
СИСТЕМЫ АНАЛИЗА И ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

ISSN 2782-2001

№ 3 (95)

2024

УДК 681.51(06)
С 409

Учредитель

ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный технический университет»

Редакционная коллегия

Главный редактор

Лемешко Борис Юрьевич, д-р техн. наук, проф., НГТУ, г. Новосибирск

Заместители главного редактора

Вострецов Алексей Геннадьевич, д-р техн. наук, проф., НГТУ, г. Новосибирск

Шокин Юрий Иванович, академик, д-р физ.-мат. наук, проф., Институт вычислительных технологий СО РАН, г. Новосибирск

Ответственный секретарь

Воевода Александр Александрович, д-р техн. наук, проф., НГТУ, г. Новосибирск

Члены редколлегии

Володин Андрей Игоревич, канд. физ.-мат. наук, доктор философии по статистике Университета Регины, проф., Канада

Воронин Владимир Викторович, д-р техн. наук, доцент, ТОГУ, г. Хабаровск

Гайдук Анатолий Романович, д-р техн. наук, проф., ЮФУ, г. Таганрог

Генералов Владимир Михайлович, д-р техн. наук, ФБУН ГНЦ ВБ «Вектор» Роспотребнадзора, г. Новосибирск

Григорьев Юрий Дмитриевич, д-р техн. наук, проф., СПбГЭТУ «ЛЭТИ», г. Санкт-Петербург

Гриф Михаил Геннадьевич, д-р техн. наук, проф., НГТУ, г. Новосибирск

Дмитриев Александр Капитонович, д-р физ.-мат. наук, НГТУ, г. Новосибирск

Комаров Андрей Константинович, д-р физ.-мат. наук, проф., Институт автоматизации и электрометрии СО РАН, г. Новосибирск

Крюков Андрей Васильевич, д-р техн. наук, проф., ИрГУПС, г. Иркутск

Лисицына Лилия Ивановна, д-р техн. наук, проф., НГТУ, г. Новосибирск

Наумова Елена Николаевна, д-р техн. наук, проф., Университет Тафтса, США

Носек Ярослав, д-р техн. наук, проф., Технический университет Либерец, Чехия

Ронжин Андрей Леонидович, д-р техн. наук, проф., СПб ФИЦ РАН, г. Санкт-Петербург

Рубан Анатолий Иванович, д-р техн. наук, проф., СФУ, г. Красноярск

Сидоров Денис Николаевич, д-р физ.-мат. наук, проф., Институт систем энергетики им. Мелентьева СО РАН, г. Иркутск

Уранчимэг Тудеадагва, д-р техн. наук, проф., Хемницкий технический университет, Германия

Фомин Василий Михайлович, д-р физ.-мат. наук, проф., Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, г. Новосибирск

Хабаров Валерий Иванович, д-р техн. наук, проф., СГУПС, г. Новосибирск

Ханова Анна Алексеевна, д-р техн. наук, проф., АГТУ, г. Астрахань

Хлебников Михаил Владимирович, д-р физ.-мат. наук, ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва

Шандаров Станислав Михайлович, д-р физ.-мат. наук, проф., ТУСУР, г. Томск

Адрес редакции и издателя: 630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20, корп. 7, комн. 409, 417

Тел. (383) 346-56-88, тел., факс (383) 344-49-98

E-mail: nauchvest@corp.nstu.ru

Web Site: <http://journals.nstu.ru/vestnik/>

16+

Индекс: 82962 («РОСПЕЧАТЬ»)

УДК 681.51(06)

© Коллектив авторов, 2024

© Новосибирский государственный
технический университет, 2024

СИСТЕМЫ АНАЛИЗА И ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

ISSN 2782-2001

№ 3 (95)

2024

СОДЕРЖАНИЕ

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

Булыгин А.О. Метод динамической оценки утомления оператора ПК на основе характеристик глазных движений	7
Воевода А.А., Шипагин В.И. Синтез нейрорегулятора для системы, содержащей существенно нелинейный блок	25
Глеклер Э.В. Анализ электрической активности различных областей головного мозга для оценки различий функциональных состояний человека	39
Лемешко Б.Ю., Лемешко С.Б., Лоточ Е.Ю. Применение параметрических критериев однородности дисперсий в условиях нарушения стандартных предположений	55
Романок В.Р. Метод предсказания глазодвигательной активности на основе интеллектуального анализа данных мобильного портативного электроэнцефалографа.....	77
Правила для авторов.....	90

Корректор *Л.Н. Кинит*
Компьютерная верстка *С.И. Ткачева*

Новосибирский государственный технический университет
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции
Издание соответствует коду 95 2000 ОК 005-93 (ОКП)

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи,
информационных технологий и массовых коммуникаций. Свидетельство о регистрации
средства массовой информации ПИ № ФС77-76010 от 03 июля 2019 г.

Периодичность издания – 4 номера в год.

Подписано в печать 23.12.2024. Выход в свет 26.12.2024.

Формат 70 × 108 1/16. Бумага офсетная. Тираж 300 экземпляров.
Уч.-изд. л. 8,05. Печатных листов 5,75. Издательский № 205. Заказ № 23
Цена свободная

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20

ANALYSIS AND DATA PROCESSING SYSTEMS

ISSN 2782-2001

№ 3 (95)

2024

УДК 681.51(06)
C 409

Journal was established by
Novosibirsk State Technical University
Editorial board

Chief editor

Lemeshko B. Yu., D.Sc. (Eng.), Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, RF

Deputy chief editor

Vostretsov A. G., D.Sc. (Eng.), Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, RF

Shokin Yu. I., D.Sc. (Phys. & Math.), Institute of Computational Technologies, Novosibirsk, RF

Executive Secretary

Voevoda A. A., D.Sc. (Eng.), Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, RF

The members of the editorial Board

Volodin A. I., D.Sc. (Phys. & Math.), Doctor of Philosophy in Statistics from the University of Regina, Professor of Statistics University of Regina, Canada

Voronin V. V., D.Sc. (Eng.), Pacific national University, Khabarovsk, RF

Gaiduk A. R., D.Sc. (Eng.), Southern Federal University, Taganrog, RF

Generalov V. M., D.Sc. (Eng.), FBUN GNTS VB «Vektor» Rospotrebnadzora, Novosibirsk, RF

Grigor'ev Yu. D., D.Sc. (Eng.), Saint-Petersburg Electrotechnical University "LETI", Saint-Petersburg, RF

Grif M. G., D.Sc. (Eng.), Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, RF

Dmitriev A. K., D.Sc. (Phys. & Math.), Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, RF

Komarov A. K., D.Sc. (Phys. & Math.), Institute of Automation and Electrometry SB RAS, Novosibirsk, RF

Kryukov A. V., D.Sc. (Eng.), Irkutsk State Transport University, Irkutsk, RF

Lisitsina L. I., D.Sc. (Eng.), Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, RF

Naumova E. N., PhD. (Math.), Tufts University, USA

Nosek J., D.Sc. (Eng.), Technical University of Liberec, Czech Republic

Ronzhin A. L., D.Sc. (Eng.), Federal Research Center Russian Academy of sciences, Saint-Petersburg, RF

Ruban A. I., D.Sc. (Eng.), Siberian Federal University, Krasnoyarsk, RF

Sidorov D. N., D.Sc. (Phys. & Math.), Melentiev Energy Systems Institute, Irkutsk, RF

Uranchimeg T., D.Sc. (Eng.), Technische Universität Chemnitz, Germany

Fomin V. M., D.Sc. (Phys. & Math.), Khristianovich Institut of theoretical and applied mechanics SB RAS, Novosibirsk, RF

Khabarov V. I., D.Sc. (Eng.), Siberian Transport University, Novosibirsk, RF

Khanova A. A., D.Sc. (Eng.), Astrakhan State Technical University, Astrakhan, RF

Khlebnikov M. V., D.Sc. (Phys. & Math.), Institute of Control Sciences, Moscow, RF

Shandarov S. M., D.Sc. (Phys. & Math.), Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Tomsk, RF

Editorial Adress: 20 K. Marx Prospekt, building 7, rooms 409 and 417, Novosibirsk, 630073

Tel. (383) 346-56-88, Fax (383) 344-49-98

E-mail: nauchvest@corp.nstu.ru

Web Site: <http://journals.nstu.ru/vestnik/>

УДК 681.51(06)

© Authors, 2024

© Novosibirsk State Technical University, 2024

ANALYSIS AND DATA PROCESSING SYSTEMS

ISSN 2782-2001

№ 3 (95)

2024

CONTENTS

INFORMATION TECHNOLOGIES AND TELECOMMUNICATIONS

Bulygin A.O. The method of dynamic detection of PC operator fatigue based on eye movement characteristics.....	7
Voevoda A.A., Shipagin V.I. Synthesis of a neurocontroller for a system containing an essentially nonlinear block.....	25
Glekler E.V. Analysis of the electrical activity in various brain regions for assessing differences in human functional states	39
Lemeshko B.Yu., Lemeshko S.B., Lotoch E.Yu. Application of parametric criteria for homogeneity of variances under conditions of standard assumption violation	55
Romanyuk V.R. Method for predicting eye movement activity based on intelligent data analysis from a mobile portable electroencephalograph.....	77
Rules for authors	90

Editor *L.N. Kinsht*
Computer imposition *S.I. Tkacheva*

Novosibirsk State Technical University
20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation

The journal is registered in the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology,
and Mass Media. The certificate of registration of mass media ПИ № ФС77-76010 dated July 03, 2019.

Publication frequency – 4 numbers a year.

Signed in print December 23, 2024.

Date of publication December 26, 2024. Format 70 × 108 1/16

Offset Paper. Circulation is 300 copies. Educational-ed. liter. 8,05. Printed pages 5,75.

Publishing number 205. Order number 23

It is printed in printing house of Novosibirsk State Technical University
20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073

Метод динамической оценки утомления оператора ПК на основе характеристик глазных движений*

А.О. БУЛЫГИН

199178, РФ, г. Санкт-Петербург, 14-я лин. В. О., Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Санкт-Петербургский федеральный исследовательский центр Российской академии наук» (СПб ФИЦ РАН)

alexandr_bulygin@mail.ru

Наступление утомления опасно в сферах деятельности, требующих высокой концентрации внимания человека, например авиадиспетчеров, операторов атомных станций и т. д. Необходимо отметить, что данные виды деятельности характеризуются тем, что большую часть времени работник сидит на рабочем месте и его взгляд направлен в монитор. В статье представлен метод динамической оценки утомления оператора ПК на основе характеристик глазных движений. Метод динамической оценки утомления реализует сценарий обучения модели определения утомления и сценарий определения утомления. В рамках сценария обучения выполняется вычисление характеристик глазных движений и поиск корреляций с результатами тестов о степени утомления. В рамках сценария определения утомления выбираются характеристики глазных движений, которые наиболее сильно коррелируют с утомлением. Также эти характеристики можно разделить по типам физических событий, на которых они основаны. Можно выделить скоростные, временные, количественные, размерные, процентные, частотные и характеристики отношения. Для поиска корреляций между характеристиками глазных движений и утомлением был проанализирован набор данных глазных движений и результаты тестов и опросников, таких как тест СЗМР, тест «Кольца Ландольта», опросник Visual Analogue Scale to Evaluate Fatigue Severity (VAS-F). Набор данных состоит из записей координат взгляда 15 участников, выполняющих функции оператора ПК. Для определения степени утомления участник заполнял опросник VAS-F. Корректирующая проба «Кольца Ландольта» – тест, используемый для измерения концентрации внимания. Размеченный набор данных используется для обучения модели машинного обучения, которая определяет, утомлен или не утомлен оператор ПК. Результаты экспериментов показали, что использование выбранных в рамках исследования характеристик дало наиболее многообещающие результаты. Этот подход позволил добиться самых высоких показателей F -меры и наилучшей средней точности, что говорит об общей надежности модели.

Ключевые слова: окулограф, глазные движения, характеристики глазных движений, утомление, определение утомления, опросник, тест, корреляция с утомлением

* Статья получена 06 марта 2024 г.

ВВЕДЕНИЕ

Снижение работоспособности, связанное с утомлением, сопровождается потерей внимания и замедлением времени реакции, ростом количества ошибок. Подобные ошибки часто приводят к катастрофическим последствиям в работе представителей различных профессий: авиадиспетчеров, операторов атомных станций, водителей судов, самолетов, железнодорожных составов, грузового, общественного и личного автотранспорта. Быстрое выявление симптомов утомления является главным принципом недопущения негативных последствий.

Операторы АЭС работают бригадами в большом пультовом помещении, где размещаются сотни приборов, экранов и индикаторов. Рабочее место авиадиспетчера располагается в башне, расположенной рядом со зданием аэропорта. Рабочие места авиадиспетчеров внутри башни располагаются по кругу и представляют собой столы, на которых стоят мониторы. Профессия оператора ПК главным образом связана с работой на компьютере. Оператор ПК занимается набором текста, обработкой информации, составлением таблиц, форматированием документов и т. д. Таким образом, работник сидит на рабочем месте, и его взгляд направлен в монитор. Следовательно, может быть разработан единый метод определения утомления для такого вида деятельности.

Характеристики глазных движений дают возможность оценить когнитивные процессы, например принятие решений, концентрацию внимания. Характеристики глазных движений, такие как саккады, моргания, фиксации, задействуют различные нейронные цепи, связанные с обработкой зрительно-моторной информации. Предполагается, что пиковая скорость саккад, продолжительность саккад, продолжительность фиксации, продолжительность морганий, частота морганий и диапазон расширения зрачка могут быть чувствительными к изменению умственной нагрузки и утомлению. Например, пиковая скорость саккад, продолжительность саккад, продолжительность фиксации, продолжительность моргания, частота моргания и диаметр зрачка могут отражать изменение степени утомления [1].

В настоящей работе использовался набор данных, состоящий из глазодвигательной активности операторов ПК и соответствующих ей тестов на сложную зрительно-моторную реакцию (СЗМР), а также психологические опросники его состояния. В результате проведения эксперимента была выполнена запись следующих параметров оператора: глазодвигательная активность, СЗМР, а также психологические опросники его состояния. Разработанный метод динамической оценки утомления оператора ПК состоит из сценария обучения и сценария определения утомления. Сценарий обучения предназначен для обучения модели машинного обучения. Результатом работы сценария определения утомления является оценка утомления оператора ПК.

Сначала выполняется расчет таких характеристик движения взгляда, как скоростные, временные и количественные, характеристики длины саккады, характеристики кривизны траектории движения взгляда, доля характеристик от общего числа. Выполняется оценка утомления на основе таких тестов, как сложная зрительно-моторная реакция, тест «Кольца Ландольта», опросник о степени утомления VAS-F. Затем выполняется поиск корреляций между

характеристиками глазных движений и оценками утомления на основе тестов. Далее на основе корреляций эксперты выбирают характеристики для обучения модели машинного обучения. Обученная модель использует архитектуру модели машинного обучения, которая содержит такие классификаторы, как случайный лес, дерево решений, многослойный перцептрон. И, наконец, используя обученную модель, вычислитель определяет утомления. Также этот метод отличается определением характеристик глазных движений, наиболее точно коррелирующих с эталонными значениями утомления оператора.

1. ОБЗОР СУЩЕСТВУЮЩИХ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УТОМЛЕНИЯ

Глазные движения могут свидетельствовать о наступлении сонливости и утомления. Характеристики глазных движений вычисляются из таких базовых понятий, как фиксация и саккада. Саккады – это быстрые движения глаз, обычно возникающие при переориентации взгляда на новую цель. Скорость движения глаз часто превышает 500 град/с, средняя продолжительность составляет от 20 до 40 мс [2]. Фиксации соответствуют временным интервалам, когда субъект смотрит на определенную точку, обычно на объект интереса. Их продолжительность обычно составляет от 200 до 500 мс, в среднем около 300 мс [2].

Один из способов детекции утомления с использованием окуломоторных движений основан на анализе пиковых значений ускорения зрачков. В [3] исследовались показатели утомленных и бодрых водителей такси. Количество пиковых значений у утомленных водителей было на 62 % больше, чем у бодрых. Для того чтобы сделать свой алгоритм подходящим для обработки сигнала в реальном времени, авторы применили z-оценку, которая позволяет адаптивно обнаруживать пиковые значения. При помощи такой оценки подсчет пиковых значений получается более точным, разница между их количеством у утомленного водителя больше в два раза, чем у бодрого. Энергичный человек совершает больше движений глаз по сравнению с утомленным человеком в той же тестовой среде.

Пиковая скорость саккад – это показатель, который снижается в связи с увеличением уровня утомления. В работе [4] по детекции утомления поместили участников в виртуальную среду, имитирующую вождение автомобиля в течение двух часов. До и после сессии вождения автомобиля, а также после небольшого перерыва участники проходили тест контролируемой фиксации. В результате анализа саккад авторы выявили следующее: рост продолжительности и падение пиковой скорости; 15-минутный перерыв после нагрузочного задания недостаточен для восстановления организма и возврата к исходному уровню утомления; на степень усталости и снижение скорости саккад, кроме сложности задания, влияет его продолжительность [5]. Для проверки этого предположения авторы провели эксперимент, тестируя хирургов до и после 45-минутной операции. Участникам было необходимо сфокусироваться на целевых символах в разных частях экрана [6]. Снижение максимальной скорости саккады по отношению к ее длине описано в работе [7] о детекции утомления во время совершения полета. Значение этого показателя стало ниже на 3 %.

Снижение средней и пиковой скорости саккад хорошо изучено в условиях депривации сна [8].

В работе [9] измерялись максимальная скорость и длина саккад во время прохождения теста на СЗМР. В результате оказалось, что значения максимальной скорости падают, а амплитуды растут, что не соответствует результатам, описанным в работе [10]. Это может быть связано с разными подходами к измерению амплитуды саккады. В работе [11] авторы отмечают снижение скорости ответа по сравнению с возрастанием значения пиковой скорости саккад и, кроме того, уменьшение времени реакции по мере увеличения умственной усталости.

В работе [12] были проведены два эксперимента с использованием следующих типов заданий: контролируемая взглядом саккадная задача и антисаккадная задача с использованием эмоциональных аудиальных стимулов. Для определения утомления применялись скоростные характеристики саккад. После анализа данных были получены следующие результаты: во время выполнения *time on task* (TOT) максимальная скорость саккад уменьшалась, так как этот параметр чувствителен к уровню возбуждения.

Такие параметры, как частота и длительность морганий, часто фигурируют в изучении связи окулоmotorных событий с утомлением. В работе [13] говорится, что во множестве исследований отражено возрастание значений этих параметров при утомлении.

В работе [14] описано изменение нейрофизиологических показателей для оценки умственной нагрузки и утомления. Происходит уменьшение продолжительности и частоты морганий с увеличением сложности задачи. Это связано с тем, что сложное задание требует большего внимания и приводит к сокращению времени с закрытыми глазами.

В [15] представлено исследование утомления у молодых и пожилых людей. Получены следующие результаты: частота и длительность морганий увеличились при выполнении TOT. Изменение частоты морганий связано с изменением уровня внимания. При изучении трех типов продолжительности фиксации (<150 мс, 150...900 мс, > 900 мс) продолжительность фиксации средней длительности растет в связи с утомлением. Диапазон изменения диаметра зрачка также увеличился в ходе выполнения задания, так как происходит увеличение затрачиваемых сил [15]. Максимальная скорость саккад и их продолжительность снижаются по мере прохождения эксперимента [15].

В работе [16] рассматривается изменение внимания вследствие утомления. Использовался тест *N-back* с дистракторами в виде лиц. Количество времени, зафиксированного за пределами экрана, стало значительно выше в конце эксперимента. При изменении вознаграждения участников за участие в эксперименте этот эффект стал меньше. Это говорит о том, что повышение степени утомления не всегда сопровождается снижением внимания к заданию и повышению внимания к дистракторам в виде лиц. Диаметр зрачка значительно уменьшался к концу выполнения теста и увеличивался после смены мотивации.

В работе [17] об определении утомления по характеристикам глазных движений у солдат в полевых условиях авторы выделяют ряд параметров и их изменения в связи с утомлением. Частота и продолжительность морганий увеличиваются, а интервал между морганиями уменьшается. Однако частота моргания в какой-то момент достигает максимального значения, а значение

утомления может продолжать расти. Длительность морганий является широко применяемым параметром для определения утомления.

В [18] проводилось исследование поведения операторов экскаватора с использованием окулографа, камеры сцены и двух камер для наблюдения за глазами. В качестве задания применялся симулятор управления экскаватором. Для достижения состояния утомления каждый участник выполнял задание *time on operating* (ТОО). Длительность всего эксперимента составила 100 минут, включая тренировку, 5 тестов ТОО и перерыв. Главной частью эксперимента было выполнение повседневных задач оператора экскаватора, оставшаяся часть занимал тест *hazard detection task* (НДТ), который требовал от участников реакции на визуальный стимул для выявления опасного поведения. Этот тест заключался в определении по зеркалам заднего вида уровня опасности местоположения человека. Для определения утомления были выбраны следующие параметры: частота и длительность моргания, размер зрачка, направление взгляда. Результаты анализа показали увеличение частоты морганий, уменьшение диаметра зрачка и снижение внимания оператора.

Таким образом, разработка метода для динамического определения функционального состояния утомления является чрезвычайно важной задачей в современном мире. Методы определения утомления по глазным движениям применяются в различных сферах человеческой деятельности, однако на данный момент не существует метода, который позволял бы в реальном времени и с высокой точностью определять утомление на основе движений глаз. Требуется разработка метода динамической оценки утомления оператора ПК с использованием среднескоростных трекеров глаз, позволяющего определить значимые характеристики движения взгляда и осуществить их интеллектуальный анализ.

2. НАБОР ДАННЫХ ГЛАЗНЫХ ДВИЖЕНИЙ

При разработке сессии использовались две разные по стилю реагирования группы заданий – пассивные и активные, оценивающие вовлеченность, степень внимания (чтение текста) и требующие скоординированного моторного ответа: СЗМР, корректурная проба «Кольца Ландольта», игра «Тетрис». В качестве задания, воспроизводящего естественную и каждодневную деятельность оператора, использовалось задание на чтение текста научного стиля. Размер одной экспериментальной сессии составляет 60 минут. В связи с тем, что оператор в начале и в конце записи сессии будет иметь разную степень утомления, тест СЗМР проводился в начале и в конце экспериментальной сессии.

Регистрация СЗМР выполнялась программно при предъявлении целевого стимула (красного круга) и дистрактора (зеленого круга). Задача участника эксперимента заключается в том, чтобы нажать кнопку при появлении целевого стимула. Количество проб – 70. Регистрируются следующие параметры: среднее значение времени реакции, стандартное отклонение и количество ошибок. Чтение текста научного стиля выступает в роли контрольного и нагрузочного статического условия. Статьи и книги по интересующей участника тематике были опубликованы в рецензируемых журналах и найдены через индексированную базу данных. В течение 15 минут участник читает текст с монитора. Корректурная проба «Кольца Ландольта» – тест, используемый для

измерения остроты зрения, состоящий из стимулов в виде неполного кольца [19]. Размер предъявляемой таблицы – 30×30 , на прохождение теста отведено 5 минут. Регистрируются следующие параметры: затраченное время, количество целевых стимулов, количество обнаруженных символов, количество пропущенных символов, количество ошибок. Эти параметры позволяют рассчитать коэффициент умственной работоспособности. Игра «Тетрис» выступает в роли контрольного и нагрузочного динамического условия. На протяжении 15 минут участник играет в классический вид игры «Тетрис», используя клавиатуру [20].

Таким образом, экспериментальная сессия состоит из следующих этапов:

- 1) заполнение опросника VAS-F;
- 2) тест СЗМР (активное задание);
- 3) чтение текста научного стиля (пассивное задание);
- 4) корректурная проба «Кольца Ландольта» (активное задание);
- 5) тест «Игра в тетрис» (активное задание);
- 6) тест СЗМР (активное задание).

Во время выполнения каждого задания осуществляется запись глазных движений. Запись останавливалась после выполнения задания. На рис. 1 представлена последовательность заданий в одной сессии. Общая продолжительность такой записи составляет один час.



Рис. 1. Хронология одной записи

Fig. 1. The timeline of a one recording

В течение одного дня участник выполняет 3 сессии записи, перед каждой сессией заполняет опросник VAS-F. Участникам нужно было записать набор данных за 8 дней. Набор каждого участника состоит из записей как минимум одного дня. В экспериментах по формированию набора данных [21] приняли участие 15 человек, в сумме получено 192 часа записи.

3. МЕТОД ДИНАМИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ УТОМЛЕНИЯ ОПЕРАТОРА ПК

На рис. 2 представлен разработанный метод динамической оценки утомления оператора ПК. Этот метод состоит из сценария обучения и сценария определения утомления. Сценарий обучения предназначен для машинного

обучения. Результатом работы сценария определения утомления является оценка утомления оператора ПК.

Сценарий обучения начинается с вычисления характеристик глазных движений по координатам взгляда [21]. В результате получают скоростные характеристики, временные характеристики, доля характеристик от общего числа, количественные характеристики, характеристики длины саккады и характеристики кривизны траектории движения взгляда. Затем выполняется поиск корреляций между характеристиками глазных движений и оценками утомления на основе результатов теста СЗМР, теста «Кольца Ландольта» и опросника VAS-F.

Далее начинается сценарий определения утомления. Выбираются характеристики с наибольшими значениями корреляции и соответствующие требованиям экспертов. Из модулей «Выбранные характеристики» и «Координаты взгляда» формируется модуль «Размеченный набор данных», содержащий модули «Размеченные координаты взгляда» и «Рассчитанные характеристики». Архитектура модели машинного обучения содержит такие классификаторы, как случайный лес, дерево решений, многослойный персептрон. На основе архитектуры строится обученная модель, которая содержит один из трех классификаторов с весами. Таким образом, модуль «Размеченный набор данных» передается в модуль «Обученная модель». И модуль «Вычислитель», используя модули «Обученная модель» и «Размеченный набор данных», определяет, утомлен или не утомлен оператор ПК.



Рис. 2. Метод динамической оценки утомления оператора ПК

Fig. 2. Method of dynamic assesment of PC operator fatigue

Скоростные характеристики показывают, как быстро перемещается взгляд. Временные характеристики показывают длительность фиксации и саккад разных видов (например, сколько времени взгляд находился внутри области фиксации короче 150 мс, сколько времени длилась саккада). Долевые характеристики показывают долю характеристик от общего числа (например, процент фиксации короче 150 мс от общего числа фиксации). Количественные характеристики показывают число фиксации и саккад определенного типа

(например, число саккад с амплитудой менее 6 угловых градусов). Характеристики длины саккады показывают среднюю, минимальную и максимальную длину саккады. Характеристики кривизны траектории движения взгляда показывают отношение пути, пройденного взглядом, к перемещению взгляда.

Указанные ниже характеристики глазных движений выбраны экспертами на основе анализа таблицы корреляции значений соответствующих параметров движений, представленных на рис. 3, и теста умственной работоспособности (тест «Кольца Ландольта»), результатов VAS-F, значений СЗМР:

- средняя кривизна траектории движения взгляда;
- минимальная кривизна траектории движения взгляда;
- минимальная длина саккады;
- доля времени, проведенного в фиксациях короче 150 мс;
- доля фиксаций короче 150 мс;
- средняя скорость внутри области фиксации, град/с;
- максимальная скорость внутри области фиксации, град/с.

Таблица 1

Table 1

Результаты экспериментов

Experimental results

Характеристики	Тест «Кольца Ландольта» по критерию Уилкоксона, $\times 10^{-2}$		Динамика изменения характеристик внутри сессии		Корреляция		
	1p – value	2p – value	Медиана	Среднее значение	VAS-F, %	СЗМР, %	Изменение СЗМР, %
Средняя скорость внутри области фиксации, град/с	0	0	–86,61	–58,20	10,74	27,84	9,90
Средняя кривизна траектории движения взгляда	0	0	72,62	63,91	–9,07	–27,34	12,10
Минимальная скорость движения взгляда в секундном интервале, град/с	0	0	–69,05	–49,34	11,15	15,99	7,64
Минимальная скорость внутри области фиксации, град/с	0	0	–66,52	–45,58	5,73	9,17	3,81
Минимальная кривизна траектории движения взгляда	0	0	56,70	38,27	27,34	–22,44	–27,94
Минимальная длина саккады, град.	0	0	56,35	38,59	9,76	–40,39	8,82
Максимальная длина саккады, град.	0	0	–55,90	–15,79	8,83	–6,53	–12,58

Продолжение табл. 1
Continuation of the Tab. 1

Характеристики	Тест «Кольца Ландольта» по критерию Уилкоксона, $\times 10^{-2}$		Динамика изменения характеристик внутри сессии		Корреляция		
	1p – value	2p – value	Медиана	Среднее значение	VAS-F, %	СЗМР, %	Изменение СЗМР, %
Доля фиксаций между 150 и 900 мс	0	0	55,84	15,70	-11,58	12,17	0,01
Средняя длина саккады, град	0	1	52,27	21,34	-21,73	8,35	-7,14
Средняя длительность саккады, с	0	1	52,27	14,27	-21,93	13,40	-6,66
Общая длительность фиксаций между 150 и 900 мс	0	2	-21,43	-10,12	19,21	8,59	-5,58
Доля времени, проведенного в фиксациях между 150 и 900 мс	0	1	-12,01	-8,73	-0,50	28,57	-9,74
Максимальная мгновенная скорость движения взгляда, град/с	1	0	-55,90	-23,90	-0,50	1,18	-14,17
Максимальная кривизна траектории движения взгляда	1	2	-2,78	-8,08	-18,64	-8,28	-0,31
Доля фиксаций короче 150 мс	1	5	-59,82	-31,28	16,20	7,16	-4,27
Доля фиксаций длиннее 150 мс	1	5	59,82	40,73	-16,53	-19,05	-6,71
Доля фиксаций короче 180 мс	1	5	-68,06	-29,91	13,72	4,93	8,81
Доля фиксаций длиннее 180 мс	1	5	66,07	29,35	-13,96	7,09	-2,28
Средняя скорость саккады, град/с	1	4	-0,45	-0,80	-4,31	8,32	3,08
Ложные фиксации в минуту	1	10	-62,50	-21,41	19,84	12,37	-2,40
Модуль среднего ускорения в секундном интервале, град/с ²	1	10	-73,26	-37,74	-5,29	7,30	-3,85
Фиксации дольше 900 мс в минуту	2	10	-10,71	-13,33	-8,24	14,81	-16,56

Продолжение табл. 1
Continuation of the Tab. 1

Характеристики	Тест «Кольца Ландольта» по критерию Уилкоксона, $\times 10^{-2}$		Динамика изменения характеристик внутри сессии		Корреляция		
	1p – value	2p – value	Медиана	Среднее значение	VAS-F, %	СЗМР, %	Изменение СЗМР, %
Доля времени, проведенного в фиксациях короче 150 мс	3	4	–82,86	–53,97	23,51	15,41	7,79
Максимальная длительность саккады, с	4	13	–59,13	–18,16	17,46	10,55	12,97
Фиксации короче 180 мс в минуту	5	7	–3,57	–11,37	–3,60	19,08	–8,08
Доля времени, проведенного в фиксациях длиннее 150 мс	5	10	82,86	50,69	–12,52	–10,71	0,53
Доля времени, проведенного в фиксациях короче 180 мс	6	7	–71,43	–45,77	22,13	8,48	17,28
Доля времени, проведенного в фиксациях длиннее 180 мс	6	10	79,29	50,51	–10,28	–14,70	–1,16
Фиксации длиннее 150 мс в минуту	6	10	–56,70	–26,60	–10,98	7,87	–14,09
Минимальная мгновенная скорость движения взгляда, град/с	6	10	–3,57	–4,47	–6,64	4,49	2,69
Фиксации короче 150 мс в минуту	6	16	–75,40	–62,17	31,41	9,82	–1,54
Фиксации между 150 и 900 мс в минуту	8	16	–74,60	–61,56	30,59	7,27	8,62
Доля времени, проведенного в фиксациях дольше 900 мс	8	20	70,71	50,08	–2,41	–29,15	–25,97
Максимальная скорость саккады, град/с	8	30	–58,68	–25,79	3,13	–18,77	–23,21
Модуль максимального ускорения в секундном интервале, град/с ²	9	30	3,57	1,56	6,06	21,36	8,43
Общая длительность фиксаций длиннее 150 мс	14	30	82,14	66,29	–4,35	1,25	–1,70

Продолжение табл. 1
Continuation of the Tab. 1

Характеристики	Текст «Кольца Ландольта» по критерию Уилкоксона, $\times 10^{-2}$		Динамика изменения характеристик внутри сессии		Корреляция		
	1p – value	2p – value	Медиана	Среднее значение	VAS-F, %	СЗМР, %	Изменение СЗМР, %
Общая длительность фиксаций длиннее 180 мс	14	30	78,57	66,20	2,35	0,14	-5,07
Максимальная скорость внутри области фиксации, град/с	22	36	-56,70	-25,96	31,88	45,33	11,99
Модуль максимального мгновенного ускорения, град/с ²	30	100	-2,78	-1,56	7,16	5,05	-7,19
Минимальная длительность саккады, с	39	36	53,13	12,23	-19,67	-13,07	3,87
Доля фиксаций дольше 900 мс	44	30	68,75	18,02	11,64	-2,87	-9,59
Общая длительность фиксаций дольше 900 мс	44	43	82,86	53,47	-2,76	26,70	-26,81
Фиксации длиннее 180 мс в минуту	55	57	-72,08	-61,67	-4,47	-15,9%	-30,06
Модуль среднего мгновенного ускорения, град/с ²	55	73	-78,13	-52,99	10,95	16,73	-0,29
Ложные саккады в минуту	67	73	-82,86	-56,95	16,39	19,87	-3,15
Количество саккады с амплитудой менее 6 угловых градусов в минуту	73	50	-82,14	-56,47	19,80	16,26	4,61
Средняя скорость движения взгляда в секундном интервале, град/с	73	73	-77,38	-52,98	4,19	16,73	-0,39
Средняя мгновенная скорость движения взгляда, град/с	73	73	-77,38	-41,73	6,21	16,53	-0,39
Общая длительность фиксаций короче 150 мс	80	43	-82,14	-55,87	21,71	21,25	-10,52
Минимальная скорость саккады, град/с	80	100	52,78	37,92	-5,48	-8,38	-22,95
Средняя частота появления новой области фиксации в секундном интервале, Гц	86	65	-82,86	-52,48	16,98	29,07	6,59

Окончание табл. 1

End of the Tab. 1

Характеристики	Тест «Кольца Ландольта» по критерию Уилкоксона, $\times 10^{-2}$		Динамика изменения характеристик внутри сессии		Корреляция		
	1p – value	2p – value	Медиана	Среднее значение	VAS-F, %	СЗМР, %	Изменение СЗМР, %
Частота появления новой области фиксации, Гц	86	65	–82,86	–52,48	21,20	15,81	7,34
Максимальная частота появления новой области фиксации в секундном интервале, Гц	86	100	–64,93	–43,42	7,99	10,69	15,10
Общая длительность фиксаций короче 180 мс	96	50	–80,36	–55,40	21,85	24,43	–9,78
Количество саккад с амплитудой более 6 угловых градусов в минуту	93	65	–67,86	–20,92	6,44	4,22	6,54
Максимальная скорость движения взгляда в секундном интервале, град/с	93	100	–4	–9	–4,51	3,47	–4,44
Общая длительность саккад, с	100	82	–86,43	–55,46	5,35	14,07	–3,80
Модуль минимального мгновенного ускорения, град/с ²	100	100	–56,25	–19,10	1,33	0,83	–4,19
Модуль минимального ускорения в секундном интервале, град/с ²	100	100	–56,25	–19,10	1,33	0,84	–4,19

В основу разметки всего набора данных легли результаты корректурной пробы «Кольца Ландольта» [22]. Одним из показателей этого теста является умственная работоспособность. Значения этого параметра в рамках набора данных лежали в интервале от $-0,5$ до 4 . Для обучения нейросетей было выполнено преобразование числовых значений целевой переменной – умственной работоспособности в категории. Таким образом, умственная работоспособность была классифицирована как низкая или высокая на основе выбранного порога $1,5$, так как это значение позволяет разбить все данные в равных пропорциях. Если испытуемый имел значение умственной работоспособности $1,5$ или выше, то его работоспособность считалась высокой, в противном случае – низкой.

Далее было проанализировано несколько типов реализованных в программе классификаторов, чтобы определить оптимальный. В число оцениваемых классификаторов входили метод случайного леса, метод деревьев решений, метод

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основным показателем качества выполняемой оценки является F -мера, представляющая собой совокупность точности и полноты оценок, выдаваемых классификатором. Были проведены эксперименты с использованием различных наборов и комбинаций групп, чтобы изучить влияние конкретных групп признаков на эффективность классификации. Цель состояла в том, чтобы определить, будет ли использование одной группы или комбинации нескольких групп давать лучшие результаты. Для задачи было использовано три классификатора и три набора признаков (а именно, группа 1, группа 2, группа 3), представленных в табл. 2.

Таблица 2

Table 2

Результаты экспериментов

Experimental results

Признаки	Алгоритм	F -мера	Точность
Группа 1	Случайный лес	0,84	0,80
Группа 2	Случайный лес	0,84	0,79
Группа 3	Случайный лес	0,84	0,80
Все	Случайный лес	0,84	0,79
Группа 1 + группа 3	Случайный лес	0,85	0,80
Группа 1	Дерево решений	0,77	0,73
Группа 2	Дерево решений	0,78	0,73
Группа 3	Дерево решений	0,76	0,72
Все	Дерево решений	0,76	0,74
Группа 1 + группа 3	Дерево решений	0,77	0,73
Группа 1	Многослойный перцептрон	0,83	0,78
Группа 2	Многослойный перцептрон	0,83	0,79
Группа 3	Многослойный перцептрон	0,83	0,78
Все	Многослойный перцептрон	0,83	0,78
Группа 1 + группа 3	Многослойный перцептрон	0,83	0,77

Таким образом, для того чтобы оценить производительность предложенных моделей классификации, были исследованы три различных классификатора с различными параметрами. Кроме того, для повышения производительности был применен метод отбора признаков и анализа главных компонент (PCA).

В ходе многочисленных экспериментов каждая группа признаков систематически изучалась отдельно и в сочетании с другими группами, чтобы выявить наиболее эффективное объединение. Также для всесторонней оценки моделей использовались несколько стратегий работы с тестовыми наборами. Сначала случайным образом был выбран тестовый набор для оценки эффективности различных моделей и признаков. Затем был создан сбалансированный тестовый набор, основанный на действиях, выполняемых во время сессий. Была проведена пятифолдовая кросс-валидация. Результаты этих экспериментов показали, что использование признаков группы 1 и группы 3 в классификаторе на основе случайного леса дало наиболее многообещающие результаты. Этот подход позволил добиться самых высоких показателей F -меры и наилучшей средней точности, что говорит об общей надежности модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Zargari Marandi R. et al. Eye movement characteristics reflected fatigue development in both young and elderly individuals / R. Zargari Marandi, P. Madeleine, Ø. Omland, N. Vuillerme, A. Samani // *Scientific Reports*. – 2018. – Vol. 8 (1). – P. 1–10. – DOI: 10.1038/s41598-018-31577-1.
2. Real-time identification of eye fixations and saccades using radial basis function networks and Markov chains / R. Lobão-Neto, A. Brilhault, S. Neuenschwander, R. Rios // *Pattern Recognition Letters*. – 2022. – Vol. 162. – P. 63–70. – DOI: 10.1016/j.patrec.2022.08.013.
3. Driver fatigue detection based on saccadic eye movements / M.C. Catalbas, T. Cegovnik, J. Sodnik, A. Gulten // 2017 10th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO). – IEEE, 2017. – P. 913–917.
4. Di Stasi L. L. et al. Towards a driver fatigue test based on the saccadic main sequence: A partial validation by subjective report data // *Transportation research part C: emerging technologies*. – 2012. – Т. 21. – №. 1. – С. 122–133.
5. Saccadic velocity as an arousal index in naturalistic tasks / L.L. Di Stasi, A. Catena, J.J. Canas, S.L. Macknik, S. Martinez-Conde // *Neuroscience & Biobehavioral Reviews*. – 2013. – Vol. 37 (5). – P. 968–975.
6. Saccadic eye movement metrics reflect surgical residents' fatigue / L.L. Di Stasi, M.B. McCamy, S.L. Macknik, J.A. Mankin, N. Hooft, A. Catena, S. Martinez-Conde // *Annals of Surgery*. – 2014. – Vol. 259 (4). – P. 824–829.
7. Fatigue in the military: towards a fatigue detection test based on the saccadic velocity / C. Diaz-Piedra, H. Rieiro, J. Suárez, F. Rios-Tejada, A. Catena, L.L. Di Stasi // *Physiological Measurement*. – 2016. – Vol. 37 (9). – P. N62–N75.
8. Fit-for-duty test for estimation of drivers' sleepiness level: Eye movements improve the sleep/wake predictor / C. Ahlstrom, M. Nyström, K. Holmqvist, C. Fors, D. Sandberg, A. Anund, G. Kecklund, T. Åkerstedt // *Transportation Research. Part C: Emerging Technologies*. – 2013. – Vol. 26 (4). – P. 20–32. – DOI: 10.1016/j.trc.2012.07.008.
9. Dynamics of saccade parameters in multiple sclerosis patients with fatigue / C. Finke, L.M. Pech, C. Sömmmer, J. Schlichting, S. Stricker, M. Endres, F. Ostendorf, C.J. Ploner, A.U. Brandt, F. Paul // *Journal of Neurology*. – 2012. – Vol. 259 (12). – P. 2656–2663. – DOI: 10.1007/s00415-012-6565-8.
10. Galley N. An enquiry into the relationship between activation and performance using saccadic eye movement parameters // *Ergonomics*. – 1998. – Vol. 41 (5). – P. 698–720.
11. Investigation on the correlation between eye movement and reaction time under mental fatigue influence / V. Renata, F. Li, C.-H. Lee, C.-H. Chen // 2018 International Conference on Cyberworlds (CW). – IEEE, 2018. – P. 207–213. – DOI: 10.1109/CW.2018.00046.
12. Fatigue and arousal modulations revealed by saccade and pupil dynamics / J.-T. Chen, Y.-C. Kuo, T.-Y. Hsu, C.-A. Wang // *International Journal of Environmental Research and Public Health*. – 2022. – Vol. 19 (15). – P. 9234. – DOI: 10.3390/ijerph19159234.
13. Blinks and saccades as indicators of fatigue in sleepiness warnings: looking tired? / R. Schleicher, N. Galley, S. Briest, L. Galley // *Ergonomics*. – 2008. – Vol. 51 (7). – P. 982–1010. – DOI: 10.1080/00140130701817062.

14. Measuring neurophysiological signals in aircraft pilots and car drivers for the assessment of mental workload, fatigue and drowsiness / G. Borghini, L. Astolfi, G. Vecchiato, D. Mattia, F. Babiloni // *Neuroscience & Biobehavioral Reviews*. – 2014. – Vol. 44. – P. 58–75. – DOI: 10.1016/J.NEUBIOREV.2012.10.003.

15. Eye movement characteristics reflected fatigue development in both young and elderly individuals / R. Zargari Marandi, P. Madeleine, Ø. Omland, N. Vuillerme, A. Samani // *Scientific Reports*. – 2018. – Vol. 8. – P. 13148. – DOI: 10.1038/s41598-018-31577-1.

16. Shifts in attention during mental fatigue: Evidence from subjective, behavioral, physiological, and eye-tracking data / J.F. Hopstaken, D. van der Linden, A.B. Bakker, M.A.J. Kompier, Y.K. Leung // *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*. – 2016. – Vol. 42 (6). – P. 878–889. – DOI: 10.1037/xhp0000189.

17. Schweizer T., Wyss T., Gilgen-Ammann R. Detecting soldiers' fatigue using eye-tracking glasses: practical field applications and research opportunities // *Military Medicine*. – 2022. – Vol. 187 (11–12). – P. e1330–e1337. – DOI: 10.1093/milmed/usab509.

18. Identification and classification of construction equipment operators' mental fatigue using wearable eye-tracking technology / J. Li, H. Li, W. Umer, H. Wang, X. Xing, S. Zhao, J. Hou // *Automation in Construction*. – 2020. – Vol. 109. – P. 103000. – DOI: 10.1016/j.autcon.2019.103000.

19. Millodot M. Dictionary of optometry and visual science E-Book. – Elsevier Health Sciences, 2014.

20. Яндекс игры. Классический тетрис. – URL: <https://yandex.ru/games/app/165620> (дата обращения: 26.11.2024).

21. OperatorEYEVF: operator dataset for fatigue detection based on eye movements, heart rate data, and video information / S. Kovalenko, A. Mamonov, V. Kuznetsov, A. Bulygin, I. Shoshina, I. Brak, A. Kashevnik // *Sensors (Basel)*. – 2023. – Vol. 23 (13). – P. 6197. – DOI: 10.3390/s23136197.

22. Landolt E. Méthode optométrique simple // *Bulletins et Mémoires de la Société Française d'Ophthalmologie*. – 1888. – Vol. 6. – P. 213–214.

Булыгин Александр Олегович, младший научный сотрудник, аспирант Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Санкт-Петербургский федеральный исследовательский центр Российской академии наук» (СПб ФИЦ РАН). Основное направление научных исследований: глубокое обучение, компьютерное зрение, распознавание образов. E-mail: alexandr_bulygin@mail.ru

Bulygin Alexandr O., junior researcher, postgraduate student, St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences (SPC RAS). His research interests are currently focused on deep learning, computer vision, and pattern recognition. E-mail: alexandr_bulygin@mail.ru

DOI: 10.17212/2782-2001-2024-3-7-24

The method of dynamic detection of PC operator fatigue based on eye movement characteristics*

A.O. BULYGIN

Saint Petersburg, St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences (SPC RAS), 4th line. V.I., 199178, Russian Federation

alexandr_bulygin@mail.ru

Abstract

The onset of fatigue is dangerous in areas of activity that require high concentration of human attention, such as air traffic controllers, nuclear power plant operators, etc. It should be noted that these types of activities are characterized by the fact that most of the time the employee

* Received 06 March 2024.

sits at the workplace and his gaze is directed at the monitor. The paper presents a method for dynamic detection of PC operator fatigue based on eye movement characteristics. The method for dynamic detection of fatigue implements a training scenario for a fatigue detection model and a fatigue detection scenario. Within the training scenario, eye movement characteristics are calculated and correlations with fatigue test results are searched for. Within the fatigue detection scenario, eye movement characteristics that most strongly correlate with fatigue are selected. These characteristics can also be divided by the types of physical events on which they are based. We can distinguish such characteristics as speed, time, quantity, size, percentage, frequency and ratio characteristics. To find correlations between eye movement characteristics and fatigue, a dataset of eye movements and the results of tests and questionnaires such as the go/no-go task, the Landolt ring test, and the VAS-F questionnaire were analyzed. The dataset consists of gaze coordinate recordings from 15 participants acting as PC operators. To determine the degree of fatigue, the participant completed the VAS-F questionnaire. The Landolt ring correction test is a test used to measure attention concentration. The labeled dataset is used to train a machine learning model that detects fatigue. The experimental results showed that using the characteristics selected in the study yielded the most promising results. This approach allowed us to achieve the highest F-measure and the best average accuracy, indicating the overall reliability of the model.

Keywords: eye tracking, gaze movements, characteristics of gaze movements, fatigue, fatigue detection, questionnaire, VAS-F, correlation with fatigue

REFERENCES

1. Zargari Marandi R., Madeleine P., Omland Ø., Vuillerme N., Samani A. Eye movement characteristics reflected fatigue development in both young and elderly individuals. *Scientific Reports*, 2018, vol. 8 (1), pp. 1–10. DOI: 10.1038/s41598-018-31577-1.
2. Lobão-Neto R., Brilhault A., Neuenschwander S., Rios R. Real-time identification of eye fixations and saccades using radial basis function networks and Markov chains. *Pattern Recognition Letters*, 2022, vol. 162, pp. 63–70. DOI: 10.1016/j.patrec.2022.08.013.
3. Catalbas M.C., Cegovnik T., Sodnik J., Gulten A. Driver fatigue detection based on saccadic eye movements. *2017 10th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO)*, IEEE, 2017, pp. 913–917.
4. Di Stasi L. L. et al. Towards a driver fatigue test based on the saccadic main sequence: A partial validation by subjective report data //Transportation research part C: emerging technologies. – 2012. – T. 21. – №. 1. – C. 122–133.
5. Di Stasi L.L., Catena A., Canas J.J., Macknik S.L., Martinez-Conde S. Saccadic velocity as an arousal index in naturalistic tasks. *Neuroscience & Biobehavioral Reviews*, 2013, vol. 37 (5), pp. 968–975.
6. Di Stasi L.L., McCamy M.B., Macknik S.L., Mankin J.A., Hooft N., Catena A., Martinez-Conde S. Saccadic eye movement metrics reflect surgical residents' fatigue. *Annals of Surgery*, 2014, vol. 259 (4), pp. 824–829.
7. Diaz-Piedra C., Rieiro H., Suárez J., Rios-Tejada F., Catena A., L.L. Di Stasi. Fatigue in the military: towards a fatigue detection test based on the saccadic velocity. *Physiological Measurement*, 2016, vol. 37 (9), pp. N62–N75.
8. Ahlstrom C., Nyström M., Holmqvist K., Fors C., Sandberg D., Anund A., Kecklund G., Åkerstedt T. Fit-for-duty test for estimation of drivers' sleepiness level: Eye movements improve the sleep/wake predictor. *Transportation Research. Part C: Emerging Technologies*, 2013, vol. 26 (4), pp. 20–32. DOI: 10.1016/j.trc.2012.07.008.
9. Finke C., Pech L.M., Sömmer C., Schlichting J., Stricker S., Endres M., Ostendorf F., Ploner C.J., Brandt A.U., Paul F. Dynamics of saccade parameters in multiple sclerosis patients with fatigue. *Journal of Neurology*, 2012, vol. 259 (12), pp. 2656–2663. DOI: 10.1007/s00415-012-6565-8.
10. Galley N. An enquiry into the relationship between activation and performance using saccadic eye movement parameters. *Ergonomics*, 1998, vol. 41 (5), pp. 698–720.
11. Renata V., Li F., Lee C.-H., Chen C.-H. Investigation on the correlation between eye movement and reaction time under mental fatigue influence. *2018 International Conference on Cyberworlds (CW)*. IEEE, 2018, pp. 207–13. DOI: 10.1109/CW.2018.00046.

12. Chen J.-T., Kuo Y.-C., Hsu T.-Y., Wang C.-A. Fatigue and arousal modulations revealed by saccade and pupil dynamics. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 2022, vol. 19 (15), p. 9234. DOI: 10.3390/ijerph19159234.
13. Schleicher R., Galley N., Briest S., Galley L. Blinks and saccades as indicators of fatigue in sleepiness warnings: looking tired? *Ergonomics*, 2008, vol. 51 (7), pp. 982–1010. DOI: 10.1080/00140130701817062.
14. Borghini G., Astolfi L., Vecchiato G., Mattia D., Babiloni F. Measuring neurophysiological signals in aircraft pilots and car drivers for the assessment of mental workload, fatigue and drowsiness. *Neuroscience & Biobehavioral Reviews*, 2014, vol. 44, pp. 58–75. DOI: 10.1016/J.NEUBIOREV.2012.10.003.
15. Zargari Marandi R., Madeleine P., Omland Ø., Vuillerme N., Samani A. Eye movement characteristics reflected fatigue development in both young and elderly individuals. *Scientific Reports*, 2018, vol. 8, p. 13148. DOI: 10.1038/s41598-018-31577-1.
16. Hopstaken F., van der Linden D., Bakker A.B., Kompier M.A.J., Leung Y.K. Shifts in attention during mental fatigue: Evidence from subjective, behavioral, physiological, and eye-tracking data. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 2016, vol. 42 (6), pp. 878–889. DOI: 10.1037/xhp0000189.
17. Schweizer T., Wyss T., Gilgen-Ammann R. Detecting soldiers' fatigue using eye-tracking glasses: practical field applications and research opportunities. *Military Medicine*, 2022, vol. 187 (11–12), pp. e1330–e1337. DOI: 10.1093/milmed/usab509.
18. Li J., Li H., Umer W., Wang H., Xing X., Zhao S., Hou J. Identification and classification of construction equipment operators' mental fatigue using wearable eye-tracking technology. *Automation in Construction*, 2020, vol. 109, p. 103000. DOI: 10.1016/j.autcon.2019.103000.
19. Millodot M. *Dictionary of optometry and visual science E-Book*. Elsevier Health Sciences, 2014.
20. *Yandex igry. Klassicheskii tetris* [Yandex Games. Classic Tetris]. Available at: <https://yandex.ru/games/app/165620> (accessed 26.11.2024).
21. Kovalenko S., Mamonov A., Kuznetsov V., Bulygin A., Shoshina I., Brak I., Kashevnik A. OperatorEYEVF: operator dataset for fatigue detection based on eye movements, heart rate data, and video information. *Sensors (Basel)*, 2023, vol. 23 (13), p. 6197. DOI: 10.3390/s23136197.
22. Landolt E. Méthode optométrique simple. *Bulletins et Mémoires de la Société Française d'Ophtalmologie*, 1888, vol. 6, pp. 213–214. (In France).

Для цитирования:

Булыгин А.О. Метод динамической оценки утомления оператора ПК на основе характеристик глазных движений // Системы анализа и обработки данных. – 2024. – № 3 (95). – С. 7–24. – DOI: 10.17212/2782-2001-2024-3-7-24.

For citation:

Bulygin A.O. Metod dinamiceskoi otsenki utomleniya operatora PK na osnove kharakteristik glaznykh dvizhenii [The method of dynamic detection of PC operator fatigue based on eye movement characteristics]. *Sistemy analiza i obrabotki dannykh = Analysis and Data Processing Systems*, 2024, no. 3 (95), pp. 7–24. DOI: 10.17212/2782-2001-2024-3-7-24.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ
И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

INFORMATION
TECHNOLOGIES
AND TELECOMMUNICATIONS

УДК 681.5.037.4

DOI: 10.17212/2782-2001-2024-3-25-38

Синтез нейрорегулятора для системы, содержащей существенно нелинейный блок*

А.А. ВОЕВОДА^а, В.И. ШИПАГИН^б

630073, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный
технический университет

^а ucit@ucit.ru ^б shipagin@mail.ru

В некоторых случаях для повышения показателей качества переходных процессов системы автоматического управления необходимо учитывать в модели объекта управления различные механизмы, приводящие в движение сам объект управления (двигатель постоянного тока, колеса, усилительно-преобразующие устройства). При расчете регуляторов аналитическими методами возникают сложности, связанные с наличием в таких системах различного рода нелинейностей, и в том числе существенных (люфт, трение и т. д.). В этом случае решение данного вопроса может быть связано с применением искусственных нейронных сетей в составе регулятора. В настоящей работе показано применение схемы нейроуправления, в которой используется нейроэмулятор и нейрорегулятор. Это позволяет сформировать обучающую выборку и обучить нейросетевой регулятор в режимах работы системы, находящейся за пределами возможностей управления нелинейной моделью объекта управления с помощью регулятора, рассчитанного аналитическим методом. Такая схема рассматривается в качестве дополнения к алгоритму синтеза нейросетевых регуляторов с детерминированным способом выбора архитектуры и весовых коэффициентов нейронной сети, использующей схему подражающего нейроуправления. Приводится пример повышения качественных характеристик переходных процессов системы с помощью донастройки нейрорегулятора для нелинейной системы «инверсный маятник на подвижном основании» с учетом нахождения в системе инерционного звена, содержащего существенную нелинейность типа «люфт». В качестве цели управления выбиралась стабилизация инверсного маятника в вертикальном положении и перемещение мобильного основания к заданному значению. Для достижения поставленных целей используется схема нейроуправления, содержащая две нейронные сети: нейрорегулятор (выполняет функцию формирования управляющего воздействия на объект) и нейроэмулятор (выполняет функцию имитации модели объекта управления). Необходимо выполнять обратное вычисление пропуска ошибки и настройки весовых коэффициентов нейрорегулятора. В результате удается получить систему автоматического управления, способную к управлению указанным объектом.

Ключевые слова: нейроэмулятор, нейрорегулятор, система автоматического управления, нелинейный объект управления, метод обратного пропуска ошибки через прямой нейроэмулятор, схема подражающего нейроуправления, существенная нелинейность, люфт

* Статья получена 08 августа 2024 г.

ВВЕДЕНИЕ

Использование искусственных нейронных сетей в задаче управления динамическими объектами набирает все большую популярность [1–4]. Это связано с набором уникальных свойств, которыми обладают нейронные сети. К ним можно отнести способность к обучению, возможность обобщения данных, способность к адаптации при изменении режима функционирования объекта [5].

Однако при этом существует ряд не до конца формализованных вопросов, связанных с применением нейронных сетей в составе систем автоматического управления (САУ). Одним из них можно считать вопрос выбора архитектуры [6, 7] и инициализации весовых коэффициентов [8, 9] нейронной сети. В работе [10] предложено решение этого вопроса на основе информации о регуляторе, рассчитанном аналитическими методами.

В этом случае для обучения нейронной сети используется схема подражающего нейроруправления (*neurocontrol learning based on mimic, controller modeling, supervised learning using an existing controller*) [11–14]. При применении такой схемы существует ограничение на возможности обучения нейрорегуляторов. Они связаны с формированием обучающей выборки. Невозможно обучить нейрорегулятор таким образом, чтобы он существенно лучше управлял объектом (т.е. качественные характеристики переходных процессов системы должны существенно улучшиться) по сравнению с эталонным регулятором [14]. Одним из таких вопросов является формирование обучающей выборки для настройки весовых коэффициентов нейронной сети [6–8].

Один из подходов, призванных решить вопрос с указанным ограничением, связан с использованием схемы инверсного управления (*Inverse Neurocontrol*) и одной из его разновидностей – схемы нейроруправления, использующей нейроэмулятор и нейрорегулятор (*Model reference adaptive control, Internal model control*) [14, 15].

В настоящей работе рассматривается применение схемы нейроруправления, связанной с использованием нейроэмулятора и нейрорегулятора, как способ донстройки нейрорегулятора, полученного по схеме подражающего нейроруправления. Таким образом, удастся решить следующие вопросы:

- выбор структуры нейрорегулятора и нейроэмулятора, а также инициализация их весовых коэффициентов;
- формирование обучающей выборки для нейронной сети в режимах работы системы, при которых регулятор, полученный аналитическим методом, уже не справляется с управлением системой с заданными показателями качества управления.

Рассмотрен пример управления нелинейной моделью объекта «инверсный маятник на подвижном основании» с применением нейрорегулятора, полученного в работе [16]. Дополнительно учтем в системе наличие привода. С помощью применения схемы «инверсного нейроруправления» донстроим существующий нейрорегулятор. Это позволит добиться повышения качественных характеристик переходных процессов. Моделирование системы автоматического управления и графиков переходных процессов осуществлялось в пакете прикладных программ Matlab Simulink 2021a.

1. ОПИСАНИЕ ОБЪЕКТА

Покажем применение «схемы нейроуправления, использующей нейро-эмулятор и нейрорегулятор» на примере нелинейной модели объекта «инверсный маятник на подвижном основании», которая описывается дифференциальными уравнениями [16]:

$$\left(1 - \frac{ml \cos^2 \theta}{M_t L}\right) \ddot{\theta} - \frac{g \sin \theta}{L} + \frac{ml \sin \theta \cos \theta}{M_t L} \dot{\theta}^2 = -\frac{u \cos \theta}{M_t L};$$

$$\left(1 - \frac{ml}{M_t L} \cos^2 \theta\right) \ddot{x} + \frac{m l g \sin \theta \cos \theta}{M_t L} - \frac{m l \sin \theta}{M_t} \dot{\theta}^2 = \frac{u}{M_t},$$
(1)

где $L = (I + ml^2) / ml$, $M_t = M + m$; масса маятника $m = 70$ кг; масса основания $M = 30$ кг; момент инерции маятника относительно центра тяжести $I \neq 0$; длина стержня маятника $l = 1$ м; ускорение $g = 10$ м/с²; θ – угол перевернутого маятника [рад]; x – положение центра масс подвижного основания [м]; u – величина управляющего воздействия, подаваемого на объект [Н]. Структурная схема системы, содержащей модель объекта, приведена на рис. 1.

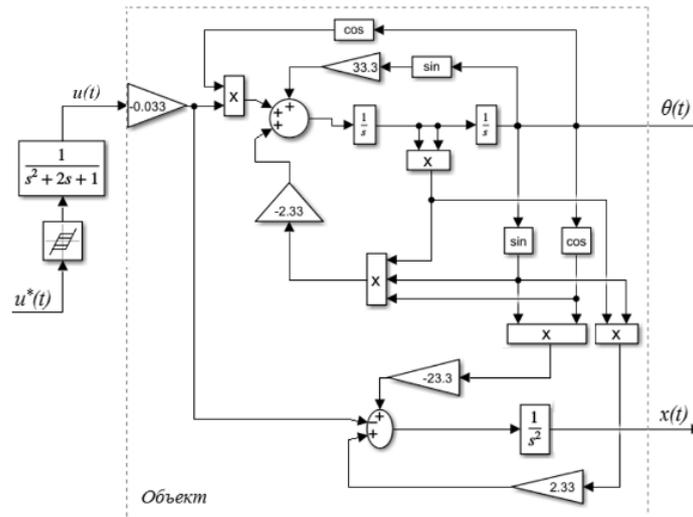


Рис. 1. Структурная схема объекта

Fig. 1. Block diagram of the object

Перед воздействием непосредственно на саму модель объекта управляющий сигнал $u^*(t)$ [Н] проходит через привод. В настоящей работе его роль играет электродвигатель постоянного тока с редуктором, смоделированный в виде апериодического звена второго порядка с существенной нелинейностью типа «люфт» [17–19] $W_{пр}(s) = K / (T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1)$, где $K = 1$ – коэффициент передачи, определяющий установившееся значение при единичном входном воздействии; $T = 1$ с – эквивалентная постоянная времени привода, характеризующая

его инерционность; $\xi = 1,0$ – коэффициент демпфирования, определяющий характер переходного процесса. В качестве ширины люфта выберем значение по умолчанию, равное единице. Параметры модели и привода выбраны с учетом наглядности проводимых расчетов. В результате на модель объекта воздействует не сам управляющий сигнал $u^*(t)$, а его модификация $u(t)$. Модель объекта содержит нелинейные блоки: операция умножения, тригонометрические функции \sin, \cos .

Необходимо сформировать САУ, которая выводит центр масс подвижного основания x к заданному значению, при этом угол перевернутого маятника должен быть в вертикальном положении, $\theta = 0$ рад.

Для этого воспользуемся схемой нейроуправления, использующей нейроэмулятор (нейронная сеть, имитирующая реакцию модели объекта на входные значения) и нейрорегулятор.

2. ФОРМИРОВАНИЕ НЕЙРОЭМУЛЯТОРА

Нейроэмулятор, имитирующий работу модели объекта, получен в работе [20]. Необходимо также учесть в нейроэмуляторе привод, представленный апериодическим звеном второго порядка. В результате получен нейроэмулятор, реализованный с помощью нейронной сети (рис. 2), где $y^*(t) = (\theta^*(t) \ x^*(t))$ – вектор выходных каналов нейросетевого эмулятора; $\theta^*(t)$, $x^*(t)$ – выходные каналы, имитирующие угол инверсного маятника $\theta(t)$ и положение подвижного основания $x(t)$ соответственно.

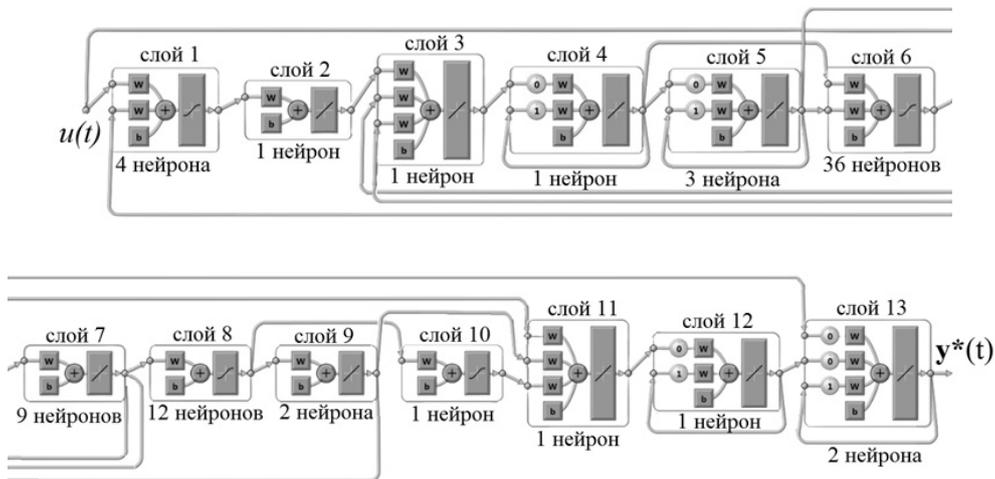


Рис. 2. Структурная схема нейросетевого эмулятора объекта управления

Fig. 2. Block diagram of the neural network emulator of the control object

Полученная нейронная сеть, показанная на рис. 2, содержит 13 слоев. В качестве функций активации используются линейная функция и гиперболический тангенс.

В работе [20] рассчитаны регуляторы для САУ, содержащей объект управления (1) в линеаризованном виде. Регуляторы $W_{R\Theta}(s)$, $W_{R\chi}(s)$ получены с помощью модального метода с использованием полиномиального разложения матричных передаточных функция объекта и регулятора:

$$\begin{aligned} W_{R\Theta}(s) &= (506,6s^2 + 5303,8s + 9774,7) / (0,01s^2 + s); \\ W_{R\chi}(s) &= (-70,5s^2 - 988,6s - 378,8) / (0,01s^2 + s). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $W_{R\Theta}(s)$ – передаточная функция регулятора, рассчитанного для стабилизации инверсного маятника в вертикальном положении; $W_{R\chi}(s)$ – передаточная функция регулятора вывода мобильного основания к желаемому положению $\tilde{x}(t)$. Полученные регуляторы (2) способны управлять в том числе моделью объекта, содержащей нелинейные блоки (1), в ограниченном диапазоне изменения его параметров.

Учитывая вышесказанное, проведем оценку качества имитации модели объекта с помощью нейросети для малых значений отклонений параметров. Для этого в систему, представленную на рис. 3, поочередно встраиваем сначала модель объекта, а затем нейроэмулятор. Полученные графики переходных процессов сравниваем.

В качестве заданий рассмотрим случайные ступенчатые воздействия, значения которых выбраны по равномерному закону распределения и лежат в пределах $\tilde{x}(t) \in [-1 \text{ м}; 1 \text{ м}]$. При этом значения данных воздействий меняются каждые 10 секунд (время, необходимое для завершения одного переходного процесса). Качество работы нейроэмулятора оценивается по близости переходных процессов на выходе системы.

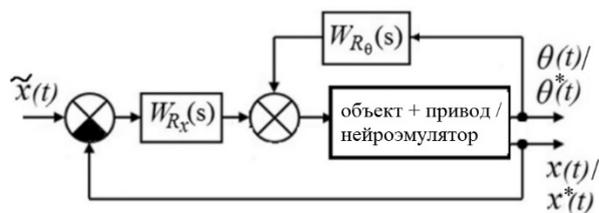


Рис. 3. САУ управления с моделью объекта управления и нейроэмулятором

Fig. 3. Automatic control system with a control object model and a neuroemulator

На рис. 3 $\tilde{x}(t)$ – желаемое значение положения центра масс мобильного основания.

Графики переходных процессов для систем, содержащих нелинейную модель объекта управления и нейроэмулятор, представлены на рис. 4 и 5.

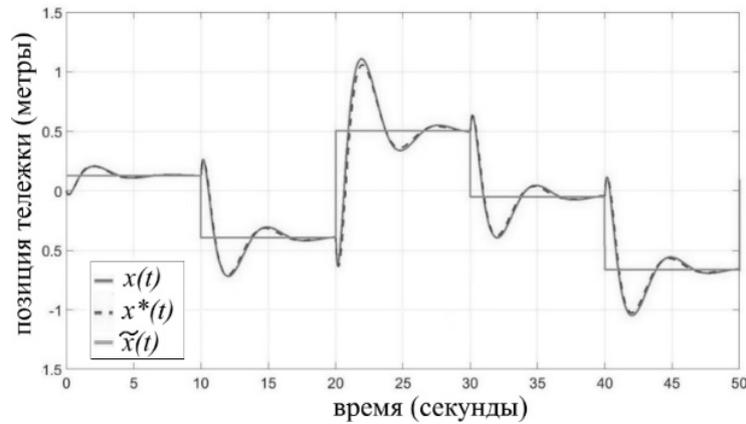


Рис. 4. Переходные процессы систем с нелинейной моделью объекта и нейроэмулятором для выходов по местоположению подвижного основания

Fig. 4. Transients of systems with a nonlinear object model and a neuroemulator for outputs based on the location of the movable base

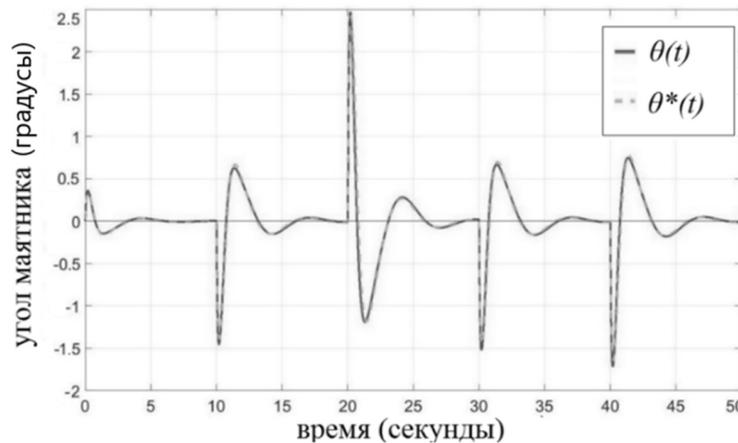


Рис. 5. Переходные процессы систем с моделью объекта и нейроэмулятором для выхода системы по углу инверсного маятника

Fig. 5. Transients of systems with an object model and with a neuroemulator for the output of the system along an angle of an inverse pendulum

Как видно из рис. 4 и 5, графики переходных процессов для выходов двух вариантов представленных систем автоматического управления достаточно близки друг к другу. То есть полученная модель нейроэмулятора справляется с задачей имитации поведения объекта для варианта его работы в составе САУ с приводом и регуляторами (1) при задании на перемещение $\tilde{x}(t) \in [-1 \text{ м}; 1 \text{ м}]$. Таким образом, нейроэмулятор может быть использован для формирования градиента настройки весовых коэффициентов нейрорегулятора.

3. СХЕМА НЕЙРОУПРАВЛЕНИЯ, ИСПОЛЬЗУЮЩАЯ НЕЙРОЭМУЛЯТОР И НЕЙРОРЕГУЛЯТОР

Архитектуру и весовые коэффициенты нейрорегулятора выберем по алгоритму, описанному в работе [10]. В этом алгоритме выбор структуры и инициализация весовых коэффициентов нейросетевого регулятора определяется дискретным представлением регуляторов, полученных для САУ с линеаризованной моделью объекта. Полученный нейросетевой регулятор справляется с задачей управления объектом аналогично дискретному представлению регуляторов. Для решения задачи управления нелинейной моделью объекта управления необходимы усложнения структуры нейронной сети. Итеративно вводятся типовые модификации (изменение функций активации с линейных на нелинейные, добавление нейронов в слой, добавление слоев). При каждом вводе очередной модификации происходит «дообучение» полученного нейросетевого регулятора. Обучение происходит в несколько этапов. Сначала для обучения нейросетевому регулятору предъявляются выборки, соответствующие незначительному изменению параметров объекта управления. Каждый следующий этап соответствует усложнению обучающих примеров. Процесс обучения заканчивается, когда полученный нейросетевой регулятор способен управлять нелинейной моделью объекта в заданных пределах изменения параметров.

В настоящей работе описан процесс «дообучения» нейросетевого регулятора, структура которого выбрана исходя из дискретного представления регуляторов (2). Процесс синтеза нейросетевого регулятора детально описан в работах [10, 20].

Сформируем САУ с использованием нейросетевого регулятора (рис. 6).

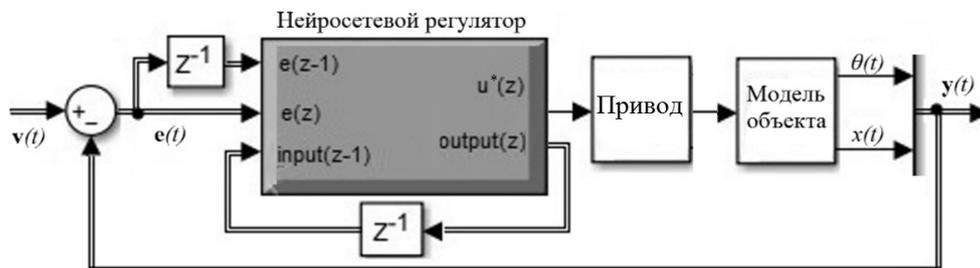


Рис. 6. Структурная схема САУ с нейрорегулятором

Fig. 6. Block diagram of an automatic control system with a neuroregulator

На рис. 6 z^{-1} – блок запаздывания на один такт; $\mathbf{v}(t) = (\tilde{\theta}(t) \quad \tilde{x}(t))^T$ – задание для изменения параметров системы; $\tilde{\theta}(t) = 0$ рад – задание на обеспечение желаемого угла инверсного маятника; $\mathbf{y}(t) = (\theta(t) \quad x(t))^T$ – вектор выходных параметров модели объекта управления; $\mathbf{e}(t) = \mathbf{v}(t) - \mathbf{y}(t)$ – ошибка управления; **output(z)**, **input(z-1)** – дополнительные векторы значений выхода и входа нейросетевого регулятора соответственно. Они необходимы для решения проблемы угасающих градиентов [10] при обучении. Используемый нейрорегулятор показан на рис. 7.

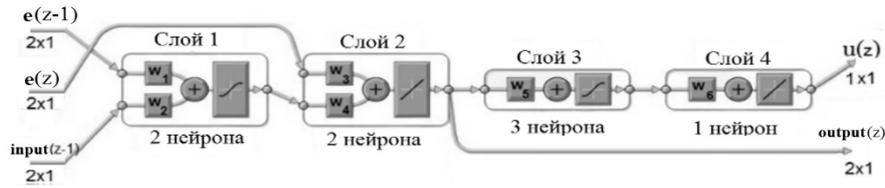


Рис. 7. Структура нейросетевого регулятора

Fig. 7. The structure of the neural network regulator

Нейросеть, используемая в регуляторе, представлена четырьмя слоями с функцией активации «гиперболический тангенс» в первом и третьем слоях и линейной функцией активации во втором и четвертом слоях. Здесь w_1, w_2, \dots – векторы весовых коэффициентов нейронной сети.

Объединим нейронные сети нейрорегулятора и нейроэмулятора в единую нейронную сеть (рис. 8).

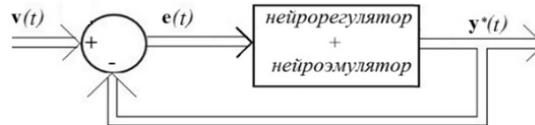


Рис. 8. САУ с обобщенной нейронной сетью для регулятора и объекта

Fig. 8. Automatic control system with a generalized neural network for the controller and the object

Общая нейронная сеть представляет собой последовательное соединение нейронной сети, представленной на рис. 7, и нейронной сети, представленной на рис. 2. Далее весовые коэффициенты общей нейронной сети, относящиеся к нейроэмулятору, фиксируются, так как параметры модели объекта считаются постоянными. Это значит, что во время настройки общей нейронной сети они изменяться не будут. На рис. 9 показан процесс формирования обучающей выборки для настройки общей нейронной сети.

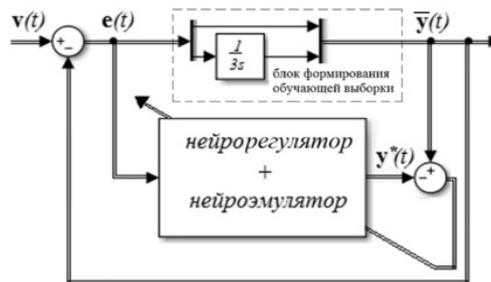


Рис. 9. Процесс формирования учебной выборки и обратного пропуск ошибки через нейронную сеть регулятора и объекта

Fig. 9. The process of forming a training sample and passing the error back through the neural network of the controller and the object

За формирование обучающей выборки в такой системе отвечает отдельный блок. Он состоит из интегратора и пропорционального звена, расположенных параллельно друг другу.

Каждый элемент обучающей выборки состоит из пары: входного значения (значения вектора ошибки регулирования $e(t)$ в момент времени t) и целевого значения (значения вектора выхода нейрорегулятора $\bar{y}(t)$ в момент времени t). Значения учебной выборки выбирались в моменты времени t с интервалом, равным шагу дискретизации $\Delta t = 0,01$ с. Обучающая выборка представлена временем переходного процесса для блока формирования обучающей выборки и равна 15 с. С учетом шага дискретизации и времени переходных процессов в обучающую выборку входит 1500 пар данных $\{e(t_i) \ \bar{y}(t_i)\}$ при $t = 0,01; 0,02; \dots, 15$ с.

Для успешного обучения нейрорегулятора необходимо сформировать обучающую выборку при различных заданиях $v(t)$. В общем случае рекомендации по выбору обучающих данных приведены в алгоритме детерминированного выбора архитектуры и инициализации весовых коэффициентов, описанного в работе [10]. В данном случае используется постепенное расширение возможного диапазона заданий. Для настройки нейрорегулятора созданы пять обучающих выборок, соответствующих реакции системы (рис. 9) на задания: $v(t) = (0 \ 0,1)^T$; $v(t) = (0 \ 0,5)^T$; $v(t) = (0 \ 1)^T$; $v(t) = (0 \ 5)^T$; $v(t) = (0 \ 20)^T$. Для обучения они предъявлялись нейронной сети последовательно (то есть следующая учебная выборка предъявлялась только после успешного обучения на текущей учебной выборке). Критерии понятия успешности обучения приведены ниже. На рис. 10 показаны входящие и целевые значения обучающей выборки в виде графиков для задания $v(t) = (0 \ 1)^T$.

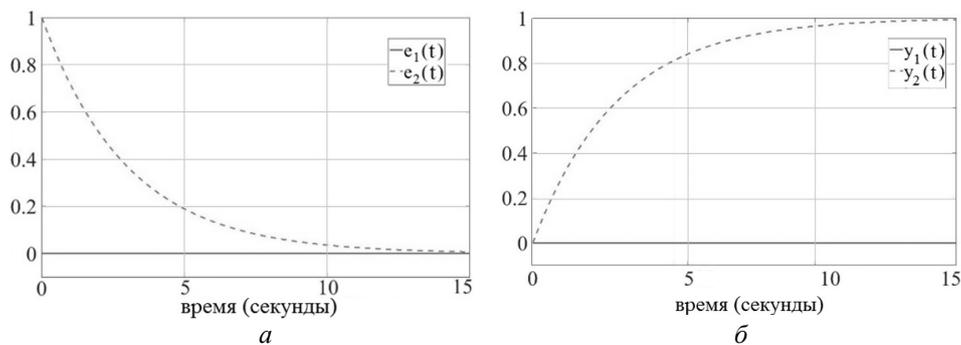


Рис. 10. Графики значений:

a – входящих; b – целевых

Fig. 10. Graphs values:

a – incoming; b – target

Обучение проводилось с помощью алгоритма Левенберга – Марквардта (*Levenberg – Marquardt algorithm*) [21]. Этот алгоритм используется для минимизации квадратичных отклонений. К преимуществам такого подхода можно отнести высокую (адаптивную) скорость сходимости и наибольшую

устойчивость среди остальных методов сопряженных градиентов. При этом настраиваются только весовые коэффициенты общей нейронной сети, соответствующие нейрорегулятору. Среднеквадратичная ошибка между значениями выходов нейронной сети и блока формирования обучающей выборки используется как функция потерь (*loss function*): $MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \|\bar{y}(t_i) - y^*(t_i)\|_2$, где

$n = t_{\text{пн}} / \Delta t = 1500$, $t_{\text{пн}} = 15$ с – время переходного процесса. Проводилась настройка коэффициентов нейронной сети так, чтобы минимизировать функцию потерь $MSE \rightarrow \min$. Таким образом происходит обучение нейронной сети по всем представленным данным. Один цикл такого обучения называется эпохой.

Критерий остановки успешного выполнения обучения – величина функции потерь $MSE \leq 1 \cdot 10^{-4}$. Критерии остановки обучения, после применения которых нельзя считать нейронную сеть обученной: если достигнуто максимальное заданное число эпох обучения (10 000); если значение градиента для функции потерь ниже минимального значения ($1 \cdot 10^{-7}$); если значение параметра регуляризации алгоритма больше максимально определенного ($1 \cdot 10^{10}$).

В данном случае обучение общей нейронной сети заняло около 9000 эпох. При этом сработал критерий остановки успешного обучения. Из общей нейронной сети был выделен нейросетевой регулятор. Далее он использован для управления нелинейной моделью объекта.

Для демонстрации полученных результатов на вход системы подадим значения $\mathbf{v}(t) = (0; \tilde{x}(t))^T$. Здесь $\tilde{x}(t) \in [0 \text{ м}; 20 \text{ м}]$ выбрано как случайное ступенчатое воздействие с равномерным законом распределения. Каждые 30 секунд (выбрано время, необходимое для завершения переходных процессов) значение $\tilde{x}(t)$ меняется. В результате получим переходные процессы системы, представленные на рис. 11.

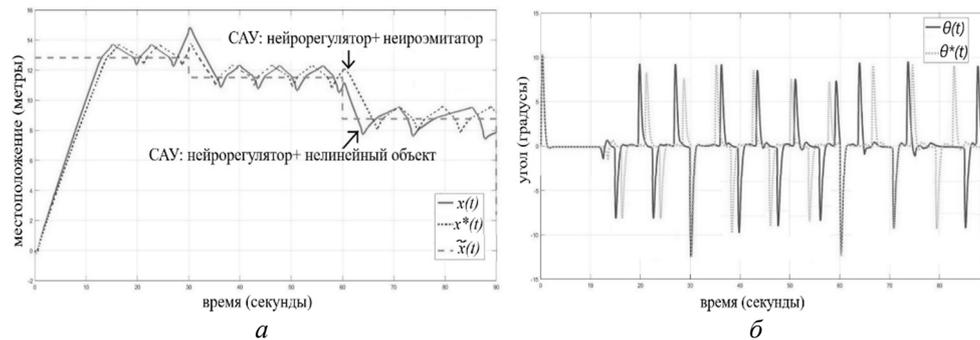


Рис. 11. Графики переходных процессов для САУ с нейрорегулятором и нелинейной моделью объекта:

a – по местоположению подвижного основания; *b* – по углу инверсного маятника

Fig. 11. Graphs of transients for ACS with a neuroemulator and with a nonlinear model of the object:

a is by the location of the movable base; *b* is by the angle of the inverse pendulum

Из полученных графиков переходных процессов можно сделать вывод, что полученная САУ способна управлять установкой, состоящей из нелинейных моделей объекта и привода. При этом возможности управления удалось расширить по сравнению с системами, использующими модальные регуляторы (2). Так, для модальных регуляторов возможности установки задания на перемещение мобильного основания лежали в пределах $\tilde{x}(t) \in [-3 \text{ м}; 3 \text{ м}]$, а в случае использования полученного нейрорегулятора возможности по обеспечению устойчивости системы выросли до $\tilde{x}(t) \in [-5 \text{ м}; 20 \text{ м}]$. Для поддержания равновесия инверсного маятника подвижное основание постоянно колеблется возле заданного значения. Эти колебания вызваны наличием люфта в системе привода.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках проведенной работы была синтезирована САУ для многоканальной системы, содержащей нелинейную модель объекта и привод с существенной нелинейностью типа «люфт». В качестве регуляторов выбран регулятор, содержащий в своем составе нейронную сеть. Архитектура такой нейронной сети и начальные значения ее весовых коэффициентов выбирались с учетом регуляторов, рассчитанных для линейного варианта модели объекта. Затем постепенным усложнением архитектуры нейронной сети регулятора удалось добиться возможности управления системой с нелинейной моделью объекта и приводом, содержащим нелинейность типа «люфт». Для формирования обучающей выборки выбран тип нейроуправления, использующий нейроэмулятор и нейрорегулятор. В результате удалось существенно увеличить диапазон возможных перемещений каретки с перевернутым маятником по сравнению с системой, использующей регуляторы, рассчитанные для линейной модели объекта. Результаты получены благодаря моделированию в пакете Simulink программного продукта Matlab.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Организация интеллектуальных систем управления на основе нейрорегуляторов / В.Ф. Гузик, В.А. Прилип, С.А. Черный, А.В. Шестаков // Инженерный вестник Дона. – 2018. – № 4 (51). – С. 189. – EDN: BEZKJY.
2. Аносов В.Н., Кавешников В.М., Саидов С.А. Синтез нейрорегулятора энергии в системе с комбинированной энергоустановкой // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2021. – № 4. – С. 201–205. – DOI: 10.24412/2071-6168-2021-4-201-205. – EDN: CNRXKF.
3. Феофилов С.В., Хапкин Д.Л. Применение рекуррентных нейронных сетей в замкнутых следящих системах с нелинейными объектами // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2021. – № 11. – С. 72–80. – DOI: 10.24412/2071-6168-2021-11-72-81. – EDN: FPYQAB.
4. Параметрическая оптимизация автоматической системы регулирования автоклава с двумя ПИД-нейрорегуляторами / М.П. Дунаев, И.В. Игумнов, Д.С. Киргин, Н.Н. Куцый // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2017. – Т. 21, № 4 (123). – С. 67–74. – DOI: 10.21285/1814-3520-2017-4-67-74. – EDN: YLJGP.
5. Neural systems for control / ed. by O. Omidvar, D.L. Elliott. – New York: Academic Press, 1997. – 272 p.
6. Valeev S., Kondratyeva N. Model-based architecture for control system design with application of SIMO neural network // 2021 International Russian Automation Conference (RusAutoCon),

Sochi, Russian Federation, 2021. – IEEE, 2021. – P. 548–552. – DOI: 10.1109/RusAutoCon52004.2021.9537466.

7. Architecture growth of dynamic feedforward neural network based on the growth rate function / X. Zhang, T. Yang, L. Wang, S. Liu, J. Yan, Z. He // 2022 IEEE 11th Data Driven Control and Learning Systems Conference (DDCLS), Chengdu, China, 2022. – IEEE, 2022. – P. 1190–1195. – DOI: 10.1109/DDCLS55054.2022.9858492.

8. Wang X., Li W., Qiao J. A weight initialization method for fuzzy neural network based on rule partition // 2021 33rd Chinese Control and Decision Conference (CCDC), Kunming, China, 2021. – IEEE, 2021. – P. 6449–6453. – DOI: 10.1109/CCDC52312.2021.9601986.

9. Sai T.A., Lee H.-h. Weight initialization on neural network for neuro PID Controller: Case study // 2018 International Conference on Information and Communication Technology Robotics (ICT-ROBOT), Busan, Korea (South). – IEEE, 2018. – P. 1–4. – DOI: 10.1109/ICT-ROBOT.2018.8549904.

10. Шипагин В.И. Нейросетевая реализация полиномиального метода синтеза регуляторов с детерминированным способом выбора архитектуры и инициализации весовых коэффициентов: дис. ... канд. техн. наук: 2.3.1. – Новосибирск, 2023. – 169 с.

11. Jordan M.I., Rumelhart D.E. Forward models: Supervised learning with a distal teacher // Cognitive Science. – 1990. – Vol. 16. – P. 313–355.

12. Widrow B., Smith F.W. Pattern-recognizing control systems // Proceedings of Computer and Information Sciences. – 1964. – Vol. 12. – P. 288–317.

13. Ronco E. Incremental polynomial controller networks: Two self-organising non-linear controllers: Ph.D. Dissertation Thesis. – Glasgow, 1997. – 207 p.

14. Дзюба Д.А., Чернодуб А.Н. Обзор методов нейроуправления // Проблемы программирования. – 2011. – № 2. – С. 79–94.

15. Omatu S., Khalid M., Yusof R. Neuro-control and its applications. – London; New York: Springer, 1996. – 255 p.

16. Воевода А.А., Шипагин В.И. Применение нейросетевого регулятора для многоканальной системы с нестационарными непараметрическими неопределенностями // III Международная конференция по нейронным сетям и нейротехнологиям (NeuroNT'2022): сборник докладов. – СПб., 2022. – С. 41–46.

17. Ключев В.И. Теория электропривода. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 560 с.

18. Башарин А.В., Новиков В.А., Соколовский Г.Г. Управление электроприводами. – М.: Энергоиздат, 1982. – 392 с.

19. Phillips C.L., Harbor R.D. Feedback Control Systems. – Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2000.

20. Воевода А.А., Шипагин В.И. Синтез нейросетевого регулятора управления нелинейной моделью перевернутого маятника на тележке // Научный вестник НГТУ. – 2020. – № 2–3 (79). – С. 25–36. – DOI: 10.17212/1814-1196-2020-2-3-25-36.

21. Marquardt D. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters // SIAM Journal on Applied Mathematics. – 1963. – Vol. 11 (2). – P. 431–441.

Воевода Александр Александрович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры автоматизации Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – управление многоканальными объектами. Имеет более 300 публикаций. E-mail: ucit@ucit.ru

Шипагин Виктор Игоревич, кандидат технических наук, ассистент кафедры автоматизации Новосибирского государственного технического университета. В настоящее время специализируется в области синтеза систем управления техническими системами. E-mail: shipagin@mail.ru

Voevoda Aleksandr A., D.Sc. (Eng.) doctor of the technical sciences, professor, Automation Department, professor, Novosibirsk State Technical University. The main direction of his scientific research is the management of multi-channel objects. He has more than 300 publications. E-mail: ucit@ucit.ru

Shipagin Victor I., PhD (Eng.), assistant lecturer at the Department of Automation, Novosibirsk State Technical University. He currently specializes in the field of synthesis regulators for technical systems. E-mail: shipagin@mail.ru

Synthesis of a neurocontroller for a system containing an essentially nonlinear block*A.A. VOEVODA^a, V.I. SHIPAGIN^b

Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation

^a ucit@ucit.ru ^b shipagin@mail.ru**Abstract**

In some cases, in order to improve the quality indicators of the transients of the automatic control system, it is necessary to take into account in the model of the control object various mechanisms that drive the control object itself (DC motor, wheels, amplifier-converting devices). When calculating controllers by analytical methods, difficulties arise due to the presence of various kinds of irregularities in such systems, including "significant" ones ("backlash", "friction", etc.). In this case, the solution of this issue may be related to the use of artificial neural networks as part of the simulator. This paper shows the application of a neurofeedback scheme using a neuro-emulator and a neurocontroller. This allows you to form a training sample and train a neural network controller in the operating modes of the system that are beyond the control capabilities of a nonlinear model of the control object using a controller calculated by an analytical method. This scheme is considered as an addition to the algorithm of synthesis of neural network controllers with a deterministic way of choosing the architecture and weighting coefficients of a neural network using a scheme of imitating neural control. An example is given of improving the qualitative characteristics of the transients of a system by means of fine-tuning a neurocontroller for a nonlinear system "inverse pendulum on a movable base", taking into account the presence in the system of an inertial link containing a significant non-linearity of the "backlash" type. The purpose of the control was indicated, i.e. stabilization of the inverted pendulum in a vertical position and moving the mobile base to a set value. To achieve these goals, a neurocontrol scheme is used, which contains two neural networks: a neurocontroller (performs the function of forming a control effect on an object) and a neuroemulator (performs the function of simulating a model of the control object and is necessary to calculate the error back pass and adjust the weighting coefficients of the neurocontroller). As a result, it is possible to obtain an automatic control system capable of controlling the specified object.

Keywords: neuroemulator, neurocontroller, automatic control system, nonlinear control object, method of reverse error passing through a direct neuroemulator, scheme of imitating neurocontrol, significant nonlinearity, backlash

REFERENCES

1. Guzik V.F., Prilip V.A., Chyrnyy S.A., Shestakov A.V. Organizatsiya intellektual'nykh sistem upravleniya na osnove neiroregulyatorov [Organization of intelligent control systems on the basis of neuroregulation]. *Inzhenernyi vestnik Dona = Engineering Journal of Don*, 2018, no. 4 (51), p. 189.
2. Anosov V.N., Kaveshnikov V.M., Saidov S.A. Sintez neiroregulyatora energii v sisteme s kombinirovannoi energoustanovkoi [Synthesis neuroregulator of energy in a system with a combined power plant]. *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki = News of the Tula state university. Technical sciences*, 2021, no. 4, pp. 201–205. DOI: 10.24412/2071-6168-2021-4-201-205.
3. Feofilov S.V., Khapkin D.L. Primenenie rekurrentnykh neironnykh setei v zamknutykh sledyashchikh sistemakh s nelineinymi ob'ektami [Application of recurrent neural networks in closed tracking systems with nonlinear objects]. *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki = News of the Tula state university. Technical sciences*, 2021, no. 11, pp. 72–80. DOI 10.24412/2071-6168-2021-11-72-81.
4. Dunaev M.P., Igumnov I.V., Kirgin D.S., Kutsyi N.N. Parametricheskaya optimizatsiya avtomaticheskoi sistemy regulirovaniya avtoklavom s dvumya PID-neiroregulyatorami [Parametric optimization of an autoclave automatic control system with two pid-neural regulators]. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Bulletin of Irkutsk State Technical University*, 2017, vol. 21, no. 4 (123), pp. 67–74. DOI: 10.21285/1814-3520-2017-4-67-74.
5. Omidvar O., Elliott D.L., eds. *Neural systems for control*. New York, Academic Press, 1997. 272 p.

* Received 08 August 2024.

6. Valeev S., Kondratyeva N. Model-based architecture for control system design with application of SIMO neural network. *2021 International Russian Automation Conference (RusAutoCon)*, Sochi, Russian Federation, 2021. IEEE, 2021, pp. 548–552. DOI: 10.1109/RusAutoCon52004.2021.9537466.
7. Zhang X., Yang T., Wang L., Liu S., Yan J., He Z. Architecture growth of dynamic feedforward neural network based on the growth rate function. *2022 IEEE 11th Data Driven Control and Learning Systems Conference (DDCLS)*, Chengdu, China, 2022. IEEE, 2022, pp. 1190–1195. DOI: 10.1109/DDCLS55054.2022.9858492.
8. Wang X., Li W., Qiao J. A weight initialization method for fuzzy neural network based on rule partition. *2021 33rd Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*, Kunming, China, 2021. IEEE, 2021, pp. 6449–6453. DOI: 10.1109/CCDC52312.2021.9601986.
9. Sai T.A., Lee H.-h. Weight initialization on neural network for neuro PID Controller: Case study. *2018 International Conference on Information and Communication Technology Robotics (ICT-ROBOT)*, Busan, Korea (South), 2018. IEEE, 2018, pp. 1–4. DOI: 10.1109/ICT-ROBOT.2018.8549904.
10. Shipagin V.I. *Neirosetevaya realizatsiya polinomial'nogo metoda sinteza regulyatorov s determinirovannym sposobom vybora arkhitektury i initsializatsii vesovykh koeffitsientov*. Diss. kand. tekhn. nauk [Neural network implementation of a polynomial method for synthesizing regulators with a deterministic method for selecting architecture and initializing weighting coefficients: PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2023. 169 p.
11. Jordan M.I., Rumelhart D.E. Forward models: Supervised learning with a distal teacher. *Cognitive Science*, 1990, vol. 16, pp. 313–355.
12. Widrow B., Smith F.W. Pattern-recognizing control systems. *Proceedings of Computer and Information Sciences*, 1964, vol. 12, pp. 288–317.
13. Ronco E. *Incremental polynomial controller networks: Two self-organising non-linear controllers*. Ph.D. Disseration Thesis. Glasgow, 1997. 207 p.
14. Dziuba D.A., Chernodub A.N. Obzor metodov neiroupravleniya [Overview of neurocontrol methods]. *Problemy programmirovaniya = Problems in Programming*, 2011, no. 2, pp. 79–94.
15. Omatu S., Khalid M., Yusof R. *Neuro-control and its applications*. London, New York, Springer, 1996. 255 p.
16. Voevoda A.A., Shipagin V.I. [Application of a neural network controller for a multichannel system with nonstationary nonparametric uncertainties]. *III Mezhdunarodnaya konferentsiya po neironnym setyam i neirotekhnologiyam (NeuroNT'2022)* [III International Conference on Neural Networks and Neurotechnologies (NeuroNT'2022)]. Collection of reports. St. Petersburg, 2022, pp. 41–46. (In Russian).
17. Klyuchev V.I. *Teoriya elektroprivoda* [Theory of electric drive]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1985. 560 p.
18. Basharin A.V., Novikov V.A., Sokolovskii G.G. *Upravlenie elektroprivodami* [Control of electric drives]. Moscow, Energoizdat Publ., 1982. 392 p.
19. Phillips C.L., Harbor R.D. *Feedback Control Systems*. Upper Saddle River, NJ, Prentice Hall, 2000.
20. Voevoda A.A., Shipagin V.I. Sintez neirosetevogo regulyatora upravleniya nelineinoy model'yu perevernutogo mayatnika na teleshke [Synthesis of a neural network control regulator of a nonlinear model of an inverted pendulum on a cart]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2020, no. 2–3 (79), pp. 25–36. DOI: 10.17212/1814-1196-2020-2-3-25-36.
21. Marquardt D. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 1963, vol. 11 (2), pp. 431–441.

Для цитирования:

Воевода А.А., Шипагин В.И. Синтез нейрорегулятора для системы, содержащей существенно нелинейный блок // Системы анализа и обработки данных. – 2024. – № 3 (95). – С. 25–38. – DOI: 10.17212/2782-2001-2024-3-25-38.

For citation:

Voevoda A.A., Shipagin V.I. Sintez neiroregulyatora dlya sistemy, sodержashchei sushche-stvenno nelineinyy blok [Synthesis of a neurocontroller for a system containing an essentially nonlinear block]. *Sistemy analiza i obrabotki dannykh = Analysis and Data Processing Systems*, 2024, no. 3 (95), pp. 25–38. DOI: 10.17212/2782-2001-2024-3-25-38.

Анализ электрической активности различных областей головного мозга для оценки различий функциональных состояний человека*

Э.В. ГЛЕКЛЕР

199178, г. Санкт-Петербург, 14-я линия В. О., 39, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Санкт-Петербургский федеральный исследовательский центр Российской академии наук»

eduard.glekler@yandex.ru

В работе представлена оценка возможности применения различных отведений при расчете метрик сигнала электроэнцефалограммы для использования с целью поиска отличий сигнала электроэнцефалограммы человека в состоянии концентрации и состоянии свободного блуждания ума. Отведения и метрики выбраны на основе приведенного анализа работ по теме распознавания и оценки различных состояний человека, подобных состоянию концентрации. Приведены практические способы вычисления выбранных метрик мощности и энтропии сигнала в различных частотных диапазонах. В работе используется уникальный набор данных, содержащий записи электроэнцефалограммы для функциональных состояний концентрации на точке в центре лба и фонового состояния свободного блуждания ума, включающий в себя записи 17 участников. Оценка применимости отведений осуществлена на основе коэффициента точечной бисериальной корреляции значений метрик с функциональными состояниями, а также аналогичного показателя, основанного на разности межквартильных расстояний значений метрик. Показано, что наиболее перспективными для применения являются префронтальные отведения для расчета метрики энтропии сигнала в диапазоне от 0,3 до 30 Гц и затылочные отведения для расчета спектральных метрик мощности в α - и θ -диапазонах. Для ряда метрик значимыми являются не только абсолютные значения, но и их отношения для различных областей головного мозга (префронтальной, центральной и затылочной). Среди относительных величин наиболее перспективным является отношение значений метрик на префронтальных отведениях к соответствующим значениям на затылочных отведениях. Эти метрики на рассмотренных отведениях показывают значимые, но разнонаправленные изменения между функциональными состояниями для участников в выборке.

Ключевые слова: отведения электроэнцефалограммы, концентрация, спектральный анализ, энтропия, функциональные состояния, области головного мозга, метрики электроэнцефалограммы, свободное блуждание ума

* *Статья получена 02 апреля 2024 г.*

ВВЕДЕНИЕ

Анализ электроэнцефалограммы (ЭЭГ) – один из наиболее широко используемых способов, применимых при анализе различных функциональных состояний человека, для распознавания и оценки которых не требуется высокого пространственного разрешения считываемого сигнала. Так, в работе устройств, предназначенных для персонального использования, таких как Muse [1], Emotiv [2] и другие, используется относительно малое количество отведений для оценки качества выполнения различных практик саморегуляции, концентрации, медитации и др.

Вместе с тем в научных работах, связанных с распознаванием состояния концентрации и других подобных состояний на основе различных метрик, для их вычисления используются различные, часто непересекающиеся наборы отведений (раздел 1).

В связи с этим возникает необходимость оценки оптимальности различных отведений ЭЭГ для использования в целях распознавания состояния концентрации с применением различных его метрик и набора данных, включающего как можно большее число отведений для различных областей скальпа.

Работа состоит из четырех разделов. В разделе 1 приведен обзор актуальных работ, связанных с распознаванием и оценкой состояния концентрации и иных схожих функциональных состояний с целью рассмотрения используемых в этих работах отведений ЭЭГ. В разделе 2 приведено описание подхода к оценке оптимальности использования отведений сигнала ЭЭГ для расчета различных метрик состояния концентрации, выявленных на основе рассмотренных работ. В разделе 3 приведено описание набора данных, использованного для оценки оптимальности рассматриваемых отведений. В разделе 4 приведено описание результатов работы: оценка оптимальности использования отведений, полученная путем вычисления различных метрик концентрации для сигнала с этих отведений; анализ полученных результатов; перспективы использования различных групп отведений в связке с различными метриками состояния концентрации.

1. СУЩЕСТВУЮЩИЕ МЕТРИКИ СОСТОЯНИЯ КОНЦЕНТРАЦИИ И СООТВЕТСТВУЮЩИЕ ИМ ОТВЕДЕНИЯ

В этом разделе приведен обзор работ, связанных с распознаванием и оценкой степени концентрации человека или схожих процессов, включающий анализ используемых в этих работах наборов отведений сигнала ЭЭГ, записанного с использованием гелевых или сухих электродов на взрослых, здоровых участниках.

Так, в работе [3] используются два префронтальных симметричных по расположению отведения для расчета спектральных метрик сигнала, в то время как в работе [4] используется всего одно отведение, соответствующее точке в центре надбровной дуги, используемое для расчета различных несектральных метрик, таких как показатель энтропии сигнала и др.

В работе [5] показана возможность использования одного префронтального отведения для оценки состояния концентрации на основе неспектральных (в ходе решения логической задачи) без значительных потерь в точности относительно 63 отведений, распределенных по всей поверхности скальпа.

Кроме того, в работах [6, 7], в которых используются 14 и 8 отведений соответственно, отдельно отмечена значимость некоторых спектральных метрик именно на префронтальных отведениях. Вместе с тем в работах [8, 9], в которых используются 6 и 8 отведений соответственно, подобной особенности отмечено не было. Однако в работе [10] используются исключительно два префронтальных канала для расчета спектральной метрики в ходе выполнения участниками задачи на концентрацию, аналогичной одной из метрик, используемых в работе [9].

Стоит отметить, что в работах [11, 12, 13 и 14], в рамках которых исследуется процесс mindfulness-медитации, более схожий с рассматриваемым в этой работе состоянием концентрации, вне зависимости от числа используемых отведений (4, 14, 32 и 32 соответственно), не отмечается каких-либо особенностей влияния этого состояния отдельно на префронтальные отведения.

Таким образом, ни в одной из рассмотренных работ не отмечена значимость использования каких-либо отведений, помимо префронтальных, а в части из них используются исключительно префронтальные отведения. Вместе с тем в работах, связанных с распознаванием и оценкой состояния mindfulness-медитации, используется множество различных отведений по всей поверхности скальпа, и префронтальные отведения никак не выделяются на их фоне.

2. ПОДХОД

На основе рассмотренных ранее работ для анализа в рамках настоящей статьи были выбраны следующие группы отведений в соответствии с используемым монтажом 1020 (рис. 1):

- префронтальные: $F3$, Fz , $F4$;
- центральные: $C3$, Cz , $C4$;
- затылочные: $O1$, $O2$, $P3$, $P4$.

Поскольку в данной работе не применяются методы предварительного удаления артефактов сигнала, вместо используемых в ряде рассмотренных работ префронтальных отведений $Fp1$ и $Fp2$ были выбраны менее подверженные влиянию артефактов отведения $F3$, Fz , $F4$.

Центральные и затылочные отведения в среднем менее подвержены влиянию артефактов, связанных с движением глаз [15]. Кроме того, в силу условий эксперимента в сигнале отсутствуют артефакты, связанные с морганием.

На рис. 2 представлен подход к оценке корреляции значений метрик, выявленных в ходе обзора, с классами состояния концентрации и фонового состояния.

Можно видеть, что вычисляемые метрики делятся на две группы: спектральные метрики мощности сигнала в различных частотных диапазонах и метрики энтропии сигнала в тех же диапазонах, а также общий показатель энтропии на рассматриваемом диапазоне от 0,3 до 30 Гц.

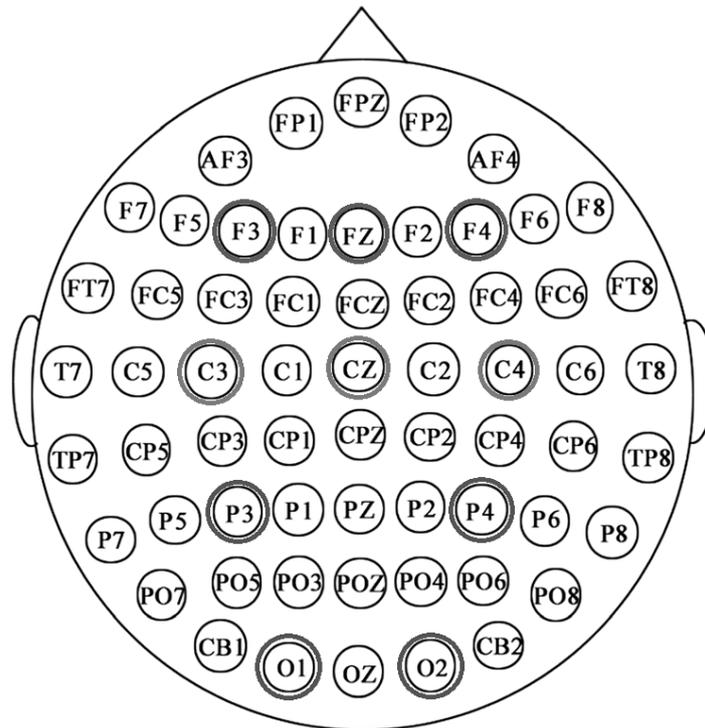


Рис. 1. Положения отведений

Fig. 1. Positions of electrodes

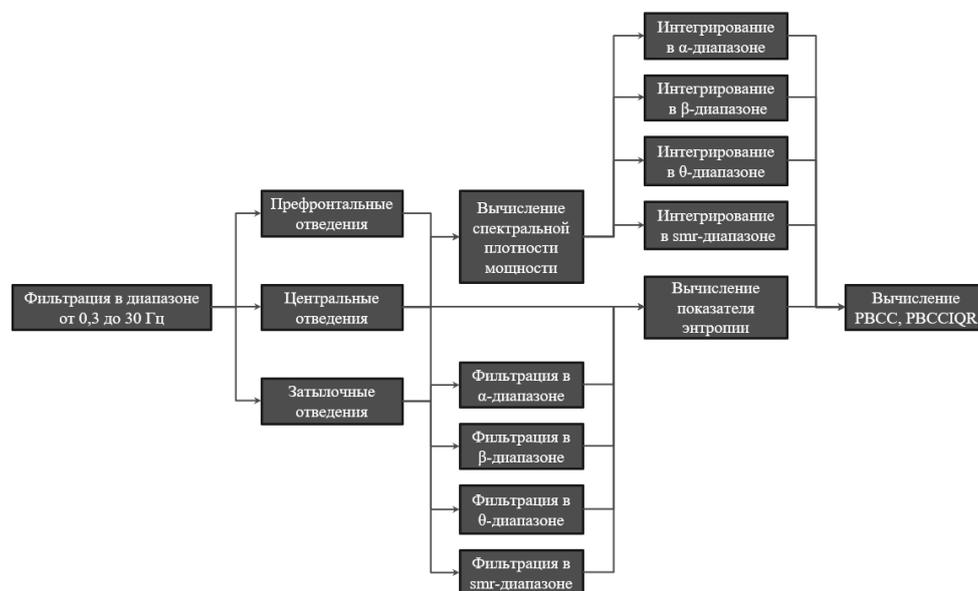


Рис. 2. Вычисление корреляций

Fig. 2. Correlation calculation

Для расчета спектральных метрик предварительно вычисляется функция спектральной плотности мощности с использованием метода Уэлча [16] на эпохах длиной 2 секунды, достаточной с учетом рассматриваемых диапазонов: θ (от 4 до 8 Гц), α (от 8 до 13 Гц), SMR (от 12 до 15 Гц), β (нижняя часть, от 13 до 20 Гц), после чего для вычисления мощности эта функция интегрируется на рассматриваемых диапазонах. Перед вычислением метрик энтропии осуществляется фильтрация сигнала в тех же диапазонах с использованием фильтра с конечной импульсной характеристикой (этот же фильтр был применен перед вычислением всех рассматриваемых метрик).

Показатель энтропии вычисляется по формулам:

$$A(m, r) = \sum C(i, r, m); \quad (1)$$

$$SampEn = -\log\left(\frac{A(m, r)}{A(m+1, r)}\right), \quad (2)$$

где $C(i, r, m)$ – количество векторов длиной m , состоящих из последовательно идущих значений сигнала, схожих с i -м вектором сигнала (включая частично перекрывающиеся вектора). Здесь схожесть понимается как расстояние между векторами, не превышающее величины r . В соответствии с рекомендациями, приведенными в работе [17], параметр r в настоящей работе принимается равным среднеквадратическому отклонению (для расстояния, взятого по Чебышеву, $m = 5$). *SampEn* (sample entropy) – используемая в настоящей работе оценка показателя энтропии, имеющая меньшее смещение в сравнении с альтернативами [17].

Для оценки возможности применения сигнала ЭЭГ с различных отведений при расчете рассматриваемых метрик в целях распознавания состояния концентрации был использован коэффициент точечной бисериальной корреляции (*PBCC*, point-biserial correlation coefficient) [18], позволяющий оценить степень различий между двумя классами (состоянием концентрации и фоновым состоянием) и рассчитываемый по формуле (3). Кроме того, для оценки различий не только по математическому ожиданию, но и по межквартильному расстоянию (*IQR*, interquartile range) для элементов этих классов и для всех метрик был дополнительно рассчитан предложенный автором показатель *PBCCIQR*, рассчитываемый по формуле (4) аналогично формуле (3):

$$PBCC = \frac{M_1 - M_0}{s_{n-1}} \sqrt{\frac{n_1 n_0}{n(n-1)}}; \quad (3)$$

$$PBCCIQR = \frac{IQR_1 - IQR_0}{s_{n-1}} \sqrt{\frac{n_1 n_0}{n(n-1)}}, \quad (4)$$

где M_1 и M_0 – математические ожидания для значений двух классов; IQR_1 и IQR_0 – межквартильные расстояния для значений двух классов;

n_1 и n_0 – их количество в выборке; n – общий объем выборки; s_{n-1} – несмещенная оценка среднеквадратического отклонения для всей выборки.

Эти показатели были вычислены для усредненных в рамках определенных групп отведений значений метрик и их отношений. В целях дополнительного снижения влияния артефактов при расчете показателей $PBCC$ и $PBCCIQR$ предложено не учитывать 2,5 % минимальных и максимальных значений используемых метрик.

3. НАБОР ДАННЫХ

Для определения оптимальности применения различных групп отведений использовался уникальный набор данных ЭЭГ 17 здоровых взрослых участников (7 мужчин и 10 женщин) с опытом концентрации (среди имевших практику концентрации) не менее года (возраст от 20 до 53 лет, средний возраст – 36 лет; опыт от одного года до 30 лет, средний опыт – 8 лет); ЭЭГ записывалась на 63 отведениях (монтаж (вариант размещения отведений на поверхности головы, см. рис. 1) – 1020, частота дискретизации 2048 Гц). В работе использовались три префронтальных ($F3$, Fz , $F4$), 3 центральных ($C3$, Cz , $C4$) и 4 затылочных ($O1$, $O2$, $P3$, $P4$) отведения. Каждая запись содержала 15 минут состояния концентрации, в рамках которого участники должны были сосредоточить внимание на центре лба и возвращаться к этой точке при отвлечении, и 10 минут свободного блуждания ума, в рамках которого участники должны были позволить мыслям свободно сменять друг друга. Участники сидели с закрытыми глазами в одинаковых условиях, различие заключалось только в фокусе внимания. Для некоторых участников было собрано несколько записей ЭЭГ (всего 23 записи). После каждой записи они заполняли опросник, в котором указывали данные о своем опыте концентрации и количестве часов сна накануне, а также субъективно оценивали качество концентрации, мысленно разбив ее на четверти и отдельно оценив степень выраженности концентрации для каждой из них по десятибалльной шкале, где 1 – полное отсутствие концентрации, 10 – наилучшая концентрация.

Следует учитывать, что исследования в области распознавания состояния концентрации и медитации обычно имеют относительно небольшую выборку в силу сложности набора участников, имеющих достаточный опыт в таких практиках. Так, среди 12 работ, рассмотренных в разделе 1, 4 работы имеют выборку меньше 17 человек, причем большинство работ, имеющих большую выборку, для участия в исследовании принимают людей, не имеющих значительного опыта в практике концентрации. Значительная разница в возрасте между участниками такого исследования обусловлена теми же причинами, однако потенциальное влияние этого фактора на значения рассматриваемых метрик не было отмечено ни в одной из рассмотренных работ.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 3 представлена матрица значений коэффициента корреляции для рассматриваемых метрик, собранных в состоянии свободного блуждания ума, а также во второй и третьей четвертях состояния концентрации. Столбцы отсортированы по убыванию среднего по модулю значения метрик, указанного в строке *AVG*. Строки отсортированы по участникам (название строки соответствует индексу участника, записи одного участника идут подряд). Индекс записи обозначен в столбце *rec_id*. В столбцах *exp*, *points* и *max_cor* указаны опыт участника, средняя субъективная оценка качества концентрации за вторую и третью четверти, а также максимальный коэффициент корреляции среди всех метрик. Значение «0» в столбце *points* означает, что участник не смог оценить качество концентрации, а значение «-1» – что инструкции были выполнены участником некорректно. Остальные столбцы содержат значения коэффициента корреляции *PBCC* для метрик энтропии *ent* и мощности *pow* в диапазонах α (*a*), β (*b20*), θ (*th*) и *SMR* (*smr*). Также указаны значения *PBCCIQR* (помечены *). Например, столбец *b20_ent** соответствует *PBCCIQR* для метрики энтропии в β -диапазоне, а *smr_pow* соответствует *PBCC* для метрики мощности в *SMR*-диапазоне.

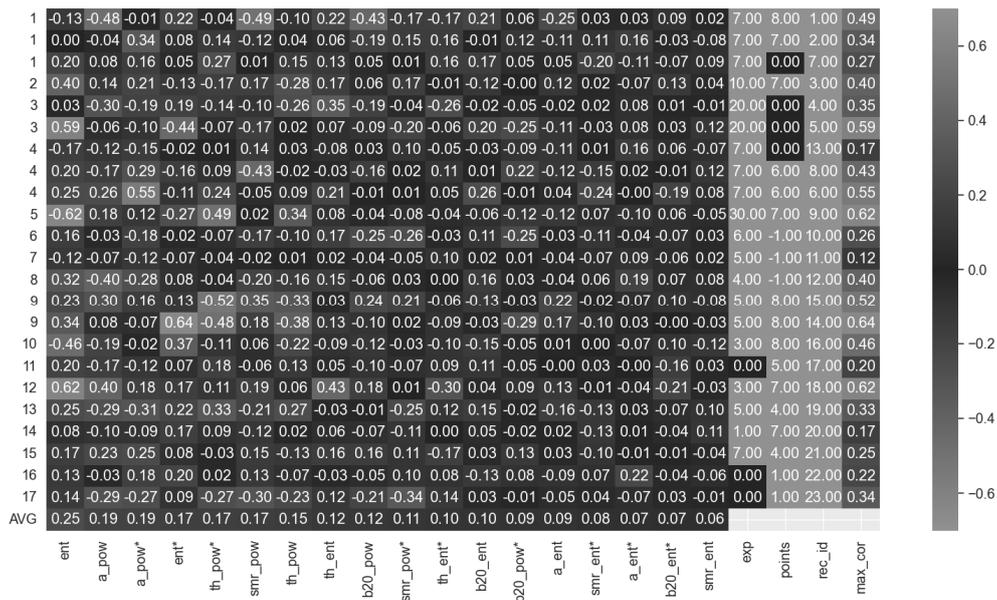


Рис. 3. Матрица корреляций

Fig. 3. Correlation matrix

Можно видеть, что наибольшие различия между классами наблюдаются по метрикам энтропии и некоторым из спектральных метрик. Метрики энтропии в отдельных частотных диапазонах не демонстрируют существенных различий.

Аналогичная матрица была построена для префронтальных, центральных и затылочных отведений (рис. 4, 5 и 6 соответственно).

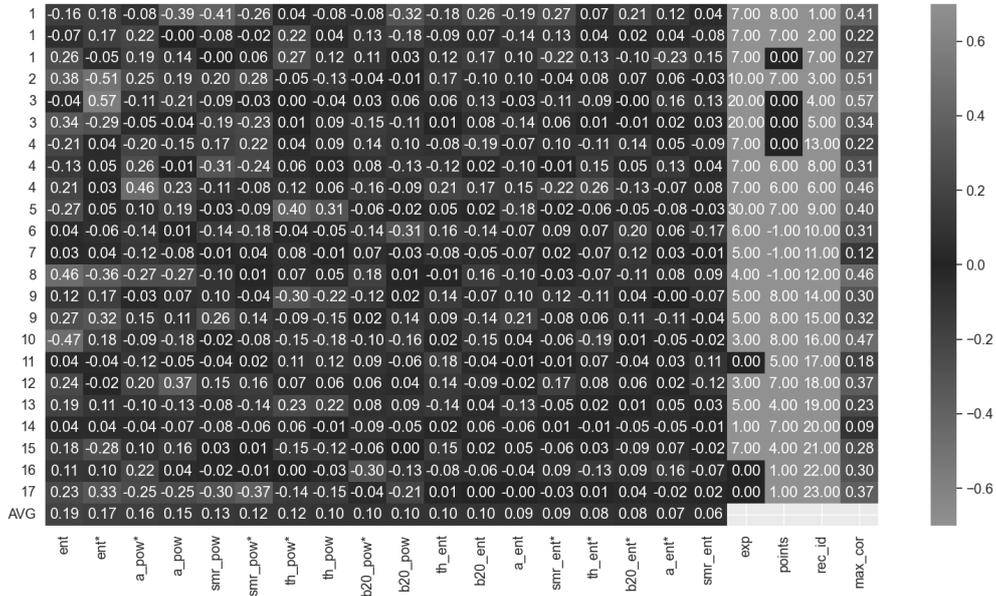


Рис. 4. Матрица корреляций (префронтальные отведения)

Fig. 4. Correlation matrix (prefrontal channels)

Хотя корреляции значений метрик на префронтальных отведениях в рамках некоторых отдельных записей существенно выше соответствующих значений на всех отведениях, видно, что средние их значения не имеют значимых отличий.

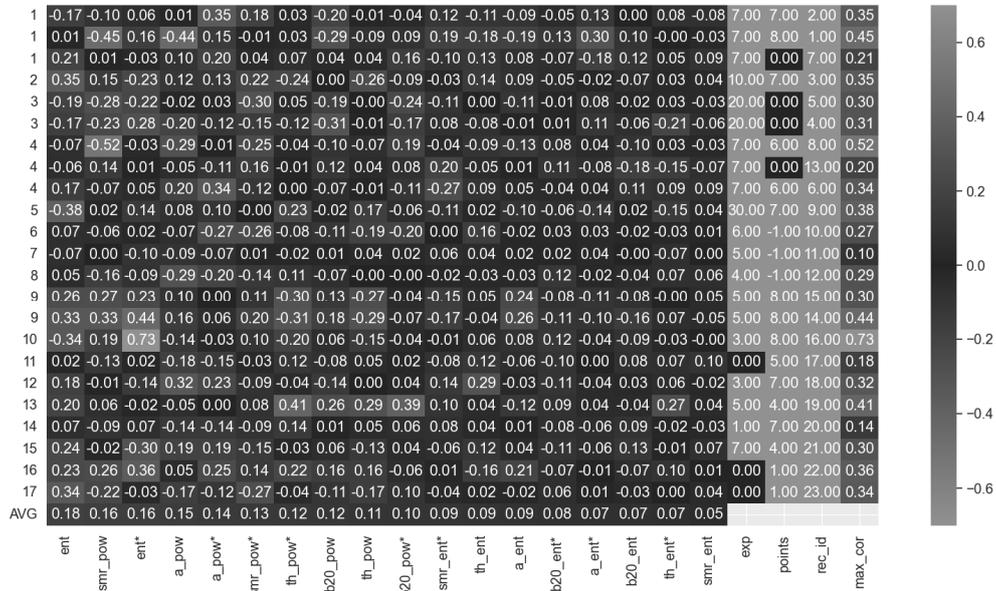


Рис. 5. Матрица корреляций (центральные отведения)

Fig. 5. Correlation matrix (central channels)

Различия между классами в рамках центральных отведений наименее значимы среди всех рассмотренных.

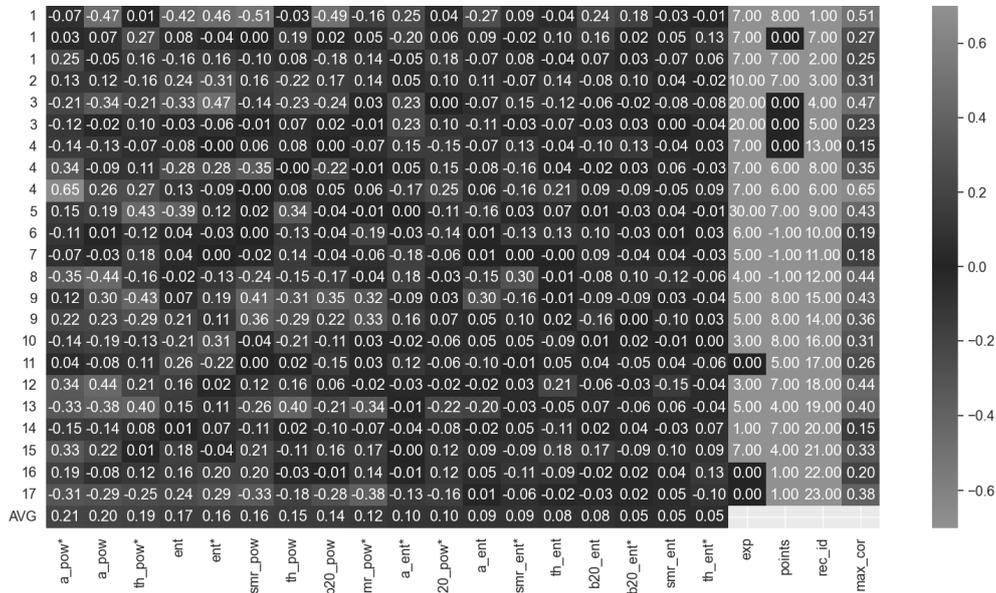


Рис. 6. Матрица корреляций (затылочные отведения)

Fig. 6. Correlation matrix (occipital channels)

Для затылочных отведений можно видеть относительное повышение значимости метрики мощности в α -диапазоне, что является ожидаемым результатом с учетом типичных для этого диапазона особенностей пространственного распределения [15].

Средняя точность некоторых метрик для затылочных отведений незначительно превышает аналогичный показатель для префронтальных отведений, что слабо согласуется с результатами ранее приведенного обзора используемых отведений. Однако следует учитывать, что абсолютные значения этих метрик зависят от функционального состояния (степени усталости, настроения и других факторов). По этой причине в большинстве рассмотренных работ использовались различного рода относительные величины, предположительно менее зависимые от подобного рода факторов. Одной из таких величин является отношение значений рассматриваемых метрик для различных групп отведений, которое в большей мере показывает особенности распределения электрической активности в мозге. На рис. 7, 8 и 9 представлены отношения значений метрик префронтальных отведений к центральным, префронтальных к затылочным и центральных к затылочным соответственно.

Можно видеть, что относительные величины для префронтальных отведений демонстрируют значительно большую степень корреляции, чем абсолютные, но не для наиболее значимой для префронтальных отведений метрики энтропии.

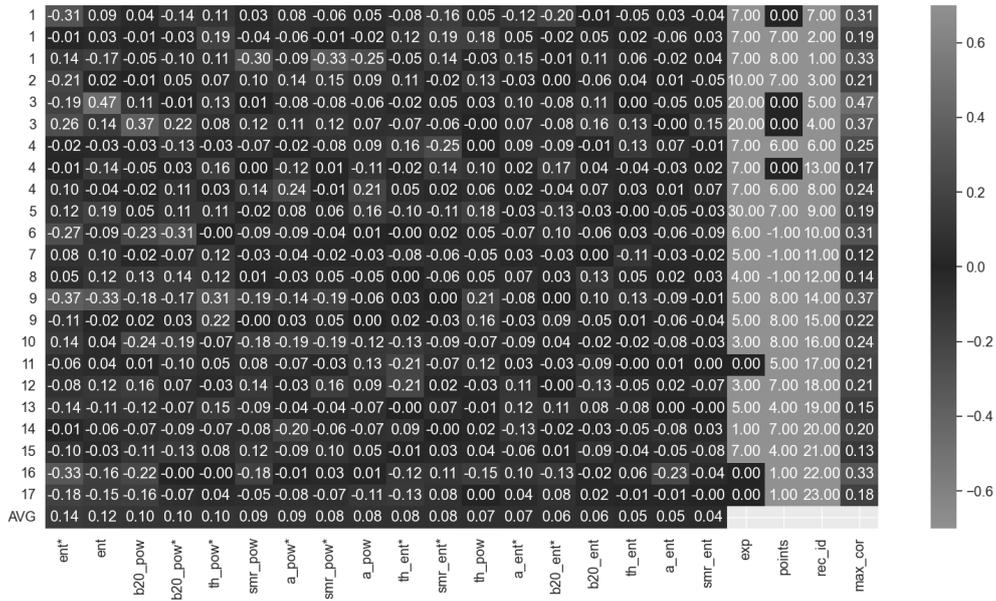


Рис. 7. Матрица корреляций (префронтальные отведения к центральным)

Fig. 7. Correlation matrix (prefrontal channels to central)

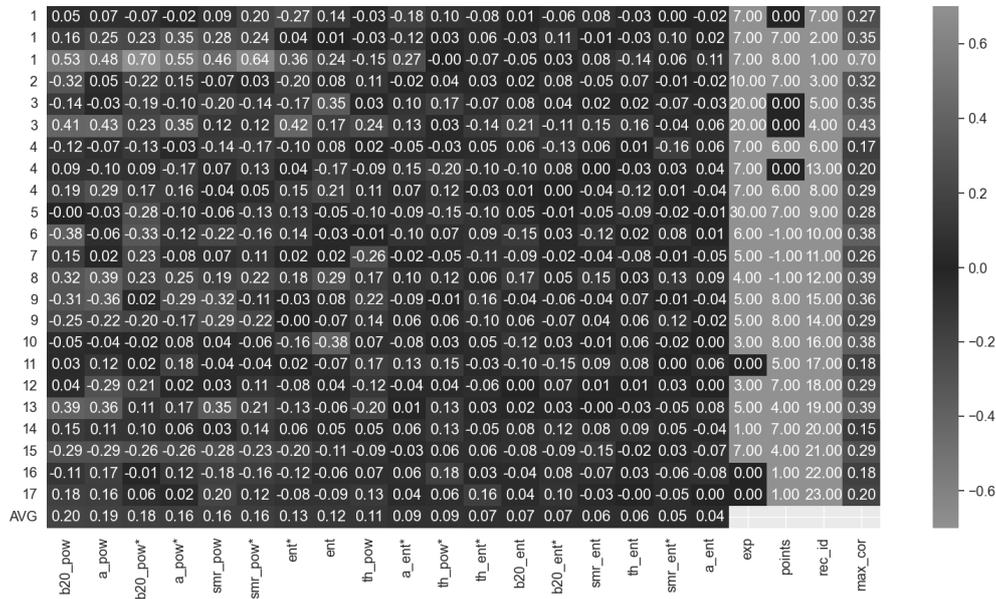


Рис. 8. Матрица корреляций (префронтальные отведения к затылочным)

Fig. 8. Correlation matrix (prefrontal channels to occipital ones)

Кроме того, эти значения в среднем ниже для отношения к центральным отведениям, чем к затылочным, что может объясняться меньшей зависимостью метрик центральных отведений от рассматриваемых функциональных состояний. Стоит отметить, что для некоторых спектральных метрик

(в частности, метрики мощности в β -диапазоне), эти различия наблюдаются в наибольшей степени – это согласуется с отмеченной значимостью спектральных метрик для затылочных отведений.

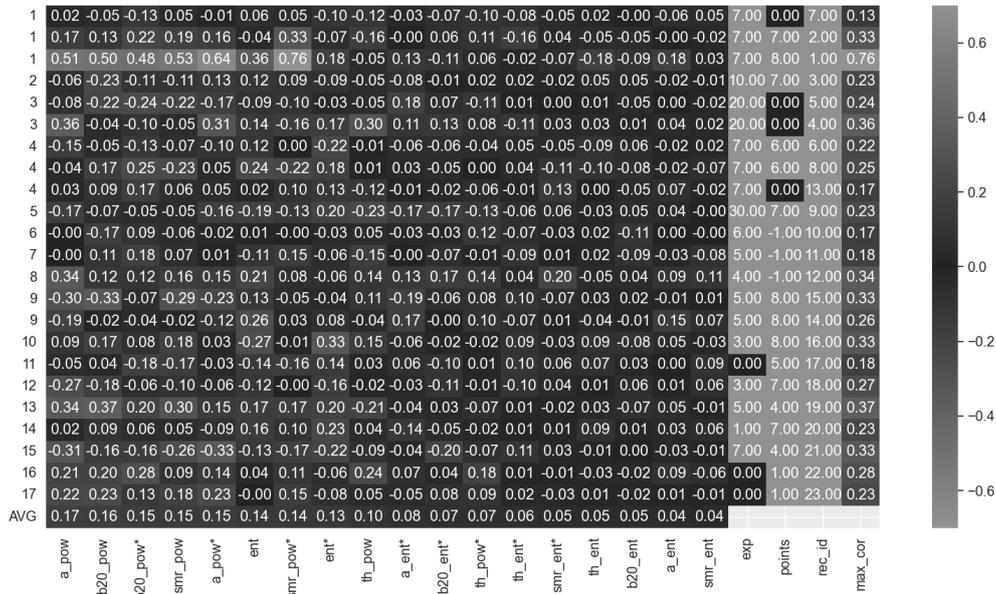


Рис. 9. Матрица корреляций (центральные отведения к затылочным)

Fig. 9. Correlation matrix (central channels to occipital ones)

Для отношения значений метрик центральных отведений к затылочным ожидаемо наблюдаются наименьшие средние значения корреляций.

Таким образом, результаты этой работы подтверждают значимость префронтальных отведений при расчете метрики энтропии и некоторых спектральных метрик для распознавания и оценки состояния концентрации. Это наблюдается в первую очередь для относительных величин этих метрик на префронтальных отведениях к затылочным. Вместе с тем затылочные отведения более значимы при расчете отдельных спектральных метрик, в частности метрик мощности в α - и β -диапазонах.

Несмотря на относительно малые средние значения корреляций метрик по всем записям, можно видеть, что максимальное значение корреляции среди всех метрик в рамках каждой отдельной записи (столбец max_cor) для большинства записей существенно выше. Иными словами, в рамках большинства записей наблюдаются значимые различия между классами хотя бы по одной из метрик, однако эти различия могут быть разнонаправлены для различных записей. Этот факт не позволяет осуществлять распознавание состояния концентрации на произвольном участке записи, однако при условии предварительной записи фонового состояния для конкретного участника в рамках конкретного сеанса можно говорить о наличии или отсутствии отличий рассматриваемого состояния от фонового. Особенно это видно при рассмотрении записей участников, имеющих опыт более года, корректно выполнивших все

инструкции в рамках сеанса и давших высокую субъективную оценку достигнутого состояния концентрации (более 6 баллов). Всего для одной записи, соответствующей этим критериям, показатель максимальной корреляции, взятый для всех отведений, не превышает 0,4 (в этой записи участник отметил нестабильное качество концентрации по четвертям: 6, 8, 6 и 5), чего не наблюдается для большинства остальных записей. При рассмотрении метрик, взятых на префронтальных отведениях, и соответствующих им относительных величин к значениям для затылочных отведений наблюдаются аналогичные результаты. Хотя на затылочных отведениях показатель корреляции для ряда записей имеет большие значения в силу высоких значений отдельных спектральных метрик, в целом результаты для этих отведений существенно менее стабильны. Результаты для центральных отведений наименее значимы среди всех рассмотренных.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе был рассмотрен вопрос использования различных отведений при расчете метрик энтропии и мощности сигнала ЭЭГ для оценки различий между функциональными состояниями человека. Рассматриваемые метрики и группы отведений были выявлены в ходе обзора работ по теме распознавания состояния концентрации. Применимость этих отведений была оценена на 23 записях состояния концентрации и фонового состояния свободного блуждания ума для 17 участников. Для оценки применимости отведений были использованы коэффициент точечной бисериальной корреляции этих метрик и соответствующих состояний, а также аналогичный показатель, основанный на разности межквартильных расстояний их значений.

Было показано, что наиболее многообещающими для целей распознавания состояния концентрации являются префронтальные отведения (для метрики энтропии сигнала в диапазоне от 0,3 до 30 Гц) и затылочные отведения (для спектральных метрик мощности в α - и β -диапазонах), причем различия с фоновым состоянием могут проявляться как по среднему значению метрик, так и по межквартильному расстоянию. Наиболее значимые изменения для состояния концентрации наблюдаются для относительных значений метрик на префронтальных отведениях к затылочным. Вместе с тем ни одна из этих метрик ни на одной из групп отведений не показывает универсального характера изменений для состояния концентрации.

Таким образом, в работе показана обоснованность применения исключительно фронтальных отведений при рассмотрении метрики энтропии и в меньшей степени спектральных метрик. Вместе с тем распознавание состояния концентрации требует предварительной записи фонового состояния непосредственно перед началом распознавания в силу высоких индивидуальных особенностей участников. Поиск более универсальных метрик, по всей видимости, требует использования отведений по всей поверхности скальпа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. EEG-based identification of emotional neural state evoked by virtual environment interaction / D. Jung, J. Choi, J. Kim, S. Cho, S. Han // *International Journal of Environmental Research and Public Health*. – 2022. – Vol. 19. – DOI: 10.3390/ijerph19042158.
2. A review of applications of electroencephalogram in thermal environment: comfort, performance, and sleep quality / J. Shi, N. Zhang, Ch. Liu, J. Li, Y. Sun, W. Gao // *Journal of Building Engineering*. – 2024. – Vol. 84. – DOI: 10.1016/J.JOBE.2024.108646.
3. Use of EEG signals, cortisol secretion, and task performance to evaluate the effects of different lighting environments on concentration level in a sustained attention task / M.-C. Hsieh, Y.-Q. Zhang, R. Dong, Y.-C. Lee, C.-y. Ni // *International Journal of Industrial Ergonomics*. – 2022. – Vol. 92 (4). – DOI: 10.1016/j.ergon.2022.103371.
4. Evaluation on game concentration with multi-scale fuzzy entropy based on EEG signals / Y. Wang, Q. Huang, Z. Xie, M. Wang, W. Bao // *Entertainment Computing*. – 2023. – Vol. 46. DOI: 10.1016/j.entcom.2023.100570.
5. Comparative study of attention-related features on attention monitoring systems with a single EEG channel / Zh. Liang, X. Wang, J. Zhao, X. Li // *Journal of Neuroscience Methods*. – 2022. – Vol. 382. – DOI: 10.1016/j.jneumeth.2022.109711.
6. Exploring the effects of indoor temperature on college students' physiological responses, cognitive performance and a concentration index derived from EEG signals / Y. Li, Sh. Li, W. Gao, W. Xu, Y. Xu, J. Wang // *Developments in the Built Environment*. – 2022. – Vol. 12. – DOI: 10.1016/j.dibe.2022.100095.
7. Choi Y., Kim M., Chun C. Effect of temperature on attention ability based on electroencephalogram measurements // *Building and Environment*. – 2019. – Vol. 147. – P. 299–304. – DOI: 10.1016/j.buildenv.2018.10.020.
8. Temporal dynamics of subjective and objective alertness during exposure to bright light in the afternoon for 5 h / X. Luo, T. Ru, Q. Chen, F.C. Hsiao, C.S. Hung, C.M. Yang, G. Zhou // *Frontiers in Physiology*. – 2021. – Vol. 12. – DOI: 10.3389/fphys.2021.771605.
9. Lim S., Yeo M., Yoon G. Comparison between concentration and immersion based on EEG analysis // *Sensors*. – 2019. – Vol. 19 (7). – DOI: 10.3390/s19071669.
10. Effect of indoors artificial lighting conditions on computer-based learning performance / R. Zhang, Y. Yang, Q. Fang, Y. Liu, X. Zhu, M. Wang, L. Su // *International Journal of Environmental Research and Public Health*. – 2020. – Vol. 17 (7). – DOI: 10.3390/ijerph17072537.
11. Technology supported mindfulness for obsessive compulsive disorder: Self-reported mindfulness and EEG correlates of mind wandering / L.L. Hawley, N.A. Rector, A. DaSilva, J.M. Laposa, M.A. Richter // *Behaviour Research and Therapy*. – 2021. – Vol. 136. – DOI: 10.1016/j.brat.2020.103757.
12. Intermediate effects of mindfulness practice on the brain activity of college students: An EEG study / H. Do, H. Hoang, N. Nguyen, A. An, H. Chau, Q. Khuu, L. Tran, T. Le, A. Le, K. Nguyen, T. Vo, H. Ha // *IBRO Neuroscience Reports*. – 2023. – Vol. 14. – P. 308–319. – DOI: 10.1016/j.ibneur.2023.03.003.
13. The effects of an internet-based mindfulness meditation intervention on electrophysiological markers of attention / D. Klee, D.D. Colgan, D. Hanes, B. Oken // *International Journal of Psychophysiology*. – 2020. – Vol. 158. – P. 103–113.
14. Gupta S.S., Manthalkar R.R., Gajre S.S. Mindfulness intervention for improving cognitive abilities using EEG signal // *Biomedical Signal Processing and Control*. – 2021. – Vol. 70. – DOI: 10.1016/j.bspc.2021.103072.
15. Tong S., Thakor N.V. Quantitative EEG analysis methods and clinical applications. – Boston: Artech House, 2009. – 421 p.
16. Oppenheim A.V., Schaffer R.W., Buck J.R. Discrete-time signal processing. – 2nd ed. – Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 1999. – 870 p.

17. Bai Y., Liang Z., Li X. A permutation Lempel-Ziv complexity measure for EEG analysis // *Biomedical Signal Processing and Control*. – 2015. – Vol. 19. – DOI: 10.1016/j.bspc.2015.04.002.
18. Glass G.V., Hopkins K.D. *Statistical methods in education and psychology*. – Boston: Allyn & Bacon, 1995. – 674 p.

Глеклер Эдуард Викторович, младший научный сотрудник, лаборатория интегрированных систем автоматизации, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Санкт-Петербургский федеральный исследовательский центр Российской академии наук» (г. Санкт-Петербург, Российская Федерация). E-mail: eduard.glekler@yandex.ru

Glekler Eduard V., junior researcher, laboratory of integrated automation systems, St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences (St. Petersburg, Russian Federation). E-mail: eduard.glekler@yandex.ru

DOI: 10.17212/2782-2001-2024-3-39-54

Analysis of the electrical activity in various brain regions for assessing differences in human functional states*

E.V. GLEKLER

St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences, 39 14th Line V.O., St. Petersburg, 664033, Russian Federation

eduard.glekler@yandex.ru

Abstract

The study presents an evaluation of the feasibility of using various EEG leads for calculating EEG signal metrics aimed at detecting differences in the EEG signal of a person in a state of concentration and a state of mind-wandering. The leads and metrics were selected based on an analysis of related studies focused on recognizing and assessing human states, such as concentration. Practical methods for calculating selected power and entropy metrics in various frequency bands are provided. The study uses a unique dataset containing EEG recordings for functional states of concentration at a point in the center of the forehead and background states of mind-wandering, including data from 17 participants. The assessment of the applicability of leads was based on the point-biserial correlation coefficient of the metric values with functional states, as well as a similar measure based on the difference in interquartile ranges of the metric values. It was shown that the most promising leads for application are prefrontal leads for calculating the signal entropy metric in the 0.3 to 30 Hz range, and occipital leads for calculating spectral power metrics in the α and θ ranges. For several metrics, not only absolute values are important, but also their ratios for different brain regions (prefrontal, central, and occipital). Among the relative values, the most promising is the ratio of metric values in the prefrontal leads to the corresponding values in the occipital leads. These metrics on the selected leads show significant but divergent changes between functional states for the participants in the sample.

Keywords: EEG leads, concentration, spectral analysis, entropy, functional states, brain regions, EEG metrics, mind-wandering

* Received 02 April 2024.

REFERENCES

1. Jung D., Choi J., Kim J., Cho S., Han S. EEG-based identification of emotional neural state evoked by virtual environment interaction. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 2022, vol. 19. DOI: 10.3390/ijerph19042158.
2. Shi J., Zhang N., Liu Ch., Li J., Sun Y., Gao W. A review of applications of electroencephalogram in thermal environment: comfort, performance, and sleep quality. *Journal of Building Engineering*, 2024, vol. 84. DOI: 10.1016/J.JOBE.2024.108646.
3. Hsieh M.-C., Zhang Y.-Q., Dong R., Lee Y.-C., Ni C.-y. Use of EEG signals, cortisol secretion, and task performance to evaluate the effects of different lighting environments on concentration level in a sustained attention task. *International Journal of Industrial Ergonomics*, 2022, vol. 92 (4). DOI: 10.1016/j.ergon.2022.103371.
4. Wang Y., Huang Q., Xie Z., Wang M., Bao W. Evaluation on game concentration with multi-scale fuzzy entropy based on EEG signals. *Entertainment Computing*, 2023, vol. 46. DOI: 10.1016/j.entcom.2023.100570.
5. Liang Zh., Wang X., Zhao J., Li X. Comparative study of attention-related features on attention monitoring systems with a single EEG channel. *Journal of Neuroscience Methods*, 2022, vol. 382. DOI: 10.1016/j.jneumeth.2022.109711.
6. Li Y., Li Sh., Gao W., Xu W., Xu Y., Wang J. Exploring the effects of indoor temperature on college students' physiological responses, cognitive performance and a concentration index derived from EEG signals. *Developments in the Built Environment*, 2022, vol. 12. DOI: 10.1016/j.dibe.2022.100095.
7. Choi Y., Kim M., Chun C. Effect of temperature on attention ability based on electroencephalogram measurements. *Building and Environment*, 2019, vol. 147, pp. 299–304. DOI: 10.1016/j.buildenv.2018.10.020.
8. Luo X., Ru T., Chen Q., Hsiao F.C., Hung C.S., Yang C.M., Zhou G. Temporal dynamics of subjective and objective alertness during exposure to bright light in the afternoon for 5 h. *Frontiers in Physiology*, 2021, vol. 12. DOI: 10.3389/fphys.2021.771605.
9. Lim S., Yeo M., Yoon G. Comparison between concentration and immersion based on EEG analysis. *Sensors*, 2019, vol. 19 (7). DOI: 10.3390/s19071669.
10. Zhang R., Yang Y., Fang Q., Liu Y., Zhu X., Wang M., Su L. Effect of indoors artificial lighting conditions on computer-based learning performance. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 2020, vol. 17 (7). DOI: 10.3390/ijerph17072537.
11. Hawley L.L., Rector N.A., DaSilva A., Laposa J.M., Richter M.A. Technology supported mindfulness for obsessive compulsive disorder: Self-reported mindfulness and EEG correlates of mind wandering. *Behaviour Research and Therapy*, 2021, vol. 136. DOI: 10.1016/j.brat.2020.103757.
12. Do H., Hoang H., Nguyen N., An A., Chau H., Khuu Q., Tran L., Le T., Le A., Nguyen K., Vo T., Ha H. Intermediate effects of mindfulness practice on the brain activity of college students: An EEG study. *IBRO Neuroscience Reports*, 2023, vol. 14, pp. 308–319. DOI: 10.1016/j.ibneur.2023.03.003.
13. Klee D., Colgan D.D., Hanes D., Oken B. The effects of an internet-based mindfulness meditation intervention on electrophysiological markers of attention. *International Journal of Psychophysiology*, 2020, vol. 158, pp. 103–113.
14. Gupta S.S., Manthalkar R.R., Gajre S.S. Mindfulness intervention for improving cognitive abilities using EEG signal. *Biomedical Signal Processing and Control*, 2021, vol. 70. DOI: 10.1016/j.bspc.2021.103072.
15. Tong S., Thakor N.V. *Quantitative EEG analysis methods and clinical applications*. Boston, Artech House, 2009. 421 p.
16. Oppenheim A.V., Schaffer R.W., Buck J.R. *Discrete-time signal processing*. 2nd ed. Upper Saddle River, N.J., Prentice Hall, 1999. 870 p.

17. Bai Y., Liang Z., Li X. A permutation Lempel-Ziv complexity measure for EEG analysis. *Biomedical Signal Processing and Control*, 2015, vol. 19. DOI: 10.1016/j.bspc.2015.04.002.

18. Glass G.V., Hopkins K.D. *Statistical methods in education and psychology*. Boston, Allyn & Bacon, 1995. 674 p.

Для цитирования:

Глеклер Э.В. Анализ электрической активности различных областей головного мозга для оценки различий функциональных состояний человека // Системы анализа и обработки данных. – 2021. – № 3 (95). – С. 39–54. – DOI: 10.17212/2782-2001-2024-3-39-54.

For citation:

Glekler E.V. Analiz elektricheskoi aktivnosti razlichnykh oblastei golovnogo mozga dlya otsenki razlichii funktsional'nykh sostoyanii cheloveka [Analysis of the electrical activity in various brain regions for assessing differences in human functional states]. *Sistemy analiza i obrabotki dannykh = Analysis and Data Processing Systems*, 2021, no. 3 (95), pp. 39–54. DOI: 10.17212/2782-2001-2024-3-39-54.

УДК 519.23

DOI: 10.17212/2782-2001-2024-3-55-76

Применение параметрических критериев однородности дисперсий в условиях нарушения стандартных предположений*

Б.Ю. ЛЕМЕШКО^а, С.Б. ЛЕМЕШКО^б, Е.Ю. ЛОТОЧ^с

630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный
технический университет

^а lemeshko@ami.nstu.ru ^б skyer@mail.ru ^с lotoch3@yandex.ru

При анализе рядов измерений в различных приложениях возникает необходимость убедиться в том, что с течением времени не изменились характеристики рассеяния измеряемых величин, или в том, что точность измерений, проводимых различными лабораториями при аналогичных испытаниях, удовлетворяет необходимым требованиям. В этих целях целесообразно использовать различные k -выборочные параметрические критерии проверки гипотез об однородности дисперсий (о равенстве дисперсий). Предпосылкой, обуславливающей возможность применения параметрических критериев, является принадлежность анализируемых выборок нормальным законам распределения, что далеко не всегда выполняется. При нарушении предположения о нормальности распределения статистик параметрических критериев, как правило, сильно изменяются, что исключает при проверке гипотез возможность использования классических результатов. Лучшие параметрические критерии обладают заметным преимуществом в мощности по сравнению с непараметрическими критериями. В условиях нарушения стандартного предположения о нормальности это преимущество, как правило, сохраняется.

В работе показывается, как меняются распределения статистик параметрических критериев в условиях нарушения стандартного предположения. Показывается, что с использованием имитационного моделирования, опирающегося на метод Монте-Карло, и с соответствующей программной поддержкой можно находить распределения статистик применяемых критериев в нестандартных условиях, соответствующих конкретным приложениям. Использование результатов такого моделирования дает возможность осуществлять корректные статистические выводы по применяемым критериям. Рассматривается методика применения параметрических критериев однородности дисперсий в условиях нарушения стандартного предположения. Методика предусматривает на первом этапе проверку гипотезы о принадлежности анализируемых выборок нормальным законам с использованием совокупности специальных критериев. В случае отрицательного результата на втором этапе выбирается закон, описывающий объединенную выборку. На третьем этапе с использованием результатов моделирования при этом

* Статья получена 30 сентября 2024 г.

законе формируется вывод по применяемым критериям. Приводятся примеры реализации методики в рамках разработанной программной системы.

Ключевые слова: проверка нормальности, критерии проверки однородности, критерии однородности дисперсий, непараметрические критерии согласия, распределение статистики, ошибки округления, достигнутый уровень значимости, ошибка 1-го рода, ошибка 2-го рода, мощность критерия, имитационное моделирование

ВВЕДЕНИЕ

При анализе рядов измерений в технических и не только технических приложениях часто возникает необходимость убедиться в том, что с течением времени не изменились характеристики рассеяния измеряемых величин, или, например, в том, что точность измерений, проводимых различными лабораториями при аналогичных испытаниях, удовлетворяет необходимым требованиям. Ответить на возникающие в таких ситуациях вопросы может помочь использование статистических методов анализа и, в частности, различных критериев проверки однородности. Например, цель межлабораторных сличительных испытаний заключается в подтверждении того, что «несколько лабораторий при анализе проб дают сопоставимые и достоверные результаты». Такие испытания являются очень частой процедурой в метрологии. Применение критериев проверки однородности (законов распределения, средних, дисперсий) буквально напрашивается для статистического анализа результатов такого рода испытаний. Однако приходится констатировать полное отсутствие упоминаний об использовании каких-то критериев однородности в межлабораторных сличительных испытаниях.

В критериях проверки однородности дисперсий, о которых в данном случае идет речь, проверяемая гипотеза о равенстве дисперсий k выборок имеет вид

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2, \quad (1)$$

а в качестве конкурирующей может рассматриваться гипотеза

$$H_1: \sigma_{i_1}^2 \neq \sigma_{i_2}^2, \quad (2)$$

где неравенство выполняется, по крайней мере, для одной пары индексов i_1, i_2 .

Для проверки гипотез вида (1) может использоваться целый ряд параметрических и непараметрических критериев [1].

Предпосылкой, обуславливающей возможность применения параметрических критериев однородности дисперсий, является принадлежность анализируемых выборок нормальным законам распределения. При нарушении предположения о нормальности возможность использования классических результатов для этих критериев полностью исключается, так как распределения статистик $G(S|H_0)$ критериев при справедливости H_0 в таких ситуациях существенно отклоняются от тех, которые имеют место в случае нормальных законов. Это замечание справедливо и для множества других параметрических критериев, так или иначе касающихся проверки гипотез, связанных с дисперсией. Поэтому перед применением параметрических критериев однородности

дисперсий в различных приложениях в качестве обязательной процедуры должна рассматриваться проверка принадлежности выборок нормальным законам. С этой целью могут использоваться различные непараметрические критерии согласия [2], критерии согласия типа χ^2 [3], а также широкий ряд специальных критериев проверки гипотез о нормальности [4].

Достаточно длинный перечень параметрических критериев однородности дисперсий, имеющийся к настоящему моменту, не в последнюю очередь объясняется попытками авторов построить устойчивый критерий, сохраняющий свои свойства в условиях нарушения стандартного предположения о нормальности.

Корректность применения непараметрических критериев, предназначенных для проверки однородности характеристик рассеяния, также обусловлена определенными предположениями, о которых редко упоминается в явном виде. В частности, предполагается, что анализируемые выборки принадлежат одному и тому же закону распределения [5]. Если это оказывается не так, то при справедливости проверяемой гипотезы о равенстве дисперсий распределения статистик этих критериев будут существенно отличаться от тех, которые они имеют при выполнении данного предположения [6]. Во-вторых, в ряде случаев предполагается равенство математических ожиданий [5]. В таких ситуациях перед применением соответствующего непараметрического критерия для проверки однородности дисперсий приходится соответствующим образом преобразовывать выборки.

Если не учитывать нюансы, то основные итоги приведенного в [1] сравнительного анализа мощности параметрических и непараметрических критериев проверки однородности дисперсий можно свести к очевидному факту: параметрические критерии имеют значительное преимущество в мощности, и это преимущество, как правило, сохраняется в ситуациях, когда анализируемые выборки принадлежат законам, существенно отличающимся от нормального. Отсюда вытекает целесообразность реализации возможности применения в условиях нарушения стандартных предположений (в случае принадлежности выборок некоторому произвольному закону) именно параметрических критериев.

Цель настоящей работы заключается в том, чтобы, во-первых, продемонстрировать, как может решаться эта задача, и, во-вторых, показать, как предлагаемая методика может быть с успехом реализована в программном обеспечении, ориентированном на статистический анализ данных.

1. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ ГИПОТЕЗ О РАВЕНСТВЕ ДИСПЕРСИЙ

В настоящей работе рассмотрено применение только тех k -выборочных параметрических критериев проверки однородности дисперсий, которые в руководстве [1] характеризуются как наиболее перспективные для использования в приложениях. В это множество входят следующие критерии: Бартлетта [7], Кокрена [8], Хартли [9], Неймана – Пирсона [10], О'Брайена [11], Z -критерий Оверолла – Вудворда [12], модифицированный Z -критерий [13], Лайарда [14], Миллера [15], Левене [16].

Статистика **критерия Бартлетта** [7] вычисляется в соответствии с выражением

$$\chi^2 = M \left[1 + \frac{1}{3(k-1)} \left(\sum_{i=1}^k \frac{1}{v_i} - \frac{1}{N} \right) \right]^{-1}, \quad (3)$$

где $M = N \ln \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^k v_i S_i^2 \right) - \sum_{i=1}^k v_i \ln S_i^2$; k – количество выборок; n_i – объемы выборок; $v_i = n_i$, если математическое ожидание известно, и $v_i = n_i - 1$, если не известно; $N = \sum_{i=1}^k v_i$; S_i^2 – оценки выборочных дисперсий. При неизвестном

математическом ожидании оценки $S_i^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ji} - \bar{X}_i)^2$, $\bar{X}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} X_{ji}$, где X_{ij} – j -е наблюдение в i -й выборке.

Статистика **критерия Кокрена** [8] выражается соотношением

$$Q = \frac{S_{\max}^2}{S_1^2 + S_2^2 + \dots + S_k^2}, \quad (4)$$

где $S_{\max}^2 = \max(S_1^2, S_2^2, \dots, S_k^2)$, S_i^2 , $i = \overline{1, k}$, – оценки выборочных дисперсий.

Статистика **критерия Хартли** [9], применяемого для проверки гипотезы об однородности дисперсий, имеет вид

$$F = \frac{S_{\max}^2}{S_{\min}^2}, \quad (5)$$

где $S_{\min}^2 = \min(S_1^2, S_2^2, \dots, S_k^2)$.

Статистика критерия **Неймана – Пирсона** [10] определяется отношением арифметического среднего всех оценок дисперсий s_i^2 к их геометрическому среднему:

$$h = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k s_i^2 / \left(\prod_{i=1}^k s_i^2 \right)^{1/k}. \quad (6)$$

Статистика **критерия О`Брайена** [11] имеет вид

$$V = \frac{\frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k n_i (\bar{V}_i - \bar{\bar{V}})^2}{\frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (V_{ij} - \bar{V}_i)^2}, \quad (7)$$

где $n = \sum_{i=1}^k n_i$;

$$\bar{V}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} V_{ij}, \quad \bar{\bar{V}}_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} V_{ij}, \quad V_{ij} = \frac{(n_i - 1,5)n_i (X_{ij} - \bar{X}_i)^2 - 0,5s_i^2(n_i - 1)}{(n_i - 1)(n_i - 2)}.$$

Статистика **Z-критерия Оверолла – Вудворда** [12] определяется выражением

$$Z = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k Z_i^2, \quad (8)$$

где $Z_i = \sqrt{\frac{c_i(n_i-1)s_i^2}{MSE}} - \sqrt{c_i(n_i-1) - \frac{c_i}{2}}$, $MSE = \frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2$, $c_i = 2 + \frac{1}{n_i}$.

Статистика **модифицированного Z-критерия Оверолла – Вудворда** [13] отличается вычислением величин c_i :

$$c_i = 2,0 \left[\frac{1}{K_i} \left(2,9 + \frac{0,2}{n_i} \right) \right]^{1,6(n_i-1,8K_i+14,7)/n_i}, \quad (9)$$

где $K_i = \frac{1}{n_i - 2} \sum_{j=1}^{n_i} G_{ij}^4$ – оценка коэффициента эксцесса i -й выборки,

$$G_{ij} = (X_{ij} - \bar{X}_i) / \sqrt{\frac{n_i - 1}{n_i} s_i^2}.$$

Статистика **критерия Лайарда** [14] определяется выражением

$$L = \sum_{i=1}^k (n_i - 1) \frac{(\ln S_i^2 - T)^2}{\delta^2}, \quad (10)$$

где $T = \left[\sum_{i=1}^k (n_i - 1) \ln S_i^2 \right] / (n - k)$, $\delta^2 = 2 + \gamma[1 - k/n]$, взвешенное среднее ко-

эффициентов эксцесса k выборок определяется выражением

$$\gamma = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i^2 \left[\frac{\sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^4}{\left(\sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2 \right)^2} \right] - 3.$$

Статистика k -выборочного варианта **критерия Миллера** [15], предложенная Лайардом [14], имеет вид

$$M = \frac{\sum_{i=1}^k n_i (\bar{U}_{i\cdot} - \bar{U}_{\cdot\cdot})^2 / (k-1)}{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (U_{ij} - \bar{U}_{i\cdot})^2 / (n-k)}, \quad (11)$$

где $U_{ij} = n_i \ln S_i^2 - (n_i - 1) \ln S_{i(j)}^2$, $S_{i(j)}^2 = \frac{1}{n_i - 2} \sum_{l \neq j} (X_{il} - \bar{X}_{i(j)})^2$,

$$\bar{X}_{i(j)} = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{l \neq j} X_{il}, \quad \bar{U}_{i\cdot} = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} U_{ij}, \quad \bar{U}_{\cdot\cdot} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} U_{ij}.$$

Статистика **критерия Левене** [16] имеет вид

$$W = \frac{n-k \sum_{i=1}^k n_i (\bar{Z}_{i\cdot} - \bar{Z}_{\cdot\cdot})^2}{k-1 \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (Z_{ij} - \bar{Z}_{i\cdot})^2}, \quad (12)$$

где $Z_{ij} = |X_{ij} - \bar{X}_{i\cdot}|$, $\bar{X}_{i\cdot}$ – среднее в i -й выборке; $\bar{Z}_{i\cdot}$ – среднее Z_{ij} по i -й выборке; $\bar{Z}_{\cdot\cdot}$ – среднее Z_{ij} по всем выборкам.

Все вышеперечисленные критерии являются правосторонними: проверяемая H_0 гипотеза отклоняется при больших значениях статистик.

Подробности о распределениях $G(S|H_0)$ статистик S рассматриваемых критериев при справедливости проверяемой гипотезы H_0 , особенности сходимости их к асимптотическим распределениям при их наличии или таблицы критических значений, а также оценки мощности критериев относительно различных конкурирующих гипотез приведены в [1].

Напомним, что с проверкой любых гипотез связаны два вида ошибок. Ошибка 1-го рода связана с отклонением справедливой проверяемой гипотезы H_0 , вероятность которой обозначают α ; ошибка 2-го рода – с неотклонением проверяемой гипотезы, когда справедлива некоторая конкурирующая гипотеза, например H_1 , вероятность которой обозначают β . Мощность соответствующего критерия относительно H_1 определяется соотношением $1 - \beta$. Подчеркнем, что в конкретной ситуации (при заданных α и объемах выборок) величина мощности критерия представляет собой вероятность отклонения гипотезы H_0 , когда справедлива гипотеза H_1 .

Как правило, аналитический вид распределений $G(S|H_1)$ статистик критериев при справедливости конкурирующих гипотез H_1 бывает неизвестен. Поэтому оценки мощности критериев могут быть найдены только численно с использованием методов статистического моделирования.

Оценки мощности рассматриваемых критериев однородности дисперсий, полученные в условиях выполнения предположения о нормальности при проверке гипотезы $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ в случае $k = 2$ в зависимости от объемов выборок $n_i = n$ (при заданной вероятности ошибок 1-го рода $\alpha = 0,1$) относительно конкурирующей гипотезы $H_1: \sigma_2 = 1,1\sigma_1$, представлены в табл. 1. При $k = 2$ и нормальном законе критерии Бартлетта, Кокрена, Хартли, Фишера [1], Неймана – Пирсона и Z -критерий Оверолла – Вудворда эквивалентны по мощности [1]. Поэтому в табл. 1 приведены оценки мощности только для критерия Кокрена.

Как видим, в данном случае группа перечисленных критериев обладает некоторым преимуществом в мощности по сравнению с остальными критериями однородности. С другой стороны, из результатов, приведенных в табл. 1, очевидно, что критерии Лайарда, Миллера, О`Брайена и модифицированный Z -критерий Оверолла – Вудворда образуют другую асимптотически эквивалентную группу параметрических критериев. Устойчивый критерий Левене в данном случае оказывается на последней позиции.

Таблица 1

Table 1

Оценки мощности критериев однородности дисперсий при $\alpha = 0,1$ относительно конкурирующей гипотезы $H_1: \sigma_2 = 1,1\sigma_1$ в зависимости от объемов выборок в случае нормального закона при $k = 2$

Estimates of the power of the homogeneity of variance tests with $\alpha = 0,1$ relative to the competing hypothesis $H_1: \sigma_2 = 1,1\sigma_1$ depending on the sample sizes in the case of the normal law with $k = 2$

Критерий	Объемы выборок $n_i = n$								
	10	25	50	100	200	400	600	800	1000
Кокрена	0,112	0,135	0,173	0,246	0,381	0,602	0,754	0,853	0,914
Лайарда	0,110	0,133	0,171	0,243	0,379	0,600	0,753	0,852	0,914
Миллера	0,110	0,132	0,170	0,243	0,379	0,600	0,753	0,852	0,914
О`Брайена	0,109	0,132	0,170	0,243	0,379	0,600	0,753	0,852	0,914
Модиф. Z	0,109	0,131	0,170	0,243	0,378	0,599	0,752	0,852	0,914
Левене	0,110	0,129	0,163	0,228	0,348	0,553	0,704	0,809	0,879

О чем говорят приведенные оценки мощности при $\alpha = 0,1$, например, в случае критерия Кокрена? Они говорят, например, о том, что в ситуации справедливости гипотезы H_1 при $n_i = 10$ вероятность отклонения гипотезы H_0 всего 0,112; при $n_i = 100$ вероятность отклонения гипотезы H_0 равна 0,246; при $n_i = 400$ вероятность отклонения 0,602, при $n_i = 1000$ вероятность отклонения 0,914. То есть при малых n_i критерий просто не заметит, что справедливой является гипотеза H_1 , а вероятность ошибки 2-го рода β лишь при $n_i = 1000$ оказывается меньше заданной $\alpha = 0,1$.

Для сравнения укажем, что в такой же ситуации и при справедливости более далекой конкурирующей гипотезы $H_2: \sigma_2 = 1,2\sigma_1$ при объемах выборок

$n_i = 100$ гипотеза H_0 будет отклоняться с вероятностью 0,564, а при справедливости $H_3: \sigma_2 = 1,5\sigma_1$ – с вероятностью 0,991 [1].

Заметим, что в условиях нарушения предположения о нормальности анализируемых выборок и симметричности предполагаемого закона при анализе двух выборок группа из шести вышеупомянутых критериев остается наиболее предпочтительной и эквивалентной по мощности [1]. Но при $k \geq 3$ эквивалентность по мощности критериев этой группы исчезает и сказывается преимущество в мощности критерия Кокрена (при нормальном законе и законах с более «легкими хвостами», чем у нормального).

2. ПОВЕДЕНИЕ КРИТЕРИЕВ В УСЛОВИЯХ НАРУШЕНИЯ ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ О НОРМАЛЬНОСТИ

Рассмотрим, как меняются распределения статистик критериев в условиях нарушения стандартного предположения, в частности, в случае принадлежности выборок обобщенному нормальному закону с плотностью

$$f(x) = \frac{\theta_2}{2\theta_1\Gamma(1/\theta_2)} \exp\left\{-\left(\frac{|x-\theta_0|}{\theta_1}\right)^{\theta_2}\right\} \quad (13)$$

при различных значениях параметра формы θ_2 . Частными случаями этого закона являются нормальный закон при $\theta_2 = 2$ и распределение Лапласа при $\theta_2 = 1$. На рис. 1 плотности распределения семейства (13) приведены при различных значениях параметра формы θ_2 , но при одинаковой дисперсии $\sigma^2 = 1$.

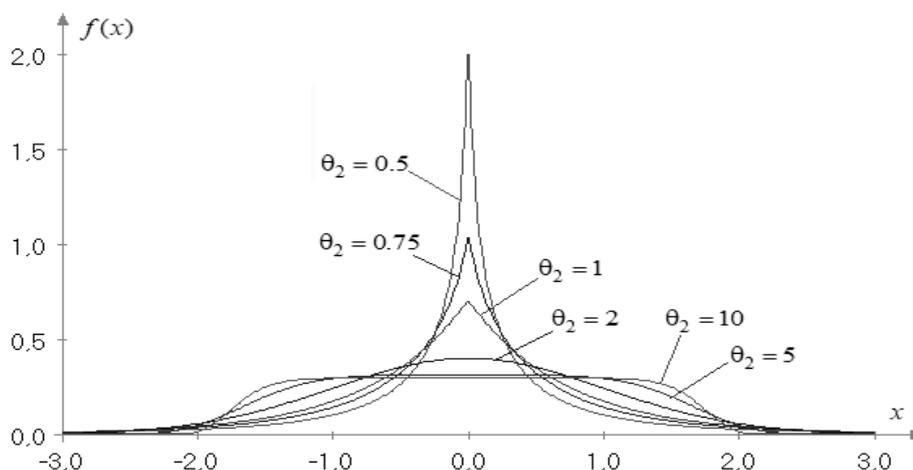


Рис. 1. Плотность распределения обобщенного нормального закона в зависимости от значения параметра формы θ_2 при дисперсии $\sigma^2 = 1$

Fig. 1. The density function of the generalized normal law distribution depending on the value of the shape parameter θ_2 with variance $\sigma^2 = 1$

Как правило, в нестандартных условиях распределения статистик критериев проверки однородности дисперсий очень сильно меняются. На рис. 2 показаны распределения статистики Кокрена в случае принадлежности четырех анализируемых выборок обобщенным нормальным законам в зависимости от значения параметра формы θ_2 при равных объемах выборок $n_i = 100$. Аналогичным образом в зависимости от законов, которым принадлежат извлекаемые выборки, меняются распределения статистик критериев Бартлетта, Хартли, Фишера, Неймана – Пирсона и Z -критерия Оверолла – Вудворда. Несколько более устойчивы к нарушению стандартного предположения критерии Лайарда и Миллера. В меньшей степени в условиях нарушения стандартного предположения о нормальности меняются распределения статистик критериев Левене, О'Брайена и модификации Z -критерия Оверолла – Вудворда. Но и в этом случае пренебрегать изменением распределений статистик не следует.

Из картины, показанной на рис. 2, очевидно следующее. Если выборки принадлежат закону с параметром формы $\theta_2 < 2$, а мы решим использовать классические результаты, касающиеся распределений статистик критериев при нормальном законе (при $\theta_2 = 2$), то это приведет к увеличению числа отклонений гипотезы H_0 (к увеличению вероятности α ошибок 1-го рода). Аналогичное решение в ситуации принадлежности выборок закону при $\theta_2 > 2$ приведет к увеличению вероятности β ошибок 2-го рода.

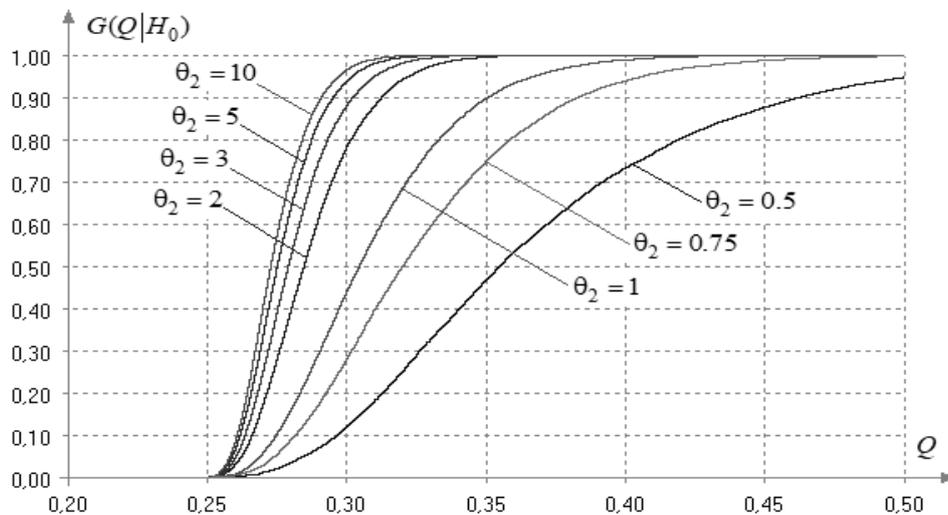


Рис. 2. Распределения статистики критерия Кокрена в случае принадлежности четырех анализируемых выборок равного объема $n_i = 100$ обобщенному нормальному закону в зависимости от значения параметра формы θ_2 при справедливости гипотезы H_0 о равенстве дисперсий

Fig. 2. Distributions of the Cochran criterion statistics in the case of belonging of 4 analyzed samples of equal size $n_i = 100$ to the generalized normal law depending on the value of the shape parameter θ_2 under the validity of the hypothesis H_0 about the equality of variances

Относительно поведения распределений статистик параметрических критериев однородности дисперсий в условиях нарушения стандартных предположений необходимо отметить еще один момент.

В условиях принадлежности выборок нормальным законам асимптотические распределения статистик $G(S|H_0)$ критериев Бартлетта, Лайярда и Z -критерия Оверолла – Вудворда не зависят от объемов анализируемых выборок. Но в условиях нарушения этого предположения ситуация может меняться.

В частности, при симметричных законах с более легкими по сравнению с нормальным законом «хвостами» (при различных значениях параметра формы $\theta_2 > 2$) характер зависимости $G(S|H_0)$ от размеров n_i остается такой же, как и при нормальном законе (распределения зависят от n_i или не зависят).

Но в случае принадлежности выборок закону с более «тяжелыми хвостами» по сравнению с нормальным законом (при параметре формы $\theta_2 < 2$) у распределений статистик (например, критерия Бартлетта) проявляется зависимость от объемов анализируемых выборок n_i . Это замечание касается всех параметрических критериев однородности дисперсий. В наименьшей степени зависимость от n_i в такой ситуации проявляется для распределений статистик критериев Левене и О`Брайена, относительно устойчивых к нарушению стандартного предположения о нормальности, чуть существенней – для распределений статистики критерия Миллера.

Необходимо отметить еще один факт, влияющий на распределения $G(S|H_0)$ статистик критериев проверки однородности дисперсий как при выполнении стандартного предположения о нормальности анализируемых выборок, так и в нестандартных условиях. Это касается ошибок округления Δ_i , касающихся соответствующих выборок. Если ошибки округления Δ_i анализируемых выборок имеют один и тот же порядок (равны), то их наличие никак не сказывается на распределениях $G(S|H_0)$ статистик. Но в ситуации, когда неравенство $\Delta_{i_1} \neq \Delta_{i_2}$ выполняется, по крайней мере, для одной пары выборок i_1, i_2 , распределения статистик правосторонних критериев однородности дисперсий сдвигаются в область больших значений статистик. Это следует учитывать, применяя критерии.

Замечание по поводу мощности критериев. При $k = 2$ и принадлежности выборок семейству (13) при различных значениях параметра формы θ_2 группа критериев Бартлетта, Кокрена, Хартли, Фишера, Неймана – Пирсона и Z -критерий Оверолла – Вудворда остается эквивалентной по мощности. При $k \geq 3$ ситуация меняется, эквивалентность критериев исчезает, и в стандартной ситуации преимущество в мощности оказывается за критерием Кокрена.

В общем случае и принадлежности анализируемых выборок обобщенному нормальному закону с плотностью (13) со значениями параметра формы $\theta_2 \geq 2$ критерий Кокрена остается наиболее мощным, причем с ростом θ_2 несколько возрастает мощность всех критериев. Естественно, с уменьшением θ_2 мощность критериев снижается, и при $\theta_2 < 2$ преимущество в мощности постепенно оказывается за критерием Левене.

3. ПРИМЕНЕНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ КРИТЕРИЕВ В УСЛОВИЯХ НАРУШЕНИЯ ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ О НОРМАЛЬНОСТИ

Методика применения параметрических критериев однородности дисперсий в общем случае выглядит следующим образом.

1. В первую очередь следует проверить гипотезу о принадлежности анализируемых выборок нормальным законам. Если гипотеза о принадлежности нормальному закону каждой из выборок или объединенной выборки не отклоняется, то при проверке гипотезы об однородности дисперсий опираются на классические результаты, связанные с соответствующими критериями.

2. Если гипотеза о принадлежности выборок нормальному закону отклоняется, то следует идентифицировать параметрическую модель закона, т. е. подобрать модель, наилучшим образом описывающую совокупность отдельных выборок и/или объединенную выборку. Отметим, что достаточно хорошую модель можно построить практически всегда, в том числе с построением модели закона в виде смеси параметрических моделей.

3. Проверить гипотезу об однородности с использованием выбранных критериев. Эта процедура должна предусматривать интерактивное моделирование распределений статистик $G(S_i | H_0)$ соответствующих критериев, на основе которых будут вычисляться достигнутые уровни значимости P_v по этим критериям.

Вообще говоря, применение некоторых критериев вынуждает обратиться к процедуре интерактивного моделирования распределений статистик для вычисления P_v и в условиях принадлежности выборок нормальным законам. Как правило, это объясняется следующими причинами. Относительно одних критериев известно [1], что реальные распределения статистик этих критериев отличаются от указанных в первоисточниках асимптотических распределений. Относительно других критериев известно [1], что распределения статистик плохо сходятся к асимптотическим. В случае третьих – распределения статистик зависят от объемов выборок n_i и вид этих распределений неизвестен, а информация о распределениях статистик оказывается представленной лишь краткой таблицей критических значений для некоторых n_i .

В полном объеме этапы описанной методики реализованы в программной системе статистического анализа [17].

На первом этапе в рамках системы [17] проверить гипотезы о принадлежности анализируемых выборок и/или объединенной выборки нормальным законам распределения можно, используя 10 непараметрических критериев согласия [2], критерии согласия типа χ^2 Пирсона и Никулина – Рао – Робсона [3], а также почти 40 специальных критериев, ориентированных только на проверку нормальности [4].

На втором этапе при идентификации параметрической модели закона, хорошо согласующейся с выборкой, объединяющей все сравниваемые выборки, можно опереться на непараметрические критерии согласия и критерии согласия типа χ^2 . В программной системе [17] для описания законов наблюдаемых случайных величин встроена возможность выбора модели из множества, пред-

ставляющего собой совокупность более чем 30 параметрических моделей законов. В системе предусмотрена также возможность построения моделей в виде смесей законов. Поэтому всегда можно подобрать модель, отвечающую требуемым качествам.

Более подробно третий этап методики применения параметрических критериев однородности дисперсий, в том числе в условиях нарушения стандартного предположения о принадлежности выборок нормальному закону, рассмотрим на примере его реализации в программной системе [17]. Применение критериев определяется следующим порядком действий (рис. 3).

1. В меню «Действия» главного окна системы [17] выбирается «Проверка однородности дисперсий».

2. В окне «Однородность дисперсий» последовательно выполняются следующие действия:

- загружается множество анализируемых выборок;
- указывается, относительно каких выборок будет проверяться гипотеза об однородности дисперсий.

3. Указывается, с использованием каких критериев будет проверяться эта гипотеза.

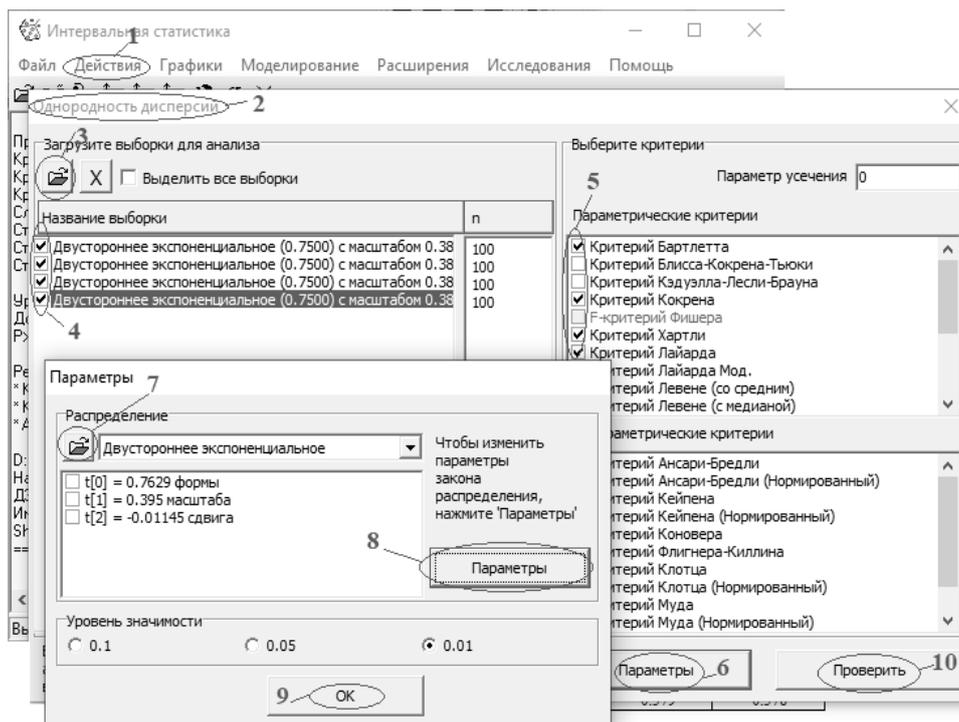


Рис. 3. Последовательность действий при использовании критериев однородности дисперсий в программной системе [17] в условиях нарушения стандартного предположения о принадлежности выборок нормальным законам

Fig. 3. The sequence of actions when using the criteria of homogeneity of variances in the software system [17] under conditions of violation of the standard assumption of the samples belonging to normal laws

4. Если на 1-м этапе методики применения гипотеза о принадлежности анализируемых выборок нормальным законам не была отклонена, то сразу переходим к п. 8 «Проверить». В этом случае проверка по умолчанию осуществляется в условиях принадлежности выборок нормальным законам. В противном случае выбираются «Параметры».

5. В открывшемся окне загружается перечень законов распределения и выбирается тот, который на 2-м этапе реализуемой методики оказался хорошей моделью для объединенной выборки.

6. Задаются параметры этого закона.

7. Закрывается окно «Параметры».

8. Выбирается «Проверить».

9. В открывшемся окне «Результаты проверки гипотезы» (рис. 4) выбираем «Инструменты», а в открывшемся окне «Параметры моделирования» задаем число экспериментов методом Монте-Карло и число потоков для распараллеливания процесса моделирования. Если анализируемым выборкам соответствуют различные ошибки округления $\Delta_i, i = \overline{1, k}$, то их можно задать, указав «Использовать преобразование».

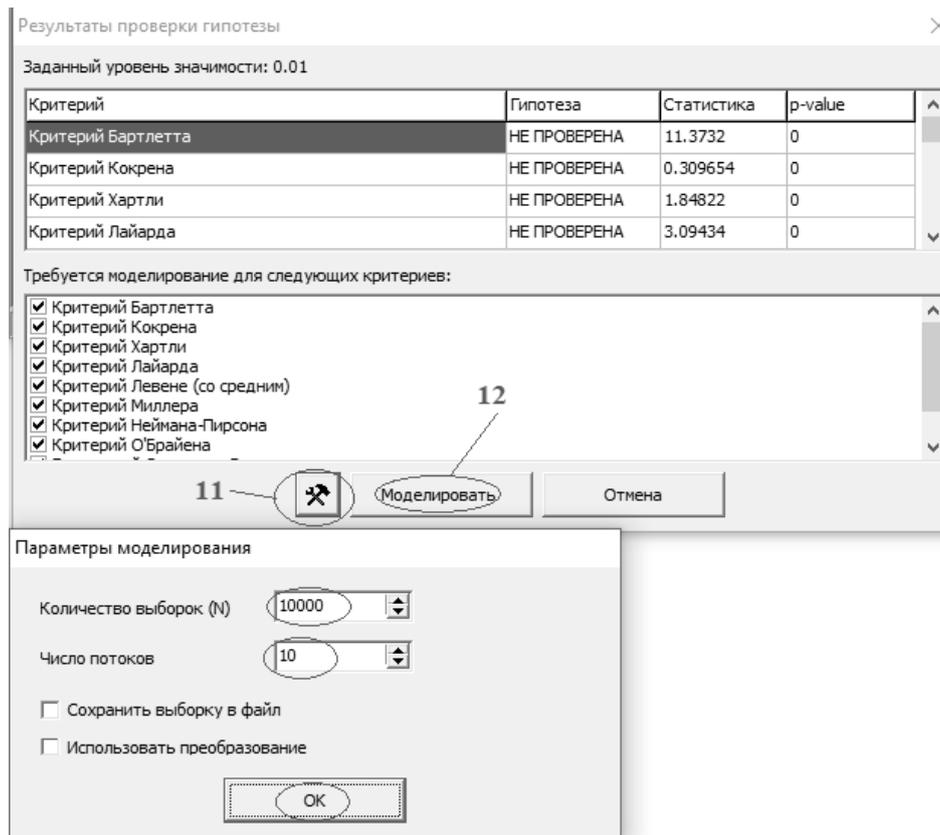


Рис. 4. Задание параметров моделирования при вычислении оценок достигнутых уровней значимости P_v по применяемым критериям

Fig. 4. Setting the simulating parameters when calculating the estimates of the achieved significance levels P_v according to the applied criteria

10. Закрываем окно «Параметры моделирования» и запускаем процесс моделирования.

Полученные в результате моделирования оценки P_v по соответствующим критериям выдаются в окне «Результаты проверки гипотезы» (рис. 5).

Критерий	Гипотеза	Статистика	p-value
Критерий Бартлетта	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	11.3732	0.392013
Критерий Кокрена	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	0.309654	0.604041
Критерий Хартли	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	1.84822	0.401661
Критерий Лайярда	НЕ ОТКЛОНЯЕТСЯ	3.09434	0.477357

Рис. 5. Оценки достигнутых уровней значимости P_v по применяемым критериям, полученные в результате моделирования

Fig. 5. Estimates of the achieved significance levels P_v according to the applied criteria, obtained as a result of simulating

Рассмотрим два демонстрационных примера с использованием рассмотренной методики в рамках программной системы статистического анализа [17]. Примеры затрагивают применение параметрических критериев однородности дисперсий как в условиях выполнения стандартного предположения о нормальности анализируемых выборок, так и применение в условиях нарушения этого предположения. Примеры касаются использования k -выборочных критериев в ситуации справедливости проверяемой гипотезы H_0 о равенстве дисперсий.

Пример 1. В соответствии с законом семейства (13) с параметрами формы $\theta_2 = 0,75$, масштаба $\theta_1 = 0,38578$ и сдвига $\theta_0 = 0$ были смоделированы четыре выборки, каждая объемом $n_i = 100$. При таком законе каждой выборке соответствует дисперсия $\sigma_i^2 = 1$. Эмпирические распределения, соответствующие этим выборкам, приведены на рис. 6.

Вычисленные значения статистик применяемых критериев, полученные при проверке гипотезы о равенстве дисперсий этих четырех выборок, приведены во втором столбце табл. 2.

Достигнутые уровни значимости P_{v_norm} , полученные в предположении о принадлежности выборок нормальному закону в результате интерактивного моделирования при числе экспериментов метода Монте-Карло $N = 10^6$, приведены в третьем столбце табл. 2.

В данном случае известен закон распределения, которому подчиняются выборки, так как именно в соответствии с ним моделировались выборки. Достигнутые уровни значимости P_v , полученные в результате интерактивного моделирования в условиях принадлежности выборок этому закону с тем же числом экспериментов, приведены в четвертом столбце табл. 2.

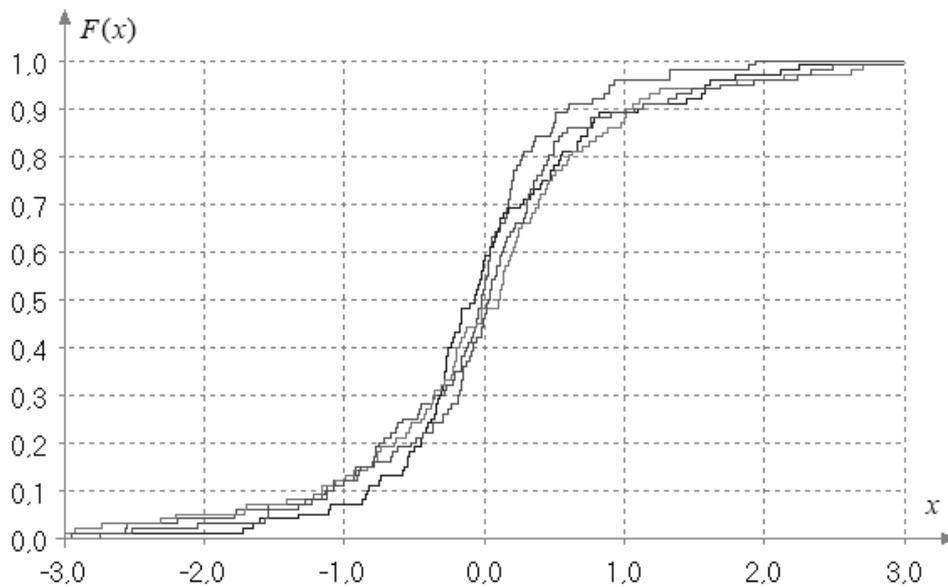


Рис. 6. Эмпирические распределения четырех выборок, смоделированных в соответствии с обобщенным нормальным законом с параметрами формы $\theta_2 = 0,75$, масштаба $\theta_1 = 0,38578$ и сдвига $\theta_0 = 0,0$

Fig. 6. Empirical distributions of four samples simulated according to a generalized normal law with shape $\theta_2 = 0,75$, scale $\theta_1 = 0,38578$, and shift $\theta_0 = 0,0$ parameters

Допустим, закон распределения неизвестен. Проверка принадлежности данных четырех выборок нормальным законам по ряду критериев согласия во всех случаях привела к отклонению гипотезы о нормальности.

В процессе идентификации закона, хорошо согласующегося с объединенной выборкой, остановились на законе семейства (13) с параметрами формы $\theta_2 = 0,7629$, масштаба $\theta_1 = 0,3950$ и сдвига $\theta_0 = -0,01145$. Достигнутые уровни значимости P_{v_real} , полученные в результате моделирования в предположении о принадлежности выборок этому закону, приведены в пятом столбце таблицы.

Так как в табл. 2 для большинства критериев $P_{v_real} > P_{v_norm}$, то можно говорить о том, что в нестандартной ситуации данного примера (в случае $\theta_2 < 2$) использование классических результатов, касающихся применяемых критериев и имеющих место в предположении о нормальности, приводит к увеличению ошибок 1-го рода. Для критерия Кокрена этот вывод подтверждается поведением распределения его статистики, показанным на рис. 2.

Пример 2. В данном случае четыре выборки объемом $n_i = 100$ с дисперсией $\sigma_i^2 = 1$ также были смоделированы в соответствии с семейством (13), но с другими параметрами: формы $\theta_2 = 10$, масштаба $\theta_1 = 0,783285$ и сдвига $\theta_0 = 0$. Эмпирические распределения этих выборок приведены на рис. 7.

Таблица 2

Table 2

Результаты проверки гипотезы об однородности дисперсий при $n_i = 100$, справедливости гипотезы H_0 , $k = 4$ в случае принадлежности выборок семейству (13) при значении параметра формы $\theta_2 = 0,75$

Results of testing the hypothesis of homogeneity of variances for $n_i = 100$, the validity of the hypothesis H_0 , $k = 4$ in the case of samples belonging to the family (13) with the value of the shape parameter $\theta_2 = 0,75$

Критерий	Статистика	P_{v_norm}	P_v	P_{v_real}
1	2	3	4	5
Кокрена	0,3097	0,123	0,614	0,604
Барлетта	11,373	0,010	0,406	0,392
Хартли	1,8482	0,013	0,415	0,402
Неймана – Пирсона	1,0293	0,010	0,406	0,392
Z-критерий ОВ	3,7069	0,011	0,415	0,401
Лайарда	3,0943	0,397	0,480	0,477
Миллера	0,8984	0,433	0,486	0,484
О'Брайена	0,7203	0,544	0,572	0,571
Модиф. Z-критерий ОВ	0,6270	0,575	0,529	0,528
Левене	1,0871	0,358	0,379	0,378

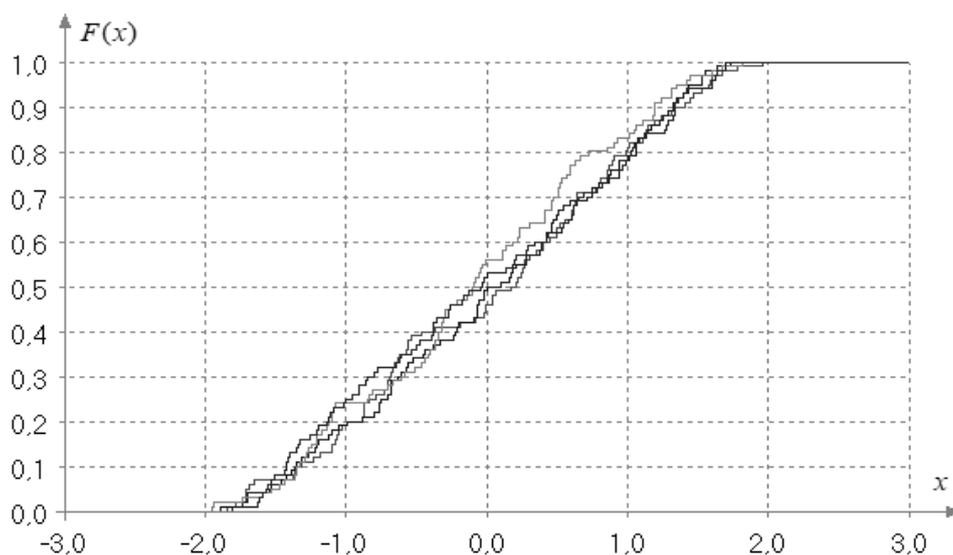


Рис. 7. Эмпирические распределения четырех выборок, смоделированных в соответствии с обобщенным нормальным законом с параметрами формы $\theta_2 = 10$, масштаба $\theta_1 = 0,783285$ и сдвига $\theta_0 = 0,0$

Fig. 7. Empirical distributions of four samples simulated according to a generalized normal law with shape $\theta_2 = 10$, scale $\theta_1 = 0,783285$, and shift $\theta_0 = 0,0$ parameters

В данном случае объединенная выборка также хорошо описывается законом семейства (13) с параметрами формы $\theta_2 = 9,5272$, масштаба $\theta_1 = 1,75549$ и сдвига $\theta_0 = -0,3257$.

Аналогично предшествующему примеру по всем критериям однородности дисперсий получены значения статистик и достигнутые уровни значимости P_{v_norm} , P_v , P_{v_real} , которые представлены в табл. 3.

Таблица 3

Table 3

Результаты проверки гипотезы об однородности дисперсий при $n_i = 100$, справедливости гипотезы H_0 , $k = 4$ в случае принадлежности выборок семейству (13) при значении параметра формы $\theta_2 = 10$

Results of testing the hypothesis of homogeneity of variances for $n_i = 100$, the validity of the hypothesis H_0 , $k = 4$ in the case of samples belonging to the family (13) with the value of the shape parameter $\theta_2 = 10$

Критерий	Статистика	P_{v_norm}	P_v	P_{v_real}
1	2	3	4	5
Кокрена	0,2743	0,739	0,457	0,460
Бартлетта	1,0440	0,790	0,507	0,510
Хартли	1,2181	0,761	0,461	0,464
Неймана – Пирсона	1,0026	0,790	0,507	0,510
Z-критерий ОВ	0,3513	0,790	0,507	0,510
Лайарда	2,3332	0,524	0,505	0,505
Миллера	0,7415	0,519	0,509	0,509
О`Брайена	0,7739	0,513	0,503	0,503
Модиф. Z-критерий ОВ	0,7153	0,519	0,506	0,507
Левене	1,1080	0,350	0,348	0,348

Как можно судить по выполнению неравенства $P_{v_real} < P_{v_norm}$, использование при проверке в критериях классических результатов при $\theta_2 > 2$ приводит к увеличению вероятности ошибок 2-го рода. Это согласуется с картиной, представленной на рис. 2 для распределений статистики критерия Кокрена в случае принадлежности выборок различным законам семейства (13).

В табл. 4 представлены полученные оценки мощности критериев при объемах выборок $n_i = 100$, когда при проверяемой гипотезе H_0 все $\sigma_i = 1$, $i = \overline{1,4}$. При конкурирующей гипотезе H_1 равные дисперсии имеют только первые три выборки, т. е. $\sigma_i = 1$, $i = \overline{1,3}$, а в случае четвертой выборки $\sigma_4 = 1,1\sigma_1$.

Таблица 4

Table 4

Оценки мощности критериев однородности дисперсий при $\alpha = 0,1$, $k = 4$, $n_i = 100$ относительно конкурирующей гипотезы $H_1: \sigma_4 = 1,1\sigma_1$ в случае принадлежности выборок семейству (13)

Estimates of the power of the homogeneity of variances tests $\alpha = 0,1$, $k = 4$, $n_i = 100$ relative to the competing hypothesis $H_1: \sigma_4 = 1,1\sigma_1$ in the case of samples belonging to the family (13)

Критерий	Семейство распределений (13)		
	$\theta_2 = 0,75$	$\theta_2 = 2$	$\theta_2 = 10$
Кокрена	0,127	0,246	0,446
Бартлетта	0,131	0,233	0,397
Хартли	0,130	0,228	0,390
Неймана – Пирсона	0,131	0,233	0,397
Z-критерий ОВ	0,131	0,235	0,400
Лайарда	0,132	0,226	0,393
Миллера	0,130	0,226	0,395
О'Брайена	0,136	0,236	0,404
Модиф. Z-критерий ОВ	0,132	0,231	0,403
Левене	0,148	0,217	0,290

Приведенные примеры демонстрируют возможность применения параметрических критериев однородности дисперсий как в условиях стандартного предположения о нормальности, так и в условиях его нарушения, что обеспечивает корректность статистических выводов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применение некоторых параметрических критериев проверки однородности дисперсий даже в условиях принадлежности выборок нормальным законам связано с определенными проблемами. Реальные распределения статистик одних критериев отличаются от указанных асимптотических распределений, распределения статистик других критериев плохо сходятся к асимптотическим, распределения статистик третьих зависят от объемов выборок и представлены лишь краткими таблицами критических значений. Очевидно, что это отражается на качестве формируемых статистических выводов.

При нарушении предположения о нормальности распределения статистик параметрических критериев, как правило, сильно изменяются, что исключает возможность использования классических результатов даже в случае так называемых устойчивых критериев.

В то же время лучшие параметрические критерии обладают заметным преимуществом в мощности по сравнению с непараметрическими критериями,

и это, как правило, сохраняется в нестандартных условиях реальных приложений.

Рассмотренная методика, предусматривающая идентификацию закона, описывающего объединенную выборку, и последующее использование найденной модели закона при имитационном моделировании, нацеленном на определение реальных распределений статистик (и оценку P_V) для применяемых критериев, позволяет обеспечить корректность статистических выводов в нестандартных условиях различных приложений.

Таким образом, в работе показана и реализована возможность корректного применения параметрических критериев однородности дисперсий в ситуации нарушения стандартного предположения о принадлежности выборок нормальным законам распределения. Программная система [17], обеспечивающая такие возможности, находится в открытом доступе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лемешко Б.Ю. Критерии проверки гипотез об однородности. Руководство по применению. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Инфра-М, 2021. – 248 с. – (Научная мысль). – DOI: 10.12737/986695.
2. Лемешко Б.Ю. Непараметрические критерии согласия. Руководство по применению. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Инфра-М, 2024. – 201 с. – (Научная мысль). – DOI: 10.12737/2058731.
3. Статистический анализ данных, моделирование и исследование вероятностных закономерностей. Компьютерный подход / Б.Ю. Лемешко, С.Б. Лемешко, С.Н. Постовалов, Е.В. Чимитова. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2011. – 888 с.
4. Лемешко Б.Ю., Попов А.А., Селезнев В.А. Критерии проверки отклонения распределения от нормального закона. Руководство по применению. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Инфра-М, 2023. – 353 с. – (Научная мысль). – DOI: 10.12737/1896110.
5. Гаек Я., Шидак З. Теория ранговых критериев. – М.: Наука, 1971. – 376 с.
6. Лемешко Б.Ю., Лемешко С.Б., Горбунова А.А. О применении и мощности критериев проверки однородности дисперсий. Ч. 2. Непараметрические критерии // Измерительная техника. – 2010. – № 5. – С. 11–18.
7. Bartlett M.S. Properties of sufficiency and statistical tests // Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. – 1937. – Vol. 160 (901). – P. 268–287. – DOI: 10.1098/rspa.1937.0109.
8. Cochran W.G. The distribution of the largest of a set of estimated variances as a fraction of their total // Annals of Eugenics. – 1941. – Vol. 11. – P. 47–52.
9. Hartley H.O. The maximum F-ratio as a short-cut test of heterogeneity of variance // Biometrika. – 1950. – Vol. 37. – P. 308–312.
10. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика: для инженеров и научных работников. – М.: Физматлит, 2006. – 816 с.
11. O'Brien R.G. Robust techniques for testing heterogeneity of variance effects in factorial designs // Psychometrika. – 1978. – Vol. 43 (3). – P. 327–342.
12. Overall J.E., Woodward J.A. A simple test for heterogeneity of variance in complex factorial design // Psychometrika. – 1974. – Vol. 39 (3). – P. 311–318.
13. Overall J.E., Woodward J.A. A robust and powerful test for heterogeneity of variance. – University of Texas Medical Branch Psychometric Laboratory, 1976.
14. Layard M.W.J. Robust large-sample tests for homogeneity of variances // Journal of the American Statistical Association. – 1973. – Vol. 68. – P. 195–198.
15. Miller R.G. Jackknifing variances // The Annals of Mathematical Statistics. – 1968. – Vol. 39. – P. 567–582.

16. *Levene H.* Robust tests for equality of variances // *Contributions to Probability and Statistics: Essays in Honor of Harold Hotelling.* – Stanford, Calif.: University Press, 1960. – P. 278–292.

17. Статистический анализ интервальных наблюдений одномерных непрерывных случайных величин «Интервальная статистика 5.4»: свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2018666213 / Лемешко Б.Ю., Лемешко С.Б., Блинов П.Ю., Веретельникова И.В., Новикова А.Ю. – Заявка № 2018663206; заявл. 22.11.2018; зарег. 13.12.2018. – URL: <https://ami.nstu.ru/~headrd/ISW.htm> (дата обращения: 16.11.2024).

Лемешко Борис Юрьевич, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры теоретической и прикладной информатики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – компьютерные технологии исследования статистических и вероятностных закономерностей. Имеет более 400 печатных работ, в том числе 20 монографий и учебных пособий. E-mail: lemeshko@ami.nstu.ru

Лемешко Станислав Борисович, кандидат технических наук, старший научный сотрудник Центра статистических технологий Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – компьютерные технологии моделирования и исследования статистических закономерностей. Имеет 69 печатных работ, в том числе одну монографию. E-mail: skyer@mail.ru

Лоточ Евгений Юрьевич, аспирант Новосибирского государственного технического университета. E-mail: lotoch3@yandex.ru

Lemeshko Boris Yu., D.Sc. (Eng.), Professor, Professor of the Department of Theoretical and Applied Informatics, Novosibirsk State Technical University. The main direction of scientific research is computer technologies for the study of statistical and probabilistic laws. Has more than 400 publications, including 20 monographs and textbooks. E-mail: lemeshko@ami.nstu.ru

Lemeshko Stanislav B., PhD (Eng.), senior researcher Center for Statistical Technology, Novosibirsk State Technical University. The main direction of scientific research is computer modeling technologies and research of statistical laws. Has 69 publications, including 1 monograph. E-mail: skyer@mail.ru

Lotoch Evgeny Yu., postgraduate student of the Novosibirsk State Technical University.

DOI: 10.17212/2782-2001-2024-3-55-76

Application of parametric criteria for homogeneity of variances under conditions of standard assumptions violation*

B.Yu. LEMESHKO^a, S.B. LEMESHKO^b, E.Yu. LOTOCH^c

Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospect, Novosibirsk, 630073, Russian Federation

^alemeshko@ami.nstu.ru ^bskyer@mail.ru ^clotoch3@yandex.ru

Abstract

When analyzing measurement series in various applications, it becomes necessary to ensure that the scattering characteristics of the measured quantities have not changed over time, or that the accuracy of measurements carried out by different laboratories in similar tests meets the necessary requirements. For these purposes, it is advisable to use various k-sample parametric criteria for testing hypotheses about the homogeneity of variances (about the equality of vari-

* Received 30 September 2024.

ances). The prerequisite for the possibility of using parametric criteria is that the analyzed samples belong to normal distribution laws, which is not always the case. When the assumption of normal distribution of statistics is violated, parametric criteria usually change significantly, which excludes the possibility of using classical results when testing hypotheses. The best parametric tests have a significant advantage in power over nonparametric tests. This advantage is usually retained when the standard assumption of normality is violated.

The paper shows how the distributions of parametric test statistics change under conditions of violation of the standard assumption. It is shown that using simulation modeling based on the Monte Carlo method and with appropriate software support, it is possible to find the distributions of the statistics of the applied criteria under non-standard conditions corresponding to specific applications. The use of the results of such modeling makes it possible to make correct statistical conclusions based on the criteria used. The methodology of applying parametric criteria of homogeneity of variances under conditions of violation of the standard assumption is considered. The method involves, at the first stage, testing the hypothesis about the belonging of the analyzed samples to normal laws using a set of special criteria. In case of a negative result, at the second stage a law is selected that describes the combined sample. At the third stage, using the results of the modeling under this law, a conclusion is formed based on the applied criteria. Examples of the implementation of the methodology within the framework of the developed software system are given.

Keywords: normality check, homogeneity tests, tests of homogeneity of variances, non-parametric goodness-of-fit tests, distribution of statistics, round-off errors, achieved significance level, error of the 1st kind, error of the 2nd kind, power of test, simulation

REFERENCES

1. Lemeshko B.Yu. *Kriterii proverki gipotez ob odnorodnosti. Rukovodstvo po primeniyu* [Criteria for testing hypotheses about uniformity. Application manual]. 2nd ed., rev. Moscow, Infra-M Publ., 2021. 248 p. DOI 10.12737/986695.
2. Lemeshko B.Yu. *Neparametricheskie kriterii soglasiya. Rukovodstvo po primeniyu* [Non-parametric consent criteria. Application manual]. 2nd ed., rev. Moscow, Infra-M Publ., 2024. 201 p. DOI: 10.12737/2058731.
3. Lemeshko B.Yu., Lemeshko S.B., Postovalov S.N., Chimitova E.V. *Statisticheskii analiz dannykh, modelirovanie i issledovanie veroyatnostnykh zakonornostei. Komp'yuternyi podkhod* [Statistical data analysis, modeling and study of probabilistic patterns. Computer approach]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2011. 888 p.
4. Lemeshko B.Yu., Popov A.A., Seleznev V.A. *Kriterii proverki otkloneniya raspredeleniya ot normal'nogo zakona. Rukovodstvo po primeniyu* [Criteria for checking the deviation of the distribution from the normal law. Application Guide]. 2nd ed., rev. Moscow, Infra-M Publ., 2023. 353 p. DOI 10.12737/1896110.
5. Hajek J., Sidak Z. *Teoriya rangovykh kriteriev* [Theory of rank tests]. Moscow, Nauka Publ., 1971. 376 p. (In Russian).
6. Lemeshko B.Yu., Lemeshko S.B., Gorbunova A.A. Application and power of criteria for testing the homogeneity of variances. Pt. 2. Nonparametric criteria. *Measurement Techniques*, 2010, vol. 53, no. 5, pp. 476–486. DOI: 10.1007/s11018-010-9530-x. Translated from *Izmeritel'naya tekhnika*, 2010, no. 5, pp. 11–18.
7. Bartlett M.S. Properties of sufficiency and statistical tests. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1937, vol. 160 (901), pp. 268–287. DOI: 10.1098/rspa.1937.0109.
8. Cochran W.G. The distribution of the largest of a set of estimated variances as a fraction of their total. *Annals of Eugenics*, 1941, vol. 11, pp. 47–52.
9. Hartley H.O. The maximum F-ratio as a short-cut test of heterogeneity of variance. *Biometrika*, 1950, vol. 37, pp. 308–312.

10. Kobzar' A.I. *Prikladnaya matematicheskaya statistika: dlya inzhenerov i nauchnykh rabotnikov* [Applied Mathematical Statistics. For Engineers and Scientists]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2006. 816 p.
11. O'Brien R.G. Robust techniques for testing heterogeneity of variance effects in factorial designs. *Psychometrika*, 1978, vol. 43 (3), pp. 327–342.
12. Overall J.E., Woodward J.A. A simple test for heterogeneity of variance in complex factorial design. *Psychometrika*, 1974, vol. 39 (3), pp. 311–318.
13. Overall J.E., Woodward J.A. *A robust and powerful test for heterogeneity of variance*. University of Texas Medical Branch Psychometric Laboratory, 1976.
14. Layard M.W.J. Robust large-sample tests for homogeneity of variances. *Journal of the American Statistical Association*, 1973, vol. 68, pp. 195–198.
15. Miller R.G. Jackknifing variances. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1968, vol. 39, pp. 567–582.
16. Levene H. Robust tests for equality of variances. *Contributions to Probability and Statistics: Essays in Honor of Harold Hotelling*. Stanford, Calif., University Press, 1960, pp. 278–292.
17. Lemesenko B.Yu., Lemesenko S.B., Blinov P.Yu., Veretel'nikova I.V., Novikova A.Yu. Statisticheskii analiz interval'nykh nablyudenii odnomernykh nepreryvnykh sluchainykh velichin "Interval'naya statistika 5.4" [Statistical analysis of interval observations of one-dimensional continuous random variables "Interval statistics 5.4"]. The certificate on official registration of the computer program. No. 2018666213, 2018. Available at: <https://ami.nstu.ru/~headrd/ISW.htm> (accessed 22.11.2024).

Для цитирования:

Лемешко Б.Ю., Лемешко С.Б., Лотоц Е.Ю. Применение параметрических критериев однородности дисперсий в условиях нарушения стандартных предположений // Системы анализа и обработки данных. – 2024. – № 3 (95). – С. 55–76. – DOI: 10.17212/2782-2001-2024-3-55-76.

For citation:

Lemesenko B.Yu., Lemesenko S.B., Lotoch E.Yu. Primenenie parametricheskikh kriteriev odnorodnosti dispersii v usloviyakh narusheniya standartnykh predpolozhenii [Application of parametric criteria for homogeneity of variances under conditions of standard assumptions violation]. *Sistemy analiza i obrabotki dannykh = Analysis and Data Processing Systems*, 2022, no. 3 (95), pp. 55–76. DOI: 10.17212/2782-2001-2024-3-55-76.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ
И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

INFORMATION
TECHNOLOGIES
AND TELECOMMUNICATIONS

УДК 004.8

DOI: 10.17212/2782-2001-2024-3-77-89

Метод предсказания глазодвигательной активности на основе интеллектуального анализа данных мобильного портативного электроэнцефалографа *

В.Р. РОМАНИЮК

199178, г. Санкт-Петербург, 14-я линия, 39, Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук

romaniukvr@yandex.ru

Глазодвигательные процессы, такие как фиксации и саккады, играют важнейшую роль в когнитивной деятельности человека, поскольку они связаны с такими функциями, как восприятие, внимание и принятие решений. Эти процессы активно применяются в ряде областей, включая системы человекокомпьютерного взаимодействия и нейрофизиологические исследования. Современные методы отслеживания движений глаз, основанные на оптических системах, обеспечивают высокую точность, но имеют ряд существенных ограничений. В связи с этим использование электроэнцефалографических (ЭЭГ) данных для анализа глазодвигательной активности становится перспективным направлением, так как ЭЭГ предоставляет информацию о нейронных процессах, лежащих в основе движений глаз. Это позволяет преодолеть многие ограничения оптических устройств, обеспечивая возможность мониторинга движений глаз без прямого визуального отслеживания. Целью данного исследования является разработка метода предсказания глазодвигательной активности на основе данных, собранных с мобильного ЭЭГ-устройства BrainBit. В работе использована нейронная сеть типа LSTM (долговременная кратковременная память). Результаты экспериментов показали, что предложенная модель обеспечивает высокую точность классификации основных типов глазодвигательной активности. Для фиксаций и саккад точность классификации достигла 91 %, что свидетельствует о высокой эффективности предложенной модели для этих типов движений. Однако классификация направленных движений глаз, таких как движения влево/вправо и вверх/вниз, оказалась более сложной задачей с точностью около 65 % и 63 % соответственно. Одной из ключевых проблем, выявленных в исследовании, стала высокая индивидуальная вариативность сигналов ЭЭГ между участниками. В связи с этим обучение модели было персонализировано для каждого участника эксперимента, что позволило повысить точность предсказаний для каждого отдельного человека. Таким образом, исследование демонстрирует потенциал использования ЭЭГ для анализа и предсказания движений глаз, особенно в контексте фиксаций и саккад.

Ключевые слова: отслеживание глаз, анализ ЭЭГ, методы глубокого обучения, носимый ЭЭГ, сигналы головного мозга, глазные движения, LSTM, нейронные сети

* Статья получена 10 апреля 2024 г.

ВВЕДЕНИЕ

Движения глаз играют ключевую роль во взаимодействии человека с окружающим миром, отражая широкий спектр когнитивных процессов, таких как внимание, восприятие и принятие решений. Способность отслеживать и классифицировать движения глаз открывает новые перспективы для применения в областях взаимодействия человека с компьютером, в нейрофизиологических исследованиях и технологиях поддержки человеческой деятельности. Традиционные методы отслеживания глаз, основанные на оптических устройствах для определения направления взгляда и глазной активности, обеспечивают ценные данные, но имеют ряд ограничений – зависимость от внешних камер и видимости маркеров, используемых для отслеживания [1].

Электроэнцефалография – неинвазивная технология записи электрической активности мозга, которая предоставляет обширные возможности для изучения нейронных процессов, лежащих в основе движений глаз. Данные ЭЭГ позволяют глубже понять физиологические и когнитивные состояния человека [2], что делает ее полезной в таких областях, как распознавание эмоций, оценка когнитивной нагрузки и исследования сна [3, 4]. В отличие от устройств оптического отслеживания глаз, которые фиксируют только видимые движения взгляда, ЭЭГ информирует об электрической активности мозга, что делает ее универсальным инструментом для исследования нейронных основ движений глаз и связанных процессов [5].

Современные исследования показали, что данные ЭЭГ могут быть использованы для классификации движений глаз. В работе [6] была продемонстрирована сильная корреляция между ЭЭГ и движениями глаз при выполнении различных задач. Это подтверждает гипотезу о том, что движения глаз и связанные с ними нейронные процессы могут быть предсказаны по данным ЭЭГ. Более того, такой метод, как электроокулография (ЭОГ), позволяет фиксировать корнеретинальные потенциалы, которые напрямую связаны с движениями глаз и могут служить основой для точной классификации фиксаций и саккад [7].

Появление мобильных ЭЭГ-устройств, таких как BrainBit, открывает новые возможности для использования ЭЭГ в повседневной жизни. В отличие от традиционных лабораторных ЭЭГ-систем, которые требуют использования гелей для улучшения контакта электродов с кожей и нахождения в контролируемых условиях, носимые устройства с сухими электродами более удобны для длительного мониторинга и могут использоваться в реальных условиях. Однако такие системы сталкиваются с рядом проблем, таких как шумы, возникающие при движении пользователя, и низкое качество сигнала по сравнению с лабораторными устройствами [8]. Тем не менее носимые ЭЭГ-устройства позволяют проводить исследования в более естественной среде [9], что расширяет возможности для их применения в системах человекокомпьютерного взаимодействия и нейротехнологических приложениях [10, 11].

Одним из направлений современных исследований является использование методов машинного обучения для анализа данных ЭЭГ и предсказания движений глаз. Глубокие нейронные сети, такие как сети LSTM (long short-term memory), оказались особенно эффективными при работе с последовательными данными, такими как ЭЭГ-сигналы [12, 13]. Сети LSTM могут учитывать временные зависимости в данных и обеспечивать высокую точность класси-

фикации. Примером успешного применения глубокого обучения для анализа ЭЭГ является работа [14], где была достигнута высокая точность классификации движений рук на основе данных ЭЭГ с использованием LSTM.

Несмотря на значительные успехи в анализе данных ЭЭГ, использование носимых устройств по-прежнему сопряжено с рядом проблем. В работе [15] обсуждаются трудности, связанные с низким качеством сигнала, получаемого с использованием носимых ЭЭГ-устройств, а также предложен метод их обработки – анализ независимых компонент (ICA). Авторы работы [16] представили алгоритм для удаления двигательных артефактов из спортивных упражнений, записанных при помощи мобильного ЭЭГ. Из этого следует, что специальные методы обработки сигнала позволяют уменьшить шумы и артефакты, возникающие при движении, и повысить качество анализа данных.

Таким образом, использование данных ЭЭГ для предсказания глазодвигательной активности является перспективным направлением исследований. Современные методы машинного обучения в сочетании с носимыми ЭЭГ-устройствами позволяют разрабатывать системы, которые могут применяться в реальных условиях для анализа движений глаз и когнитивных процессов. Применение подобных систем может быть востребовано в разработке технологий управления устройствами, таких как интерфейсы «мозг – компьютер», людьми, среди которых также могут быть пользователи с ограниченными возможностями. Например, системы на основе ЭЭГ могут использоваться для управления инвалидными колясками или роботизированными устройствами с использованием движения глаз. В настоящем исследовании предлагается метод классификации глазодвигательной активности с использованием данных, собранных с мобильного ЭЭГ-устройства BrainBit.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Предсказание движений глаз на основе данных ЭЭГ представляет собой задачу классификации временных последовательностей сигналов мозга. Движения глаз включают такие типы активности, как фиксации, саккады и направленные движения (влево, вправо, вверх, вниз). Каждому типу движения соответствует определенная последовательность электрической активности, зафиксированной с помощью ЭЭГ-датчиков, однако сигналы этих движений сильно зашумлены и могут накладываться на другие нейронные процессы.

Основной целью настоящего исследования является разработка модели машинного обучения, способной предсказывать движения глаз на основе данных, собранных с мобильного ЭЭГ-устройства.

Каждое движение глаза представляет собой временную последовательность данных ЭЭГ, записанных на нескольких каналах, с частотой дискретизации 250 Гц. В качестве эталона для обучения модели используются 2D-координаты взгляда, собранные с помощью оптического трекера глаз с частотой записи 100 Гц.

Задачу классификации можно формализовать следующим образом. Пусть $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ – это набор временных последовательностей данных ЭЭГ, где каждая последовательность x_i представляет собой вектор признаков, полученных из ЭЭГ-сигналов за определенный временной интервал.

Цель состоит в том, чтобы для каждой последовательности x_i предсказать метку y_i , которая соответствует типу движения глаз.

Задача предсказания состоит в нахождении функции классификации f , которая отображает входные данные ЭЭГ в соответствующие классы движений глаз. Функция классификации f принимает на вход вектор признаков x_i и предсказывает соответствующую метку движения глаз y_i :

$$y_i = f(x_i, \theta),$$

где θ – набор параметров модели (например, весов нейронной сети), которые изменяются в процессе обучения. Для каждой подзадачи классификации метки y могут принимать значения принадлежности последовательности к какому-то классу подзадачи.

2. МЕТОДОЛОГИЯ

В этом исследовании изучается классификация движений глаз с использованием комбинации носимых устройств ЭЭГ и технологии оптической отслеживания взгляда. Основная цель – классифицировать различные типы движений глаз, включающие в себя фиксации, саккады и направленные движения: влево, вправо, вверх и вниз. Данные были собраны у участников, выполнявших различные задания, предназначенные для стимуляции различных моделей движений глаз. Затем эти данные были обработаны и использованы в алгоритмах глубокого обучения для точной классификации этих движений.

На рис. 1 представлена методология классификации движений глаз: от начального изучения данных и предварительной обработки до извлечения признаков и формирования последовательностей данных динамической длины, которые соответствуют различным типам движений глаз. Эти последовательности были использованы для обучения нейронной сети, нацеленной на классификацию движений. Все шаги методологии подробно описаны далее.

2.1. СБОР ДАННЫХ

Сбор данных был осуществлен с использованием двух основных устройств. Первое устройство – BrainBit, носимый электроэнцефалограф в виде головной повязки с четырьмя сухими электродами, записывающий исходный сигнал ЭЭГ с частотой 250 Гц и предоставляющий данные в вольтах. Второе устройство – Pupil Labs Invisible, система отслеживания взгляда в виде очков, записывающая 2D-координаты взгляда с частотой 100 Гц.

В эксперименте приняли участие 8 человек, выбранных без учета возраста, пола или состояния зрения.

Перед началом эксперимента каждому участнику надевалась головная повязка BrainBit и очки для отслеживания глаз Pupil Labs Invisible. Сбор данных проводился во время компьютерных сессий, в ходе которых участники сидели перед ноутбуком, как показано на рис. 2. Каждый сеанс длился около трех часов и включал выполнение различных задач, направленных на вызов разно-

образных движений глаз, таких как чтение текста с экрана, выполнение корректурной пробы Ландольта и простые компьютерные игры.

Рис. 1. Методология классификации движений глаз

Fig. 1. Eye movement classification methodology

Рис. 2. Установка для сбора данных

Fig. 2. Data collection setup

В общей сложности было записано 24 часа данных, однако некоторые временные интервалы данных были исключены из окончательного набора, так как в определенные моменты происходило нарушение подключения устройств или запись была нарушена по техническим причинам. Это могло быть связано, например, с потерей контакта электродов или с нарушением подключения к устройству. Такие сегменты данных были удалены для обеспечения достоверности анализа, что сократило получившееся время записи до 20 часов.

2.2. ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ОБРАБОТКА ДАННЫХ

Каждый источник данных содержал свои временные метки для записанных событий. Однако эти сигналы собирались с использованием разных устройств, и поэтому требовалась синхронизация данных. Разница во времени между записями составляла более 300 миллисекунд. Для устранения этого несоответствия была проведена ручная синхронизация путем выявления и выравнивания характерных событий, общих для обеих записей. В частности, движения глаз с высокой амплитудой, наблюдаемые при отслеживании взгляда, были обнаружены с помощью вычисления расстояния, пройденного глазом с момента предыдущей точки записи. Эти движения были выравнены с соответствующими сегментами в записях ЭЭГ, которые показывали колебания большой амплитуды, что обеспечивало выравнивание двух потоков данных на временной шкале. Пример этого процесса синхронизации показан на рис. 3, где выделено совпадение движений глаз с колебаниями ЭЭГ большой амплитуды.

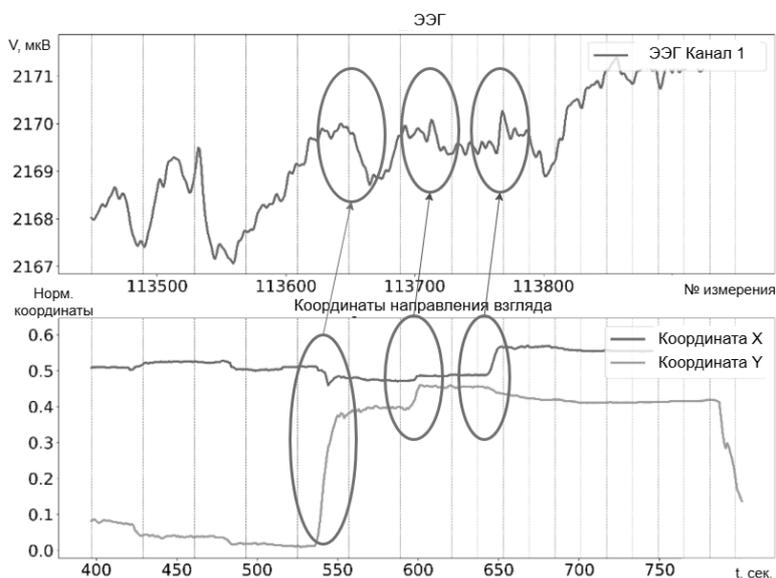


Рис. 3. Пример синхронизации, показывающий координаты взгляда и сигнал ЭЭГ с найденной точкой синхронизации

Fig. 3. An example of synchronization showing the gaze coordinates and the EEG signal with the found synchronization point

Для улучшения качества данных ЭЭГ была применена предварительная обработка. Предварительная обработка данных ЭЭГ необходима, так как

исходные данные, получаемые с помощью ЭЭГ, часто содержат значительное количество шумов и артефактов, которые могут исказить результаты анализа. Эти помехи могут быть вызваны как внешними факторами, такими как электромагнитные наводки, так и внутренними, например движениями мышц. Без должной очистки интерпретация данных может привести к ошибочным выводам о нейрофизиологической активности.

Для повышения качества данных была применена фильтрация, в ходе которой использовался полосовой фильтр, пропускающий частоты ниже 40 Гц. Полосовой фильтр – это инструмент для обработки сигналов, который изолирует определенный диапазон частот, устраняя сигналы вне этого диапазона. Он работает по принципу подавления нежелательных частот, которые находятся за пределами установленной полосы пропускания. В данном случае фильтр настроен таким образом, чтобы пропускать только частоты ниже 40 Гц, устраняя высокочастотные компоненты, такие как электромиографические артефакты, т. е. шумы от активности мышц, и электромагнитные помехи. Этот процесс позволяет сохранить только те частоты, которые содержат значимую информацию о нейронной активности, улучшая соотношение сигнал / шум.

В отличие от стандартных методов, которые часто отсекают низкочастотные компоненты сигнала ниже 0,5...1,0 Гц, в настоящем исследовании эти компоненты были сохранены. Это обусловлено тем, что низкочастотные сигналы могут содержать важную информацию, связанную с движениями глаз и с другими физиологическими процессами, такими как мускульная активность в области лица. Мускульные активности, отслеживаемые при движении глаз, имеют характерную длительность от 0,1 до одной секунды, что соответствует частотному диапазону 0,5...10,0 Гц. При этом наиболее долгие компоненты оказываются в выделенной низкочастотной области. Таким образом, они относятся к частотам, которые традиционно отсекаются фильтрами, ориентированными на устранение медленных шумов, но в данном исследовании рассматриваются как источник полезной информации.

2.3. ИЗВЛЕЧЕНИЕ ПРИЗНАКОВ

Из данных отслеживания глаз было извлечено несколько признаков: расстояние между последовательными точками взгляда, скорость движений глаз и угловое направление этих движений. Эти признаки использовались для классификации движений глаз – фиксации, саккады и направленные движения (влево, вправо, вверх, вниз). Каждая последовательность движений глаз была соответствующим образом помечена.

С каждой последовательностью движений глаз ассоциировались соответствующие данные ЭЭГ, именуемые вызванным потенциалом (ERP). Для обеспечения качества сигнала ЭЭГ была проведена нормализация – это уменьшило вариативность данных между последовательностями. Нормализация включала корректировку исходных данных с учетом базовых смещений: в этом случае из данных вычиталась медиана последовательности и осуществлялось приведение к нормированным значениям, так как исходное значение напряжения на электроде достаточно низкое.

Также было проведено извлечение статистических признаков, таких как среднее, минимум, максимум и 90-й перцентиль. Эти статистические признаки

усилили различительные характеристики данных ЭЭГ, что способствовало более точной классификации движений глаз.

Движения глаз, как правило, связаны с активностью как мышц, так и мозга. Процессы в мозге могут начинаться до самого движения и продолжаться после него. Чтобы учесть это, границы выделенных сегментов ЭЭГ были расширены и включали дополнительные 0,1 секунды до и после каждого события движения глаз. Это позволило захватить как подготовительную, так и постсобытийную активность мозга. Процесс показан на рис. 4. Таким образом, каждая из последовательностей может быть длиной от 0,2 до 0,5 секунды. Это описывает вариативность физиологических процессов, соответствующих движению глаз, учитывая, что длительность саккад у человека может варьироваться от 20 до 200 миллисекунд в зависимости от амплитуды движения.

Для выполнения задачи классификации была использована нейронная сеть типа LSTM (долговременная кратковременная память). LSTM является специальной версией рекуррентной нейронной сети (RNN), разработанной для эффективной обработки последовательных данных с учетом долгосрочных зависимостей.

Эти сигналы имеют физиологическую природу, характеризуются динамическими изменениями и различной длиной последовательностей, что делает их анализ сложной задачей для стандартных методов. Именно принципы рекуррентных сетей, включая сохранение контекста и запоминание зависимостей между разными временными шагами, делают LSTM идеально подходящей для работы с такими данными. Обычные нейронные сети не могут эффективно учитывать переменную длину последовательностей, тогда как LSTM способна адаптироваться к этим изменениям благодаря своей структуре, которая включает механизмы памяти и управления забыванием информации.

Архитектура модели, используемой в исследовании, была спроектирована таким образом, чтобы входной размер данных соответствовал количеству выбранных каналов ЭЭГ плюс дополнительные статистические признаки. Данные обрабатываются с помощью сети LSTM, внутри которой использовались скрытые слои со 128 блоками, повторяющиеся в четырех слоях. Полносвязный (dense) слой после слоев LSTM обеспечивает преобразование выходных данных сети LSTM в предсказание принадлежности текущей последовательности к какому-то классу, что и является выходом модели.

Данные были разделены на обучающую, валидационную и тестовую выборки в соотношении 80/10/10. Для обучения модели использовалась функция потерь кросс-энтропии, которая оценивает разницу между предсказанными вероятностями классов и истинными метками. Оптимизация проводилась с использованием алгоритма Adam, который адаптирует скорость обучения для эффективного решения задач.

Чтобы стабилизировать обучение, использовался планировщик скорости обучения, который снижал ее на 10 % каждые три эпохи, – это помогло добиться более стабильного процесса обучения.

Модель обучалась для каждого участника по отдельности и могла классифицировать движения глаз только выбранного участника.

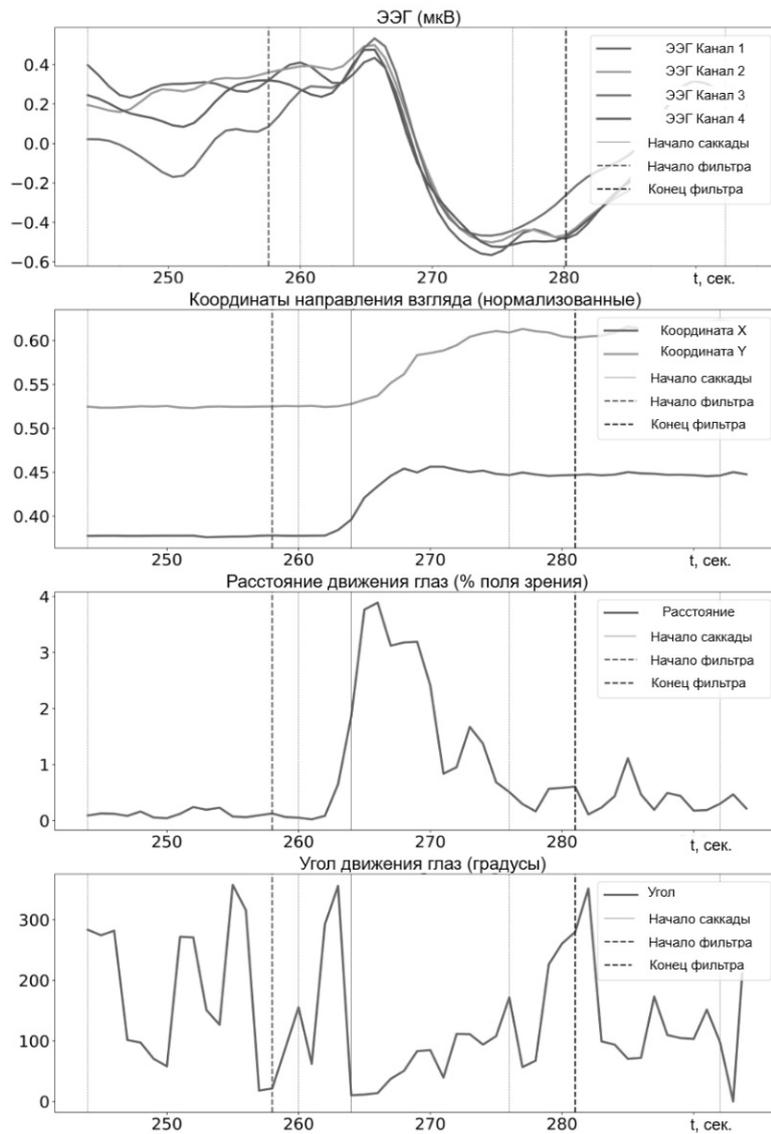


Рис. 4. Извлечение саккад с соответствующей последовательностью ЭЭГ и расширенными границами фильтра

Fig. 4. Saccade extraction with the appropriate EEG sequence and expanded filter boundaries

РЕЗУЛЬТАТЫ

Для оценки работы модели были выбраны метрики «точность» и «F1-score». Эти показатели вычислялись с использованием результатов работы модели при обработке тестовой выборки, не участвовавшей в ее обучении, для каждой задачи классификации у каждого участника: фиксации или саккады, движения влево или вправо, вверх или вниз. Результаты оценки представлены в таблице.

Результаты оценки модели для различных задач
Model evaluation results for different tasks

Участник	Фиксация / Саккада		Движения влево / вправо		Движения вверх / вниз	
	Точность, %	F1-score	Точность, %	F1-score	Точность, %	F1-score
1	91,99	0,92	63,17	0,644	61,49	0,601
2	89,61	0,937	61,89	0,646	62,82	0,616
3	90,19	0,931	59,95	0,644	60,99	0,611
4	86,75	0,951	65,56	0,675	60,96	0,624
5	88,91	0,948	64,13	0,631	63,01	0,623
6	87,45	0,928	62,71	0,651	59,87	0,605
7	85,64	0,939	65,44	0,667	63,10	0,623
8	88,91	0,933	63,8	0,670	61,68	0,611

Модель показывает стабильно высокие показатели в задаче классификации фиксации / саккада среди всех участников эксперимента. Также стабильные результаты получаются и по другим задачам, однако они имеют меньшую точность, что свидетельствует о затруднениях в способности их распознавания. Также наблюдается вариативность результатов между участниками, что может быть связано с индивидуальными особенностями движений глаз или с качеством данных. Среди участников выделяется участник 4, у которого большинство показателей оказались выше остальных, что может свидетельствовать об особенностях его поведения или записи данных.

Индивидуальные различия в электрической активности не позволили создать универсальную модель, подходящую для всех. К тому же классификация направленных движений (влево/вправо, вверх/вниз) оказалась затруднительной, так как они вызывают похожие изменения в сигналах ЭЭГ, что затрудняет их точное различение.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе была исследована возможность классификации различных типов движений глаз на основе данных ЭЭГ, собранных с помощью мобильного электроэнцефалографа, с применением нейронных сетей типа LSTM. Результаты показали, что по ЭЭГ-сигналам можно различать фиксации, саккады и направленные движения (влево, вправо, вверх, вниз), однако существенным препятствием оказалась высокая вариативность сигналов ЭЭГ между участниками, что затруднило использование единой модели для всех и привело к использованию индивидуального обучения для каждого участника. Наибольшая точность была достигнута при классификации фиксаций и саккад. Направленные движения оказались сложнее для точного распознавания и имеют значительно меньшую точность.

Основное преимущество предложенного подхода заключается в способности модели обрабатывать последовательности разной длины, что делает ее адаптивной к различным типам движений глаз. Это открывает возможности для применения модели в реальном времени, например, в системах взаимодействия «человек – компьютер» или вспомогательных технологиях.

Главным ограничением является высокая индивидуальная вариативность ЭЭГ-сигналов между участниками. Будущие исследования могут включать использование таких методов, как перенос обучения (transfer learning), персонализация моделей или их адаптация для конкретных пользователей, чтобы улучшить точность классификации.

Перспективным направлением будущих исследований является расширение модели для отслеживания непрерывных координат взгляда, что позволит создать более точные решения для трекинга глаз в реальном времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Eye tracking in human interaction: Possibilities and limitations / N. Valtakari, I. Hooge, C. Viktorsson, P. Nystrom, T. Falck-Ytter, R. Hessels // *Behavior Research Methods*. – 2021. – Vol. 53 (3). – P. 1592–1608. – DOI: 10.3758/s13428-020-01517-x.
2. Сервис гибридного анализа электрической активности мозга и видеотрекинга состояния человека / Э.В. Глеклер, А.М. Кашевник, Н.В. Шемякина, Ж.В. Нагорнова, И.В. Брак, А.С. Станкевич // *Информационные технологии и вычислительные системы*. – 2023. – № 4. – С. 72–85. – DOI: 10.14357/20718632230407.
3. EEG-based detection of adverse mental state under multi-dimensional unsafe psychology for construction workers at height / Z. Li, X. Xiahou, G. Chen, S. Zhang, Q. Li // *Developments in the Built Environment*. – 2024. – Vol. 19. – P. 100513. – DOI: 10.1016/j.dibe.2024.100513.
4. Wang J., Wang Z., Liu G. Recording brain activity while listening to music using wearable EEG devices combined with bidirectional long short-term memory networks // *Alexandria Engineering Journal*. – 2024. – Vol. 109. – P. 1–10. – DOI: 10.1016/j.aej.2024.07.122.
5. Tracking gaze position from EEG: Exploring the possibility of an EEG-based virtual eye-tracker / R. Sun, A.S.K. Cheng, C. Chan, J. Hsiao, A.J. Privitera, J. Gao, C.-h. Fong, R. Ding, A.C. Tang // *Brain and Behavior*. – 2023. – Vol. 13 (10). – DOI: 10.1002/brb3.3205.
6. Neural correlation of EEG and eye movement in natural grasping intention estimation / C. Lin, C. Zhang, J. Xu, R. Liu, Y. Leng, C. Fu // *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*. – 2023. – Vol. 31. – P. 4329–4337.
7. Jia Y., Tyler C. Measurement of saccadic eye movements by electrooculography for simultaneous EEG recording // *Behavior Research Methods*. – 2019. – Vol. 51 (5). – P. 2139–2151. – DOI: 10.3758/s13428-019-01280-8.
8. Park S., Han C., Im C. Design of wearable EEG devices specialized for passive brain-computer interface applications // *Sensors (Switzerland)*. – 2020. – Vol. 20 (16). – P. 4572. – DOI: 10.3390/s20164572.
9. Quality assessment of single-channel EEG for wearable devices / F. Grosselin, X. Navarro-Sune, A. Vozzi, k. Pandremmenou, F.D.V. Fallani, Y. Attal, M. Chavez // *Sensors (Switzerland)*. – 2019. – Vol. 19 (3). – P. 601. – DOI: 10.3390/s19030601.
10. Mind the gap: State-of-the-art technologies and applications for EEG-based brain-computer interfaces / R. Portillo-Lara, B. Tahirbegi, C.A.R. Chapman, J.A. Goding, R.A. Green // *APL Bioengineering*. – 2021. – Vol. 5 (3). – P. 16. – DOI: 10.1063/5.0047237.
11. Gaming control using a wearable and wireless EEG-based brain-computer interface device with novel dry foam-based sensors / L. de Liao, C.Y. Chen, I.J. Wang, S.F. Chen, S.Y. Li, B.W. Chen, J.Y. Chang, C.T. Lin // *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*. – 2012. – Vol. 9 (1). – DOI: 10.1186/1743-0003-9-5.
12. Deep learning in EEG: Advance of the last ten-year critical period / S. Gong, K. Xing, A. Cichocki, J. Li // *IEEE Transactions On Cognitive And Developmental Systems*. – 2022. – Vol. 14 (2). – P. 348–365. – DOI: 10.1109/TCDS.2021.3079712.
13. Deep learning-based construction equipment operators' mental fatigue classification using wearable EEG sensor data / I. Mehmood, H. Li, Y. Qarout, W. Umer, S. Anwer, H. Wu, M. Hussain, M. Fordjour Antwi-Afari // *Advanced Engineering Informatics*. – 2023. – Vol. 56. – DOI: 10.1016/j.aei.2023.101978.
14. Classification of hand movements from EEG using a deep attention-based LSTM network / G. Zhang, V. Davoodnia, A. Sepas-Moghaddam, Y. Zhang, A. Etemad // *IEEE Sensors Journal*. – 2019. – Vol. 20. – P. 3113–3122.
15. Klug M., Gramann K. Identifying key factors for improving ICA-based decomposition of EEG data in mobile and stationary experiments // *European Journal of Neuroscience*. – 2021. – Vol. 54 (12). – P. 8406–8420. – DOI: 10.1111/ejn.14992.

16. Removal of movement artefact for mobile EEG analysis in sports exercises / E. Butkeviciute, L. Bikulciene, T. Sidekerskiene, T. Blazauskas, R. Maskeliunas, R. Damasevicius, W. Wei // IEEE Access. – 2019. – Vol. 7. – P. 7206–7217. – DOI: 10.1109/ACCESS.2018.2890335.

Романюк Владимир Русланович, младший научный сотрудник лаборатории интегрированных систем автоматизации СПИИРАН. Научные интересы: машинное обучение, определение состояния человека. E-mail: romaniukvr@yandex.ru

Romanyuk Vladimir R., junior researcher at the laboratory of integrated automation systems, SPC RAS. His research interests include machine learning and human state recognition. E-mail: romaniukvr@yandex.ru

DOI: 10.17212/2782-2001-2024-3-77-89

Method for predicting eye movement activity based on intelligent data analysis from a mobile portable electroencephalograph *

V.R. ROMANYUK

St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences, 14th Line, 39, St. Petersburg, 199178, Russian Federation

romaniukvr@yandex.ru

Abstract

Eye movement processes, such as fixations and saccades, play a crucial role in human cognitive activity as they are closely associated with functions such as perception, attention, and decision-making. These processes are actively applied in various fields, including human-computer interaction systems and neurophysiological research. Modern eye-tracking methods based on optical systems provide high accuracy but have several significant limitations. In this regard, the use of electroencephalographic (EEG) data for analyzing eye movement activity is becoming a promising direction, as EEG provides insights into the neural processes underlying eye movements. This allows many limitations of optical systems to be overcome, enabling the monitoring of eye movements without direct visual tracking. The goal of this study is to develop a method for predicting eye movement activity based on data collected from the BrainBit mobile EEG device. The study utilizes a long short-term memory (LSTM) neural network. Experimental results demonstrated that the proposed model achieves high accuracy in classifying the main types of eye movement activity. For fixations and saccades, the classification accuracy reached 91 %, indicating a high effectiveness of the model for these types of movements. However, classifying directed eye movements, such as left/right and up/down movements, proved to be a more challenging task, with an accuracy of about 65 % and 63 %, respectively. One of the key challenges identified in the study was the high individual variability of EEG signals between participants. As a result, the model training was personalized for each participant, which improved the accuracy of predictions for each individual. Thus, the study highlights the potential of using EEG for analyzing and predicting eye movements, particularly in the context of fixations and saccades.

Keywords: eye-tracking, EEG analysis, deep learning, wearable EEG, brain signals, eye movements, LSTM, neural networks

REFERENCES

1. Valtakari N., Hooge I., Viktorsson C., Nystrom P., Falck-Ytter T., Hessels R. Eye tracking in human interaction: Possibilities and limitations. *Behavior Research Methods*, 2021, vol. 53 (3), pp. 1592–1608. DOI: 10.3758/s13428-020-01517-x.
2. Glekler E.V., Kashevnik A.M., Shemyakina N.V., Nagornova Zh.V., Brak I.V., Stankevich A.S. Servis gibridnogo analiza elektricheskoi aktivnosti mozga i video-trekinga sostoyaniya cheloveka [Human state analysis service: brain electrical activity and video tracking]. *Informatsionnye*

* Received 10 April 2024.

tekhnologii i vychislitel'nye sistemy = Journal of Information Technologies and Computing Systems, 2023, no. 4, pp. 72–85. DOI: 10.14357/20718632230407.

3. Li Z., Xiahou X., Chen G., Zhang S., Li Q. EEG-based detection of adverse mental state under multi-dimensional unsafe psychology for construction workers at height. *Developments in the Built Environment*, 2024, vol. 19, p. 100513. DOI: 10.1016/j.dibe.2024.100513.

4. Wang J., Wang Z., Liu G. Recording brain activity while listening to music using wearable EEG devices combined with Bidirectional Long Short-Term Memory Networks. *Alexandria Engineering Journal*, 2024, vol. 109, pp. 1–10. DOI: 10.1016/j.aej.2024.07.122.

5. Sun R., Cheng A.S.K., Chan C., Hsiao J., Privitera A.J., Gao J., Fong C.-h., Ding R., Tang A.C. Tracking gaze position from EEG: Exploring the possibility of an EEG-based virtual eye-tracker. *Brain and Behavior*, 2023, vol. 13 (10). DOI: 10.1002/brb3.3205.

6. Lin C., Zhang C., Xu J., Liu R., Leng Y., Fu C. Neural correlation of EEG and eye movement in natural grasping intention estimation. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 2023, vol. 31, pp. 4329–4337.

7. Jia Y., Tyler C. Measurement of saccadic eye movements by electrooculography for simultaneous EEG recording. *Behavior Research Methods*, 2019, vol. 51 (5), pp. 2139–2151. DOI: 10.3758/s13428-019-01280-8.

8. Park S., Han C., Im C. Design of wearable EEG devices specialized for passive brain-computer interface applications. *Sensors (Switzerland)*, 2020, vol. 20 (16), p. 4572. DOI: 10.3390/s20164572.

9. Gosselin F., Navarro-Sune X., Vozzi A., Pandremmenou K., Fallani F.D.V., Attal Y., Chavez M. Quality assessment of single-channel EEG for wearable devices. *Sensors (Switzerland)*, 2019, vol. 19 (3), p. 601. DOI: 10.3390/s19030601.

10. Portillo-Lara R., Tahirbegi B., Chapman C.A.R., Goding J.A., Green R.A. Mind the gap: State-of-the-art technologies and applications for EEG-based brain-computer interfaces. *APL Bioengineering*, 2021, vol. 5 (3), p. 16. DOI: 10.1063/5.0047237.

11. Liao L. de, Chen C.Y., Wang I.J., Chen S.F., Li S.Y., Chen B.W., Chang J.Y., Lin C.T. Gaming control using a wearable and wireless EEG-based brain-computer interface device with novel dry foam-based sensors. *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*, 2012, vol. 9 (1). DOI: 10.1186/1743-0003-9-5.

12. Gong S., Xing K., Cichocki A., Li J. Deep learning in EEG: Advance of the last ten-year critical period. *IEEE Transactions on Cognitive and Developmental Systems*, 2022, vol. 14 (2), pp. 348–365. DOI: 10.1109/TCDS.2021.3079712.

13. Mehmood I., Li H., Qarout Y., Umer W., Anwer S., Wu H., Hussain M., Fordjour Antwi-Afari M. Deep learning-based construction equipment operators' mental fatigue classification using wearable EEG sensor data. *Advanced Engineering Informatics*, 2023, vol. 56. DOI: 10.1016/j.aei.2023.101978.

14. Zhang G., Davoodnia V., Sepas-Moghaddam A., Zhang Y., Etemad A. Classification of hand movements from EEG using a deep attention-based LSTM network. *IEEE Sensors Journal*, 2019, vol. 20, pp. 3113–3122.

15. Klug M., Gramann K. Identifying key factors for improving ICA-based decomposition of EEG data in mobile and stationary experiments. *European Journal of Neuroscience*, 2021, vol. 54 (12), pp. 8406–8420. DOI: 10.1111/ejn.14992.

16. Butkeviciute E., Bikulciene L., Sidekerskiene T., Blazauskas T., Maskeliunas R., Dama-sevicius R., Wei W. Removal of movement artefact for mobile EEG analysis in sports exercises. *IEEE Access*, 2019, vol. 7, pp. 7206–7217. DOI: 10.1109/ACCESS.2018.2890335.

Для цитирования:

Романюк В.Р. Метод предсказания глазодвигательной активности на основе интеллектуального анализа данных мобильного портативного электроэнцефалографа // Системы анализа и обработки данных. – 2024. – № 3 (95). – С. 77–89. – DOI: 10.17212/2782-2001-2024-3-77-89.

For citation:

Romanyuk V.R. Metod predskazaniya glazodvigatel'noi aktivnosti na osnove intellektual'nogo analiza dannykh mobil'nogo portativnogo elektroentsefalografā [Method for predicting eye movement activity based on intelligent data analysis from a mobile portable electroencephalograph]. *Sistemy analiza i obrabotki dannykh = Analysis and Data Processing Systems*, 2024, no. 3 (95), pp. 77–89. DOI: 10.17212/2782-2001-2024-3-77-89.

Правила для авторов

Журнал «Научный вестник НГТУ» основан в 1995 году на базе Новосибирского государственного технического университета. Печатная версия журнала зарегистрирована в Министерстве РФ по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций в 2000 году. Свидетельство о регистрации ПИ № 77-1599 от 10.02.2000. Периодичность выхода издания – один раз в три месяца (четыре номера в год). В 2021 году был переименован в «Системы анализа и обработки данных». Научно-технические статьи, направленные в адрес журнала, проходят рецензирование и редактирование.

В журнале «Системы анализа и обработки данных» публикуются оригинальные статьи по следующим группам специальностей:

1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (технические науки), *ранее* 05.13.18;

2.2.6 – Оптические и оптико-электронные приборы и комплексы (технические науки), *ранее* 05.11.07;

2.2.11 – Информационно-измерительные и управляющие системы (технические науки), *ранее* 05.11.16;

2.2.12 – Приборы, системы и изделия медицинского назначения (технические науки), *ранее* 05.11.17;

2.3.1 – Системный анализ, управление и обработка информации, статистика (технические науки), *ранее* 05.13.01;

2.3.5 – Математическое и программное обеспечение вычислительных систем, комплексов и компьютерных сетей (технические науки), *ранее* 05.13.11.

Разделы журнала: информационные технологии и телекоммуникации; компьютерные науки и информатика; электроника, фотоника, приборостроение и связь.

Рекомендуемый объем статьи 10–16 страниц. Статьи объемом, не превышающим 8 страниц, могут быть размещены в разделе «Краткие сообщения». Возможна публикация дискуссионного материала в разделе «Дискуссии». В информационном разделе возможно размещение сообщений о состоявшихся и планируемых конференциях, семинарах и симпозиумах, сведений о факультетах и специальностях, научных разработках и научных школах. Статьи обзорного характера, как правило, не публикуются.

Website: <http://journals.nstu.ru/vestnik>

Условия приема статей

В редакцию журнала представляются следующие материалы.

1. Статья, подготовленная в соответствии с правилами оформления, – печатная версия, два экземпляра, подписанных авторами.

2. Контактная информация (телефоны рабочий и сотовый, адреса электронной почты, место работы, адрес места работы, должность, ученая степень, ученое звание автора, ORCID) – печатная версия, два экземпляра.

3. Описание статьи для базы данных «Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)», подготовленное в соответствии с правилами оформления, – печатная версия, один экземпляр.

4. Лицензионный договор, заполненный и подписанный, отправляется со всем пакетом документов; сканированный заполненный договор записывается на диск.

5. Электронная версия статьи, контактной информации, описания статьи для базы данных РИНЦ и сканированный лицензионный договор – в отдельных файлах на CD.

6. Экспертное заключение о возможности опубликования.

Плата за публикацию рукописей не взимается.

Требования к оформлению статьи

Формат оригинала – А4. Шрифт – **Times New Roman**. Текст набирается в русифицированном редакторе **Microsoft Word**. Параметры страницы (см):

левое поле – 3,3	верхнее поле – 4,0
правое поле – 3,3	нижнее поле – 3,9.
текстовое поле 22 × 14,4	

Межстрочные интервалы одинарные. Перед УДК оставляется четыре пустые строки размером 12. УДК набирается прописными буквами кеглем 8. После УДК перед заголовком оставляется пустая строка размером 8. Название статьи набирается кеглем 14 полужирным строчным шрифтом с отступом слева 1,8 см, без переносов слов, с выравниванием влево. После заголовка оставляется пустая строка размером 12. Фамилии автора – прописным шрифтом кеглем 8. После фамилий оставляется пустая строка размером 7. Указатель сноски * после названия статьи устанавливается в верхнем индексе. В сноске дата поступления статьи указывается курсивным шрифтом кеглем 8. После ФИО авторов статьи набирается аннотация кеглем 8 с отступом первой строки на 0,8 см, межстрочный интервал с множителем 1,1. После аннотации оставляется пустая строка размером 4. **Ключевые слова** – кеглем 8.

Заголовки разделов обязательны (например, **Введение, Постановка задачи, Методы анализа, Основной результат, Выводы** или **Заключение**), набираются прописным полужирным прямым шрифтом кеглем 8 с отступом 1,8 см. Перед ними оставляется пустая строка размером 20, после них – пустая строка размером 10. Основной текст – кеглем 10.

Подзаголовки – прописным полужирным шрифтом кеглем 8 с отступом 1,8 см. Перед ними и после них – пустая строка размером 10.

Рисунки представляются в **Corel Draw 11** или **Microsoft Word (RUS)**, в других редакторах не принимаются. Слово *Рис.* и его номер выделяются курсивом. Рисунки должны быть черно-белыми, в описании не должно быть ссылок на цвет.

Рисунки и таблицы нумеруются арабскими цифрами по порядку упоминания их в тексте. После номера должно следовать название **на русском и английском языке**. Подписи и названия таблиц – кеглем 9.

Все графы в таблицах должны иметь заголовки и разделяться вертикальными линиями. В головке таблицы по возможности указываются буквенные обозначения параметров и их единицы измерения.

Переменные в тексте набираются курсивным шрифтом кеглем 10. При написании формул использовать MathType версии не выше 6.0С. Формулы набирать по центру кеглем 11, надстрочные и подстрочные индексы – кеглем 9, знаки – кеглем 14 (латинские буквы – курсивным шрифтом, русские и греческие – прямым, цифры – прямым).

Например:

$$A(s) = \sum_{i=0}^{n^2+3} A_i s \lambda^{(i+1)^2} + \alpha.$$

Между текстом и формулами, а также между формулами оставляются пустые строки размером 4. Формулы не сжимать. Нумерацию формул указывать справа кеглем 10. Например:

$$D_f = D_c D + N_c N. \quad (1)$$

Нумерация страниц осуществляется следующим образом: Вставка / Номера страниц...; установить **положение** «вверху страницы», **выравнивание** – «снаружи», без нумерации первой страницы.

Колонтитулы устанавливаются сверху (с отступом от верхнего края страницы 3 см). Чтобы колонтитулы на четной, нечетной и первой страницах отличались, нужно установить: **Файл / Параметры страницы / Разметка; установить разные четные и нечетные и первая отличается.**

Колонтитулы на четных страницах. Вид / Колонтитулы; набираются курсивным прописным шрифтом кеглем 8. Фамилия автора с инициалами указывается впереди у правого края без отступа. Если авторов несколько, то указываются только два первых, далее «и др.».

Колонтитулы на нечетных страницах. Названия статьи с прописной буквы курсивным шрифтом кеглем 8, номера страниц – кеглем 10.

Перед списком литературы пустая строка размером 20. Заголовок «Список литературы» – кеглем 8 прописным полужирным шрифтом с отступом 1,8 см. После списка литературы пустая строка размером 10. Порядковый номер с красной строки кеглем 8 с интервалом 1,1. Фамилии и инициалы – кеглем 8 полужирным строчным шрифтом, название статьи (книги) – светлым шрифтом. Оформление библиографического списка по ГОСТ Р.7.0.5–2008. Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления. – М.: Стандартинформ, 2008. – 19 с.

После списка литературы идет пустая строка размером 24. Далее приводятся краткие сведения об авторах кеглем 8 с интервалом 1,1 и отступом от левого края 1 см. Фамилия, имя, отчество – с красной строки курсивом. Последующий текст (ученая степень, ученое звание, членство в академиях и т. д.; основное направление научных исследований; количество имеющихся публикаций, в том числе монографий, учебных пособий; e-mail; рабочий телефон) – прямым шрифтом. **Информация предоставляется на русском и английском языке.**

Далее дается перевод на английский язык фамилии, имени, отчества автора и названия статьи, а также реферата и ключевых слов (обязательно).

Исправления, вносимые автором, при доработке статьи **выделять** желтым цветом.

Требования к оформлению РИНЦ

В описании статьи должна быть указана следующая информация.

1. Номера страниц, на которых размещена статья в сборнике.
2. Коды: УДК, и / или ББК, и / или DOI, и / или других классификационных индексов или систем регистрации.
3. Название статьи.
4. Фамилия, имя, отчество авторов.
5. Место работы каждого автора в именительном падеже. Указать должность автора по основному месту работы.
6. Контактная информация (почтовый адрес места работы, номер телефона, адрес электронной почты – обязательно).
7. Аннотация (не менее 320 и не более 640 знаков).
8. Ключевые слова: каждое слово или словосочетание отделяется от другого запятой (10–20 слов).
9. Пункты 3–8 на английском языке.
10. Список литературы.

Образец оформления приведен на сайте: <http://journal.nstu.ru/vestnik>.