следующее утверждение.

Утверждение 2. Для однофакторной LAR-модели с тремя партициями (9) базис ФДО составляют параметрические функции:

$$\begin{aligned} &\bar{a}_1 = a_1 + a_3, \quad \bar{a}_2 = a_2, \\ &\bar{b}_1 = b_1 + a_3, \quad \bar{b}_2 = b_2 + a_3, \quad \bar{b}_3 = b_3 + a_3. \end{aligned} \tag{11}$$

Продолжим рассмотрение вариантов LAR-моделей. Пусть область определения фактора разбита на четыре партиции:

$$\mu_1(x)=\begin{cases}(-1/3-x)/(2/3), & -1\le x\le -1/3,\\ 0, & x>-1/3;\end{cases}$$

$$\mu_2(x)=\begin{cases}(x+1)/(2/3), & -1\le x\le -1/3,\\ (1/3-x)/(2/3), & -1/3<x\le -1/3,\\ 0 & x>1/3;\end{cases}$$

$$\mu_3(x)=\begin{cases}(x+1/3)/(2/3), & -1/3\le x\le 1/3,\\ (1-x)/(2/3) & 1/3<x\le 1,\\ 0 & x<-1/3;\end{cases} \qquad (12)$$

$$\mu_4(x)=\begin{cases}0, & -1\le x\le 1/3,\\ (x-1/3)/(2/3), & 1/3<x\le 1.\end{cases}$$

Вид индикаторных функций при разбиении на четыре партиции представлен на рис. 3.

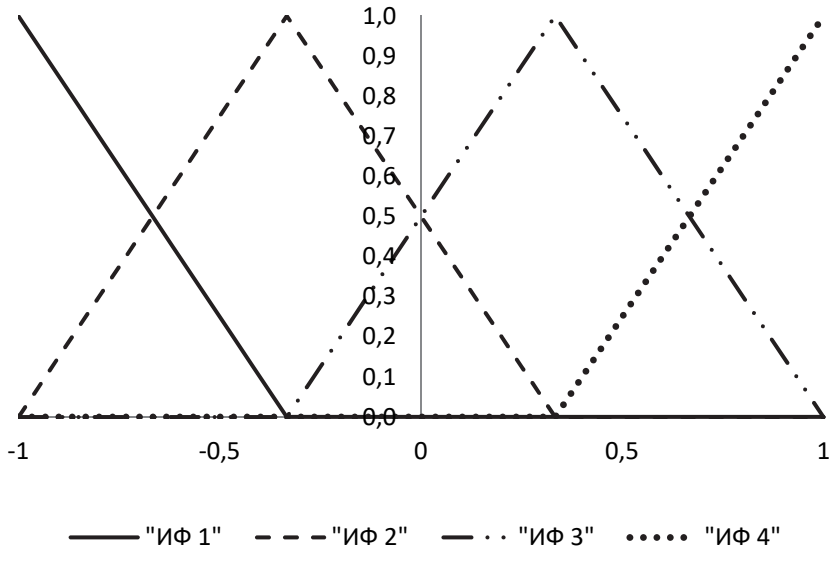


Рис. 3. Разбиение области действия фактора на четыре пересекающиеся партиции с четырьмя индикаторными функциями ИФ 1, ИФ 2, ИФ 3, ИФ 4

Fig. 3. Partitioning the factor domain into four overlapping partitions with four indicator functions IF 1, IF 2, IF 3, IF 4

Между столбцами матрицы X для данной модели имеются следующие зависимости:

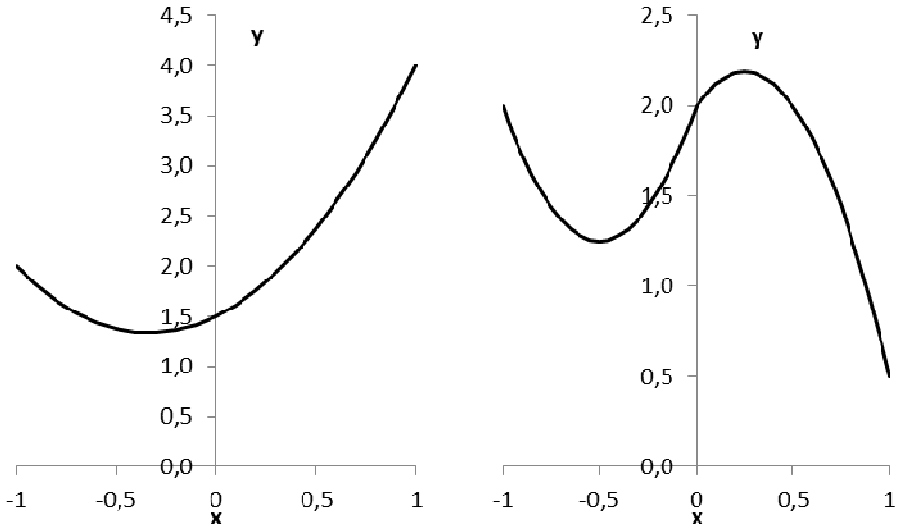
$$\begin{aligned}
&\underline{\mu_1(x)} + \underline{\mu_2(x)} + \underline{\mu_3(x)} + \underline{\mu_4(x)} = \underline{1},\\
&\underline{\mu_1(x)x} + \underline{\mu_2(x)x} + \underline{\mu_3(x)x} + \underline{\mu_4(x)x} = \underline{x},\\
&-\underline{\mu_1(x)} - (1/3)\underline{\mu_2(x)} + (1/3)\underline{\mu_3(x)} + \underline{\mu_4(x)} = \underline{x}.
\end{aligned} \tag{13}$$

С учетом этого справедливо следующее утверждение.

Утверждение 3. Для однофакторной LAR-модели с четырьмя партициями (12) базис ФДО составляют параметрические функции:

$$\begin{aligned}
&\bar{a}_1 = a_1 + a_4, \quad \bar{a}_2 = a_2 + (1/3)a_4, \quad \bar{a}_3 = a_3 - (1/3)a_4,\\
&\bar{b}_1 = b_1 + a_4, \quad \bar{b}_2 = b_2 + a_4, \quad \bar{b}_3 = b_3 + a_4, \quad \bar{b}_4 = b_4 + a_4.
\end{aligned} \tag{14}$$

Рассматривать LAR-модели с числом партиций более четырех нецелесообразно. Описательные возможности LAR-моделей с двумя, тремя и четырьмя партициями не меньше, чем у полиномов степени 2, 3 и 4. На рис. 4 приведены примеры зависимостей, описываемые LAR-моделями с двумя и тремя партициями. Будем обозначать такие модели как LAR-2, LAR-3.



а *б*

Рис. 4. Зависимость, описываемая моделью LAR-2 (*а*); зависимость, описываемая моделью LAR-3 (*б*)

Fig. 4. Dependence described by the model LAR-2 (*a*); dependence described by the model LAR-3 (*b*)

Наилучшие линейные оценки для ФДО с учетом (7) вычисляются как

$$\hat{\bar{\theta}} = \left(X_1^T X_1\right)^{-1} X_1^T y. \tag{15}$$

Важный положительный момент использования модели, выписанной в терминах ФДО, состоит в том, что оценивание всех параметрических функций производится совместно. Это позволяет получать их оценки с учетом явной коррелированности. Последний момент не учитывается, если проводить оценку параметров каждой локальной модели в (3) по отдельности.

3. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Приведем пример моделирования и оценивания регрессионной LAR-модели с одним фактором, заданным на интервале $[-1,\ +1]$.

Пусть модель с четырьмя партициями LAR-4, порождающая данные, имеет вид

$$E(y/x)=\sum_{i=1}^{M}\mu_i(x)a_i+\sum_{i=1}^{M}\mu_i(x)xb_i=1\mu_1(x)+2.3\mu_2(x)+1.8\mu_3(x)+$$

$$+0.6\mu_4(x)-1\mu_1(x)x+2\mu_2(x)x-0.8\mu_3(x)x-0.1\mu_4(x)x. \qquad (16)$$

График зависимости выхода от входа по данной модели представлен на рис. 5. В модели (16) имеется 8 параметров, но несмещенно оценить можно только 7 из них, представляющих собой ФДО (14). Результаты оценивания по незашумленным и зашумленным данным с дисперсией помехи $\sigma^2=0.1$ и $\sigma^2=0.05$ показаны в табл. 1, в которой для редуцированной модели приведены регрессоры, оценка ФДО для каждого из них и для сравнения истинное значение ФДО.

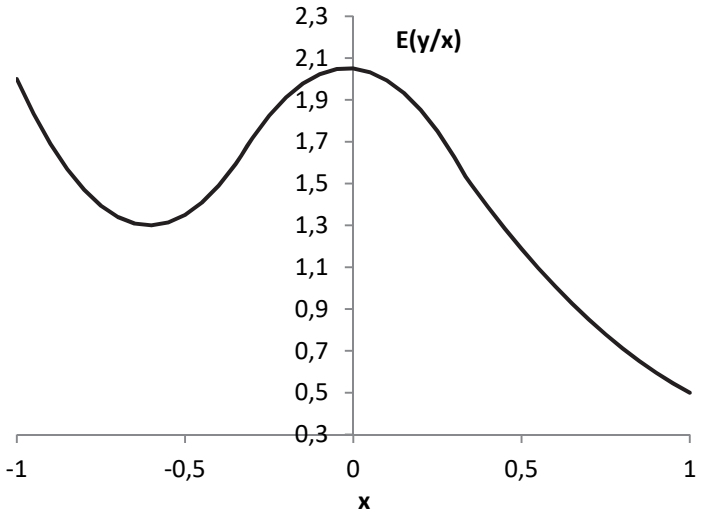


Рис. 5. График зависимости по модели (16)

Fig. 5. Dependence graph for the model (16)

Таблица 1

Table 1

Оценка параметров редуцированной модели

Estimation of the reduced model parameters

Регрессор	Оценка ФДО по незашумленным данным	Оценка ФДО по зашумленным данным, $\sigma^2 = 0.1$	Оценка ФДО по зашумленным данным, $\sigma^2 = 0.05$	Истинное значение ФДО
$\mu_1(x)$	1.6	2.5939	1.87	1 + 0.6 = 1.6
$\mu_2(x)$	2.5	2.6388	2.56	2.3 + 0.2 = 2.5
$\mu_3(x)$	1.6	1.5068	1.63	1.8 – 0.2 = 1.6
$\mu_1(x)x$	–0.4	0.5405	–0.13	–1 + 0.6 = –0.4
$\mu_2(x)x$	2.6	3.3100	2.83	2 + 0.6 = 2.6
$\mu_3(x)x$	–0.2	0.0350	–0.337	–0.8 + 0.6 = –0.2
$\mu_4(x)x$	0.5	0.4388	0.558	–0.1+0.6=0.5

Восстановленная по зашумленным данным с $\sigma^2 = 0.1$ модель в виде графика представлена на рис. 6, где точками обозначены значения отклика.

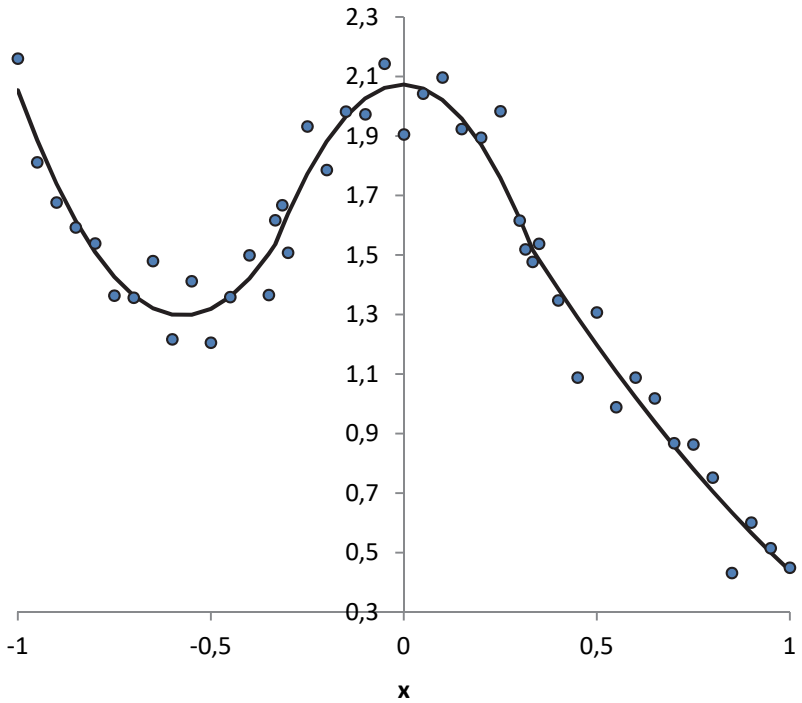


Рис. 6. График восстановленной зависимости

Fig. 6. Graph of the restored dependence

Для сравнения данные, порожденные моделью (16), были аппроксимированы различными полиномами и LAR-моделями. В табл. 2 приведены значения остаточных сумм квадратов при использовании различных моделей.

Таблица 2

Table 2

Остаточные суммы квадратов для различных моделей

Residual sums of squares for various models

Полином степени q				LAR-3	LAR-4
$q = 1$	$q = 2$	$q = 3$	$q = 4$		
6.04	2.98	2.42	0.465	0.497	0.127

По результатам, представленным в табл. 2, можно говорить о том, что классические полиномы не справляются с задачей аппроксимации данных, порождаемых моделью LAR-4 вида (16). Вводя LAR-модель (3), мы отмечали, что в теории Fuzzy Systems большое распространение получили модели синглтона. Если использовать такую модель на четырех партициях для описания данных, порождаемых моделью (16), то остаточная сумма квадратов будет равна 2.48, что очень близко к значению, достигаемому при использовании полинома степени 3. В то же время модель синглтона значительно проигрывает модели LAR-4. В работе [16] с использованием концепции локально-адаптивных моделей решена практическая задача построения стойкостной модели сверления. Полученные результаты убедительно показывают преимущество построенной LAR-модели перед ранее использованными полиномами степени 2.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе впервые отмечен факт неидентифицируемости LAR-моделей с треугольными индикаторными функциями, который возникает при попытке провести оценивание параметров всех локальных моделей одновременно. Данный эффект не имеет места быть в случае использования индикаторных функций трапециевидного или нелинейного вида. Для LAR-моделей с линейными локальными моделями и числом партиций от двух до четырех предложен базис ФДО, которые можно несмещенно оценивать. Это позволяет исходные LAR-модели априори выписывать в пространстве ФДО и проводить идентификацию таких моделей. В вычислительном эксперименте продемонстрировано, что качество аппроксимации данных подобными LAR-моделями превышает качество аппроксимации обычными полиномами степеней 2, 3 и 4, а также LAR-моделями в виде синглтона.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Vapnik V.* Statistical Learning Theory. – New York: John Wiley, 1998. – 736 p.

2. *Takagi T., Sugeno M.* Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control // IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. – 1985. – Vol. 15, N 1. – P. 116–132.

3. *Dickerson J.A., Kosko B.* Fuzzy function approximation with ellipsoidal rules // IEEE Transaction on Fuzzy Systems. – 1996. – Vol. 26, N 4. – P. 542–560.

4. *Kosko B.* Fuzzy systems as universal approximators // Proceedings First IEEE International Conference on Fuzzy Systems. – San Diego, CA, USA, 1992. – P. 1153–1162. – DOI: 10.1109/FUZZY.1992.258720.

5. *Butkiewicz B., Rutkowski L., Kacprzyk J.* Simple modification of Takagi – Sugeno model // Neural Networks and Soft Computing. – 2003. – Vol. 11. – P. 504–509.

6. *Babuška R.* Fuzzy modeling for control. – London; Boston: Kluwer Academic Publ., 1998. – 257 p.

7. *Lilly J.H.* Fuzzy control and identification. – Hoboken, NJ: Wiley, 2010. – 231 p.

8. *Пегат А.* Нечеткое моделирование и управление: пер. с англ. – 2-е изд. – М.: Бином, 2013. – 798 с.

9. *Попов А.А.* Регрессионное моделирование на основе нечетких правил // Сборник научных трудов НГТУ. – 2000. – № 2 (19). – С. 49–57.

10. *Ходашинский И.А., Сарин К.С.* Методика построения компактных и точных нечетких систем типа Такаги – Сугено // Доклады ТУСУР. – 2014. – Т. 19, № 1. – С. 50–56.

11. *Котюков В.И.* Многофакторные кусочно-линейные модели. – М.: Финансы и статистика, 1984. – 216 с.

12. *Yen K.K., Ghoshray S., Roig G.* A linear regression model using triangular fuzzy number coefficients // Fuzzy Sets and Systems. – 1999. – Vol. 106, iss. 2. – P. 167–177.

13. *Попов А.А.* Идентификация локально адаптивных регрессионных моделей // Обработка информации и математическое моделирование: материалы конференции, Новосибирск, 23–24 апр. 2020 г. – Новосибирск, 2020. – С. 155–160. – URL: https://sibsutis.ru/workgroups/w/group/46/files/Материалы%20конференций/РНТК-2020 (дата обращения: 29.05.2023).

14. *Попов А.А.* Конструирование дискретных и непрерывно-дискретных моделей регрессионного типа // Сборник научных трудов НГТУ. – 1996. – № 1 (3). – С. 21–30.

15. *Попов А.А.* Построение деревьев решений для прогнозирования количественного признака на классе логических функций от лингвистических переменных // Научный вестник НГТУ. – 2009. – № 3 (36). – С. 77–86.

16. *Попов А.А., Карманов В.С.* Построение стойкостной модели сверления с использованием локально адаптивных регрессионных моделей // Динамика систем, механизмов и машин. – 2020. – Т. 8, № 1. – С. 141–146. – DOI: 10.25206/2310-9793-8-1-141-146.

Попов Александр Александрович, доктор технических наук, профессор кафедры теоретической и прикладной информатики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – статистические методы анализа данных, оптимальное планирование экспериментов, методы машинного обучения. Имеет более 250 публикаций, в том числе 3 монографии. E-mail: a.popov@corp.nstu.ru

Popov Alexander Alexandrovich, D.Sc. (Eng.), Professor, Department of Theoretical and Applied Computer Science, Novosibirsk State Technical University. The main area of his research is statistical methods of data analysis, optimal design of experiments, and methods of machine learning. He has more than 250 publications, including 3 monographs. E-mail: a.popov@corp.nstu.ru

DOI: 10.17212/2782-2001-2023-2-7-22

Identification of locally-adaptive regression models with triangular indicator functions[*]

A. A. POPOV

Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation

a.popov@corp.nstu.ru

Abstract

The basic idea of constructing locally-adaptive regression models (LAR models) consists in the use of regressors defined on the local subregions of factor values. The belonging of factor values to a particular local subdomain is set by indicator functions. Indicator functions by their nature are close to the well-known concepts of membership functions from the theory of fuzzy systems (Fuzzy Systems). As a rule, to provide the required smoothness of the required dependence of the response on the acting factors such local subdomains are defined with overlapping - in the form of the so-called fuzzy partitions. Type or type of indicator functions may be very different: triangular, trapezoidal, and non-linear. Specifying one or another type of indicator function determines the scheme of weighing local models. Each indicator function must be defined for the entire range of the corresponding factor. Triangular-type functions are used as indicator functions in this work. Linear factor models are considered as local models. It is noted that in their original form the proposed LAR models are not identifiable. The issue of identification of such models in the case of joint estimation of all parameters is considered. The procedure of model reduction is introduced. The resulting model is written out in the space of functions that allow estimation. In the case of dividing the domain of factor determination into two, three or four fuzzy partitions we propose the basis of functions allowing evaluation. The results of computational experiment on regression dependence reconstruction by ordinary polynomials of different degrees and by LAR models are given. The efficiency of LAR models in comparison with polynomials of degree 3 and 4 is noted.

Keywords: local-adaptive regression models, local models, indicator functions, triangular indicator functions, fuzzy partitions, estimated functions, basis of estimated functions, identification

REFERENCES

1. Vapnik V. *Statistical Learning Theory*. New York, John Wiley, 1998. 736 p.

2. Takagi T., Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 1985, vol. 15, no. 1, pp. 116–132.

3. Dickerson J.A., Kosko B. Fuzzy function approximation with ellipsoidal rules. *IEEE Transaction on Fuzzy Systems*, 1996, vol. 26, no. 4, pp. 542–560.

4. Kosko B. Fuzzy systems as universal approximators. *Proceedings First IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, San Diego, CA, USA, 1992, pp. 1153–1162. DOI: 10.1109/FUZZY.1992.258720.

5. Butkiewicz B., Rutkowski L., Kacprzyk J. Simple modification of Takagi-Sugeno model. *Neural Networks and Soft Computing*, 2003, no. 11, pp. 504–509.

6. Babuška R. *Fuzzy modeling for control*. London, Boston, Kluwer Academic Publ., 1998. 257 p.

7. Lilly J.H. *Fuzzy control and identification*. Hoboken, NJ, Wiley, 2010. 231 p.

8. Piegat A. *Fuzzy modeling and control*. Heidelberg, Physica-Verlag, 2001 (Russ. ed.: Pegat A. *Nechetkoe modelirovanie i upravlenie*. 2nd ed. Moscow, Binom Publ, 2013. 798 p.).

[*] *Received 06 February 2023.*

9. Popov A.A. Regressionnoe modelirovanie na osnove nechetkikh pravil [Regression modeling based on fuzzy rules]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2000, no. 2 (19), pp. 49–57.

10. Hodashinsky I.A., Sarin K.S. Metodika postroeniya kompaktnykh i tochnykh nechetkikh sistem tipa Takagi–Sugeno [Technique for designing accurate and compact Takagi–Sugeno fuzzy systems]. *Doklady TUSUR = Proceedings of TUSUR University*, 2014, vol. 19, no. 1, pp. 50–56.

11. Kotyukov V.I. *Mnogofaktornye kusochno-lineinye modeli* [Multifactor piecewise linear models]. Moscow, Finansy i statistika Publ., 1984. 216 p.

12. Yen K.K., Ghoshray S., Roig G. A linear regression model using triangular fuzzy number coefficients. *Fuzzy Sets and Systems*, 1999, vol. 106, iss. 2, pp. 167–177.

13. Popov A.A. [Identification of locally adaptive regression models]. *Obrabotka informatsii i matematicheskoe modelirovanie: materialy konferentsii* [Information processing and mathematical modeling]. Conference proceedings, Novosibirsk, 23–24 April, 2020, pp. 155–160. (In Russian). Available at: https://sibsutis.ru/workgroups/w/group/46/files/Материалы%20конференций/РНТК-2020 (accessed 29.05.2023).

14. Popov A.A. Konstruirovanie diskretnykh i nepreryvno-diskretnykh modelei regressionnogo tipa [Construction of discrete and continuous-discrete models such as regression]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 1996, no. 1 (3), pp. 21–30.

15. Popov A.A. Postroenie derev'ev reshenii dlya prognozirovaniya kolichestvennogo priznaka na klasse logicheskikh funktsii ot lingvisticheskikh peremennykh [Construction of decision trees to predict the quantitative trait in the class of logic functions of linguistic variables]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2009, no. 3 (36), pp. 77–86.

16. Popov A.A., Karmanov V.S. Postroenie stoikostnoi modeli sverleniya s ispol'zovaniem lokal'no adaptivnykh regressionnykh modelei [Building a wear resistance model of drilling operation using locally adaptive regression models]. *Dinamika sistem, mekhanizmov i mashin = Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines*, 2020, vol. 8, no. 1, pp. 141–146. DOI: 10.25206/2310-9793-8-1-141-146.

Для цитирования:

Попов А.А. Идентификация локально-адаптивных регрессионных моделей с треугольными индикаторными функциями // Системы анализа и обработки данных. – 2023. – № 2 (90). – С. 7–22. – DOI: 10.17212/2782-2001-2023-2-7-22.

For citation:

Popov A.A. Identifikatsiya lokal'no-adaptivnykh regressionnykh modelei s treugol'nymi indikatornymi funktsiyami [Identification of locally-adaptive regression models with triangular indicator function]. *Sistemy analiza i obrabotki dannykh = Analysis and Data Processing Systems*, 2023, no. 2 (90), pp. 7–22. DOI: 10.17212/2782-2001-2023-2-7-22.

ISSN 2782-2001
Системы анализа
и обработки данных
том 90, № 2, 2023, с. 23–42

http://journals.nstu.ru/vestnik
Analysis and data
processing systems
Vol. 90, No. 2, 2023, pp. 23–42

ИНФОРМАЦИОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ
И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

INFORMATION
TECHNOLOGIES
AND TELECOMMUNICATIONS

УДК 681.515 DOI: 10.17212/2782-2001-2023-2-23-42

Синтез трехканального ПИД-регулятора для управления трехзонной среднетемпературной печью*

А.И. ЦИБИНА[a], Г.П. ЧИКИЛЬДИН[b]

630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет

[a] *alena.ts1@mail.ru* [b] *chikildin@gmail.com*

В настоящее время в метрологических лабораториях существует необходимость в передаче единиц температур от эталонов высшего разряда посредством воспроизведения реперных точек международной температурной шкалы. Процесс воспроизведения реперной точки подразумевает нагрев, плавление, перегрев и затвердевание металла и иногда может занимать более одного рабочего дня. Целью настоящей работы было создать и практически опробовать алгоритм, учитывающий тепловые потоки в трехзонной печи для равномерного прогрева и относительно быстрого достижения площадки затвердевания.

В течение последних двадцати лет были опробованы несколько алгоритмов, позволяющих пройти все четыре стадии в течение одного рабочего дня. В настоящей работе описан практически опробованный алгоритм управления трехзонными печами для воспроизведения реперных точек температурной шкалы в диапазоне от 156,5985 °C до 1084,62 °C, учитывающий требования к поддержанию минимального градиента температуры по высоте ампулы реперной точки и получивший применение в печах лаборатории Западно-Сибирского филиала ФГУП «ВНИИФТРИ».

В основе модели регулятора лежат принципы теории автоматического управления, а именно используется стандартный многоканальный дискретный пропорционально-интегрально-дифференциальный, или ПИД-регулятор, модифицированный в соответствии со структурой системы. Основная идея заключается в представлении модели трехзонной печи в виде трехканального объекта управления с взаимной зависимостью между каналами. Соответствующая модель регулятора имеет три канала управления, в каждом из которых в общем случае стоит ПИД-регулятор. В зависимости от фазы процесса воспроизведения регулятор изменяет свою структуру, добавляются управляющие воздействия между каналами и меняются коэффициенты. Такая структура позволила достичь достаточной производительности печи.

Ключевые слова: трехзонная печь, реперная точка, международная температурная шкала, ПИД-регулятор, переходный процесс, трехканальная система управления, требования качества системы, градиент температуры

* *Статья получена 02 марта 2023 г.*

ВВЕДЕНИЕ

Трехзонные электрические печи сопротивления широко используются в метрологических лабораториях для воспроизведения реперных точек международной практической температурной шкалы МТШ-90 [1] на уровнях от первичных национальных эталонов до уровня рабочих эталонов первого разряда, при реализации которых единица температуры передается эталонным термометрам различных принципов действия с более низким по поверочной схеме разрядом.

Реперные точки температурной шкалы в диапазоне от 156,5985 °С до 1084,62 °С представляют собой герметичные цилиндрические ампулы с чистыми металлами, имеющие в центре канал для погружения термометра, которому будет передаваться единица температуры. Единица температуры передается во время фазового перехода затвердевания металла в ампуле при условии установившегося с достаточной точностью теплового равновесия между ампулой и погруженным в нее термометром. При реализации фазового перехода температура металла внутри ампулы принимается равной температуре, приписанной данной реперной точке температурной шкалы. Следует отметить, что фазовый переход затвердевания выбран в качестве реперной точки температурной шкалы не случайно. В отличие от фазового перехода плавления, затвердевание начинается с заведомо более благоприятных с точки зрения воспроизводимости условий (жидкий металл имеет более высокую теплопроводность, и одновременное начало затвердевания по всей высоте ампулы достигается легче) [2].

Воспроизведение реперной точки температурной шкалы представляет собой сложный физический процесс, имеющий строгие требования ко времени переходного процесса, перерегулированию, а также к статической и динамической ошибкам.

Для достижения благоприятных условий и эффективного функционирования воспроизведения реперной точки желательно создать систему управления, учитывающую требования качества переходного процесса по температуре внутри ампулы при нагреве, плавлении, перегреве и затвердевании.

Целью настоящей работы является синтез такой системы с изменяющимися структурой и параметрами.

1. ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ РЕПЕРНЫХ ТОЧЕК ТЕМПЕРАТУРНОЙ ШКАЛЫ В ДИАПАЗОНЕ ОТ 156,5985 °С ДО 1084,62 °С

Ключевой особенностью процесса воспроизведения реперных точек, основанных на фазовом переходе затвердевания чистых металлов, является требовательность к минимизации градиента температуры по высоте ампулы реперной точки. От величины этого градиента зависит как точность, так и длительность плато фазового перехода затвердевания. Можно с уверенностью сказать, что градиент температуры по высоте ампулы является основным параметром, который определяет эффективность реперной точки. Кроме того, слишком большой градиент температуры, который может возникнуть при

нагреве даже еще до достижения металлом температуры плавления, способен привести к разрушению герметичного кварцевого чехла ампулы реперной точки.

Эффективным с конструктивной и технологической точек зрения способом управления градиентом при реализации реперных точек температурной шкалы в диапазоне от 156,5985 °C до 1084,62 °C является использование трехзонных электрических печей сопротивления [3], в которых ампула реперной точки размещается внутри вертикально установленной цилиндрической жаровой трубы в зоне центрального (основного) нагревателя, а два дополнительных нагревателя, расположенных выше и ниже центрального (охранные нагреватели), обеспечивают компенсацию паразитных тепловых потоков по торцам жаровой трубы и выравнивание теплового поля в ее центральной части. Структура такой печи представлена на рис. 1.

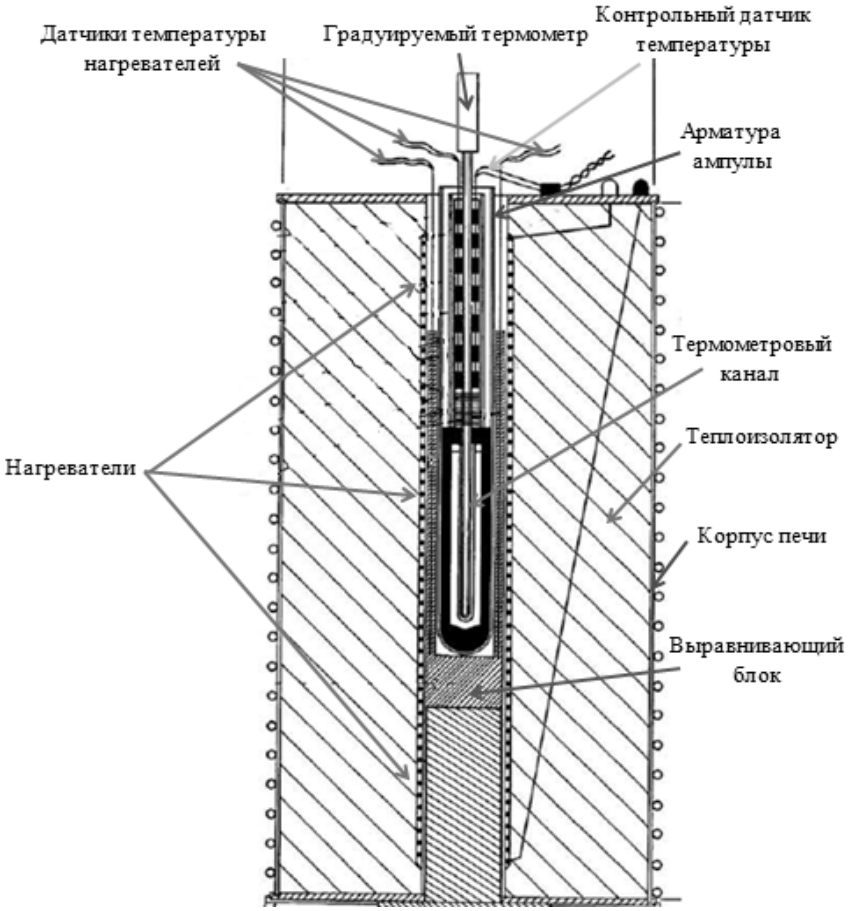


Рис. 1. Устройство трехзонной электрической печи сопротивления

Fig. 1. Construction of a three-zone electric resistance furnace

Несмотря на очевидность решения организовать для управления охранными нагревателями обратную связь по значению градиента температуры, измеряемому непосредственно на ампуле реперной точки, в известных моделях устано-

вок для реализации реперных точек оно не внедрялось вплоть до 2008 г. [4]. Используемые вместо этого подходы эксплуатировали автовыравнивание градиента температуры за счет теплопроводности ампулы и жаровой трубы при искусственно низких скоростях нагрева охлаждения, ценой чему становилась малая производительность установок.

В настоящее время наиболее известными и широко применяемыми в метрологической практике установками для реализации реперных точек температурной шкалы в диапазоне от 156,5985 °C до 1084,62 °C являются установки Fluke 9114 [5] производства США, Isotech ITL-M-17703 [6] производства Великобритании, САУРТ-М [7] (производилась в СССР филиалом ВНИИМ им. Д.И. Менделеева, эксплуатируется и в настоящее время), ПРТ 50-700 [8] производства АО «НПП “ЭТАЛОН”», г. Омск, РФ. Все перечисленные установки используют для реализации реперных точек температурной шкалы трехзонные электрические печи сопротивления, и ни одна из этих установок не использует в алгоритме управления воспроизведением реперной точки действительное измеренное значение градиента температуры по высоте ампулы. Кроме того, установки не оснащены измерительными каналами для организации обратной связи. Даже если в алгоритме используется значение градиента температуры, оно вычисляется по показаниям датчиков, расположенных вблизи нагревателей печи, на существенном удалении от самой ампулы реперной точки и вдобавок экранированных от нее жаровой трубой печи, имеющей значительную тепловую инерцию. Иногда для настройки алгоритма управления вместо ампулы в печь помещают ее имитатор, оснащенный датчиками градиента температуры [5, 9], но репрезентативность такой настройки и особенно стабильность ее параметров во времени вызывают определенные сомнения.

В ФГУП «СНИИМ» (г. Новосибирск) с 2008 г. разрабатывали и применяли трехзонные печи для воспроизведения реперных точек температурной шкалы в диапазоне от 156,5985 °C до 1084,62 °C, в которых в арматуру для размещения ампул были встроены дополнительные датчики для измерения градиента температуры непосредственно на ампуле реперной точки. До 2020 г. для управления этими печами достаточно эффективно использовались градиентные регуляторы, основанные на методе локальных уставок [4, 10], однако с выработкой ресурса аппаратуры в 2021 г. возникла необходимость в новых регуляторах и было принято решение провести модернизацию с созданием нового, более формализованного с точки зрения теории автоматического управления алгоритма, учитывающего и развивающего опыт применения метода локальных уставок.

Метод локальных уставок демонстрировал большую эффективность и быстродействие по сравнению с другими существующими методами управления трехзонными печами, но не был лишен принципиальных недостатков, ограничивающих потенциальные возможности в части скорости работы при нагреве до начала плавления металла в реперной точке. В связи с этим была поставлена задача по разработке нового алгоритма управления, который должен быть способен эффективно минимизировать градиент температур по высоте ампулы при высокой скорости нагрева. Работа была успешно выполнена, и ее результаты изложены далее в настоящей публикации.

2. ТРЕХЗОННАЯ ПЕЧЬ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Автоматическое управление электрическими печами сопротивления достаточно широко освещено в специальной литературе [11, 12], однако примеры, приводимые в этих источниках, относятся исключительно к однозонным печам (с одним каналом управления). Вопросы управления с учетом градиента температуры приведены в [13], однако в этой книге трехзонная печь не рассматривается в качестве объекта управления. Таким образом, для успешного решения поставленной задачи необходимо формализовать описание трехзонной печи в виде многоканального объекта управления.

Трехзонная печь имеет три нагревателя и три датчика температуры, расположенных по высоте ампулы, что с точки зрения теории автоматического управления представляет собой объект с тремя каналами управления. Входные значения каждого канала являются мощностями нагревателей, которые задаются оператором или алгоритмом управления. Выход каждого канала – температура на датчиках внутри ампулы, измеряемая и передаваемая через АЦП в персональный компьютер для обработки. В качестве первого приближения в модели печи не учитываются передаточные функции датчиков и нагревателей.

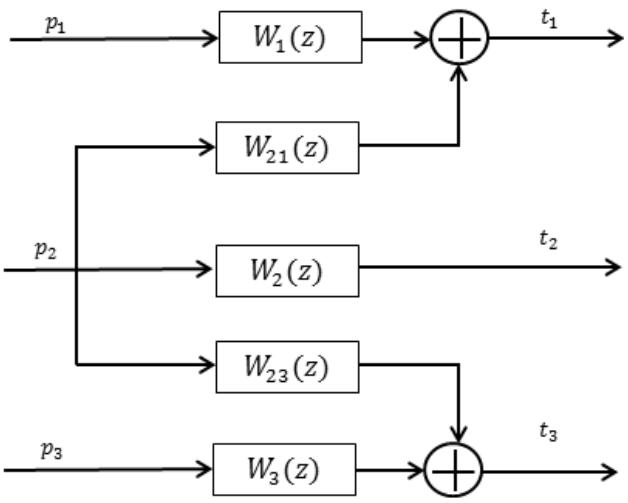


Рис. 2. Модель объекта

Fig. 2. Model of the object

В данном случае первый, второй и третий каналы соответствуют верхней, центральной и нижней части ампулы. Из-за тепловых потоков, идущих из центра печи вниз и вверх, существует взаимное влияние между каналами. Опытным путем было установлено, что наибольшее влияние на все каналы печи оказывает именно центральный нагреватель, что объясняется его большей площадью нагрева и изолированностью от влияния внешней среды. Соответствующая модель объекта представлена на рис. 2.

3. УПРАВЛЕНИЕ ПЕЧЬЮ ПРИ ПОМОЩИ МНОГОКАНАЛЬНОГО ПИ-РЕГУЛЯТОРА

Общепринятые в теории автоматического управления характеристики переходного процесса: время переходного процесса, перерегулирование и статическая ошибка [12]. При создании алгоритма управления печью одним из главных требований качества была минимизация времени переходного процесса для большей производительности реперных точек. Для выполнения этого требования в каждый канал управления был включен пропорциональный регулятор, обеспечивающий быстрое реагирование на изменения разности температуры. С другой стороны, при достижении плато плавления недопустимо наличие статической ошибки. В противном случае температура в ампуле не достигнет температуры плавления или, что еще хуже, произойдет перегрев. Для выполнения данного требования в каждый канал управления был добавлен интегральный регулятор. Требование к перерегулированию: не более 10 %.

На рис. 3 показана модель системы с тремя ПИ-регуляторами. Входные значения, поступающие на регулятор, равны разности целевых температур верхней, центральной и нижней части ампулы и соответствующих показаний приборов измерения.

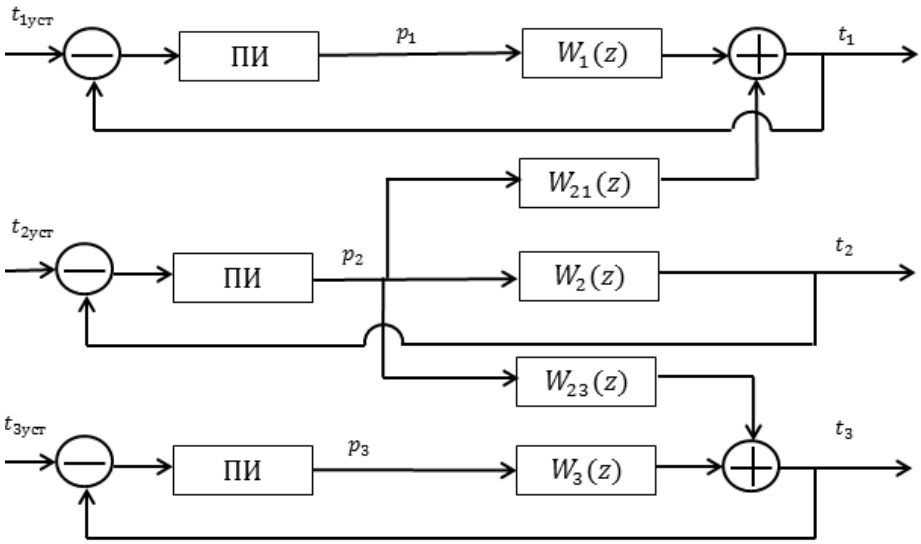


Рис. 3. Система управления с тремя ПИ-регуляторами

Fig. 3. Control system with three PI controllers

Кривые переходных процессов показаны на рис. 4. Температура в нижнем конце ампулы обозначена t_6, в верхнем – t_4. Температура на контрольном датчике в центре ампулы обозначена t_5. На графике видно, что при таком управлении между верхними и нижними концами ампулы, обозначенными t_4 и t_6, образуется градиент температур. Это объясняется тем, что из-за конструктивных особенностей печи температура внутри ампулы может изменяться неравномерно в процессе нагрева, а это мешает образованию

равномерно прогретого жидкого металла с единственным очагом затвердевания.

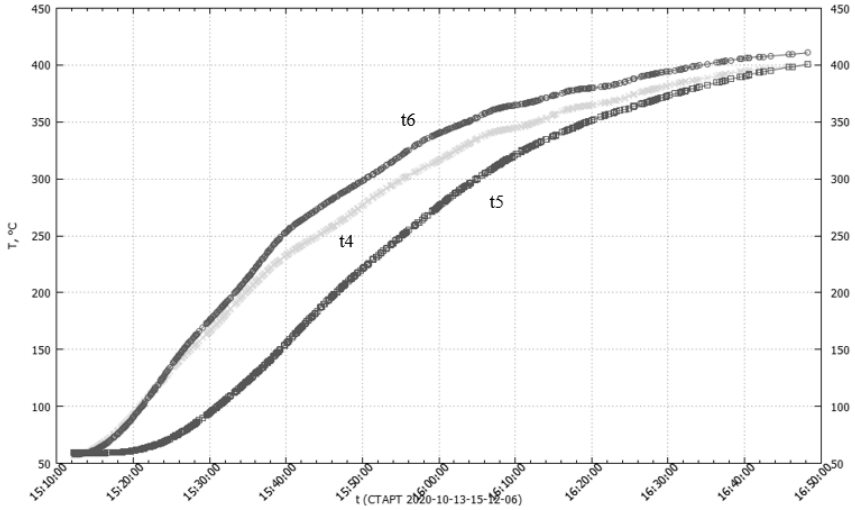


Рис. 4. Переходные процессы в ампуле при использовании трехканального ПИ-регулятора с неполной структурой для реперной точки цинка

Fig. 4. Transient processes in the cell when using a three-channel PI controller with an incomplete structure for the zinc fixed point

Очевидно, что равномерный прогрев по высоте печи ведет к большей длительности последующего плато затвердевания, являющегося целью реализации реперной точки. Достижение минимальной разности температур по высоте ампулы может быть достигнуто разными способами. Первый способ состоит в изменении целевых температур нагревателей в зависимости от градиента через равные промежутки времени (метод локальных уставок). Второй способ состоит в создании регулятора, на вход которого поступает разница, или градиент температур между верхним и нижним концом ампулы, а на выходе – управляющее воздействие для верхнего и нижнего нагревателя. Третий способ представляет собой использование комбинированного управления в виде полной структуры многоканального ПИ-регулятора совместно с ПИ-регулятором по градиенту. В ходе экспериментальных исследований предпочтение было отдано последнему способу как наиболее действенному в сравнении с двумя другими.

Модель системы с дополнительным ПИ-регулятором по градиенту представлена на рис. 5.

На рис. 6 показаны кривые переходных процессов внутри ампулы. В то время как ПИ-регуляторы поддерживают переходные процессы в каждом отдельном канале, дополнительный ПИ-регулятор по градиенту обеспечивает минимизацию разницы температур между верхним и нижним концом, тем самым обеспечивая равномерный прогрев по всей длине ампулы. Получившаяся система удовлетворяет требованиям качества.

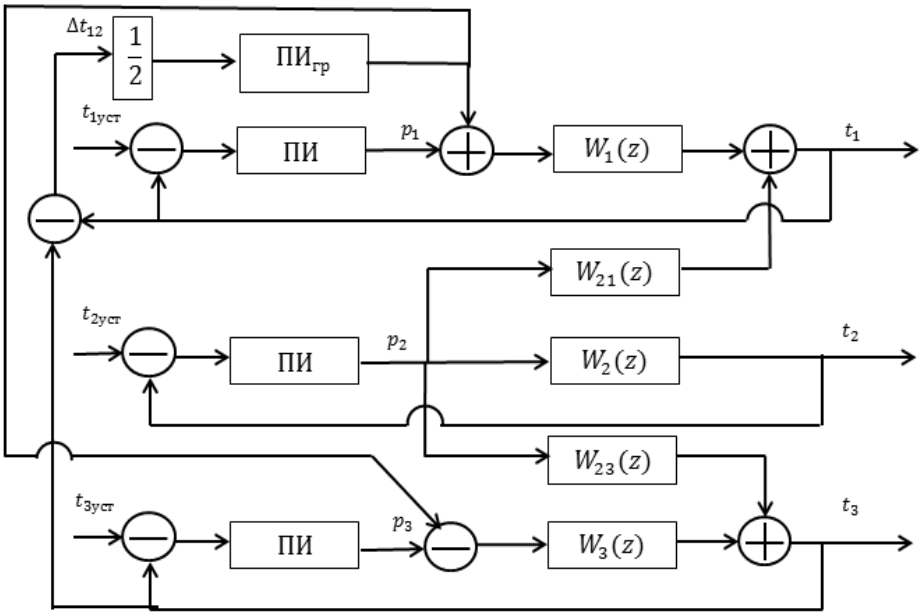


Рис. 5. Система с дополнительным ПИ-регулятором, осуществляющим управление по градиенту температур

Fig. 5. System with an additional PI controller that controls the temperature gradient

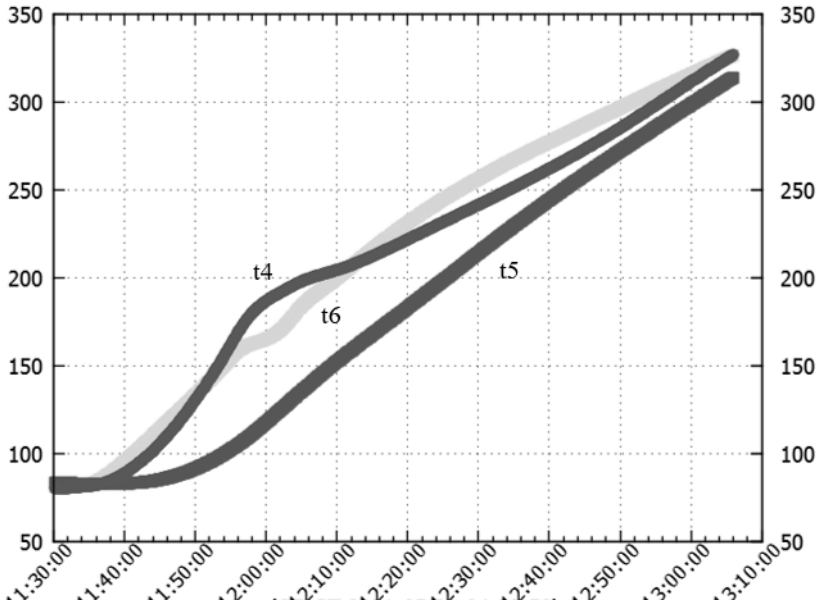


Рис. 6. Локальная минимизация градиента при помощи комбинированного регулятора (t_4 – первый канал, t_5 – второй канал, t_6 – третий канал) для реперной точки цинка

Fig. 6. Local minimization of the gradient using a combined controller (t_4 is the first channel, t_5 is the second channel, t_6 is the third channel) for the zinc fixed point

На рис. 7 показаны графики мощности и температуры на каждом нагревателе. Разница температур на нагревателях при использовании неполного ПИ-регулятора совместно с градиентным достигала 130 °С, что могло привести к разрушению кварцевого чехла и дальнейшей неработоспособности печи. Такой регулятор оказался неприменим на практике.

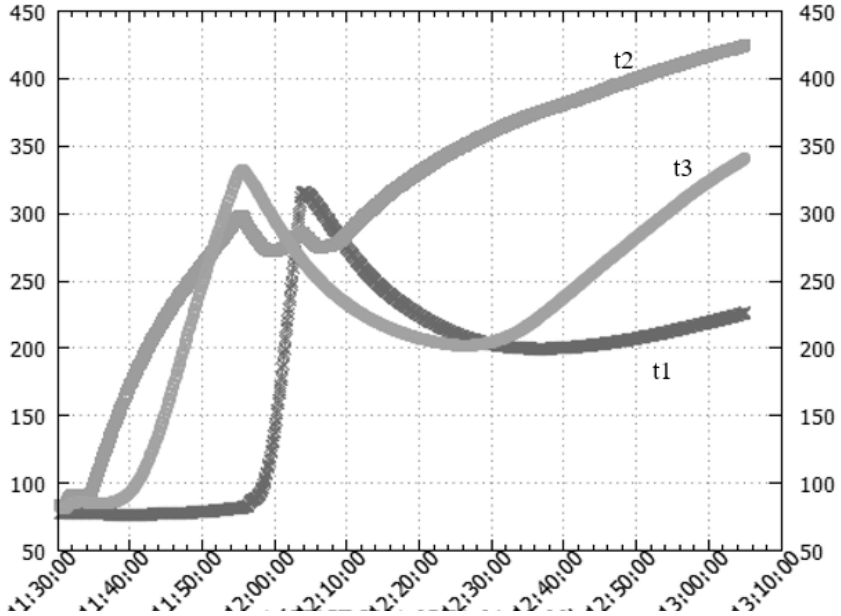


Рис. 7. Переходный процесс на нагревателях при использовании регулятора, модель которого представлена на рис. 5 для реперной точки цинка (t_1, t_2 и t_3 – температуры на верхнем, среднем и нижнем нагревателях)

Fig. 7. The transient process on the heaters when using the controller, whose model is shown in Figure 5 for the zinc fixed point (t_1, t_2 and t_3 are the temperatures on the upper, middle and lower heaters)

В [14] отмечается, что в некоторых случаях использование полной структуры ПИД-регулятора с прямыми и перекрестными связями более эффективно, чем использование сокращенной структуры. Воспользуемся указанным подходом для устранения недостатков, описанных выше. Введем для компенсации взаимного влияния каналов в систему дополнительные ПИ-регуляторы, как показано на рис. 8.

Тепловые потоки, идущие из центра вниз и вверх в ампуле, позволяют говорить о взаимном влиянии между каналами, отображенными передаточными функциями W_{21} и W_{23}. Для компенсации данных тепловых потоков в систему добавлены соответствующие регуляторы ПИ_{21} и ПИ_{23}.

В результате получаем регулятор, удовлетворяющий требованиям отсутствия больших перепадов температур на нагревателях (рис. 9).

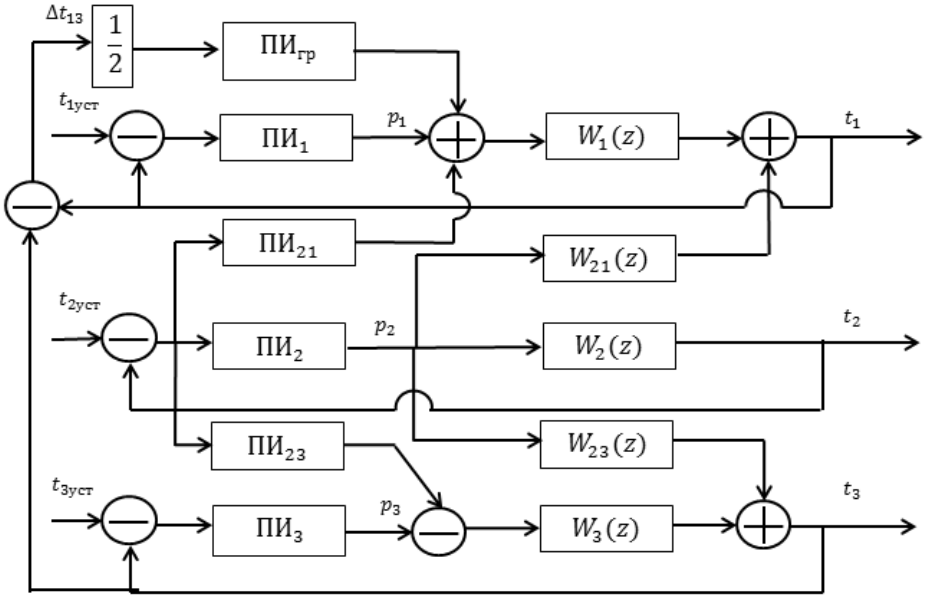


Рис. 8. Схема системы с полной структурой ПИ-регулятора и дополнительным регулятором по градиенту температур

Fig. 8. System diagram with a complete PI controller structure and an additional temperature gradient controller

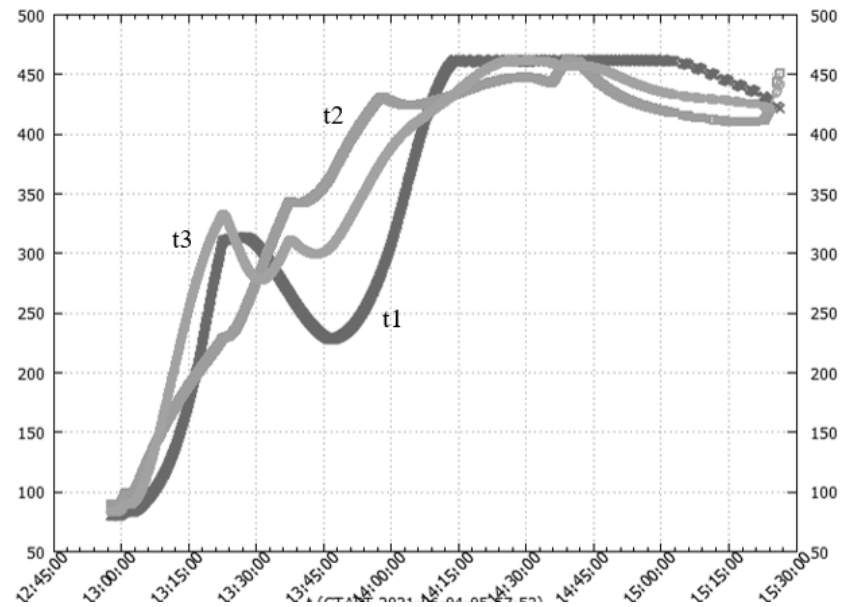


Рис. 9. Графики переходного процесса для реперной точки цинка по температурам на нагревателях: верхнем – t_1, среднем – t_2 и нижнем – t_3

Fig. 9. Graphs of the transient process for the fixed point of zinc for temperatures on the heaters: upper – t_1, middle – t_2 and lower – t_3

На рис. 10 представлены результаты такого управления для стадии нагрева металла в ампуле. Разница температур между верхним и нижним концом ампулы на протяжении всего нагрева не превышает 2 °С для реперной точки цинка.

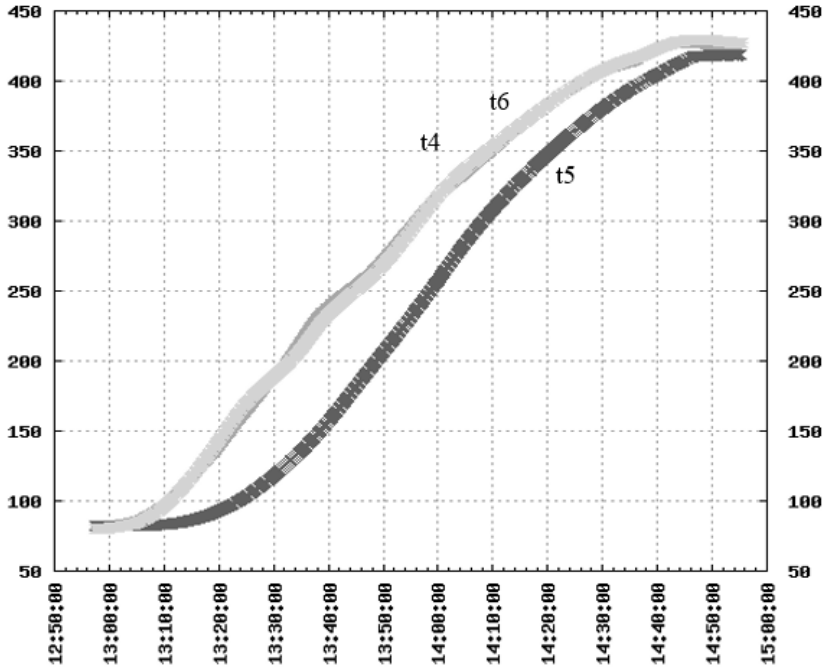


Рис. 10. Переходные процессы в системе с полной структурой ПИ-регулятора для реперной точки цинка (t_4 – температура в верхней части ампулы, t_5 – в центре, t_6 – в нижней части ампулы)

Fig. 10. Transient processes in a system with a complete PI controller structure and an additional temperature gradient controller for the zinc fixed point (t_4 is the temperature in the upper part of the cell, t_5 is in the center, t_6 is in the lower part of the cell)

После достижения плато плавления температура металла внутри ампулы перестает изменяться, поэтому показания на контрольном датчике больше не могут использоваться для управления системой через обратную связь. Таким образом, на этапе плавления модель системы должна быть модифицирована.

4. МОДИФИЦИРОВАННАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ ДЛЯ СТАДИЙ ПЛАВЛЕНИЯ, ПЕРЕГРЕВА И ЗАТВЕРДЕВАНИЯ

До достижения плато затвердевания, которое является целью всего процесса воспроизведения реперной точки, необходимо пройти три стадии: нагрев металла, плавление, перегрев (рис. 11). Поэтому при создании регулятора необходимо учитывать изменяющиеся параметры и структуру системы на каждой из этих стадий. В частности, в процессе плавления металла темпера-

тура внутри ампулы с металлом не изменяется, что приводит к модели системы с тремя управляющими воздействиями и двумя значениями на выходе (рис. 12). То же самое происходит при перегреве и затвердевании. После окончания стадии нагрева показания температуры на контрольном датчике используются только для определения момента перехода между стадиями.

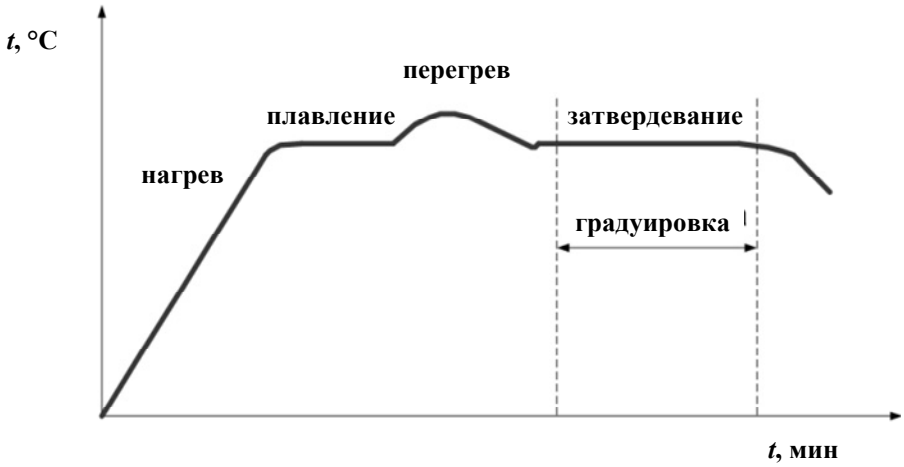


Рис. 11. Процесс воспроизведения реперной точки температурной шкалы

Fig. 11. The process of reproducing the fixed point of the temperature scale

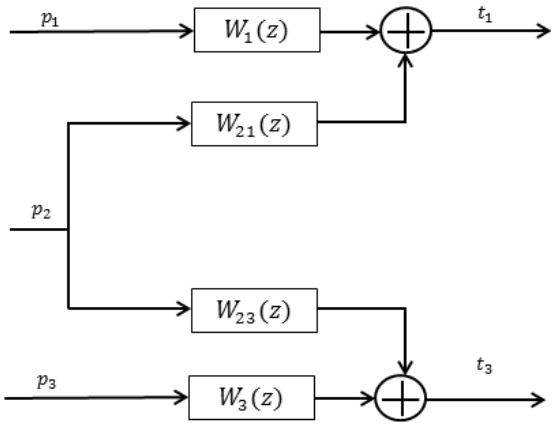


Рис. 12. Модель объекта при плавлении

Fig. 12. Model of the object during melting

После завершения стадии плавления необходимо не допускать перегрева более чем на 2 °С. Процессы в системе на данном этапе должны быть намного быстрее, чем при нагреве металла, поэтому в каждый канал управления было добавлено дифференцирующее звено (рис. 13).

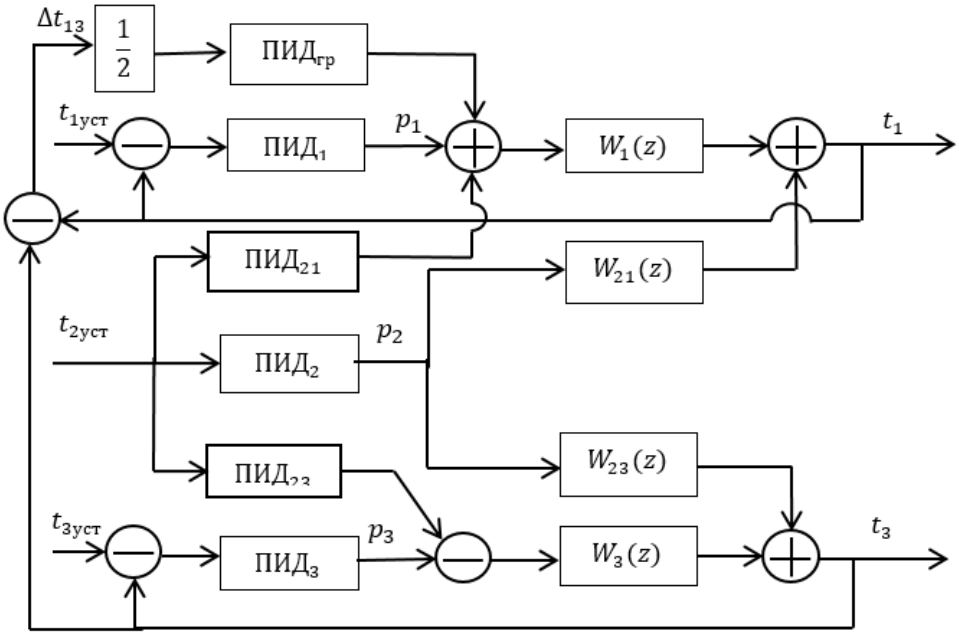


Рис. 13. Модель системы при плавлении, перегреве и затвердевании

Fig. 13. Model of the system during melting, overheating and solidification

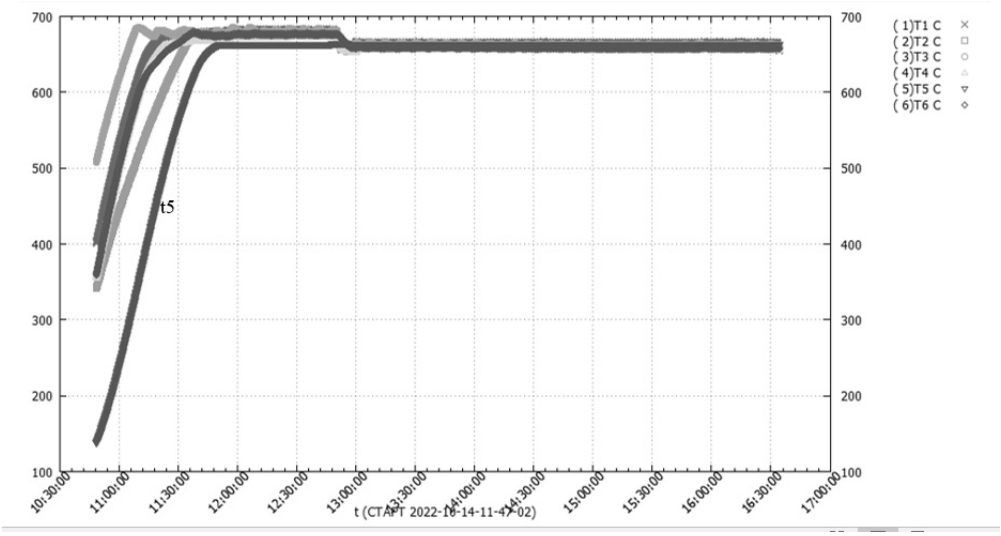


Рис. 14. Воспроизведение реперной точки алюминия (t_1, t_2 и t_3 – температуры на нагревателях, t_4 и t_6 – на датчиках градиента, t_5 – на контрольном датчике)

Fig. 14. Reproduction of the aluminum fixed point (t_1, t_2 and t_3 are the temperatures on the heaters, t_4 and t_6 are on the gradient sensors, t_5 is on the control sensor)

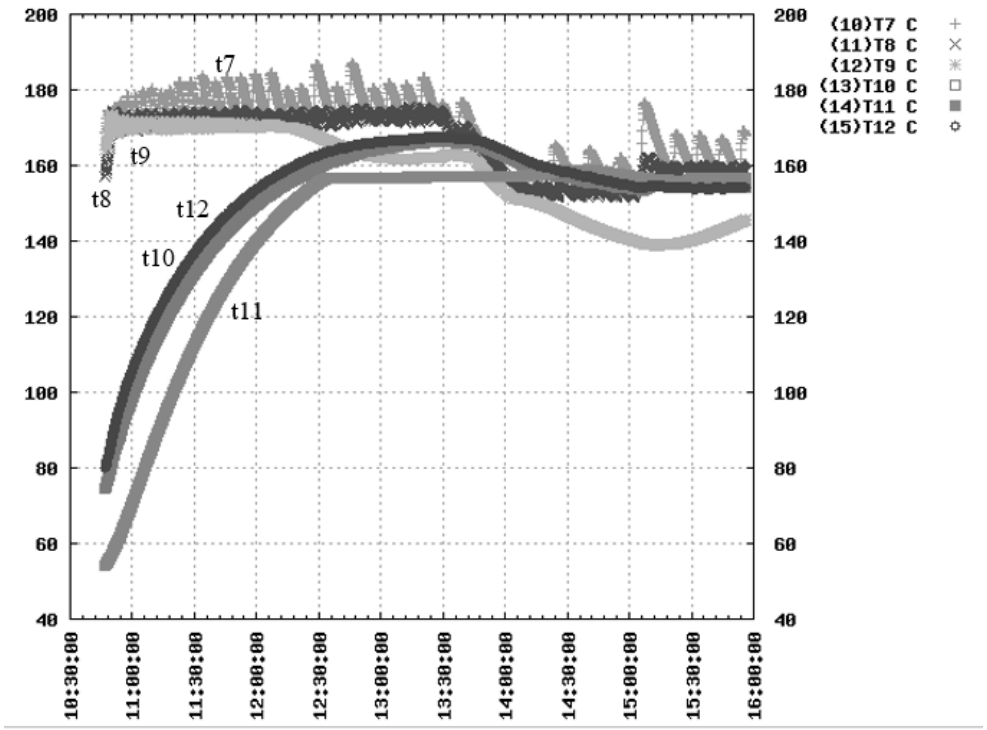


Рис. 15. Воспроизведение реперной точки индия (t_7, t_8 и t_9 – температуры на нагревателях, t_{10} и t_{12} – на датчиках градиента, t_{11} – на контрольном датчике)

Fig. 15. Reproduction of the indium fixed point (t_7, t_8 and t_9 are the temperatures on the heaters, t_{10} and t_{12} are on the gradient sensors, t_{11} is on the control sensor)

На рис. 14 и 15 приведены переходные процессы для реперных точек алюминия и индия соответственно. Для индия градиент температуры не превышал 5 °С на этапе нагрева и 2 °С на протяжении всего остального времени переходного процесса. Для алюминия градиент температуры не превышал 6 °С на протяжении всего времени переходного процесса вплоть до затвердевания, что позволило достичь площадки затвердевания длительностью три часа. Градиент температуры во время затвердевания алюминия был не более 2 °С.

5. РЕАЛИЗАЦИЯ РЕГУЛЯТОРА

На основании приведенных теоретических исследований был реализован регулятор в виде программного обеспечения (ПО) и интегрирован в программный комплекс печи государственного вторичного эталона единицы температуры в диапазоне от 156,5985 °С до 1084,62 °С Западно-Сибирского филиала ФГУП «ВНИИФТРИ» (ранее – ФГУП «СНИИМ»). Помимо реализованного ПО в программный комплекс входят: сервер данных, выполняющий функции хранения основных данных о температуре, мощности и передачи информации другим компонентам комплекса; драйвер АЦП, выполняющий считывание из последовательного порта, обработку и передачу данных о температуре; драйвер ЦАП, получающий, обрабатывающий и отправляющий значения мощ-

ности в последовательный порт. Регулятор выполняет функции фиксации значений температуры с сервера, расчет мощности и запись ее значений на сервер данных посредством сокетов Windows API. При этом расчет выходных данных происходит циклически по таймеру. На каждой итерации вычисления производились по формулам дискретного ПИД-регулятора [15]:

$$\text{ПИД}_n(kT) = \sum_{i=0}^{k-1} K_{\text{И}n} e_n(iT) + K_{\text{П}n} e_n(kT) + K_{\text{Д}n} \frac{(e_n(kT) - e_n((k-1)T)))}{T}; \quad (1)$$

$$\text{ПИД}_{nm}(kT) =$$

$$= \sum_{i=0}^{k-1} K_{\text{И}nm} e_n(iT) + K_{\text{П}nm} e_n(kT) + K_{\text{Д}nm} \frac{(e_n(kT) - e_n((k-1)T)))}{T}; \quad (2)$$

$$u_2(kT) = \text{ПИД}_2(kT); \quad (3)$$

$$u_1(kT) = \text{ПИД}_1(kT) + \text{ПИД}_{21}(kT) + \sum_{i=0}^{k-1} K_{\text{Игр}} e_{31}(iT) + K_{\text{П}21} e_{31}(kT); \quad (4)$$

$$u_3(kT) = \text{ПИД}_3(kT) + \text{ПИД}_{23}(kT) + \sum_{i=0}^{k-1} K_{\text{Игр}} e_{13}(iT) + K_{\text{П}21} e_{13}(kT), \quad (5)$$

где n, m – номера каналов; $u_2(kT)$ – значение мощности в процентах, подаваемой на главный (центральный нагреватель); $u_1(kT)$ и $u_3(kT)$ – значения мощности в процентах, подаваемой на верхний и нижний нагреватели соответственно; $e_n(iT)$ – разница температур между текущим значением и уставкой в i-й момент времени на n-м канале; $K_{\text{Игр}}$ – коэффициент интегральной составляющей градиентного регулятора; $e_{13}(iT) = -e_{31}(iT)$ – разница температур между верхним и нижним датчиком градиента; $K_{\text{П}n}$, $K_{\text{Д}n}$, $K_{\text{И}n}$ – пропорциональный, дифференциальный и интегральный коэффициенты n-го канала.

Дополнительно были добавлены определение стадий процесса воспроизведения и физические ограничения по температурам для печи. Пример определения стадии: плавление определяется по критерию неизменности температуры на контрольном датчике в течение длительного (более двух минут) периода времени. Пример ограничений: температура на нагревателях не должна превышать 190 °С для реперной точки индия.

На рис. 16 и 17 можно видеть полные процессы воспроизведения реперных точек индия и алюминия.

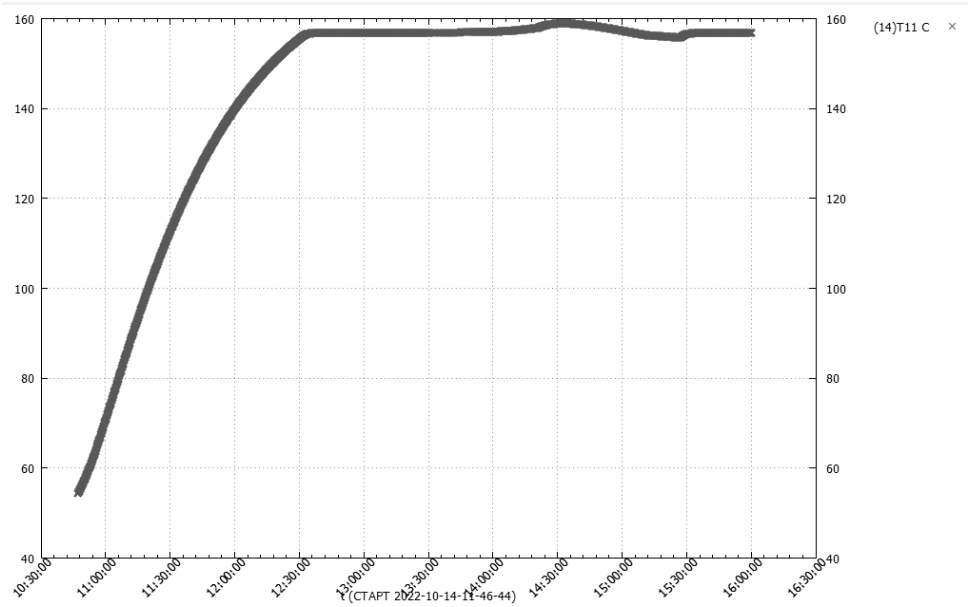


Рис. 16. Переходный процесс на контрольном датчике в результате использования созданного регулятора для реперной точки индия

Fig. 16. The transient process on the control sensor as a result of using the created regulator for the indium fixed point

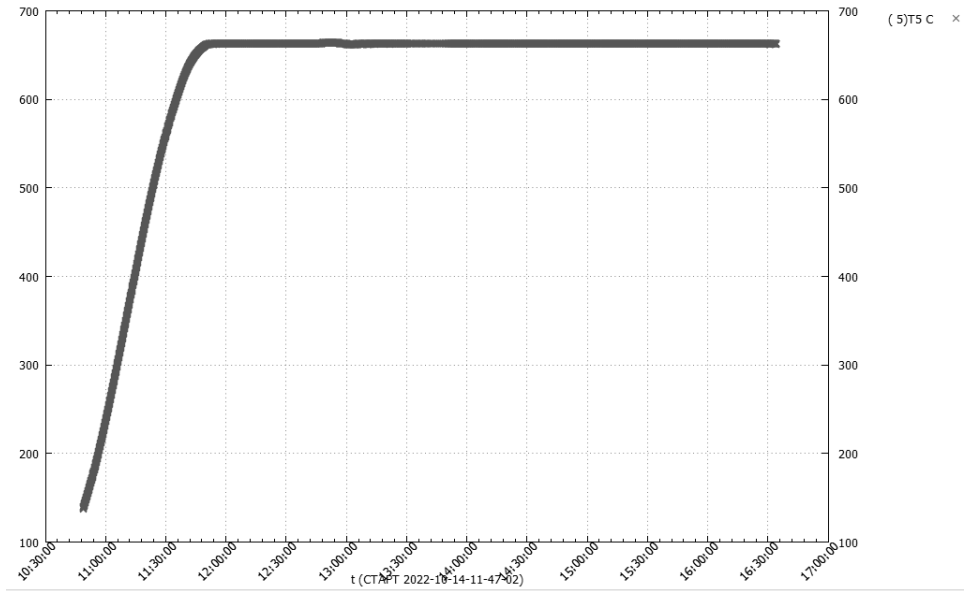


Рис. 17. Переходный процесс на контрольном датчике в результате использования созданного регулятора для реперной точки алюминия

Fig. 17. The transient process on the control sensor as a result of using the created regulator for the fixed point of aluminum

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результатом настоящей работы является синтез регулятора с изменяющимися структурой и коэффициентами. Данный регулятор учитывает характеристики объекта и позволяет за счет своей многоканальности и управления по градиенту температур компенсировать тепловые потоки в ампуле с металлом.

Регулятор реализован и интегрирован в программный комплекс печи государственного вторичного эталона единицы температуры в Западно-Сибирском филиале ФГУП «ВНИИФТРИ» (ранее – ФГУП «СНИИМ») для воспроизведения реперных точек температурной шкалы от 156,5985 °С до 1084,62 °С.

Разработанная система управления заменила вышедшую из строя систему, основанную на методе локальных уставок, с худшими показателями качества.

По результатам исследования реализованной системы были получены следующие конкретные данные. Время переходного процесса от начала нагрева до начала затвердевания составило: 5 часов для реперной точки индия с температурой 156,5985 °С; 3 часа для реперной точки цинка с температурой 419,527 °С; 2 часа для реперной точки алюминия с температурой 660,323 °С. В качестве сравнения, например, для реперной точки цинка ранее требовалось затратить времени на 1,5 часа (всего 4,5 часа) больше, что свидетельствует об эффективности разработанной системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Supplementary information for the International Temperature Scale of 1990. – Repr. of the 1990 first ed. – BIPM, 1997.

2. Исследование структуры внутренней границы раздела фаз в ячейке реперной точки затвердевания индия / А.Г. Иванова, А.И. Походун, С.Ф. Герасимов, В.М. Фуксов // Измерительная техника. – 2016. – № 1. – С. 52–54.

3. *Куинн Т.* Температура: пер. с англ. – М.: Мир, 1985. – 448 с.

4. *Горбылев А.А., Гривастов Д.А.* Эффективное управление вертикальным градиентом температуры ампул при воспроизведении реперных точек температуры затвердевания металлов // Приборы. – 2013. – № 11. – С. 51–56.

5. Fluke. Печи реперных точек 9114, 9115A, 9116A. – URL: https://dipaul.ru/catalog/element/pech_repernykh_tochek_fluke_9115a/ (дата обращения: 29.05.2023).

6. Isotech. Medium Temperature Furnace. – URL: https://isotech.co.uk/products/medium-temperature-furnace/ (accessed: 29.05.2023).

7. *Походун А.И.* Автоматизированная установка «Цинк-9» Техническое описание и инструкция по эксплуатации Х I.456.200 ТО. – СПб.: НПО «ВНИИМ им. Д.И. Менделеева», 1987.

8. Метрологическое оборудование. Печи для реализации реперных точек температурной шкалы МТШ-90 ПРТ 50-700, ПРТ 600-1100-2ПРТ 50-700, ПРТ 600-1100-2 / АО НПП «Эталон». – https://omsketalon.ru/sites/default/files/prt_50_700_prt_600_1100_2.pdf (дата обращения: 29.05.2023).

9. *Малышев Ю.О.* Реализация реперных точек МТШ-90 в печи ПРТ 50-500 // Эталонные и рабочие средства измерения в области теплофизики. Энергоаудит тепловых измерений / АО НПП «Эталон». – Омск, 2012. – С. 37–42. – URL: https://omsketalon.ru/sites/default/files/sbornik_statey_2012.pdf?ysclid=lb9rnarpft328610400 (дата обращения: 29.05.2023).

10. *Соловьев Б.С, Карманов В.С, Гривастов Д.А.* Динамическая модель управления воспроизведением реперных точек температурной шкалы // Наука. Технологии. Инновации: в 9 ч.,

Новосибирск, 30 ноября – 4 декабря 2020 г. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2020. – Ч. 2. – С. 272–275.

11. Автоматическое управление электротермическими установками: учебник для вузов / под ред. А.Д. Свенчанского. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 416 с.

12. *Денисенко В.В.* Компьютерное управление технологическим процессом, экспериментом, оборудованием. – М.: Горячая линия – Телеком, 2009. – 608 с.

13. *Сапожников С.З., Митяков В.Ю., Митяков А.В.* Основы градиентной теплометрии. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2012. – 215 с.

14. *Жмудь В.А.* Замкнутые системы автоматического управления: учебное пособие. – Новосибирск: Юрайт, 2017. – 270 с.

15. *Востриков А.С, Французова Г.А, Гаврилов Е.Б.* Основы теории непрерывных и дискретных систем регулирования. – 5-е изд., перераб. и доп. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2008. – 476 с.

Чикильдин Геннадий Павлович, кандидат технических наук, доцент кафедры автоматики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – идентификация динамических объектов, вычислительная математика, цифровая обработка сигналов. E-mail: chikildin@gmail.com

Цибина Алена Ивановна, магистрант второго года обучения кафедры автоматики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – теория автоматического управления, исследования и синтез ПИД-регуляторов. E-mail: alena.ts1@mail.ru

Chikildin Gennady P., PhD (Eng.), associate professor, Department of Automation, Novosibirsk State Technical University. The main field of his scientific research is identification of dynamic objects, numerical mathematics, and digital signal processing. E-mail: chikildin@gmail.com

Tsibina Alena I., second year masters degree student at the Automation Department, Novosibirsk State Technical University. The main field of her scientific research is the automatic control theory, research and synthesis of PID controllers. E-mail: alena.ts1@mail.ru

DOI: 10.17212/2782-2001-2023-2-23-42

*Synthesis of a three-channel PID controller for controlling a three-zone medium-temperature furnace**

A.I. TSIBINA[a], G.P. CHIKILDIN[b]

Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation

[a] *alena.ts1@mail.ru* [b] *chikildin@gmail.com*

Abstract

Currently, in metrological laboratories there is a need to transfer temperature units from standards of the highest category by reproducing the fixed points of the international temperature scale. The reproduction process of fixed point involves heating, melting, overheating and solidification of the metal and can sometimes take more than one working day. The purpose of this work was to create and practically test an algorithm that takes into account heat flows in a three-zone furnace for uniform heating and relatively fast reaching the solidification area.

* *Received 02 March 2023.*

Over the past twenty years, several algorithms have been used making it possible to go through all four stages within one working day. This paper describes a practically tested algorithm for controlling three-zone furnaces for reproducing the fixed points of the temperature scale in the range from 156.5985 °C to 1084.62 °C. It takes into account the requirements for maintaining the minimum temperature gradient along the height of the fixed point cell. This algorithm has been used in the furnaces of the West Siberian branch of FSUE "VNIIFTRI".

The controller model is based on the principles of automatic control theory using a multichannel discrete proportional-integral-derivative or PID controller. The model was modified in accordance with the system structure. The main idea is to represent the model of a three-zone furnace as a three-channel control object with mutual influence between the channels. The corresponding controller model is a three-channel control system. In each channel of it there is a PID controller. Depending on the phase of the playback process, the three-channel controller changes its structure and tunes its coefficients. Such a structure made it possible to achieve sufficient productivity of the furnace.

Keywords: three-zone furnace, fixed point, international temperature scale, PID controller, transient process, three-channel control system, system quality requirements, temperature gradient

REFERENCES

1. *Supplementary information for the International Temperature Scale of 1990*. Repr. of the 1990 first ed. BIPM, 1997.

2. Ivanova A.G, Pokhodum A.I, Gerasimov S.F, Fuksov V.M. Study of the inner phase interface structure in an indium freezing fixed point cell. *Measurement Techniques*, 2016, vol. 59, no. 1, pp. 75–79. DOI: 10.1007/s11018-016-0920-6. Translated from *Izmeritel'naya tekhnika*, 2016, no. 1, pp. 52–54.

3. Quinn T.J. *Temperature*. Academic Press, 1983. 416 pl. (Russ. ed.: Kuinn T. *Temperatura*. Moscow, Mir Publ., 1985. 448 p.).

4. Gorbylev A.A., Grivastov D.A. Effektivnoe upravlenie vertikal'nym gradientom temperatury ampul pri vosproizvedenii repernykh tochek temperatury zatverdevaniya metallov [Efficient control of the vertical temperature gradient of cells when reproducing the fixed points of the solidification temperature of metals]. *Pribory = Instruments*, 2013, no. 11, pp. 51–56.

5. Fluke. Pechi repernykh tochek 9114, 9115A, 9116A [Fixed Point Furnaces 9114, 9115A, 9116A]. Available at: https://dipaul.ru/catalog/element/pech_repernykh_tochek_fluke_9115a/ (accessed 29.05.2023).

6. Isotech. *Medium Temperature Furnace*. Available at: https://isotech.co.uk/products/medium-temperature-furnace/ (accessed 29.05.2023).

7. Pokhodun A.I. *Avtomatizirovannaya ustanovka «Tsink-9»* [Installation automated "Zinc-9"]. Tekhnicheskoe opisanie i instruktsiya po ekspluatatsii X I.456.200 TO. St. Petersburg, D.I. Mendeleyev Institute for Metrology, 1987. (In Russian, unpublished).

8. JSC NPP "Etalon". *Metrological equipment. Furnaces for the implementation of fixed points of the temperature scale ITS-90 PRT 50-700, PRT 600-1100-2*. (In Russian). Available at: https://omsketalon.ru/sites/default/files/prt_50_700_prt_600_1100_2.pdf (accessed 29.05.2023).

9. Malyshev Yu.O. Realizatsiya repernykh tochek MTSh-90 v pechi PRT 50-500 [Implementation of MTSh-90 fixed points in the PRT 50-500 furnace]. *Etalonnye i rabochie sredstva izmereniya v oblasti teplofiziki. Energoaudit teplovykh izmerenii* [Reference and working measuring instruments in the field of thermal physics. Energy audit of thermal measurements]. JSC NPP "Etalon". Omsk, pp. 37–42. Available at: https://omsketalon.ru/sites/default/files/sbornik_statey_2012.pdf?ysclid=lb9rnarpft328610400 (accessed 29.05.2023).

10. Solov'ev B.S, Karmanov V.S, Grivastov D.A. [Dynamic model for controlling the reproduction of fixed points of the temperature scale]. *Nauka. Tekhnologii. Innovatsii* [Science. Technologies. Innovations]. Collection of scientific papers, Novosibirsk, November 30 – December 4 2020, pt. 2, pp. 272–275. (In Russian).

11. Svenchanskii A.D., ed. *Avtomaticheskoe upravlenie elektrotermicheskimi ustanovkami* [Automatic control of electrothermal installations]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1990. 416 p.

12. Denisenko V.V. *Komp'yuternoe upravlenie tekhnologicheskim protsessom, eksperimentom, oborudovaniem* [Computer control of technological process, experiment, equipment]. Moscow, Goryachaya liniya – Telekom Publ., 2009. 608 p.

13. Sapozhnikov S.Z., Mityakov V.Yu., Mityakov A.V. *Osnovy gradientnoi teplometrii* [Fundamentals of Gradient Thermal Measurement]. St. Petersburg, St. Petersburg Polytechnic University Publ., 2012. 215 p.

14. Zhmud V.A. *Zamknutye sistemy avtomaticheskogo upravleniya* [Closed-loop systems of automatic control]. Novosibirsk, Yurait Publ., 2017. 270 p.

15. Vostrikov A.S, Frantsuzova G.A, Gavrilov E.B. *Osnovy teorii nepreryvnykh i diskretnykh sistem regulirovaniya* [Fundamentals of the theory of continuous and discrete control systems]. 5th ed, rev. Novosibirsk, NSTU Publ., 2008. 476 p.

Для цитирования:

Цибина А.И., Чикильдин Г.П. Синтез трехканального ПИД-регулятора для управления трехзонной среднетемпературной печью // Системы анализа и обработки данных. – 2023. – № 2 (90). – С. 23–42. – DOI: 10.17212/2782-2001-2023-2-23-42.

For citation:

Tsibina A.I., Chikildin G.P. Sintez trekhkanal'nogo PID-regulyatora dlya upravleniya trekhzonnoi srednetemperaturnoi pech'yu [Synthesis of a three-channel PID controller for controlling a three-zone medium-temperature furnace]. *Sistemy analiza i obrabotki dannykh = Analysis and Data Processing Systems*, 2023, no. 2 (90), pp. 23–42. DOI: 10.17212/2782-2001-2023-2-23-42.

ISSN 2782-2001
Системы анализа
и обработки данных
том 90, № 2, 2023, с. 43–58

http://journals.nstu.ru/vestnik
Analysis and data
processing systems
Vol. 90, No. 2, 2023, pp. 43–58

ИНФОРМАЦИОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ
И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

INFORMATION
TECHNOLOGIES
AND TELECOMMUNICATIONS

УДК 004.05 DOI: 10.17212/2782-2001-2023-2-43-58

Разработка архитектурного решения программного обеспечения для устройств интернет-вещей*

В.К. ШПЕРЛИНГ[a], А.А. ЯКИМЕНКО[b]

630087, Новосибирская область, г. Новосибирск, ул. Немировича-Данченко, 136, Новосибирский государственный технический университет

[a] *vladimir-shperling@yandex.ru* [b] *yakimenko@corp.nstu.ru*

Представлена разработка архитектурного решения программного обеспечения для устройств интернет-вещей (IoT), реализующая функционал автоматического дозатора медицинских препаратов, на базе аппаратной платформы ESP32 с использованием возможностей существующих операционных систем реального времени (RTOS).

Архитектура программного обеспечения для устройств IoT была спроектирована с учетом масштабируемости и отказоустойчивости. Все компоненты системы взаимодействуют друг с другом через асинхронные callback-функции, что обеспечивает гибкость и расширяемость архитектуры. Было проведено тестирование на отказоустойчивость системы. Архитектура может быть внедрена и использована в основе любого устройства IoT, что позволяет обеспечить поддержку современных стеков безопасности и функциональности при реализации данного функционала единожды в любом из устройств.

В работе описывается процесс проектирования архитектуры программного обеспечения, включая выбор подходящих технологий и библиотек. Особое внимание уделено обеспечению безопасности и надежности работы устройства, в том числе защите от несанкционированного доступа и ошибок в работе. Результаты экспериментальных испытаний показывают высокую эффективность и точность работы автоматического дозатора медицинских препаратов на базе разработанного программного обеспечения.

В практической части приводятся примеры реализации предложенной архитектуры на языках C и C++ с примерами и основными диаграммами взаимодействия компонентов друг с другом. При написании реализации на языке C++ также была использована библиотека **rxcpp**, которая позволила упростить написание кодовой базы для взаимодействия с ресурсами операционной системы и переиспользовать многопоточное взаимодействие с системой.

Ключевые слова: IoT, разработка C++, архитектура ПО, ESP-IDF, FreeRTOS, ReactiveX, архитектура интернет-вещей, ПО IoT

---

* *Статья получена 10 апреля 2023 г.*

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-08-00550 А.

ВВЕДЕНИЕ

В системах с использованием технологий интернет-вещей конечными узлами являются смарт-устройства. При разработке программного обеспечения (ПО) для смарт-устройств существующие архитектурные паттерны в других системах не учитывают специфику работы данных устройств. Это приводит к необходимости для каждого устройства разрабатывать уникальное ПО, которое в дальнейшем необходимо поддерживать и обновлять. При выпуске множества различных устройств возникает проблема с поддержкой актуального ПО устройства и короткого жизненного цикла продукта.

Рассмотренные альтернативы предлагают решения на уровне операционной системы реального времени (ОСРВ), которая бы диктовала парадигму, предусмотренную разработчиками. Однако такое решение накладывает аппаратные ограничение на конечное устройство, поскольку в различных аппаратных платформах может использоваться только ограниченный круг ОСРВ.

На текущий момент существуют архитектурные решения в сфере IoT [1, 2], представляющие комплекс, в котором присутствуют как конечные устройства, так и центры обработки данных. В этих решениях зачастую отсутствуют описания работы конечных устройств и способы их взаимодействия с другими узлами, хотя это может быть решающим аспектом при выборе и построении сети. Помимо этого, не учтены и затраты на разработку программного обеспечения для этих конечных узлов (несмотря на то что зачастую они представляют собой лишь сенсоры с минимальным функционалом передачи данных), которые имеют немаловажную роль и требуют взаимодействия в зависимости от выбранной сети IoT. Разработка ПО для каждого устройства ведется индивидуально, что требует реализации одних и тех же протоколов, алгоритмов для каждой аппаратной платформы, что критично при масштабной сети с множеством разнообразных устройств. Очень важно вовремя отслеживать безопасность ПО и своевременно доставлять обновление, что невозможно реализовать при таком подходе. Единая архитектура позволила бы решить данную проблему путем создания единой среды для работы с различными протоколами и уровнями абстракции при реализации программного обеспечения для устройства. При такой архитектуре для каждой новой аппаратной платформы необходимо реализовать лишь аппаратный слой. Обновление безопасности, если уязвимость находится в программном алгоритме или конфигурации, необходимо внести только в единой системе, которую с помощью аппаратных реализаций можно масштабировать на все используемые платформы.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Целью настоящей работы является разработка архитектуры программного обеспечения устройств интернет-вещей, описывающих следующие ключевые возможности:

1) масштабировать функционал системы без необходимости изменения текущего:
2) минимизировать отклик системы;
3) минимизировать связанность компонентов друг с другом.

Такая архитектура предоставит возможность системного подхода к решению задач, связанных с разработкой программного обеспечения для интернет-вещей и поддержания актуального программного обеспечения за счет универсальности архитектур. Это позволит частично переиспользовать или уменьшить время внедрения нового протокола или устранения уязвимости.

Для анализа полученных результатов будет проведено сравнение программного обеспечения дозатора медицинских препаратов с обновленным программным обеспечением, которое будет написано исходя из предлагаемой архитектуры. Сравнение будет содержать несколько этапов.

Первый этап будет включать в себя проведение тестов быстродействия ответов на сетевые запросы устройства, в котором будут замерены следующие характеристики: скорость ответа, количество одновременных подключений, загрузка микроконтроллера. Количеством одновременных подключений будет являться абсолютное число подключенных устройств, которые получили корректный ответ на сетевой запрос в течение 10 секунд.

Второй этап включает в себя оценку возможности покрытия исходного кода средствами автоматического тестирования программного обеспечения. За 100 % будет приниматься количество алгоритмических конструкций, использованных в программном обеспечении. Такая единица будет считаться протестированной, если в ходе прохождения автоматического теста алгоритмическая конструкция была исполнена [3].

Третий этап заключается в оценке скорости разработки нового функционала программного обеспечения с помощью методологии COCOMO [4].

2. КОМПОНЕНТЫ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ IOT

При разработке программного обеспечения для устройств интернет-вещей (IoT) необходимо учитывать специфику аппаратной платформы, которая имеет небольшое количество ресурсов для работы с полноценной операционной системой, позволяющей включать в себя несколько уровней абстракции, а также такие функции, как планировщики задач и подсистемы для переключения потоков. Для работы таких устройств используются операционные системы реального времени (RTOS – Real-Time Operation System), ядро которых обеспечивает функционирование промежуточного абстрактного уровня, которое скрывает аппаратные особенности конечного устройства и связанного с ним аппаратного обеспечения [5]. В настоящее время существует несколько разновидностей RTOS.

1. Предоставление доступа только к базовым функциям аппаратной платформы. Данный тип реализует базовые сервисы системы реального времени [6]: управление задачами, динамическое распределение памяти, управление таймерами, синхронизация и контроль ввода-вывода.

2. Предоставление доступа к базовому функционалу аппаратной платформы, а также к программным реализациям различных алгоритмов. Помимо всего перечисленного функционал первого типа включает в себя дополнительные библиотеки различных стеков (TCP/IP, Bluetooth), шифрования и хэширования (MD5, AES256).

3. Включает в себя второй тип, а также реализации дополнительных функций аппаратной платформы, такие как реализация работы с модулем Wi-Fi, поддержка сопроцессоров сверхнизкого энергопотребления.

Исходя из такого разнообразия функций необходимо выделить отдельную единицу архитектурного компонента, который связывает аппаратно-программные зависимости системы и позволяет скрыть выбор наиболее приоритетного способа реализации от компонентов конечной реализации.

3. АРХИТЕКТУРНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ IOT

Архитектурные возможности устройств интернет-вещей зависят от инструментов при разработке программного обеспечения. Эти инструменты определяются RTOS, которая представляет возможности сборки различными компиляторами, что в итоге представляет доступ к языкам программирования. На основе языка программирования есть возможность выбрать наилучший подход к проектированию и спроецировать его непосредственно на область разработки IoT. Исходя из этого прежде всего нам необходимо выбрать язык, который поддерживается операционными системами реального времени, работающими на большинстве архитектур аппаратных устройств.

3.1. ВЫБОР ОПЕРАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

На современном этапе рынок информационных технологий предлагает большое количество операционных систем реального времени для смарт-устройств, позволяющих решать поставленные задачи. При выборе стоит учитывать следующие факторы: поддерживаемые языки разработки; минимальное количество оперативной и постоянной памяти, необходимой для функционирования RTOS; поддерживаемый стек параллелизации задач; тип лицензирования; количество поддерживаемых аппаратных платформ; объем поддерживаемых функций аппаратной платформы.

При реализации программного обеспечения для микроконтроллеров и смарт-устройств требуется работа с окружением операционной системы реального времени, которая предоставляет ресурсы аппаратной платформы и позволяется взаимодействовать с потоками данных. Приведем сводную таблицу наиболее распространенных ОСРВ с основными техническими характеристиками.

Для более детального анализа выделим несколько систем, которые поддерживают наибольшее число архитектур: RIOT, FreeRTOS, Zephyr. Возможности каждой системы будут рассмотрены для платы ESP32, работающих на ядрах XTENSA.

Система RIOT предоставляет основной функционал для работы с аппаратными возможностями системы, ядро которого написано на языке C. Из дополнительного функционала можно выделить следующее [7]: I2C, SPI, UART, CAN интерфейсы; CPU ID доступ; RTC модуль; PWM, ADC и DAC каналы; SPI RAM, Flash Drive; управление энергопотреблением; протокол ESP-NOW; протокол ESP Ethernet MAC (EMAC). К недостаткам можно отнести отсутствие поддержки bluetooth-стека, работу только в одноядерном режиме и

невозможность использования аппаратного шифрования постоянной памяти устройства.

Таблица 1

Table 1

Обзорная таблица основных характеристик операционных систем реального времени

An overview table of the main characteristics of real-time operating systems

ОСРВ	Минимальная RAM (КБ)	Минимальная ROM (КБ)	Язык программирования	Количество архитектур	Лицензия
RIOT	1,5	5	C, C++*	7	Открытая
FreeRTOS	1	10	C, C++*	35	Открытая
Nano-RK	2	18	C	4	Открытая
LiteOS	4	128	C++*	3	Открытая
Apache Mynewt	16	128	C, Go	2	Открытая
Zephyr	8	128	C, C++*, Kotlin	9	Открытая
Windows IoT	256 МБ	200 МБ	Множество	4	Закрытая
* – частичная поддержка					

Система Zephyr выделяется среди остальных тем, что поддерживает язык разработки Kotlin, но сегодня этот язык доступен только для одной платы. Поддержка же возможностей платы включает следующие возможности: интерфейсы SPI, I2C, Serial; каналы PWM, ADC, DAC; SPI RAM, Flash Drive; управление энергопотреблением; поддержка Wi-Fi.

FreeRTOS – это система, которая предоставляет лишь базовую функциональность ОСРВ, и для реализации поддержки функционала существует библиотека ESP-IDF, которая является официальной от производителя и поддерживает полную функциональность микроконтроллера.

По результатам сравнения функционала систем можно сделать вывод о том, что при разработке решения будет использована ОСРВ FreeRTOS, поскольку за счет ESP-IDF можно реализовать весь потенциал контроллера при решении задачи. При этом языком разработки будет выбран язык C или C++, так как большинство систем поддерживают именно эти языки разработки.

3.2. ПРЕДЛАГАЕМАЯ АРХИТЕКТУРА РЕШЕНИЯ

Перед тем как рассматривать архитектурные возможности языков, необходимо определить целевое решение и концепцию архитектуры, которую мы пытаемся достичь. По сравнению с обычным прикладным ПО необходимо учитывать также системные компоненты, которые могут изменятся в зависимости от компонентной базы аппаратного комплекса. Поэтому были выдвинуты следующие требования к архитектуре компонентов.

Компоненты по использованию можно разделить на следующие типы (рис. 1):

– с общим инициализатором. При работе необходимо проинициализировать единственный раз общую часть, после чего можно использовать компоненты;

– с единственным экземпляром. Такие компоненты можно создавать лишь единственный раз, а в дальнейшем до деинициализации необходимо использовать всегда созданный экземпляр для работы с потоком данных;

– с независимыми экземплярами. Для каждых данных необходимо создавать новый экземпляр, при этом их количество неограниченно.

Рис. 1. Типы компонентов

Fig. 1. Component types

Для создания компонента должен всегда использоваться конструктор, который гарантирует его инициализацию начальными значениями. После создания компонент имеет следующие сущности:

• данные – внутренняя информация для нормального функционирования компонента. Доступно только на уровне компонента;

• потоки вывода – информация, к которой предоставляет доступ данный компонент. При этом каждый поток вывода должен поддерживать подключение множества подписчиков на изменение.

Если компонент более не используется, он должен быть уничтожен с использованием деструктора, который уведомляет всех подписчиков о том, что данный компонент больше не будет отправлять данные, а также отписаться от источников данных (при их наличии). Такой жизненный цикл представлен на рис. 2.

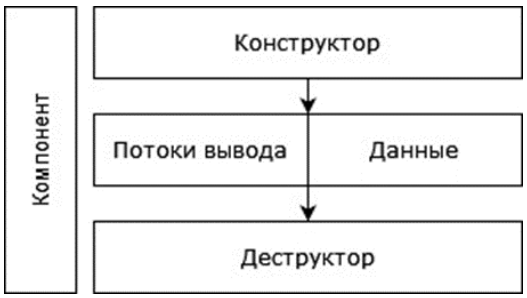


Рис. 2. Жизненный цикл компонент

Fig. 2. Component lifecycle

Все компоненты не должны быть связаны друг с другом (рис. 3). Связь между ними необходима только при условии, если без этого компонента невозможна функциональность другого.

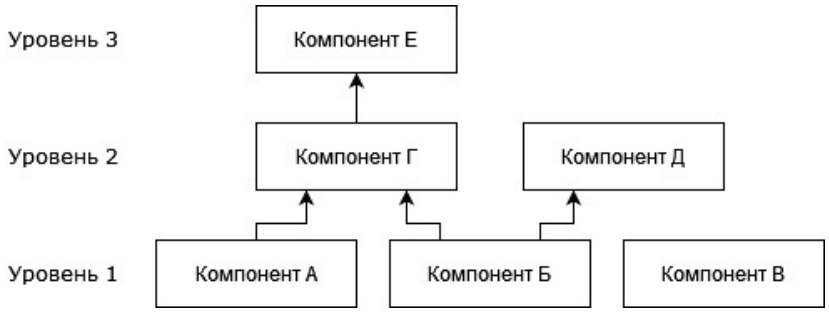


Рис. 3. Граф связанности компонентов

Fig. 3. Component dependency graph

После проектирования компонентов, которые могут быть как полностью программными, так и аппаратно зависимыми, появляется необходимость связать эти компоненты для получения необходимого функционала устройства. К этим сущностям будут точно такие же архитектурные требования, как и к компонентам, за исключением следующего:

– сущность не должна иметь аппаратно-зависимых частей кода. Всё обращение к аппаратным возможностям происходит через компоненты;

– сущность необходима для объединения компонентов и реализации функциональность возможности с помощью компонентов.

3.3. АРХИТЕКТУРНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ЯЗЫКА С

Исходя из выбранных языков программирования и необходимых архитектурных единиц рассмотрим, каким образом можно реализовать каждое требование.

Определим все реализации архитектурных компонентов согласно возможностям языка [8].

Конструктор – заранее оговоренная функция (например, init), которую необходимо вызвать для того, чтобы проинициализировать компонент. В качестве результата функция вернет контекст компонента, который необходимо будет передавать в качестве аргумента в любые последующие функции по работе с ним.

Потоки вывода. Для подписки и прекращения отслеживания необходимо создание двух соответствующих функций, на вход которые получают, помимо контекста, и функцию с необходимыми параметрами, которую необходимо вызывать при обновлении данных.

Данные или контекст – структура, которая будет хранить все необходимые данные для работы с компонентом (например, инициализированный номер порта, список всех подписчиков на данные).

Деструктор – функция, обратная конструктору (например, deinit), которая на вход принимает контекст и деинициализрует его, после чего использовать его далее невозможно.

В итоге шаблонный заголовок будет иметь следующий вид (рис. 4).

```
// component.h
#ifndef _COMPONENT_H_
#define _COMPONENT_H_

struct component_t;

component_t* component_init();
void component_deinit(component_t* context);

typedef void (*component_stream_callback) (
    component_t* context, const void* data
);
void component_subscribe_stream(
    component_t* context, component_stream_callback* callback
);
void component_unsubscribe_stream(
    component_t* context, component_stream_callback* callback
);

#endif
```

Рис. 4. Заголовок шаблонного компонента на языке C

Fig. 4. The template component header in the C language

Для реализации потоков данных воспользуемся паттерном проектирования OBSERVER (рис. 5). Паттерн позволяет реализовать принцип стабильных зависимостей [9].

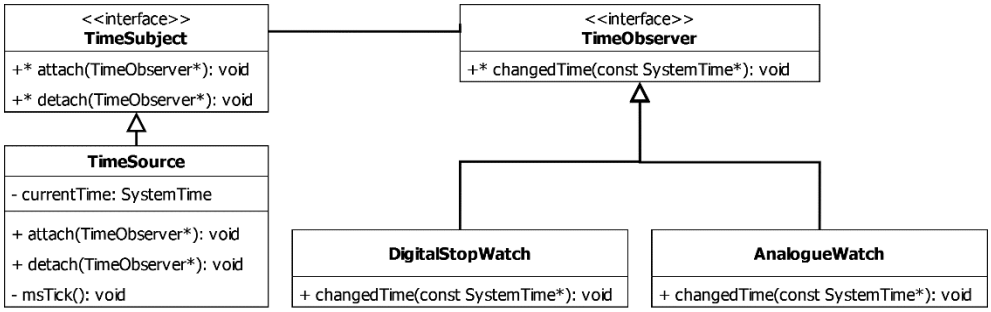


Рис. 5. Структура шаблона проектирования OBSERVER

Fig. 5. Structure of the OBSERVER design pattern

Реализация различных типов компонентов будет выполнена следующим образом.

1. Компоненты с единственным инициализатором (рис. 6). Фабрика в данном случае при первом обращении на получение экземпляра должна создать его, а также вести подсчет количества отданных экземпляров. При деинициализации последнего элемента уничтожать и созданный экземпляр для освобождения памяти. Из-за отсутствия у языка элементов синхронизации операций при обращении к фабрике необходимо учитывать синхронность обращений.

```
// component.h
#ifndef _COMPONENT_H_
#define _COMPONENT_H_

struct component_t;

component_t* component_init();
void component_deinit(component_t* context);

typedef void (*component_stream_callback) (
    component_t* context, const void* data
);
void component_subscribe_stream(
    component_t* context, component_stream_callback* callback
);
void component_unsubscribe_stream(
    component_t* context, component_stream_callback* callback
);

#endif
```

Рис. 6. Фабрика, реализующая компонент с единственным экземпляром на языке C

Fig. 6. A factory that implements a component with a single instance in the C language

2. Компоненты с независимыми экземплярами – самый простой вариант реализации, так как нет необходимости создавать дополнительную фабрику, поскольку она будет полностью дублировать функционал конструктора и деструктора.

3. Компоненты с общим инициализатором (рис. 7) – объединение двух предыдущих способов реализации. Ответственность фабрики заключается в том, чтобы контролировать количество созданных экземпляров, а когда они все уничтожены – выполнять общую деинциализацию. Если же инициализатор при инициализации одного функционала блокирует другой, тогда под него необходимо выделить отдельный компонент первого типа, реализовав функцию проверки возможности работы в том или ином режиме.

Связи же между компонентами могут осуществляться одним из следующих шаблонов проектирования.

1. Шаблон проектирования STATE (рис. 8). Самый простой паттерн в реализации, побуждает разграничить все действия и функции класса на определенные конечные состояния. Для реализации конечных автоматов необходимо использовать таблицу переходов, чтобы решение хорошо масштабировалось, было легко читаемым и не дублировало код. Ниже приведена структура паттерна.

Данное решение очень похоже на объектно-ориентированное решение, однако оно таковым не является. Чтобы это понять, приведем описание каждой сущности:

– DigitalStopWatch – экземпляр структуры, который определяет текущее конечное состояние и реализует интерфейс взаимодействия для остальных сущностей;

– WatchState – интерфейс, который определяет все поддерживаемые конечные состояния;

– StoppedState/StartedState – конкретные состояния, каждое из которых инкапсулирует поведение, которое оно представляет.

```
// fabric_component.c

static int instance_count = 0;
static bool is_init = false;

void fabric_component_global_init()
{
    //YOUR CODE
    is_init = true;
}

void fabric_component_global_deinit()
{
    //YOUR CODE
    is_init = false;
}

component_t* get_instance()
{
    if (!is_init) fabric_component_global_init();
    instance_count++;
    return component_init();
}

void clear_instance(component_t* context)
{
    component_deinit(context);
    if (--instance_count == 0)
    {
        fabric_component_global_deinit();
    }
}
```

Рис. 7. Фабрика, реализующая компонент с общим инициализатором на языке C

Fig. 7. A factory that implements a component with a common initialize in the C language

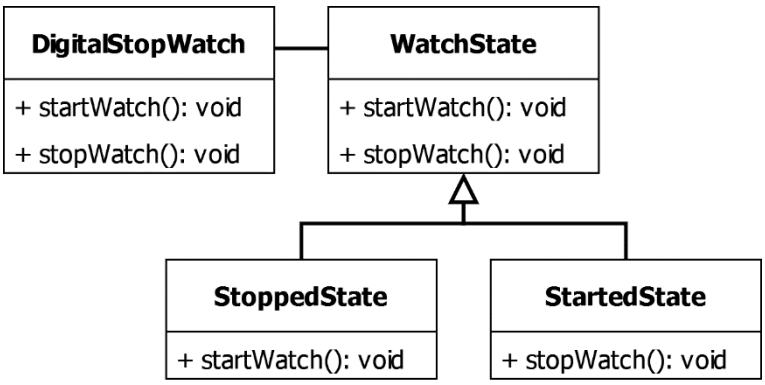


Рис. 8. Структура шаблона проектирования STATE

Fig. 8. Structure of the STATE design pattern

Основная идея заключается в том, чтобы разделить каждое состояние на отдельный объект, тем самым переход в различные состояния будет являться просто изменением ссылки в экземпляре из одного состояния в другое.

2. Шаблон проектирования STRATEGY (рис. 9). Позволяет абстрагироваться от реализации определенного алгоритма с целью инкапсулировать реализацию и сделать ее взаимозаменяемой.

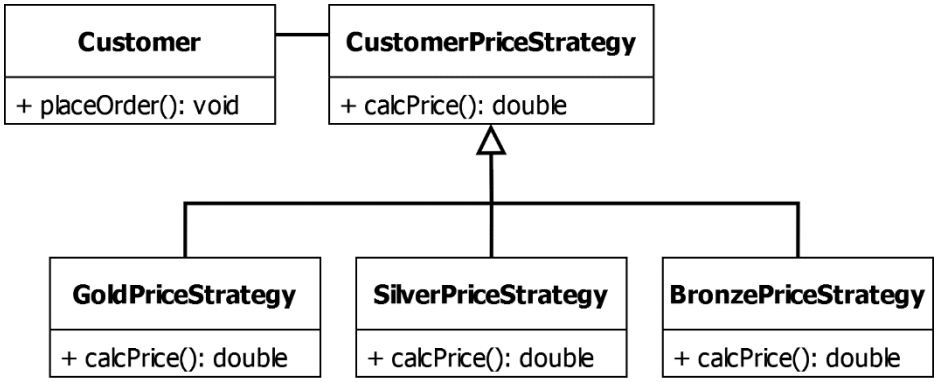


Рис. 9. Структура шаблона проектирования STRATEGY

Fig. 9. Structure of the STRATEGY design pattern

Рассмотрим пример реализации данного шаблона. Например, нам необходимо внедрить бонусную систему, при этом у нас есть три статуса: бронзовый, серебряный и золотой. Каждый из статусов имеет сложную формулу расчета итоговой стоимости. Если описывать всё в одной функции через условные конструкции, то данное решение будет немасштабируемым и нечитаемым. В этом случае для реализации необходимо применить шаблон STRATEGY. Для этого создается дополнительный слой абстракции, который реализует набор необходимых для работоспособности функций. Это позволяет полностью отделить реализацию пользовательских процедур от процедур расчёта стоимости.

3.4. АРХИТЕКТУРНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ЯЗЫКА C++

C++ расширяет возможности языка C и дополняет их. Исходя из этого все реализации, приведенные на языке C, можно использовать и в C++, поэтому рассмотрим возможности улучшения существующей архитектуры благодаря возможностям языка [10].

Благодаря наличию объектно-ориентированного программирования жизненный цикл компонента можно описать с помощью встроенных средств. При этом сам компонент будет являться объектом, и соответственно нет необходимости в создании дополнительной структуры для хранения контекста. При использовании дополнительной библиотеки реактивного подхода **rxcpp** потоки вывода также можно реализовать с помощью системы подписок [11]. При этом благодаря дополнительным модификаторам можно заранее фильтровать данные как перед получением, так и после него, что в итоге уменьшает количество шаблонного кода (рис. 10).

```
// component.h
#ifndef _COMPONENT_H_
#define _COMPONENT_H_

#include "rxcpp/rx.hpp"

class Component
{
public:
    Component();
    ~Component();

    rxcpp::observable<void*> observe_state();

private:
    rxcpp::subjects::behavior<void*> behavior;
};
#endif
```

Рис. 10. Заголовок шаблонного компонента на языке C++

Fig. 10. Template component header the C language

При замене функционального подхода фабрик на объектно-ориентрованный появится необходимость в реализации паттернов хранения единого экземпляра фабрики, что ухудшит читаемость и не даст преимуществ. Если проанализировать работу фабрик в текущей реализации, то можно сказать, что у них есть следующие основные недостатки.

• Асинхронная работа с объектами. При управлении объектами асинхронно есть возможность обратиться к промежуточному значению переменной, тем самым будут некорректно выполнены операции по уничтожению или созданию объектов, что приведет к критическим ошибкам программного обеспечения. Чтобы избежать конфликтов при доступе к переменным из разных потоков, необходимо применять атомарные операции, которые гарантируют блокировку доступа к переменной до окончания работы с первым потоком [12]. Для реализации этого функционала в языке C++ есть библиотека std::atomic.

• Необходимо вызывать функцию уничтожения объекта в фабрике. Поскольку компонент написан с помощью подхода ООП, то деструктор вызывается автоматически, когда ссылок на компонент ни у кого нет и, следовательно, необходимо вызывать функцию, которая уведомила бы фабрику об уничтожении компонента. Этот вариант нежелателен, поскольку в этом случае компоненту необходимо дополнительно иметь зависимость в виде фабрики, что обязует использовать промежуточный интерфейс, чтобы обеспечить возможность создавать компоненты разными фабриками. Альтернативным вариантом является создание дополнительных потоков данных жизненного цикла, которые будут извещать о текущем состоянии компонента (рис. 11). Тем самым фабрика будет подписываться на жизненный цикл, и когда придет событие об уничтожении компонента, она выполнит все необходимые инструкции.

```
// base_component.hpp
#pragma once

#if !defined(_BASE_COMPONENT_H_)
#define _BASE_COMPONENT_H_

#include "rxcpp/rx.hpp"

class BaseComponent
{
public:
    BaseComponent();
    ~BaseComponent();

    enum lifecycle {create, destroy}
    rxcpp::observable<lifecycle> observe_lifecycle();

private:
    rxcpp::subjects::behavior<lifecycle> behavior_lifecycle;
};
#endif
```

Рис. 11. Заголовок базового компонента с жизненным циклом на языке C++

Fig. 11. Header of base component with a lifecycle in the C++ language

Для связи компонентов можно использовать все паттерны проектирования, используемые в языке C, а также множество паттернов объектно-ориентированного программирования при необходимости разделения функционала одного компонента на несколько.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам проведенного исследования при разработке программного обеспечения для устройств интернет-вещей необходимо учитывать следующее:

– проектирование компонентов должно учитывать аппаратно-зависимые компоненты, поскольку при смене контроллера управления в большинстве случаев придется изменять код именно в этих компонентах;

– при выборе ОСРВ наиболее поддерживаемыми различными микроконтроллерами являются RIOT, FreeRTOS, ZephyrRTOS. Каждая из данных систем поддерживает написание ПО на языках C, C++;

– разработка архитектуры ПО должна строиться на компонентах с жизненным циклом, приведенным на рис. 2. Если компоненты не являются независимыми, то при их создании необходимо пользоваться вспомогательными фабриками, которые контролируют экземпляры компонентов и предотвращают возможность получения недействительных или блокирующих функциональность устройства компоненты. Для соединения функциональности необходимо применять аналогичные сущности, в которых используются необходимые компоненты для реализации совместного взаимодействия.

Реализованная архитектура на примере дозатора медицинских препаратов позволила внедрить поддержку нового протокола взаимодействие на 40 % быстрее, чем в предыдущем решении. Помимо этого, данная архитектура

позволила реализовать потенциал многоядерной аппаратной платформы и более эффективно использовать ресурсы платформы, что повлияло на быстродействие и отказоустойчивость системы (в 1.3 раза больше обработано соединений).

Результаты работы можно использовать для построения программного обеспечения любых смарт-устройств с использованием подходов тестирования и системности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sutar S., Mekala P.* An Extensive review on IoT security challenges and LWC implementation on tiny hardware for node level security evaluation // International Journal of Next-Generation Computing. – 2022. – Vol. 13 (1). – DOI: 10.47164/ijngc.v13i1.424.

2. A smart wearable system for sudden infant death syndrome monitoring / A.G. Ferreira, D. Fernandes, S. Branco, J.L. Monteiro, J. Cabral, A.P. Catarino, A.M. Rocha // 2016 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT). – Taipei, Taiwan, 2016. – P. 1920–1925. – DOI: 10.1109/ICIT.2016.7475060.

3. *Myers G.J., Sandler C., Badgett T.* The Art of Software Testing. – Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2011.

4. *Jorgensen M., Shepperd M.* A systematic review of software development cost estimation studies // IEEE Transactions on Software Engineering. – 2007. – Vol. 33 (1). – P. 33–53. – DOI: 10.1109/TSE.2007.256943.

5. *Kalinsky D.* Basic concepts of real-time operating systems (18 November, 2003). – URL: https://linuxdevices.org/basic-concepts-of-real-time-operating-systems-a/ (accessed: 29.05.2023).

6. *Laplante P.A., Ovaska S.J.* Real-time systems design and analysis: tools for the practitioner. – 4th ed. – Wiley-Interscience, 2012. – 536 p.

7. *Schorcht G.* Documentation. ESP32 SoC Series // RIOT: website. – URL: https://doc.riot-os.org/group__cpu__esp32.html#esp32_features (accessed: 29.05.2023).

8. *Kernighan W.B., Ritchie M.D.* The C programming language. – 2nd ed. – Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1988. – 272 p.

9. *Tornhill A.* Patterns in C: patterns, idioms and design principles. – Leanpub, 2015.

10. *Schildt H.* C++: the complete reference. – 3rd ed. – Osborne: McGraw-Hill, 1998. – ISBN 978-0-07-882476-0.

11. *Ševc B.* Library for Handling. Asynchronous Events in C++: bachelor's thesis. – Brno, 2019. – URL: https://is.muni.cz/th/lx0et/thesis_Archive.pdf (accessed: 29.05.2023).

12. *Schweizer H., Besta M., Hoefler T.* Evaluating the cost of atomic operations on modern architectures // 2015 International Conference on Parallel Architecture and Compilation (PACT). – IEEE, 2015. – P. 445–456. – DOI: 10.1109/PACT.2015.24.

13. *Garg R., Kumar R.* A review of real-time operating systems for Internet of Things applications // Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing. – 2019. – Vol. 10 (7). – P. 2665–2681.

14. *Yang Y., Li Y., Li X.* A survey on real-time operating systems for embedded systems in Internet of Things // Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing. – 2019. – Vol. 10 (6). – P. 2423–2437.

15. RIOT OS: towards an OS for the Internet of Things / E. Baccelli, O. Hahm, M. Gunnes, M. Wählisch, T.C. Schmidt // 2013 IEEE Conference on Computer Communications Workshops (INFOCOM WKSHPS). – Turin, Italy, 2013. – P. 79–80. – DOI: 10.1109/INFCOMW.2013.6970748.

Шперлинг Владимир Константинович, магистрант, Android-разработчик, эксперт Академии Samsung по компетенции интернета вещей. Научные интересы: информационные технологии, интернет вещей, системное программирование, мобильная разработка. E-mail: vladimir-shperling@yandex.ru

Якименко Александр Алесандрович, доцент, кандидат технических наук, заведующий кафедрой вычислительной техники Новосибирского государственного технического университета. Научные интересы: информационные технологии, компьютерные системы, компьютерное моделирование, параллельные вычисления. Автор и соавтор более 60 научных работ. E-mail: yakimenko@corp.nstu.ru

Shperling Vladimir K., MSc student, an Android developer, Samsung Academy expert on the Internet of Things competence. His research interests include information technology, Internet of things, system programming, and mobile development. E-mail: vladimir-shperling@yandex.ru

Yakimenko Alexander A., associate professor, PhD (Eng.), Head of the Department of Computer Engineering, NSTU. His research interests include information technologies, computer systems, computer modeling, and parallel computing. He is an author and co-author of more than 60 scientific papers. E-mail: yakimenko@corp.nstu.ru

DOI: 10.17212/2782-2001-2023-2-43-58

Development of an architectural software solution for Internet of Thing devices *

V.K. SHPERLING[a], *A.A. YAKIMENKO*[b]

Novosibirsk State Technical University, 136 Nemirovich-Danchenko Street, Novosibirsk, 630087, Russian Federation

[a] *vladimir-shperling@yandex.ru* [b] *yakimenko@corp.nstu.ru*

Abstract

The article presents the development of an architectural software solution for Internet of Things (IoT) devices that implements the functionality of an automatic medical drug dispenser, based on the ESP32 hardware platform and utilizing the capabilities of the existing real-time operating systems (RTOS). The software architecture for IoT devices was designed with scalability and fault tolerance in mind. All components of the system interact with each other through asynchronous callback functions, which provides flexibility and extensibility to the architecture. Testing for system fault tolerance was conducted. The architecture can be implemented and used as the basis for any IoT device, allowing for support of modern security and functionality stacks, by implementing this functionality once in any of the devices.

The process of designing the software architecture is presented, including the selection of suitable technologies and libraries. Particular attention was paid to ensuring the safety and reliability of the device, including protection against an unauthorized access and errors in operation. The experimental results show high efficiency and accuracy of the automatic medical drug dispenser based on the developed software.

The practical part provides examples of implementing the proposed architecture in the C and C++ languages, with examples and basic interaction diagrams between the components. The rxcpp library was also used in writing the C++ implementation, which made it easier to write the code base for interacting with the operating system resources and reusing the multithreaded interaction with the system.

Keywords: IoT, C++ development, software architecture, ESP-IDF, FreeRTOS, ReactiveX, Internet of Things architecture, IoT software

* *Received 10 April 2023.*

REFERENCES

1. Sutar S., Mekala P. An Extensive review on IoT security challenges and LWC implementation on tiny hardware for node level security evaluation. *International Journal of Next-Generation Computting*, 2022, vol. 13 (1). DOI: 10.47164/ijngc.v13i1.424.

2. Ferreira AG, Fernandes D, Branco S., Monteiro J.L., Cabral J., Catarino A.P., Rocha A.M. A smart wearable system for sudden infant death syndrome monitoring. *2016 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)*, Taipei, Taiwan, 2016, pp. 1920–1925. DOI: 10.1109/ICIT.2016.7475060.

3. Myers G.J., Sandler C., Badgett T. *The Art of Software Testing*. Hoboken, NJ, John Wiley & Sons, 2011.

4. Jorgensen M., Shepperd M. a systematic review of software development cost estimation studies. *IEEE Transactions on Software Engineering*, 2007, vol. 33 (1), pp. 33–53. DOI: 10.1109/TSE.2007.256943.

5. Kalinsky D. *Basic concepts of real-time operating systems* (18 November, 2003). Available at: https://linuxdevices.org/basic-concepts-of-real-time-operating-systems-a/ (accessed 29.05.2023).

6. Laplante P.A., Ovaska S.J. *Real-time systems design and analysis: tools for the practitioner*. 4th ed. Wiley-Interscience, 2012. 536 p.

7. Schorcht G. Documentation. ESP32 SoC Series. *RIOT*. Website. Available at: https://doc.riot-os.org/group__cpu__esp32.html#esp32_features (accessed 29.05.2023).

8. Kernighan W.B., Ritchie M.D. *The C programming language*. 2nd ed. Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1988. 272 p.

9. Tornhill A. *Patterns in C: patterns, idioms and design principles*. Leanpub, 2015.

10. Schildt H. *C++: the complete reference*. 3rd ed. Osborne, McGraw-Hill, 1998. ISBN 978-0-07-882476-0.

11. Ševc B. *Library for Handling. Asynchronous Events in C++*. Bachelor's thesis. Brno, 2019. Available at: https://is.muni.cz/th/lx0et/thesis_Archive.pdf (accessed 29.05.2023).

12. Schweizer H., Besta M., Hoefler T. Evaluating the cost of atomic operations on modern architectures. *2015 International Conference on Parallel Architecture and Compilation (PACT)*. IEEE, 2015, pp. 445–456. DOI: 10.1109/PACT.2015.24.

13. Garg R., Kumar R. A review of real-time operating systems for Internet of Things applications. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, 2019, vol. 10 (7), pp. 2665–2681.

14. Yang Y., Li Y., Li X. A survey on real-time operating systems for embedded systems in Internet of Things. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, 2019, vol. 10 (6), pp. 2423–2437.

15. Baccelli E., Hahm O., Gunes M., Wählisch M., Schmidt T. C. RIOT OS: towards an OS for the Internet of Things. *2013 IEEE Conference on Computer Communications Workshops (INFOCOM WKSHPS)*, Turin, Italy, 2013, pp. 79–80. – DOI: 10.1109/INFCOMW.2013.6970748.

Для цитирования:

Шперлинг В.К., Якименко А.А. Разработка архитектурного решения программного обеспечения для устройств интернет-вещей // Системы анализа и обработки данных. – 2023. – № 2 (90). – С. 43–58. – DOI: 10.17212/2782-2001-2023-2-43-58.

For citation:

Shperling V.K., Yakimenko A.A. Razrabotka arkhitekturnogo resheniya programmnogo obespecheniya dlya ustroistv internet-veshchei [Development of an architectural software solution for Internet of Thing devices]. *Sistemy analiza i obrabotki dannykh = Analysis and Data Processing Systems*, 2023, no. 2 (90), pp. 43–58. DOI: 10.17212/2782-2001-2023-2-43-58.

ISSN 2782-2001
Системы анализа
и обработки данных
том 90, № 2, 2023, с. 59–76

http://journals.nstu.ru/vestnik
Analysis and data
processing systems
Vol. 90, No. 2, 2023, pp. 59–76

КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ
И ИНФОРМАТИКА

COMPUTER SCIENCE
AND INFORMATION SCIENCE

УДК 519.81 DOI: 10.17212/2782-2001-2023-2-59-76

Разработка и апробация метода и алгоритма формирования коалиций экспертов при исследовании процессов функционирования сетей связи*

А.В. ПОПОВ

394065, Российская Федерация, г. Воронеж, проспект Патриотов, 53, Воронежский институт МВД России

Alex_std_ex@mail.ru

Рассматриваются вопросы, связанные с использованием методов экспертных оценок в целях повышения оптимальности и объективности разрабатываемых управленческих решений. Формулируется целесообразность привлечения экспертов при необходимости коллегиальной разработки управленческого решения. Приводятся основные этапы исследований, связанных с применением метода экспертных оценок. Актуальность выбранной темы обосновывается необходимостью разработки эффективных методов и алгоритмов, направленных на автоматизацию процессов анализа и обработки данных, полученных в ходе экспертного опроса, а также подведения итогов о его результатах. Целью исследования является разработка и апробация алгоритма поиска согласованных групп (коалиций) экспертов, а также метода, позволяющего выработать итоговое решение по результатам экспертного опроса. Предложенный алгоритм поиска коалиций основан на применении математического аппарата теории множеств и алгебры отношений; использует строгий критерий при их формировании и пополнении коалиций, однако не исключает принадлежность экспертов нескольким коалициям, что обеспечивает высокую информативность результатов экспертного оценивания. Метод включает в себя расчет весовых коэффициентов, присваиваемых сформированным коалициям с учетом степеней принадлежности к ним экспертов. Результирующее решение формируется на основе данных, полученных коалицией, обладающей максимальной размерностью и требуемой степенью согласованности. Разработанные метод и алгоритм апробированы на результатах экспертного опроса по определению степеней значимости процессов, реализуемых в сетях связи. В результате были сформированы коалиции экспертов, согласованных друг с другом, а также выявлены эксперты, чьи мнения в большей степени отклонены от остальных. Согласованность коалиций оценивается с использованием коэффициента конкордации, а итоговое решение формируется на основе метода средних арифметических рангов, присвоенных исследуемым процессам функционирования сетей связи экспертами, принадлежащими самой объемной коалиции.

Ключевые слова: экспертные оценки, алгоритм, согласованность, коалиции, важность процессов, корреляционный анализ, принятие решений, коэффициент Спирмена

---

* *Статья получена 19 февраля 2023 г.*

ВВЕДЕНИЕ

Повышение эффективности управленческой деятельности, в том числе в системе органов внутренних дел, связано в первую очередь с оптимизацией и автоматизацией процессов принятия решений, необходимых для осуществления координации действий сил и средств полиции при реализации полномочий по охране общественного порядка и обеспечению общественной безопасности. Наряду с этим безусловной актуальностью обладает разработка различных подходов и методов, направленных на повышение объективности принятия решений, которые бы обладали необходимой степенью оптимальности.

В рамках исследования концептуально-понятийного аппарата теории принятия решений [1–3] было установлено, что одним из наиболее объективных методов анализа способов реализации и выработки управленческих решений являются экспертные оценки [4, 5]. В практической деятельности данный метод является универсальным и, несмотря на то что его использование занимает больше времени, является достаточно объективным и точным при условии подбора экспертов требуемой квалификации, т. е. обладающих необходимым уровнем знаний и умений в исследуемой предметной области, а также непредвзятостью к проведению экспертного опроса.

В [1] сформулировано 11 этапов проведения экспертного опроса, из них первые 6 включают в себя реализацию комплекса предварительных мероприятий, таких как принятие решения о необходимости проведения опроса (осуществляется лицом, ответственным за принятие решений (ЛПР)), подбор и назначение составов рабочей группы и экспертов, а также разработка технических заданий и пробных сценариев сбора и анализа экспертных мнений. После этого начинается реализация наиболее важных этапов, таких как проведение самого опроса, а также компьютерный анализ экспертной информации и ее интерпретация для принятия заключительного решения.

Таким образом, автоматизация процессов принятия эффективных управленческих решений, разрабатываемых коллегиально с привлечением экспертов, требует разработки эффективных методов и алгоритмов обработки и систематизации данных, полученных в ходе экспертного опроса.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Поскольку в ходе проведения экспертного опроса одним из наиболее важных критериев выработки заключительного варианта принимаемого ЛПР управленческого решения является согласованность экспертов, в настоящей работе решаются следующие задачи:

– разработка алгоритма поиска согласованных групп (коалиций) экспертов, разрабатываемого с использованием математического аппарата теории множеств, алгебры отношений и методов корреляционного анализа;

– разработка метода, позволяющего интерпретировать результаты проведенного экспертного опроса, проанализировать сформированные коалиции и выбрать из них ту, которая содержит наибольшее число согласованных между собой экспертов с учетом их индивидуальных коэффициентов принадлежности;

– апробация разработанных метода и алгоритма на примере экспертных оценок, определяющих степени значимости реализуемых процессов в сетях и системах связи относительно друг друга.

1.1. АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ ПОДХОДОВ К ОБРАБОТКЕ ЭКПЕРТНЫХ ОЦЕНОК

В исследованиях [6–16] в области обработки экспертных оценок, связанных с оценкой согласованности мнений экспертов, освещены различные подходы, направленные на выработку управленческих решений на основе полученных в ходе экспертного оценивания данных. В работах [7, 8] разработаны модели и алгоритмы расчета согласованности мнений экспертов, в которых основным критерием является значение коэффициента конкордации внутри экспертной группы. В [9] оценивается согласованность только между парой экспертов с помощью коэффициента корреляции Спирмена, а в [10] решение задачи многокритериальной оптимизации с привлечением экспертов сопряжено с использованием индекса согласованности матрицы при различных ограничениях, предложенного Томасом Саати [11]. В [12] предложен способ дифференцированной оценки степени несогласованности экспертных данных, который позволяет выделить экспертные оценки, обладающие наибольшей ошибкой экспертного опроса.

Зарубежные источники [13–16] содержат исследования, связанные с разработкой новых методов попарного сравнения [13, 16], особенностями которых является возможность использования различных функций для определения приоритета альтернатив, а также выявления источников противоречий в мнениях экспертов, что позволяет рассчитать количественные оценки степени согласия мнений экспертов; алгоритмов корректировки согласованности экспертов, моделей определения экспертных весов при выражении оценочных мнений экспертов с использованием вероятностных лингвистических отношений предпочтения [14]; моделей управления согласованностью экспертных оценок, объединяющих методы оценки согласованности и процедуры повышения согласованности в едином контуре управления на основе обратной связи от экспертов и с учетом специфики работы экспертов в распределенной среде [15].

1.2. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ КОРРЕЛЯЦИИ СПИРМЕНА ДЛЯ СОСТАВЛЕНИЯ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ МАТРИЦ

Под множеством процессов, которые было необходимо сравнить друг с другом, в исследовании рассматривалось множество $P = \{p_1, p_2, ..., p_9\}$, где p_1 – синтез (проектирование), p_2 – модернизация, p_3 – эксплуатация, p_4 – управление, p_5 – мониторинг качества услуг, p_6 – техническое обслуживание, p_7 – ремонт, p_8 – хранение, p_9 – транспортирование.

При расчете значений ранговой корреляции с использованием коэффициента Спирмена [17, 18] необходимо сопоставить значения рангов элементов, определенных парой экспертов. В ходе опроса множества экспертов

$X = \{\chi_1, \chi_2, ..., \chi_n\}$ факторам $p_1, p_2 ..., p_9$ присваивались значения рангов от 1 до 9, где 1 – наибольшая степень значимости фактора, 9 – наименьшая. Результатом экспертного оценивания являлся кортеж $Rank^{\chi_k} = \left\{rank_1^{\chi_k},\ rank_2^{\chi_k}, ...,\ rank_9^{\chi_k}\right\}$ для каждого k-го эксперта.

При проверке условия о том, что в кортежах $Rank^{\chi_k}$ нет повторяющихся рангов, т. е. при $\nexists \left(rank_z^{\chi_k} = rank_c^{\chi_k}\right) \wedge \nexists \left(rank_z^{\chi_m} = rank_c^{\chi_m}\right)\ \forall\ z, c,$ коэффициент корреляции Спирмена $r_s^{\chi_k, \chi_m}$ для пары экспертов χ_k, χ_m может быть рассчитан по следующей формуле:

$$r_s^{\chi_k, \chi_m} = 1 - 6\frac{\sum_{i=1}^{|P|} d_i^2}{|P|^3 - P}, \tag{1}$$

где $d_i = rank_i^{\chi_k} - rank_i^{\chi_m}$.

В случае наличия в кортежах одинаковых рангов формула (1) сводится к виду

$$r_s^{\chi_k, \chi_m} = 1 - 6\frac{\sum_{i=1}^{|P|} d_i^2 + k_{\chi_k} + k_{\chi_m}}{|P|^3 - P}, \tag{2}$$

где k_{χ_k}, k_{χ_m} – поправки на одинаковые ранги для выборок χ_k, χ_m.

После определения значения $r_s^{\chi_k, \chi_m}$ осуществляется проверка гипотез о статистической незначимости (гипотеза H_0) или значимости (гипотеза H_1) корреляционной связи для имеющихся эмпирических данных. Данная процедура осуществляется с использованием коэффициента Стьюдента $t_r^{\chi_k, \chi_m}$, определяемого по формуле

$$t_r^{\chi_k, \chi_m} = \frac{\left|r_s^{\chi_k, \chi_m}\right|}{S_r} = \left|r_s^{\chi_k, \chi_m}\right| \sqrt{\frac{|P| - 2}{1 - \left(r_s^{\chi_k, \chi_m}\right)^2}}. \tag{3}$$

Подтверждение либо опровержение гипотезы H_1 осуществляется путем сравнения значения $t_r^{\chi_k, \chi_m}$ со значением t_{krit}, получаемым из статистической таблицы при следующих параметрах:

$$t_{krit} = t(\alpha,\ k_{ss}),\ \ k_{ss} = |P| - 2;\ \ \alpha = 0{,}01.$$

Так, при $t_r^{\chi_k, \chi_m} \geq t_{krit}$ принимается гипотеза H_1, в противном случае – гипотеза H_0.

Таким образом, применение данного метода позволяет сформировать корреляционную матрицу $M_s = \left(m_{\chi_i,\chi_j} \right)_{n\times n}$, а также матрицу $M_{tr} = \left(m^{tr}_{\chi_i,\chi_j} \right)_{n\times n}$ с рассчитанными значениями коэффициента Стьюдента, которая впоследствии будет использована для определения согласованных пар экспертов и формирования коалиций.

2. РАЗРАБОТКА МЕТОДА И АЛГОРИТМА ФОРМИРОВАНИЯ КОАЛИЦИЙ ЭКСПЕРТОВ

В работе [19] был предложен алгоритм, позволяющий выделить из всех экспертов отдельные группы (коалиции), члены которых обладают наибольшей согласованностью, а также выявить экспертов, мнения которых в значительной степени отличаются от остальных. При формировании коалиций был использован подход, основанный на использовании корреляционных матриц и алгебры отношений. Однако для определения коалиции, к которой можно было бы отнести того или иного эксперта, использовался «мягкий» критерий, вследствие чего возникают ситуации, когда будет сформирована только одна коалиция с недостаточным уровнем общей согласованности. Под коалицией будем понимать такое множество $\Omega_i = \{\chi_j\}$, для которого характерно выполнение условий:

$$\begin{cases} |\Omega_i| > 2; \\ \chi_j, \chi_k, \chi_m \in \Omega_i \Leftrightarrow \left(m^{tr}_{\chi_j,\chi_k} \geq t_{krit} \right) \wedge \left(m^{tr}_{\chi_k,\chi_m} \geq t_{krit} \right) \wedge \left(m^{tr}_{\chi_j,\chi_m} \geq t_{krit} \right). \end{cases} \quad (4)$$

Для того чтобы сформировать целостную картину о полученных в ходе экспертного оценивания результатов, модернизируем алгоритм [19], дополнив его более строгим критерием распределения экспертов по коалициям и добавив учет взаимосвязей между коалициями с использованием метрики принадлежности.

Алгоритм поиска коалиций

Шаг 1

Из сформированной матрицы $M_{tr} = \left(m^{tr}_{\chi_i,\chi_j} \right)_{n\times n}$ выбрать пары экспертов, удовлетворяющих критерию Стьюдента, т. е. $m^{tr}_{\chi_i,\chi_j} \geq t_{krit}$, где $t_{krit} = t(0,01;7)$. В результате получим множество пар $\Xi = \{(\chi_k, \chi_m)\}$ $\forall$ χ_k, χ_m с условием, что $k < m$.

Шаг 2

Сформировать из множества Ξ подмножества $\xi_k \subseteq \Xi$: $\bigcup_{k=1}^{n} \xi_k = \Xi$, причем $\forall$ $k = 1,2,...,n$: $\xi_k = \{(\chi_k, \chi_a),...,(\chi_k, \chi_b)\}$.

Шаг 3

Задать $i=1$; $k=1$.

Шаг 4

Проверить выполнение условий:

а) если

$$\xi_k \in \varnothing\,, \tag{5}$$

то $k=k+1$ и вернуться к началу шага 4.

Причем если $\nexists\,(\chi_s,\chi_k)\in \Xi\ \forall\ \chi_s$, то эксперт χ_k будет считаться обособленным, иначе между мнениями экспертов χ_k и χ_s будет существовать некоторая взаимосвязь, определяемая степенью принадлежности $\mu(\chi_s,\chi_k)$;

б) если

$$\xi_k \notin \varnothing\,, \tag{6}$$

то $\forall\ (\chi_k,\chi_m)\in \xi_k$, $m=(j+1),...,n$, выполнить проверку дополнительного условия:

если

$$\exists\big((\chi_k,\chi_m)\wedge(\chi_k,\chi_{m+a})\in \xi_k\big):(\chi_k,\chi_m)\Delta(\chi_k,\chi_{m+a})\in \Xi\,, \tag{7}$$

где $a=1,...,(n-m)$, Δ – симметрическая разность, то сформировать коалицию Ω_i: $\Omega_i\subset \mathrm{X}$, включить в нее элементы χ_k, χ_m, χ_{m+a} множества X, если они еще не принадлежат ей, т. е.

$$\begin{cases} \chi_k \mapsto \Omega_i, & \text{если } \chi_k \notin \Omega_i; \\ \chi_m \mapsto \Omega_i, & \text{если } \chi_m \notin \Omega_i; \\ \chi_{m+a} \mapsto \Omega_i, & \text{если } \chi_{m+a} \notin \Omega_i, \end{cases} \tag{8}$$

где $\mapsto$ – оператор включения элемента в множество.

Шаг 5

Выполнять пункт (б) шага 4 $\forall\ \chi_m \in \Omega_i$, $m=(k+b),...,\ n$, тем самым осуществляя пополнение множества Ω_i. Критерием остановки итерационной процедуры является невыполнение условия (7) $\forall\ \chi_k \in \Omega_i$. В таком случае $i=i+1$; $k=k+1$ и перейти к пункту (а) шага 4.

Шаг 6

Осуществлять пополнение / генерацию новых коалиций Ω_i до тех пор, пока $k\le n$.

Шаг 7

Оценить принадлежность экспертов нескольким коалициям проверкой условия:

если

$$\left(\chi_k \in \Omega_i\right) \wedge \left(\chi_k \in \Omega_j\right) \wedge \ldots \wedge \left(\chi_k \in \Omega_m\right), \tag{9}$$

то исключить χ_k из всех Ω_i, которым он принадлежит, и ввести для него метрику $\mu_{\chi_k}(\tilde{\Omega})$, характеризующую степень принадлежности эксперта χ_k к коалициям. Определим $\mu_{\chi_k}(\tilde{\Omega})$ по формуле

$$\mu_{\chi_k}(\tilde{\Omega}) = \frac{1}{\left|\tilde{\Omega}\right|}\left(\Omega_a,\ \Omega_b, \ldots,\ \Omega_m\right), \tag{10}$$

где $\tilde{\Omega} = \{\Omega_a,\ \Omega_b, \ldots,\ \Omega_m\}$ – множество коалиций, которым принадлежал эксперт χ_k.

Конец алгоритма

Таким образом, основываясь на полученных результатах экспертного опроса, лицами, ответственными за принятие решений, может быть принята одна из позиций экспертов. Итоговое решение будет формироваться с учетом знаний о наличии и размерности коалиций, полученных в ходе выполнения предложенного алгоритма.

Для принятия итогового решения можно использовать следующий подход: определим для каждой сформированной коалиции коэффициенты $\eta(\tilde{\Omega}_i)$, для расчета которых может быть использована формула

$$\eta(\tilde{\Omega}_i) = \frac{\left|\Omega_i\right| + \sum \mu_{\chi_k}(\tilde{\Omega}) + \sum \mu(\chi_s,\ \chi_k)}{n}, \tag{11}$$

где $\mu(\chi_s, \chi_k)$ – коэффициенты принадлежности к коалиции Ω_i экспертов χ_s, не принадлежащих другим коалициям. Определяются по правилу:

если

$$\chi_k \in \Omega_i,\ \chi_s \notin \Omega_j\ \forall j,\ (\chi_s, \chi_k) \in \Xi,$$

то

$$\mu(\chi_s,\ \chi_k) = 10\frac{1}{n}, \tag{12}$$

где $n = \left|X\right|$ – множество экспертов.

Если $\exists\,(\chi_d,\ \chi_s) \in \Xi$, где $\chi_d \notin \Omega_j\ \forall j$, то $\mu(\chi_d,\ \chi_s)$ также будет добавлен к выражению (11), однако будет равен $\frac{1}{2}\mu(\chi_s,\ \chi_k)$.

В итоге полученные значения $\eta(\tilde{\Omega}_i)$ сравниваются между собой, а лицо, ответственное за принятие решений, руководствуется результатами, полученными группой (коалицией) экспертов, у которой $\eta(\tilde{\Omega}_i) = \max$.

3. ПРОВЕДЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ И АПРОБАЦИИ РАЗРАБОТАННОГО АЛГОРИТМА

Разработанный алгоритм был апробирован на экспертном опросе, в котором участвовало 45 человек. Экспертам предлагалось согласно разделу 1.2 проранжировать по степени важности реализуемые процессы в сетях связи. Результатом экспертного опроса являлась таблица (табл. 1) со значениями рангов, присваиваемых заданным факторам (процессам).

Таблица 1

Table 1

Результаты экспертного опроса

Results of the expert survey

Эксперты / Процесс	χ_1	χ_2	χ_3	χ_4	χ_5	χ_6	χ_7	…	χ_{45}
p_1 – синтез	6	1	1	1	1	1	1	…	7
p_2 – модернизация	3	2	7	4	6	4	6	…	6
p_3 – эксплуатация	1	5	2	7	2	3	5	…	2
p_4 – управление	2	4	3	6	3	2	4	…	1
p_5 – мониторинг качества услуг	4	3	6	2	4	5	2	…	4
p_6 – техническое обслуживание	5	6	4	3	5	6	3	…	3
p_7 – ремонт	8	7	5	5	7	7	7	…	5
p_8 – хранение	7	8	9	8	8	8	8	…	8
p_9 – транспортирование	9	9	8	9	9	9	9	…	9

Основываясь на результатах, полученных в ходе проведения экспертного опроса, по формулам (1) и (2) были рассчитаны значения коэффициента корреляции Спирмена $r_s^{\chi_i,\chi_j}$ для каждой пары экспертов. Результаты расчета $r_s^{\chi_i,\chi_j}$ для некоторых экспертов представлены в табл. 2.

Таблица 2

Table 2

Результаты расчета $r_s^{\chi_i,\chi_j}$

Calculation results $r_s^{\chi_i,\chi_j}$

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	…	45
1	1	0,583	0,483	0,200	0,683	0,716	0,466	0,9	0,633	…	0,783
2		1	0,550	0,783	0,766	0,866	0,783	0,783	0,866	…	0,300
3			1	0,483	0,9	0,816	0,716	0,433	0,700	…	0,600
4				1	0,583	0,55	0,866	0,383	0,516	…	0,216
5					1	0,933	0,85	0,633	0,816	…	0,600
6						1	0,75	0,783	0,933	…	0,533
7							1	0,483	0,683	…	0,483
8								1	0,766	…	0,633
9									1	…	0,383
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
45										…	1

Далее по формуле (3) были рассчитаны значения коэффициента Стьюдента $t_r^{\chi_i,\chi_j}$ $\forall\ \chi_i,\chi_j$ и выбраны те пары экспертов, которые удовлетворяют критерию $t_r^{\chi_i,\chi_j} \geq t_{krit}$, где $t_{krit} = t(\alpha, k_{ss}) = 3,49$. Полученные результаты сведены в табл. 3 (значения $t_r^{\chi_i,\chi_j}$, удовлетворяющие критерию, выделены цветом).

Таблица 3

Table 3

Результаты расчета $t_r^{\chi_i,\chi_j}$

Calculation results $t_r^{\chi_i,\chi_j}$

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	…	45
1		1,900	1,460	0,540	2,476	2,718	1,396	5,462	2,165	…	3,334
2			1,742	3,334	3,159	4,596	3,334	3,334	4,596	…	0,832
3				1,460	5,462	3,743	2,718	1,272	2,593	…	1,984
4					1,900	1,742	4,596	1,098	1,596	…	0,587
5						6,878	4,269	2,165	3,743	…	1,984
6							3,000	3,334	6,878	…	1,668
7								1,460	2,476	…	1,460
8									3,159	…	2,165
9										…	1,098
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…		…
45										…	

Таким образом, было сформировано множество согласованных пар экспертов Ξ, а также подмножества ξ_i, $i = 1,2,...,45$, которые использовались в ходе работы предложенного алгоритма. Так, например, исходя из данных, представленных в табл. 3, было получено следующее:

$$\xi_1 = \{(\chi_1, \chi_8),..., (\chi_{a_1}, \chi_{b_1})\};$$

$$\xi_2 = \{(\chi_2, \chi_6), (\chi_2, \chi_9),..., (\chi_{a_2}, \chi_{b_2})\};$$

$$\xi_3 = \{(\chi_3, \chi_5), (\chi_3, \chi_6),..., (\chi_{a_3}, \chi_{b_3})\};$$

$$\xi_4 = \{(\chi_4, \chi_7),..., (\chi_{a_4}, \chi_{b_4})\};$$

$$\xi_5 = \{(\chi_5, \chi_6), (\chi_5, \chi_7), (\chi_5, \chi_9),..., (\chi_{a_5}, \chi_{b_5})\};$$

$$\xi_6 = \{(\chi_6, \chi_9),..., (\chi_{a_6}, \chi_{b_6})\}.$$

Общее количество полученных согласованных пар (χ_i, χ_j), т. е. $\left|\bigcup_{k=1}^{n} \xi_k\right| = |\Xi| = 85$.

Далее для поиска коалиций Ω_i и проверки принадлежности к ним экспертов был использован представленный в разделе 2 алгоритм. Результатом его выполнения являлись выделенные коалиции с принадлежащими им экспертами (рис. 1).

Как видно из рис. 1, в результате выполнения алгоритма были сформированы три коалиции Ω_1, Ω_2 и Ω_3. Пунктирными линиями на рис. 1 обозначены связи, определяющие принадлежность экспертов к нескольким коалициям одновременно. Поскольку в ходе выполнения алгоритма не нашлось таких экспертов, мнения которых принадлежат более чем двум коалициям, то $\forall \chi_k : \mu_{\chi_k}(\tilde{\Omega}) = 0,5$. Сплошными линиями обозначены значимые корреляционные связи экспертов, не принадлежащих ни к одной из коалиций, с экспертами в составе некоторых Ω_i. Таким образом:

$$\begin{cases} \mu(\chi_{34}, \chi_{12}) = \mu(\chi_{38}, \chi_{45}) = \dfrac{10}{45} = 0,222, \\ \mu(\chi_7, \chi_{42}) = \mu(\chi_3, \chi_{42}) = \mu(\chi_{20}, \chi_{23}) = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{10}{45} = 0,111. \end{cases}$$

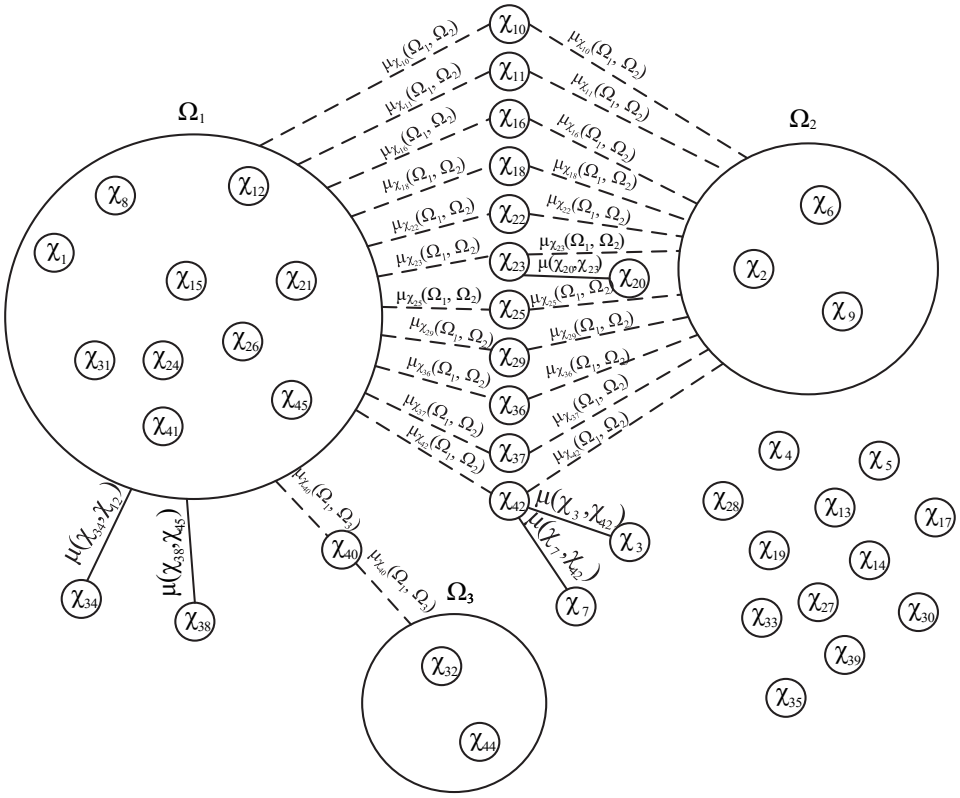


Рис. 1. Результат формирования коалиций экспертов в ходе апробации разработанного алгоритма

Fig. 1. The result of forming coalitions of experts during testing the developed algorithm

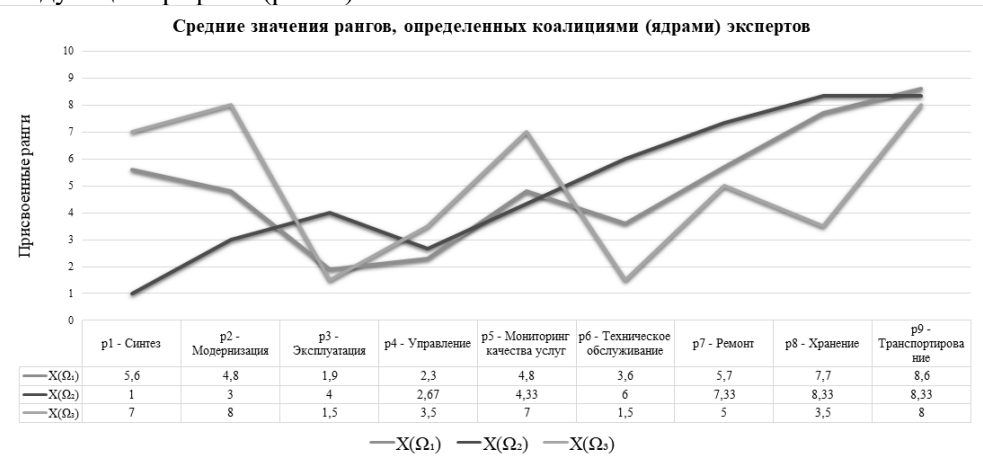
Разница при расчете коэффициентов заключается в том, что эксперты χ_{34} и χ_{38} имеют прямую связь с коалицией Ω_1, а χ_7, χ_3 и χ_{20} – опосредованную.

Для интерпретации и визуализации полученных результатов введем дополнительные пояснения: если X – множество экспертов, то $X(\Omega_i) \subseteq X$ – подмножества экспертов, принадлежащих только *i*-й коалиции, т. е. эксперты, имеющие некоторую степень принадлежности к нескольким коалициям, в такие подмножества не входят. Для них были использованы подмножества множества X, обозначаемые как $X(\tilde{\Omega}_i) \subseteq X$, причем $X(\Omega_i) \subseteq X(\tilde{\Omega}_i)$.

Для наглядности было осуществлено аккумулирование данных о присвоенных процессам рангах. Данная процедура выполнялась с использованием метода средних арифметических рангов [5]. В результате при систематизации присвоенных рангов $rank_{j_{\text{ср}}}$ экспертами $\forall\, i, k : \chi_k \in X(\Omega_i)$, были получены следующие диаграммы (рис. 2).

При рассмотрении подмножеств согласованных экспертов $X(\tilde{\Omega}_1)$ и $X(\tilde{\Omega}_2)$ (подмножеством $X(\tilde{\Omega}_3)$ можно пренебречь, поскольку оно отличается

от $X(\Omega_3)$ только на одного эксперта: $X(\tilde{\Omega}_3) = X(\Omega_3) \cup \chi_{40}$) были получены следующие графики (рис. 3).



	p1 - Синтез	p2 - Модернизация	p3 - Эксплуатация	p4 - Управление	p5 - Мониторинг качества услуг	p6 - Техническое обслуживание	p7 - Ремонт	p8 - Хранение	p9 - Транспортирование
X(Ω₁)	5,6	4,8	1,9	2,3	4,8	3,6	5,7	7,7	8,6
X(Ω₂)	1	3	4	2,67	4,33	6	7,33	8,33	8,33
X(Ω₃)	7	8	1,5	3,5	7	1,5	5	3,5	8

Рис. 2. Средние арифметические ранги $rank_{j_{\text{ср}}}^{X(\Omega_i)}$, определенные экспертами подмножеств $X(\Omega_i)$

Fig. 2. Arithmetic mean ranks $rank_{j_{\text{ср}}}^{X(\Omega_i)}$ determined by the experts of the subsets $X(\Omega_i)$

	p1 - Синтез	p2 - Модернизация	p3 - Эксплуатация	p4 - Управление	p5 - Мониторинг качества услуг	p6 - Техническое обслуживание	p7 - Ремонт	p8 - Хранение	p9 - Транспортирование
X(Ω̃₁)	3,67	4,24	2,14	3,14	4,81	4,38	6,1	7,86	8,67
X(Ω̃₂)	1,71	3,57	2,71	3,64	4,71	5,29	6,64	8,07	8,64

Рис. 3. Средние арифметические ранги $rank_{j_{\text{ср}}}^{X(\tilde{\Omega}_i)}$, определенные экспертами подмножеств $X(\tilde{\Omega}_i)$

Fig. 3. Arithmetic mean ranks $rank_{j_{\text{ср}}}^{X(\tilde{\Omega}_i)}$ determined by the experts of the subsets $X(\tilde{\Omega}_i)$

Для принятия той или иной позиции экспертов рассчитаем значения коэффициентов $\eta(\tilde{\Omega}_i)$ для каждой коалиции по формуле (11):

$$\eta(\tilde{\Omega}_1) = \frac{|\Omega_1| + \sum \mu_{\chi_k}(\tilde{\Omega}) + \sum \mu(\chi_s, \chi_k)}{n} = \frac{10 + 0,5 \cdot 12 + 0,266 \cdot 2 + 0,111 \cdot 3}{45} = 0,375;$$

$$\eta(\tilde{\Omega}_2) = \frac{3 + 0,5 \cdot 11 + 0,111 \cdot 3}{45} = 0,196;$$

$$\eta(\tilde{\Omega}_3) = \frac{2 + 0,5}{45} = 0,055.$$

Таким образом, было сформировано соотношение $\eta(\tilde{\Omega}_1) > \eta(\tilde{\Omega}_2) > \eta(\tilde{\Omega}_3)$, из которого следует, что лицу, ответственному за принятие решений, следует руководствоваться позицией экспертов, принадлежащих $\tilde{\Omega}_1$.

Оценка согласованности коалиций экспертов осуществлялась с помощью определения коэффициента конкордации [18] для множеств X, $X(\Omega_1)$, $X(\Omega_2)$, $X(\Omega_3)$, $X(\tilde{\Omega}_1)$ и $X(\tilde{\Omega}_2)$, рассчитываемого по формуле

$$W = \frac{12S}{n^2(|P|^3 - |P|)}, \tag{13}$$

где

$$S = \sum_{i=1}^{|P|} \left(\sum_{k=1}^{K} rank_k(p_i) - \frac{\sum_{i=1}^{|P|} \sum_{k=1}^{K} rank_k(p_i)}{|P|} \right)^2. \tag{14}$$

В ходе выполнения расчетов были получены следующие результаты:

$$W_X = 0,321;$$

$$W_{X(\Omega_1)} = 0,667;$$

$$W_{X(\Omega_2)} = 0,926;$$

$$W_{X(\Omega_3)} = 0,916;$$

$$W_{X(\tilde{\Omega}_1)} = 0,612;$$

$$W_{X(\tilde{\Omega}_2)} = 0,757.$$

Как видно из рассчитанных значений W_i, согласованность множества экспертов, мнениями которых будут руководствоваться лица, ответственные за принятие решений, фактически в два раза выше, чем согласованность всего множества экспертов.

Необходимо отметить, что разработанный ранее алгоритм [19] обладает недостаточной чувствительностью к выделению согласованных групп экспертов. Применив его к текущим эмпирическим данным, было установлено, что в результате его выполнения была сформирована одна коалиция, состоящая из 31 эксперта с согласованностью мнений $W = 0,545$, что в определенной степени ниже, чем значения $W_{X(\Omega_1)}$ и $W_{X(\tilde{\Omega}_1)}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, предложенный алгоритм позволяет выделять согласованные группы экспертов на основе корреляционных матриц и алгебры отношений. Для построения корреляционных матриц могут быть использованы различные коэффициенты корреляции, в том числе Пирсона, Кендалла и др. Разработанный алгоритм формирует коалиции, к которым принадлежат эксперты с наибольшей согласованностью мнений, причем не исключает принадлежность экспертов нескольким коалициям и позволяет оценивать межкоалиционные связи, что способствует формированию целостного представления о результатах проведенного экспертного опроса.

Для автоматизации процесса принятия решений по результатам экспертного опроса предлагается подход, оценивающий «вес» каждой из выделенных коалиций. Для этого используются коэффициенты, представляющие собой интегральную оценку, включающую в себя полный набор экспертов, прямо или опосредованно принадлежащих рассматриваемой коалиции. Коалиция, которая обладает наибольшим весом, является руководствующей при выработке заключительного варианта принимаемого управленческого решения.

Разработанные методы и алгоритмы могут быть использованы в различных предметных областях, в которых проводимые исследования подразумевают проведение экспертных опросов для оценки, сравнения множества требуемых факторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Орлов А.И.* Теория принятия решений. – М.: Март, 2004. – 656 с.

2. *Микони С.В.* Теория принятия управленческих решений. – СПб.: Лань, 2015. – 448 с.

3. *Демин Г.А.* Методы принятия управленческих решений. – Пермь: Перм. гос. нац. исслед. ун-т, 2019. – 88 с.

4. *Исаева М.К.* Методы принятия решений на основе экспертных оценок машинных экспериментов // Стратегическое планирование и развитие предприятий: Девятнадцатый Всероссийский симпозиум, Москва, 10–11 апреля 2018 г.: материалы симпозиума. – М.: ЦЭМИ РАН, 2018. – С. 288–290.

5. *Орлов А.И.* Экспертные оценки. – М.: [б. и.], 2002. – 31 с.

6. *Горский В.Г., Орлов А.И., Гриценко А.А.* Метод согласования кластеризованных ранжировок // Автоматика и телемеханика. – 2000. – № 3. – С. 159–167.

7. *Мадеева В.А.* Автоматизация вычисления обобщенного мнения экспертов и определения степени согласованности мнений экспертов // Информационно-телекоммуникационные системы и технологии: материалы Всероссийской научно-практической конференции, Кемерово, 08–10 октября 2020 г. – Кемерово, 2020. – С. 244–245.

8. Разработка системы вычисления степени согласованности мнений экспертов в сфере информационной безопасности методом нахождения коэффициента конкордации / И.Е. Кузьмин, А.А. Сафронов, Е.М. Баранова, С.Ю. Борзенкова // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2020. – № 5. – С. 11–18.

9. *Совертков П.И.* Формирование умений по определению меры согласованности оценок экспертов на конкурсе // Северный регион: наука, образование, культура. – 2008. – № 1 (17). – С. 55–64.

10. *Судаков В.А., Осипов В.П., Куренных А.Е.* Повышение согласованности суждений эксперта в матрице парных сравнений // Управление развитием крупномасштабных систем MLSD'2018: труды Одиннадцатой Международной конференции (1–3 октября 2018 г., Москва, Россия). – М., 2018. – С. 346–352.

11. *Саати Т.* Принятие решений: метод анализа иерархий / пер. с англ. Р.Г. Вачнадзе. – М.: Радио и связь, 1993. – 278 с.

12. *Букачев Д.С.* Способ оценки согласованности экспертных данных в экономических информационных системах // Наука и бизнес: пути развития. – 2018. – № 11 (89). – С. 47–50.

13. *Totsenko V.G., Tsyganok V.V.* Method of paired comparisons using feedback with expert // Journal of Automation and Information Sciences. – 1999. – Vol. 31, N 7–9. – P. 86–96. – DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v31.i7-9.480.

14. Consistency and trust relationship-driven social network group decision-making method with probabilistic linguistic information / F. Jin, M. Cao, J. Liu, L. Martínez, H. Chen // Applied Soft Computing. – 2021. – Vol. 103. – P. 107170. – DOI: 10.1016/j.asoc.2021.107170.

15. A model of control of expert estimates consistency in distributed group expertise / A. Podvesovskii, O. Mikhaleva, V. Averchenkov, A. Reutov, L. Potapov // Communications in Computer and Information Science. – 2017. – Vol. 754 (5). – P. 361–374. – DOI: 10.1007/978-3-319-65551-2_26.

16. *Kuzmina N.M., Ridley A.N.* Incomplete pairwise comparisons method for estimating the impact criteria for hub airports network optimization // Smart Innovation, Systems and Technologies. – 2021. – Vol. 217. – P. 259–270. – DOI: 10.1007/978-981-33-4826-4_18.

17. *Кобзарь А.И.* Прикладная математическая статистика: для инженеров и научных работников. – М.: Физматлит, 2006. – 816 с.

18. *Симушкин С.В.* Многомерный статистический анализ. Ч. 2. – Казань: Казан. гос. ун-т, 2009. – 114 с.

19. *Попов А.В.* Сравнение методов оценки процессов эргатехнических систем органов внутренних дел // Автоматизация процессов управления. – 2022. – № 3 (69). – С. 67–76. – DOI: 10.35752/1991-2927_2022_3_69_67.

Попов Алексей Вячеславович, преподаватель кафедры инфокоммуникационных систем и технологий Воронежского института МВД России. Основное направление научных исследований – математическое моделирование организационно-технических систем, разработка программных комплексов, теория конфликтов. Имеет более 65 печатных работ. E-mail: Alex_std_ex@mail.ru

Popov Aleksey V., lecturer at the infocommunication systems and technologies department, Voronezh Institute of the Ministry of Internal Affairs of Russia. His research interests are currently focused on mathematical modeling of organizational and technical systems, software development, and conflict theory. He has more than 65 publications. E-mail: Alex_std_ex@mail.ru

DOI: 10.17212/2782-2001-2023-2-59-76

Development and testing of the method and algorithm for forming coalitions of experts in the study of the functioning of communication networks[*]

A.V. POPOV

Voronezh Institute of the Ministry of Internal Affairs of Russia, 53 Patriotov Avenue, Voronezh, 394065, Russian Federation

Alex_std_ex@mail.ru

Abstract

The issues related to the use of expert assessment methods in order to increase the optimality and objectivity of developed management decisions are considered. The expediency of involving experts is formulated when a collegial management decision is necessary. The basic stages of the research related to the application of the expert assessment method are given. The relevance of the chosen topic is justified by the need to develop effective methods and algorithms aimed at automating the processes of analysis and processing of data obtained during the expert survey, as well as summarizing its results. The aim of the study is to develop and test an algorithm for finding coordinated groups (coalitions) of experts, as well as a method that makes it necessary to work out the final decision on the results of the expert survey. The proposed algorithm for finding coalitions is based on the application of the mathematical apparatus of the theory of sets and algebra of relations; it uses a strict criterion in their formation and replenishment of coalitions, but does not exclude the belonging of experts to several coalitions, which provides a high informative value of the results of expert assessment. The method includes the calculation of weighting coefficients assigned to the formed coalitions taking into account the degrees of experts' membership in them.

The resulting decision is formed on the basis of the data obtained by the coalition, which has the maximum dimensionality and the required degree of consistency. The developed method and algorithm were tested on the results of an expert survey for determining the degrees of significance of the processes implemented in communication networks. As a result, coalitions of experts who agreed with each other were formed, as well as the experts, whose opinions are more deviated from the rest, were identified. The coherence of the coalitions is evaluated using the concordance coefficient, and the final decision is formed on the basis of the method of average arithmetic ranks assigned to the studied processes of functioning of communication networks by the experts belonging to the largest coalition.

Keywords: expert evaluations, algorithm, consistency, coalitions, importance of processes, correlation analysis, decision making, Spearman coefficient

REFERENCES

1. Orlov A.I. *Teoriya prinyatiya reshenii* [Theory of Decision Making]. Moscow, Mart Publ., 2004. 656 p.

2. Mikoni S.V. *Teoriya prinyatiya upravlencheskikh reshenii* [Theory of managerial decision-making]. St. Petersburg, Lan' Publ., 2015. 448 p.

3. Demin G.A. *Metody prinyatiya upravlencheskikh reshenii* [Methods of managerial decision-making]. Perm, Perm State University Publ., 2019. 88 p.

[*] *Received 19 February 2023.*

4. Isaeva M.K. [Decision-making methods based on expert evaluations of machine experiments]. *Strategicheskoe planirovanie i razvitie predpriyatii* [Strategic planning and enterprise development]. Proceedings of the Nineteenth All-Russian Symposium. Moscow, 2018, pp. 288–290. (In Russian).

5. Orlov A.I. *Ekspertnye otsenki* [Expert evaluations]. Moscow, 2002. 31 p.

6. Gorskii V.G., Gritsenko A.A., Orlov A.I. Metod soglasovaniya klasterizovannykh ranzhirovok [A reconciliation method for clustered rankings]. *Avtomatika i telemekhanika = Automation and Remote Control*, 2000, no. 3, pp. 159–167. (In Russian).

7. Madeeva V.A. [Automation of calculation of generalized opinion of experts and determination of the degree of agreement of experts' opinions]. *Informatsionno-telekommunikatsionnye sistemy i tekhnologii* [Information-telecommunications systems and technologies]. Proceedings of the All-Russian scientific-practical conference. Kemerovo, 2020, pp. 244–245. (In Russian).

8. Kuzmin I.E., Safronov A.A., Baranova E.M., Borzenkova S.Yu. Razrabotka sistemy vychisleniya stepeni soglasovannosti mnenii ekspertov v sfere informatsionnoi bezopasnosti metodom nakhozhdeniya koeffitsienta konkordatsii [Development of a computing system degree of consistency of expert opinions in the field of informa tion security by finding the concordance coefficient]. *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki = News of the Tula state university. Technical sciences*, 2020, no. 5, pp. 11–18.

9. Sovertkov P.I. Formirovanie umenii po opredeleniyu mery soglasovannosti otsenok ekspertov na konkurse [Formation of skills in determining the measure of consistency of expert evaluations in the competition]. *Severny region: nauka, obrazovanie, cultura*, 2008, no. 1 (17), pp. 55–64. (In Russian).

10. Sudakov V.A., Osipov V.P., Kurennykh A.E. [Increasing the consistency of expert judgments in the matrix of pairwise comparisons]. *Upravlenie razvitiem krupnomasshtabnykh sistem MLSD'2018* [Proceedings of 2018 11th International Conference "Management of Large-Scale System Development", MLSD 2018]. Moscow, 2018, pp. 346–352. (In Russian).

11. Saaty T. *Prinyatie reshenii: metod analiza ierarkhii* [Decision-making: analytic hierarchy process]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1993. 278 p. (In Russian).

12. Bukachev D.S. Sposob otsenki soglasovannosti ekspertnykh dannykh v ekonomicheskikh informatsionnykh sistemakh [Method for assessing the consistency of expert data in economic information systems]. *Nauka i biznes: puti razvitiya = Science and Business: Development Ways*, 2018, no. 11 (89), pp. 47–50.

13. Totsenko V.G., Tsyganok V.V. Method of paired comparisons using feedback with expert. *Journal of Automation and Information Sciences*, 1999, vol. 31, no. 7–9, pp. 86–96. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v31.i7-9.480.

14. Jin F., Cao M., Liu J., Martínez L., Chen H. Consistency and trust relationship-driven social network group decision-making method with probabilistic linguistic information. *Applied Soft Computing*, 2021, vol. 103, p. 107170. DOI: 10.1016/j.asoc.2021.107170.

15. Podvesovskii A., Mikhaleva O., Averchenkov V., Reutov A., Potapov L. A model of control of expert estimates consistency in distributed group expertise. *Communications in Computer and Information Science*, 2017, vol. 754 (5), pp. 361–374. DOI: 10.1007/978-3-319-65551-2_26.

16. Kuzmina N.M., Ridley A.N. Incomplete pairwise comparisons method for estimating the impact criteria for hub airports network optimization. *Smart Innovation, Systems and Technologies*, 2021, vol. 217, pp. 259–270. DOI: 10.1007/978-981-33-4826-4_18.

17. Kobzar' A.I. *Prikladnaya matematicheskaya statistika* [Applied mathematical statistics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2006. 816 p.

18. Simushkin S.V. *Mnogomernyi statisticheskii analiz*. Ch. 2 [Multivariate statistical analysis. Pt. 2]. Kazan, Kazan State University Publ., 2009. 114 p.

19. Popov A.V. Sravnenie metodov otsenki protsessov ergotekhnicheskikh sistem organov vnutrennikh del [Comparison of methods for assessing the processes of ergotechnical systems for internal affairs bodies]. *Avtomatizatsiya protsessov upravleniya = Automation of Control Processes*, 2022, no. 3 (69), pp. 67–76. DOI: 10.35752/1991-2927_2022_3_69_67.

Для цитирования:

Попов А.В. Разработка и апробация метода и алгоритма формирования коалиций экспертов при исследовании процессов функционирования сетей связи // Системы анализа и обработки данных. – 2023. – № 2 (90). – С. 59–76. – DOI: 10.17212/2782-2001-2023-2-59-76.

For citation:

Popov A.V. Razrabotka i aprobatsiya metoda i algoritma formirovaniya koalitsii ekspertov pri issledovanii protsessov funktsionirovaniya setei svyazi [Development and testing of the method and algorithm for forming coalitions of experts in the study of the functioning of communication networks]. *Sistemy analiza i obrabotki dannykh = Analysis and Data Processing Systems*, 2023, no. 2 (90), pp. 59–76. DOI: 10.17212/2782-2001-2023-2-59-76.

ISSN 2782-2001
Системы анализа
и обработки данных
том 90, № 2, 2023, с. 77–88

http://journals.nstu.ru/vestnik
Analysis and data
processing systems
Vol. 90, No. 2, 2023, pp. 77–88

КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ
И ИНФОРМАТИКА

COMPUTER SCIENCE
AND INFORMATION SCIENCE

УДК 514.8 DOI: 10.17212/2782-2001-2023-2-77-88

О единственности потока, порождаемого нерегулярным векторным полем*

В.А. СЕЛЕЗНЕВ[a], А.В. ГОБЫШ[b]

630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет

[a] *seleznev@corp.nstu.ru* [b] *gobysh@corp.nstu.ru*

Поток во времени ансамбля начального состояния в многомерном фазовом пространстве, как правило, моделирует некоторый динамический процесс. Возникает вопрос единственности: при каких условиях такой поток порождается векторным полем так, что векторному полю соответствует данный поток единственным образом? Например, при анализе данных динамического процесса, когда по реализации процесса требуется восстановить векторное поле, порождающее этот процесс. Положительный ответ на этот вопрос дают классические теоремы единственности решения начальной задачи в случае регулярного векторного поля с требуемыми свойствами модуля непрерывности по пространственным переменным. В математических моделях стохастических дифференциальных уравнений, в моделях нерегулярных гидродинамических течений и ряде других случаев, когда поток порождается «плохим» векторным полем, имеющим модуль непрерывности по пространственным переменным, не отвечающим условиям теоремы единственности решения начальной задачи для векторного поля, порождающего этот поток, мы не можем говорить о корректности начальной задачи для векторного поля и тем самым о корректности нахождения траекторий, связывающих начальное и актуальное состояния ансамбля частиц в фазовом пространстве. В этом случае о единственности потока, порождаемого векторным полем, остается судить только по свойствам самого потока. Единственным известным результатом такого типа является теорема ван Кампена, которая утверждает, что единственность потока, порожденного непрерывным по пространственным переменным векторным полем, гарантируется свойствами гомеоморфности и липшицевости потока по пространственным переменным. Если векторное поле скоростей теряет свойство непрерывности по пространственным переменным, то теорема ван Кампена не работает и требуются какие-то другие свойства потока, гарантирующие его единственность. В настоящей работе устанавливаются такие свойства потока, которые гарантируют его единственность даже в случае нарушения непрерывности векторного поля, порождающего этот поток. Условия теоремы ван Кампена в определенном смысле являются частным случаем таких установленных в настоящей работе свойств потока, гарантирующих его единственность, как решения начальной задачи для нерегулярного векторного поля. Построенная здесь общая конструкция доказательства позволяет устанавливать такие свойства потоков в различных математических моделях, которые гарантируют его единственность для порождающего векторного поля.

* *Статья получена 21 февраля 2023 г.*

Ключевые слова: ансамбль начального состояния в фазовом пространстве, реализация потока ансамбля начального состояния, единственность решения начальной задачи системы обыкновенных дифференциальных уравнений, корректность начальной задачи для нерегулярного векторного поля, теорема ван Кампена, модуль непрерывности векторного поля, нерегулярное векторное поле, системный анализ данных реализации потока ансамбля начальных данных, обработка результатов динамического процесса

ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрим систему обыкновенных дифференциальных уравнений (СОДУ) в единичном шаре $B^n: |y| \le 1$ евклидова пространства $y \in \mathbb{R}^n$:

$$\frac{dy}{dt} = v(y,\ t), \qquad v:\ B^n \times [0,1] \to \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

которая посредством решения начальной задачи

$$y = \varphi_t(x)\big|_{t=0} = x \in B^n, \quad t \in [0,1],$$

$$\varphi_t(x) = \left(\varphi_t^1(x_1,\ldots,x_n),\ldots,\ \varphi_t^n(x_1,\ldots,x_n)\right) \tag{2}$$

порождает t-параметрический автоморфизм шара:

$$\varphi_t:\ B^n \times [0,1] \to \mathbb{R}^n, \quad \forall t \in [0,1]$$

так, что при $t = 0$ этот автоморфизм есть тождественное отображение:

$$\varphi_0 = id, \qquad (\varphi_0(x) \equiv x).$$

Первый пример неединственности решения начальной задачи (2) для СОДУ (1), определяющих непрерывное по пространственным переменным векторное поле, был построен М.А. Лаврентьевым [1]. В случае неединственности решения начальной задачи согласно теореме Г. Кнезера [2] существует континуум решений начальной задачи, выходящих из одной точки, и говорить о корректности порождения в фазовом пространстве потока начального состояния векторным полем не приходится. При отсутствии известных требований [2, 3] на модуль непрерывности по пространственным переменным y векторного поля $v(y,t)$ единственность фазового потока $\varphi_t: B^n \to B^n$, порожденного посредством начальной задачи (1) и (2), можно установить, если такое имеет место, только по свойствам самого потока. Согласно вышеупомянутой теореме ван Кампена, единственность потока, порождаемого начальной задачей (1) и (2), имеет место при выполнении следующих двух свойств потока:

1) условия Липшица

$$|\varphi_t(x_1) - \varphi_t(x_2)| \le \mathrm{const}\,|x_1 - x_2|, \quad (x,t) \in B^n \times [0,1];$$

2) условия непрерывности $v(x,t)$ по x для всех $t \in [0,1]$.

Заметим, что согласно теореме Радемахера – Степанова [4] отображение, удовлетворяющее условию Липшица, дифференцируемо почти всюду, но его производные ограничены константой Липшица, что является жестким ограничением на эволюцию ансамбля начального состояния в фазовом пространстве. При нарушении второго условия – непрерывности $v(y,t)$ по y – единственность потока $y=\varphi_t(x)$ теоремой ван Кампена вовсе не гарантируется. В настоящей работе, во-первых, мы снимаем условие непрерывности векторного поля $v(y,t)$ по t и, во-вторых, условие ограниченности почти всюду производных $\dfrac{\partial\varphi_t^i(x)}{\partial x_j}$ $(i,j=1,\ldots,n)$ заменяем условием их конечности в потоке ансамбля начального состояния. Это существенно расширяет класс потоков, порождаемых единственным образом нерегулярными векторными полями. Таким образом, основной результат работы заключается в расширении класса потоков, для которого гарантируется свойство единственности потока для порождающего его векторного поля посредством начальной задачи (1) и (2). Этот результат сформулирован в утверждении 1 раздела 2, которое выражает условия конструкции получения доказательства единственности потока, порождаемого векторным полем. Фактически этот результат дает конструкцию для получения класса теорем единственности решений начальных задач для СОДУ. Пример, иллюстрирующий применение предложенной конструкции, приводится в разделе 3, где единственный поток ансамбля начальных данных порождается задачей (1) и (2) с векторным полем, не являющимся непрерывным по пространственным переменным. Для простоты изложения, чтобы избежать громоздкости обозначений, мы ограничиваемся изотопиями единичного шара на себя, что не меняет принципа построения предлагаемой конструкции.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается *t*-параметрический гомеоморфизм единичного шара на себя (автоморфный поток)

$$y=\varphi_t(x):\ x\in B^n,\quad y\in B^n,\quad \forall t\in[0,1], \tag{3}$$

который удовлетворяет условию (2), т. е. $\varphi_t\big|_{t=0}=\varphi_0$ является тождественным отображением $\varphi_0=id:\ B^n\to B^n$. Этот поток можно рассматривать как динамическое развитие по времени t ансамбля начальных данных B^n. Будем считать, что при всех $(x,t)\in B^n\times[0,1]$ траектория $y=\varphi_t(x)\in B^n$ абсолютно непрерывна по t, а отображение $\varphi_t:\ B^n\to B^n$ имеет конечные частные производные

$$\frac{\partial y_i}{\partial x_j}=\frac{\partial\varphi_t^i(x)}{\partial x_j},\qquad (i,j=1,\ldots,n).$$

Тогда для всех $(y,t)\in B^n\times[0,1]$ определено векторное поле скоростей

$$\frac{dy}{dt}=\left.\frac{d\varphi_t(x)}{dt}\right|_{x=\varphi_t^{-1}(y)}=v(y,t)\,, \tag{4}$$

где $\varphi_t^{-1}(y)$ – отображение, обратное к $\varphi_t(x)$:

$$\varphi_t\circ\varphi_t^{-1}(y)\equiv y\,,\qquad \varphi_t^{-1}\circ\varphi_t(x)\equiv x\,.$$

В этом случае можно говорить, что поток φ_t (3), порождается начальной задачей (1) и (2) для векторного поля (4). В кинематике сплошных сред начальные данные x – это координаты Лагранжа, а переменные y – координаты Эйлера [5].

Векторное поле $v(y,t)$, определяемое по потоку φ_t согласно (4), может не только не иметь модуля непрерывности по $y\in B^n$, удовлетворяющего условиям теоремы единственности начальной задачи (1) и (2), но даже не являться непрерывным по y. Пример такого потока приведен нами в разделе 3. В связи с этим возникает задача: установить такие свойства потока φ_t (3), при которых он порождается единственным решением начальной задачи (1) и (2) для «плохого» векторного поля (4). Как выше указывалось, единственным результатом в этом направлении является теорема ван Кампена. И в настоящей работе мы усиливаем эту теорему, расширяя свойства потока φ_t ансамбля начальных данных в конечномерном фазовом пространстве, при которых этот поток порождается единственным решением начальной задачи (1) и (2) для векторного поля (4).

2. КОНСТРУКЦИЯ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ЕДИНСТВЕННОСТИ ПОТОКА

Пусть φ_t – поток (3), определяющий векторное поле скоростей $v(y,t)$ (4) и удовлетворяющий начальной задаче (1) и (2). Пусть $y=\psi_t(x)$ – другое решение начальной задачи (1) и (2):

$$\frac{dy}{dt}=v(y,t)\,,\qquad y=\psi_t(x)\big|_{t=0}\equiv x\,. \tag{5}$$

Таким образом, потоки φ_t и $\psi_t(x)$ порождаются одним и тем же векторным полем $v(y,t)$. Тогда вместе с уравнением (4), определяющим $v(y,t)$, мы имеем

$$\left.\frac{d\psi_t(x)}{dt}\right|_{x=\psi_t^{-1}(y)}=v(y,t)\,. \tag{6}$$

Определим поток смещения F_t (рис. 1):

$$x=F_t(z)=\varphi_t^{-1}\circ\psi_t(z)\,. \tag{7}$$

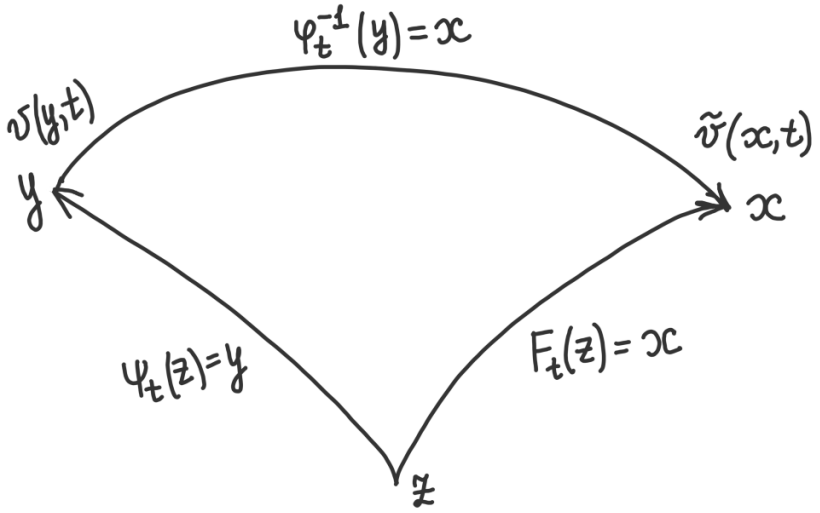


Рис. 1. Поток смещения F_t

Fig. 1. Displacement flow F_t

Наличие потока смещения определяется следующими обстоятельствами. В актуальную точку (y,t) траектории $y=\psi_t(x)$, выходящей из начальной точки $(z,0)$, приходит траектория $y=\varphi_t$, выходящая из начальной точки $(x,0)$. Следовательно, для потока (7) $x=F_t(z)$ точки $x\in B^n$ зависят от времени t и являются актуальными координатами. Выразим из (7)

$$y=\psi_t(z)=\varphi_t\circ F_t(z)$$

и вычислим касательный вектор к траектории $y=\psi_t(x)$ в актуальной точке (y,t) этого потока. Обозначив через $D\varphi_t\circ F_t(z)$ матрицу Якоби производной отображения $\varphi_t:\ B^n\to B^n$ в точке $x=F_t(z)$, вычислим

$$\left.\frac{d\psi_t(z)}{dt}\right|_{z=\psi_t^{-1}(y)}=\left.\frac{d}{dt}\big(\varphi_t\circ F_t(z)\big)\right|_{z=\psi_t^{-1}(y)}=$$

$$=\left.\left(\frac{d\varphi_t}{dt}\circ F_t(z)+D\varphi_t\circ F_t(z)\,\frac{dF_t(z)}{dt}\right)\right|_{z=\psi_t^{-1}(y)=F_t^{-1}\circ\varphi_t^{-1}(y)}=$$

$$=\frac{d\varphi_t}{dt}\circ F_t(z)\circ F_t^{-1}\circ\varphi_t^{-1}(y)+D\varphi_t\circ F_t(z)\circ F_t^{-1}\circ\varphi_t^{-1}(y)\,\frac{dF_t}{dt}\circ F_t^{-1}\circ\varphi_t^{-1}(y)=$$

$$=\frac{d\varphi_t}{dt}\circ\varphi_t^{-1}(y)+D\varphi_t\circ\varphi_t^{-1}(y)\,\frac{dF_t}{dt}\circ F_t^{-1}\circ\varphi_t^{-1}(y)\,. \qquad (8)$$

Векторное поле $v(y,t)$ в актуальных координатах (t,y) является общим как для траектории $y=\psi_t(z)$, выходящей из начальной точки $(z,0)$, так и для

траектории $y=\varphi_t(x)$, выходящей из начальной точки $(x,0)$. Поэтому имеем два тождественно равных представления векторного поля:

$$v(y,t)\equiv\frac{d\varphi_t}{dt}\circ\varphi_t^{-1}(y)\equiv\frac{d\psi_t}{dt}\circ\psi_t^{-1}(y)\,. \tag{9}$$

Подставим в это равенство правую часть представления (8), получим

$$\frac{d\varphi_t}{dt}\circ\varphi_t^{-1}(y)\equiv\frac{d\varphi_t}{dt}\circ\varphi_t^{-1}(y)+D\varphi_t\circ\varphi_t^{-1}(y)\,\frac{dF_t}{dt}\circ F_t^{-1}\circ\varphi_t^{-1}(y)\,.$$

Откуда после сокращения одинаковых слагаемых в левой и правой части и обозначения $\varphi_t^{-1}(y)=x$ приходим к условию

$$D\varphi_t(x)\,\frac{dF_t}{dt}\circ F_t^{-1}\equiv D\varphi_t(x)\,\tilde{v}\left(x,t\right)\equiv 0\,, \tag{10}$$

где $D\varphi_t(x)$ – матрица производной отображения $y=\varphi_t(x)$, $\varphi_t:\ B^n\to B^n$, а $\tilde{v}(x,t)$ – векторное поле потока смещения $x=F_t(z)$ в актуальной для этого потока точке (x,t) (рис. 1).

В точках $(x,t)\in B^n\times\left[0,\mathrm{T}\right]$ невырожденности матрицы $D\varphi_t(x)$ имеем

$$\det\left\|D\varphi_t(x)\right\|\neq 0\,.$$

Следовательно, в этих точках векторное поле $\tilde{v}(x,t)$

$$\tilde{v}(x,t)=\frac{dF_t}{dt}\circ F_t^{-1}(x)=0\,. \tag{11}$$

Таким образом, поток $x=F_t(z)$ становится тождественным $F_t(z)\equiv z$, поэтому из представления (7) заключаем, что потоки φ_t и ψ_t совпадают:

$$\varphi_t(x)\equiv\psi_t(x)\,.$$

Мы получаем следующее утверждение.

Утверждение 1. Пусть поток $y=\varphi_t(x)$, $\varphi_t:\ B^n\times\left[0,1\right]\to B^n$ порождается решением начальной задачи (1) и (2), пусть траектории $t\to\varphi_t(x)$ абсолютно непрерывны по t для всех $(x,t)\in B^n\times\left[0,1\right]$ и матрица производной $D\varphi_t(x)$ отображения $\varphi_t:\ B^n\to B^n$ не вырождена при всех $(x,t)\in B^n\times\left[0,1\right]$. Тогда $y=\varphi_t(x)$ – единственное решение начальной задачи (1) и (2).

Вывод 1. Приведенная конструкция доказательства единственности решения начальной задачи (1) и (2) основана на выполнении ключевого тождества (10) для потока смещения (7). Следовательно, класс теорем единственности решения задачи (1) и (2) можно получать, формулируя условие выполне-

ния тождества (10) или его обобщений почти всюду на множестве $B^n \times [0,1]$, за исключением множества $E \subset B^n \times [0,1]$ нулевой меры Лебега таким образом, чтобы изотопия $\varphi_t:\ B^n \times [0,1] \to B^n$ однозначно продолжалась на E с сохранением свойства изоморфности отображения $D\varphi_t:\ B^n \to B^n$.

Замечание 1. Приведенную конструкцию условий единственности решения начальной задачи (1) и (2) можно сформулировать, требуя **только** локального выполнения свойств указанных в следствии. Мы этого не делаем, чтобы избежать дополнительных обозначений и оставить прозрачность приведённой геометрической конструкции.

3. ПРИМЕР ЕДИНСТВЕННОСТИ ПОТОКА, ПОРОЖДАЕМОГО ВСЮДУ РАЗРЫВНЫМ ВЕКТОРНЫМ ПОЛЕМ

Пусть $y = h(x)$ – гомеоморфный автоморфизм шара B^n: $|x| \le 1$, тождественный на границе этого шара: $h(x)\big|_{|x|=1} \equiv x$.

Определим поток $h_t(x):\ B^n \times [0,1] \to B^n$ следующим образом:

$$y = h_t(x) = \begin{cases} t \cdot h\left(\dfrac{x}{t}\right), & |x| \le t \le 1, \\ x, & 0 \le t \le |x|. \end{cases} \tag{12}$$

Пусть гомеоморфизм

$$h:\ B^n \to B^n, \qquad h(x) = \left(h_1(x_1,\ldots,x_n),\ldots,\ h_n(x_1,\ldots,x_n)\right)$$

имеет конечные производные $\dfrac{\partial h_i(x)}{\partial x_j}$ $(i, j = 1,\ldots,n)$ для всех $x \in B^n$ и пусть матрица производной $Dh(x)$ не вырождена в $B^n \setminus \Omega$, где множество Ω имеет нулевую меру Лебега. Условия на множество Ω будут наложены ниже.

Найдем векторное поле $v_h(y,t):\ B^n \times [0,1] \to B^n$, которое порождает поток $y = h_t(x)$, определенный в (12):

$$v_h(y,t) = \left.\frac{dh_t(x)}{dt}\right|_{x=h_t^{-1}(y)} =$$

$$= \begin{cases} h\left(\dfrac{x}{t}\right) - Dh\left(\dfrac{x}{t}\right)\left(\dfrac{x}{t}\right)\Bigg|_{x=th^{-1}\left(\frac{y}{t}\right)}, & |x| \le t \le 1, \\ 0, & 0 \le t \le |x|, \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} \dfrac{y}{t} - Dh \circ h^{-1}\left(\dfrac{y}{t}\right) h^{-1}\left(\dfrac{y}{t}\right), & \left|h^{-1}\left(\dfrac{y}{t}\right)\right| \le 1, \\ 0, & 1 \le \left|h^{-1}\left(\dfrac{y}{t}\right)\right|. \end{cases} \tag{13}$$

Кинематика потока $h_t(x)$ такова (см. рис. 2): в пересечении внешности конуса $|x| \ge t$ и цилиндра $B^n \times [0,1]$ имеем $y = h_t(x) \equiv x$, $v_h(y,t) \equiv 0$, это значит, что все точки этого множества являются стационарными точками векторного поля $v_h(y,t)$ на временном интервале $0 \le t \le |x|$; на временном интервале $|x| \le t \le 1$ возникают траектории $y = h_t(x)$.

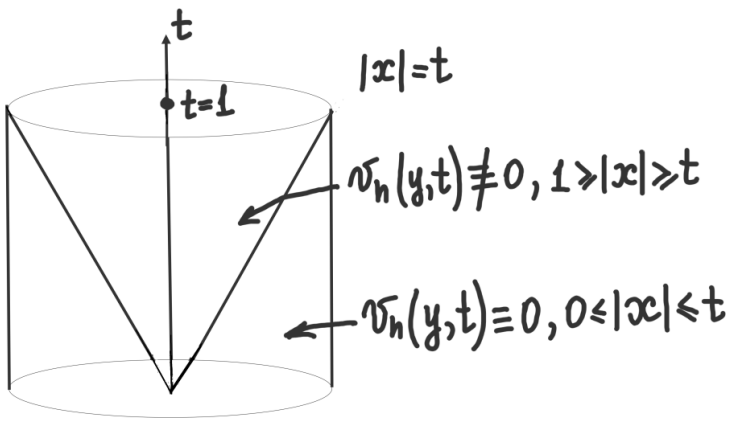


Рис. 2. Кинематика потока $h_t(x)$

Fig. 2. Flow kinematics $h_t(x)$

Согласно условию (10) для единственности потока $h_t(x)$ из (12), порождаемого векторным полем $v_h(y,t)$ из (13) посредством начальной задачи (1) и (2), требуется, чтобы ядро линейного матричного оператора $Dh_t(x)$ состояло из нулевых элементов для всех $(x,t) \in (B^n \setminus \Omega) \times [0,1]$:

$$KerDh_t(x) = 0, \quad (x,t) \in (B^n \setminus \Omega) \times [0,1]. \tag{14}$$

Имеем

$$Dh_t(x) = D\left(t\, h\left(\frac{x}{t}\right)\right) = \begin{cases} E, & 0 \le t \le |x|, \\ Dh\left(\dfrac{x}{t}\right), & |x| \le t \le 1. \end{cases}$$

Для выполнения условия (14) требуется, чтобы определенное каким-либо способом продолжение на $\Omega\times[0,1]$ линейного отображения $Dh\left(\frac{x}{t}\right)$ не имело нетривиальных решений уравнения (10).

Вывод 2. Пусть $h\colon B^n \to B^n$ – гомеоморфный автоморфизм шара B^n, тождественный на границе: $h\big|_{|x|=1} = id$, и пусть существуют конечные (необязательно ограниченные!) частные производные $\frac{\partial h_i(x)}{\partial x_j}$ для всех $x\in B^n$. Тогда поток $y = h_t(x)$, представленный в (12), является единственным решением начальной задачи (1) и (2) для векторного поля (13). При этом векторное поле (13) не является даже непрерывным в точках цилиндра $(y,t)\in B^n\times[0,1]$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Конструкция доказательства в разделе 2, условия выполнения которой даны в утверждении 1 и выводе 1, а также пример в разделе 3 показывают, что условие единственности потока, порождаемого начальной задачей (1) и (2), может выполняться для «плохих» векторных полей, если выполняется условие единственности тривиального решения линейной системы уравнений (11) для почти всех $(x,t)\in B^n\times[0,1]$, за исключением точек множества $E\subset B^n\times[0,1]$ нулевой лебеговой меры. При этом тривиальное нулевое решение системы (11) должно непрерывно продолжаться на указанное множество *E*. Полученные результаты дают возможность исследовать свойства эргодичности и хаотичности [6] для потоков, порожденных начальными задачами (1) и (2), а также аналогичные свойства для реализаций стохастических динамических систем [7, 8], в том числе стохастических систем типа Ланжевена [9–12] в случае нерегулярных векторных полей. Построение векторных полей по реализациям стохастических траекторий позволяет установить отношение скоростей изменения величин, участвующих в формировании потока, тем самым сформулировать законы формирования потока по эмпирическим данным, как, например, в моделях типа В. Вольтерра [13]. Теоремы единственности решения начальной задачи (1) и (2) для векторных полей, имеющих обобщенные производные, исследовались ранее одним из авторов в работе [14]. Класс изотопий, построенных в примере раздела 3, рассматривался для построения квазиконформных изотопий шара B^n в работе [15].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Lavrentieff M.* Sur une équation différentielle du premier ordre // Mathematische Zeitschrift. – 1925. – Vol. 23 (1). – P. 197–209. – DOI: 10.1007/BF01506227.

2. *Хартман Ф.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Мир, 1970. – 720 с.

3. *Коддингтон Э.А., Левинсон Н.* Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Иностранная литература, 1958. – 474 с.

4. *Федерер Г.* Геометрическая теория меры. – М.: Наука, 1987. – 760 с.

5. *Седов Л.И.* Механика сплошной среды. Т. 1. – М.: Наука, 1970. – 492 с.

6. *Кроновер Р.М.* Фракталы и хаос в динамических системах. – М.: Постмаркет, 2000. – 350 с.

7. *Шустер Г.* Детерминированный хаос. – М.: Мир, 1988. – 240 с.

8. *Заславский Г.М.* Стохастичность динамических систем. – М.: Наука, 1984. – 272 с.

9. *Рудяк В.Я.* Статистическая аэрогидромеханика гомогенных и гетерогенных сред. Т. 1. Кинетическая теория. – Новосибирск: НГАСУ, 2004. – 320 с.

10. *Рудяк В.Я.* Статистическая аэрогидромеханика гомогенных и гетерогенных сред. Т. 2. Гидродинамика. – Новосибирск: НГАСУ, 2005. – 468 с.

11. *Стратонович Р.Л.* Нелинейная неравновесная термодинамика. – М.: Наука, 1985. – 480 с.

12. Anomalous diffusion and nonergodicity for heterogeneous diffusion processes with fractional Gaussian noise / W. Wang, A.G. Cherstvy, X. Liu, R. Metzler // Physical Review E. – 2020. – Vol. 102. – P. 012146. – DOI: 10.1103/PhysRevE.102.012146.

13. *Вольтерра В.* Математическая теория борьбы за существование. – М.: Наука, 1976. – 286 с.

14. *Селезнев В.А.* О единственности решения начальной задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений в заданном классе отображений // Динамика сплошной среды. – 1990. – № 97. – С. 107–113.

15. *Селезнев В.А.* О некоторых задачах квазиконформного изотопирования // Сибирский математический журнал. – 1997. – Т. 38, № 2. – С. 372–382.

Селезнев Вадим Александрович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой инженерной математики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – методы геометрической теории функции в задачах механики сплошных сред и уравнениях математической физики, в том числе фрактальные структуры в математических моделях физических процессов. Имеет более 120 печатных работ, в том числе 10 учебных пособия. E-mail: seleznev@corp.nstu.ru

Гобыш Альбина Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры инженерной математики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – математическое моделирование, математический анализ. Имеет более 60 печатных работ, в том числе 24 учебных пособия. E-mail: gobysh@corp.nstu.ru

Seleznev Vadim A., D.Sc. (Phys.&Math.), Professor, Head of the Department of Engineering Mathematics at theNovosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on methods of geometric function theory in problems of continuum mechanics and equations of mathematical physics, including fractal structures in mathematical models of physical processes. He has more than 120 publications, including 10 textbooks. E-mail: seleznev@corp.nstu.ru

Gobysh Albina V., PhD (Phys.&Math.), Associate Professor at the Department of Engineering Mathematics, Novosibirsk State Technical University. Her research interests are currently focused on mathematical modeling and mathematical analysis. She has more than 60 publications, including 24 textbooks. E-mail: gobysh@corp.nstu.ru

DOI: 10.17212/2782-2001-2023-2-77-88

On the uniqueness of the flow generated by an irregular vector field *

V.A. SELEZNEV [a], *A.V. GOBYSH* [b]

Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation

[a] *seleznev@corp.nstu.ru* [b] *gobysh@corp.nstu.ru*

Abstract

The flow in time of an initial state ensemble in a multidimensional phase space, as a rule, models some dynamic process. Under what conditions is such a flow generated by a vector field in such a way that the given flow corresponds to the vector field in a unique way? A positive answer to this question is given by the classical uniqueness theorems for the solution of the initial value problem in the case of a regular vector field with the required properties of the modulus of continuity in space variables. In mathematical models of stochastic differential equations, in models of irregular hydrodynamic flows, and in a number of other cases when the flow is generated by a "bad" vector field that has a modulus of continuity in space variables that does not meet the conditions of the uniqueness theorem for solving the initial problem for a vector field, generating this flow, we cannot speak about the correctness of the initial problem for the vector field and, thus, about the correctness of finding the trajectories connecting the initial and actual states of the ensemble of particles in the phase space. In this case, the uniqueness of the flow generated by the vector field remains to be judged only by the properties of the flow itself. The only known result of this type is van Kampen's theorem, which states that the uniqueness of a flow generated by a vector field continuous in space variables is guaranteed by the properties of homeomorphism and the Lipschitz property of the flow in space variables. If the vector velocity field loses the property of continuity in space variables, then van Kampen's theorem does not work and some other properties of the flow are required to guarantee its uniqueness. In this paper, we establish such properties of a flow that guarantee its uniqueness even in the case of a violation of the continuity of the vector field that generates this flow. The conditions of van Kampen's theorem in a certain sense are a special case of the properties of the flow established in this paper, which guarantee its uniqueness as a solution to the initial problem for an irregular vector field. The general construction constructed here makes it possible to establish such properties of flows in various mathematical models that guarantee its uniqueness for a generating vector field.

Keywords: the ensemble of the initial state in phase space, the realization of the flow of the ensemble of the initial state, the uniqueness of the solution of the initial problem of the system of ordinary differential equations, the correctness of the initial problem for an irregular vector field, van Kampen's theorem, the modulus of continuity of the vector field, irregular vector field, system analysis of the data of the implementation of the initial data ensemble flow, processing of the results of the dynamic process

REFERENCES

1. Lavrentieff M. Sur une équation différentielle du premier ordre. *Mathematische Zeitschrift*, 1925, vol. 23 (1), pp. 197–209. DOI: 10.1007/BF01506227.

2. Hartman Ph. *Obyknovennye differentsial'nye uravneniya* [Ordinary differential equations]. Moscow, Mir Publ., 1970. 720 p. (In Russian).

3. Coddington E.A., Levinson N. *Teoriya obyknovennykh differentsial'nykh uravnenii* [Theory of ordinary differential equations]. Moscow, Inostrannaya literature Publ., 1958. 474 p. (In Russian).

* *Received 21 February 2023.*

4. Federer H. *Geometricheskaya teoriya mery* [Geometric measure theory]. Moscow, Nauka Publ., 1987. 760 p. (In Russian).

5. Sedov L.I. *Mekhanika sploshnoi sredy*. T. 1 [Continuum mechanics. Vol. 1]. Moscow, Nauka Publ., 1970. 492 p.

6. Crownover R.M. *Fraktaly i khaos v dinamicheskikh sistemakh* [Fractals and chaos in dynamical systems]. Moscow, Postmarket Publ., 2000. 350 p. (In Russian).

7. Schuster H.G. *Determinirovannyi khaos* [Deterministic chaos]. Moscow, Mir Publ., 1988. 240 p. (In Russian).

8. Zaslavskii G.M. *Stokhastichnost' dinamicheskikh sistem* [Stochasticity of dynamical systems]. Moscow, Nauka Publ., 1984. 272 p.

9. Rudyak V.Ya. *Statisticheskaya aerogidromekhanika gomogennykh i geterogennykh sred*. T. 1. *Kineticheskaya teoriya* [Statistical aerohydromechanics of homogeneous and heterogeneous media. Vol. 1. Kinetic theory]. Novosibirsk, NGASU Publ., 2004. 320 p.

10. Rudyak V.Ya. *Statisticheskaya aerogidromekhanika gomogennykh i geterogennykh sred*. T. 2. *Gidrodinamika* [Statistical aerohydromechanics of homogeneous and heterogeneous media. Vol. 2. Hydrodynamics]. Novosibirsk, NGASU Publ., 2005. 468 p.

11. Stratonovich R.L. *Nelineinaya neravnovesnaya termodinamika* [Nonlinear nonequilibrium thermodynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1985. 480 p.

12. Wang W., Cherstvy A.G., Liu X., Metzler R. Anomalous diffusion and nonergodicity for heterogeneous diffusion processes with fractional Gaussian noise. *Physical Review E*, 2020, vol. 102, p. 012146. DOI: 10.1103/PhysRevE.102.012146.

13. Volterra V. *Matematicheskaya teoriya bor'by za sushchestvovanie* [Mathematical theory of the struggle for existence]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 286 p. (In Russian).

14. Seleznev V.A. O edinstvennosti resheniya nachal'noi zadachi dlya obyknovennykh differentsial'nykh uravnenii v zadannom klasse otobrazhenii [On the uniqueness of the solution of the initial problem for ordinary differential equations in a given class of mappings]. *Dinamika sploshnoi sredy = Continuum dynamics*, 1990, no. 97, pp. 107–113.

15. Seleznev V.A. O nekotorykh zadachakh kvazikonformnogo izotopirovaniya [On some problems of quasiconformal isotoping]. *Sibirskii matematicheskii zhurnal = Siberian Mathematical Journal*, 1997, vol. 38, no. 2, pp. 372–382. (In Russian).

Для цитирования:

Селезнев В.А., Гобыш А.В. О единственности потока, порождаемого нерегулярным векторным полем // Системы анализа и обработки данных. – 2023. – № 2 (90). – С. 77–88. – DOI: 10.17212/2782-2001-2023-2-77-88.

For citation:

Seleznev V.A., Gobysh A.V. O edinstvennosti potoka, porozhdaemogo neregulyarnym vektornym polem [On the uniqueness of the flow generated by an irregular vector field]. *Sistemy analiza i obrabotki dannykh = Analysis and Data Processing Systems*, 2023, no. 2 (90), pp. 77–88. DOI: 10.17212/2782-2001-2023-2-77-88.

ISSN 2782-2001
Системы анализа
и обработки данных
том 90, № 2, 2023, с. 89–100

http://journals.nstu.ru/vestnik
Analysis and data
processing systems
Vol. 90, No. 2, 2023, pp. 89–100

ЭЛЕКТРОНИКА, ФОТОНИКА, ПРИБОРОСТРОЕНИЕ И СВЯЗЬ

ELECTRONICS, PHOTONICS, INSTRUMENT MAKING AND COMMUNICATIONS

УДК 535.015; 535.393. DOI: 10.17212/2782-2001-2023-2-89-100

Измерения спектральной зависимости коэффициента отражения комплектного алюминиевого зеркала спектрофотометра Shimadzu UV-2700*

А.В. МИХАЙЛЕНКО[a], К.Г. АКСЁНОВ[b], М.Г. КИСТЕНЕВА[c], А.С. АКРЕСТИНА[d], С.М. ШАНДАРОВ[e]

634050, г. Томск, пр. Ленина, 40, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

[a] *nastyamih1999@mail.ru* [b] *avmhno@gmail.com* [c] *m-kisteneva@mail.ru*
[d] *aka_83@mail.ru* [e] *stanislavshandarov@gmail.com*

Представлены результаты экспериментов по измерению спектральной зависимости коэффициента отражения алюминиевого зеркала, входящего в комплект приставки для исследования спектров отражения образцов для спектрофотометра Shimadzu UV-2700 в рабочем диапазоне от 185 до 900 нм. В качестве сравнительного эталона использовались полученные на том же спектрофотометре для стандартного угла падения 5° экспериментальные данные для коэффициента отражения от плоскопараллельной пластины из плавленого кварца, спектральные зависимости показателя преломления которого, определяемые формулой Зельмейера, хорошо известны. В экспериментах использовалась стандартная пластина из кварцевого стекла толщиной 2,2 мм и шириной щели спектрофотометра 5 нм, при которых можно пренебречь эффектами интерференции, обусловленными многократными отражениями. Из экспериментальных зависимостей коэффициента пропускания данной пластины были найден необходимый для определения расчетной спектральной зависимости ее коэффициента отражения в рабочем диапазоне спектрофотометра спектр показателя поглощения. На основе последнего спектра в приближении нормального падения были рассчитаны абсолютные значения коэффициента отражения кварцевой пластины с использованием формул Френеля, с учетом многократных отражений и дисперсии показателя преломления в соответствии с формулой Зельмейера. Сопоставление спектров рассчитанных абсолютных и измеренных на спектрофотометре относительных значений коэффициента отражения кварцевой пластины с экспериментальными данными для коэффициента отражения алюминиевого зеркала позволило получить для последнего спектральную зависимость для

* *Статья получена 16 марта 2023 г.*

Исследования выполнены при поддержке Минобрнауки и высшего образования Российской Федерации в рамках Госзадания FEWM-2023-012 на 2023–2025 гг.

всего рабочего диапазона от 185 до 900 нм. Получено, что спектральная зависимость коэффициента отражения комплектного алюминиевого зеркала имеет немонотонный характер. При этом только в спектральном диапазоне от 350 до 670 нм отклонения его коэффициента отражения от идеального единичного значения не превосходят 10 %. Таким образом, для количественных измерений во всем рабочем диапазоне спектрофотометра Shimadzu UV-2700 от 185 до 900 нм учет полученной спектральной зависимости коэффициента отражения комплектного зеркала является необходимым.

Ключевые слова: спектрофотометр, оптическое отражение и пропускание, алюминиевое зеркало, кварцевое стекло, спектральная зависимость, показатель преломления, показатель поглощения, формула Зельмейера, Shimadzu UV-2700

ВВЕДЕНИЕ

Спектроскопические исследования коэффициентов отражения оптического излучения $R(\lambda)$ позволяют получать информацию о структурных, электронных и оптических свойствах монокристаллических, фотонно-кристаллических и плазмонных материалов, метаповерхностей и пленочных структур (см., например, [1–11]). При измерениях спектральных зависимостей $R(\lambda)$ на спектрофотометре Shimadzu UV-2700 используется метод сравнения интенсивностей световых пучков, отраженных от исследуемого образца и от входящего в комплект алюминиевого зеркала, при угле падения 5° [12]. Однако коэффициент отражения данного эталонного зеркала, обычно считающийся принимающим значение $R_e(\lambda)=1$, является спектрально зависимым в рабочем диапазоне от 185 до 900 нм. Результаты экспериментального исследования для излучения с энергией квантов от 0,64 до 2,5 эВ (диапазон 496…1937 нм), приведенные в работах [13, 14], показывают, что при температуре 300 К коэффициент отражения напыленными в вакууме пленками алюминия имеет немонотонную спектральную зависимость. В длинноволновой области, при λ = 1937 нм, он имеет максимальное значение $R_{\mathrm{Al\,max}}$ = 0,982, затем, при $\lambda \approx$ 856 нм, достигает минимума ($R_{\mathrm{Al\,min}}$ = 0,864) и увеличивается до 0,930 при λ = 496 нм. Таким образом, для измерения с достаточной точностью абсолютных значений для коэффициента отражения $R_s(\lambda)$ исследуемых на спектрофотометре образцов необходимо учитывать реальную спектральную зависимость коэффициента отражения эталонного алюминиевого зеркала $R_e(\lambda)$.

В настоящей работе представлены результаты экспериментальных измерений спектральной зависимости коэффициента отражения $R_e(\lambda)$ алюминиевого зеркала, входящего в комплект спектрофотометра Shimadzu UV-2700, в рабочем диапазоне от 185 до 900 нм. В качестве сравнительного эталона нами использовалась плоскопараллельная пластина из плавленого кварца, спектральные характеристики оптических параметров которого известны и определены с высокой точностью. Коэффициент отражения от данной пластины рассчитывался с использованием формул Френеля [15] на основе уравнения Зельмейера и оптических констант, приведенных в [16].

1. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

В экспериментах использовался спектрофотометр Shimadzu UV-2700 в режиме измерения спектральной зависимости зеркального коэффициента отражения $R_s(\lambda)$ от плоской оптически полированной грани образца при ширине щели $\Delta\lambda$ = 5 нм. Для этого в его кюветном отделении размещается приставка, обеспечивающая разделение светового потока с заданной длиной волны λ на два пучка, падающих под углами $\theta_e = \theta_s = 5°$ на позиционируемые в ней эталонное плоское алюминиевое зеркало и исследуемый образец. Двухлучевая схема спектрофотометра обеспечивает в этом режиме измерение световых потоков пучков $\Pi_s(\lambda)$ и $\Pi_e(\lambda)$, отраженных от исследуемого образца и эталона соответственно. Схема фоторегистрации и стандартное программное обеспечение прибора позволяют задавать диапазон длин волн λ и шаг сканирования $\delta\lambda$, для которых регистрируется в цифровом виде отношение световых потоков $\Pi_s(\lambda)/\Pi_e(\lambda)$. Это отношение и определяет спектральную зависимость экспериментально измеряемого прибором относительного коэффициента отражения

$$R_r(\lambda) = \frac{\Pi_s(\lambda)}{\Pi_e(\lambda)} = \frac{R_s(\lambda)}{R_e(\lambda)}, \qquad (1)$$

однако для нахождения абсолютного значения $R_s(\lambda)$ требуются цифровые данные по зависимости $R_e(\lambda)$ для эталона, входящего в комплект данного прибора.

Для определения зависимости $R_e(\lambda) = R_s(\lambda)/R_r(\lambda)$ в качестве исследуемого образца использовалась стандартная плоскопараллельная пластина из кварцевого стекла SiO_2 с толщиной d_s = 2,2 мм и поперечными размерами 20×20 мм^2. Экспериментальные данные $R_r(\lambda)$ регистрировались для нее с шагом 1 нм в диапазоне от 185 до 900 нм и усреднялись по пяти измерениям. В дальнейших расчетах эти данные использовались только для диапазона 200…900 нм, поскольку в более коротковолновой области для расчета коэффициента отражения от SiO_2 в его показателе преломления $n(\lambda) = n'(\lambda) - in''(\lambda)$ необходимо учитывать мнимую часть $n''(\lambda)$. Экспериментально измеренная спектральная зависимость $R_r(\lambda)$ показана рис. 1, где для наглядности соответствующие точки представлены с шагом в 2 нм. Она демонстрирует немонотонное поведение $R_r(\lambda)$, связанное, в частности, со сложной спектральной зависимостью коэффициента отражения эталонного алюминиевого зеркала $R_e(\lambda)$.

Как известно [15], спектральная зависимость коэффициента отражения $R_s(\lambda)$ для прозрачных материалов определяется дисперсией показателя преломления $n_s(\lambda)$. В диапазоне от 210 нм до 4 мкм для кварцевого стекла вкладом в отражение света, связанным с оптическими потерями, описываемыми мнимой частью показателя преломления, можно пренебречь, а зависимость его вещественной части $n_s(\lambda)$ известна с высокой точностью [16]. Однако при обработке результатов измерения необходимо учитывать, что в световой поток,

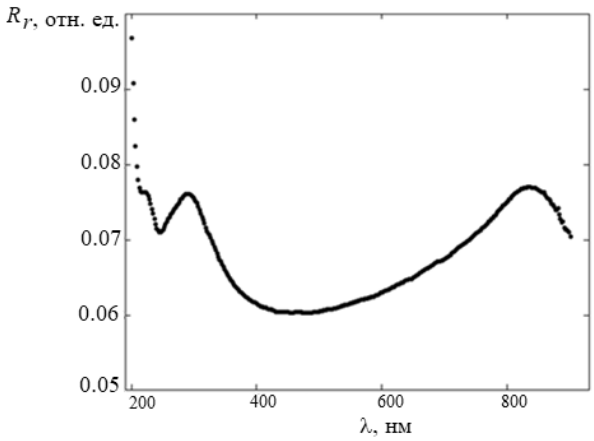


Рис. 1. Спектральная зависимость относительного коэффициента отражения пластины SiO_2

Fig. 1. Spectral dependence of the relative reflection coefficient of SiO_2 plate

отраженный от прозрачной кварцевой пластины, дают заметный вклад многократные переотражения от ее плоскопараллельных граней. Для используемой ширины щели $\Delta\lambda = 5$ нм длина когерентности падающего светового излучения, определяемая как $l_c = \lambda^2 / \Delta\lambda$ [12], во всём исследуемом диапазоне удовлетворяет неравенству $l_c \ll d_s$. В этом случае, в пренебрежении эффектами интерференции, коэффициент отражения от плоскопараллельной пластины, зависящий от ее толщины d_s и показателя поглощения $\alpha(\lambda)$, может быть представлен в виде

$$R_s(\lambda) = |r(\lambda)|^2 + \frac{\left(1 - |r(\lambda)|^2\right)^2 |r(\lambda)|^2 \exp\left[-2\alpha(\lambda) d_s\right]}{1 - |r(\lambda)|^4 \exp\left[-2\alpha(\lambda) d_s\right]}, \quad (2)$$

где амплитудный коэффициент отражения световой волны от границы раздела кварцевого стекла с воздухом $r(\lambda)$ определяется формулами Френеля [15]. Их анализ показывает, что при используемом в спектрофотометре угле падения $\theta_s = 5°$, когда

$$r(\lambda) = \frac{\cos\theta_s - n(\lambda)\cos\theta_t}{\cos\theta_s + n(\lambda)\cos\theta_t}, \quad (3)$$

где $n(\lambda)$ и θ_t – показатель преломления кварцевой пластины и угол преломления, соответственно значения $|r(\lambda)|^2$ отличаются от расчетных для случая нормального падения $(\theta_s = 0)$, при котором

$$|r(\lambda)|^2 = \left|\frac{n(\lambda) - 1}{n(\lambda) + 1}\right|^2, \quad (4)$$

не более чем на 1,1 %.

Как следует из (2), для расчета коэффициента отражения от используемой плоскопараллельной пластины $R_S(\lambda)$ необходимы данные по спектральной зависимости показателя поглощения $\alpha(\lambda)$ ее материала. Для экспериментального нахождения $\alpha(\lambda)$ можно воспользоваться данными по спектральной зависимости коэффициента пропускания $T(\lambda)$ данной пластины, который определяется известным соотношением [17]:

$$T(\lambda) = \frac{\left(1 - |r(\lambda)|^2\right)^2 \exp(-\alpha(\lambda)d)}{1 - |r(\lambda)|^4 \exp(-2\alpha(\lambda)d)}. \quad (5)$$

Результаты экспериментального определения зависимости $T(\lambda)$ по стандартной для спектрофотометра Shimadzu UV-2700 методике, проведенного также с шагом 1 нм в диапазоне от 185 до 900 нм при ширине щели $\Delta\lambda = 5$ нм, усредненные по пяти измерениям, представлены на рис. 2.

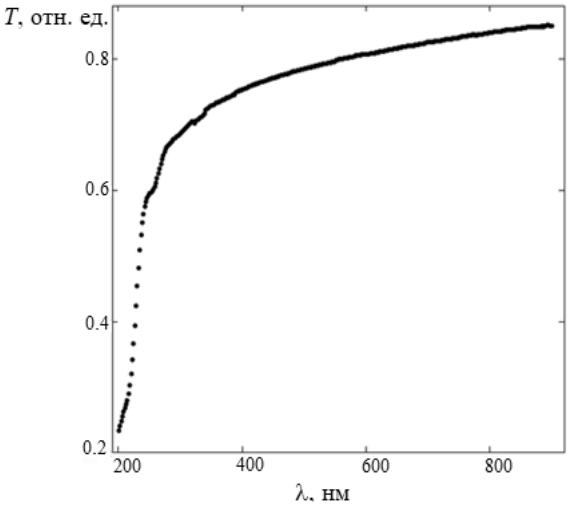


Рис. 2. Спектральная зависимость коэффициента оптического пропускания для пластины SiO_2

Fig. 2. Spectral dependence of the transmission coefficient of SiO_2 plate

Полученные данные для спектральной зависимости коэффициента пропускания $T(\lambda)$ были использованы для расчета показателя поглощения материала кварцевой пластины $\alpha(\lambda)$.

2. РАСЧЕТ СПЕКТРАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ КОМПЛЕКТНОГО АЛЮМИНИЕВОГО ЗЕРКАЛА

Для расчета показателя поглощения кварцевой пластины $\alpha(\lambda)$ воспользуемся следующим соотношением, которое может быть найдено из (5):

$$\alpha(\lambda) = -\frac{1}{d}\ln\left[\sqrt{\frac{1}{|r(\lambda)|^4} + \frac{\left(|r(\lambda)|^2 - 1\right)^4}{4T^2(\lambda)|r(\lambda)|^8}} - \frac{\left(|r(\lambda)|^2 - 1\right)^2}{2T(\lambda)|r(\lambda)|^4}\right]. \quad (6)$$

Спектральная зависимость $r(\lambda)$ здесь определяется формулой (4) и дисперсией показателя преломления $n(\lambda)$ оптического кварцевого стекла. В расчетах $r(\lambda)$ и $\alpha(\lambda)$ будем использовать формулу Зельмейера из [16], которая с высокой точностью описывает экспериментальные данные в диапазоне длин волн от 210 до 3710 нм при температуре 20 °С:

$$n(\lambda) = \sqrt{1 + \frac{0.6961663\lambda^2}{\lambda^2 - 0.0684043^2} + \frac{0.4079426\lambda^2}{\lambda^2 - 0.1162414^2} + \frac{0.897479\lambda^2}{\lambda^2 - 9.896161^2}}, \quad (7)$$

где длина волны выражается в микрометрах.

Следует отметить, что в приведенной формуле (7) большое число значащих цифр в используемых параметрах обусловлено указанным выше широким спектральным диапазоном ее применимости. Проведенные расчеты показали, что для диапазона длин волн от 185 до 900 нм достаточно сохранения трех значащих цифр в этих параметрах.

Использование соотношений (6), (4) и (7) и экспериментальных данных для коэффициента пропускания $T(\lambda)$, показанного на рис. 2, позволило рассчитать спектральную зависимость показателя поглощения SiO_2 для исследуемой плоскопараллельной пластины, представленную на рис. 3.

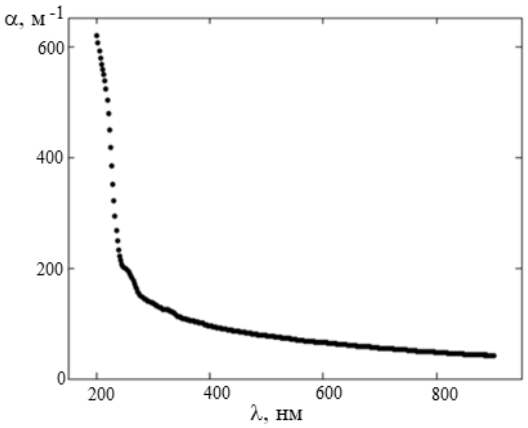


Рис. 3. Спектральная зависимость показателя поглощения пластины SiO_2

Fig. 3. Spectral dependence of absorption coefficient of SiO_2 plate

Таким образом, абсолютное значение $R_S(\lambda)$ для пластины из кварцевого стекла может быть рассчитано из (2) с применением: а) соотношения (4) для $|r(\lambda)|^2$, в котором показатель преломления $n(\lambda)$ вычисляется по формуле (7); б) выражения (6), в которое необходимо подставить как расчетные значения $|r(\lambda)|^2$, так и экспериментально измеренные данные для $T(\lambda)$, представленные на рис. 2.

В соответствии с формулой (1) спектральная зависимость коэффициента отражения комплектного алюминиевого зеркала может быть рассчитана из найденных по данной методике абсолютных значений $R_S(\lambda)$ для пластины из кварцевого стекла и экспериментально измеренных для нее с данным зеркалом относительных значений $R_r(\lambda)$ (см. рис. 3) как

$$R_e(\lambda) = \frac{R_S(\lambda)}{R_r(\lambda)}. \tag{8}$$

Рассчитанная по данной методике с использованием математического пакета Mathcad спектральная зависимость коэффициента отражения комплектного алюминиевого зеркала спектрофотометра Shimadzu UV-2700 с заводским номером A11675500992 показана на рис. 4.

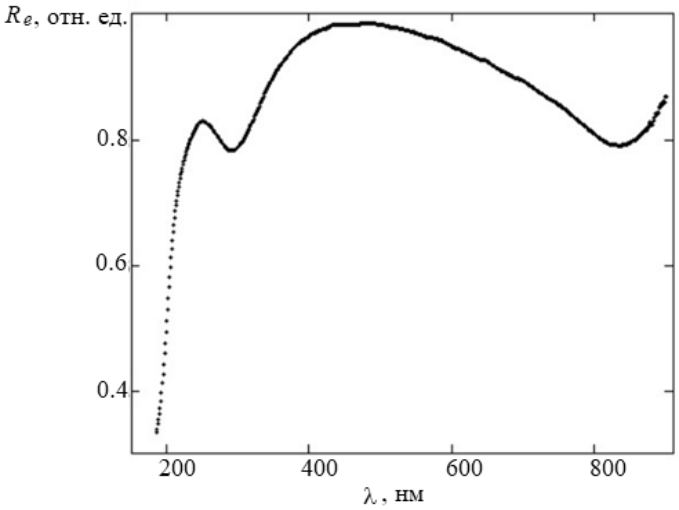


Рис. 4. Спектральная зависимость коэффициента отражения комплектного алюминиевого зеркала

Fig. 4. Spectral dependence of refraction index of the complete aluminum mirror

Как видно из рис. 4, спектральная зависимость коэффициента отражения комплектного алюминиевого зеркала демонстрирует немонотонный характер. При этом только в спектральном диапазоне от 350 до 670 нм отклонения его коэффициента отражения от идеального значения $R_e(\lambda) = 1$ не превосходят 10 %. Это делает необходимым учет влияния полученной спектральной

зависимости коэффициента отражения комплектного зеркала при выполнении количественных измерений коэффициентов отражения исследуемых образцов на спектрофотометре Shimadzu UV-2700.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках проведенной работы была получена спектральная зависимость коэффициента отражения алюминиевого зеркала $R_e(\lambda)$, входящего в комплект приставки для исследования спектров отражения образцов на спектрофотометре Shimadzu UV-2700, в рабочем диапазоне от 185 до 900 нм. Для ее измерения использовалось сравнение со спектром отражения $R_s(\lambda)$ плоскопараллельной пластины из кварцевого стекла SiO_2 с толщиной 2,2 мм. Спектральная зависимость показателя поглощения данной пластины определялась из спектра оптического пропускания и данных по дисперсии показателя преломления SiO_2. Это позволило рассчитать абсолютные значения $R_s(\lambda)$ и из измеренных на спектрофотометре относительных значений $R_r(\lambda)$ определить значения коэффициента отражения от алюминиевого зеркала, $R_e(\lambda) \neq 1$. Его спектральная зависимость имеет немонотонный характер, и только в спектральном диапазоне от 350 до 670 нм он принимает значения $R_e(\lambda) > 0{,}9$, приемлемые для измерений, не требующих высокой точности определения абсолютных коэффициентов отражения исследуемых образцов. Для количественных измерений во всём рабочем диапазоне спектрофотометра Shimadzu UV-2700, от 185 до 900 нм, учет полученной спектральной зависимости коэффициента отражения комплектного зеркала $R_e(\lambda)$ является необходимым.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки и высшего образования Российской Федерации в рамках Госзадания FEWM-2023-012 на 2023–2025 гг.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Спектры отражения кристаллов $Bi_{12}M_xO_{20\pm\delta}$ (M = Zn, Ga, Fe, [Ga,P], [Fe,P], [Zn,V]) со структурой силленита / А.В. Егорышева, В.И. Бурков, Ю.Ф. Каргин, В.Н. Махов // Журнал неорганической химии. – 2005. – Т. 50, № 7. – С. 1132–1137.

2. Оптическая характеризация синтетических опалов / А.В. Барышев, А.В. Анкудинов, А.А. Каплянский, В.А. Кособукин, М.Ф. Лимонов, К.Б. Самусев, Д.Е. Усвят // Физика твердого тела. – 2002. – Т. 44, № 9. – С. 1573–1581.

3. Surface plasmon resonance spectroscopy of single bowtie nano-antennas using a differential reflectivity method / M. Kaniber, K. Schraml, A. Regler, J. Bartl, G. Glashagen, F. Flassig, J. Wierzbowski, J.J. Finley // Scientific Reports. – 2016. – Vol. 6. – Art. 23203.

4. Optical properties and interparticle coupling of plasmonic bowtie nanoantennas on a semiconducting substrate / K. Schraml, M. Spiegl M. Kammerlocher, G. Bracher, J. Bartl, T. Campbell, J.J. Finley, M. Kaniber // Physical Review B. – 2014. – Vol. 90. – P. 035435.

5. Spectroscopy of single metallic nanoparticles using total internal reflection microscopy / C. Sönnichsen, S. Geier, N.E. Hecker, G. von Plessen, J. Feldmann, H. Ditlbacher, B. Lamprecht, J.R. Krenn, F.R. Aussenegg, V.Z.-H. Chan // Applied Physics Letters. – 2000. – Vol. 77 (19). – P. 2949–2951.

6. Оптические свойства пленок GaN/Al_2O_3, легированных кремнием / Н.С. Заяц, П.А. Генцарь, В.Г. Бойко, О.С. Литвин, Н.В. Вуйчик, А.В. Стронский, И.Б. Янчук // Физика и техника полупроводников. – 2009. – Т. 43, вып. 5. – С. 617–620.

7. Особенности роста и структурно-спектроскопические исследования нанопрофилированных пленок AlN, выращенных на разориентированных подложках GaAs / П.В. Середин, Д.А. Голощапов, А.С. Леньшин, А.Н. Лукин, А.В. Федюкин, И.Н. Арсентьев, А.Д. Бондарев, Я.В. Лубянский, И.С. Тарасов // Физика и техника полупроводников. – 2016. – Т. 50, вып. 9. – С. 1283–1294.

8. Применение двухслойных пленок ITO в составе отражающих контактов светодиодов синего и ближнего ультрафиолетового диапазонов / Л.К. Марков, И.П. Смирнова, А.С. Павлюченко, М.В. Кукушкин, Д.А. Закгейм, С.И. Павлов // Физика и техника полупроводников. – 2014. – Т. 48, вып. 12. – С. 1713–1718.

9. Оптические и волноводные свойства эпитаксиальных структур GaN/InGaN, выращенных на сапфировой подложке / М.Г. Кистенева, А.С. Акрестина, Е.С. Худякова, В.В. Щербина, М.В. Бородин, В.М. Шандаров, С.М. Шандаров, В.М. Лисицын, С.А. Степанов // Известия вузов. Физика. – 2015. – Т. 58, № 8-3. – С. 24–27.

10. Оптические свойства тонкой пленки CdTe, полученной методом высокочастотного магнетронного распыления / А.И. Кашуба, Б.В. Андриевский, Г.А. Ильчук, М. Пясецкий, И.В. Семкив, Р.Ю. Петрусь // Журнал Белорусского государственного университета. Физика. – 2021. – № 2. – С. 88–95. – На англ.

11. Оптические и структурные эффекты при многоимпульсной интерференционной фемтосекундной лазерной фабрикации метаповерхностей на тонкой пленке аморфного кремния / С.И. Кудряшов, П.А. Данилов, А.П. Порфирьев, А.А. Руденко, Н.Н. Мельник, А.А. Кучмижак, О.Б. Витрик, А.А. Ионин // Письма в ЖЭТФ. – 2019. – Т. 110, № 11. – С. 759–764.

12. Shimadzu UV-2600/2700. Руководство по эксплуатации спектрофотометра УФ-видимой области фирмы «Шимадзу». – Shimadzu, 2014. – 162 с.

13. *Каленский А.В., Звеков А.А., Адуев Б.П.* Влияние температуры на спектральные зависимости оптических свойств алюминия // Оптика и спектроскопия. – 2018. – Т. 124, вып. 4 – С. 484–491.

14. *Palic E.D.* Handbook of optical constants of solids. Vol. 1. – San Diego: Academic Press, 1985. – 804 p.

15. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. – М.: Наука, 1970. – 855 с.

16. *Malitson I.H.* Interspecimen comparison of the refractive index of fused silica // Journal of the Optical Society of America. – 1965. – Vol. 55, iss. 10. – P. 1205–1209.

17. *Уханов Ю.И.* Оптические свойства полупроводников. – М.: Наука, 1977. – 366 с.

Михайленко Анастасия Валерьевна, магистрант кафедры электронных приборов Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. Основное направление научных исследований – спектроскопия, моделирование в фотонике и оптоинформатике, оптоэлектроника. Имеет 8 печатных работ. E-mail: nastyamih1999@mail.ru

Аксёнов Константин Геннадьевич, магистрант филиала МГУ в городе Сарове. Основное направление научных исследований – нелинейная оптика, лазерная техника, твердотельные и волоконные лазерные системы. Имеет 4 публикации в сборниках отечественных и международных конференций. E-mail: avmhno@gmail.ru

Кистенева Марина Григорьена, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры электронных приборов Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. Основное направление научных исследований – оптические свойства фоторефрактивных материалов. Имеет более 100 печатных работ, в том числе учебные пособия. E-mail: m-kisteneva@mail.ru

Акрестина Анна Сергеевна, доцент кафедры электронных приборов Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. Основное направле-

ние научных исследований – оптические свойства фоторефрактивных материалов. Имеет 90 печатных работ, в том числе учебные пособия. E-mail: aka_83@mail.ru

Шандаров Станислав Михайлович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры электронных приборов Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. Основное направление научных исследований – когерентная и нелинейная оптика, интегральная оптика, динамическая голография, фоторефрактивные эффекты, материалы и приборы, лазерная интерферометрия. Имеет более 500 печатных работ и учебных пособий. E-mail: stanislavshandarov@gmail.com

Mikhailenko Anastasia V., MSc student, Department of Electronic Devices, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics. Her research interests are currently focused on spectroscopy, modeling in photonics and optoinformatics, and optoelectronics. She has 8 publications. E-mail: nastyamih1999@mail.ru

Aksenov Konstantin G., MSc student at the MSU branch in the Sarov city. His research interests are nonlinear optics, laser technology, and solid and fiber laser systems. He has 4 publications in collections of domestic and international conferences. E-mail: avmhno@gmail.ru

Kisteneva Marina G, associate professor, Department of Electronic Devices, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics. Her research interests are currently focused on optical properties of photorefractive materials. She has more than 100.publications and teaching manuals. E-mail: m-kisteneva@mail.ru

Akrestina Anna S, associate professor, Department of Electronic Devices, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics. Her research interests are currently focused on optical properties of photorefractive materials. She has 90 publications and teaching manuals. E-mail: aka_83@mail.ru

Shandarov Stanislav M, professor, Department of Electronic Devices, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics. His research interests are currently focused on coherent and nonlinear optics, integrated optics, dynamic holography, photorefractive effects, materials and devices, and laser interferometry. He has more than 500 publications and teaching manuals. E-mail: stanislavshandarov@gmail.com

DOI: 10.17212/2782-2001-2023-2-89-100

Investigation of the spectral dependence of the reflection coefficient of the factory-assembled aluminum mirror for Shimadzu UV-2700 spectrophotometer[*]

A.V. MIKHAILENKO[a], *K.G. AKSENOV*[b], *M.G. KISTENEVA*[c], *A.S. AKRESTINA*[d], *S.M. SHANDAROV*[e]

Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, 40 Lenin Prospect Tomsk, 634040, Russian Federation

[a] *nastyamih1999@mail.ru* [b] *avmhno@gmail.com* [c] *m-kisteneva@mail.ru*
[d] *aka_83@mail.ru* [e] *stanislavshandarov@gmail.com*

Abstract

In this paper, we present the results of experimental investigation of the spectral dependence of the aluminum mirror reflection coefficient in the operating range of 185…900 nm. The aluminum mirror is a part of the Specular Reflectance Measurement Attachment to the Shimadzu UV-2700 spectrophotometer. We used experimental data obtained on the same spectro-

[*] *Received 16 March 2023.*

The research was carried out with the support of the Ministry of Education and Science and Higher Education of the Russian Federation within the State Assignment FEWM-2023-012 for 2023-2025.

photometer for a standard incidence angle of 5° for the reflection coefficient of a fused silicon dioxide plate as a reference sample. This is because the spectral characteristics of the optical parameters of fused silicon dioxide determined by the Sellmeier formular are well known. We used a standard quartz glass plate with a thickness of 2,2 mm and a spectrophotometer slit of 5 nm in our experiment. In this case it is possible to neglect interference effects due to multiple reflection. We found from our experimental data the spectrum of the absorption coefficient required for determining the calculated spectral dependence of its reflection coefficient in the spectrophotometer operating range. On the basis of this absorption spectrum the absolute values of the reflection coefficient of the quartz plate were calculated. This calculation was made for the normal incidence approximation and taking into account multiple reflections and dispersion of the refractive coefficient of fused quartz in accordance with the Sellmeier formula. The comparison of the spectra of calculated absolute and relative values of the reflection coefficient of the quartz plate measured on a spectrophotometer with experimental data for the reflectance of aluminum mirror made it possible to obtain the spectral dependence for the aluminum mirror for the entire operating range from 185 to 900 nm. It was found that spectral dependence of the reflection coefficient of a complete aluminum mirror was nonmonotonic. In case under consideration the deviations of its reflection coefficient from an ideal unit value do not exceed 10 % only in the spectral range from 350 to 670 nm. Thus, it is necessary to take into account the obtained spectral dependence of the reflection coefficient of the complete aluminum mirror for quantitative measurements in the entire operative range of the Shimadzu UV-2700 spectrophotometer from 185 to 900 nm.

Keywords: spectrophotometer, optical reflection and transmission, aluminum mirror, quartz glass, spectral dependence, refraction coefficient, absorption coefficient, Sellmeier equation, Shimadzu UV-2700

REFERENCES

1. Egorysheva A.V., Burkov V.I., Kargin Yu.F., Makhov V.N. [Reflection spectra of $Bi_{12}M_xO_{20\pm\delta}$ (M = Zn, Ga, Fe, [Ga,P], [Fe,P], [Zn,V]) sillenite crystals]. *Zhurnal ne-organicheskoi khimii = Russian Journal of Inorganic Chemistry*, 2005, vol. 50 (7), pp. 1132–1137. (In Russian).

2. Baryshev A.V., Ankudinov A.V., Kaplyanskii A.A., Kosobukin V.A., Limonov M.F., Samusev K.B., Usyat D.E. Opticheskaya kharakterizatsiya sinteticheskikh opalov [Optical characterization of synthetic opals]. *Fizika tverdogo tela = Physics of the Solid State*, 2002, vol. 44 (9), pp. 1573–1581.

3. Kaniber M., Schraml K., Regler A., Bartl J., Glashagen G., Flassig F., Wierzbowski J., Finley J.J. Surface plasmon resonance spectroscopy of single bowtie nano-antennas using a differential reflectivity method. *Scientific Reports*, 2016, vol. 6, art. 23203.

4. Schraml K., Spiegl M., Kammerlocher M., Bracher G., Bartl J., Campbell T., Finley J.J., Kaniber M. Optical properties and interparticle coupling of plasmonic bowtie nanoantennas on a semiconducting substrate. *Physical Review B*, 2014, vol. 90. – P. 035435.

5. Sönnichsen C., Geier S., Hecker N.E., von Plessen G., Feldmann J., Ditlbacher H., Lamprecht B., Krenn J.R., Aussenegg F.R., Chan V.Z.-H. Spectroscopy of single metallic nanoparticles using total internal reflection microscopy. *Applied Physics Letters*, 2000, vol. 77 (19), pp. 2949–2951.

6. Zayats N.S., Gentsar P.A., Boiko V.G., Litvin O.S., Vuychik N.V., Stronski A.V., Yanchuk I.B. Opticheskie svoistva plenok GaN/Al_2O_3, legirovannykh kremniem [Optical properties of GaN/Al_2O_3 films doped with silicon]. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov = Semiconductors*, 2009, vol. 43 (5), pp. 617–620. (In Russian).

7. Seredin P.V., Goloshapov D.A., Lenshin A.S., Lukin A.N., Fedyukin A.V., Arsentyev I.N., Bondarev A.D., Lubyanskiy Ya.V., Tarasov I.S. Osobennosti rosta i strukturno-spektroskopicheskie issledovaniya nanoprofilirovannykh plenok AlN, vyrashchennykh na razorientirovannykh podlozhkakh GaAs [Growth paculiarities and structural-spectroscopic studies of nanoprofiled AlN films perpared on misoriented GaAs substrates]. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov = Semiconductors*, 2016, vol. 50 (9), pp. 1283–1294. (In Russian).

8. Markov L.K., Smirnova I.P., Pavluchenko A.S., Kukushkin M.V., Zakheim D.A., Pavlov S.I. Primenenie dvukhsloinykh plenok ITO v sostave otrazhayushchikh kontaktov svetodiodov sinego i blizhnego ul'trafioletovogo diapazonov [Application of two-layers ITO films in the composition of reflective contacts in the blue and near ultraviolet LEDs]. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov = Semiconductors*, 2014, vol. 48 (12), pp. 1713–1718. (In Russian).

9. Kisteneva M.G., Akrestina A.S., Khudyakova E.S., Shcherbina V.V., Borodin M.V., Shandarov V.M., Shandarov S.M., Lisitsyn V.M., Stepanov S.A. Opticheskie i volnovodnye svoistva epitaksial'nykh struktur GaN/InGaN, vyrashchennykh na sapfirovoi podlozhke [The optical and waveguide characteristics of the epitaxial structures GaN/InGaN grown on sapphire substrate]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Fizika = Russian Physics Journal*, 2015, vol. 58 (8-3), pp. 24–27.

10. Kashuba A.I., Andriyevsky B.V., Ilchuk H.A., Piasecki M., Semkiv I.V., Petrus R.Yu. Optical properties of CdTe thin film obtained by high-frequency magnetron sputtering method. *Zhurnal Belorusskogo gosudarstvennogo universiteta. Fizika = Journal of the Belarusian State University. Physics*, 2021, no. 2, pp. 88–95.

11. Kudryashov S.I., Danilov P.A., Porfirev A.P., Rudenko A.A., Melnik N.N., Kuchmizhak A.A., Vitrik O.B., Ionin A.A. Opticheskie i strukturnye effekty pri mnogoimpul'snoi interferentsionnoi femtosekundnoi lazernoi fabrikatsii metapoverkhnostei na tonkoi plenke amorfnogo kremniya [Optical and structural phenomena at multipulse interference femtosecond laser fabrication of metasurfaces on a thin film of amorphous silicon]. *Pis'ma v Zhurnal teoreticheskoi i eksperimental'noi fiziki = JETP Letters*, 2019, vol. 110 (11), pp. 759–764. (In Russian).

12. *Shimadzu UV-2600/2700*. Shimadzu, 2014. 162 p.

13. Kalenskii A.V., Zvekov A.A., Aduev B.P. Vliyanie temperatury na spektral'nye zavisimosti opticheskikh svoistv alyuminiya [The influence of temperature on the spectral dependence of aluminum's optical properties]. *Optika i spektroskopiya = Optics and Spectroscopy*, 2018, vol. 124 (4), pp. 484–491.

14. Palic E.D. *Handbook of optical constants of solids*. Vol. 1. San Diego, Academic Press, 1985. 804 p.

15. Born M., Wolf E. *Osnovy optiki* [Principles of optics]. Moscow, Nauka Publ., 1970. 855 p. (In Russian).

16. Malitson I.H. Interspecimen comparison of the refractive index of fused silica. *Journal of the Optical Society of America*, 1965, vol. 55 (10), pp. 1205–1209.

17. Ukhanov Yu.I. *Opticheskie svoistva poluprovodnikov* [Optical properties of semiconductors]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 366 p.

Для цитирования:

Измерения спектральной зависимости коэффициента отражения комплектного алюминиевого зеркала спектрофотометра Shimadzu UV-2700 / А.В. Михайленко, К.Г. Аксёнов, М.Г. Кистенева, А.С. Акрестина, С.М. Шандаров // Системы анализа и обработки данных. – 2023. – № 2 (90). – С. 89–100. – DOI: 10.17212/2782-2001-2023-2-89-100.

For citation:

Mikhailenko A.V., Aksenov K.G., Kisteneva M.G., Akrestina A.S., Shandarov S.M. Izmereniya spektral'noi zavisimosti koeffitsienta otrazheniya komplektnogo alyuminievogo zerkala spektrofotometra Shimadzu UV-2700 [Investigation of the spectral dependence of the reflection coefficient of the factory-assembled aluminum mirror for Shimadzu UV-2700 spectrophotometer]. *Sistemy analiza i obrabotki dannykh = Analysis and Data Processing Systems*, 2023, no. 2 (90), pp. 89–100. DOI: 10.17212/2782-2001-2023-2-89-100.

Правила для авторов

Журнал «Научный вестник НГТУ» основан в 1995 году на базе Новосибирского государственного технического университета. Печатная версия журнала зарегистрирована в Министерстве РФ по делам печати, телевещания и средств массовых коммуникаций в 2000 году. Свидетельство о регистрации ПИ № 77-1599 от 10.02.2000. Периодичность выхода издания – один раз в три месяца (четыре номера в год). В 2021 году был переименован в «Системы анализа и обработки данных». Научно-технические статьи, направленные в адрес журнала, проходят рецензирование и редактирование.

В журнале «Системы анализа и обработки данных» публикуются оригинальные статьи по следующим группам специальностей:

1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (технические науки), *ранее* 05.13.18;

2.2.6 – Оптические и оптико-электронные приборы и комплексы (технические науки), *ранее* 05.11.07;

2.2.11 – Информационно-измерительные и управляющие системы (технические науки), *ранее* 05.11.16;

2.2.12 – Приборы, системы и изделия медицинского назначения (технические науки), *ранее* 05.11.17;

2.3.1 – Системный анализ, управление и обработка информации, статистика (технические науки), *ранее* 05.13.01;

2.3.5 – Математическое и программное обеспечение вычислительных систем, комплексов и компьютерных сетей (технические науки), *ранее* 05.13.11.

Разделы журнала: информационные технологии и телекоммуникации; компьютерные науки и информатика; электроника, фотоника, приборостроение и связь.

Рекомендуемый объем статьи 10–16 страниц. Статьи объемом, не превышающим 8 страниц, могут быть размещены в разделе «Краткие сообщения». Возможна публикация дискуссионного материала в разделе «Дискуссии». В информационном разделе возможно размещение сообщений о состоявшихся и планируемых конференциях, семинарах и симпозиумах, сведений о факультетах и специальностях, научных разработках и научных школах. Статьи обзорного характера, как правило, не публикуются.

Website: http://journals.nstu.ru/vestnik

Условия приема статей

В редакцию журнала представляются следующие материалы.

1. Статья, подготовленная в соответствии с правилами оформления, – печатная версия, два экземпляра, подписанных авторами.

2. Контактная информация (телефоны рабочий и сотовый, адреса электронной почты, место работы, адрес места работы, должность, ученая степень, ученое звание автора, ORCID) – печатная версия, два экземпляра.

3. Описание статьи для базы данных «Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)», подготовленное в соответствии с правилами оформления, – печатная версия, один экземпляр.

4. Лицензионный договор, заполненный и подписанный, отправляется со всем пакетом документов; сканированный заполненный договор записывается на диск.

5. Электронная версия статьи, контактной информации, описания статьи для базы данных РИНЦ и сканированный лицензионный договор – в отдельных файлах на CD.

6. Экспертное заключение о возможности опубликования.

Плата за публикацию рукописей не взимается.

Требования к оформлению статьи

Формат оригинала **– А4**. Шрифт **– Times New Roman**. Текст набирается в русифицированном редакторе **Microsoft Word**. Параметры страницы (см):

левое поле – 3,3 верхнее поле – 4,0

правое поле – 3,3 нижнее поле – 3,9.

текстовое поле 22 × 14,4

Межстрочные интервалы одинарные. Перед УДК оставляется четыре пустые строки размером 12. УДК набирается прописными буквами кеглем 8. После УДК перед заголовком оставляется пустая строка размером 8. Название статьи набирается кеглем 14 полужирным строчным шрифтом с отступом слева 1,8 см, без переносов слов, с выравниванием влево. После заголовка оставляется пустая строка размером 12. Фамилии автора – прописным шрифтом кеглем 8. После фамилий оставляется пустая строка размером 7. Указатель сноски * после названия статьи устанавливается в верхнем индексе. В сноске дата поступления статьи указывается курсивным шрифтом кеглем 8. После ФИО авторов статьи набирается аннотация кеглем 8 с отступом первой строки на 0,8 см, межстрочный интервал с множителем 1,1. После аннотации оставляется пустая строка размером 4. **Ключевые слова** – кеглем 8.

Заголовки разделов обязательны (например, **Введение**, **Постановка задачи**, **Методы анализа**, **Основной результат**, **Выводы** или **Заключение**), набираются прописным полужирным прямым шрифтом кеглем 8 с отступом 1,8 см. Перед ними оставляется пустая строка размером 20, после них – пустая строка размером 10. Основной текст – кеглем 10.

Подзаголовки – прописным полужирным шрифтом кеглем 8 с отступом 1,8 см. Перед ними и после них – пустая строка размером 10.

Рисунки представляются в **Corel Draw 11** или **Microsoft Word (RUS)**. Рисунки в других редакторах не принимаются. Слово *Рис*. и его номер выделяются курсивом. Рисунки должны быть черно-белыми, в описании не должно быть ссылок на цвет.

Рисунки и таблицы нумеруются арабскими цифрами по порядку упоминания их в тексте. После номера должно следовать название **на русском и английском языках**. Подрисуночные подписи и названия таблиц – кеглем 9.

Все графы в таблицах должны иметь заголовки и разделяться вертикальными линиями. В головке таблицы по возможности указываются буквенные обозначения параметров и их единицы измерения.

Переменные в тексте набираются курсивным шрифтом кеглем 10. При написании формул использовать MathType версии не выше 6.0C. Формулы набирать по центру кеглем 11, надстрочные и подстрочные индексы – кеглем 9, знаки – кеглем 14 (латинские буквы – курсивным шрифтом, русские и греческие – прямым, цифры – прямым).

Например:

$$A(s) = \sum_{i=0}^{n^2+3} A_i s \lambda^{(i+1)^2} + \alpha .$$

Между текстом и формулами, а также между формулами оставляются пустые строки размером 4. Формулы не сжимать. Нумерацию формул указывать справа кеглем 10. Например:

$$D_f = D_c D + N_c N. \qquad (1)$$

Нумерация страниц осуществляется следующим образом: Вставка / Номера страниц...; установить **положение** «вверху страницы», **выравнивание** – «снаружи», без нумерации первой страницы.

Колонтитулы устанавливаются вверху (с отступом от верхнего края страницы 3 см). Чтобы колонтитулы на четной, нечетной и первой страницах отличались, нужно установить: Файл / Параметры страницы / Разметка; установить **разные четные и нечетные** и **первая отличается**.

Колонтитулы на четных страницах. Вид / Колонтитулы; набираются курсивным прописным шрифтом кеглем 8. Фамилия автора с инициалами впереди у правого края без отступа. Если авторов несколько, то указываются только два первых, далее «и др.».

Колонтитулы на нечетных страницах. Названия статьи с прописной буквы курсивным шрифтом кеглем 8, номера страниц – кеглем 10.

Перед списком литературы пустая строка размером 20. Заголовок «Список литературы» – кеглем 8 прописным полужирным шрифтом с отступом 1,8 см. После списка литературы пустая строка размером 10. Порядковый номер с красной строки кеглем 8 с интервалом 1,1. Фамилии и инициалы – кеглем 8 полужирным строчным шрифтом, название статьи (книги) – светлым тем же шрифтом. Оформление библиографического списка по ГОСТ Р.7.0.5–2008. Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления. – М.: Стандартинформ, 2008. – 19 с.

После списка литературы идет пустая строка размером 24. Далее приводятся краткие сведения об авторах кеглем 8 с интервалом 1,1 и отступом от левого края 1 см. Фамилия, имя, отчество – с красной строки курсивом. Последующий текст (ученая степень, ученое звание, членство в академиях и т. д.; основное направление научных исследований; количество имеющихся публикаций, в том числе монографий, учебных пособий; e-mail, рабочий телефон) – прямым шрифтом. **Информация предоставляется на русском и английском языках**.

Далее дается перевод на английский язык фамилии, имени, отчества автора и названия статьи, а также реферата и ключевых слов (обязательно).

Исправления, вносимые автором, при доработке статьи **выделять** желтым цветом.

Требования к оформлению РИНЦ

В описании статьи должна быть указана следующая информация.

1. Номера страниц, на которых размещена статья в сборнике.
2. Коды: УДК, и / или ББК, и / или DOI, и / или других классификационных индексов или систем регистрации.
3. Название статьи.
4. Фамилия, имя, отчество авторов.
5. Место работы каждого автора в именительном падеже. Указать должность автора по основному месту работы.
6. Контактная информация (почтовый адрес места работы, номер телефона, адрес электронной почты – обязательно).
7. Аннотация (не менее 320 и не более 640 знаков).
8. Ключевые слова: каждое слово или словосочетание отделяется от другого запятой (10–20 слов).
9. Пункты 3–8 на английском языке.
10. Список литературы.

Образец оформления приведен на сайте http://journal.nstu.ru/vestnik.