
НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК НОВОСИБИРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

ISSN 1814-1196

№ 4 (80)

2020

УДК 681.51(06)
Н 76

Учредитель

ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный технический университет»

Редакционная коллегия

Главный редактор

Лемешко Борис Юрьевич, д-р техн. наук, проф., НГТУ, г. Новосибирск

Заместители главного редактора

Алексеев Сергей Владимирович, академик, д-р физ.-мат. наук, проф., Институт теплофизики СО РАН, г. Новосибирск

Вострецов Алексей Геннадьевич, д-р техн. наук, проф., НГТУ, г. Новосибирск

Шокин Юрий Иванович, академик, д-р физ.-мат. наук, проф., Институт вычислительных технологий СО РАН, г. Новосибирск

Ответственный секретарь

Воевода Александр Александрович, д-р техн. наук, проф., НГТУ, г. Новосибирск

Члены редколлегии

Алаин Бриллиард, д-р, проф., Университет Мюлуза, Франция

Алиферов Александр Иванович, д-р техн. наук, проф., НГТУ, г. Новосибирск

Виролайнен Вели Матти, проф., Технологический университет Лаппеэнранта, Финляндия

Воронин Владимир Викторович, д-р техн. наук, доцент, ТОГУ, г. Хабаровск

Воропай Николай Иванович, чл.-корр. РАН, д-р техн. наук, проф., Институт систем энергетики им. Мелентьева СО РАН, г. Иркутск

Воскобойников Юрий Евгеньевич, д-р физ.-мат. наук, проф., Сибстрин, г. Новосибирск

Гайдук Анатолий Романович, д-р техн. наук, проф., ЮФУ, г. Таганрог

Гозбенко Валерий Ерофеевич, д-р техн. наук, проф., ИрГУПС, г. Иркутск

Григорьев Юрий Дмитриевич, д-р техн. наук, проф., СПбГЭТУ «ЛЭТИ», г. Санкт-Петербург

Зиновьев Геннадий Степанович, д-р техн. наук, проф., НГТУ, г. Новосибирск

Крюков Андрей Васильевич, д-р техн. наук, проф., ИрГУПС, г. Иркутск

Лути Серджио, д-р, проф., Падуанский университет, Италия

Лисицина Лилия Ивановна, д-р техн. наук, проф., НГТУ, г. Новосибирск

Мухомад Юрий Федорович, д-р техн. наук, проф., ИрГУПС, г. Иркутск

Наумова Елена Николаевна, д-р техн. наук, проф., Университет Тафтса, США

Неизвестный Игорь Георгиевич, д-р физ.-мат. наук, проф., Институт физики полупроводников СО РАН, г. Новосибирск

Нейман Владимир Юрьевич, д-р техн. наук, проф., НГТУ, г. Новосибирск

Носек Ярослав, д-р техн. наук, проф., Технический университет Либерец, Чехия

Ронжин Андрей Леонидович, д-р техн. наук, проф., СПИИРАН, г. Санкт-Петербург

Рубан Анатолий Иванович, д-р техн. наук, проф., СФУ, г. Красноярск

Рылов Анатолий Игоревич, д-р физ.-мат. наук, Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, г. Новосибирск

Степанов Олег Андреевич, д-р техн. наук, проф., Университет ИТМО, г. Санкт-Петербург

Уранчимэг Тудедагва, д-р техн. наук, проф., Хемницкий технический университет, Германия

Фомин Василий Михайлович, д-р физ.-мат. наук, проф., Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, г. Новосибирск

Хабаров Валерий Иванович, д-р техн. наук, проф., СГУПС, г. Новосибирск

Ханова Анна Алексеевна, д-р техн. наук, проф., АГТУ, г. Астрахань

Хи Жаохуи, Харбинский университет науки и технологии, Китай

Хлебников Михаил Владимирович, д-р физ.-мат. наук, ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва

Чичиндаев Александр Васильевич, д-р техн. наук, проф., НГТУ, г. Новосибирск

Шандаров Станислав Михайлович, д-р физ.-мат. наук, проф., ТУСУР, г. Томск

Адрес редакции, издателя: 630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20, НГТУ

Тел. (383) 346-56-88, тел., факс (383) 344-49-98

E-mail: nauchvest@corp.nstu.ru

Web Site: <http://journals.nstu.ru/vestnik/>

16+

Индекс: 82962 («РОСПЕЧАТЬ»)

УДК 681.51(06)

© Коллектив авторов, 2020

© Новосибирский государственный
технический университет, 2020

**НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК
НОВОСИБИРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА**

ISSN 1814-1196

№ 4 (80)

2020

СОДЕРЖАНИЕ

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

Бершадский И.А., Джура С.Г., Чурсинова А.А. Использование искусственного интеллекта для прогнозирования электропотребления энергосбытовой компании	7
Булатов Ю.Н., Крюков А.В., Черепанов А.В. Математические модели для определения предельных режимов в электрических сетях с установками распределенной генерации	17
Васильев В.С., Легалов А.И. Оптимизация графов потока управления в промежуточных представлениях языка функционально-поточкового параллельного программирования	37
Воскобойников Ю.Е., Боева В.А. Алгоритмы непараметрической идентификации сложных технических систем	47
Грузенкин Д.В., Кузнецов А.С., Селезнев И.В. Оценка меры различия алгоритмов в многовариантной системе составления производственных планов	65
Кривоногова Д.А., Педонова З.Н. Разработка и исследование программно-аппаратного комплекса для мониторинга состояния домашнего животного.....	81
Майстренко А.В., Майстренко К.А., Светлаков А.А. Дихотомия. Дихотомия? Дихотомия! Основные положения, проблемы терминологии и инспекционный анализ метода дихотомии	93
Романиков Д.О. Метод синтеза нейронных регуляторов для линейных объектов.....	111
Семенов Д.А., Щеколдин В.Ю. Теоретические и эмпирические функции Лоренца, индексы Джини и их свойства	121
Тюньков Д.А., Грицай А.С., Сапилова А.А., Блохин А.В., Родионов В.С., Потопов В.И. Нейросетевая модель для краткосрочного прогнозирования выработки электрической энергии солнечными электростанциями	145
Попов Е.А., Шорников Ю.В. Детекция событий разного типа в гибридных динамических системах	159

*ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, МЕТРОЛОГИЯ И ИНФОРМАЦИОННО-
ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ*

Юлаева Ю.В., Хомяков А.Ю., Туев В.И. Декомпозиционная световая математическая модель светодиодного излучающего элемента	177
Правила для авторов	198

Корректор *Л.Н. Кинит*
Компьютерная верстка *С.И. Ткачева*

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции
Издание соответствует коду 95 2000 ОК 005-93 (ОКП)

Журнал зарегистрирован Комитетом РФ по печати. Свидетельство о регистрации
средства массовой информации ПИ № 77–1599 от 10 февраля 2000 г.
Периодичность издания – 4 номера в год.
Журнал реферирован в ВИНТИ (<http://www.2.viniti.ru>)
Лицензия ИД 04303 от 20.03.01. Подписано в печать 16.12.2020. Выход в свет 18.12.2020.
Формат 70 × 108 1/16. Бумага офсетная. Тираж 300 экземпляров.
Уч.-изд. л. 17,5. Печатных листов 12,5. Издательский № 243. Заказ № 169.
Цена договорная

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20

SCIENCE BULLETIN OF THE NOVOSIBIRSK STATE TECHNICAL UNIVERSITY

ISSN 1814-1196

№ 4 (80)

2020

УДК 681.51(06)
H 76

Journal was established by
Novosibirsk State Technical University

Editorial board

Chief editor

Lemeshko B. Yu., D. Sc. (Eng.), Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, RF

Deputy chief editor

Alekseenko S. V., D. Sc. (Phys. & Math.), Institute of Thermophysics, Novosibirsk, RF

Vostretsov A. G., D. Sc. (Eng.), Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, RF

Shokin Yu. I., D. Sc. (Phys. & Math.), Institute of Computational Technologies, Novosibirsk, RF

Executive Secretary

Voevoda A. A., D. Sc. (Eng.), Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, RF

The members of the editorial Board

Brillard A., D. Sc. (Eng.), Universite de Haute Alsace, Mulhouse, France

Aliferov A. I., D. Sc. (Eng.), Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, RF

Virolainen V. M., professor, Lappeenranta Teknillinen Yliopisto, Finland

Voronin V. V., D. Sc. (Eng.), Pacific National University, Khabarovsk, RF

Voropay N. I., Corresponding Member, Russian Academy of Sciences, D.Sc. (Eng.), Melentiev Energy Systems Institute,

Irkutsk, RF

Voskoboimikov Yu. E., D. Sc. (Phys. & Math.), Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering,

Novosibirsk, RF

Gaiduk A. R., D. Sc. (Eng.), Southern Federal University, Taganrog, RF

Gozbenko V. E., D. Sc. (Eng.), Irkutsk State Transport University, Irkutsk, RF

Grigor'ev Yu. D., D. Sc. (Eng.), Saint-Petersburg Electrotechnical University "LETI", Saint-Petersburg, RF

Zinoviev G. S., D. Sc. (Eng.), Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, RF

Kryukov A. V., D. Sc. (Eng.), Irkutsk State Transport University, Irkutsk, RF

Lupi Sergio, D. Sc. (Eng.), Università degli Studi di Padova, Padua, Italy

Lisitcina L. I., D. Sc. (Eng.), Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, RF

Mukhopad Yu. F., D. Sc. (Eng.), Irkutsk State Transport University, Irkutsk, RF

Naumova E.N., PhD. (Math.), Tufts University, USA

Neizvestnyi I. G., D. Sc. (Phys. & Math.), Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, RF

Neiman V. Yu., D. Sc. (Eng.), Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, RF

Nosek J., D. Sc. (Eng.), Technical University of Liberec, Czech Republic

Ronzhin A. L., D. Sc. (Eng.), St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences,

Saint-Petersburg, RF

Ruban A. I., D. Sc. (Eng.), Siberian Federal University, Krasnoyarsk, RF

Rylov A. I., D. Sc. (Phys. & Math.), Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk, RF

Stepanov O. A., D. Sc. (Eng.), ITMO University, Saint-Petersburg, RF

Uranchimeg T., D.Sc. (Eng.), Technische Universität Chemnitz, Germany

Fomin V. M., D. Sc. (Phys. & Math.), Khristianovich Institute of theoretical and applied mechanics SB RAS, Novosibirsk, RF

Khabarov V. I., D. Sc. (Eng.), Siberian Transport University, Novosibirsk, RF

Khanova A. A., D. Sc. (Eng.), Astrakhan State Technical University, Astrakhan, RF

Xi Zhaohui, Harbin University of Science and Technology, China

Khlebnikov M. V., D. Sc. (Phys. & Math.), Institute of Control Sciences, Moscow, RF

Chichindaev A. V., D. Sc. (Eng.), Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, RF

Shandarov S. M., D. Sc. (Phys. & Math.), Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Tomsk, RF

Editorial Address: 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation

Tel. (383) 346-56-88, Fax (383) 344-49-98

E-mail: nauchvest@corp.nstu.ru

Web Site: <http://journals.nstu.ru/vestnik/>

УДК 681.51(06)

© Authors, 2020

© Novosibirsk State Technical University, 2020

**SCIENCE BULLETIN
OF THE NOVOSIBIRSK STATE
TECHNICAL UNIVERSITY**

ISSN 1814-1196

№ 4 (80)

2020

CONTENTS

INFORMATICS, COMPUTER ENGINEERING AND CONTROL

Bershadsky I.A., Dzhura S.G., Chursinova A.A. The use of artificial intelligence to predict electric power consumption of a power supply company	7
Bulatov Yu.N., Kryukov A.V., Cherepanov A.V. Mathematical models for determining limit operating modes in electrical networks with distributed generation plants	17
Vasilev V.S., Legalov A.I. Control flow graphs optimization in intermediate representations of the functional dataflow parallel programming language.....	37
Voskoboynikov Yu.E., Boeva V.A. Non-parametric identification algorithms for complex engineering systems	47
Gruzenkin D.V., Kuznetsov A.S., Seleznev I.V. An assessment of the algorithm difference measure in a multivariate system for production plans scheduling.....	65
Krивonogova D.A., Pedonova Z.N. Design and research on a software and hardware complex for monitoring the condition of a pet.....	81
Maistrenko A.V., Maistrenko K.A., Svetlakov A.A. Dichotomy. Dichotomy? Dichotomy! Basic provisions, problems of terminology and inspection analysis of the method of dichotomy	93
Romannikov D.O. A method for the synthesis of neural regulators for linear objects.....	111
Semenov D.A., Shchekoldin V.Y. Theoretical and empirical Lorentz functions, Gini indices, and their properties.....	121
Tyunkov D.A., Gritsay A.S., Sapirova A.A., Blokhin A.V., Rodionov V.S., Potapov V.I. A neural network model for short-term forecasting of electricity generation by solar power plants.....	145
Popov E.A., Shornikov Yu.V. Detection of different type events in hybrid dynamical systems.....	159

*INSTRUMENT MAKING, METROLOGY AND INFORMATION MEASUREMENT
DEVICES AND SYSTEMS*

Yulaeva Yu.V., Khomyakov A.Yu., Tuev V.I. A decomposition optical-mechanical model of a LED emitting element	177
Rules for authors	198

Editor *L.N. Kinsht*
Computer imposition *S.I. Tkacheva*

The journal is registered by Russian Federation Committee on the press.
The certificate on registration of mass media of PI No. 77-1599 of February 10, 2000.
Publication frequency – 4 numbers a year.
Journal referenced in VINITI (<http://www.viniti.ru>)
License ID 04303 from 20.03.2001. Signed in print December 16, 2020.
Date of publication December 18, 2020. Format 70 × 108 1/16
Offset Paper. Circulation is 300 copies. Educational-ed. liter. 17,5. Printed pages 12,5.
Publishing number 243. Order number 169.

It is printed in printing house of Novosibirsk State Technical University
20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073

ИНФОРМАТИКА,
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА
И УПРАВЛЕНИЕ

INFORMATICS,
COMPPUTER ENGINEERING
AND CONTROL

УДК 004.896

DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-7-16

Использование искусственного интеллекта для прогнозирования электропотребления энергосбытовой компании*

И.А. БЕРШАДСКИЙ^а, С.Г. ДЖУРА^б, А.А. ЧУРСИНОВА^с

283001, Украина, г. Донецк, пр. 25-летия РККА, 1, Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования Донецкий национальный технический университет

^а ibersh@rambler.ru ^б dzhura@inbox.ru ^с a.chursinova@gmail.com

В настоящей работе проанализированы существующие подходы использования искусственного интеллекта в обучении нейронной сети с помощью приложения Нейросимулятор 5.0 для прогнозирования потребления электроэнергии по данным предыдущего периода, а также сделан вывод о целесообразности развития этого направления расчетов для прогнозирования и проектирования систем электроснабжения.

Статья посвящена проблеме выбора модели прогнозирования электропотребления при решении задачи оперативного суточного планирования поставок электроэнергии на оптовом рынке. Особую актуальность задача прогнозирования потребления электроэнергии приобрела после появления оптового рынка электроэнергии: занижение прогноза приводит к необходимости запуска дорогостоящих аварийных электростанций, а завышение – к увеличению издержек на поддержку в рабочем состоянии излишних мощностей.

Аргументируется выбор искусственных нейронных сетей для этой цели. Наиболее подходящей архитектурой искусственной нейронной сети для решения рассматриваемой нами задачи является многослойный перцептрон, содержащий несколько слоев нейронов: входной, один или несколько скрытых слоев и слой выходных нейронов. Передача информации, как правило, происходит в одном направлении – от входного слоя к выходному.

Рассмотрен пример прогнозирования энергопотребления по результатам ближайших замеров во временной области и определена ошибка аппроксимации. Результаты аппроксимации и прогноза электропотребления показали, что среднеквадратичная относительная погрешность не превышала 6,32 %, но имеется выброс в одной точке до 34 %.

Резервом повышения точности прогноза является исследование влияния дополнительных факторов – температуры окружающего воздуха и фактора дня, учитывающего распределение нагрузки по дням недели.

Ключевые слова: искусственный интеллект, нейронные сети, перцептрон, электропотребление, прогнозирование, имитаторы нейронных сетей, функция активации, входной слой, погрешность прогноза

* Статья получена 18 августа 2020 г.

ВВЕДЕНИЕ

Развитие электроэнергетики в рыночных условиях, в том числе в Российской Федерации, а также тенденции формирования интеллектуальных сетей характеризуются значительной технической модернизацией. Так, в единый комплекс объединяют сети энергоснабжения и компьютерные телекоммуникационные сети, основанные на системах передачи информации. Главная задача технологии состоит в обеспечении мониторинга и оптимизации расхода энергоресурсов, а также повышении безопасности функционирования энергосетей. Наиболее актуально проводить такую интеллектуализацию в распределительных электросетях, включая потребителей электроэнергетики.

В 2010 г. генеральный директор компании ОАО «НТЦ электроэнергетики», доктор технических наук В.В. Дорофеев предложил концепцию интеллектуальной энергетической системы с активно-адаптивной сетью [1], в частности, автоматизацию и интеллектуализацию процессов контроля и управления в распределительных электросетях. Этапы развития этого направления определены в Национальной стратегии развития искусственного интеллекта (ИИ) на период до 2030 г. [2].

В этой статье планируется показать результаты исследований применительно к развитию методов прогнозирования электропотребления с применением искусственного интеллекта [3].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Формирование баланса электроэнергии энергосистемы, ее технологическая устойчивость, влияющая на качество электроэнергии, существенно зависит от правильного прогнозирования расчетных электрических нагрузок. При этом обеспечивается также оптимальное распределение нагрузки между объектами энергосистемы путем регулирования загрузки оборудования, а основные мощности генерации электроэнергии задействуются в часы и зоны оптового рынка энергии с минимальной ценой.

В работе [4] рассмотрено развитие компьютерной логики в связи с поставленными выше задачами. Рассмотрим одно из направлений, приведенных на рис. 1, с точки зрения электроснабжения – нейронные сети [5, 6].

В таблице приведен обзор возможных вариантов решения задач на основе нейронных сетей.

2. ВЫБОР СИМУЛЯТОРА НЕЙРОННОЙ СЕТИ

Необходимо проанализировать возможности существующих программных продуктов в области нейронносетевое моделирование в контексте их применения, а также выбора нужного нейронного метода с целью прогнозирования электропотребления энергосбытовой компании. В частности, необходима наглядная обработка цифровой информации, взятой из графиков электропотребления. Затем, в процессе обучения, нейронная сеть обобщает переданные ей знания (на примерах) и вырабатывает новые, не встречающиеся ранее в выборке исходных данных [7].

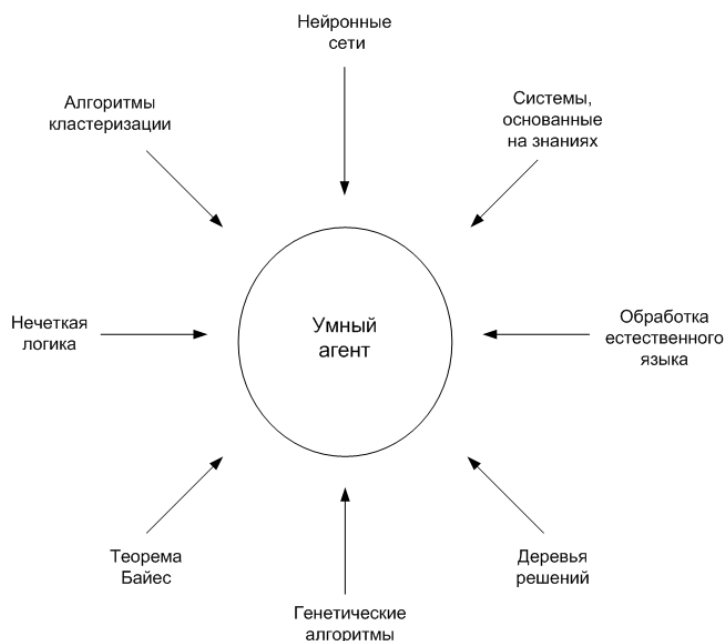


Рис. 1. Основные направления ИИ

Fig. 1. Main areas of AI

Соотношение задач и подходов ИИ для решения задач электроснабжения

Ratio of AI tasks and approaches to solve power supply problems

Проблема	Искусственные нейронные сети и алгоритм обучения	Использование искусственных нейронных сетей
Идентификация и моделирование	Гибридная сеть прямого / обратного обучения	Прогнозирование переходного процесса. Прогнозирование тепла на атомных станциях
Контроль	Гибридная сеть прямого / обратного обучения	Поддержка стабилизации энергосистемы. Контроль частоты нагрузки. Адаптивный контроль
Прогнозирование нагрузки	Сети Кохонена с самоорганизацией Перцептрон	Прогнозирование профиля нагрузки (суточного). Управление сбросом нагрузки. Прогнозирование краткосрочные (краткосрочные максимальные нагрузки) и долгосрочные. Прогнозирование на следующую неделю

К бесплатным инструментальным средствам НС относятся, в частности: Basis-of-AI-backprop, FuzzyCOPE, NeuroSolutions, PDP, Rochester Connection-

ist Simulator, SNNS, The Brain, Xerion; к платным: BrainMaker Professional 5.1, Genetic Training Option (GTO) for Brain Maker Professional, MATLAB Neural Network Toolbox 3.0, NeuralWorks Professional II Plus, NnetLib 'C', Propagator.

На наш взгляд, для целей исследования удобнее использовать пакет NeuroSolutions, а также методологию и инструментарий [8]. Еще одним пакетом является российский пакет «Нейросимулятор» [9].

Анализ последних исследований [10, 11] выделяет ряд проблемных вопросов, стоящих на начальном этапе проектирования соответствующей НС:

- 1) высокая зависимость метода от исходных данных, т. е. трудно подобрать заранее нужную нейронную сеть для моделирования;
- 2) отсутствие полного алгоритма проектирования от постановки каждой конкретной задачи до ее реализации;
- 3) настройка нейронной сетей.

Таким образом, возможность реализации поставленной выше задачи представляет профессиональный интерес для энергетиков.

3. ПРОГНОЗ ЭЛЕКТРОПОТРЕБЛЕНИЯ В ПРОГРАММЕ «НЕЙРОСИМУЛЯТОР»

Программа «Нейросимулятор 5.0», разработанная Ф.М. Черепановым и Л.Н. Ясницким, направлена на интеллектуальный анализ данных с помощью нейронных сетей перцептронного типа. Вычислительные ресурсы для ее использования требуются незначительные, кроме того, обнаруживаются выбросы в обучающей выборке [9].

Многослойные персептроны (MLPs) являются слоистыми сетями прямого распространения, как правило, обучаемыми со статической обратной связью. Они характеризуются медленным обучением и требуют большого объема обучающих данных, но хорошо подходят для прогнозных задач.

Интерфейс Нейросимулятора 5.0 [9] состоит из следующих вкладок: проектирование сети (структура, количество слоев, функции активации), обучение (таблица с примерами), прогноз, проверка (таблица для определения погрешности прогноза), график обучения (ошибка обучения в функции количества обучающих эпох).

Часто для проектирования систем электроснабжения необходимо знать будущую нагрузку предприятия [13–15]. Исходные данные возьмем из работы [13], где указано электропотребление ОАО «Мордовская энергосбытовая компания» в период с 1 по 30 сентября 2009 года. Построим нейронную сеть на Нейросимуляторе 5.0 (рис. 2).

Для решения задач прогнозирования электропотребления используется модель его изменения во времени в виде нелинейной функции:

$$A_t = f(A_{t-n}, T_{t-n}, N_t) + e_t.$$

где A_t – фактическое электропотребление энергосистемы в момент времени t ; t – текущее время; A_{t-n} – электропотребление в предыдущий момент времени наблюдения; T_{t-n} – температура окружающей среды; n – индекс предыдущего момента времени; N_t – тип дня недели; e_t – составляющая факторов, спорадически влияющих на электропотребление.

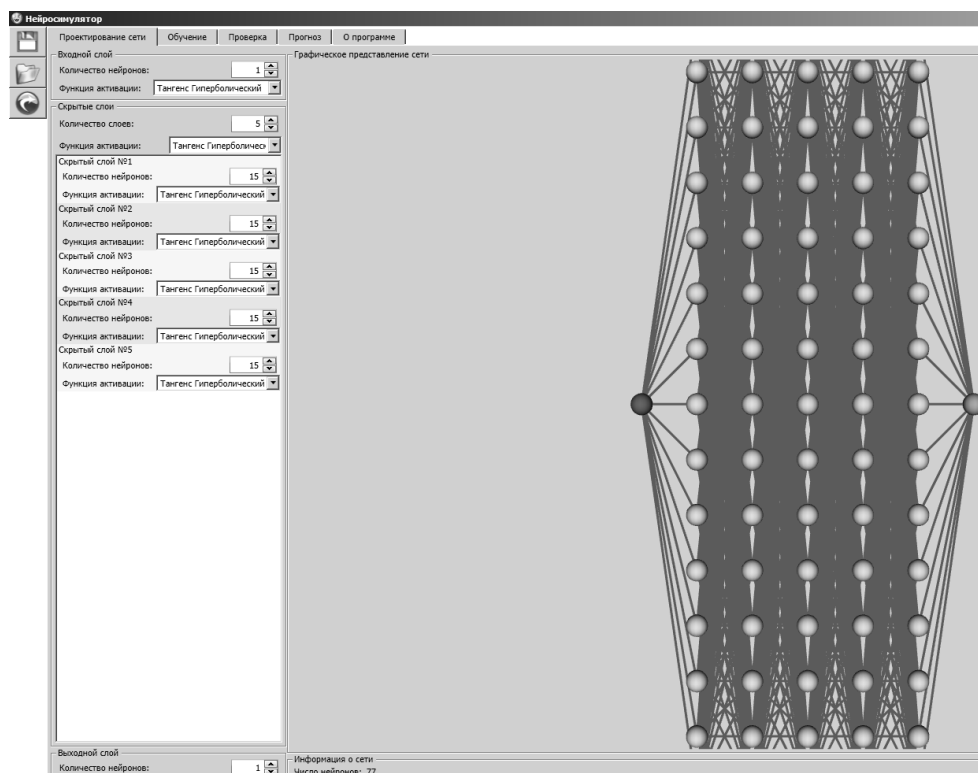


Рис. 2. Реальная расчетная сеть для примера прогнозирования:

входной слой – один нейрон, функция активации (ФА) – тангенс гиперболический (ТГ); выходной слой – один нейрон; количество скрытых слоев 5, в каждом скрытом слое 15 нейронов, ФА – ТГ

Fig. 2. A real design network for the example of prediction:

the input layer is one neuron, the activation function (AF) is Hyperbolic Tangent (HT); the output layer is the same; the number of hidden layers is 5, 15 neurons are in each hidden layer, AF – HT

Исходные данные подготавливаются в формате таблицы Excel и загружаются в нейросимулятор. Методом скользящего окна, который описан в книге [9], были подготовлены данные. Вопрос о том, сколько брать предыдущих значений, можно решить эмпирически: взять интервал, который покрывает полный цикл повторения функции, или взять величину, при которой автокорреляция функции достигает максимума.

Автоматический подбор скорости потребовал 5 скрытых слоев по 15 нейронов в каждом и обучение не менее 25 000 эпох, которые представлены на рис. 3.

Результаты аппроксимации и прогноза электропотребления представлены на рис. 4. Среднеквадратичная относительная погрешность не превышала 6,32 %, но имеется выброс в одной точке до 34 %.

Резервом повышения точности прогноза является исследование влияния дополнительных факторов, например, учета температуры окружающего воздуха, и фактора дня, учитывающего распределение нагрузки по дням недели.

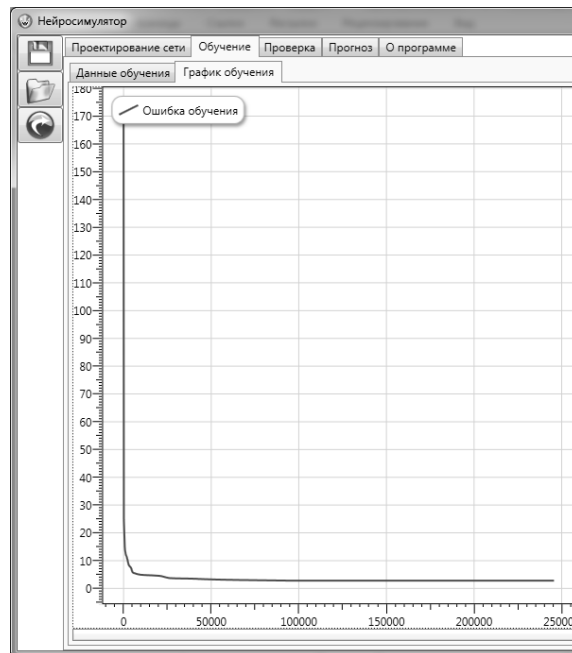


Рис. 3. График уменьшения ошибки обучения в процессе решения задачи

Fig. 3. Learning error reducing in the process of solving the problem

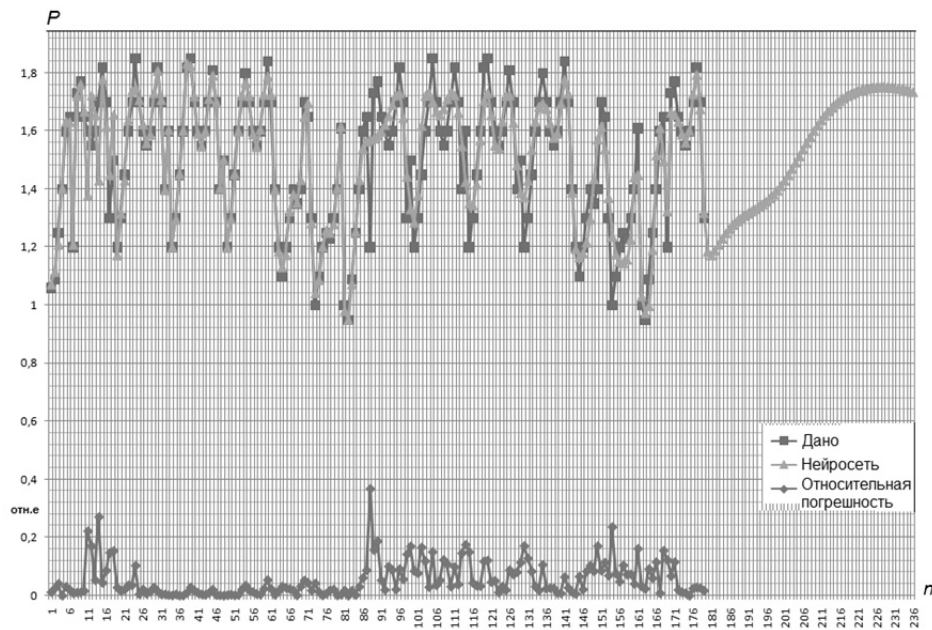


Рис. 4. Исходная и аппроксимированная кривая потребления электроэнергии:

P – электропотребление, $\times 10^5$ кВт ч; n – номер измерения

Fig. 4. Initial and approximated electric power consumption curve:

P is electric power consumption, $\times 10^5$ kWh; n is a measurement number

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сравнительный анализ результатов показывает, что рассмотренные выше пакеты дают приемлемые для расчетов результаты (до 6...8 % относительной средней погрешности). Для прогнозирования используются различные методы, основанные на анализе динамики во времени электропотребления и действующих на него факторов с учетом модели нейронной сети. Эмпирически выявлены архитектура и состав нейронной сети, которые обеспечивают точность прогнозирования при минимальном наборе обучающих данных.

Применение широко распространенных однофакторных прогнозов по временным рядам не позволяет получить высокую точность, так как они не учитывают дополнительные спорадические факторы, например, такие как температура окружающего воздуха, отличие потребления в рабочие и выходные дни, отказы электрооборудования и другое. Но в этом случае необходимы данные предшествующих периодов за несколько лет.

Использование многофакторных подходов (в частности, на базе искусственных нейронных сетей) является перспективным решением этой задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Интеллектуальная электроэнергетика: необходимость, концепция и путь реализации / Г.А. Саратикян, В.И. Финаев, Ю.И. Иванов, В.А. Черёмушкин // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2012. – № 2 (127). – С. 165–172.
2. Национальная стратегия развития искусственного интеллекта на период до 2030 года // TADVISER: Государство. Бизнес. ИТ. – 2020. – URL: <http://www.tadviser.ru/images/8/86/0001201910110003.pdf> (дата обращения: 11.12.2020).
3. Алексеева И.Ю., Ведерников А.С., Скрипачев М.О. Прогнозирование электропотребления с использованием метода искусственных нейронных сетей // Вестник СамГТУ. Серия: Технические науки. – 2010. – № 2 (27). – С. 135–138.
4. Джюра С.Г. Этические алгоритмы мироздания. – Saarbruken: Lambert Academic Publishing, 2014. – 660 с. – URL: http://www.roerich.com/iic/russian/ovs/dzhura_book_rus_2014_.pdf (дата обращения: 11.12.2020).
5. Bourguet R.E., Antsaklis P.J. Artificial neural networks in electric power industry: Technical report of the ISIS Group: ISIS-94-007. – University of Notre Dame, 1994, April.
6. Могиленко А.В. Искусственный интеллект: методы, технологии, применение в энергетике: аналитический обзор. – URL: <https://in.minenergo.gov.ru/upload/iblock/2f9/2f9942ed69077878d3421e1ba259312c.pdf> (дата обращения: 11.12.2020).
7. WIPO Technology Trends 2019: Artificial Intelligence. – Geneva: World Intellectual Property Organization, 2019. – URL: <https://www.wipo.int/publications/en/details.jsp?id=4386> (accessed: 11.12.2020).
8. NeuroSolutions: website. – URL: <http://www.neurosolutions.com/> (accessed: 11.12.2020).
9. Ясницкий Л.Н. Интеллектуальные системы. – М.: Лаборатория знаний, 2016. – 221 с.
10. Аль Зихери Б.М. Повышение точности кратковременного прогнозирования электрической нагрузки потребителей региона с учетом метафакторов на основе метода опорных векторов: дис. ... канд. техн. наук. – Новочеркасск, 2015. – 182 с.
11. Соломахо К.Л. Применение метода главных компонент для прогнозирования объема электропотребления энергосбытовых предприятий: дис. ... канд. техн. наук. – Челябинск, 2015. – 142 с.
12. Люгер Д.Ф. Искусственный интеллект: стратегии и методы решения сложных проблем: пер. с англ. – М.: Вильямс, 2005. – 864 с.
13. Соломкин А.В. Применение нейросетевых методов для прогнозирования потребления электроэнергии // Электроника и информационные технологии. – 2009. – № 2 (7). – С. 1–4.
14. Торопов А.С., Туликов А.Н. Прогнозирование почасового электропотребления региональной энергосистемы с использованием искусственных нейронных сетей // Вестник ИргТУ. – 2017. – Т. 21, № 5. – С. 143–151.

15. Староверов Б.А., Гнатюк Б.А. Определение наиболее перспективных нейронных сетей и способов их обучения для прогнозирования электропотребления // Вестник Ивановского государственного энергетического университета. – 2015. – Вып. 6. – С. 59–64.

Бершадский Илья Адольфович, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры электроснабжения промышленных предприятий и городов ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет». Основное направление научных исследований – способы и средства обеспечения искробезопасности электротехнических устройств, разработка методов оценки и синтеза искробезопасных цепей взрывозащищенного электрооборудования; развитие методов оценки и способов обеспечения пожаробезопасности электрических сетей 0,4 / 0,22 кВ. Является автором 115 публикаций, включая одну монографию, 2 учебника, 22 учебных пособия и 58 статей в ведущих научных отечественных и зарубежных издательствах; 44 публикации, входящие в системы Scopus, Web of Science и РИНЦ, 3 патента на полезную модель. E-mail: ibersh@rambler.ru

Джура Сергей Георгиевич, кандидат технических наук, доцент кафедры электроснабжения промышленных предприятий и городов ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет». Основное направление научных исследований – этика, культура и наука будущего; водородная цивилизация и нетрадиционная энергетика; философия техники и рискология; дистанционное обучение с использованием искусственного интеллекта; этический вектор ГРВ-технологий. Является автором 221 публикаций, включая одну монографию, один учебник, 12 учебных пособий и 97 статей в ведущих научных отечественных и зарубежных издательствах; 38 публикаций, входящих в системы Scopus, Web of Science и РИНЦ, 3 патента на полезную модель. E-mail: dzhura@inbox.ru

Чурсинова Аурика Александровна, кандидат технических наук, доцент кафедры электроснабжения промышленных предприятий и городов ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет». Основное направление научных исследований – водородная цивилизация и нетрадиционная энергетика; дистанционное обучение с использованием искусственного интеллекта; этический вектор ГРВ-технологий. Является автором 21 публикации; 9 публикаций, входящих в системы Scopus, Web of Science и РИНЦ. E-mail: a.chursinova@gmail.com

Bershadsky Ilya A., D. Sc. (Eng.), associate professor, professor at the Department of Power Supply of Industrial Enterprises and Cities in the Donetsk National Technical University. His research interests are focused on methods and means of ensuring the intrinsic safety of electrical devices, development of methods for evaluating and synthesizing intrinsic safety circuits of explosion-proof electrical equipment; development of methods of assessment and methods of fire safety of 0.4/0.22 kV electric networks. He is the author of 115 publications, including 1 monograph, 2 textbooks, 22 teaching manuals, among them 58 articles in leading scientific Russian and foreign journals; 44 publications included in the Scopus, Web of Science and RSCI systems, 3 patents for a useful model. E-mail: ibersh@rambler.ru

Dzhura Sergey G., PhD (Eng.), an associate professor, associate professor at the Department of Power Supply of Industrial Enterprises and Cities of the Donetsk National Technical University. His research interests are focused on Ethics, Culture and Science of the Future; hydrogen civilization and non-traditional energy; philosophy of technology and riskology; distance learning using artificial intelligence, and an ethical vector of GDV-technologies. He is the author of 221 publications, including 1 monograph, 1 textbook, 12 teaching manuals, among them 97 articles in leading scientific Russian and foreign journals; 38 publications included in the Scopus, Web of Science and RSCI systems, 3 patents for a useful model. E-mail: dzhura@inbox.ru

Chursinova Aurika A., PhD (Eng.), an associate professor, associate professor at the Department of Power Supply of Industrial Enterprises and Cities of the Donetsk National Technical University. Her research interests are focused on hydrogen civilization and non-traditional energy; distance learning using artificial intelligence, and an ethical vector of GDV-technologies. She is the author of 21 publications; 9 publications are included in the Scopus, Web of Science and RSCI systems. E-mail: a.chursinova@gmail.com

The use of artificial intelligence to predict electric power consumption of a power supply company*

I.A. BERSHADSKY^a, S.G. DZHURA^b, A.A. CHURSINOVA^c

Donetsk National Technical University, 1, 25th Red Army Anniversary Prospekt, Donetsk, 283001, Ukraine

^a ibersh@rambler.ru ^b dzhura@inbox.ru ^c a.chursinova@gmail.com

Abstract

The existing approaches to using artificial intelligence in training the neural network using the Neurosimulator 5.0 application to predict electricity consumption according to the data of the previous period are analyzed in this article. It is also concluded that it is advisable to develop this direction of calculations for forecasting and designing power supply systems.

The article is devoted to the problem of choosing a model for forecasting electricity consumption when solving the problem of operational daily planning of electricity supplies in the wholesale market. The task of forecasting electricity consumption acquired particular relevance after the emergence of the wholesale electricity market: an underestimation of the forecast leads to the need to launch expensive emergency power plants, while an overestimation leads to an increase in the costs of maintaining excess capacity.

The choice of artificial neural networks for this purpose is well-founded. The most suitable architecture of an artificial neural network for solving the problem in question is a multi-layer perceptron containing several layers of neurons: an input layer, one or more hidden layers and a layer of output neurons. The transmission of information usually takes place in one direction - from the input layer to the output layer.

An example of power consumption prediction based on the results of the nearest measurements in the time domain is considered and an approximation error is determined. The results of approximation and prediction of power consumption showed that a root-mean-square relative error did not exceed 6.32 %, but there is an outlier at one point up to 34 %.

The reserve for improving the forecast accuracy is to study the influence of additional factors such as an ambient temperature and the day factor which takes into account the load distribution by the days of the week.

Keywords: artificial intelligence, neural networks, perceptron, power consumption, forecasting, simulators of neural networks, the activation function, the input layer, the error of the forecast

REFERENCES

1. Saratikyan G.A., Finaev V.I., Ivanov Yu.I., Cheremushkin V.A. *Intellektual'naya elektroenergetika: neobkhodimost', kontseptsiya i put' realizatsii* [Intellectual electricity: need, concept and implementation of the way]. *Izvestiya YFU = Izvestiya SFedU. Engineering sciences*, 2012, no. 2 (127), pp. 165–172.
2. *Natsional'naya strategiya razvitiya iskusstvennogo intellekta na period do 2030 goda* [National Strategy for the Development of Artificial Intelligence for the Period until 2030]. Available at: <http://www.tadviser.ru/images/8/86/0001201910110003.pdf> (accessed 11.12.2020).
3. Alekseeva I.Yu., Vedernikov A.C., Skripachev M.O. *Prognozirovanie elektropotrebleniya s ispol'zovaniem metoda iskusstvennykh neironnykh setei* [Power consumption forecasting using the method of artificial neural networks]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Tekhnicheskie nauki = Vestnik of Samara State Technical University. Technical Sciences Series*, 2010, no. 2 (27), pp. 135–138.

* Received 18 August 2020.

4. Dzhura S.G. *Eticheskie algoritmy mirozdaniya* [Ethical algorithms of the universe]. Saarbrücken: Lambert Academic Publishing, 2014. 660 p. Available at: http://www.roerich.com/iic/russian/ovs/dzhura_book_rus_2014_.pdf (accessed 11.12.2020).

5. Bourguet R.E., Antsaklis P.J. *Artificial neural networks in electric power industry: Technical report of the ISIS Group*: ISIS-94-007. University of Notre Dame, 1994, April.

6. Mogilenko A.V. *Iskusstvennyi intellekt: metody, tekhnologii, primeneniye v energetike* [Artificial intelligence: methods, technologies, application in energy]. Available at: <https://in.mine-nergo.gov.ru/upload/iblock/2f9/2f9942ed69077878d3421e1ba259312c.pdf> (accessed 11.12.2020).

7. *WIPO Technology Trends 2019: Artificial Intelligence*. Geneva, World Intellectual Property Organization, 2019. Available at: <https://www.wipo.int/publications/en/details.jsp?id=4386> (accessed 11.12.2020).

8. *NeuroSolutions*: website. Available at: <http://www.neurosolutions.com> (accessed 11.12.2020).

9. Yasnitskii L.N. *Intellektual'nye sistemy* [Intellectual systems]. Moscow, Laboratoriya znanii Publ., 2016. 221 p.

10. Al Zihri B. *Povysheniye tochnosti kratkovremennogo prognozirovaniya elektricheskoi nagruzki potrebitelei regiona s uchetom metafaktorov na osnove metoda opornykh vektorov*. Diss. kand. tekhn. nauk [Improving the accuracy of short-term prediction of electrical load of consumers in the region, taking into account metafactors based on the method of reference vectors. Dr. eng. sci. diss.]. Novocherkassk, 2015. 182 p. (In Russian).

11. Solomakho K.L. *Primeneniye metoda glavnykh komponent dlya prognozirovaniya ob"ema elektropotrebleniya energosbytovykh predpriyatiy*. Diss. kand. tekhn. nauk [Application of the method of the main components for forecasting the volume of electricity consumption of power-generating enterprises. Dr. eng. sci. diss.]. Chelyabinsk, 2015. 142 p.

12. Luger G.F. *Artificial intelligence: Structures and strategies for complex problem solving*. Boston, Pearson Education, 2002 (Russ. ed.: Lyuger D.F. *Iskusstvennyi intellekt: strategii i metody resheniya slozhnykh problem*. Moscow, Williams Publ., 2005. 864 p.).

13. Solomkin A.V. *Primeneniye neirosetevykh metodov dlya prognozirovaniya potrebleniya elektroenergii* [Application of neural network methods for forecasting electricity consumption]. *Elektronika i informatsionnye tekhnologii = Electronics and information technologies*, 2009, no. 2 (7), pp. 1–4.

14. Toropov A.S., Tulikov A.N. *Prognozirovaniye pochastovogo elektropotrebleniya regional'noi energosistemy s ispol'zovaniem iskusstvennykh neironnykh setei* [Forecasting of regional power supply system power consumption per hour using artificial neural networks]. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Bulletin of Irkutsk State Technical University*, 2017, vol. 21, no. 5, pp. 143–151.

15. Staroverov B.A., Gnatyuk B.A. *Opreделение наиболее перспективных нейронных сетей и способов их обучения для прогнозирования электропотребления* [Determination of the most promising neural networks and methods of them training for predicting power consumption]. *Vestnik Ivanovskogo gosudarstvennogo energeticheskogo universiteta = Vestnik of Ivanovo State Power Engineering University*, 2015, iss. 6, pp. 59–64.

Для цитирования:

Бершадский И.А., Джюра С.Г., Чурсинова А.А. Использование искусственного интеллекта для прогнозирования электропотребления энергосбытовой компании // Научный вестник НГТУ. – 2020. – № 4 (80). – С. 7–16. – DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-7-16.

For citation:

Bershadsky I.A., Dzhura S.G., Chursinova A.A. *Ispol'zovaniye iskusstvennogo intellekta dlya prognozirovaniya elektropotrebleniya energosbytovoi kompanii* [The use of artificial intelligence to predict electric power consumption of a power supply company]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2020, no. 4 (80), pp. 7–16. DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-7-16.

ИНФОРМАТИКА,
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА
И УПРАВЛЕНИЕ

INFORMATICS,
COMPPUTER ENGINEERING
AND CONTROL

УДК 51-74

DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-17-36

Математические модели для определения предельных режимов в электрических сетях с установками распределенной генерации*

Ю.Н. БУЛАТОВ^{1,a}, А.В. КРЮКОВ^{2,3,b}, А.В. ЧЕРЕПАНОВ^{2,c}

¹ 665709, РФ, г. Братск, ул. Макаренко, 40, Братский государственный университет

² 664074, РФ, г. Иркутск, ул. Чернышевского, 15, Иркутский государственный университет путей сообщения

³ 664074, РФ, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 83, Иркутский национальный исследовательский технический университет

^a bulatovyura@yandex.ru ^b and_kryukov@mail.ru ^c smart_grid@mail.ru

Децентрализация производства электроэнергии на основе установок распределенной генерации является важным сегментом новой технологической платформы электроэнергетики. На базе этого подхода могут быть получены значимые положительные эффекты, заключающиеся в снижении финансовых затрат на энергообеспечение, повышении бесперебойности электроснабжения, улучшении качества электроэнергии и стимулировании применения возобновляемых энергоисточников. Для эффективного использования распределенной генерации в электроэнергетических системах требуется разработка методов и средств, обеспечивающих координированное управление нормальными, аварийными и послеаварийными режимами. Особую актуальность приобретают задачи определения предельных режимов сетей, в узловых точках которых подключены генераторы относительно небольшой мощности. В некоторых ситуациях (например, при использовании малых гидравлических станций) группы таких генераторов могут располагаться на значительных для распределительных сетей 6–10–20 кВ расстояниях от центров потребления; при этом будет иметь место заметное ограничение областей статической апериодической устойчивости.

В статье представлены результаты разработок, направленных на реализацию методов определения предельных режимов по статической апериодической устойчивости в сетях с установками распределенной генерации. В основу предлагаемого подхода положены уравнения предельных режимов, обеспечивающие формирование эффективных алгоритмов для оперативного нахождения точек, принадлежащих границам областей устойчивости. Приведены

* Статья получена 02 октября 2020 г.

Работа выполнена при финансовой поддержке по гранту государственного задания Минобрнауки России на тему «Повышение качества электрической энергии и электромагнитной безопасности в системах электроснабжения железных дорог, оснащенных устройствами Smart Grid, путем применения методов и средств математического моделирования на основе фазных координат».

результаты построения указанных областей для электрической сети 6 кВ с установками распределенной генерации на основе гидравлических станций малой мощности. Дополнительно в системе Matlab проведено моделирование переходных процессов в исследуемой электроэнергетической системе для различных точек пространства регулируемых параметров режима.

Ключевые слова: электроэнергетические системы, установки распределенной генерации, уравнения предельных режимов, обеспечение статической устойчивости, статическая аperiodическая устойчивость, математические модели, уравнения установившихся режимов, матрица Якоби, моделирование, прогностические регуляторы

ВВЕДЕНИЕ

При проектировании и эксплуатации электроэнергетических систем (ЭЭС) возникает необходимость определения предельных режимов (ПР) по статической аperiodической устойчивости (САУ) [1, 2]. Особую актуальность задачи оперативного расчета ПР приобретают при реализации систем противоаварийного управления ЭЭС [1–4]. Кроме того, с определением ПР связаны другие важные вычислительные процедуры управления, в частности направленные на оптимизацию режимов ЭЭС.

В прошлом столетии задачи определения ПР и построения областей САУ решались применительно к мощным ЭЭС и энергообъединениям с высоковольтными электрическими сетями 110–220–330–750 кВ [1–4]. В связи с переходом к децентрализованным технологиям производства электроэнергии [5–18] на основе установок распределенной генерации (РГ) эти задачи становятся актуальными для распределительных сетей 6–10–20 кВ и систем электроснабжения. Некоторые объекты децентрализованной выработки электроэнергии (например, малые гидравлические электростанции или ветропарки, особенно офшорные) могут располагаться на расстояниях от центров потребления, значительных для класса сетей напряжением 6–10–20 кВ. Этот фактор приводит к существенному ограничению областей САУ и затрудняет противоаварийное управление [19, 20]. Ниже рассматриваются математические модели для оперативного определения ПР в электрических сетях и системах электроснабжения с установками РГ, построенные на основе уравнений предельных режимов.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При традиционном представлении генераторов и нагрузок ЭЭС в виде активных и реактивных мощностей, подключенных в узловых точках сети, для описания установившихся режимов ЭЭС используются уравнения следующего вида:

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \mathbf{0}, \quad (1)$$

где $\mathbf{F} = [f_1 f_2 \dots f_n]^T$ – нелинейная вектор-функция; $\mathbf{Y} = [y_1 y_2 \dots y_m]^T$ – заданные значения регулируемых параметров; \mathbf{X} – нерегулируемые параметры, которые необходимо определить из решения (1).

При некоторых значениях \mathbf{Y}_L вектора \mathbf{Y} , принадлежащих множеству \mathfrak{Z} , уравнения (1) будут иметь решения $\mathbf{X} = \mathbf{X}_L \in \mathfrak{S}$, в которых выполняется условие

$$a_0 = (-1)^n \det \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{X}} = 0, \quad (2)$$

где $\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{X}}$ – матрица Якоби уравнений

$$\mathbf{W}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = 0, \quad (3)$$

в общем случае отличающихся от системы (1), потому что они записываются с учетом характеристик элементов ЭЭС при малых возмущениях. Подробный анализ причин отличия уравнений (1) и (3) приведен в работе [4]. Параметрам \mathbf{Y}_L отвечают предельные по САУ режимы. В пространстве параметров \mathbf{Y} точки \mathbf{Y}_L лежат на гиперповерхности L_W (рис. 1).

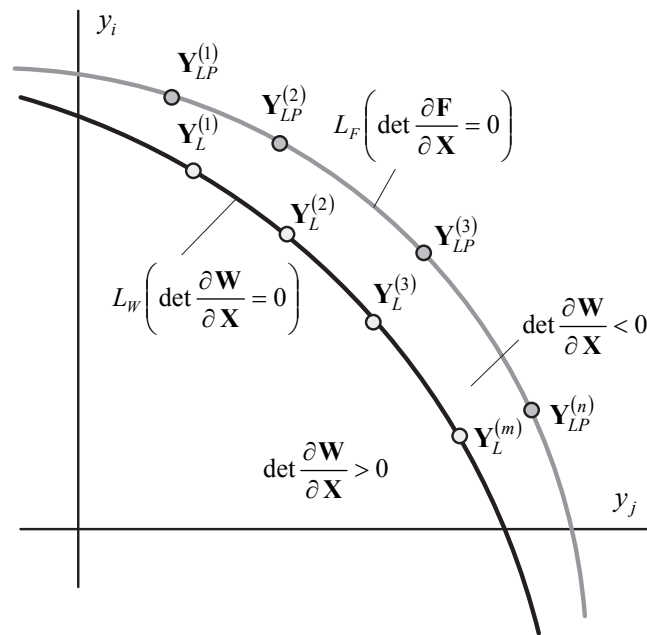


Рис. 1. Сечения областей устойчивости и существования режимов в пространстве \mathbf{Y} координатной плоскостью

Fig. 1. Sections of regions of stability and existence of regimes in the \mathbf{Y} space by the coordinate plane

При значениях $\mathbf{Y} = \mathbf{Y}_{LP}$ уравнения (1) имеют решения

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_{LP} \in \mathfrak{S}_P,$$

отвечающие режимам, предельным по передаваемой мощности. Для этих режимов выполняется условие

$$\det \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} = 0, \quad (4)$$

где $\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}}$ – матрица Якоби уравнений установившихся режимов (УУР) (1).

В пространстве \mathbf{Y} значениям $\mathbf{Y} = \mathbf{Y}_{LP}$ соответствует гиперповерхность L_F (рис. 1).

Для наиболее общего случая справедливо соотношение

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{X}} \neq \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}},$$

что связано с целым рядом факторов, проанализированных в работе [4]. Равными указанные матрицы будут тогда, когда характеристики генераторов и нагрузок, используемые для расчета режимов и исследования устойчивости, не будут отличаться. В этом случае при одинаковых формах записи уравнений (1) и (3) будет выполняться равенство

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}}.$$

2. УРАВНЕНИЯ ПРЕДЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ

Для решения задач противоаварийного управления в сетях с установками РГ требуются эффективные методы оперативного определения ПР, которые не используют многоступенчатые процедуры. Кроме того, применяемые для этой цели алгоритмы должны обеспечивать высокую надежность получения результатов. Такая методика, адаптированная к задачам определения ПР и построения границ L_W и L_F для сетей с установками РГ, может быть реализована на базе уравнений предельных режимов (УПР) [1, 4].

В основе этих уравнений лежит замена соотношения (2) на условие, которое можно представить в двух видах

$$\mathbf{V} = \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{X}} \mathbf{S} = \mathbf{0}; \quad (5)$$

$$\mathbf{V} = \left(\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{X}} \right)^T \mathbf{R} = \mathbf{0}, \quad (6)$$

где $\mathbf{S} = [s_1 s_2 \dots s_n]^T$, $\mathbf{R} = [r_1 r_2 \dots r_n]^T$ – собственные векторы соответствующих матриц, отвечающие собственному значению, равному нулю. Соотно-

шения (5) и (6) являются абсолютно эквивалентными, однако последняя запись является более предпочтительной, так как на ее основе могут быть сформированы модифицированные УПР, позволяющие определять предельные режимы для наиболее опасной траектории утяжеления, выбирать управляющие воздействия противоаварийной автоматики, аппроксимировать границы областей САУ [4].

Из того, что в уравнениях (5) и (6) векторы \mathbf{R}, \mathbf{S} определяются с точностью до произвольного множителя, необходимо их доопределение, наиболее приемлемый способ которого состоит в дополнении систем (5), (6) скалярными уравнениями

$$U(\mathbf{S}) = \mathbf{S}^T \mathbf{S} - 1 = 0$$

или

$$U(\mathbf{R}) = \mathbf{R}^T \mathbf{R} - 1 = 0.$$

Следует отметить, что в отличие от (2) и (4) условия (5) и (6) дают аналитическое описание границ L_W или L_F .

На основе соотношений (1) и (5) могут быть записаны уравнения предельных режимов [1, 4]

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F}[\mathbf{X}, \mathbf{Y}(T)] &= \mathbf{0}, \\ \mathbf{V}[\mathbf{X}, \mathbf{S}, \mathbf{Y}(T)] &= \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{X}} \mathbf{S} = \mathbf{0}, \\ U(\mathbf{S}) &= \mathbf{S}^T \mathbf{S} - 1 = 0, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где функция $\mathbf{Y}(T) = \mathbf{Y}_0 + T \Delta \mathbf{Y}$ скалярного аргумента T задает в пространстве \mathbf{Y} линейную траекторию изменения вектора \mathbf{Y} ; \mathbf{Y}_0 – значение вектора \mathbf{Y} в исходном режиме.

При использовании соотношения (6) УПР приобретают вид

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F}[\mathbf{X}, \mathbf{Y}(T)] &= \mathbf{0}, \\ \mathbf{V}[\mathbf{X}, \mathbf{R}, \mathbf{Y}(T)] &= \left(\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{X}} \right)^T \mathbf{R} = \mathbf{0}, \\ U(\mathbf{R}) &= \mathbf{R}^T \mathbf{R} - 1 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Для многих практических приложений можно использовать допущение о совпадении матриц $\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{X}}$, $\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}}$; при этом УПР приобретают следующий вид:

– для прямой матрицы

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F}[\mathbf{X}, \mathbf{Y}(T)] &= \mathbf{0}, \\ \mathbf{V}[\mathbf{X}, \mathbf{S}, \mathbf{Y}(T)] &= \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \mathbf{S} = \mathbf{0}, \\ U(\mathbf{S}) &= \mathbf{S}^T \mathbf{S} - \mathbf{1} = \mathbf{0}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

– для транспонированной матрицы

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F}[\mathbf{X}, \mathbf{Y}(T)] &= \mathbf{0}, \\ \mathbf{V}[\mathbf{X}, \mathbf{R}, \mathbf{Y}(T)] &= \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \right)^T \mathbf{R} = \mathbf{0}, \\ U(\mathbf{R}) &= \mathbf{R}^T \mathbf{R} - \mathbf{1} = \mathbf{0}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Для определения параметров предельного режима на основе УПР можно использовать метод Ньютона–Рафсона, при этом каждый шаг расчета требует решения следующей системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} & \mathbf{0} & \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial T} \\ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{X}} & \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{S}} & \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial T} \\ \mathbf{0} & \frac{\partial U}{\partial \mathbf{S}} & \frac{\partial U}{\partial T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{X} \\ \Delta \mathbf{S} \\ \Delta T \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{F} \\ \Delta \mathbf{V} \\ \Delta U \end{bmatrix}.$$

В широко применяемых для определения ПР методов дискретного утяжеления при подходе к точке \mathbf{X}_{LP} требуется решение плохо обусловленных

СЛАУ, что вызвано вырожденностью матрицы $\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}}$ при $\mathbf{X} = \mathbf{X}_{LP}$.

УПР свободны от этого недостатка, так как отвечающая им матрица Якоби не вырождена в указанной точке, т. е. можно записать, что при $\mathbf{X} = \mathbf{X}_{LP}$

$$\det \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{Z}} = \det \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} & \mathbf{0} & \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial T} \\ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{X}} & \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{S}} & \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial T} \\ \mathbf{0} & \frac{\partial U}{\partial \mathbf{S}} & \frac{\partial U}{\partial T} \end{bmatrix} \neq 0, \quad (10)$$

где $\mathbf{H} = \{\mathbf{F}, \mathbf{V}, U\}$, $\mathbf{Z} = \{\mathbf{X}, \mathbf{S}, T\}$.

3. НЕВЫРОЖДЕННОСТЬ МАТРИЦЫ ЯКОБИ УРАВНЕНИЙ ПЕРЕДЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ

Отличность от нуля определителя матрицы $\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{Z}}$ в точке решения можно проиллюстрировать на примере формы записи УПР, использующей вектор \mathbf{S} . Если уравнения (1) и (3) различаются, то матрицы $\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{X}}$ и $\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}}$ не совпадают. Поэтому в точках, соответствующих границе L_W ,

$$\det \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \neq 0,$$

что в общем случае обеспечивает выполнение соотношения

$$\det \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{Z}} \neq 0.$$

Доказательство выполнения условия (10) при совпадении матриц $\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{X}}$ и $\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}}$ можно провести при допущении того, что

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial T} = \alpha_1 \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x_1} + \alpha_2 \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x_2} + \dots + \alpha_i \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x_i} + \dots + \alpha_n \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x_n}; \quad \exists \alpha_i \neq 0, \quad (11)$$

т. е. вектор $\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial T}$ в точках, принадлежащих границе L_W , не является линейной

комбинацией столбцов матрицы $\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}}$.

Действительно, равенство (11) выполняется только при нереальных траекториях изменения режима [4] из точек, находящихся за пределами границы L_W (рис. 2).

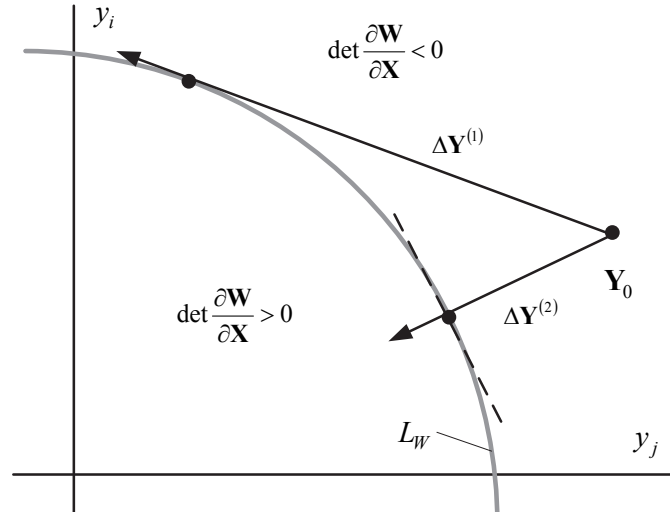


Рис. 2. Изменение режима по траектории, касательной гиперповерхности L_W

Fig. 2. Changing the mode along the trajectory tangent to the hypersurface L_W

Доказательство выполнения условия (10) можно провести от противного, предполагая вначале, что в точке решения Z_L

$$\det \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{Z}} = 0. \quad (12)$$

При выполнении уравнения (12) матрице $\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{Z}}$ должен соответствовать собственный вектор $\mathbf{K} \neq 0$, отвечающий собственному значению $\lambda = 0$. Тогда можно записать:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \mathbf{K}_I + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{T}} \mathbf{K}_{III} &= \mathbf{0}; \\ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{X}} \mathbf{K}_I + \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{S}} \mathbf{K}_{II} + \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{T}} \mathbf{K}_{III} &= \mathbf{0}, \\ 2\mathbf{S}' \mathbf{K}_{II} &= \mathbf{0}, \end{aligned} \quad (13)$$

где $\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_I \\ \mathbf{K}_{II} \\ \mathbf{K}_{III} \end{bmatrix}$ $\mathbf{K}_I = [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_n]^T$; $\mathbf{K}_{II} = [k_{n+1} \ k_{n+2} \ \dots \ k_{2n}]^T$;

$\mathbf{K}_{III} = k_{2n+1}$.

Для принятого выше допущения первое векторное уравнение системы (13) справедливо только при выполнении следующих условий:

$$\mathbf{K}_I = \mathbf{S}; \quad \mathbf{K}_{III} = 0.$$

При выполнении этих соотношений второе и третье уравнения (13) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{X}} \mathbf{S} + \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{S}} \mathbf{K}_{II} = \mathbf{0}, \\ 2\mathbf{S}' \mathbf{K}_{II} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Второе равенство в (14) справедливо только при $\mathbf{K}_{II} = 0$, при этом первое равенство принимает вид

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{X}} \mathbf{S} = \mathbf{0}. \quad (15)$$

Так как \mathbf{S} не собственный вектор матрицы $\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{X}}$, то соотношение (15) выполняется тогда, когда $\mathbf{S} = 0$.

Таким образом, все компоненты вектора \mathbf{K} являются нулевыми и соотношение

$$\det \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{Z}} \neq 0$$

выполняется в точках, отвечающих границе L_W . Приведенное доказательство распространяется на любую из форм УПР, представленных выше.

Невырожденность матрицы $\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{Z}}$ обеспечивает высокую надежность получения результата, что особенно важно при использовании УПР в задачах определения ПР при противоаварийном управлении в системах электроснабжения с установками распределенной генерации [19, 20].

4. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Определение областей САУ на основе УПР в форме (10) проведено применительно к схеме сети [19, 20], план и схема которой приведены на рис. 3. Мощности установок РГ приняты равными 24 МВт.

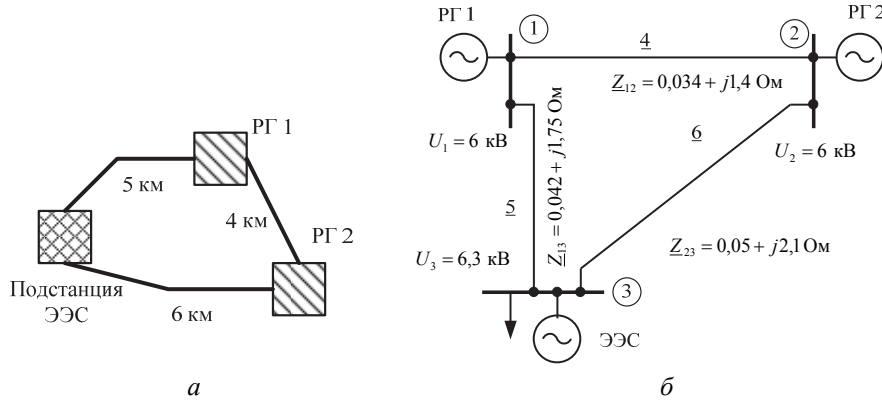


Рис. 3. План (а) и схема сети (б)

Fig. 3. Plan (a) and network diagram (b)

Расчеты выполнялись для трех вариантов сети (см. рис. 3):

- 1) полная схема сети;
- 2) перемычка между установками РГ разомкнута;
- 3) отключена линия, связывающая установку РГ 1 с подстанцией ЭЭС.

Результаты моделирования проиллюстрированы на рис. 4, 5 и в таблице.

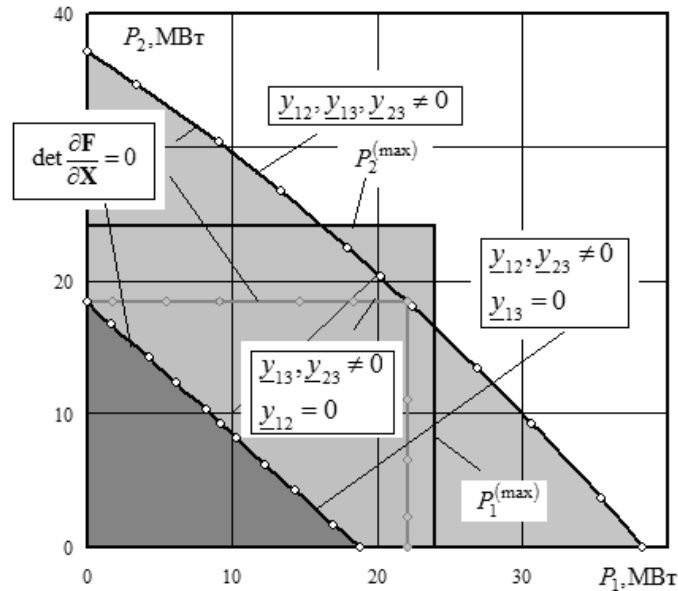


Рис. 4. Области САУ при различных структурах сети

Fig. 4. SAS areas for different network structures

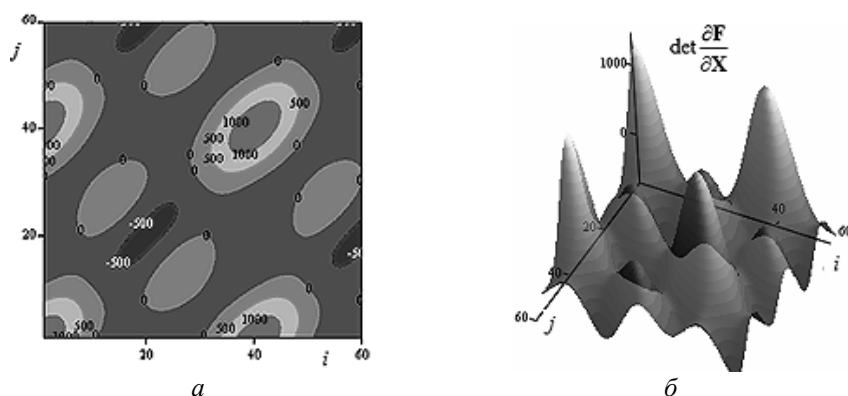


Рис. 5. Графики якобиана при изменении параметров δ_1 и δ_2 для полной схемы сети:

a – контурный график; b – график поверхности $\delta_1(i) = 0,05\pi i$; $\delta_2(i) = 0,05\pi j$

Fig. 5. Jacobian diagrams when parameters δ_1 and δ_2 are changed for the complete network diagram:

a is a contour plot; b is a surface plot $\delta_1(i) = 0,05\pi i$; $\delta_2(i) = 0,05\pi j$

Результаты расчета режимов полной схемы
Results of calculating the complete circuit modes

P_1 , МВт	P_2 , МВт	P_{ij} , МВт	δ_1 , град	δ_2 , град	Q_1 , Мвар	Q_2 , Мвар
2	2	3,9	5,6	5,9	-0,97	-0,8
5	5	9,88	14,31	15,1	-0,5	-0,36
10	10	19,7	29,49	31	1,54	1,49
15	15	29,3	47,4	49,82	5,62	5,2
20	20	38,3	80,26	84,1	16,5	14,9

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что на основе описанных выше алгоритмов может быть реализована эффективная методика анализа статической аperiodической устойчивости в ЭЭС с установками РГ, применимая в задачах проектирования, а также оперативного и противоаварийного управления (ОУ и ПАУ). Невырожденность матрицы Якоби УПР в точке решения обеспечивает надежность получения результатов, что весьма важно в задачах ОУ и ПАУ.

Дополнительно проведено моделирование переходных процессов в системе Matlab при кратковременном включении на подстанции ЭЭС нагрузки мощностью $25 + j15$ МВ·А для следующих коммутационных ситуаций и величин мощностей установок РГ:

- для схемы a на рис. 3: $P_1 = 18$ МВт; $P_2 = 18$ МВт (устойчивый режим); $P_1 = 22$ МВт; $P_2 = 18$ МВт (неустойчивый режим);
- при отключенной линии, которая связывает РГ1 с подстанцией ЭЭС: $P_1 = 6$ МВт; $P_2 = 6$ МВт (устойчивый режим); $P_1 = 10$ МВт; $P_2 = 8$ МВт (неустойчивый режим).

Полная схема модели исследуемой сети в Matlab, в которой учитываются автоматические регуляторы возбуждения (АРВ) и регуляторы скорости (АРС)

вращения ротора генератора, представлена на рис. 6. В ней применялись блоки пакетов моделирования системы Matlab. В качестве установок РГ в исследуемой системе использовались две малые ГЭС с установленной мощностью по 24 МВт каждая, работающие на базе синхронных генераторов (блоки Synchronous Machine на рис. 6).

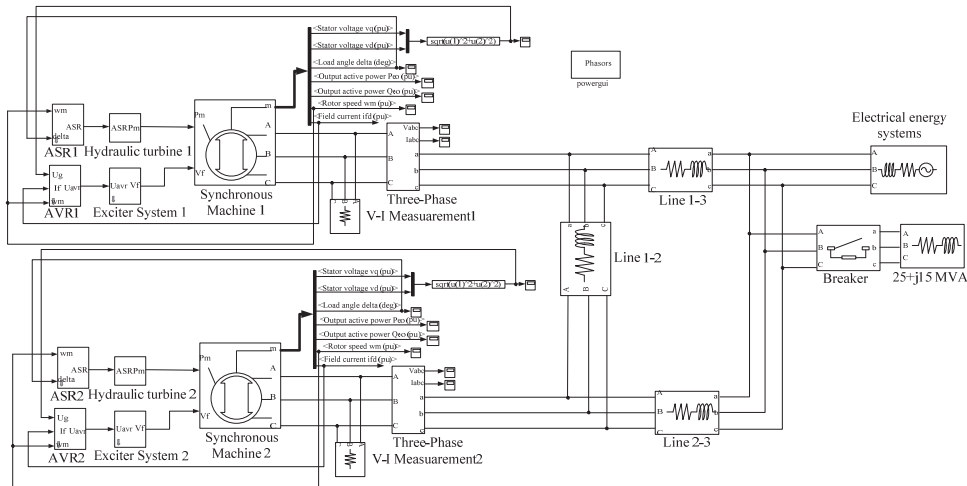


Рис. 6. Внешний вид модели в Matlab

Fig. 6. Diagram of the network model in Matlab

Системы возбуждения генераторов (блоки Excitation System 1 и Excitation System 2 на рис. 6) моделировались апериодическим звеном первого порядка с передаточной функцией $\frac{1}{0,025s + 1}$.

Блок Hydraulic Turbine на рис. 6 включал модели главного сервомотора с изодромным регулятором, ограничителя и гидравлической турбины. Сервомотор с регулятором представлен следующей передаточной функцией:

$$\frac{0,1s + 1}{(0,1s + 1)(0,25s + 1) + n_i 0,1s}$$

где $n_i = 10$ отн. единиц – коэффициент усиления изодромного регулятора.

Для турбины применялась передаточная функция, учитывающая гидроудар

$$\frac{1 - a0,344s}{1 + 0,5a0,344s}$$

где $a = 0 \dots 1$ – положение открытия направляющего аппарата.

Для синхронных генераторов установок РГ при моделировании задавались следующие параметры: номинальная мощность 24 МВ·А; напряжение 6 кВ; частота 50 Гц; постоянная инерции – 2,86 с; число пар полюсов – 3. Линии электропередач (блоки Line на рис. 6) представлялись в виде последовательно соединенных RL -цепей, сопротивления которых указаны на рис. 3.

Подробное описание используемых моделей прогностических АРВ и АРС (блоки AVR, ASR на рис. 6) приведено в работе [21].

На первом этапе для чистоты эксперимента моделировались генераторы установок РГ без АРВ и АРС. Результаты моделирования в виде временных зависимостей мощностей, скоростей вращения роторов и напряжений генератора установки РГ1 представлены на рис. 7 и 8.

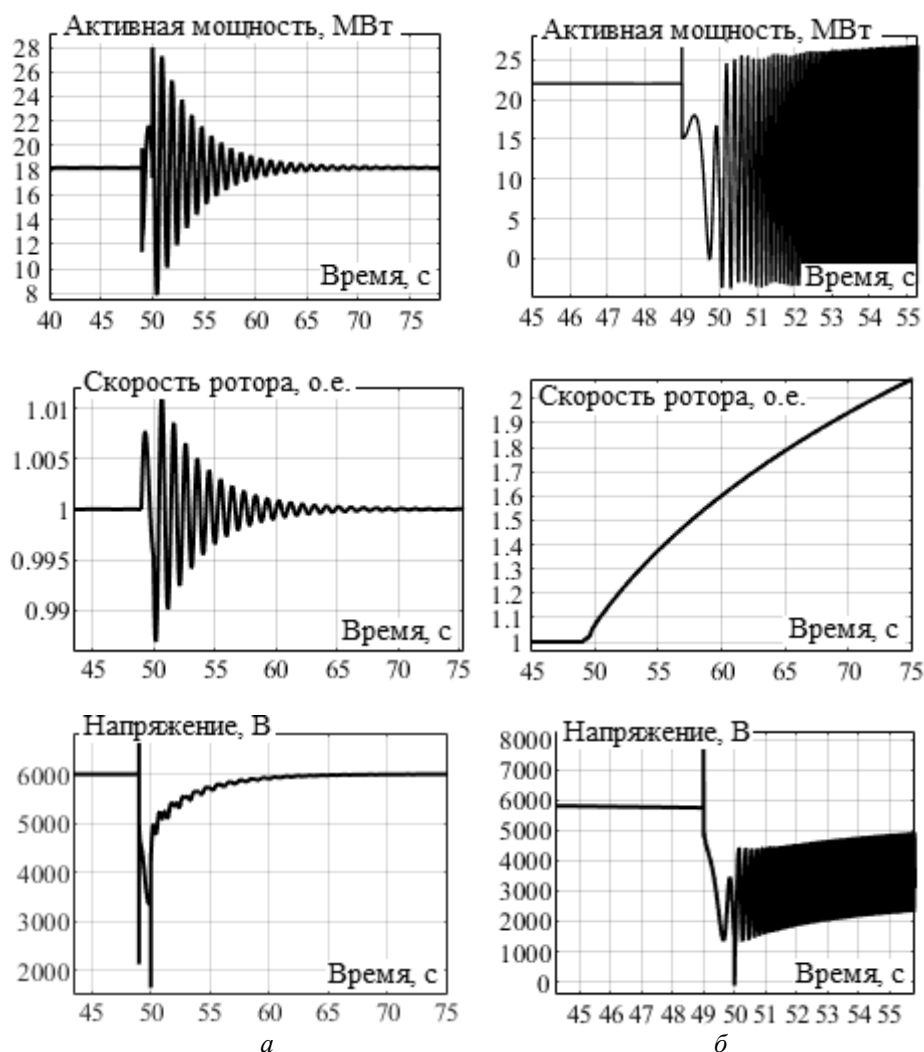


Рис. 7. Временные зависимости мощности, скорости вращения ротора и напряжения генератора установки РГ1 при кратковременном включении дополнительной нагрузки в полной схеме сети:

$a - P_1 = 18$ МВт, $P_2 = 18$ МВт (устойчивый режим); $b - P_1 = 22$ МВт, $P_2 = 18$ МВт (неустойчивый режим)

Fig. 7. Time dependencies of power, rotor speed and voltage of the DG1 plant generator with a short-term connection of an additional load in the complete network circuit:

(a) $P_1 = 18$ MW, $P_2 = 18$ MW (stable mode); (b) $P_1 = 22$ MW, $P_2 = 18$ MW (unstable mode)

Результаты компьютерного моделирования подтверждают правильность расчета точек областей устойчивости ЭЭС с установками РГ с использованием предлагаемой методики. При значениях параметров режима, находящегося на границе области САУ, и вносимом возмущении в ЭЭС в виде подключения дополнительной нагрузки наблюдается ожидаемая потеря устойчивости генераторов установок РГ (рис. 7, б и 8, б).

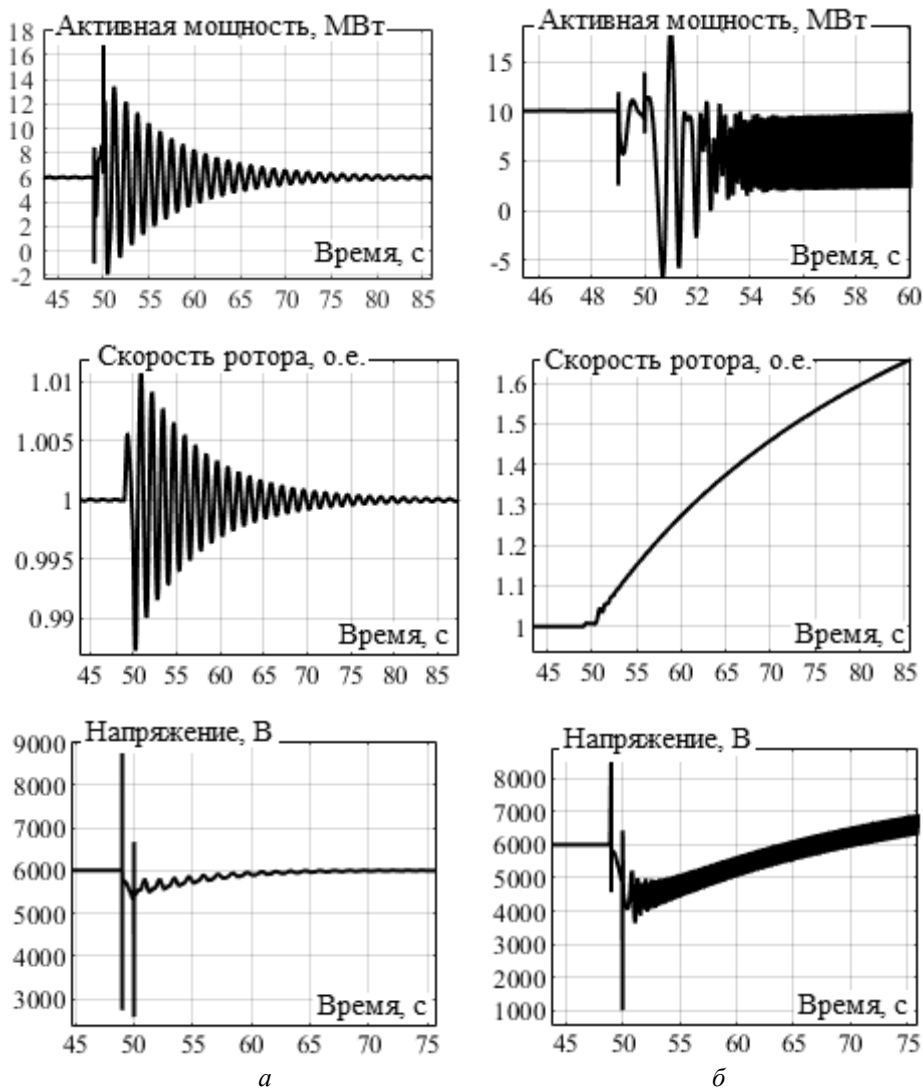


Рис. 8. Временные зависимости мощности, скорости вращения ротора и напряжения генератора установки РГ1 при кратковременном включении дополнительной нагрузки в схеме сети с отключенной линией 1–3:

a – $P_1 = 6$ МВт, $P_2 = 6$ МВт (устойчивый режим); *б* – $P_1 = 10$ МВт, $P_2 = 8$ МВт (неустойчивый режим)

Fig. 8. Time dependencies of power, rotor speed and voltage of the DG1 plant generator with a short-term connection of an additional load in a network circuit with the disconnected Line 1–3:

a – $P_1 = 6$ MW, $P_2 = 6$ MW (stable mode); *b* – $P_1 = 10$ MW, $P_2 = 8$ MW (unstable mode)

Также выполнено моделирование переходных процессов при дополнительной нагрузке генераторов установок РГ для сети с отключенной линией 1–3, выводящей режим ЭЭС за пределы области устойчивости. Соответствующие графики представлены на рис. 9, а. Использование прогностических АРВ и АРС позволяет расширить границы области САУ. Временные зависимости мощности, скорости вращения ротора и напряжения генератора, подтверждающие данные выводы, показаны на рис. 9, б.

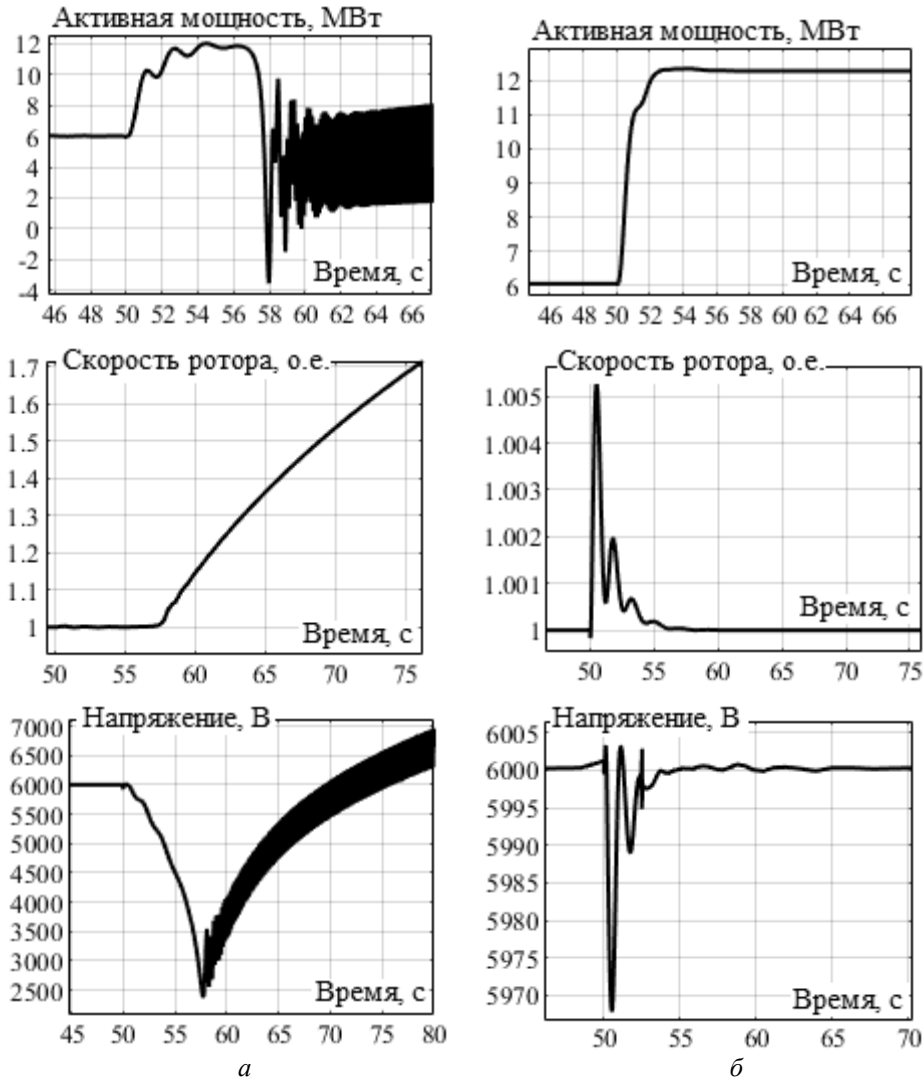


Рис. 9. Временные зависимости мощности, скорости вращения ротора и напряжения генератора установки РГ1 при увеличении загрузки генераторов с $P_1 = 6$ МВт, $P_2 = 6$ МВт до $P_1 = 12$ МВт, $P_2 = 10$ МВт в схеме сети с отключенной линией 1–3:

а – без регуляторов; б – с использованием прогностических АРВ и АРС

Fig. 9. Time dependencies of power, rotor speed and voltage of the DG1 plant generator with an increase in the generators load from $P_1 = 6$ MW, $P_2 = 6$ MW to $P_1 = 12$ MW, $P_2 = 10$ MW in the network diagram with the disconnected Line 1–3:

a – without regulators; b – using prognostic AVR and ASR

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненные расчеты ПР и результаты компьютерного моделирования дают возможность сделать следующие выводы.

1. На основе УПР может быть реализована эффективная методика определения точек областей устойчивости ЭЭС с установками РГ при различных структурах сети. Невырожденность матрицы Якоби УПР в точке решения обеспечивает надежность получения результатов, что весьма важно в задачах оперативного и особенно противоаварийного управления.

2. Результаты компьютерного моделирования подтверждают правильность расчета точек областей устойчивости ЭЭС с установками РГ с использованием предлагаемой методики. При значениях параметров режима, находящегося на границе области устойчивости, и вносимом возмущении в ЭЭС в виде подключения дополнительной нагрузки наблюдается ожидаемая потеря устойчивости генераторов установок РГ.

3. Использование прогностических регуляторов установок РГ позволяет расширить границы области САУ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Конторович А.М., Крюков А.В.* Использование уравнений предельных режимов в задачах управления энергосистемами // Известия Академии наук СССР. Энергетика и транспорт. – 1987. – № 3. – С. 25–33.
2. *Makarov Yu.V., Ma J., Dong Zh.Y.* Determining static stability boundaries using a non-iterative method // Proceedings of the IEEE Power Engineering Society General Meeting. – St. Louis, 2007. – P. 1–9. – DOI: 10.1109/PES.2007.385897.
3. *Ayuev B.I., Davydov V.V., Erokhin P.M.* Fast and reliable method of searching power system marginal states // IEEE Transactions on Power Systems. – 2016. – Vol. 31. – P. 4525–4533. – DOI: 10.1109/TPWRS.2016.2538299.
4. *Крюков А.В.* Предельные режимы электроэнергетических систем. – Иркутск: ИрГУПС, 2012. – 236 с.
5. *Rugthaicharoencheep N., Auchariyamet S.* Technical and economic impacts of distributed generation on distribution system // International Journal of Electrical, Computer, Energetic, Electronic and Communication Engineering. – 2012. – N 6. – P. 385–389. – DOI: 10.5281/zenodo.1327636.
6. *Buchholz B.M., Styczynski Z.* Smart Grids – fundamentals and technologies in electricity networks. – Heidelberg: Springer, 2014. – 396 p.
7. *Mahmoud M.S., AL-Sunni F.M.* Control and optimization of distributed generation systems. – Cham: Springer, 2015. – 578 p.
8. *Barker P.P., Mello R.W. de.* Determining the impact of distributed generation on power systems. Pt. 1. Radial distribution systems // 2000 IEEE Power Engineering Society Summer Meeting. – Seattle, WA, 2000. – P. 222–233. – DOI: 10.1109/PESS.2000.868775.
9. *Voropai N.I., Stychinsky Z.A.* Renewable energy sources: theoretical foundations, technologies, technical characteristics, economics. – Magdeburg: Otto-von-Guericke-Universität, 2010. – 223 p.
10. Impact of clustering microgrids on their stability and resilience during blackouts / M.S. Saleh, A. Althaibani, Y. Esa, Y. Mhandi, A.A. Mohamed // Proceedings on International Conference on Smart Grid and Clean Energy Technologies (ICSGCE). – Offenburg, Germany, 2015. – P. 195–200.
11. *Mohsen F.N., Amin M.S., Hashim H.* Application of smart power grid in developing countries // IEEE 7th International Power Engineering and Optimization Conference (PEOCO). – Langkawi, 2013. – P. 427–431. – DOI: 10.1109/PEOCO.2013.6564586.
12. Smart Grid technologies / J. Wang, A.Q. Huang, W. Sung, Y. Liu, B.J. Baliga // IEEE Industrial Electronics Magazine. – 2009. – N 3. – P. 16–23. – DOI: 10.1109/MIE.2009.932583.
13. Active distribution network expansion planning integrated with centralized and distributed Energy Storage System / X. Shen, S. Zhu, J. Zheng, Y. Han, Q. Li, J. Nong, Sh. Mohammad // 2015

Power and Energy Society General Meeting. – Denver, CO, 2015. – P. 1–5. – DOI: 10.1109/PESGM.2015.7286069.

14. *Martínez Ceseña E.A., Capuder T., Mancarella P.* Flexible distributed multienergy generation system expansion planning under uncertainty // IEEE Transaction on Smart Grid. – 2016. – N 7. – P. 348–357. – DOI: 10.1109/PESGM.2016.7741088.

15. Trends in microgrid control / D.E. Olivares, A. Mehrizi-Sani, A.H. Etemadi, C.A. Canizares, R. Iravani, M. Kazerani, A.H. Hajimiragha, O. Gomis-Bellmunt, M. Saadifard, R. Palma-Behnke, G.A. Jimenez-Estevez, N.D. Hatziaargyriou // IEEE Transactions on Smart Grid. – 2014. – N 5. – P. 1905–1919.

16. *Ackermann T., Anderson G., Söder L.* Distributed generation: a definition // Electric Power Systems Research. – 2001. – Vol. 57. – P. 195–204. – DOI: 10.1016/S0378-7796(01)00101-8.

17. *Ellabban O., Abu-Rub H., Blaabjerg F.* Renewable energy resources: current status, future prospects and their enabling technology // Renewable and Sustainable Energy Reviews. – 2014. – Vol. 39. – P. 748–764. – DOI: 10.1016/J.RSER.2014.07.113.

18. *Xie W., Xia X.* Distributed energy dispatch of electrical energy storage systems using consensus control approach // IFAC-PapersOnLine. – 2018. – Vol. 51. – P. 229–234. – DOI: 10.1016/j.ifacol.2018.07.283.

19. *Bulatov Yu.N., Kryukov A.V.* Prevention of outages in power systems with distributed generation plants // Energy Systems Research. – 2019. – N 2. – P. 68–83.

20. Ensuring postemergency modes stability in power supply systems equipped with distributed generation plants / Y. Bulatov, A. Kryukov, K. Suslov, N. Shamarova // 10th International Scientific Symposium on Electrical Power Engineering (Elektroenergetika 2019): Proceedings. – Stara Lesna, Slovakia, 2019. – P. 38–42.

21. *Bulatov Yu.N., Kryukov A.V., Huan N.V.* Automatic prognostic regulators of distributed generators // 2018 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon). – Vladivostok, Russia, 2018. – P. 1–4. – DOI: 10.1109/FarEastCon.2018.8602718.

Булатов Юрий Николаевич, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой электроэнергетики и электротехники Братского государственного университета. Основное направление научных исследований – моделирование и управление режимами электроэнергетических систем. Имеет более 150 публикаций. E-mail: bulatovyura@yandex.ru.

Крюков Андрей Васильевич, доктор технических наук, профессор Иркутского государственного университета путей сообщения, профессор Иркутского национального исследовательского технического университета. Основное направление научных исследований – моделирование и управление режимами электроэнергетических систем и систем электроснабжения железных дорог. Имеет более 600 публикаций. E-mail: and_kryukov@mail.ru.

Черепанов Александр Валерьевич, кандидат технических наук, доцент кафедры электроэнергетики транспорта Иркутского государственного университета путей сообщения. Основное направление научных исследований – моделирование и управление режимами ЭЭС и систем электроснабжения железных дорог. Имеет более 60 публикаций. E-mail: smart_grid@mail.ru.

Bulatov Yuri N., PhD (Eng.), associate professor, head of the department of electric power and electrical engineering of Bratsk State University. The main area of his scientific research is modeling and control of the modes of electric power systems. He has over 150 publications. E-mail: bulatovyura@yandex.ru.

Kryukov Andrey V., D.Sc. (Eng.), professor, Irkutsk State Transport University, Irkutsk National Research Technical University. The main area of his scientific research is modeling and control of regimes of electric power systems and railway power supply systems. He has over 600 publications. E-mail: and_kryukov@mail.ru.

Cherepanov Aleksandr V., PhD (Eng.), associate professor at the transport electric engineering department at Irkutsk State Transport University. The main area of his scientific research is modeling and management of electric power systems and railroad power supply systems. He has over 60 publications. E-mail: smart_grid@mail.ru.

Mathematical models for determining limit operating modes in electrical networks with distributed generation plants*

Yu.N. BULATOV^{1,a}, A.V. KRYUKOV^{2,3,b}, A.V. CHEREPANOV^{2,c}

¹ Bratsk State University, 40 Makarenko Street, Bratsk, 665709, Russian Federation

² Irkutsk State Transport University, 15 Chernishevskaya Street, Irkutsk, 664074, Russian Federation

³ Irkutsk National Research Technical University, 83 Lermontov Street, Irkutsk, 664074, Russian Federation

Abstract

Decentralization of electricity generation based on distributed generation plants is an important segment of the new technology platform for the power industry. On the basis of this approach, significant positive effects can be obtained, which consist in reducing financial costs of energy supply, increasing the uninterrupted power supply, improving the quality of electricity and stimulating the use of renewable energy sources. Effective use of distributed generation in electric power systems requires the development of methods and tools that provide coordinated management of normal, emergency and post-emergency modes. Of particular relevance is the problem of determining the limit operating modes of networks, at the nodal points of which relatively low power generators are connected. In some situations, for example, when using small hydraulic stations, groups of such generators can be located at significant distances for 6-10-20 kV distribution networks from consumption centers. In this case there will be a noticeable limitation of the regions of static aperiodic stability.

The article presents the results of developments aimed at implementing methods for determining the limit operating modes by static aperiodic stability in networks with distributed generation plants. The proposed approach is based on the limit modes equations which provide the formation of effective algorithms for the operational finding of points belonging to the boundaries of stability regions. The results of the construction of the indicated areas for a 6 kV electric network with distributed generation plants based on low-power hydraulic stations are presented. Additionally, the transient processes in the studied electric power system were simulated in the Matlab system for various space points of the controlled mode parameters.

Keywords: electric power systems; distributed generation plants; limit modes equations; ensuring static stability; static aperiodic stability; mathematical models; steady state equations; Jacobi matrix; modeling; predictive regulators

REFERENCES

1. Kontorovich A.M., Kryukov A.V. Ispol'zovanie uravnenii predel'nykh rezhimov v zadachakh upravleniya energosistemami [The use of equations of limiting regimes in problems of control of power systems]. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Energetika i transport = Proceedings of Academy of Sciences. Power Engineering and Transport*, 1987, no. 3, pp. 25–33.

2. Makarov Yu.V., Ma J., Dong Zh.Y. Determining static stability boundaries using a non-iterative method. *Proceedings of the IEEE Power Engineering Society General Meeting*, St. Louis, 2007, pp. 1–9. DOI: 10.1109/PES.2007.385897.

* Received 02 October 2020.

This research was financially supported by the grant "Improving the quality of electric energy and electromagnetic safety in power supply systems of railways equipped with Smart Grid devices by applying methods and means of mathematical modeling based on phase coordinates".

3. Ayuev B.I., Davydov V.V., Erokhin P.M. Fast and reliable method of searching power system marginal states. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2016, vol. 31, pp. 4525–4533. DOI: 10.1109/TPWRS.2016.2538299.
4. Kryukov A.V. *Predel'nye rezhimy elektroenergeticheskikh sistem* [Limiting regimes of electric power systems]. Irkutsk, IrGUPS Publ., 2012. 236 p.
5. Rugthaicharoencheep N., Auchariyamet S. Technical and economic impacts of distributed generation on distribution system. *International Journal of Electrical, Computer, Energetic, Electronic and Communication Engineering*, 2012, no. 6, pp. 385–389. DOI: 10.5281/zenodo.1327636.
6. Buchholz B.M., Styczynski Z. *Smart Grids – fundamentals and technologies in electricity networks*. Heidelberg, Springer, 2014. 396 p.
7. Mahmoud M.S., AL-Sunni F.M. *Control and optimization of distributed generation systems*. Cham, Springer, 2015. 578 p.
8. Barker P.P., Mello R.W. de. Determining the impact of distributed generation on power systems. Pt. 1. Radial distribution systems. *2000 Power Engineering Society Summer Meeting*, Seattle, WA, 2000, pp. 222–233. DOI: 10.1109/PESS.2000.868775.
9. Voropai N.I., Stychinsky Z.A. *Renewable energy sources: theoretical foundations, technologies, technical characteristics, economics*. Magdeburg, Otto-von-Guericke-Universität, 2010. 223 p.
10. Saleh M.S., Althaibani A., Esa Y., Mhandi Y., Mohamed A.A. Impact of clustering microgrids on their stability and resilience during blackouts. *Proceedings on International Conference on Smart Grid and Clean Energy Technologies (ICSGCE)*, Offenburg, Germany, 2015, pp. 195–200.
11. Mohsen F.N., Amin M.S., Hashim H. Application of smart power grid in developing countries. *IEEE 7th International Power Engineering and Optimization Conference (PEOCO)*, Langkawi, 2013, pp. 427–431. DOI: 10.1109/PEOCO.2013.6564586.
12. Wang J., Huang A.Q., Sung W., Liu Y., Baliga B.J. Smart Grid technologies. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, 2009, no. 3, pp. 16–23. DOI: 10.1109/MIE.2009.932583.
13. Shen X., Zhu S., Zheng J., Han Y., Li Q., Nong J., Mohammad Sh. Active distribution network expansion planning integrated with centralized and distributed Energy Storage System. *2015 Power and Energy Society General Meeting*, Denver, CO, 2015, pp. 1–5. DOI: 10.1109/PESGM.2015.7286069.
14. Martínez Ceseña E.A., Capuder T., Mancarella P. Flexible distributed multienergy generation system expansion planning under uncertainty. *IEEE Transaction on Smart Grid*, 2016, no. 7, pp. 348–357. DOI: 10.1109/PESGM.2016.7741088.
15. Olivares D.E., Mehrizi-Sani A., Etemadi A.H., Canizares C.A., Iravani R., Kazerani M., Hajimiragha A.H., Gomis-Bellmunt O., Saeedifard M., Palma-Behnke R., Jimenez-Estevez G.A., Hatziaargyriou N.D. Trends in microgrid control. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2014, no. 5, pp. 1905–1919.
16. Ackermann T., Anderson G., Söder L. Distributed generation: a definition. *Electric Power Systems Research*, 2001, vol. 57, pp. 195–204. DOI: 10.1016/S0378-7796(01)00101-8.
17. Ellabban O., Abu-Rub H., Blaabjerg F. Renewable energy resources: current status, future prospects and their enabling technology. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2014, vol. 39, pp. 748–764. DOI: 10.1016/J.RSER.2014.07.113.
18. Xie W., Xia X. Distributed energy dispatch of electrical energy storage systems using consensus control approach. *IFAC-PapersOnLine*, 2018, vol. 51, pp. 229–234. DOI: 10.1016/j.ifacol.2018.07.283.
19. Bulatov Yu.N., Kryukov A.V. Prevention of outages in power systems with distributed generation plants. *Energy Systems Research*, 2019, no. 2, pp. 68–83.
20. Bulatov Y., Kryukov A., Suslov K., Shamarova N. Ensuring postemergency modes stability in power supply systems equipped with distributed generation plants. *10th International Scientific Symposium on Electrical Power Engineering (Elektroenergetika 2019): Proceedings*, Stara Lesna, Slovakia, 2019, pp. 38–42.
21. Bulatov Yu.N., Kryukov A.V., Huan N.V. Automatic prognostic regulators of distributed generators. *2018 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarFastCon)*, Vladivostok, Russia, 2018, pp. 1–4. DOI: 10.1109/FarEastCon.2018.8602718.

Для цитирования:

Булатов Ю.Н., Крюков А.В., Черепанов А.В. Математические модели для определения предельных режимов в электрических сетях с установками распределенной генерации // Научный вестник НГТУ. – 2020. – № 4 (80). – С. 17–36. – DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-17-36.

For citation:

Bulatov Yu.N., Kryukov A.V., Cherepanov A.V. Matematicheskie modeli dlya opredeleniya predel'nykh rezhimov v elektricheskikh setyakh s ustanovkami raspredelennoi generatsii [Mathematical models for determining limit operating modes in electrical networks with distributed generation plants]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2020, no. 4 (80), pp. 17–36. DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-17-36.

ИНФОРМАТИКА,
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА
И УПРАВЛЕНИЕ

INFORMATICS,
COMPPUTER ENGINEERING
AND CONTROL

УДК 004.4'42

DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-37-46

Оптимизация графов потока управления в промежуточных представлениях языка функционально-поточкового параллельного программирования*

В.С. ВАСИЛЬЕВ^{1,a}, А.И. ЛЕГАЛОВ^{2,b}

¹ 660041, РФ, г. Красноярск, пр. Свободный, 82, Институт космических и информационных технологий, Сибирский федеральный университет

² 101000, РФ, г. Москва, ул. Мясницкая, 20, факультет компьютерных наук, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

^a vsvasilev@sfu-kras.ru ^b alegalov@hse.ru

Функционально-поточковые языки программирования предназначены для разработки архитектурно-независимых параллельных программ и поддерживают управление вычислениями по готовности данных. В связи с тем, что в настоящее время преобладают параллельные вычислительные системы, а их программирование на императивных языках сопряжено с проблемами переносимости, разработка инструментальных средств архитектурно-независимого параллельного программирования является актуальной задачей. Формируемая на функционально-поточковых языках программа задает граф потока данных. В ходе ее трансляции формируются промежуточные представления в виде информационного графа и накладываемого на него управляющего графа. В процессе выполнения программы по дугам управляющего графа передаются сигналы готовности данных. Явное выделение управляющего графа позволяет не только изменять стратегии управления вычислениями и обеспечивать адаптацию программы под особенности архитектуры, но и применять специфические методы оптимизации управляющих зависимостей.

В работе предлагаются методы трансформации, обеспечивающие оптимизацию управляющего графа. При генерации управляющего графа по информационному в него вносятся избыточные дуги, удаление которых не влияет на результат работы программы, однако приводит к более эффективному ее выполнению. Показано, что в функционально-поточковых программах, помимо зависимостей по управлению, свойственных для других языков программирования, возникают дополнительные, связанные с особенностями реализации отложенных или условных вычислений, описываемых задержанными списками. Приведено формальное описание избыточных зависимостей разного вида, а также эффективный алгоритм их выявления.

Разработанный подход может применяться для таких языков функционально-поточкового программирования, как Пифагор и Smile.

* Статья получена 06 августа 2020 г.

Ключевые слова: оптимизация кода, граф потока управления, анализ управляющих зависимостей, функционально-потокное программирование, управление вычислениями, параллельное программирование, анализ программ, задержанные вычисления

ВВЕДЕНИЕ

Разработка параллельных программ является трудоемким процессом, что обусловливается многообразием параллельных вычислительных архитектур и подходов, отличающихся механизмами синхронизации и обмена сообщениями, топологией, быстродействием и способами организации отдельных вычислительных узлов системы, каналов передачи данных между ними, необходимостью в каждой ситуации преодолевать ресурсные ограничения и конфликты специфическими методами. Для преодоления ряда проблем параллельного программирования был предложен архитектурно-независимый подход на основе функционально-потокной парадигмы параллельного программирования [1]. Основной идеей подхода является использование языка, ориентированного на описание программ для неограниченных вычислительных ресурсов с управлением по готовности данных [2].

Несмотря на то что концепция неограниченного параллелизма в настоящее время практически не используется в процессе разработки реальных параллельных программ, она может оказаться перспективной для формирования систем программирования, обеспечивающих последующую трансформацию в ресурсно-ограниченные и архитектурно-зависимые параллельные программы [3]. Поэтому актуальной является задача исследования вариантов использования различных аспектов преобразования архитектурно-независимых параллельных программ, в частности, связанных с трансформацией методов управления вычислениями, обеспечивающих в конечном счете возможность привязки к реальным архитектурам. В качестве примера продвижения в этом направлении следует отметить работы по ресурсно-независимому параллельному программированию высокопроизводительных систем на кристаллах – язык COLAMO [4, 5].

В настоящее время ведутся работы над введением в функционально-потокные языки программирования статической типизации [6], выполняются попытки синтеза СБИС [7, 8]. Существующие инструментальные средства позволяют производить отладку, верификацию [9, 10] и оптимизацию [11] программ. Однако до сих пор методы оптимизации применялись лишь для информационных зависимостей.

Представленный в работе [12] подход базируется на построении управляющего графа (УГ) программы по реверсивному информационному графу (РИГ). Это позволяет как формировать разнообразные стратегии управления вычислениями, так и трансформировать уже сформированные управляющие графы с сохранением уровня параллелизма [13]. Изменение стратегии управления обеспечивает переносимость программы на различные вычислительные архитектуры. Возможны подходы к трансформации УГ, связанные с изменением параллелизма вплоть до организации последовательных вычислений при неизменном информационном графе.

Одним из широко используемых способов представления программы внутри оптимизатора являются различные формы графа потока управления [14, 15], аналогичные УГ функционально-потокных языков программи-

рования. Особенностью функционально-поточковых языков является то, что в них УГ явно подается на интерпретатор и используется для организации процесса управления вычислениями – описанные в статье методы оптимизации применимы только к таким языкам.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Функционально-поточковая модель вычислений предполагает, что во время выполнения программы по дугам УГ передаются сигналы готовности [2], а узлы графа, соответствующие операциям программы, собирают передаваемые сигналы и после готовности своих аргументов инициализируют начало вычислений. Механизм обработки поступающих сигналов определяется управляющим автоматом. УГ, построенный по информационному, нередко содержит избыточные зависимости – управляющие дуги, не влияющие на порядок вычисления. Удаление избыточных дуг сокращает число сигналов, передаваемых во время выполнения программы, а следовательно, является оптимизирующим преобразованием.

В работе рассматриваются вопросы, связанные с трансформацией УГ, при которой сохраняется максимальный параллелизм. Задачей является разработка методов оптимизации управляющих графов функционально-поточковых языков программирования.

2. ОПТИМИЗАЦИЯ ПРЯМЫХ УПРАВЛЯЮЩИХ ЗАВИСИМОСТЕЙ

Если между вершинами УГ существует путь, то будем говорить, что имеет место *прямая* управляющая зависимость.

Пример, демонстрирующий наличие избыточных управляющих дуг, представлен на рис. 1. Стрелками обозначены зависимости по управлению. Возле узлов в квадратных скобках указан список зависимостей. Так, например, оператор Y не зависит от других узлов, а узел X зависит от операторов Y и Z. На рис. 1, а приведен граф до оптимизации, на рис. 1, б – после нее. Видно, что, несмотря на удаление части дуг, зависимости не изменились.

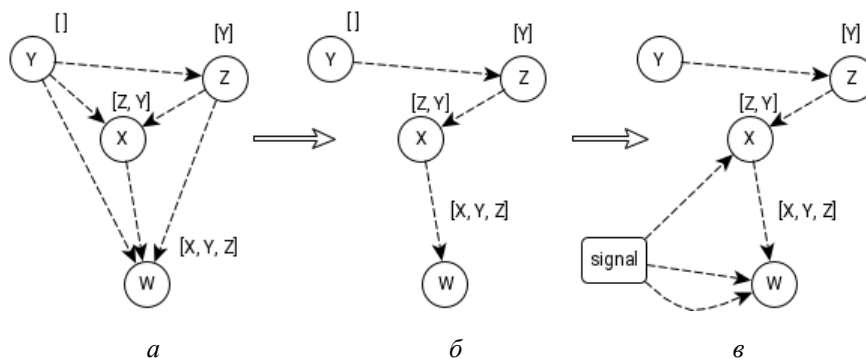


Рис. 1. Оптимизация управляющих зависимостей

Fig. 1. Optimization of control dependencies

Дуга $A \rightarrow B$ является избыточной, если существует дуга $C \rightarrow B$, а узел C имеет зависимость от A .

Необходимо учитывать, что по дугам УГ распространяются сигналы управления, которые обрабатываются узлами. Удаление дуги приводит к тому, что сигнал не будет передан, а значит, и обработан. В этой связи возможны следующие варианты выполнения эквивалентной трансформации.

1. Добавление константных управляющих сигналов без изменения узлов УГ (рис. 1, в). Такой список сигналов формируется до начала выполнения программы, поэтому с их помощью можно более эффективно спланировать порядок вычислений. С другой стороны, интерпретатор может сохранять образы функций после обработки константных сигналов, и использование его при последующих вызовах может быть особенно эффективным для многократно вызываемых и рекурсивных функций.

2. Изменение узлов УГ (если это возможно), заключающееся в замене исходного управляющего автомата на такой автомат, который считает часть сигналов управления принятыми.

Оптимизация может быть выполнена по следующему алгоритму.

1. Выполнить обход управляющего графа сверху вниз (от констант к оператору `return`), при этом для каждого узла $Node_i$ рассчитать зависимости – множество $Deps_i$ – следующим образом.

1.1. $Deps_i = \emptyset$

1.2. Для каждой дуги j , входящей в узел $Node_i$, выполнить:

1.2.1. если удаление дуги j не изменит зависимости узла i , т. е. $Deps_i \subset Deps_j$, то дуга j избыточная, выполняется ее удаление;

1.2.2. иначе множество зависимостей узла j добавляется к множеству $Deps_i$: $Deps_i = Deps_i \cup Deps_j$.

2. Конец (оптимизация выполнена).

В качестве примера рассмотрим функцию вращения трехмерной фигуры вокруг горизонтальной оси:

```

1. figure_rotate << funcdef X {
2.   Figure << X:1;
3.   Alpha_rad << X:2;
4.
5.   PointsCount << Figure:;
6.   Angles << (Alpha_rad, PointsCount):dup;
7.
8.   return << (Figure, Angles):#:[:]:x_rotate;
9. }
```

Оператор формирования списка ($Figure$, $Angles$) имеет лишнюю зависимость от $Figure$, так как вычисление $Angles$ также зависит по управлению от $Figure$. Описанная ситуация хорошо видна на фрагменте соответствующего управляющего графа: дуга между узлами 1 и 6 является лишней (рис. 2).

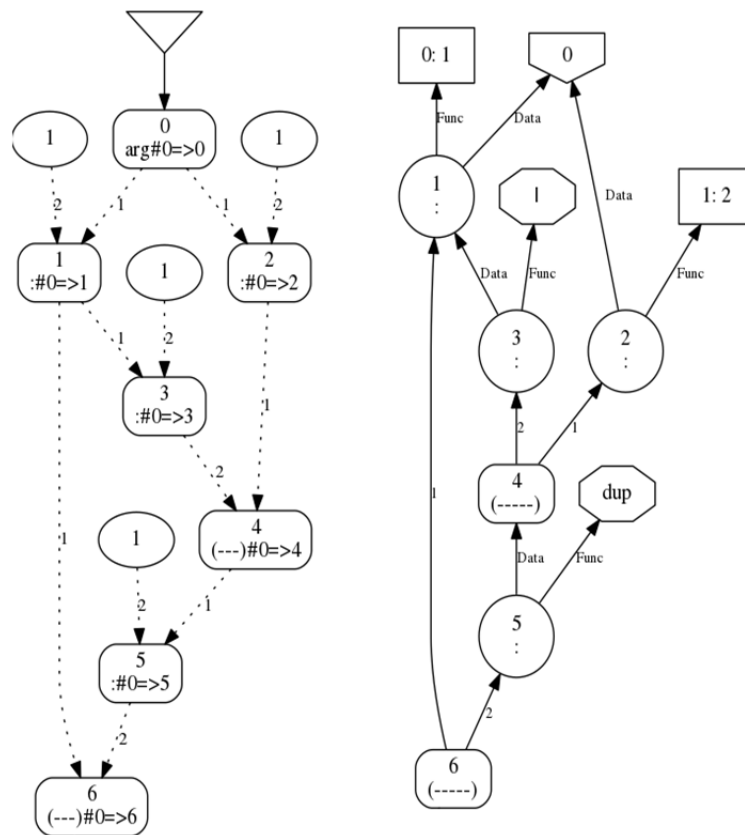


Рис. 2. Фрагменты реверсивного информационного (а) и управляющего графов (б)

Fig. 2. Fragments of reversing control (a) and information (b) graphs

3. ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЯЮЩИХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ЗАДЕРЖАННЫХ СПИСКОВ

Дополнительный вид управляющих зависимостей возникает при использовании задержанных списков. Код, вложенный в задержанный список, не получит управление до момента раскрытия списка. Следовательно, если узел, выполняющий раскрытие, имеет некоторые зависимости, то эти зависимости имеют и все узлы, вложенные в список.

На рис. 3, а группировка в задержанный список показана пунктирной рамкой. В задержанный список вложены узлы X и Y, при этом Y имеет прямую управляющую зависимость от узла C. Задержанная константа Z задает этот список, ее использование не приводит к вычислению узлов списка до тех пор, пока к ней не будет применена операция раскрытия (узел E – интерпретация оператора «точка»). Управляющие зависимости операции раскрытия задержанного списка будем называть *задержанными управляющими зависимостями*. Узлы задержанного списка (X и Y) начнут выполняться лишь после того, как будет выполнена операция раскрытия, следовательно, они косвенно имеют все управляющие зависимости (от узлов C и G).

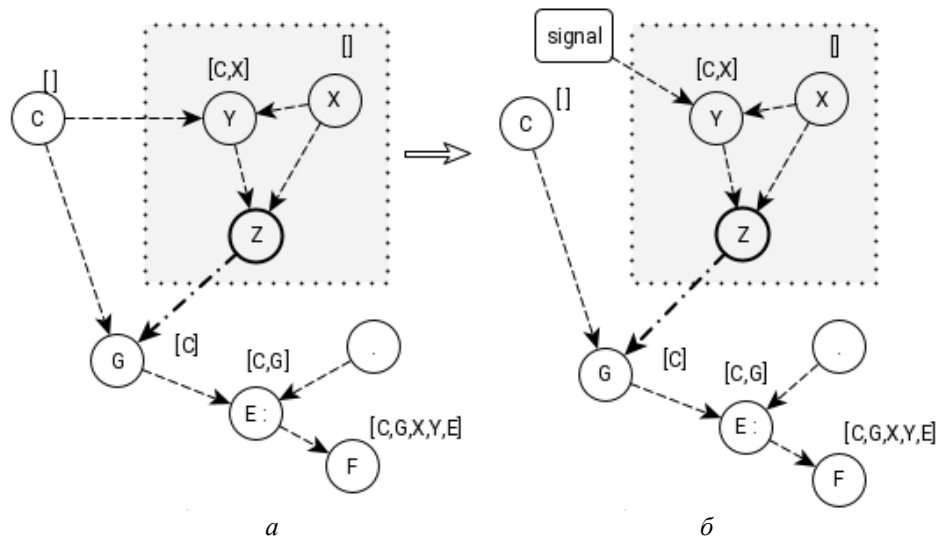


Рис. 3. Управляющие зависимости задержанных списков до (а) и после (б) оптимизации

Fig. 3. Control dependencies of delayed lists before (a) and after (b) optimization

С учетом задержанных зависимостей дуга C–Y является избыточной. Оптимизация выполняется по такому же алгоритму, как для прямых управляющих зависимостей, однако список зависимостей узлов, вложенных в задержанный список, дополняется зависимостями, которые имеет узел раскрытия списка. Результат оптимизации приведен на рис. 3, б.

В качестве примера рассмотрим функцию вычисления среднего арифметического списка и ее информационный и управляющий графы (рис. 4).

```

1. direct_average << funcdef X {
2.   Len << X:;
3.   [((Len,0):[=,!=]):?]^ (
4.     "empty list",
5.     {(X,+):foldt, Len):/}
6.   ):. >> return;
7. }

```

Вычисление **Len** используется внутри задержанного списка, однако раскрытие списка не произойдет до того, как он будет подан на операцию интерпретации, которая также зависит от **Len**. Узел 10 зависит по управлению от узла 1 (соответствующего вычислению **Len**), однако от узла 1 также зависит узел 14 (соответствует операции интерпретации, на которую подается задержанный список). Задержанный список гарантированно не будет раскрыт до вычисления узла 14, а узел 1 будет вычислен ранее. Следовательно, дуга 1→10 является избыточной.

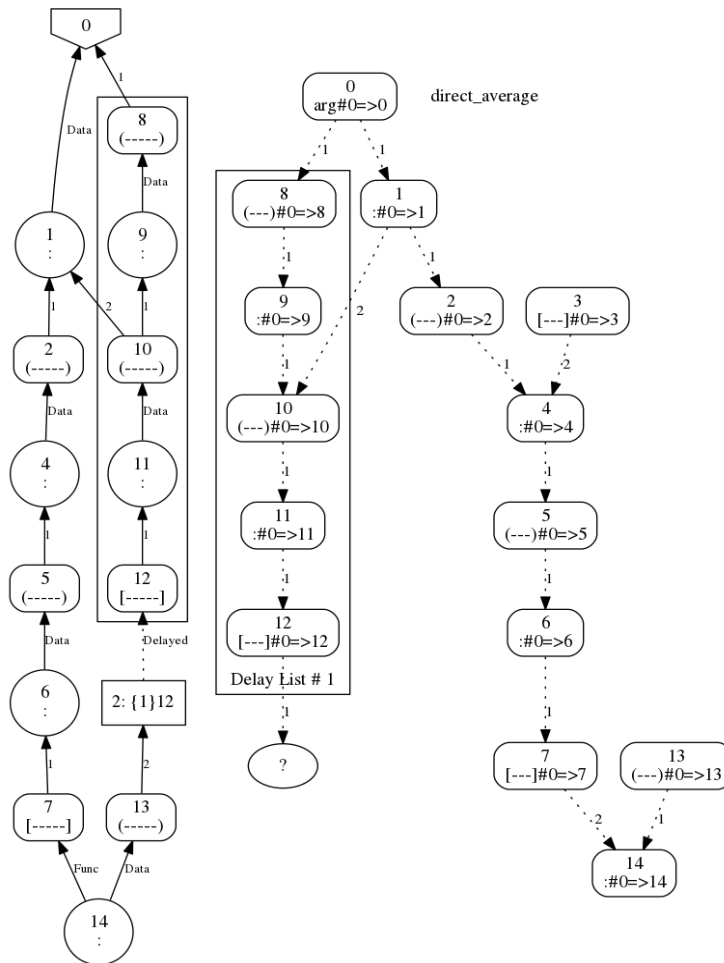


Рис. 4. Фрагменты информационного (а) и управляющего (б) графов функции
 Fig. 4. Fragments of the information graph (a) and control (b) graphs of the function

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные подходы позволяют трансформировать граф, используемый для управления вычислениями в событийной машине, интерпретирующей функционально-потокосые параллельные программы. При этом уменьшение числа управляющих связей в целом не уменьшает исходного параллелизма, обеспечивая повышение скорости вычислений за счет уменьшения управляющих дуг и замены их управляющими сигналами, непосредственно поступающими на вход соответствующих автоматов.

Замена управляющих дуг сигналами позволяет более эффективно планировать порядок вычислений. Кроме того, интерпретатор при загрузке функции в память может обрабатывать список сигналов и выполнять частичные вычисления. Таким образом, обработка списка сигналов, в отличие от сигналов готовности, передаваемых по дугам графа, выполнится лишь единожды, наиболее сильный эффект такая оптимизация окажет для рекурсивных функций.

Оптимизирующие трансформации управляющих графов встроены в существующую среду оптимизации функционально-потокосых параллельных

программ [12], которая до сих пор поддерживала только методы оптимизации информационных графов. Описанные подходы применимы к программам на языках программирования Пифагор и Smile, так как они используют одинаковый формат представления управляющих графов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Легалов А.И.* Функциональный язык для создания архитектурно-независимых параллельных программ // Вычислительные технологии. – 2005. – Т. 10, № 1. – С. 71–89.
2. *Легалов А.И., Савченко Г.В., Васильев В.С.* Событийная модель вычислений, поддерживающая выполнение функционально-поточковых параллельных программ // Системы. Методы. Технологии. – 2012. – № 1 (13). – С. 113–119.
3. Динамически изменяющийся параллелизм с асинхронно-последовательными потоками данных / А.И. Легалов, И.В. Матковский, М.С. Ушакова, Д.С. Романова // Моделирование и анализ информационных систем. – 2020. – Т. 27, № 2. – С. 164–179. – DOI: 10.18255/1818-1015-2020-2-164-179.
4. *Дордопуло А.И., Левин И.И.* Ресурснезависимое программирование гибридных реконфигурируемых вычислительных систем // Суперкомпьютерные дни в России: труды международной конференции, 25–26 сентября 2017 г., г. Москва. – М.: Изд-во МГУ, 2017. – С. 714–723.
5. *Левин И.И., Дордопуло А.И., Гудков В.А.* Программирование реконфигурируемых вычислительных узлов на языке COLAMO. – Таганрог: ЮФУ, 2011. – 114 р.
6. *Легалов А.И., Легалов И.А., Матковский И.В.* Добавление статической типизации в язык функционально-поточкового параллельного программирования // Электронные библиотеки. – Т. 23, № 4. – С. 788–807. – DOI: 10.26907/1562-5419-2020-23-4-788-807.
7. *Непомнящий О.В., Рыженко И.Н., Легалов А.И.* Метод архитектурно-независимого высокоуровневого синтеза СБИС // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2018. – № 8 (202). – С. 38–47.
8. *Непомнящий О.В., Рыженко И.Н., Легалов А.И.* Методы, алгоритмы и программные инструменты архитектуры независимого высокоуровневого синтеза однокристалльных цифровых систем // Суперкомпьютерные технологии (СКТ-2018). – Ростов н/Д, 2018. – Т. 1. – С. 104–109.
9. *Удалова Ю.В.* Верификация функционально-поточковых параллельных программ с помощью интервальных формул // Образовательные ресурсы и технологии. – 2016. – № 2 (14). – С. 259–262.
10. *Ушакова М.С., Легалов А.И.* Верификация программ со взаимной рекурсией на языке Пифагор // Моделирование и анализ информационных систем. – 2018. – Т. 25, № 4. – С. 358–381.
11. *Васильев В.С.* Оптимизация программ функционально-поточкового языка Пифагор // Перспективы развития информационных технологий. – 2014. – № 20. – С. 7–14.
12. A toolkit for the development of data-driven functional parallel programmes / A.I. Legalov, V.S. Vasilyev, I.V. Matkovskii, M.S. Ushakova // Parallel Computational Technologies, PCT 2018 / ed. by L. Sokolinsky, M. Zymbler. – Cham: Springer, 2018. – DOI: 10.1007/978-3-319-99673-8_2.
13. *Легалов А.И.* Об управлении вычислениями в параллельных системах и языках программирования // Научный вестник НГТУ. – 2004. – № 3 (18). – С. 63–72.
14. *Рыбаков А.А.* Анализ алгоритмов оптимизации расположения в памяти линейных участков программы // Известия высших учебных заведений. Электроника. – 2013. – № 1. – С. 47–53.
15. *Битнер В.А., Заборовский Н.В.* Построение универсального линеаризованного графа потока управления для использования в статическом анализе кода алгоритмов // Моделирование и анализ информационных систем. – 2013. – Т. 20, № 2. – С. 166–177. – DOI: 10.18255/1818-1015-2013-2-166-177.

Васильев Владимир Сергеевич, старший преподаватель кафедры вычислительной техники Сибирского федерального университета. Основное направление научных исследований – функциональное программирование, параллельное программирование, проектирование программного обеспечения. Имеет более 20 печатных работ и учебных пособий. E-mail: vsvasilev@sfu-kras.ru

Легалов Александр Иванович, доктор технических наук, профессор департамента программной инженерии факультета компьютерных наук Высшей школы экономики. Основное направление научных исследований – технологии программирования, параллельное программирование, методы конструирования программных объектов, архитек-

турно-независимое параллельное программирование, эволюционная разработка программного обеспечения. Имеет более 200 печатных работ и учебных пособий. E-mail: alegalov@hse.ru

Vasilev Vladimir S., senior lecturer, department of computing engineering, SFU. His research interests are currently focused on functional programming, parallel programming, and program design. He has more than 20 publications and teaching manuals. E-mail: vsvasilev@sfu-kras.ru

Legalov Alexander I., D.Sc. (Eng.), professor, department of software engineering, HSE. His research interests are currently focused on programming technologies, parallel programming, software designing methods, architecture-independent parallel programming, and evolutionary software development. He has more than 200 publications and teaching manuals. E-mail: alegalov@hse.ru

DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-37-46

Control flow graphs optimization in intermediate representations of the functional dataflow parallel programming language*

V.S. VASILEV^{1,a}, A.I. LEGALOV^{2,b}

¹ *Siberian Federal University, 79 Svobodny Prospekt, Krasnoyarsk, 660041, Russian Federation*

² *Higher School of Economics, National Research University, 20 Myasnitskaya Street, Moscow, 101000; Russian Federation*

^a vsvasilev@sfu-kras.ru ^b alegalov@hse.ru

Abstract

Functional dataflow programming languages are intended for the development of architecture-independent parallel programs and support the control of computations based on data availability. Due to the fact that at present parallel computing systems are very widespread, and their programming in imperative languages is associated with portability problems, the development of architecturally independent parallel programming tools is an urgent task. When such a program is translated, intermediate representations are formed as the information graph and the corresponding control graph. During program execution, data readiness signals are transmitted along the arcs of the control graph. An explicit selection of the control graph allows us not only to change the computational control strategies and ensure the adaptation of the program to the architecture features, but also to apply specific methods for optimizing control dependencies.

The paper proposes transformation methods that provide optimization of the control graph. When generating a control graph from an informational one, redundant arcs are introduced into it, the removal of which does not affect the result of the program, but leads to its more efficient execution. It is shown that in dataflow programs, in addition to control dependencies inherent in other programming languages, additional ones associated with the implementation features of deferred or conditional computations described by delayed lists arise. A formal description of redundant dependencies of various types is given, as well as an effective algorithm for their identification.

The developed approach can be applied to such dataflow programming languages as PIFAGOR and Smile.

Keywords: dataflow code optimization, control flow graph, control dependency analysis, dataflow programming, computation control, parallel programming, program analysis, delayed computation

REFERENCES

1. Legalov A.I. Funktsional'nyi yazyk dlya sozdaniya arkhitekturno-nezavisimyykh parallel'nykh program [Functional language for creating of architectural independent parallel programs]. *Vychislitel'nye tekhnologii = Computational Technologies*, 2005, vol. 10, no. 1, pp. 71–89.
2. Legalov A.I., Savchenko G.V., Vasilev V.S. Sobytiinaya model' vychislenii, podderzhivayushchaya vypolnenie funktsional'no-potokovykh parallel'nykh program [Computation event model backing the execution of functional data flow concurrent programs]. *Sistemy. Metody. Tekhnologii = Systems. Methods. Technologies*, 2012, no. 1 (13), pp. 113–119.
3. Legalov A.I., Matkovskii I.V., Ushakova M.S., Romanova D.S. Dinamicheskii izmenyayushchiysya parallelizm s asinkhronno-posledovatel'nyimi potokami dannykh [Dynamically changing

* Received 06 August 2020.

parallelism with the asynchronous sequential data flows]. *Modelirovanie i analiz informatsionnykh sistem = Modeling and Analysis of Information Systems*, 2020, vol. 27, no. 2, pp. 164–179. DOI: 10.18255/1818-1015-2020-2-164-179.

4. Dordopulo A.I., Levin I.I. [Resource-independent programming of hybrid reconfigurable computer systems]. *Superkomp'yuternye dni v Rossii: trudy mezhdunarodnoi konferentsii*, 25–26 sentyabrya 2017 g., g. Moskva [Russian supercomputing days: Proceedings of the international conference (September 25–26, 2017, Moscow, Russia)]. Moscow, 2017, pp. 714–723. (In Russian).

5. Levin I.I., Dordopulo A.I., Gudkov V.A. *Programmirovaniye rekonfiguriruemyykh vychislitel'nykh uzlov na yazyke COLAMO* [Programming reconfigurable computing nodes in the COLAMO language]. Taganrog, Southern Federal University Publ., 2011. 114 p.

6. Legalov A.I., Legalov I.A., Matkovskiy I.V. Dobavlenie staticheskoi tipizatsii v yazyk funktsional'no-potokovogo parallel'nogo programmirovaniya [Evolution of Visualization Methods for Research Publication Collections]. *Elektronnyye biblioteki = Russian Digital Libraries Journal*, vol. 23, no. 4, pp. 788–807. DOI: 10.26907/1562-5419-2020-23-4-788-807.

7. Nepomnyaschy O.V., Ryzhenko I.N., Legalov A.I. Metod arkhitekturno-nezavisimogo vysokourovnevnogo sinteza SBIS [The method of architecturally independent high-level synthesis of VLSI]. *Izvestiya Yuzhnogo federal'nogo universiteta. Tekhnicheskie nauki = Izvestiya Southern Federal University. Engineering sciences*, 2018, no. 8 (202), pp. 38–47.

8. Nepomnyaschy O.V., Ryzhenko I.N., Legalov A.I. [Methods, algorithms and software tools for architecture-independent high-level synthesis of single-chip digital systems]. *Superkomp'yuternye tekhnologii (SKT-2018)* [Supercomputer technologies (SCT-2018)]. Rostov-on-Don, 2018, pp. 104–109. (In Russian).

9. Udalova Yu.V. Verifikatsiya funktsional'no-potokovykh parallel'nykh programm s pomoshch'yu interval'nykh formul [Verification of parallel functional dataflow programs using interval formulas]. *Obrazovatel'nye resursy i tekhnologii = Educational Resources and Technologies*, 2016, no. 2 (14), pp. 259–262.

10. Ushakova M.S., Legalov A.I. Verifikatsiya programm so vzaimnoi rekursiei na yazyke Pifagor [Verification of programs with mutual recursion in the pifagor language]. *Modelirovanie i analiz informatsionnykh sistem = Modeling and Analysis of Information System*, 2018, vol. 25, no. 4, pp. 358–381.

11. Vasil'ev V.S. Optimizatsiya programm funktsional'no-potokovogo yazyka Pifagor [Optimization of programs of the functional-streaming language Pythagoras]. *Perspektivy razvitiya informatsionnykh tekhnologii = Information technology development prospects*, 2014, no. 20, pp. 7–14.

12. Legalov A.I., Vasilyev V.S., Matkovskii I.V., Ushakova M.S. A toolkit for the development of data-driven functional parallel programmes. *Parallel Computational Technologies, PCT 2018*. Ed. by L. Sokolinsky, M. Zymbler. Cham, Springer, 2018. DOI: 10.1007/978-3-319-99673-8_2.

13. Legalov A.I. Ob upravlenii vychisleniyami v parallel'nykh sistemakh i yazykakh programmirovaniya [About computation control in parallel system and programming languages]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2004, no. 3 (18), pp. 57–66.

14. Rybakov A.A. Analiz algoritmov optimizatsii raspolozheniya v pamyati lineynykh uchastkov programmy [Analysis of optimization algorithms for memory location of program linear sections]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Elektronika = Proceedings of Universities. Electronics*, 2013, no. 1, pp. 47–53.

15. Bitner V.A., Zaborovsky N.V. Postroenie universal'nogo linearizovannogo grafa potoka upravleniya dlya ispol'zovaniya v staticheskom analize koda algoritmov [The construction of an universal linearized control flow graph for static code analysis of algorithms]. *Modelirovanie i analiz informatsionnykh sistem = Modeling and Analysis of Information System*, 2013, vol. 20, no. 2, pp. 166–177. DOI: 10.18255/1818-1015-2013-2-166-177.

Для цитирования:

Васильев В.С., Легалов А.И. Оптимизация графов потока управления в промежуточных представлениях языка функционально-потокowego параллельного программирования // Научный вестник НГТУ. – 2020. – № 4 (80). – С. 37–46. – DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-37-46.

For citation:

Vasilev V.S., Legalov A.I. Optimizatsiya grafov potoka upravleniya v promezhutochnykh predstavleniyakh yazyka funktsional'no-potokovogo parallel'nogo programmirovaniya [Control flow graphs optimization in intermediate representations of the functional dataflow parallel programming language]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2020, no. 4 (80), pp. 37–46. DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-37-46.

ISSN 1814-1196, <http://journals.nstu.ru/vestnik>
Science Bulletin of the NSTU
Vol. 80, No 4, 2020, pp. 37–46

ИНФОРМАТИКА,
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА
И УПРАВЛЕНИЕ

INFORMATICS,
COMPPUTER ENGINEERING
AND CONTROL

УДК 681.51:519.6

DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-47-64

Алгоритмы непараметрической идентификации сложных технических систем*

Ю.Е. ВОСКОБОЙНИКОВ^{1,2,a}, В.А. БОЕВА^{1,b}

¹ 630008, РФ, г. Новосибирск, ул. Ленинградская, 113, Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет

² 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет

^a voscob@mail.ru ^b v.boyeva@sibstrin.ru

На практике часто встречаются сложные технические системы, представляющие собой соединение нескольких разнотипных более простых подсистем. Из-за сложности физических процессов, протекающих в них, невозможно построить подробную (детальную) математическую модель, адекватно описывающую процесс в каждой подсистеме. В таких случаях берется модель «черного ящика», «внутренности» которого не детализируются. Для стационарных линейных систем (подсистем) в качестве соотношения, устанавливающего связь между входом и выходом «черного ящика», принимается интегральное уравнение Вольтера первого рода с неизвестным разностным ядром, которое в теории автоматического регулирования называется импульсной переходной функцией системы (ИПФ). Поэтому для использования модели «черного ящика» необходимо оценить эту неизвестную ИПФ. Это задача непараметрической идентификации, и для сложных систем ее необходимо решить как для всей системы в целом, так и для каждой подсистемы в отдельности, что существенно усложняет процедуру идентификации. Формально оценивание ИПФ можно рассматривать как решение интегрального уравнения первого рода относительно его ядра по зарегистрированным (с погрешностями) дискретным значениям входного и выходного сигналов. Такая задача является некорректно поставленной, поскольку решение может обладать неустойчивостью относительно погрешностей (шумов измерения) исходных данных. Для получения единственного и устойчивого решения используют регуляризирующие алгоритмы, но специфика входных и выходных сигналов в эксперименте по идентификации ИПФ не позволяет использовать их вычислительные методы (СЛАУ или дискретное преобразование Фурье). Поэтому в данной работе для решения задачи идентификации сложных систем предлагаются два алгоритма идентификации, которые в полной мере учитывают специфику решаемой задачи. В этих алгоритмах оценки ИПФ строятся с использованием первых производных от сигналов идентифицируемой системы, для устойчивого вычисления которых применяется сглаживающий кубический сплайн с выбором параметра сгла-

* Статья получена 14 августа 2020 г.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-38-90041. Acknowledgments: The reported study was funded by RFBR, project number 20-38-90041.

живания. Приводятся результаты идентификации сложной системы «воздухонагреватель–вентилятор–помещение», показавшие эффективность предлагаемых алгоритмов.

Ключевые слова: задача непараметрической идентификации, интегральное уравнение Вольтерра I рода, интегральное уравнение Вольтерра II рода, некорректно поставленные задачи, сглаживающие кубические сплайны, устойчивые алгоритмы идентификации, оценивание оптимального параметра сглаживания, решение практической задачи идентификации сложной системы

1. ВВЕДЕНИЕ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

На практике часто встречаются сложные технические системы, представляющие собой соединение (последовательное или параллельное) нескольких разнотипных более простых подсистем с разными физическими процессами в них. Таким примером может служить теплофизическая система «воздухонагреватель–вентилятор–помещение», основная задача которой – стабилизация параметров микроклимата в некотором помещении (объект регулирования). Нестабильность этих параметров возникает вследствие изменяющихся тепловых возмущений в помещении и воздухонагревателе, реакция системы на которые определяет качество параметров микроклимата и устойчивость системы регулирования [1, 2]. На рис. 1 изображена блок-схема этой системы.



Рис. 1. Блок-схема системы регулирования микроклимата

Fig. 1. A block-diagram of an environmental system

Из-за сложности физических процессов, протекающих в каждой из трех подсистем, невозможно построить детальную математическую модель, адекватно описывающую процесс в каждой подсистеме. Поэтому была взята модель «черного ящика» с входным и выходным сигналами. Был проведен обширный физический эксперимент с разными режимами работы, подтвердивший гипотезу о линейности и стационарности как каждой подсистемы, так и системы «воздухонагреватель–вентилятор–помещение» в целом [3]. Поэтому в качестве характеристики, достаточно полно описывающей динамику, была принята импульсная переходная функция (ИПФ), а в качестве математической модели в терминах «вход–выход» взято интегральное уравнение Вольтерра первого рода с разностным ядром [4]. Для рассматриваемой системы регулирования в целом (см. рис. 1) уравнение (т. е. математическая модель) имеет вид

$$\int_0^t k(t-\tau)\varphi(\tau)d\tau = f(t), \quad t \in [0, T], \quad (1)$$

где $k(t)$ – импульсная переходная функция (ИПФ) системы (ядро интегрального уравнения); $\varphi(\tau)$, $f(t)$ – входной и выходной сигналы всей системы в целом. При этом выполняется условие $k(t) = 0$ при $t < 0$, которое определяется технической реализуемостью системы. Аналогичные интегральные уравнения были приняты для описания динамики каждой подсистемы:

$$\int_0^t k_j(t - \tau)\varphi_j(\tau)d\tau = f_j(t), \quad t \in [0, T], \quad (2)$$

где $j = 1, 2, 3$ – номера подсистем. Таким образом, для моделирования и управления системами с математическими моделями (1), (2) необходимо оценить (вычислить) ИПФ как всей системы в целом, так и каждой подсистемы. Такая задача получила название задачи непараметрической идентификации, и она сводится, как правило, к решению интегрального уравнения (1) (или (2)) по зарегистрированным (с определенными погрешностями) значениям входного и выходного сигналов идентифицируемой системы. На рис. 2 приведена схема проведенного эксперимента по идентификации рассматриваемой системы, в котором на вход системы подается в определенный момент времени t_1 (принимается $t_1 = 0$) прямоугольный импульс вида

$$\varphi_H(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } t \leq t_1, \\ A, & \text{если } t > t_1. \end{cases} \quad (3)$$

Если амплитуда $A = 1$ (это будет подразумеваться в дальнейшем), то функция (3) называется функцией Хэвисайда. Выходной сигнал $f_{1H}(t)$ подсистемы 1 (на рис. 2 обозначено ПС1) является входом подсистемы 2 (ПС2) $\varphi_2(t)$, а выход $f_2(t)$ ПС2 – входом подсистемы 3 (ПС3) $\varphi_3(t)$. Выходные сигналы, являющиеся реакцией на входную функцию Хэвисайда, имеют нижний индекс H – это функции $f_{1H}(t)$, $f_H(t)$.

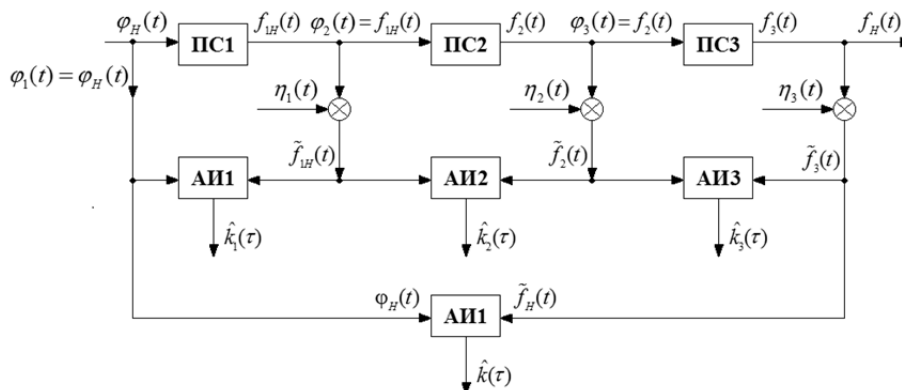


Рис. 2. Схема эксперимента по идентификации ИПФ

Fig. 2. An experiment of impulse response identification

Из-за погрешностей измерений в эксперименте регистрируются в моменты времени (необязательно равноотстоящие) t_i , $i=1\dots N$, «зашумленные» значения:

$$\begin{aligned}\tilde{f}_{1H_i} &= f_{1H}(t_i) + \eta_1(t_i), \\ \tilde{f}_{2_i} &= f_2(t_i) + \eta_2(t_i), \\ f_{H_i} = \tilde{f}_{3_i} &= f_3(t_i) + \eta_3(t_i), \quad i=1\dots N,\end{aligned}\tag{4}$$

где погрешности измерений $\eta_1(t_i)$, $\eta_2(t_i)$, $\eta_3(t_i)$ являются случайными величинами с нулевыми средними и дисперсиями $\sigma_{\eta_1}^2$, $\sigma_{\eta_2}^2$, $\sigma_{\eta_3}^2$ соответственно. Эти зарегистрированные значения (4) являются исходными данными для идентификации ИПФ $k(\tau)$, $k_j(\tau)$ (см. выражения (1), (2)).

Заметим, что задача непараметрической идентификации относится к некорректно поставленным задачам (НПЗ), где решение может не существовать, быть не единственным и не устойчивым к погрешностям задания исходных данных [5].

Для вычисления устойчивого единственного решения НПЗ используются различные (детерминированные или статистические) регуляризирующие алгоритмы (РА) [5, 6]. Для применения РА исходное уравнение (1) или аппроксимируют системой линейных алгебраических уравнений с плохо обусловленной матрицей, или заменяют дискретной сверткой и строят РА на основе дискретного преобразования Фурье (подробнее см. [6, 7]). К сожалению, эти подходы к построению РА неприемлемы для рассматриваемой задачи идентификации. Во-первых, два входных сигнала (для ПС1 и всей системы в целом) являются функцией Хэвисайда, и это вызывает проблемы при применении дискретного преобразования Фурье. Во-вторых, входные сигналы для ПС2, ПС3 содержат случайные погрешности, которые эффективно не учитываются при построении РА вышеназванными подходами (в лучшем случае при выборе параметра регуляризации – принцип обобщенной невязки).

Поэтому основной целью данной работы является **построение устойчивых алгоритмов непараметрической идентификации сложных систем с различными типами экспериментальных сигналов**. Для этого решаются две задачи.

Задача 1. Построение эффективного алгоритма непараметрической идентификации, когда входной сигнал идентифицируемой системы задается функцией Хэвисайда (обозначим его как алгоритм идентификации 1, или АИ1).

Задача 2. Построение эффективного алгоритма непараметрической идентификации для произвольного входного сигнала идентифицируемой системы (обозначим как АИ2).

При решении этих двух задач предполагается, что соответствующие сигналы регистрируются со случайными погрешностями – шумами измере-

ний (см. (4)). Это обуславливает при вычислении первых производных сигналов (используемых в алгоритмах идентификации) применение сглаживающих кубических сплайнов как средства для эффективной фильтрации шумов измерений. Основные понятия, необходимые для применения сглаживающих кубических сплайнов в алгоритмах идентификации, будут приведены позже.

2. АЛГОРИТМ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ 1 (АИ1)

Предположим, что идентифицируемая система является стационарной и в качестве математической модели принято интегральное уравнение (1). Во многих практических схемах идентификации ИПФ такой системы на ее вход подается функция Хэвисайда. Для такого входного сигнала можно показать [4], что

$$k(t) = \frac{d}{dt} f_H(t), \quad t \in [0, T], \quad (5)$$

где $f_H(t)$ – выходной сигнал (реакция системы), если на вход подана функция Хэвисайда. Несмотря на хорошо разработанные алгоритмы численного дифференцирования, использование (5) на практике связано с той же проблемой некорректности, что и при решении уравнения (1), так как операция дифференцирования является некорректно поставленной задачей [5]. Чаще всего это проявляется в неустойчивости операции дифференцирования, когда даже небольшой уровень шума регистрации выходного сигнала вызывает очень большие ошибки в полученной (на основе (5)) оценке ИПФ. Для получения устойчивой оценки ИПФ зарегистрированный (с ошибками измерения) сигнал $\tilde{f}_H(t)$ необходимо первоначально сгладить (т. е. отфильтровать шум), а затем применить операцию дифференцирования. Часто на практике для этих целей используют (из-за их простоты построения и наличия соответствующего программного обеспечения в ряде математических пакетов) сглаживающие кубические сплайны (СКС) [8–10].

Предположим, что зарегистрированный в узлах $0 = t_1 < t_2 < \dots < t_N = T$ зашумленный выходной сигнал \tilde{f}_{H_i} допускает представление (см. (4)): $\tilde{f}_{H_i} = f_H(t_i) + \eta_i$, $i = 1 \dots N$, где η_i – шум с нулевым средним и дисперсией σ_η^2 . Для сглаживания зашумленных значений $\{\tilde{f}_{H_i}\}$ обратимся к СКС. Напомним, что СКС $S_{f,\alpha}(t)$ на каждом отрезке $[t_i, t_{i+1})$, $i = 1 \dots N - 1$, представляет собой полином третьей степени вида [8, 9]

$$S_{f,\alpha}(x) = a_i + b_i(t - t_i) + c_i(t - t_i)^2 + d_i(t - t_i)^3 \quad (6)$$

и является дважды непрерывно дифференцируемым на всем интервале $[0, T]$. Для однозначного вычисления коэффициентов СКС a_i, b_i, c_i, d_i

задают левые и правые краевые условия [9, 10]. Было показано [11], что в задаче параметрической идентификации целесообразно задавать не естественные краевые условия вида $S'_{f,\alpha}(t_1) = S'_{f,\alpha}(t_N) = 0$ [12], а первые производные:

$$S'_{f,\alpha}(t_1) = s1, \quad S'_{f,\alpha}(t_N) = sN, \quad (7)$$

где $s1, sN$ – задаваемые значения (чаще всего нулевые) идентифицируемой ИПФ на концах интервала $[0, T]$. Показано [8, 13], что СКС с такими краевыми условиями доставляет минимальное значение функционалу:

$$F_\alpha(S) = \alpha \int_{t_1}^{t_N} |S'_{f,\alpha}(t)|^2 dt + \sum_{i=1}^n p_i^{-1} (\tilde{f}_{H_i} - S_{f,\alpha}(t_i))^2, \quad (8)$$

где $p_i^{-1}, i=1 \dots N$ – весовые множители (задаются пропорционально дисперсии шума измерения $\sigma_{\eta_i}^2$). Как видно из (8), СКС (в отличие от интерполяционного) не проходит через значения \tilde{f}_{H_i} , и поэтому он используется для фильтрации (сглаживания) зашумленных значений. Параметр сглаживания α «управляет» гладкостью сплайна (а следовательно, и ошибкой сглаживания), и, меняя параметр сглаживания α в интервале $[0, \infty)$, можно варьировать ошибку сглаживания. Так, при $\alpha = 0$ сглаживающий сплайн становится интерполяционным (т. е. проходит через все заданные точки \tilde{f}_{H_i} , и фильтрация шума измерения отсутствует). При $\alpha \rightarrow \infty$ СКС вырождается в прямую линию (эффект переглаживания зашумленных данных). Величину параметра сглаживания, минимизирующего среднеквадратическую ошибку (СКО) сглаживания [13], назовем оптимальным параметром и обозначим α_{opt} . Позже будет рассмотрен один алгоритм оценивания α_{opt} на основе проверки статистических гипотез об оптимальности того или иного значения параметра сглаживания. Вычисленная оценка (обозначим ее как α_W) с приемлемой точностью оценивает α_{opt} , и в дальнейшем предполагается, что СКС строится при $\alpha = \alpha_W$.

Сам алгоритм вычисления коэффициентов СКС при заданном α и краевых условиях (7) подробно изложен в работах [8, 13] и здесь не приводится. Только заметим, что первоначально из решения системы линейных алгебраических уравнений с пятидиагональной матрицей находится вектор значений второй производной СКС в узлах сплайна, через который затем вычисляются все коэффициенты, входящие в представление (6).

Таким образом, нахождение оценки $\hat{k}_\alpha(\tau)$ на основе соотношения (5) сводится к построению СКС по зарегистрированным значениям \tilde{f}_{H_i} ,

$i = 1 \dots N$, с краевыми условиями (7) и вычислению первой производной СКС, т. е.

$$\hat{k}_\alpha(\tau) = \frac{d}{d\tau} S_{f, \alpha_W}(\tau). \quad (9)$$

Из (6) непосредственно следует выражение для первой производной СКС:

$$\frac{d}{d\tau} S_{f, \alpha_W}(\tau) = S'_{f, \alpha_W}(\tau) = b_i + 2c_i(\tau - t_i) + 3d_i(\tau - t_i)^2, \quad (10)$$

если $t_i \leq \tau < t_{i+1}$.

В качестве иллюстрации эффективности работы изложенного алгоритма идентификации приведем некоторые результаты решения задачи идентификации ПС1 (подсистема «Воздухонагреватель»). На вход этой системы подавалась функция Хэвисайда (3), зарегистрированные значения \tilde{f}_{1H_i} , $i = 1 \dots N$, показаны на рис. 3 точечной кривой. Следует заметить, что выходной сигнал $f_{1H}(t)$ имеет запаздывание (по сравнению с входным сигналом), равное $\tau_{z1} = 18$ мс, но это запаздывание на рис. 3 не показано.

Очевидно, что наличие значительных погрешностей (относительный уровень примерно 5 %) приведет к большим ошибкам идентификации при вычислении производной по интерполяционному сплайну (который не осуществляет фильтрацию шума измерения выходного сигнала). На рис. 4 точечной кривой показаны значения такой оценки $\hat{k}_0(\tau)$. Видны осцилляции, обусловленные шумами измерения выходного сигнала и являющиеся характерной приметой неустойчивого решения некорректно поставленной задачи идентификации ИПФ.

Для получения устойчивой оценки ИПФ по этим же исходным данным была разработана следующая методика. Если значение первой производной справа можно обоснованно задать равным нулю, т. е. $S'_{f, \alpha_W}(t_N) = 0$, то значение $k(0)$ априори не известно. Поэтому первоначально строился СКС со смешанными краевыми условиями $S''_{f, \alpha_W}(0) = 0$, $S'_{f, \alpha_W}(t_N) = 0$ и параметром сглаживания $\alpha = \alpha_W$, первая производная этого сплайна бралась в качестве «стартовой» оценки $\hat{k}_{\alpha_W}^{(0)}(\tau)$. Затем строился набор из десяти СКС, у которых менялись только значение левого краевого условия (из некоторой окрестности значения $\hat{k}_{\alpha_W}^{(0)}(0)$), и из этого набора «регуляризованных» ИПФ выбиралась «наилучшая» оценка $\hat{k}_{\alpha_W}(\tau)$, имеющая наименьшую величину функционала $\sum_{i=1}^N (\hat{h}_{\alpha_W}(t_i) - \tilde{f}_{1H_i})^2$, где $\hat{h}_{\alpha_W}(t_i) = \int_0^{t_i} \hat{k}_{\alpha_W}(\tau) d\tau$ – прогнозные значения выходного сигнала ПС1.

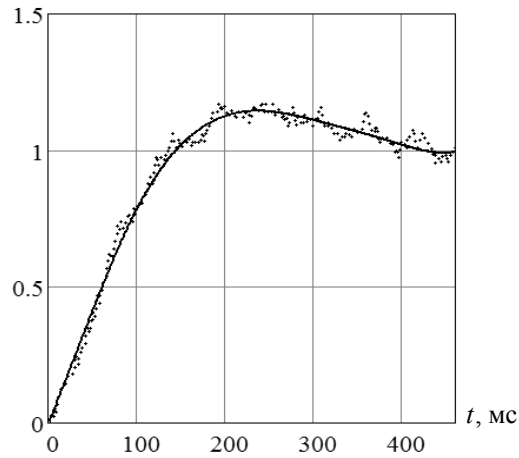


Рис. 3. Выходные сигналы ПС1

Fig. 3. Output signals of subsystem 1

На рис. 4 сплошной кривой показаны значения такой оценки $\hat{k}_{\alpha W}(\tau)$. Видно отсутствие шумовых осцилляций и хорошее согласие с априорным представлением об идентифицируемой ИПФ как о достаточно гладкой функции. На рис. 3 сплошной кривой показаны значения $\hat{h}_{\alpha W}(t_i)$, вычисленные по наилучшей $\hat{k}_{\alpha W}(\tau)$. Видно, что такой «прогнозный» выходной сигнал представляет собой «хорошо» сглаженные значения измеренного выходного сигнала, что косвенно подтверждает адекватность построенной ИПФ экспериментальным данным.

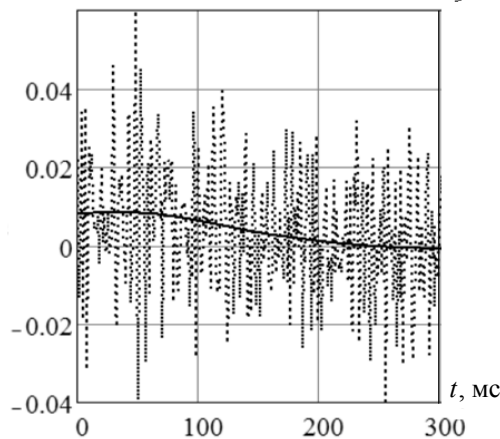


Рис. 4. Оценки ИПФ ПС1

Fig. 4. Impulse response estimates in subsystem 1

Этот факт и характер вычисленной оценки ИПФ $\hat{k}_{\alpha_W}(\tau)$ позволяет говорить об эффективности предложенного алгоритма идентификации ИПФ, когда на вход идентифицируемой системы подается прямоугольный сигнал (типа функции Хэвисайда).

3. АЛГОРИТМ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ 2 (АИ2)

Изложим этот алгоритм идентификации, следуя результатам работы [6, 14] и обобщая их для решения задачи идентификации сложных систем.

Дифференцируя уравнение (1) по переменной t и выполнив несложные преобразования, приходим к интегральному уравнению Вольтерра II рода

$$k(t) + \frac{1}{\varphi(0)} \int_0^t \varphi'(t-\tau)k(\tau)d\tau = \frac{f'(t)}{\varphi(0)}, \quad t \in [0, T], \quad (11)$$

решение которого уже является корректно поставленной задачей. Однако построение алгоритма оценивания $k(t)$ из этого уравнения сталкивается со следующими основными трудностями: дифференцирование зашумленных входного и выходного сигналов идентифицируемой системы; вычисление интеграла свертки с наименьшими ошибками интегрирования для уменьшения общей систематической ошибки алгоритма идентификации. Для преодоления этих трудностей вновь обратимся к математическому аппарату СКС.

Будем считать, что по зашумленным значениям входного и выходного сигналов идентифицируемой системы

$$\tilde{\varphi}_i = \varphi(t_i) + \xi_i, \quad \tilde{f}_i = f(t_i) + \eta_i, \quad i = 1 \dots N, \quad (12)$$

где ξ_i, η_i – случайные погрешности регистрации сигналов с дисперсиями $\sigma_{\xi}^2, \sigma_{\eta}^2$ соответственно, построены СКС $S_{\varphi, \alpha_W}(t), S_{f, \alpha_W}(t)$ с производными $S'_{\varphi, \alpha_W}(t), S'_{f, \alpha_W}(t)$. Далее обратимся к интегралу свертки, входящему в это уравнение. Для его дискретизации предположим, что на каждом интервале $[t_j, t_{j+1})$ ИПФ $k(t)$ постоянна и равна $\hat{k}_j = k(t_j), j = 1 \dots N-1$. Тогда интеграл свертки в (11) будем аппроксимировать суммой:

$$\int_{t_1=0}^{t_i} S'_{\varphi, \alpha_W}(t_i - \tau)k(\tau)d\tau \approx \sum_{j=1}^{i-1} \hat{k}_j \left[\int_{t_j}^{t_{j+1}} S'_{\varphi, \alpha_W}(t_i - \tau)d\tau \right], \quad i = 2 \dots N. \quad (13)$$

Введем в рассмотрение треугольную матрицу Φ' размером $(N-1) \times (N-1)$ с элементами:

$$\Phi'_{i,j} = \begin{cases} \int_{t_j}^{t_{j+1}} S'_{\varphi,\alpha}(t_{i+1}-\tau)d\tau, & \text{если } j \leq i, \\ t_j & \\ 0, & \text{если } j > i, \end{cases} \quad (14)$$

где $i=1 \dots N-1$, $j=1 \dots N-1$. Штрих в обозначении матрицы указывает, что ее элементы вычисляются через первую производную СКС. Тогда правую часть в формуле (13) можно представить в виде

$$\int_{t_1=0}^{t_{i+1}} S'_{\varphi,\alpha_W}(t_{i+1}-\tau)k(\tau)d\tau = \sum_{j=1}^{N-1} \Phi'_{i,j} \hat{k}_j, \quad i=1, \dots, N-1, \quad (15)$$

где $\Phi'_{i,j}$ – i -, j -элемент матрицы Φ' . В дальнейшем предполагается, что шаг дискретизации по времени постоянный и равен Δ_t , а моменты регистрации $t_i = (i-1)\Delta_t$, $i=1, \dots, N$. Тогда можно доказать следующее равенство:

$$\int_{t_j}^{t_{j+1}} S'_{\varphi,\alpha_W}(t_{i+1}-\tau)d\tau = \int_{t_k}^{t_{k+1}} S'_{\varphi,\alpha_W}(\tau)d\tau, \quad (16)$$

где $k=i-j+1$. С учетом этого равенства элементы матрицы (14) можно переписать в виде

$$\Phi'_{i,j} = \begin{cases} \int_{t_{i-j+1}}^{t_{i-j+2}} S'_{\varphi,\alpha}(\tau)d\tau, & \text{если } j \leq i, \\ t_{i-j+1} & \\ 0, & \text{если } j > i, \end{cases} \quad (17)$$

где $i=1 \dots N-1$, $j=1 \dots N-1$. Используя тождество (16), интеграл от производной $S'_{\varphi,\alpha_W}(\tau)$ СКС при вычислении элементов матрицы Φ' (см. (17)) можно определить по формуле

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}} S'_{\varphi,\alpha_W}(\tau)d\tau = b_k \Delta_t + c_k \Delta_t^2 + d_k \Delta_t^3, \quad (18)$$

что существенно упрощает вычисление элементов матрицы Φ' .

Заметим, что полученная квадратурная формула (18) позволяет достаточно точно и эффективно вычислять значения интегралов, тем самым уменьшая методическую ошибку предлагаемого алгоритма дискретизации уравнения (11).

Сформируем векторы:

$$\hat{f}' = \begin{bmatrix} S'_{f,\alpha_W}(t_1) \\ \dots \\ S'_{f,\alpha_W}(t_{N-1}) \end{bmatrix}, \quad \hat{k}_\alpha = \begin{bmatrix} \hat{k}_{\alpha_1} \\ \dots \\ \hat{k}_{\alpha_{N-1}} \end{bmatrix}.$$

Тогда уравнение (11) можно аппроксимировать следующей системой линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) вида

$$\left(I + \frac{1}{S_{\varphi,\alpha_W}(t_1)} \Phi' \right) \hat{k}_\alpha = \frac{1}{S_{\varphi,\alpha_W}(t_1)} \hat{f}', \quad (19)$$

где I – единичная матрица размером $(N-1) \times (N-1)$. Решая эту систему, получаем вектор \hat{k}_α , проекции которого являются оценками для значений $k(t_i)$, $i = 1 \dots N-1$, идентифицируемой ИПФ системы.

Следует сказать, что СЛАУ (19) имеет хорошо обусловленную матрицу (число обусловленности матрицы системы не превышает нескольких десятков), и точность идентификации определяется только ошибками дифференцирования входного (элементы матрицы Φ') и выходного (проекции вектора \hat{f}') сигналов. Вычисление параметра сглаживания в используемых СКС на основе критерия оптимальности (приводимого ниже) дает определенную уверенность в минимальных ошибках вычисления производных от зашумленных входного и выходного сигналов идентифицируемой системы, а следовательно, на наименьшую ошибку идентификации ИПФ в целом.

Покажем работу изложенного алгоритма идентификации на примере оценивания ИПФ ПС2 «Вентилятор». Входным сигналом этой подсистемы в процедуре идентификации является выходной сигнал $f_{1H}(t)$ ПС1 (см. рис. 2), а регистрируются значения $\tilde{f}_{1H_i} = f_{1H}(t_i) + \eta_1(t_i)$, $i = 1 \dots N$. Однако эти значения были сглажены СКС $S_{f_{1H},\alpha_W}(t)$ при идентификации ПС1, и эти сглаженные данные $\hat{f}_{2_i} = S_{f_{1H},\alpha_W}(t_i)$, $i = 1 \dots N$, (см. рис. 3 – сплошная кривая) будут рассматриваться как значения входного сигнала при идентификации ПС2 рассматриваемой сложной системы (см. рис. 1). Первая производная сплайна $S_{f_{1H},\alpha_W}(t)$ участвует в формировании матрицы Φ' СЛАУ (18). Регистрируемые значения $\tilde{f}_{2_i} = f_2(t_i) + \eta_2(t_i)$, $i = 1 \dots N$ выходного сигнала ПС2 (см. рис. 2) также содержат шумы измерения, и для их фильтрации строится СКС $S_{f_2,\alpha_W}(t)$. По этому сплайну вычисляется вектор первых производных \hat{f}'_2 , который входит в правую часть СЛАУ (18). Решая систему (18), определяем оценку \hat{k}_{2_α} для ИПФ ПС2. На рис. 5 показаны значения двух оценок ИПФ: точечной кривой – ИПФ, когда вектор производных \hat{f}'_2 вычис-

лялся по интерполяционному сплайну (т. е. без сглаживания выходного сигнала); сплошной кривой – ИПФ, построенная по сглаживающему сплайну. Видно, что вторая ИПФ уже не содержит шумовых осцилляций и в полной мере отвечает качественным априорным представлениям о форме и гладкости ИПФ ПС2 «Вентилятор».

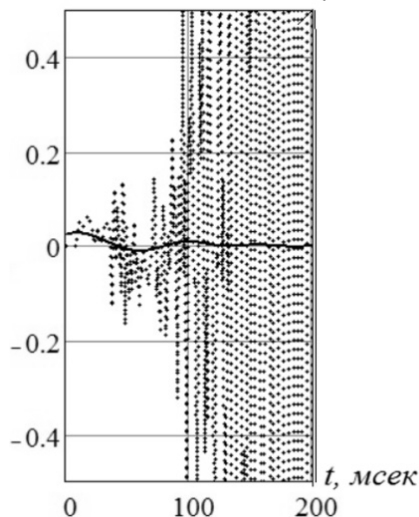


Рис. 5. Оценки ИПФ ПС2

Fig. 5. Impulse response estimates in subsystem 2

4. АЛГОРИТМ ВЫБОРА ПАРАМЕТРА СГЛАЖИВАНИЯ СКС

В работе [11] было показана эффективность использования СКС как способ фильтрации шумов различной статистической природы. Однако выбор параметра сглаживания остается решающим моментом в приведенных алгоритмах идентификации. В работе [13] для сглаживания зашумленных данных были рассмотрены несколько алгоритмов выбора параметра сглаживания. Показано, что эффективной (наилучшей) оценкой для α_{opt} является величина α_W , вычисленная на основе статистического критерия оптимальности фильтрации зашумленных данных. В работе [11] было показано, что величина параметра α_W может также использоваться и при вычислении первой производной от экспериментальных данных, искаженных шумами различной статистической природы. Обоснование критерия оптимальности и его свойства подробно изложены в работах [6, 13]. Здесь приведем только конечные соотношения, необходимые для вычисления оценки α_W .

Введем в рассмотрение статистику

$$\rho_W(\alpha) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \tilde{f}_i e_i, \quad (20)$$

где $e_i = \tilde{f}_i - S_{f,\alpha}(t_i)$ – невязка i -го измерения. Доказано, что если $\rho_W(\alpha)$ при некотором значении α удовлетворяет неравенству

$$\nu_{\frac{\beta}{2}, N} \leq \rho_W(\alpha) \leq \nu_{1-\frac{\beta}{2}, N}, \quad (21)$$

то такое значение можно принять в качестве оценки для α_{opt} (обозначим это значение как α_W). В неравенстве (21) величины $\nu_{\frac{\beta}{2}, N}$, $\nu_{1-\frac{\beta}{2}, N}$ – квантили χ^2 -распределения с N степенями свободы уровней $\frac{\beta}{2}$, $1-\frac{\beta}{2}$ соответственно. Величина β определяет вероятность ошибки первого рода при проверке гипотезы об оптимальности оценки α_W и, как правило, $\beta = 0,05$. Если $N \geq 30$, то квантили $\nu_{\frac{\beta}{2}, N}$, $\nu_{1-\frac{\beta}{2}, N}$ для $\beta = 0,05$ можно приближенно вычислять по формулам

$$\nu_{0,025, N} = N - 1,96\sqrt{2N}, \quad \nu_{0,975, N} = N + 1,96\sqrt{2N}.$$

Заметим, что вычисление α_W сводится к решению нелинейного уравнения

$$\rho_W(\alpha) = N \quad (21)$$

итерационными алгоритмами. В качестве α_W принимается очередное приближенное решение $\alpha^{(n)}$, которое удовлетворяет неравенству (21). Даже «медленные» итерационные алгоритмы (например, метод дихотомии) вычисляли значение α_W не более чем за 5 итераций. Выполненные исследования точности оценки α_W [13] показали, что сплайн, построенный при $\alpha = \alpha_W$, имеет:

а) ошибку сглаживания, незначительно (на 5...8 %) превышающую ошибку сглаживания при параметре $\alpha = \alpha_{opt}$ (который можно найти только в вычислительном эксперименте);

б) ошибку сглаживания, значительно (на 15...35 %) меньше по сравнению с другими способами выбора параметра (подробнее см. [9, 10, 13]).

Всё это позволяет сделать вывод о целесообразности использования сглаживающего сплайна с $\alpha = \alpha_W$ для устойчивого вычисления первых производных входного и выходного сигналов идентифицируемой системы. В качестве подтверждения этого вывода приведем (рис. 6) следующие графики из работы [11]: сплошная кривая – относительная ошибка сглаживания данных, искаженных равномерным шумом с относительным уровнем $\delta_\eta = 0,10$; штриховая кривая – относительная ошибка дифференцирова-

ния, штрих-точечная кривая – значения $\rho_W(\alpha)$; точечные прямые – квантили $\cup_{0,025;180}$, $\cup_{0,975;180}$. Значения α , для которых $\rho_W(\alpha)$ находится между точечными прямыми (т. е. удовлетворяется неравенство (20)), могут быть приняты в качестве оценки α_W для оптимального параметра сглаживания, и эти значения находятся в области минимальной ошибки сглаживания и дифференцирования.

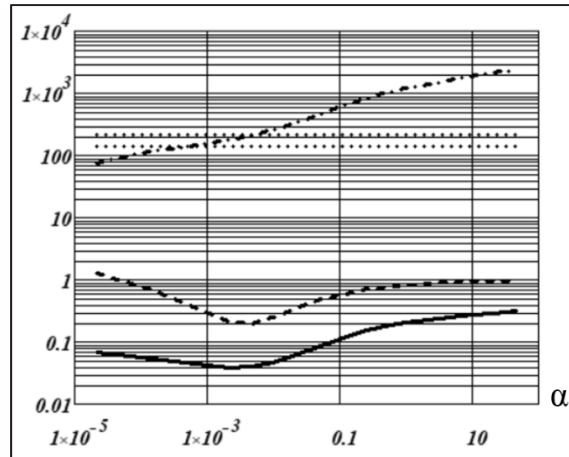


Рис. 6. Свойства оптимальности параметра сглаживания α_W

Fig. 6. The optimality of the smoothing parameter α_W

Изложенный алгоритм выбора параметра сглаживания требует достоверного задания дисперсии шума измерения σ_{η}^2 (см. (19)). В реальном эксперименте такая априорная информация может отсутствовать, и в этом случае можно использовать эффективную оценку дисперсии, вычисляемую на основе дискретного преобразования Фурье зашумленного сигнала и подробно исследованную в работе [15].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Непараметрическая идентификация сложных динамических систем является весьма сложной для практики задачей. С одной стороны, это обусловлено некорректностью задачи решения интегрального уравнения первого рода, с другой стороны, разными типами входных и выходных сигналов идентифицируемых систем. Предлагаемые в работе алгоритмы идентификации позволяют в полной мере учитывать эти особенности и осуществлять устойчивую непараметрическую идентификацию как отдельных составляющих, так и всей системы в целом. Используемый при этом аппарат сглаживающих кубических сплайнов дает возможность построить эффективный алгоритм фильтрации шумов измерений входного и выходного сигналов системы различной статистической природы. Приводимые результаты решения практи-

ческой задачи идентификации сложной системы «воздухонагреватель–вентилятор–помещение» позволяют рекомендовать изложенные алгоритмы для идентификации импульсных переходных функций других сложных стационарных систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мансуров Р.Ш., Рудяк В.Я. Переходные процессы в системе нагреватель–вентилятор при изменении режима работы вентилятора // Известия высших учебных заведений. Строительство. – 2019. – № 3. – С. 50–63. – DOI: 10.32683/0536-1052-2019-723-3-50-63.
2. Мансуров Р.Ш., Рудяк В.Я. Экспериментальное изучение процессов теплообмена при переменных режимах работы системы воздухонагреватель–вентилятор // XXXV Сибирский теплофизический семинар : тезисы докладов Всероссийской конференции с элементами научной школы для молодых ученых. – Новосибирск, 2019. – С. 216.
3. Мансуров Р.Ш., Рудяк В.Я. Экспериментальное изучение переходных процессов в системе нагреватель–вентилятор–помещение // Известия высших учебных заведений. Строительство. – 2018. – № 10. – С. 37–50.
4. Сидоров Д.Н. Методы анализа интегральных динамических моделей: теория и приложения. – Иркутск: Изд-во ИГУ, 2013. – 293 с.
5. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1986. – 285 с.
6. Воскобойников Ю.Е. Устойчивые алгоритмы непараметрической идентификации динамических систем. – Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2019. – 160 с.
7. Воскобойников Ю.Е. Устойчивые алгоритмы решения обратных измерительных задач. – Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2007. – 184 с.
8. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. – М.: Наука, 1980. – 345 с.
9. Wang Y. Smoothing splines: methods and applications. – Boca Raton, FL: CRC Press, 2011. – 347 p. – (Monographs on Statistics and Applied Probability; vol. 121).
10. Wahba G. Smoothing noisy data with spline functions system // Numerische Mathematik. – 1975. – Vol. 24, N 5. – P. 383–393.
11. Воскобойников Ю.Е., Боева В.А. Исследования эффективности использования сглаживающих кубических сплайнов в задачах непараметрической идентификации // Автоматика и программная инженерия. – 2019. – № 4 (30). – С. 56–64.
12. Балк П.И., Долгаль А.С. Сплайн-сглаживание экспериментальных данных при нулевом медианном значении помех // Автоматика и телемеханика. – 2017. – № 6. – С. 138–156.
13. Воскобойников Ю.Е., Преображенский Н.Г., Седельников А.И. Математическая обработка эксперимента в молекулярной газодинамике. – Новосибирск : Наука, 1984. – 238 с.
14. Воскобойников Ю.Е., Боева В.А. Новый устойчивый алгоритм непараметрической идентификации технических систем // Современные наукоемкие технологии. – 2019. – № 5. – С. 25–29.
15. Воскобойников Ю.Е., Крысов Д.А. Оценивание характеристик шума измерения в модели «сигнал+шум» // Автоматика и программная инженерия. – 2018. – № 3 (25). – С. 54–61.

Воскобойников Юрий Евгеньевич, выпускник кафедры автоматки НГТУ (НЭТИ), доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой прикладной математики Новосибирского государственного архитектурно-строительного университета (Сибстрин), профессор кафедры автоматки Новосибирского государственного технического университета. Заслуженный работник Высшей школы РФ. Основное направление научных исследований – методы и алгоритмы решения некорректных задач интерпретации экспериментальных данных, методы и алгоритмы фильтрации сигналов и изображений.

Является автором более 280 научных работ, в том числе пяти научных монографий по решению некорректно поставленных задач. E-mail: voscob@mail.ru.

Боева Василиса Андреевна, выпускница кафедры автоматике НГТУ (НЭТИ), аспирант Новосибирского государственного архитектурно-строительного университета (Сибстрин) по профилю «Системный анализ, управление и обработка информации», ассистент кафедры прикладной математики Новосибирского государственного архитектурно-строительного университета (Сибстрин). Основное направление научных исследований – методы и алгоритмы непараметрической идентификации реальных технических систем. Является автором 18 научных статей. E-mail: v.boyeva@sibstrin.ru.

Voskoboynikov Yuri E., graduate of the Department of Automation of NSTU (NETI), Doctor of Physics and Mathematics, Head of the Department of Applied Mathematics in the Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin), professor at the Department of Automation in the Novosibirsk State Technical University. Honored Worker of the Higher School of the Russian Federation. The main area of his scientific research is methods and algorithms for solving ill-posed problems of interpreting experimental data; methods and algorithms for filtering signals and images. He is the author of over 280 scientific papers, including 5 scientific monographs on solving ill-posed problems. E-mail: voscob@mail.ru.

Boeva Vasilisa A., post-graduate student in “System analysis, control and data interpretation”; teaching assistant, Department of Applied Mathematics, Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin). Her research interests are currently focused on non-parametric identification methods and algorithms for real engineering systems. She has 18 scientific articles. E-mail: v.boyeva@sibstrin.ru.

DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-47-64

Non-parametric identification algorithms for complex engineering systems*

Yu.E. VOSKOBONIKOV^{1,2,a}, V.A. BOEVA^{1,b}

¹ *Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin), 113 Leningradskaja Street, Novosibirsk, 630008, Russian Federation*

² *Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation*

^a *voscob@mail.ru* ^b *v.boyeva@sibstrin.ru*

Abstract

In a practice, it often happens that complex engineering systems consist of several interconnected different-type simpler subsystems. An adequate model formulation for every subsystem is impractical due to the complexity of physical processes proceeding in the subsystem. In such cases, a non-detailed black-box model is commonly used. For stationary linear systems (or subsystems), the connection between an input and an output of the black-box is defined by the Volterra integral equation of the first kind with an undetermined difference kernel also known as an impulse response in the automatic control theory. It is necessary to evaluate the unknown impulse response to use the black-box model. This statement is a non-parametric identification problem. For complex systems, the problem needs to be solved both for a whole system and for every isolated subsystem that makes identification substantially complex. Formally, impulse response evaluation is a solution of the integral equation of the first kind for its kernel over registered noise-contaminated discrete input and output values. This problem is ill-

* Received 14 August 2020.

Acknowledgments: The reported study was funded by RFBR, project number 20-38-90041.

posed because of possible solution instability regarding measurement noises in initial data. To find a unique stable solution regularizing algorithms are used, but specific input and output signals in impulse response identification experiments do not allow applying computational methods of these algorithms (system of linear equations or discrete Fourier transformation). In this paper, the authors propose two specific-considering identification algorithms for complex engineering systems. In these algorithms, smoothing cubic splines are used for stable calculation of first derivatives of identified system signals. The results of the complex “Heater-Blower-Room” system identification prove the efficiency of algorithms proposed.

Keywords: non-parametric identification problem, integral Volterra equation of the first kind, integral Volterra equation of the second kind, ill-posed problems, smoothing cubic splines, stable identification algorithms, optimal smoothing parameter evaluation, solution of the practical complex system identification problem

REFERENCES

1. Mansurov R.Sh., Rudyak V.Ya. Perekhodnye protsessy v sisteme nagrevatel'-ventilyator pri izmenenii rezhima raboty ventilyatora [Transient processes in the system the heater-fan when changing the operating mode of the fan]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Stroitel'stvo = News of higher educational institutions. Construction*, 2019, no. 3, pp. 50–63. DOI: 10.32683/0536-1052-2019-723-3-50-63.
2. Mansurov R.Sh., Rudyak V.Ya. [Experimental study of heat exchanging processes when system heater-fan changing operation]. *XXXV Sibirskii teplofizicheskii seminar : tezisy dokladov Vserossiiskoi konferentsii s elementami nauchnoi shkoly dlya molodykh uchenykh* [Proceedings All-Russian conference “XXXV Siberian thermophysical seminar”]. Novosibirsk, 2019, p. 216. (In Russian).
3. Mansurov R.Sh., Rudyak V.Ya. Eksperimental'noe izuchenie perekhodnykh protsessov v sisteme nagrevatel'-ventilyator-pomeshchenie [Experimental study of transient processes in the system the heater-fan-room]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Stroitel'stvo = News of higher educational institutions. Construction*, 2018, no. 10, pp. 37–50.
4. Sidorov D.N. *Metody analiza integral'nykh dinamicheskikh modelei: teoriya i prilozheniya* [Analysis methods of integral dynamic models: theory and application]. Irkutsk, ISU Publ., 2013. 293 p.
5. Tikhonov A.N., Arsenin V.Ya. *Metody resheniya nekorrektnykh zadach* [Methods of ill-posed problems solution]. Moscow, Nauka Publ., 1986. 285 p.
6. Voskoboynikov Yu.E. *Ustoichivye algoritmy neparametricheskoi identifikatsii dinamicheskikh sistem* [Stable nonparametric identification algorithms of dynamic systems]. Novosibirsk, NGASU (Sibstrin) Publ., 2019. 160 p.
7. Voskoboynikov Yu.E. *Ustoichivye algoritmy resheniya obratnykh izmeritel'nykh zadach* [Stable algorithms for inverse problems solution]. Novosibirsk, NGASU (Sibstrin) Publ., 2007. 184 p.
8. Zav'yalov Yu.S., Kvasov B.I., Miroshnichenko V.L. *Metody spline-funktsii* [Methods of splines]. Moscow, Nauka Publ., 1980. 345 p.
9. Wang Y. *Smoothing splines: methods and applications*. Boca Raton, FL, CRC Press, 2011. 347 p.
10. Wahba G. Smoothing noisy data with spline functions system. *Numerische Mathematik*, 1975, vol. 24, no. 5, pp. 383–393.
11. Voskoboynikov Yu.E., Boeva V.A. Issledovaniya effektivnosti ispol'zovaniya sglazhivayushchikh kubicheskikh splineov v zadachakh neparametricheskoi identifikatsii [Researches of efficiency of using smoothing cubic splines on nonparametric identification problems]. *Avtomatika i programmaya inzheneriya = Automatics and Software Enginery*, 2019, no. 4 (30), pp. 56–64.
12. Balk P.I., Dolgal' A.S. Spline smoothing for experimental data under zero median of the noise. *Automation and Remote Control*, 2017, no. 6 (78), pp. 1072–1086. DOI: 10.1134/S000511791706008X. Translated from *Avtomatika i telemekhanika*, 2017, no. 6, pp. 138–156.

13. Voskoboynikov Yu.E., Preobrazhensky N.G., Sedelnikov A.I. *Matematicheskaja obrabotka jeksperimenta v molekularnoj gazodinamike* [Mathematical experiment proceeding in molecular gas dynamics]. Novosibirsk, Science Publ., 1984, 238 p.

14. Voskoboynikov Yu.E., Boeva V.A. Novyi ustoychivyi algoritm neparametricheskoi identifikatsii tekhnicheskikh sistem [New stable algorithm of nonparametric identification of technical systems]. *Sovremennye naukoemkie tekhnologii = Modern high technologies*, 2019, no. 5, pp. 25–29.

15. Voskoboynikov Yu.E., Krysov D.A. Otsenivanie kharakteristik shuma izmereniya v modeli "signal+shum" [Estimation of the noise measurement characteristics in the model "signal+noise"]. *Avtomatika i programmnyaya inzheneriya = Automatics and Software Enginery*, 2018, no. 3 (25), pp. 54–61.

Для цитирования:

Воскобойников Ю.Е., Боева В.А. Алгоритмы непараметрической идентификации сложных технических систем // Научный вестник НГТУ. – 2020. – № 4 (80). – С. 47–64. – DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-47-64.

For citation:

Voskoboynikov Yu.E., Boeva V.A. Algoritmy neparametricheskoi identifikatsii slozhnykh tekhnicheskikh sistem [Non-parametric identification algorithms for complex engineering systems]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2020, no. 4 (80), pp. 47–64. DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-47-64.

ИНФОРМАТИКА,
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА
И УПРАВЛЕНИЕ

INFORMATICS,
COMPPUTER ENGINEERING
AND CONTROL

УДК 004.054+658.512.6

DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-65-80

Оценка меры различия алгоритмов в многовариантной системе составления производственных планов*

Д.В. ГРУЗЕНКИН^а, А.С. КУЗНЕЦОВ^б, И.В. СЕЛЕЗНЕВ^с

660074, РФ, г. Красноярск, ул. Киренского, 26, Институт космических и информационных технологий, Сибирский федеральный университет

^а dgruzenkin@sfu-kras.ru ^б askuznetsov@sfu-kras.ru ^с seleznevigor2001@gmail.com

В процессе проектирования производственных планов одним из важных шагов является составление расписаний выполнения технологических операций. Расписание может составляться как вручную, так и с помощью программного обеспечения. Если расписание составляется программным средством, то для исключения возможных ошибок используют несколько алгоритмов генерации расписания. Набор таких алгоритмов называют «пачкой». В «пачку» целесообразно включать только различные алгоритмы. Это необходимо для исключения однотипных ошибок. Поэтому поиск клонов алгоритмов в «пачке» является актуальной производственной задачей. Для ее решения в ходе выполнения настоящей работы была разработана метрика диверсифицированности алгоритмов. Такая метрика численно (в процентах) определяет, насколько алгоритмы различны. Данная метрика основывается на характеристиках трасс выполнения алгоритмов. Трассы алгоритмов строятся в N -мерном пространстве по полученным точкам. Координатами точек трасс являются значения, с которыми работает алгоритм на каждом шаге своего выполнения или в каждой из контрольных точек выполнения алгоритма. Для подтверждения корректности работы данной метрики был поставлен эксперимент. В его рамках были вычислены характеристики трасс трех алгоритмов сортировки. На основании полученных характеристик были определены показатели для сравнения алгоритмов в метрическом пространстве. Эксперимент подтвердил эффективность использования метрики диверсифицированности для нахождения клонов в «пачке алгоритмов». Область применения данной метрики не ограничивается лишь поиском клонов. Она может быть применена как самостоятельный показатель качества программного обеспечения.

Ключевые слова: алгоритм, мера различия, метрика, диверсификация, метрика диверсифицированности, производственный план, составление расписания, диверсификация на уровне алгоритмов

* Статья получена 20 августа 2020 г.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-07-00226.

ВВЕДЕНИЕ

В процессе проектирования производственных планов одним из важных шагов является составление расписаний выполнения технологических операций, что особенно важно для мелкосерийного производства с изменяющимся портфелем заказов [1]. Расписание может составляться вручную или генерироваться автоматически при наличии соответствующих программных средств в соответствии с теми или иными алгоритмами. К настоящему моменту известно большое количество алгоритмов планирования технологических операций [2–6].

Введем понятие варианта расписания, под которым будем понимать алгоритмическое описание технологического расписания для случая одной машины. Отсюда можно сформулировать понятие многовариантного расписания, когда одно и то же расписание с одинаковыми ограничениями и (при необходимости) критериями оптимальности получено разными алгоритмами.

В производственных условиях проблемой является эффективное выявление логических ошибок в программной реализации того или иного алгоритма, применяемого для составления расписания. Это может выполняться разными способами, одним из которых является одновременное использование нескольких алгоритмов планирования («пачка алгоритмов»). При этом если для одного и того же входа алгоритмы выдают разные результаты, то делается вывод о наличии ошибки (ошибок) в одном или нескольких алгоритмах в «пачке». Благодаря этому в значительной мере повышается надежность программного средства планирования производственных процессов.

В случае, когда разрабатывается новый алгоритм планирования, он включается в состав «пачки» и проверяется на наличие логических ошибок описанным выше образом путем сравнения с базовыми алгоритмами. Однако в таком случае вероятно ситуация, когда «новый» алгоритм является «клоном» (копией) другого алгоритма, например, одного из базовых. Очевидно, такой алгоритм не должен представлять практического интереса. Отсюда возникает проблема выявления «клонов» в «пачке».

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕТРИКИ ДИВЕРСИФИЦИРОВАННОСТИ АЛГОРИТМОВ

Таким образом, для решения вышеописанной задачи необходимо ввести меру (метрику) различия алгоритмов в «пачке», которая однозначно в числовом виде определяла бы, насколько сравниваемые алгоритмы различны между собой. В качестве такой метрики может быть использована метрика из статьи [7].

Для определения метрики из [7] необходимо, чтобы каждый алгоритм во время своего выполнения на каждом своем шаге или в каждой контрольной точке фиксировал текущий набор данных, с которым работает. В качестве примера авторами используются алгоритмы сортировки одномерного массива, поэтому на каждом шаге фиксируется текущее состояние массива (порядок элементов в массиве). Каждое число в массиве является значением одной из координат в N -мерном пространстве, мерность пространства определяется количеством элементов в массиве. Из полученного набора точек в N -мерном пространстве строятся трассы выполнения всех алгоритмов.

В общем случае фиксируемый на каждом шаге (или в каждой контрольной точке) набор данных может содержать и различное количество значений, поэтому для определения метрики, описываемой в работе [7], будем за мерность метрического пространства брать наибольшее количество элементов, зафиксированных на каком-либо шаге любого из алгоритмов в «пачке», а недостающие координаты в других наборах данных будем заполнять нулями. Это справедливо, так как если мерность пространства одной точки больше, чем у другой, это значит, что все точки пространства с меньшей мерностью имеют одну и ту же координату (нулевую) в пространстве с большей мерностью. Как, например, при переводе двух точек на плоскости в трехмерное пространство может быть добавлено нулевое значение третьей координаты в декартовом пространстве, поскольку они в действительности лежат в одной плоскости и удалены по оси Z на одно и то же (нулевое) расстояние от начала координат по вертикали.

Метрика различия мультиверсий в мультиверсионном программном обеспечении на уровне алгоритмов позволяет определять следующие показатели для описания полученных трасс:

1) отношение мерности пространства точек к количеству точек (узлов) в трассе, т. е. условная скорость прохождения трассы

$$v = \frac{|S|}{|steps|},$$

где $|S|$ – мерность пространства точки, $|steps|$ – количество точек в трассе;

2) отношение количества общих отрезков у двух трасс к количеству ребер (отрезков) одной из трасс

$$S(V) = \frac{|SV|}{|V|},$$

где $|V|$ – количество ребер трассы 1, $|SV|$ – количество ребер трассы 1, совпадающих с ребрами трассы 2;

3) длина трасс (сумма расстояний между точками в евклидовом пространстве)

$$l = \sum_{i=1}^{|steps|-1} \sqrt{\sum_{k=1}^n (p_i^k - p_{i+1}^k)^2},$$

где l – длина всей трассы, $|steps|$ – количество точек в трассе, p_i – текущая точка трассы, p_{i+1} – следующая после текущей точка трассы, n – мерность точек, k – индекс измерения соответствующей точки;

4) отношение длины прямого пути от начальной до конечной точки и длины всей трассы:

$$I = \frac{l_{forward}}{l},$$

где $l_{forward}$ – длина прямого пути от первой до последней точки трассы, l – длина трассы [7];

5) отношение количества общих точек у двух трасс (по аналогии с пунктом 2) к количеству точек в одной из трасс:

$$S(E) = \frac{|SE|}{|E|},$$

где $|E|$ – количество точек трассы 1, $|SV|$ – количество точек трассы 1, совпадающих с точками трассы 2;

6) количество точек (узлов) в трассе;

7) количество отрезков (ребер) в трассе;

8) длина совпадающих отрезков двух трасс;

9) отношение длины совпадающих отрезков двух трасс к длине одной из них:

$$S(V) = \frac{l_{CV}}{l_i},$$

где l_{CV} – суммарная длина совпадающих ребер трасс 1 и 2, l_i – длина i -й трассы, $i = \overline{1, 2}$;

Показатели 1, 3, 4, 6 и 7 определяют индивидуальные характеристики трасс, которые могут относиться лишь к каждой конкретной трассе в отдельности. Их можно применять для сравнения трасс алгоритмов, однако в случае наличия различий в них данные показатели не смогут определить, насколько велики данные различия.

Показатели 2, 5, 8 и 9 определяют меру схожести двух трасс, причем показатель 8 (длина совпадающих отрезков у двух трасс) является абсолютным. Если использовать его и только его для сравнения трасс, нельзя в точности утверждать, насколько в действительности схожи трассы, как в случае с показателями 1, 3, 4, 6, 7. Показатели 2, 5 и 9 при этом отражают именно степень схожести двух сравниваемых трасс друг относительно друга. В случае нахождения такого отношения значения данных показателей будут лежать в промежутке от 0 до 1, значит, их легко перевести в процентный показатель, численно отражающий меру схожести двух трасс. Для нахождения меры различия полученный показатель схожести необходимо вычесть из 100 % или из единицы (в зависимости от выбранных единиц измерения):

$$D_i = 1 - S_i, \quad (1)$$

где D_i – мера диверсифицированности алгоритмов по i -му показателю; S_i – мера схожести алгоритмов, определяемая на основании i -го показателя трасс алгоритмов.

Несмотря на то что эти показатели подходят для решения прикладной задачи нахождения клонов алгоритмов в «пачке алгоритмов», поставленной в настоящей работе, мы полагаем, что для определения полноценной метрики различия алгоритмов их все-таки недостаточно. Поскольку при вводе данной метрики должны соблюдаться все аксиомы метрического пространства, в том числе и аксиома симметрии, расстояние от точки a до точки b должно быть таким же, как расстояние от b до a [8]. При использовании показателей 2, 5 и 9 эта аксиома нарушается, так как длина, количество отрезков (ребер) и ко-

личество точек (узлов) у двух сравниваемых трасс может быть различным, поэтому знаменатель у всех этих показателей будет различаться в зависимости от порядка, в котором мы сравниваем трассы.

Таким образом, для определения полноценной метрики диверсифицированности алгоритмов необходимо определить точку начала координат, чтобы находить удаленность каждого показателя трассы в метрическом пространстве относительно начала координат, а не относительно аналогичных показателей какой-то другой трассы. Иными словами, необходимо определить такую трассу гипотетического алгоритма, которая имела бы что-то общее с каждой из сгенерированных трасс алгоритмов, чтобы каждую из трасс алгоритмов можно было сравнивать с ней.

Такой трассой, с которой будет сравниваться каждая из трасс алгоритмов из «пачки», может стать минимальное дерево Штейнера [9]. Для его построения по имеющимся точкам на сегодняшний день разработано достаточно большое количество численных и аналитических методов, а также их программных реализаций. Такое дерево будет содержать все точки всех трасс исследуемых алгоритмов. Благодаря этому показатели трасс 2, 5 и 9 могут быть применены не для сравнения трасс двух конкретных алгоритмов, а для сравнения каждой трассы алгоритма из «пачки» с минимальным деревом Штейнера.

Таким образом, при использовании минимального дерева Штейнера для сравнения с ним трасс алгоритмов формулы показателей 2, 5 и 9 соответственно приобретают следующий вид.

Отношение количества общих отрезков (ребер) у сравниваемой трассы с минимальным деревом Штейнера к количеству ребер в минимальном дереве Штейнера:

$$S(V) = \frac{|SV|}{|V_{ST}|},$$

где $|V_{ST}|$ – количество ребер в минимальном дереве Штейнера; $|SV|$ – количество ребер трассы, совпадающих с ребрами минимального дерева Штейнера;

Отношение количества общих точек (узлов) у сравниваемой трассы и минимальным деревом Штейнера к количеству узлов в минимальном дереве Штейнера:

$$S(E) = \frac{|SE|}{|E_{ST}|},$$

где $|E_{ST}|$ – количество точек в минимальном дереве Штейнера; $|SE|$ – количество точек сравниваемой трассы, совпадающих с точками в минимальном дереве Штейнера;

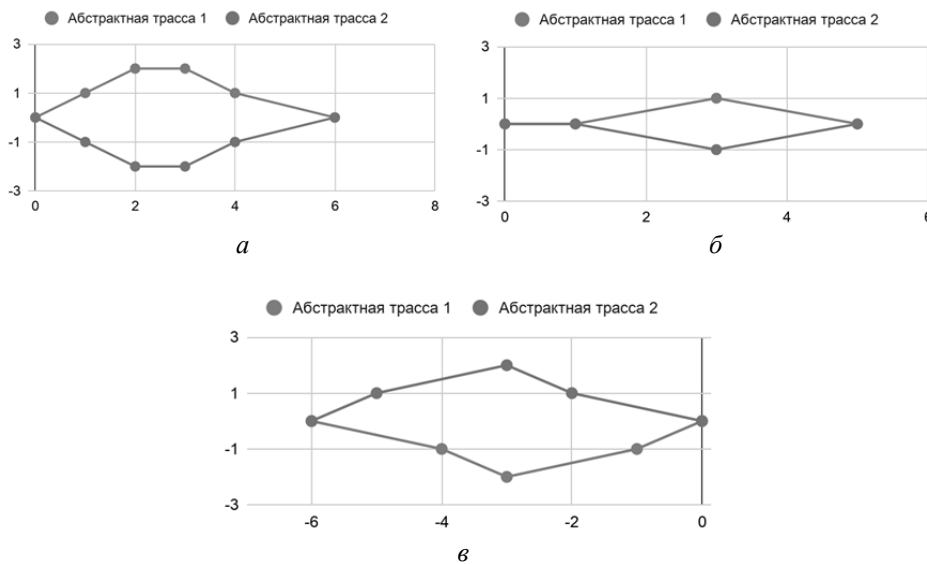
Отношение длины совпадающих отрезков у сравниваемой трассы и минимального дерева Штейнера к длине минимального дерева Штейнера:

$$S(V) = \frac{l_{CV}}{l_{ST}},$$

l_{CV} – суммарная длина совпадающих ребер трассы, сравниваемой с минимальным деревом Штейнера; l_{ST} – длина минимального дерева Штейнера.

Теперь, применяя измененные показатели, возможно определить удаленность трассы от минимального дерева Штейнера как от начала координат сразу по трем координатам. Таким образом может быть определено трехмерное метрическое пространство, в котором соблюдаются все аксиомы метрических пространств, в том числе и аксиома симметрии [8]. Соответственно, в таком пространстве уже может быть определена метрика схожести и диверсифицированности алгоритмов. Кроме того, в данное метрическое пространство могут быть добавлены и остальные вышеперечисленные показатели в качестве дополнительных координат по которым также может производиться сравнение. Получается девятимерное метрическое пространство, в котором мера различия алгоритмов может быть выражена численно.

При его применении на практике в представленном виде могут возникать неточности в случаях, когда сравниваемые алгоритмы имеют трассы одинаковой длины и с одинаковым количеством точек. Так, например, на рисунке приведены абстрактные гипотетические трассы прохождения алгоритмов в двумерном пространстве, которые по всем указанным выше параметрам будут считаться клонами, однако фактически ими не являются.



Трассы гипотетических алгоритмов в двумерном пространстве, которые схожи по всем показателям, но фактически не являются клонами

Traces of hypothetical algorithms in a two-dimensional space which are similar in all characteristics, but are not clones

Для исключения подобных неточностей целесообразно ввести несколько дополнительных показателей, определяющих характеристики трасс:

Отношение количества ребер сравниваемой трассы, совпадающих с ребрами всех других сравниваемых трасс, к среднему количеству ребер во всех сравниваемых трассах:

$$S(V_{Avg}) = \frac{|SV_j|}{|V_{AVE}|},$$

где $|V_{AVE}|$ – среднее количество ребер во всех сравниваемых трассах; $|SV_j|$ – количество ребер сравниваемой трассы, совпадающих с ребрами всех остальных сравниваемых трасс; $j = \overline{1, m}$, m – количество сравниваемых трасс;

11) отношение количества точек (узлов) сравниваемой трассы, совпадающих с точками всех других сравниваемых трасс, к среднему количеству узлов во всех сравниваемых трассах:

$$S(E_{Avg}) = \frac{|SE_j| - 2}{|E_{AVE}|},$$

где $|E_{AVE}|$ – среднее количество точек во всех сравниваемых трассах; $|SE_j|$ – количество точек сравниваемой трассы, совпадающих с точками всех других сравниваемых трасс; $j = \overline{1, m}$, m – количество сравниваемых трасс; 2 – количество точек, которые должны совпадать во всех трассах (точка начала и конца);

12) отношение длины совпадающих отрезков сравниваемой трассы и всех остальных сравниваемых трасс к средней длине всех сравниваемых трасс:

$$S(L_{Avg}) = \frac{l_j^S}{l_{AVE}}$$

где l_j^S – суммарная длина совпадающих ребер сравниваемой трассы с ребрами всех остальных сравниваемых трасс; l_{AVE} – средняя длина всех сравниваемых трасс.

Преимущество этих трех показателей перед описанными выше заключается в следующем. Мы полагаем, что здесь не просто какая-то из характеристик сравниваемой трассы соотносится с такой же характеристикой «точки начала координат». Вместо этого с началом координат соотносится именно та часть сравниваемой трассы, которая является общей для всех трасс алгоритмов из «пачки». Очевидно, что с помощью данных показателей можно сравнивать на различимость любое количество алгоритмов в «пачке», однако наиболее точные результаты будут давать при сравнении только двух алгоритмов.

Таким образом, итоговая мера схожести двух алгоритмов определяется как евклидово расстояние между точками в многомерном пространстве. Такими точками являются меры диверсифицированности по каждому из показателей трасс алгоритмов из «пачки», вычисленные по формуле (1):

$$D_A = \sqrt{\sum_{k=1}^n (D_k^1 - D_k^2)^2}, \quad (2)$$

где D_k^1 – мера диверсифицированности трассы 1 по k -му показателю; D_k^2 – мера диверсифицированности трассы 2 по k -му показателю.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Для апробации предложенной метрики диверсифицированности и проверки ее эффективности был проведен эксперимент, в рамках которого предполагалось использование одной сортировочной машины и стратегии планирования SJF («кратчайшее задание – первым») [10] для сортировки вторсырья [11]. Имеется последовательность операций с оценочным временем их выполнения. Следуя стратегии SJF, задания не имеют приоритетов, а машина будет отодвигать выполнение длительной операции на более поздний срок. В ходе проведения эксперимента были использованы три алгоритма упорядочения последовательности по длительности каждой из операций: алгоритмы сортировки вставкой, групповой сортировки и гномьей сортировки [12]. После выполнения данных алгоритмов были получены три трассы в шестимерном пространстве, состоящие из значений продолжительности заданий, которые определяют координаты точки. Полученные трассы представлены в табл. 1.

Таблица 1

Table 1

Трассы алгоритмов сортировок
Sorting Algorithms Traces

Шаг	Сортировка вставкой	Групповая сортировка	Гномья сортировка
№	Трасса А	Трасса В	Трасса С
0	{5, 0, 2, 4, 1, 3}	{5, 0, 2, 4, 1, 3}	{5, 0, 2, 4, 1, 3}
1	{0, 5, 2, 4, 1, 3}	{0, 5, 2, 4, 1, 3}	{0, 5, 2, 4, 1, 3}
2	{0, 2, 5, 4, 1, 3}	{0, 2, 5, 4, 1, 3}	{0, 2, 5, 4, 1, 3}
3	{0, 2, 4, 5, 1, 3}	{0, 2, 4, 5, 1, 3}	{0, 2, 4, 5, 1, 3}
4	{0, 1, 2, 4, 5, 3}	{0, 2, 4, 1, 5, 3}	{0, 2, 4, 1, 5, 3}
5	{0, 1, 2, 3, 4, 5}	{0, 2, 1, 4, 5, 3}	{0, 2, 1, 4, 5, 3}
6		{0, 1, 2, 4, 5, 3}	{0, 1, 2, 4, 5, 3}
7		{0, 1, 2, 4, 3, 5}	{0, 1, 2, 4, 3, 5}
8		{0, 1, 2, 3, 4, 5}	{0, 1, 2, 3, 4, 5}

Значения показателей 1, 3, 4, 6, 7 и 8 трасс алгоритмов могли бы быть при необходимости включены в *метрическое* пространство (не в пространство, в котором проходят трассы), как уже было сказано выше, для определения меры схожести, а на ее основе и меры различия алгоритмов. Фактически же они представляют собой те компоненты, из которых строятся показатели, определяющие меру схожести алгоритмов относительно «начала координат». В рамках предложенного подхода для определения меры различия будут применяться только показатели трасс 2, 5, 9, 10, 11 и 12.

Для краткости трассы алгоритмов сортировки вставкой, групповой сортировки и гномьей сортировки далее обозначаются как трассы A , B и C соответственно.

Для составления сравнительных характеристик между наборами точек, составляющих эти три трассы, требуется найти количество точек, отрезков и длины этих трасс. Последние рассчитываются как суммы евклидовых расстояний между парами следующих друг за другом точек. Таким образом, для трасс A , B и C получаем соответствующие длины:

$$l_A = \sqrt{50} + \sqrt{18} + \sqrt{2} + \sqrt{22} + \sqrt{6} \approx 19,8678;$$

$$l_B = \sqrt{50} + \sqrt{18} + \sqrt{2} + \sqrt{32} + \sqrt{18} + \sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{2} \approx 28,2843;$$

$$l_C = \sqrt{50} + \sqrt{18} + \sqrt{2} + \sqrt{32} + \sqrt{18} + \sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{2} \approx 28,2843.$$

Также для последующего сравнения трасс было построено минимальное дерево Штейнера с помощью инструмента ESMT-Smith [13].

Перечисленные данные трасс и графа Штейнера приведены в табл. 2.

Таблица 2

Table 2

Значения некоторых индивидуальных параметров сравниваемых трасс и дерева Штейнера

Values of some individual parameters of the compared traces and the Steiner tree

Характеристика	Трасса сортировки вставкой	Трасса групповой сортировки	Трасса гномьей сортировки	Граф Штейнера
Количество точек (вершин)	6	9	9	20
Количество отрезков (ребер)	5	8	8	19
Суммарная длина	19,8678	28,2843	28,2843	21,9351

Затем были рассчитаны неиндивидуальные характеристики, основанные на непосредственном сравнении трасс между собой и деревом Штейнера: средняя длина трасс, среднее количество точек и отрезков, количество общих точек и отрезков, длина общих отрезков.

Средняя длина трасс была получена как среднее арифметическое длин трасс:

$$l_{\text{cp}} = \frac{19,8678 + 28,2843 + 28,2843}{3} \approx 25,4788.$$

Аналогичным образом были рассчитаны средние количества точек и отрезков: 8 и 7 соответственно.

Для расчета 12-го показателя была найдена суммарная длина отрезков, общих для всех трех трасс:

$$l_j^S = \sqrt{50} + \sqrt{18} + \sqrt{2} \approx 12,7279.$$

Некоторые сравнительные показатели трасс, фигурирующие в дальнейших расчетах, представлены в табл. 3.

Таблица 3

Table 3

Некоторые сравнительные показатели трасс

Some comparative measures of traces

Характеристика	Сортировка вставкой	Групповая сортировка	Гномья сортировка
Средняя длина трасс	25,4788		
Среднее количество точек	8		
Среднее количество отрезков	7		
Количество точек, общих для всех трасс	4		
Количество отрезков, общих для всех трасс	3		
Суммарная длина отрезков, общих для всех трасс	12,7279		
Количество точек, общих с минимальным деревом Штейнера	6	9	9
Количество отрезков, общих с минимальным деревом Штейнера	0	0	0

На основании полученных данных для определения меры различия были установлены вышеперечисленные показатели трасс.

Стоит отметить, что для трасс трех данных алгоритмов не существует отрезков, общих с минимальным деревом Штейнера. Это объясняется относительно небольшим количеством точек в трассах, взятых для эксперимента. Отсюда же следует, что показатели 2 и 9, представляющие собой отношения, в которых в качестве числителей выступают длина и количество общих с минимальным деревом Штейнера отрезков, будут равны нулю для трасс небольшого размера.

Что касается общих точек у сравниваемой трассы и минимального дерева Штейнера, то их число всегда будет равно числу точек сравниваемой трассы по определению самой задачи построения минимального дерева Штейне-

ра. Показатель отношения их числа к числу точек в минимальном дереве Штейнера для трасс A , B и C будет соответственно равен:

$$S_A(E) = \frac{6}{20} = 0,3;$$

$$S_B(E) = \frac{9}{20} = 0,45;$$

$$S_C(E) = \frac{9}{20} = 0,45.$$

Характеристики трасс 10, 11 и 12 используют общие для всех трех трасс значения, поэтому также являются общими для них. Их значения соответственно равны:

$$S(V_{Avg}) = \frac{3}{7} \approx 0,4286;$$

$$S(E_{Avg}) = \frac{4-2}{8} = 0,25;$$

$$S(L_{Avg}) = \frac{12.7279}{25.4788} \approx 0,4995.$$

В результате измерений были получены значения вышеперечисленных характеристик для каждой из трасс. Результаты приведены в табл. 4.

Таблица 4

Table 4

Неиндивидуальные характеристики сравниваемых трасс

Non-individual characteristics of the compared traces

Характеристика	Сортировка вставкой	Групповая сортировка	Гномья сортировка
2. Отношение количества общих отрезков у сравниваемой трассы с минимальным деревом Штейнера к количеству ребер в минимальном дереве Штейнера	0	0	0
5. Отношение количества общих точек у сравниваемой трассы и минимальным деревом Штейнера к количеству узлов в минимальном дереве Штейнера	0,3	0,45	0,45
9. Отношение длины совпадающих отрезков у сравниваемой трассы и минимального дерева Штейнера к длине минимального дерева Штейнера	0	0	0

Окончание табл. 4

End of Tab. 4

Характеристика	Сортировка вставкой	Групповая сортировка	Гномья сортировка
10. Отношение количества ребер сравниваемой трассы, совпадающих с ребрами всех других сравниваемых трасс, к среднему количеству ребер во всех сравниваемых трассах		0,4286	
11. Отношение количества точек сравниваемой трассы, совпадающих с точками всех других сравниваемых трасс, к среднему количеству узлов во всех сравниваемых трассах		0,25	
12. Отношение длины совпадающих отрезков сравниваемой трассы и всех остальных сравниваемых трасс к средней длине всех сравниваемых трасс		0,4995	

Полученные результаты показывают, что алгоритмы гномьей и групповой сортировок равны по всем характеристикам. Очевидно, что мера диверсифицированности этих алгоритмов равна нулю, так как согласно формуле (2) это то же самое, что евклидово расстояние между двумя совпадающими точками. Мера диверсифицированности для трассы сортировки вставкой относительно каждой из двух других трасс была найдена как

$$D_A = \sqrt{(0,3 - 0,45)^2} = 0,15.$$

В получившемся подкоренном выражении осталось лишь одно слагаемое, так как диверсифицированность общих характеристик всегда будет равна нулю, а все остальные рассматриваемые характеристики, кроме пятой, оказались равны нулю из-за небольшого размера трасс.

Итоговые значения позволяют заключить, что алгоритмы гномьей и групповой сортировок являются клонами.

Проведенный эксперимент подтвердил, что описанная в статье метрика может использоваться для определения диверсифицированности алгоритмов, так как сделанный вывод о диверсифицированности трех алгоритмов, рассмотренных в эксперименте, соответствует их действительным различиям и результатам проведенного ранее исследования [7].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная в данной работе метрика позволяет численно определять меру различия программных алгоритмов по трассам их выполнения, не вдаваясь в детали реализации. Описанная метрика позволяет находить клоны в «пачках алгоритмов», предназначенных для построения компонентов производственных

планов. Данное утверждение было подтверждено экспериментально. В ходе проведения эксперимента сравнивались трассы выполнения трех алгоритмов сортировки, которые использовались для определения очередности взятия в работу заказов с наименьшим временем выполнения по методу SJF. Результаты эксперимента согласуются с фактическим наличием различий в исследуемых алгоритмах, а также с результатами предыдущего исследования [7].

В перспективе описанная в настоящей работе метрика диверсифицированности алгоритмов может применяться не только для поиска клонов в «пачках алгоритмов» формирования компонентов производственных планов, но и для определения меры различия версий на уровне алгоритмов в мультиверсионных программных системах [14], а также она может использоваться как отдельный показатель качества программного обеспечения в дополнение к уже используемым [15, 16].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kuznetsov A.S., Noskova E.E.* Assessment of planning methods at job-order manufacturing facilities // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – Vol. 862. – P. 042024. – DOI: 10.1088/1757-899X/862/4/042024.
2. *Цуканов М.А., Божкова О.А.* Разработка и реализация алгоритма построения расписания сталеплавильного производства на основе адаптации фрактала Кантора // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2017. – № 6. – С. 32–37.
3. Стохастическая модель оптимизации затрат при планировании технологических процессов лесозаготовок / И.В. Бачериков, Ф.В. Свойкин, А.Р. Бирман, В.А. Соколова // Системы. Методы. Технологии. – 2017. – № 4 (36). – С. 182–186.
4. Обоснование эффективности планирования технологических процессов водопользования и оперативное управление водораспределением на базе использования метода Монте-Карло / В.И. Ольгаренко, И.Ф. Юрченко, И.В. Ольгаренко, Г.Г. Костюнин, М.С. Эфендиев, В.И. Ольгаренко // Научный журнал Российского НИИ проблем мелиорации. – 2018. – № 1 (29). – С. 49–65.
5. *Бутаков А.С.* Автоматизация планирования технологических процессов сборки радиоэлектронной аппаратуры: выпускная квалификационная работа бакалавра / Сибирский федеральный университет. – Красноярск, 2018. – URL: http://elibr.sfu-kras.ru/bitstream/handle/2311/72191/vkr_butakov.pdf?sequence (дата обращения: 14.12.2020).
6. *Егоршин А.А., Атеняев Е.С., Носкова Е.Е.* Автоматизация планирования технологических процессов сборки радиоэлектронной аппаратуры // Современные проблемы радиотехники / науч. ред. А.И. Громыко. – Красноярск: СФУ, 2018. – С. 388–390.
7. Определение метрики диверсифицированности мультиверсионного программного обеспечения на уровне алгоритмов / Д.В. Грузенкин, И.А. Якимов, А.С. Кузнецов, Р.Ю. Царев // Фундаментальные исследования. – 2017. – № 6. – С. 36–40.
8. *Васильев Н.* Метрические пространства // Квант. – 1990. – № 1. – С. 16–23.
9. *Багов М.А., Кудавев В.Ч.* Математическое моделирование и оптимизация трубопроводной сети Штейнера // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. – 2017. – № 1 (75). – С. 5–11.
10. *Астриков Д.Ю., Кузьмин Д.А., Панасюк А.И.* Моделирование системы планирования распределенного высокопроизводительного вычислительного комплекса // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2014. – № 2–3 (23–24). – С. 34–41.
11. *Григорьева М.В.* Эколого-экономическая оценка методов ручной и оптической сортировки твердых бытовых отходов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Урбанистика. – 2012. – № 3. – С. 62–73.
12. *Дупленко А.Г.* Сравнительный анализ алгоритмов сортировки данных в массивах // Молодой ученый. – 2013. – № 8. – С. 50–53.
13. *Fonseca R.* ESMT-Smith: Smiths algorithm for the Euclidean Steiner Minimal Tree problem. – 2015. – 23 March. – URL: <https://github.com/RasmusFonseca/ESMT-Smith> (accessed: 20.11.2020).

14. Chen L., Avizienis A. N-version programming: A fault-tolerance approach to reliability of software operation // FTCS-8: the Eighth Annual International Conference on Fault-Tolerant Computing: digest of papers. – Toulouse, France, 1978. – Vol. 1. – P. 3–9.

15. Бураков Д.П., Кожомбердиева Г.И. Использование формулы Байеса при оценивании качества программного обеспечения согласно стандарту ISO/IEC 9126 // Программные продукты и системы. – 2019. – Т. 32, № 1. – С. 34–41.

16. Грузенкин Д.В., Михалев А.С. Определение метрики диверсифицированности мультиверсионного программного обеспечения на уровне языков программирования // Программная инженерия. – 2019. – Т. 10, № 9–10. – С. 384–390.

Грузенкин Денис Владимирович, старший преподаватель кафедры информатики Института космических и информационных технологий Сибирского федерального университета. Основное направление научных исследований – надежность программного обеспечения, мультиверсионное программирование, качество программного обеспечения. Имеет более 30 печатных работ (РИНЦ, ВАК, Scopus, WoS), является соавтором одной монографии. E-mail: dgruzenkin@sfu-kras.ru

Кузнецов Александр Сергеевич, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой информатики Института космических и информационных технологий Сибирского федерального университета. Основное направление научных исследований – оценка качества, стандартизация и сопровождение программных систем; проблемы производственного планирования. Имеет более 35 печатных работ (РИНЦ, ВАК, Scopus, WoS), монографий и учебных пособий. E-mail: askuznetsov@sfu-kras.ru

Селезнев Игорь Валерьевич, студент направления «Программная инженерия» в Институте космических и информационных технологий Сибирского федерального университета. Основное направление научных исследований – качество программного обеспечения. Научных работ и учебных пособий пока не имеет. E-mail: seleznevigor2001@gmail.com

Gruzenkin Denis V., senior teacher at the Institute of Space and Information Technology of Siberian Federal University, Department of Informatics. His research interests are currently focused on software reliability, N-version programming, and software quality. He has more than 30 publications and one monograph. E-mail: dgruzenkin@sfu-kras.ru

Kuznetsov Aleksandr S., associate professor, PhD (Eng.), Head of the Department of Informatics at the Institute of Space and Information Technology of Siberian Federal University. His research interests are currently focused on quality assessment, standardization and maintenance of software systems and production planning problems. He has more than 35 publications, monographs and teaching manuals. E-mail: askuznetsov@sfu-kras.ru

Seleznev Igor V., software engineering student at the Institute of Space and Information Technology of Siberian Federal University. His research interest is currently focused on software quality. He has not published any papers yet. E-mail: seleznevigor2001@gmail.com

DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-65-80

An assessment of the algorithm difference measure in a multivariate system for production plans scheduling*

D.V. GRUZENKIN^a, A.S. KUZNETSOV^b, I.V. SELEZNEV^c

Siberian Federal University, School of Space and Information Technology, Department of Informatics, 26 Kirensky Street, 660074 Krasnoyarsk, Russian Federation

^a dgruzenkin@sfu-kras.ru ^b askuznetsov@sfu-kras.ru ^c seleznevigor2001@gmail.com

Abstract

In the process of designing a production plan, one of the important steps is scheduling the execution of technological operations. The schedule can be created either manually or by using software. If the schedule is compiled by software, then several schedule generation algorithms

* Received 20 August 2020.

Acknowledgments: The reported study was funded by RFBR, project number 20-07-00226.

are used to eliminate possible errors. A set of such algorithms is called a "batch". It is advisable that only different algorithms should be included in the batch. This is necessary to eliminate errors of the same type. Therefore, the search for clones of algorithms in the batch is an urgent production task. To solve it a diversity metric of algorithms was developed in the course of this work. Such a metric numerically (as a percentage) determines how much the algorithms differ. This metric is based on the properties of the algorithm execution. Algorithm traces are constructed in the N-dimensional space using the obtained points. The coordinates of the trace points are the values with which the algorithm works at each step of its execution or each of the control points of the algorithm execution. An experiment was performed to confirm the correctness of this metric. Within this experiment, the trace properties of three sorting algorithms were calculated. Based on the properties obtained, indicators were determined for comparing algorithms in the metric space. The experiment confirmed the effectiveness of using the diversity metric to find clones in the algorithms batch. The scope of this metric is not limited to clone searches. It can be used as an independent indicator of software quality.

Keywords: algorithm, measure of difference, metric, diversification, diversity, diversity metric, production plan, scheduling, algorithms diversity

REFERENCES

1. Kuznetsov A.S., Noskova E.E. *Assessment of planning methods at job-order manufacturing facilities // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2020, vol. 862, p. 042024. DOI: 10.1088/1757-899X/862/4/042024.
2. Tsukanov M.A., Bozhkova O.A. Razrabotka i realizatsiya algoritma postroeniya raspisaniya staleplavil'nogo proizvodstva na osnove adaptatsii fraktala Kantora [Development and implementation of the algorithm design compiling schedule of steelmaking based on adaptation of the fractal Cantor]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = The Bulletin of Voronezh State Technical University*, 2017, no. 6, pp. 32–37.
3. Bacherikov I.V., Svoikin F.V., Birman A.R., Sokolova V.A. Stokhasticheskaya model' optimizatsii zatrat pri planirovanii tekhnologicheskikh protsessov lesozagotovok [Stochastic model of cost optimization in the planning of logging processes]. *Sistemy. Metody. Tekhnologii = Systems. Methods. Technologies*, 2017, no. 4 (36), pp. 182–186.
4. Olgarenko V.I., Yurchenko I.F., Olgarenko I.V., Kostyunin G.G., Efendiev M.S., Olgarenko V.I. Obosnovanie effektivnosti planirovaniya tekhnologicheskikh protsessov vodopol'zovaniya i operativnoe upravlenie vodoraspredeleniem na baze ispol'zovaniya metoda Monte-Karlo [Planning effectiveness substantiation of technological processes of water use and operating control of water distribution using the Monte Carlo method]. *Nauchnyi zhurnal Rossiiskogo NII problem melioratsii = Scientific Journal of Russian Scientific Research Institute of Land Improvement Problems*, 2018, no. 1 (29), pp. 49–65.
5. Butakov A.S. *Avtomatizatsiya planirovaniya tekhnologicheskikh protsessov sborki radioelektronnoi apparatury* [Automation of planning of technological processes of assembly for radio-electronic equipment. Bachelor thesis]. Siberian Federal University. Krasnoyarsk, 2018. Available at: http://elib.sfu-kras.ru/bitstream/handle/2311/72191/vkr_butakov.pdf?sequence. (accessed 14.12.2020).
6. Egorshin A.A., Atenyaev E.S., Noskova E.E. Avtomatizatsiya planirovaniya tekhnologicheskikh protsessov sborki radioelektronnoi apparatury [Automation of planning of technological processes of assembly for radio-electronic equipment]. *Sovremennye problemy radioelektroniki* [Modern problems of radio electronics]. Krasnoyarsk, Siberian Federal University Publ., 2018, pp. 388–390.
7. Gruzenkin D.V., Yakimov I.A., Kuznetsov A.S., Tsarev RYu. Opredelenie metriki diversifitsirovannosti mul'tiversiionnogo programmnoho obespecheniya na urovne algoritmov [N-version software diversity metric definition on the algorithm level]. *Fundamental'nye issledovaniya = Fundamental research*, 2017, no. 6, pp. 36–40.
8. Vasil'ev N. Metricheskie prostranstva [Metric spaces]. *Kvant = Quantum*, 1990, no. 1, pp. 16–23.

9. Bagov M.A., Kudaev V.Ch. Matematicheskoe modelirovanie i optimizatsiya truboprovodnoi seti Shteinera [Mathematical simulation and optimization of Steiner pipeline network]. *Izvestiya Kabardino-Balkarskogo nauchnogo tsentra RAN = News of the Kabardin-Balkar scientific center of RAS*, 2017, no. 1 (75), pp. 5–11.
10. Astrikov D.Yu., Kuzmin D.A., Panasyuk A.I. Modelirovanie sistemy planirovaniya raspredelenogo vysokoproizvoditel'nogo vychislitel'nogo kompleksa [Simulation of a scheduling system of the distributed high-performance computing system]. *Doklady Akademii Nauk Vysshei Shkoly Rossiiskoi Federatsii = Proceedings of the Russian Higher School Academy of Sciences*, 2014, no. 2–3 (23–24), pp. 34–41.
11. Grigoryeva M.V. Ekologo-ekonomicheskaya otsenka metodov ruchnoi i opticheskoi sortirovki tverdykh bytovykh otkhodov [Environmental and economic evaluation of manual and optical methods of sorting of municipal solid waste]. *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Urbanistika = Bulletin of Perm National Research Polytechnic University. Urban Development*, 2012, no. 3, pp. 62–73.
12. Duplenko A.G. Sravnitel'nyi analiz algoritmov sortirovki dannykh v massivakh [Comparative analysis of algorithms to sorting data in arrays]. *Molodoi uchenyi = Young Scientist*, 2013, no. 8, pp. 50–53.
13. Fonseca R. *ESMT-Smith: Smiths algorithm for the Euclidean Steiner Minimal Tree problem*. 2015, 23 March. Available at: <https://github.com/RasmusFonseca/ESMT-Smith> (accessed 20.11.2020).
14. Chen L., Avizienis A. N-version programming: A fault-tolerance approach to reliability of software operation. *FTCS-8: the Eighth Annual International Conference on Fault-Tolerant Computing: digest of papers*, Toulouse, France, 1978, vol. 1, pp. 3–9.
15. Burakov D.P., Kozhombardieva G.I. Ispol'zovanie formuly Baiesa pri otsenivanii kachestva programmogo obespecheniya soglasno standartu ISO/IEC 9126 [Using the Bayes' theorem within software quality evaluation according to ISO/IEC 9126 standard]. *Programmnye produkty i sistemy = Software and Systems*, 2019, vol. 32, no. 1, pp. 34–41.
16. Gruzenkin D.V., Mikhalev A.S. Opredelenie metriki diversifitsirovannosti mul'tiversionnogo programmogo obespecheniya na urovne yazykov programmirovaniya [N-Version software diversity metric definition at the programming languages level]. *Programmnyaya inzheneriya = Software Engineering*, 2019, vol. 10, no. 9–10, pp. 384–390.

Для цитирования:

Грузенкин Д.В., Кузнецов А.С., Селезнев И.В. Оценка меры различия алгоритмов в многовариантной системе составления производственных планов // Научный вестник НГТУ. – 2020. – № 4 (80). – С. 65–80. – DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-65-80.

For citation:

Gruzenkin D.V., Kuznetsov A.S., Seleznev I.V. Otsenka mery razlichiya algoritmov v mnogovariantnoi sisteme sostavleniya proizvodstvennykh planov [An assessment of the algorithm difference measure in a multivariate system for production plans scheduling]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2020, no. 4 (80), pp. 65–80. DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-65-80.

ИНФОРМАТИКА,
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА
И УПРАВЛЕНИЕ

INFORMATICS,
COMPPUTER ENGINEERING
AND CONTROL

УДК 621.389

DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-81-92

Разработка и исследование программно-аппаратного комплекса для мониторинга состояния домашнего животного*

Д.А. КРИВОНОГОВА^а, З.Н. ПЕДОНОВА^б

630073, РФ, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20, Новосибирский государственный
технический университет

^а krivdah@gmail.com ^б pedonovaz@gmail.com

В настоящей статье проанализировано современное состояние и потенциал использования пульсоксиметров в ветеринарии. Перспективные оптические методы, такие как оптическая когерентная томография, пульсоксиметрия и гиперспектральная визуализация, клинически введены в медицину человека. Но даже несмотря на то что медицина человека и мелких животных разделяет персонализированный современный подход, биофотоника по-прежнему редко используется в ветеринарной медицине. Пульсоксиметры чаще всего применяются при мониторинге состояния животного во время общего наркоза.

Будущие оптические приборы для мелких животных, таких как собаки и кошки, должны быть надежными и устойчивыми к повреждениям (например, из-за укусов, жевания) и гарантировать удобные и короткие измерения. Потенциал использования пульсоксиметров для мониторинга домашних животных еще предстоит изучить.

В работе рассматривались два метода измерения: «на просвет» и «на отражение». На основе литературных источников можно сделать вывод, что метод оптической оксиметрии «на отражение» обладает такой же диагностической ценностью, что и метод «на просвет», и поэтому может быть использован для ветеринарных пульсоксиметров без потери в точности измерения пульса и оксигенации крови.

По результатам обзора существующих приборов было выяснено, что в основном в них используется способ «на просвет». Этот метод удобен для проведения измерений у животных, находящихся под наркозом, однако для использования на активно двигающихся животных это проблематично.

Целью настоящей работы является разработка новой модели пульсоксиметра для животных. Предложен новый вид прибора на неиспользуемом методе, описаны его достоинства и недостатки. Предложены компоненты для создания и построена схема на основе этих компонентов.

Ключевые слова: частота пульса, оксиметрия, домашние животные, фотоплетизмография, пульсоксиметр, диагностика, мониторинг, сатурация

* Статья получена 22 июля 2020 г.

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] проанализировано современное состояние и потенциал биофотоники и биомедицинской оптики в ветеринарии. Перспективные оптические методы, такие как оптическая когерентная томография, пульсоксиметрия и гиперспектральная визуализация, клинически введены в медицину человека [2]. Но даже несмотря на то что медицина человека и мелких животных разделяет персонализированный современный подход, биофотоника по-прежнему редко используется в ветеринарной медицине. Однако в ветеринарной онкологии существует ряд биофотонических исследований, посвященных диагностике опухолей (опухоли кожи и подкожной клетчатки), прогнозу (лимфома) и терапии (четкие хирургические границы) [1]. Видимая и ближняя инфракрасная спектроскопия служила для измерения различных физиологических параметров, связанных с кровообращением, а фотобиомодуляционная терапия часто использовалась для лечения ран, кожных заболеваний и ортопедических проблем [3–7]. Пульсоксиметры чаще всего применяются при мониторинговании состояния животного во время общего наркоза [3–6].

В статье [8] приведена разработка пульсоксиметра для лошадей. Исследования показали, что разработанное устройство удобнее в использовании за счет нового крепления и дает те же необходимые технические характеристики, что и аналогичные ветеринарные пульсоксиметры.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Будущие оптические приборы для мелких животных, таких как собаки и кошки, должны быть надежными и устойчивыми к повреждениям (например, из-за укусов, жевания) и гарантировать удобные и короткие измерения. Потенциал пульсоксиметра для мониторинга домашних животных еще предстоит изучить. Целью настоящей работы ставится исследование возможности внедрения нового метода измерения в пульсоксиметры для животных и разработка схемы прибора для реализации данного метода.

2. МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

В пульсоксиметрии измеряют функциональную сатурацию оксигемоглобина в крови ($f_{\text{fun}}\text{SO}_2$), которую определяют как процентное содержание оксигемоглобина (C_{HbO_2}) к сумме концентраций оксигемоглобина и восстановленного гемоглобина (дезоксигемоглобина (C_{Hb})) [9]:

$$f_{\text{fun}}\text{SO}_2 = \frac{C_{\text{HbO}_2}}{C_{\text{HbO}_2} + C_{\text{Hb}}} 100 \%. \quad (1)$$

Также измеряется фракционная сатурация $f_{\text{f}}\text{SO}_2$ оксигемоглобина в крови, или просто сатурация, процентное содержание оксигемоглобина (C_{HbO_2}) к сумме концентраций всех фракций гемоглобина, включая метгемоглобин (metHb), карбоксигемоглобин* (HbCO).

Если предположить, что в крови кроме HbO₂ и Hb отсутствуют другие фракции гемоглобина, можно опустить передние индексы f_{in} и f_r в обозначениях сатурации оксигемоглобина, как и поступают в большинстве случаев.

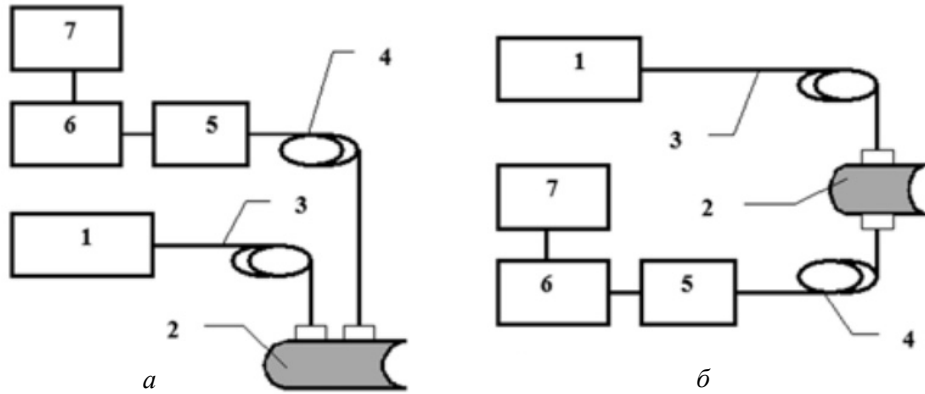


Рис. 1. Реализация методов неинвазивной оптической оксиметрии в отраженном (а) и прошедшем (б) свете [10]

Fig. 1. Implementation of non-invasive optical oximetry methods in the reflected (a) and transmitted (b) light [10]

В статье [9] описывается подход, который реализуется в настоящее время в подавляющем большинстве случаев в разных методах оптической оксиметрии. При моделировании распространения излучения в биоткани среда – чистая кровь – может быть представлена как двухкомпонентная жидкость-раствор, содержащая в себе непоглощающий свет растворитель-основу и только две растворенные в ней основные фракции гемоглобина – оксигенированную фракцию (HbO₂) и восстановленную (Hb), т. е. деоксигенированную. В таком случае для двух разных длин волн λ_1 и λ_2 получается система из двух линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \mu_a(\lambda_1) = \varepsilon_{Hb}(\lambda_1)C_{Hb} + \varepsilon_{HbO_2}(\lambda_1)C_{HbO_2}, \\ \mu_a(\lambda_2) = \varepsilon_{Hb}(\lambda_2)C_{Hb} + \varepsilon_{HbO_2}(\lambda_2)C_{HbO_2}, \end{cases} \quad (2)$$

где $\mu_a(\lambda_1)$, $\mu_a(\lambda_2)$ – коэффициенты поглощения биоткани на выбранных длинах волн λ_1 и λ_2 соответственно; $\varepsilon_{Hb}(\lambda_1)$, $\varepsilon_{HbO_2}(\lambda_1)$, $\varepsilon_{Hb}(\lambda_2)$, $\varepsilon_{HbO_2}(\lambda_2)$ – коэффициенты, являющиеся характеристиками того, насколько сильно химическое вещество поглощает свет на заданной длине волны для биохимического компонента среды, а C_{Hb} , C_{HbO_2} – погонная (молярная) концентрация компонента внутри тестируемой области.

Данная система уравнений при экспериментально измеренных $\mu_a(\lambda_1)$ и $\mu_a(\lambda_2)$ и известных из литературы $\varepsilon_{Hb}(\lambda_i)$ и $\varepsilon_{HbO_2}(\lambda_i)$ легко решается относительно двух неизвестных концентраций C_{Hb} и C_{HbO_2} . Это позволяет легко найти процент оксигенированной фракции гемоглобина в крови, который соответствует в общем случае функциональной сатурации по формуле (1).

Оптические измерения в пульсоксиметрии, направленные на определение $\mu_a(\lambda_1)$ и $\mu_a(\lambda_2)$ по (2), можно проводить как в отраженном, так и в прошедшем свете (рис. 1). В общем случае в пульсоксиметре излучение от источников света *1* доставляется к обследуемому органу *2* через оптическое волокно *3*. С помощью приемного оптического жгута *4* регистрируемые световые потоки доставляются в блок регистрации излучения *5*. Этот блок содержит, как правило, оптические фильтры и набор фотоприемников на разные длины волн. Далее полезный электрический сигнал проходит аналоговую обработку (усиление, фильтрацию) в электронном блоке *6*, оцифровывается и передается в компьютер *7* для дальнейшей математической обработки (реализации вычислений).

В ряде случаев, как, например, в пульсоксиметрах с пальцевым датчиком-прищепкой, источники излучения (светодиоды) и фотоприемник (фотодиод) располагаются непосредственно на поверхности обследуемого объекта. В этом случае нет нужды в использовании световодов, а жгуты *3* и *4* представляют собой один электрический кабель. По результатам измерений блоком регистрации мощности излучений на разных длинах волн в программном обеспечении прибора реализуется вычисление неизвестных коэффициентов $\mu_a(\lambda_1)$ и $\mu_a(\lambda_2)$, по значениям которых вычисляется SO_2 в тестируемом объеме биоткани [9].

В работе [9] также указывается, что с так называемого эффективного диагностического объема биоткани при оптической оксиметрии «на отражение» (рис. 1, *a*) регистрируется основной полезный оптический сигнал. Глубина проникновения излучения не влияет на диагностическую ценность полученных данных. Из этого можно сделать вывод, что метод оптической оксиметрии «на отражение» обладает такой же диагностической ценностью, как и метод «на просвет», и поэтому может быть использован для ветеринарных пульсоксиметров без потери в точности измерения пульса и оксигенации крови.

Сейчас существует несколько моделей ветеринарных пульсоксиметров, имеющих один и тот же принцип измерения – фотоплетизмографический на «просвет» с использованием красной и инфракрасной длин волн [11–13]. Конструктивно пульсоксиметры, предназначенные для человека и для животного, не отличаются. Однако если пульсоксиметр PM-60 фирмы Mindray имеет датчик, форма которого анатомически рассчитана только для человека, то модель PM-60vet [14] укомплектована универсальным набором датчиков, который позволяет использовать ее и как ветеринарный пульсоксиметр. Существуют и специальные модели для ветеринарной практики, такие как Storm H100B VET [15], ветеринарный пульсоксиметр UT100 [16], Оху9Vet компании Bionet [17] и другие. Они используют одинаковые способы крепления – прищепками, чаще всего на язык или на губу пациента, но возможно на уши и лапы животного. Имеют дисплей для вывода данных и некоторые могут выводить данные на компьютер. Различаются они используемыми материалами для самого прибора и внутренней электроники, что выражается в различном объеме памяти для хранения записей о параметрах за определенный промежуток времени.

В основном в существующих приборах используется способ «на просвет». Этот метод удобен для проведения измерений у животных, находящихся под наркозом, однако для использования на активно двигающихся животных это проблематично.

Однако, как мы описали выше, метод «на просвет» не имеет никаких особых преимуществ по сравнению с методом «на отражение». Использование же метода «на отражение» позволяет использовать датчик не только во время анестезии, но и на постоянной основе: в послеоперационном периоде или в случае хронических заболеваний в домашних условиях, а не только в условиях стационара.

3. РАЗРАБОТКА СТРУКТУРЫ УСТРОЙСТВА

Очевидно, что главным элементом нашего прибора будет фотодетектор с излучателями волн, который должен иметь управление. Даже в самом простом случае это должен быть некий микроконтроллер, который также не будет занимать много места на плате. Не стоит забывать про внутренний источник питания.

Для вывода данных было выбрано приложение на телефоне для обеспечения мобильности и возможности управления и мониторинга в любой момент времени. Обычный вариант с дисплеем нам не подходит из-за места размещения, это будет просто неудобно как смотреть, так и управлять. Соответственно на плате должен находиться модуль, принимающий данные извне по сигналу. Самым распространенным сигналом является Bluetooth – его и будем использовать. На плате может находиться модуль Bluetooth, но для экономии места лучше использовать микроконтроллер со встроенным протоколом Bluetooth. На современном рынке микроконтроллеров существует много моделей, реализующих в том числе протокол Bluetooth Low Energy, который потребляет меньше энергии за счет того, что приемопередатчик работает не постоянно, а только во время непосредственно приема / передачи [18].

На основе этих компонентов авторами была выработана структурная схема (рис. 2).

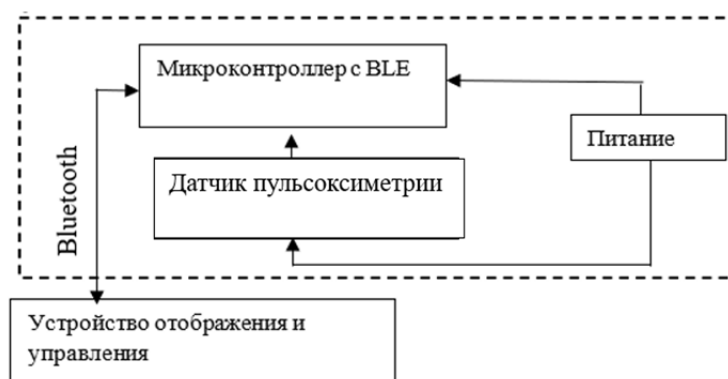


Рис. 2. Структурная схема

Fig. 2. Block diagram

В настоящей работе авторами был выбран датчик пульсоксиметра MAX30102 от компании производителя Maxim Integrated. В него встроены фотоприемник и два источника света: 660 нм (красный) и 940 нм (инфракрасный). Тем самым он обеспечивает пульсоксиметрию посредством метода «на отражение», что нам и нужно. Помимо всего прочего он содержит низковольтную электронику с подавлением внешней засветки. MAX30102 работает от источника питания напряжением 1,8 В. Отдельный источник питания от 3,3 до 5,0 В требуется для излучения встроенных светодиодов. Взаимодействие с внешними устройствами происходит через стандартный интерфейс I2C. Модуль MAX30102 может быть программно переведен в режим ожидания с практически нулевым током потребления (около 0,7 мкА), что позволяет отказаться от выключения питания [19].

На рис. 3 показана схема подключения датчика, в которую входит 4 конденсатора емкостью 10 мкФ; 0,1 мкФ; 4,7 мкФ и 0,1 мкФ, а также 3 резистора с номиналами 1 кОм. Для работы схемы необходимо 2 источника питания: 3,3 В и 1,8 В. Эти сведения понадобятся в дальнейшем при выборе побочных компонентов для разработки схемы.

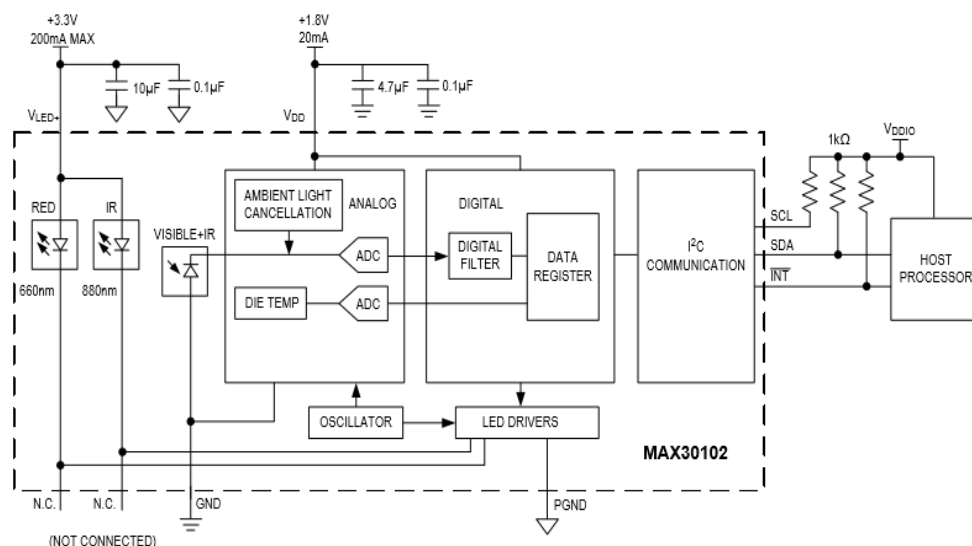


Рис. 3. Схема подключения MAX30102

Fig. 3. MAX30102 connection diagram

Следующим важным компонентом является микроконтроллер, с помощью которого будет производиться запуск работы датчика и передача данных, так как с целью экономии места микроконтроллер желательно снабдить встроенным Bluetooth-приемником / передатчиком. Для этой цели выберем микроконтроллер компании ST Microelectronics под названием BlueNRG-2 [20]. Говоря точнее, данное устройство является не микроконтроллером, а системой на чипе (SoC), что сложнее по своему устройству и производительнее, чем просто микроконтроллер. Но для комфортного восприятия информации обращение «микроконтроллер» к нему сохранится.

Микроконтроллер обладает нужными нам характеристиками: два I2C интерфейса для работы с датчиком, Bluetooth версии 5.0 (самая последняя модель на данное время) и возможность как работать в режиме Master/Slave, так и совмещать эти роли. Напряжение питания от 1,7 до 3,6 В, что соответствует напряжению питания датчика и позволит использовать один источник напряжения в 3,3 В. Программируемая Flash-память на 256 кбайт. Его размеры составляют $6 \times 6 \times 0,85$ мм, что также подходит нашей цели минимизации размера [20]. Схема подключения микроконтроллера изображена на рис. 4.

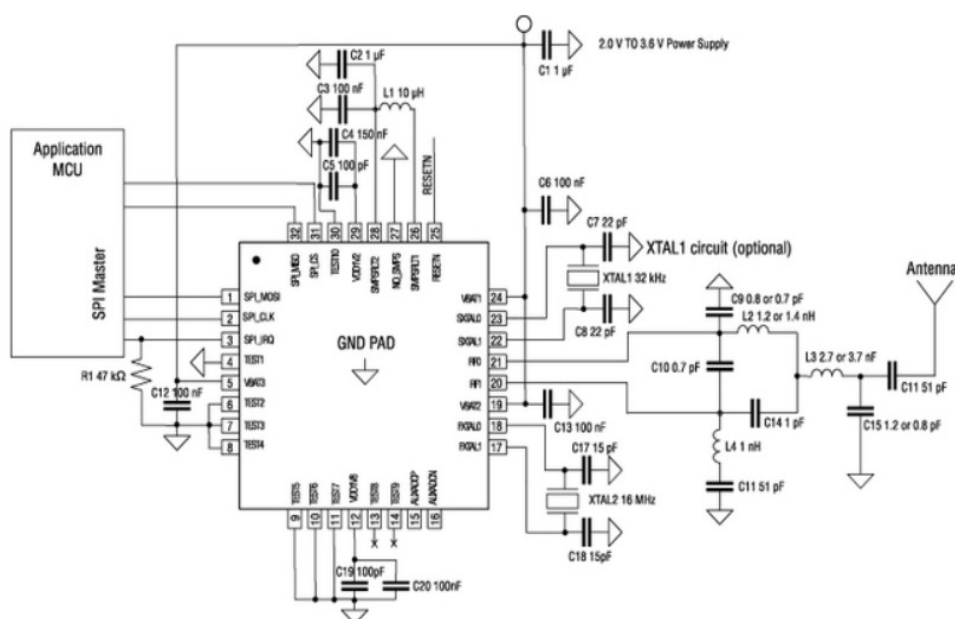


Рис. 4. Схема подключения микроконтроллера

Fig. 4. Microcontroller connection diagram

Так как устройство должно быть переносным, питание от сети не подходит и необходимо использовать компактный источник питания. Выше было сказано, что для питания светодиодов датчика и микроконтроллера необходимо примерно 3,3 В. Такое значение напряжения вполне может обеспечить литиевая батарейка типоразмера CR2032.

Данное напряжение подходит для основного питания, но датчик MAX30102 требует два напряжения питания: 3,3 В и от 1,7 до 2 В для питания самого датчика, поэтому воспользуемся делителем напряжения для уменьшения напряжения или готовой микросхемой преобразователя напряжения, которая даст необходимые 1,7 В.

Принципиальная схема, построенная на данных компонентах в среде Dip Trace, выглядит следующим образом (рис. 5).

Здесь же приведем приблизительную блок-схему программы микроконтроллера для данного прибора (рис. 6).

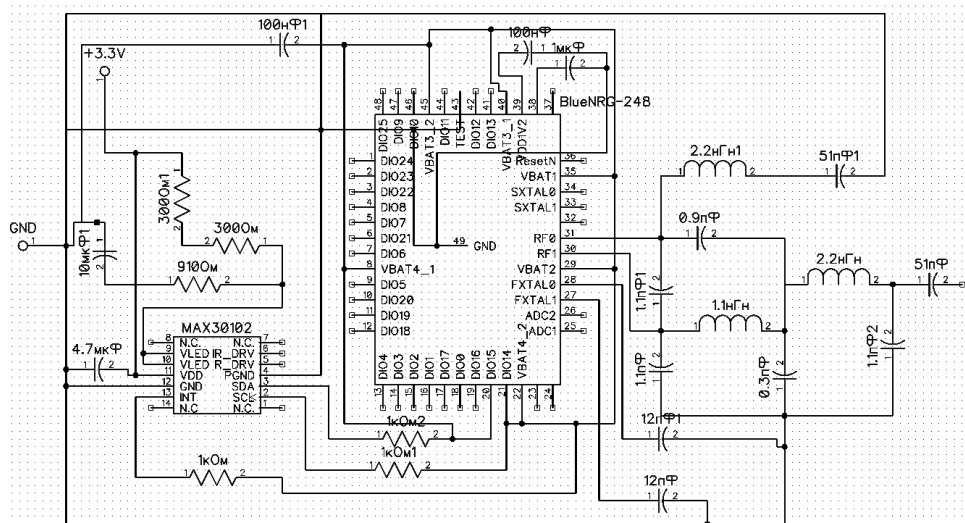


Рис. 5. Принципиальная схема устройства

Fig. 5. Schematic diagram of the device

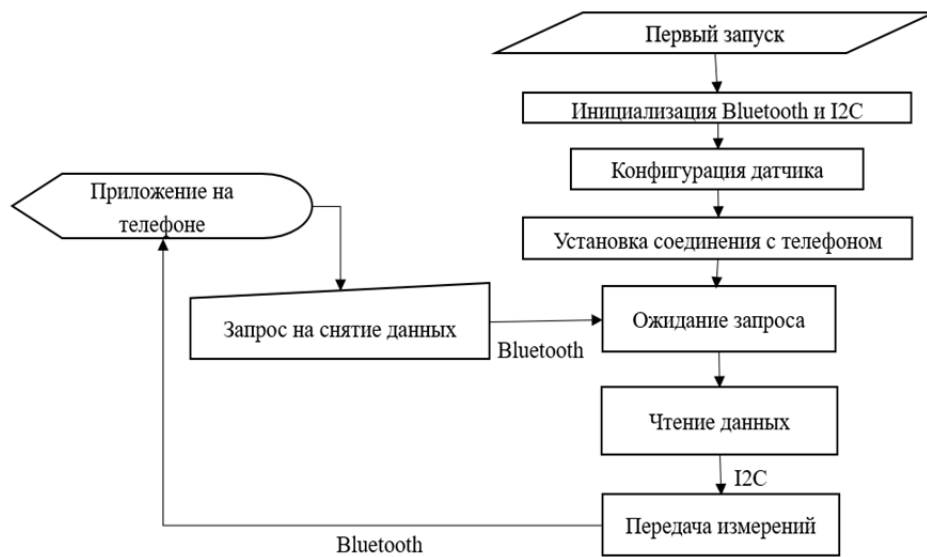


Рис. 6. Блок-схема программы микроконтроллера

Fig. 6. Microcontroller program block diagram

С помощью разобранных выше компонентов и программы теоретически возможно создание пульсоксиметра для животных. Данные компоненты являются примерами того, как можно их использовать для решения поставленной задачи. Вместо них возможно использование любых других компонентов, которые удовлетворяют условиям минимизации размера прибора и точности измерений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные результаты позволяют сделать вывод, что разработанный программно-аппаратный комплекс для мониторинга состояния домашнего животного достаточно компактен и имеет несомненные достоинства (удобство, относительная дешевизна) по сравнению с имеющимися на рынке аналогами. Разработка является актуальной перспективой в области ветеринарных устройств для домашнего использования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Cugmas B., Spigulis J.* Biophotonics in veterinary medicine: the first steps toward clinical translation // Proceedings SPIE. – 2019. – Vol. 10885: Optical Diagnostics and Sensing XIX: Toward Point-of-Care Diagnostics, San Francisco, CA (20 February 2019). – DOI: 10.1117/12.2507980.
2. *Elliott M., Baird J.* Pulse oximetry and the enduring neglect of respiratory rate assessment: a commentary on patient surveillance // British Journal of Nursing. – 2019. – Vol. 28, N 19. – P. 1256–1259.
3. *Грядунова Ф.А., Сотникова Л.Ф.* Факторы риска возникновения послеоперационных осложнений у собак, подвергшихся хирургическому лечению под общей анестезией // Вестник Алтайского государственного аграрного университета. – 2020. – № 6 (188). – С. 114–124.
4. *Bardell D., Mosing M., Cripps P.J.* Restoration of arterial oxygen tension in horses recovering from general anaesthesia // Equine Veterinary Journal. – 2020. – Vol. 52. – P. 187–193. – DOI: 10.1111/evj.13142.
5. *Mirza U., Farooq U.B.* Technological advancements in veterinary medicine // International Journal of Science, Environment and Technology. – 2020. – Vol. 9, N 4. – P. 543–547.
6. Evaluation of the reliability of pulse oximetry, at different attachment sites, to detect hypoxaemia in immobilized impala (*Aepyceros melampus*) / T.K. Mtetwa, G.E. Zeiler, L. Laubscher, S. Pfitzer, L.C.R. Meyer // Veterinary Anaesthesia and Analgesia. – 2020. – Vol. 47. – P. 323–333. – DOI: 10.1016/j.vaa.2019.08.051.
7. *Auckburally A.* Pulse oximetry and oxygenation assessment in small animal practice // In Practice. – 2016. – Vol. 38. – P. 50–58.
8. Development and clinical evaluation of a new sensor design for buccal pulse oximetry in horses / J.K. Reiners W. Rossdeutscher K. Hopster S.B.R. Kästner // Equine Veterinary Journal. – 2018. – Vol. 50. – P. 228–234. – DOI: 10.1111/evj.12744.
9. *Рогаткин Д.А.* Физические основы оптической оксиметрии // Медицинская физика. – 2012. – № 2. – С. 97–114.
10. *Рогаткин Д.А., Лапаева Л.Г.* Перспективы развития неинвазивной спектрофотометрической диагностики в медицине // Медицинская техника. – 2003. – № 4. – С. 31–36.
11. *Васютина М.Л., Печникова Н.А., Торопова Я.Г.* Методы визуализации и анализа состояния микроциркуляторного русла в ветеринарной и экспериментальной практике // Лабораторные животные для научных исследований. – 2019. – № 2. – DOI: 10.29296/2618723X-2019-02-07.
12. *Thawley V., Waddell L.S.* Pulse oximetry and capnometry // Topics in Companion Animal Medicine. – 2013. – Vol. 28, iss. 3. – P. 124–128. – DOI: 10.1053/j.tcam.2013.06.006.
13. Appraisal of the ‘penumbra effect’ using lingual pulse oximetry in anaesthetized dogs and cats / A. Mair, J. Ferreira, C. Ricco, M. Nitzan // Veterinary Anaesthesia and Analgesia. – 2020. – Vol. 47. – P. 177–182. – DOI: 10.1016/j.vaa.2019.08.050.
14. PM-60Vet. Ветеринарный пульсоксиметр / Mindray. – URL: <https://www.mindray.com/ru/product/PM-60.html> (дата обращения: 15.12.2020).
15. Ветеринарный пульсоксиметр Storm H100B VET / Dixon. – URL: <https://dixon.ru/goods/veterinarny-pulsoksimetr-storm-h-100-b-vet.html> (дата обращения: 15.12.2020).
16. Ветеринарный пульсоксиметр UT100. Руководство пользователя / ЗАО «Ист Медикал». – URL: <https://www.zoomed.ru/upload/medialibrary/af2/af2ddf599628eacc2b25a3db58847612.pdf> (дата обращения: 15.12.2020).
17. Oxy9wave vet – veterinary pulse oximeter / Bionet. – URL: <https://www.bionetus.com/oxy9wave-vet-veterinary-pulse-oximeter/> (accessed: 15.12.2020).

18. Асмаков С. Интерфейс Bluetooth: справочник пользователя // Компьютер Пресс. – 2011. – № 7. – С. 56–60.

19. MAX30102. High-sensitivity pulse oximeter and heart-rate sensor for wearable health. – URL: <https://datasheets.maximintegrated.com/en/ds/MAX30102.pdf> (accessed: 15.12.2020).

20. Datasheet BlueNRG-2. – URL: <https://static.chipdip.ru/lib/992/DOC003992999.pdf> (accessed: 15.12.2020).

Педонова Зоя Николаевна, кандидат технических наук, доцент кафедры ССОД Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – исследования и разработка биомедицинских приборов и систем. Имеет более 20 публикаций. E-mail: pedonovaz@gmail.com

Кривоногова Дарья Александровна, магистрант кафедры ССОД Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – исследования и разработка биомедицинских приборов и систем. Имеет 3 публикации. E-mail: krivdah@gmail.com.

Pedonova Zoya N., associate professor at Novosibirsk State Technical University. The main field of her scientific research is research and development of biomedical devices and systems. She has more than 20 publications. E-mail: pedonovaz@gmail.com

Krivanogova Daria A., master student at the department of SSOD of Novosibirsk State Technical University. The main field of her research is design of medical equipment. She has 3 publications. E-mail: krivdah@gmail.com

DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-81-92

Design and research on a software and hardware complex for monitoring the condition of a pet*

D.A. KRIVONOGOVA^a, Z.N. PEDONOVA^b

Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation

^a krivdah@gmail.com ^b pedonovaz@gmail.com

Abstract

This article analyzes the current state and a potential use of pulseoximeters in veterinary medicine. Promising optical methods such as optical coherence tomography, pulseoximeter, and hyperspectral imaging have been clinically introduced into human medicine. But even though human and small animal medicine shares a personalized modern approach, biophotonics is still rarely used in veterinary medicine. Pulseoximeters are most often used when monitoring the condition of an animal during general anesthesia.

Prospective optical devices for small animals, such as dogs and cats, should be reliable and resistant to damage (for example, due to bites or chewing), offering convenient and short measurements. The potential of using pulseoximeters for pet monitoring has yet to be explored.

In this paper, we considered two methods of measurement, namely lumen oximetry and reflection oximetry. Based on the literature sources, we can conclude that the method of optical reflection oximetry has the same diagnostic value as the method of lumen oximetry and therefore can be used for veterinary pulseoximeters without losing the accuracy of pulse measurement and blood oxygenation.

* Received 22 July 2020.

According to the results of the existing devices review, it was found that they mainly use the lumen oximetry method. This method is convenient for performing measurements in animals under anesthesia, but it is problematic for use on actively moving animals.

The purpose of this work is to develop a new model of pulseoximeter for animals. A new type of the device based on an earlier unused method is proposed, and its advantages and disadvantages are described. Components for creation are proposed and a scheme based on these components is constructed.

Keywords: heart rate, oximetry, pets, photoplethysmography, pulseoximeter, diagnostics, monitoring, saturation

REFERENCES

1. Cugmas B., Spīgulis J. Biophotonics in veterinary medicine: the first steps toward clinical translation. *Proceedings SPIE*, 2019, vol. 10885: Optical Diagnostics and Sensing XIX: Toward Point-of-Care Diagnostics, San Francisco, CA (20 February 2019). DOI: 10.1117/12.2507980.
2. Elliott M., Baird J. Pulse oximetry and the enduring neglect of respiratory rate assessment: a commentary on patient surveillance. *British Journal of Nursing*, 2019, vol. 28, no. 19, pp. 1256–1259.
3. Gryadunova F.A., Sotnikova L.F. Faktory riska voznikoveniya posleoperatsionnykh oslozhnenii u sobak, podverghshikhsya khirurgicheskomu lecheniyu pod obshchei anesteziei [The risk factors for postoperative complications in dogs that undergone surgery under general anesthesia]. *Vestnik Altaiskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta = Bulletin of Altai State Agricultural University*, 2020, no. 6 (188), pp. 114–124.
4. Bardell D., Mosing M., Cripps P.J. Restoration of arterial oxygen tension in horses recovering from general anaesthesia. *Equine Veterinary Journal*, 2020, vol. 52, pp. 187–193. DOI: 10.1111/evj.13142.
5. Mirza U., Farooq U.B. Technological advancements in veterinary medicine. *International Journal of Science, Environment and Technology*, 2020, vol. 9, no. 4, pp. 543–547.
6. Mtetwa T.K., Zeiler G.E., Laubscher L., Pfitzer S., Meyer L.C.R. Evaluation of the reliability of pulse oximetry, at different attachment sites, to detect hypoxaemia in immobilized impala (*Aepyceros melampus*). *Veterinary Anaesthesia and Analgesia*, 2020, vol. 47, pp. 323–333. DOI: 10.1016/j.vaa.2019.08.051.
7. Auckburally A. Pulse oximetry and oxygenation assessment in small animal practice. *In Practice*, 2016, vol. 38, pp. 50–58.
8. Reiners J.K., Rossdeutscher W., Hopster K., Kästner S.B.R. Development and clinical evaluation of a new sensor design for buccal pulse oximetry in horses. *Equine Veterinary Journal*, 2018, vol. 50, pp. 228–234. DOI: 10.1111/evj.12744.
9. Rogatkin D.A. Fizicheskie osnovy opticheskoi oksimetrii [Physical foundations of optical oximetry]. *Meditsinskaya fizika = Medical Physics*, 2012, no. 2, pp. 97–114.
10. Rogatkin D.A., Lapaeva L.G. Perspektivy razvitiya neinvazivnoi spektrofotometricheskoi diagnostiki v meditsine [Prospects for development of noninvasive spectrophotometric medical diagnosis]. *Meditsinskaya tekhnika = Biomedical Engineering*, 2003, no. 4, pp. 31–36. (In Russian).
11. Vasyutina M.L., Pechnikova N.A., Toropova Ya.G. Metody vizualizatsii i analiza sostoyaniya mikrotsirkulyatornogo rusla v veterinarnoi i eksperimental'noi praktike [Methods of visualization and analysis of the microcirculatory state in veterinary and experimental practices]. *Laboratornye zhivotnye dlya nauchnykh issledovaniy = Laboratory Animals for Science*, 2019, no. 2. DOI: 10.29296/2618723X-2019-02-07.
12. Thawley V., Waddell L.S. Pulse oximetry and capnometry. *Topics in Companion Animal Medicine*, 2013, vol. 28, iss. 3, pp. 124–128. DOI: 10.1053/j.tcam.2013.06.006.
13. Mair A., Ferreira J., Ricco C., Nitzan M. Appraisal of the ‘penumbra effect’ using lingual pulse oximetry in anaesthetized dogs and cats. *Veterinary Anaesthesia and Analgesia*, 2020, vol. 47, pp. 177–182. DOI: 10.1016/j.vaa.2019.08.050.
14. *PM-60Vet. Veterinary pulse oximeter*. Mindray. (In Russian). Available at: <https://www.mindray.com/ru/product/PM-60.html> (accessed 15.12.2020).
15. *Veterinary pulse oximeter Storm H100B VET*. Dixon. (In Russian). Available at: <https://dixon.ru/goods/veterinarnyy-pulsoksimetr-storm-h-100-b-vet.html> (accessed 15.12.2020).

16. *Veterinary pulse oximeter UT100. User guide*. CJSC "East Medical". (In Russian). Available at: <https://www.zoomed.ru/upload/medialibrary/af2/af2ddf599628eacc2b25a3db58847612.pdf> (accessed 15.12.2020).

17. *Oxy9Wave Vet – veterinary pulse oximeter*. Bionet. Available at: <https://www.bionet.us.com/oxy9wave-vet-veterinary-pulse-oximeter/> (accessed 15.12.2020).

18. Asmakov S. Interfeis Bluetooth: spravochnik pol'zovatelya [Bluetooth interface: user's guide]. *Komp'yuter Press = Computer Press*, 2011, no. 7, pp. 56–60. (In Russian).

19. *MAX30102. High-sensitivity pulse oximeter and heart-rate sensor for wearable health*. Available at: <https://datasheets.maximintegrated.com/en/ds/MAX30102.pdf> (accessed 15.12.2020).

20. *Datasheet BlueNRG-2*. Available at: <https://static.chipdip.ru/lib/992/DOC003992999.pdf> (accessed 15.12.2020).

Для цитирования:

Кривоногова Д.А., Педонова З.Н. Разработка и исследование программно-аппаратного комплекса для мониторинга состояния домашнего животного // Научный вестник НГТУ. – 2020. – № 4 (80). – С. 81–92. – DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-81-92.

For citation:

Krivosnogova D.A., Pedonova Z.N. Razrabotka i issledovanie programmno-apparatnogo kompleksa dlya monitorirovaniya sostoyaniya domashnego zhirotnogo [Design and research on a software and hardware complex for monitoring the condition of a pet]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2020, no. 4 (80), pp. 81–92. DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-81-92.

ИНФОРМАТИКА,
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА
И УПРАВЛЕНИЕ

INFORMATICS,
COMPPUTER ENGINEERING
AND CONTROL

УДК 681.52

DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-93-110

Дихотомия. Дихотомия? Дихотомия! Основные положения, проблемы терминологии и инспекционный анализ метода дихотомии*

А.В. МАЙСТРЕНКО^а, К.А. МАЙСТРЕНКО^б, А.А. СВЕТЛАКОВ^с

634050, РФ, г. Томск, пр. Ленина, 40, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

^а maestro67@mail.ru ^б gos1kk@mail.ru ^с svetlakov38@mail.ru

При создании современных систем автоматического управления различными процессами и объектами, функционирующими в режиме реального времени, очень часто приходится сталкиваться с задачей решения различного рода нелинейных скалярных уравнений. В настоящее время существует целый ряд вычислительных методов и алгоритмов ее решения, одним из которых является метод дихотомии. Данный метод обладает целым рядом достоинств по сравнению с другими известными методами решения нелинейных уравнений, однако в настоящее время он не нашел широкого практического использования. Основной причиной его малой популярности является низкая скорость сходимости последовательности приближенных решений и большие объемы вычислений, необходимые для получения достаточно точных решений. Цель исследования: обстоятельно рассмотреть отличительные особенности метода дихотомии и показать предпочтительность его использования по сравнению с другими известными методами; предложить модифицированный вариант метода дихотомии, позволяющий получать более быстро сходящиеся последовательности приближенных решений нелинейных скалярных уравнений и требующий существенно меньших объемов вычислений, необходимых для получения решений с желаемой точностью; решением ряда конкретных нелинейных уравнений проиллюстрировать более высокую скорость сходимости последовательности приближенных решений, вычисляемых с применением модифицированного метода дихотомии, и тем самым обосновать преимущество нового метода для его использования при создании различных систем автоматического управления и регулирования. Предложена модификация метода деления отрезка пополам, обладающая всеми основными достоинствами модифицируемого метода. Результаты исследований могут быть использованы при разработке современных автоматических систем управления различными технологическими процессами и объектами.

Ключевые слова: дихотомия, отрезок, деление отрезка пополам, скорость сходимости, робастность, автоматическое управление, производная, концепция, автоматический регулятор

* *Статья получена 17 июля 2020 г.*

ВВЕДЕНИЕ

Одной из повсеместных и наиболее часто встречающихся в самых разнообразных отраслях научной, научно-технической, производственной и иной деятельности современного человека является задача решения различного рода нелинейных скалярных уравнений. С ней приходится сталкиваться всякий раз, когда мы имеем дело с той или иной скалярной нелинейной функцией $y = f(u)$ скалярного же аргумента u и нам необходимо по ее заданному значению y_0 определить такое значение u_0 ее аргумента u , при котором она принимает значение y_0 .

Актуальность данной задачи в практически необозримом множестве реальных ситуаций и их многообразии обусловили предложение целого ряда вычислительных методов и алгоритмов ее решения, базирующихся на различных идеях и подходах к их синтезу [1–4]. Одним из подобных методов является метод дихотомии. Несмотря на то что данный метод обладает целым рядом достоинств, которые обуславливают его привлекательность и предпочтительность его применения по сравнению с другими известными методами решения нелинейных уравнений, в настоящее время он не нашел широкого практического использования. Как отмечается в [1, 6], основной причиной его малой популярности и неширокого практического использования является низкая скорость сходимости последовательности приближенных решений, вычисляемых с его применением, и большие объемы вычислений, необходимых для получения достаточно точных решений.

Цель настоящей работы заключается в следующем:

1) предельно обстоятельно рассмотреть отличительные особенности метода дихотомии и показать предпочтительность его использования по сравнению с другими известными методами решения нелинейных скалярных уравнений;

2) предложить модифицированный вариант метода дихотомии, позволяющий получать быстросходящиеся последовательности приближенных решений нелинейных скалярных уравнений и, соответственно, требующий существенно меньших по сравнению с исходным вариантом объемов вычислений, необходимых для получения решений с желаемой точностью;

3) проиллюстрировать более высокую скорость сходимости последовательности приближенных решений, вычисляемых с применением модифицированного метода дихотомии.

Первая из названных выше целей реализуется в первом разделе работы, а вторая и третья – во втором разделе.

1. СОДЕРЖАТЕЛЬНАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СУЩНОСТЬ ЗАДАЧИ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СКАЛЯРНЫХ УРАВНЕНИЙ. ПРИМЕРЫ НЕЛИНЕЙНЫХ СКАЛЯРНЫХ УРАВНЕНИЙ И ИХ КАНОНИЗАЦИЯ

Как уже отмечено во введении, задача решения нелинейных скалярных уравнений является одной из вычислительных задач, с которыми наиболее часто приходится сталкиваться в самых разнообразных отраслях научной,

научно-технической и иной человеческой деятельности. Эта задача относится к классу обратных задач [7–9], содержательная сущность которых заключается в определении причины, обусловившей появление того или иного известного следствия.

Для более обстоятельного обсуждения ее сущности и особенностей прием следующее:

1) нам дана некоторая скалярная вещественная функция

$$y = f(u), \quad (1.1)$$

описывающая зависимость некоторой скалярной вещественной переменной величины Y от скалярной же и вещественной переменной величины U ;

2) она определена на некотором ограниченном отрезке $I_u = [a_0, b_0]$ значений ее аргумента u , где a_0 и b_0 – конечные вещественные числа такие, что $a_0 < b_0$;

3) ее значения y принадлежат ограниченному отрезку $I_y = [c, d]$, где c и d – конечные вещественные числа и $c < d$;

4) она является непрерывной и строго монотонной функцией при любом возможном значении u переменной U или, что то же самое, в любой точке $u \in I_u$.

Как известно из математического анализа [3, 6], имея функцию (1.1), можно формулировать и решать следующие два класса вычислительных задач:

1) *класс прямых задач*, каждая из которых заключается в задании того или иного значения $u = u_0 \in I_u$ и в вычислении соответствующего ему значения $y = y_0 \in I_y$ функции (1.1) согласно равенству

$$y_0 = f(u_0), \quad (1.2)$$

2) *класс обратных задач*, любая из которых заключается в задании значения $y = y^* \in I_y$ и отыскании такого значения $u^* \in I_u$, при котором функция (1.1) принимает заданное значение y^* или, что то же самое, которое является корнем уравнения вида

$$f(u^*) = y^*. \quad (1.3)$$

Замечание 1. Поводом и основанием для употребления терминов «прямая задача» и «обратная задача» в данном случае является отношение «причина–следствие» между величинами U и Y . При этом, как вытекает из определения «функция» и «аргумент функции» [1, 3, 6], изменение величины U считается причиной всякого изменения величины Y . Отношение «причина–следствие» принято считать прямым, а отношение «следствие–причина» – обратным, что, как вытекает из определения понятий «причина» и «следствие», является вполне обоснованным.

Замечание 2. Важным подмножеством класса обратных задач является множество так называемых экстремальных задач, заключающихся в отыскании значений u^* переменной величины U , удовлетворяющих условию

$$u^* = \arg \text{exstr} \{y^* : y^* \in I_y\}. \quad (1.4)$$

Символ $\arg \text{exstr} \{\dots\}$ – означает, что речь идет об отыскании таких значений u^* , при которых функция (1.1) принимает крайние, т. е. минимальные или максимальные значения из всех ее возможных значений $y \in I_y$. Как известно из математического анализа [6], если функция $y = f(u)$ является хотя бы один раз дифференцируемой функцией [10], то задача отыскания таких значений переменной U сводится к решению уравнений вида

$$dy / du = 0 \quad (1.5)$$

и, таким образом, также является обратной задачей.

Нетрудно убедиться в том, что при любом значении $y^* \in I_y$ и при любой функции $y = f(u)$ уравнение (1.3) можно представить в так называемом каноническом, т. е. более компактном и традиционно рассматриваемом в вычислительной математике [1, 4] и численных методах [2–3, 7] виде

$$\varphi(u^*) = 0, \quad (1.6)$$

где функция $\varphi(u)$ определяется равенством

$$\varphi(u) = f(u) - y^*. \quad (1.7)$$

В самом деле, сравнив (1.3) и (1.6), можно видеть, что при любой функции $y = f(u)$ для получения уравнения (1.6) необходимо и достаточно выполнить следующие две очевидные и предельно простые операции:

- 1) вычесть из обеих частей уравнения (1.3) заданное значение y^* ;
- 2) поменять левую и правую части полученного при этом уравнения местами.

Рассмотренное преобразование уравнения (1.3) в уравнение (1.6) возможно при любой функции $y = f(u)$ и при любом ограниченном значении y^* и при любом из них уравнения (1.3) и (1.6) оказываются вполне эквивалентными, т. е. имеют один и тот же корень $u = u^*$. Эквивалентность данных уравнений показана на рис. 1.1, где представлена геометрическая интерпретация функций $y = f(u)$ и $y = \varphi(u)$ и корня $u = u^*$ уравнений (1.3) и (1.6). Из рисунка видно, что точка $(u^*, 0)$ является ортогональной проекцией точ-

ки (u^*, y^*) на ось OU . Таковой же данная точка будет, очевидно, не только в случае, когда значение $y^* > 0$ (рис. 1.1), но и при любом другом ограниченном $y^* \in I_y$.

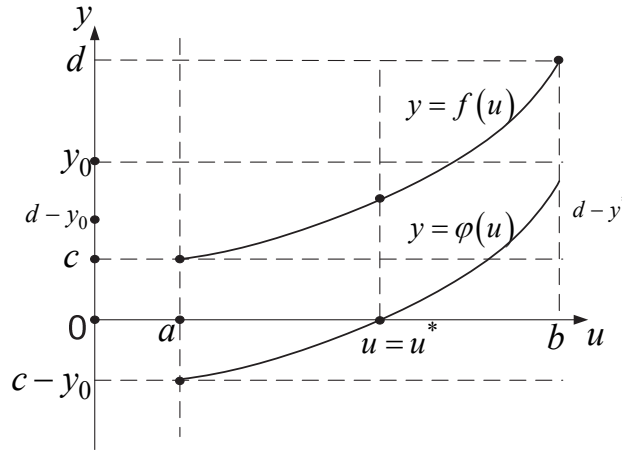


Рис. 1.1. Геометрическая интерпретация функций $y=f(u)$ и $y=\varphi(u)$

Fig. 1.1. Geometric interpretation of functions $y=f(u)$ and $y=\varphi(u)$

Эквивалентность уравнений (1.3) и (1.6) обеспечивает возможность и является обоснованием рассматриваемой замены уравнения (1.3) уравнением (1.6), а большая компактность самого уравнения (1.6) и описания алгоритмов его решения обуславливают ее целесообразность и полезность. Всюду далее будем рассматривать и обсуждать только уравнения вида (1.6) и отметим, что множество подобных уравнений и их разнообразие являются практически необозримыми. Чтобы убедиться в этом, достаточно вспомнить семейства элементарных функций. Приведем два примера подобных семейств, наиболее часто встречающихся в различных приложениях [1, 3, 6].

Пример 1. Пусть функция (1.1) является целой рациональной функцией или алгебраическим полиномом n -го порядка и определяется следующим равенством:

$$y = P_n(u) = p_0 + p_1u + p_2u^2 + \dots + p_{n-1}u^{n-1} + p_nu^n, \quad (1.8)$$

где n – порядок (степень) полинома – любое конечное натуральное число, большее единицы; p_0, p_1, \dots, p_n – коэффициенты полинома – любые ограниченные вещественные числа, не зависящие от значений u . Из (1.8) видно, что при любом заданном значении $y = y^* \in I_y$, задача определения значения u^* , при котором имеет место равенство

$$y^* = p_0 + p_1u^* + p_2(u^*)^2 + \dots + p_{n-1}(u^*)^{n-1} + p_n(u^*)^n,$$

сводится к решению алгебраического уравнения вида

$$p_n(u^*)^n + p_{n-1}(u^*)^{n-1} + \dots + p_1u^* + (p_0 - y^*) = 0. \quad (1.9)$$

Как известно из линейной алгебры [2–4] и вычислительной математики [1, 5–6], из всего многообразия нелинейных уравнений, с которыми приходится сталкиваться при решении различных теоретических и прикладных задач, алгебраические уравнения являются давно и наиболее полно исследованными, и для их решения предложено значительное число различных методов и алгоритмов. Причиной их популярности является широкое использование алгебраических полиномов вида (1.8) при аналитическом представлении таблично и графически заданных функций, а также при аппроксимации данными полиномами различных сложноустроенных и малодоступных для аналитических исследований и вычислений вещественных функций вещественных скалярных аргументов.

Пример 2. Пусть функция (1.1) является тригонометрическим полиномом $T_n(u)$ $2n$ -го порядка и, соответственно, определяется равенством

$$y = T_n(u) = p_0 + p_1 \sin u + p_2 \cos u + p_3 \sin 2u + p_4 \cos 2u + \dots + p_{2n-1} \sin nu + p_{2n} \cos nu, \quad (1.9)$$

где n – любое конечное натуральное число, а $p_i, i = \overline{0, 2n}$, – коэффициенты полинома, являющиеся ограниченными вещественными числами, не зависящими от значений u .

Как видно из данного равенства, при любом заданном значении $y = y^* \in I_y$ задача определения значения u^* , при котором выполняется равенство

$$y^* = T_n(u) = p_0 + p_1 \sin u^* + p_2 \cos u^* + p_3 \sin 2u^* + p_4 \cos 2u^* + \dots + p_{2n-1} \sin nu^* + p_{2n} \cos nu^*, \quad (1.11)$$

сводится к решению тригонометрического уравнения вида

$$(p_0 - y^*) + p_1 \sin u + p_2 \cos u + p_3 \sin 2u + p_4 \cos 2u + \dots + p_{2n-1} \sin nu + p_{2n} \cos nu = 0. \quad (1.12)$$

Тригонометрические полиномы вида (1.10) широко используются при аналитическом представлении таблично и графически заданных периодических функций, получаемых в результате экспериментальных исследований различных периодических процессов и явлений. В частности, они находят широкое применение во многих отраслях науки, техники и производства, где приходится иметь дело с колебательными процессами и явлениями. Использование данных полиномов обуславливает необходимость решения тригонометрических уравнений вида (1.12).

2. СОДЕРЖАТЕЛЬНАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СУЩНОСТЬ МЕТОДА ДИХОТОМИИ

Методом дихотомии можно назвать не один-единственный метод решения нелинейных уравнений, а бесконечное множество методов подобного назначения. В самом деле, здесь речь идет лишь о делении, как будет видно чуть ниже, отрезка I_u на две части и при этом никак не оговаривается, на какие две части делится или должен делиться данный отрезок. Но совершенно ясно следующее:

1) разделить данный отрезок на две части можно сколь угодно многими способами, воспользовавшись при этом следующим очевидным тождеством

$$l_u = \upsilon l_u + (1 - \upsilon)l_u, \quad (2.1)$$

где l_u – длина отрезка I_u ; υ – любое вещественное число, принадлежащее отрезку, $I_1 = [0, 1]$ а слагаемые υl_u и $(1 - \upsilon)l_u$ – длины первой и второй частей отрезка I_u ;

2) каждому значению υ из I_1 соответствует единственное деление (рассечение) интервала на 2 части;

3) значению $\upsilon = 0$ соответствует разделение I_u на такие две части, длины которых удовлетворяют равенствам $\upsilon l = 0$ и $(1 - \upsilon)l = l$;

4) значению $\upsilon = 1, 0$ сопоставляется разбиение I_u на такие две части, длины которых определяются равенствами $\upsilon l = l, 0$ и $(1 - \upsilon)l = 0$, и, таким образом, как и при $\upsilon = 0$, в данном случае никакого рассечения I_u нет;

5) зависимости длин первой и второй части от значений υ предельно наглядно иллюстрируются графиками, представленными на рис. 2.1, где l_1 и l_2 – соответственно длины первой и второй части отрезка I_u , определяемые равенствами $l_1 = \upsilon l$ и $l_2 = (1 - \upsilon)l$. Из рисунка и равенства (2.1) непосредственно видно, что независимо от того, какова длина l отрезка I_u , при $\upsilon = 0,5$ длины l_1 и l_2 оказываются равными $0,5l$.

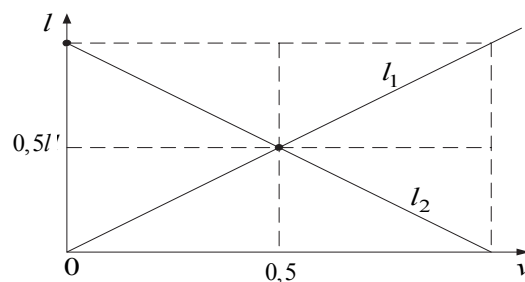


Рис. 2.1. Графики зависимостей l_1 и l_2 от υ

Fig. 2.1. Dependency graphs l_1 and l_2 of υ

Как показывает обзор работ [1–7], термин «метод дихотомии» используется как синоним терминов «метод деления отрезка пополам» [3, 6], «метод половинного деления отрезка» [1, 2, 5] или «метод бисекции» [4, 11], приме-

няемых для названия одного и того же метода решения нелинейных уравнений, в котором отрезок I_u делится на две равные части. В основе метода деления отрезка пополам или половинного деления отрезка [6] лежит теорема об обращении функции в нуль. Данная теорема называется также теоремой Больцано–Коши. Формулируется она следующим образом [6].

Пусть функция $y = \varphi(u)$ определена и непрерывна в любой точке отрезка I_u и на концах этого отрезка принимает значения разных знаков. Тогда между границами a_0 и b_0 отрезка I_u необходимо найдется точка $u = u^*$, в которой данная функция обращается в нуль и, соответственно, удовлетворяет равенству

$$\varphi(u^*) = 0. \quad (2.2)$$

Данная теорема имеет простой геометрический смысл: если непрерывная кривая, являющаяся графиком непрерывной функции $y = \varphi(u)$, переходит с одной стороны оси OU на другую, то она неизбежно пересекает эту ось (рис. 2.2) и ее использование позволяет предложить простейший и предельно универсальный численный метод, пригодный для решения любого нелинейного уравнения вида (1.6), который далее будем называть методом деления отрезка пополам. Данный метод относится к классу итерационных вычислительных методов.

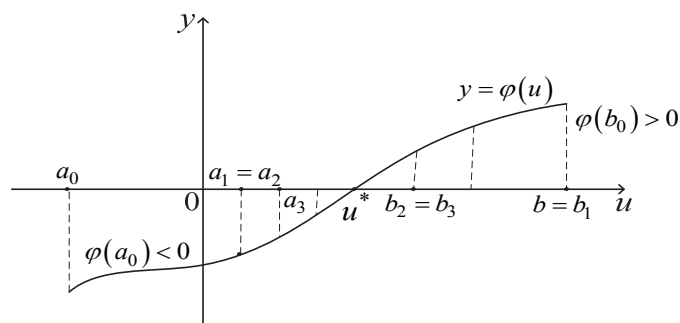


Рис. 2.2. Геометрическая интерпретация метода деления отрезка пополам

Fig. 2.2. Geometric interpretation of the segment bisection method

При этом на каждой k -й, $k = 1, 2, 3, \dots$, из итераций его применения выполняются следующие три операции:

1) определение среднего значения \bar{u}_k нижней a_{k-1} и верхней b_{k-1} границ отрезка $I_{u,k-1} = [a_{k-1}, b_{k-1}]$ в соответствии с равенством

$$\bar{u}_k = (a_{k-1} + b_{k-1}) / 2; \quad (2.3)$$

2) вычисление значения y_k функции $y = \varphi(u)$ в найденной точке $u = \bar{u}_k$ согласно равенству

$$y_k = \varphi(\bar{u}_k); \quad (2.4)$$

3) изменение границ a_{k-1} и b_{k-1} отрезка $I_{u,k-1}$ в соответствии с правилами:

$$a_k = \begin{cases} a_{k-1}, & \text{если } y_k > 0; \\ \bar{u}_k, & \text{если } y_k < 0; \end{cases} \quad (2.5)$$

$$b_k = \begin{cases} \bar{u}_k, & \text{если } y_k > 0; \\ b_{k-1}, & \text{если } y_k < 0. \end{cases} \quad (2.6)$$

Равенства (2.3)–(2.6) полностью представляют состав и последовательность реализации вычислительных и логических операций, выполняемых на k -й итерации, $k = 1, 2, 3, \dots$, в соответствии с рассматриваемым методом. В завершение его описания приведем четыре замечания, раскрывающих его содержательную и математическую сущность, а также возможности и условия его практического применения.

Замечание 1. Как видно из (2.3), отрезок $I_{u,k-1}$ на k -й итерации делится на две строго равные части. Данное обстоятельство является достаточным основанием назвать рассматриваемый метод методом половинного деления отрезка [1, 2, 5] или методом деления отрезка пополам [3, 6]. Очевидно, что каждое из этих названий отражает его содержательную сущность. Не менее очевидно и то, что каждое из них охватывается названием «метод дихотомии», в котором никак не оговаривается, на равные или неравные две части делится заданный отрезок, и, таким образом, подчеркивается лишь то, что данный отрезок делится именно на две части. Именно деление на две, но неравные части позволяет повысить скорость сходимости вычисляемых с его применением решений \bar{u}_k , $k = 1, 2, 3, \dots$

Замечание 2. Математическая сущность метода деления отрезка пополам изложена выше применительно к случаю, когда функция $y = \varphi(u)$ является монотонно возрастающей функцией. Однако вполне очевидно, что с меньшим успехом его можно использовать и в случае, когда данная функция является монотонно убывающей функцией. Для этого, как нетрудно убедиться непосредственной проверкой, необходимо и достаточно вместо правил (2.5) и (2.6) воспользоваться правилами вида

$$a_k = \begin{cases} a_{k-1}, & \text{если } y_k < 0; \\ \bar{u}_k, & \text{если } y_k > 0; \end{cases} \quad (2.7)$$

$$b_k = \begin{cases} \bar{u}_k, & \text{если } y_k < 0; \\ b_{k-1}, & \text{если } y_k > 0. \end{cases} \quad (2.8)$$

Данные условия позволяют непосредственно видеть, что и в этом случае имеющийся отрезок $I_{u,k-1}$ на k -й итерации делится на две равные части и соответственно на каждой из них сужается в два раза.

Замечание 3. При $k = 1$, т. е. при выполнении первой итерации его применения в качестве отрезка I_{u0} , здесь используется заданный нам отрезок I_u ,

и, как вытекает из (2.3), среднее значение \bar{u}_1 при этом оказывается не чем иным, как серединой отрезка I_u . Вполне очевидно, что длина l_0 отрезка I_{u0} при этом оказывается равной длине l отрезка I_u , определяемой равенством

$$l = (b_0 - a_0). \quad (2.9)$$

Не менее очевидно и то, что длина l_k отрезка I_{uk} , полученного на k -й итерации, вычисляется в соответствии с равенством

$$l_k = (b_k - a_k) = (b_{k-1} - a_{k-1})/2 = (b_0 - a_0)/2^k \quad (2.10)$$

и с увеличением k монотонно уменьшается и стремится к нулю со скоростью геометрической прогрессии, знаменатель которой равен $1/2$.

3. ИНСПЕКЦИОННЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДА ДИХОТОМИИ

Под инспекционным анализом в данном случае имеется в виду анализ метода дихотомии, выполняемый предельно обстоятельно и имеющий целью оценку его соответствия требованиям, предъявляемым к методам решения нелинейных уравнений вида (1.6), а также возможностей его совершенствования. Как это и делается при проведении подобного анализа любого другого объекта исследования, прежде всего отметим достоинства метода дихотомии, т. е. его особенности, обуславливающие предпочтительность его использования для решения уравнений (1.6) по сравнению с другими численными методами подобного назначения. Данные особенности можно обнаружить, если рассмотреть соотношения (2.3)–(2.8). При этом можно видеть, что наиболее характерными из них являются следующие 7 особенностей.

1. *Универсальность*, обеспечиваемая минимумом требований к функции $\varphi(u)$ в уравнении (1.6). Как следует из теоремы, лежащей в основе метода дихотомии (см. п. 3), для его успешного применения необходимо и достаточно, чтобы функция $\varphi(u)$ была непрерывной и на концах отрезка I_u имела значения разных знаков. Данные условия являются необходимыми и достаточными условиями существования решения u^* уравнения (1.6), и, таким образом, если какое-либо из них не выполняется, то это означает, что в отрезке I_u не существует ни одного значения u , удовлетворяющего уравнению (1.6). С другой стороны, никаким другим условиям (например, условию дифференцируемости, как это необходимо для применения метода Ньютона, или любым другим условиям) функция $y = \varphi(u)$ удовлетворять не должна.

2. *Предельная идейная и алгоритмическая простота*. Из соотношений (2.3)–(2.8) видно, что основная идея данного метода заключается в делении имеющегося отрезка $I_{u,k-1}$ на две равные части и в выборе для дальнейшего использования той из его половин, которая содержит в себе искомое решение u^* и, таким образом, действительно является предельно простой. Столь же простым является и реализующий данную идею алгоритм, представленный соотношениями (2.3), (2.5), (2.6) и (2.7), (2.8). При этом слож-

ность и объем вычислений, необходимых для получения приближенного решения \bar{u}_k , определяются сложностью «устройства» функции $y = \varphi(u)$. Как видно из соотношений (2.3)–(2.8), в результате выполнения k -й итерации, $k = 1, 2, 3, \dots$, мы получаем отрезок I_{uk} , заведомо содержащий искомое решение u^* , и это решение удовлетворяет следующим строгим равенствам:

$$a_k < u^* < b_k. \quad (3.1)$$

3. *Доступность для программной и аппаратной реализаций.* Возможности современных средств вычислительной техники и наличие различного рода уровней языков программирования, а также отмеченные выше идейная и алгоритмическая простота позволяют реализовать его как программно, так и аппаратно и делать это практически при любой функции $y = \varphi(u)$, фигурирующей в уравнении (1.6).

4. *Устойчивость к ошибкам вычислений.* Как видно из соотношений (2.3)–(2.8), замечательной особенностью метода дихотомии является то, что решение обратной задачи при его использовании сводится к решению последовательности прямых задач, что избавляет от необходимости решать плохо обусловленные уравнения, как это имеет место при использовании других методов решения нелинейных уравнений, обеспечивает его предельно высокую устойчивость по отношению к ошибкам вычислений и является его несомненным достоинством.

5. *Возможность интервального оценивания решения u^* .* Достоинством данного метода является то, что он позволяет вычислять нижнюю (левую) и верхнюю (правую) оценки искомого решения u^* и делать это не только по окончании процесса его вычисления, но и на каждой из итераций, начиная с первой из них. Как видно из (2.5)–(2.8), данными оценками являются границы a_k и b_k , вычисляемые согласно равенствам (2.5), (2.7) и (2.6), (2.8). При этом последовательность значений первой из них является монотонно возрастающей, а второй – монотонно убывающей числовыми последовательностями, и последовательность интервалов I_{uk} , содержащих решение u^* , оказывается монотонно сжимающейся и удовлетворяющей соотношениям

$$I_{u0} \supset I_{u1} \supset I_{u2} \supset \dots \supset I_{u,k-1} \supset I_{uk}. \quad (3.2)$$

6. *Возможность прогнозирования числа итераций,* необходимого для получения приближенного решения u_k , абсолютная погрешность $\Delta u_k = |u_k - u^*|$ которого не превышает заданное значение δ . Действительно, как вытекает из соотношений (2.3)–(2.8), в результате выполнения n итераций интервал $I_{u0} = |b_0 - a_0|$, содержащий решение u^* , уменьшится в 2^n раз и соответственно окажется равным $|b_0 - a_0| / 2^n$. В частности, при $n = 5$ он уменьшится в $2^5 = 32$ раза, а при $n = 10$ – в $2^{10} = 1024$, т. е. более чем в ты-

сячу раз. Отсюда вытекает, что для получения отрезка I_{un} , удовлетворяющего неравенству $I_{un} \leq \delta$, необходимо и достаточно решить неравенство

$$I_{u0} / 2^n \leq \delta \quad (3.3)$$

относительно интересующего нас значения n . Умножив обе его части на 2^n и разделив их на δ , получим неравенство вида

$$2^n \geq I_{u0} / \delta, \quad (3.4)$$

которое, очевидно, эквивалентно исходному неравенству (3.3). Логарифмируя обе его части и используя при этом десятичные логарифмы, получаем, что интересующее нас число n удовлетворяет неравенству

$$n \geq (\lg I_{u0} - \lg \delta) / \lg 2 = 3,3222(\lg I_{u0} - \lg \delta). \quad (3.5)$$

Если положить $I_{u0} = 10,0$, а $\delta = 0,001$, то, воспользовавшись данным неравенством, нетрудно убедиться в том, что число итераций n в этом случае должно удовлетворять неравенству $n \geq 13,33$.

7. *Простота регуляризации.* Как известно [10–15], регуляризация какого-либо вычислительного метода или алгоритма – это изменение его таким образом, чтобы он оказался менее чувствительным к ошибкам задания исходных данных решаемой с его применением задачи и к ошибкам вычислений. В нашем случае исходными данными решаемой задачи являются вычисляемые значения функции $y = \varphi(u)$ и значения ее аргумента u , а ошибками задания исходных данных оказываются, соответственно, ошибки вычисления значений функции $y = \varphi(u)$ и ее аргумента u . Отсюда, учитывая приведенное выше определение понятия «регуляризация», нетрудно видеть, что регуляризацию метода дихотомии можно осуществить следующими двумя способами.

1. Процесс вычисления решения u^* уравнения (1.6) продолжаем до тех пор, пока не будет выполнено, например, условие вида

$$|b_k - a_k| \leq \Delta_u, \quad (3.6)$$

где Δ_u – некоторое достаточно малое, наперед заданное нами положительное число. Необходимость и целесообразность введения данного ограничения обуславливается тем, что с увеличением числа итераций длина отрезков I_{uk} уменьшается, а их границы a_k и b_k оказываются всё более близкими числами. Как известно из вычислительной математики [1, 4] и численных методов [2, 3, 5], при вычислении разности двух близких чисел неизбежно появляется погрешность ее вычисления, и эта погрешность оказывается тем больше, чем ближе границы a_k и b_k . Отсюда вытекает, что введение ограничения (3.6) позволяет ограничить погрешность вычисления длины отрезка I_{uk} , а соответственно и погрешность вычисления решения u_k , принадлежащего данному отрезку, и, таким образом, регуляризовать рассматриваемый метод (рис. 3.1). Вполне очевидно, что точность решения u_k , вычисляемого с применением регуляризованного метода, а также число итераций, необходимых для его вычисления, будут существенно зависеть от Δ_u .

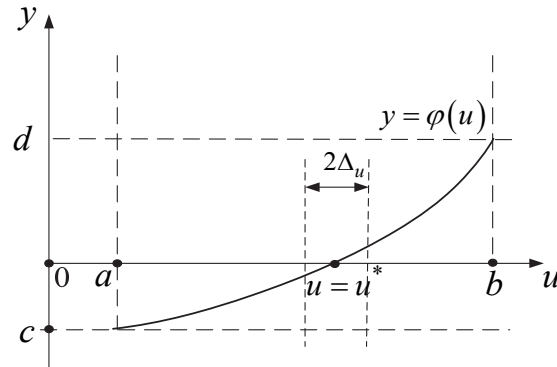


Рис. 3.1. Регуляризация метода с использованием ограничений снизу на длину отрезка I_{uk}

Fig.3.1. Regularization of the method using lower constraints on the length of the segment I_{uk}

2. Процесс вычисления решения u^* уравнения (1.6) продолжаем до тех пор, пока не будет выполнено следующее неравенство:

$$|\varphi(u_k)| \leq \Delta_\varphi, \quad (3.7)$$

где Δ_φ – некоторое, наперед заданное достаточно малое положительное число. Необходимость и целесообразность введения данного условия обуславливаются, во-первых, тем, что значения функции $\varphi(u)$ при любом значении ее аргумента u вычисляются с некоторой абсолютной погрешностью $\Delta y = \Delta y(u)$, зависящей от значений аргумента u . Во-вторых, в окрестности истинного решения u^* значения функции $\varphi(u)$ неизбежно оказываются малыми по абсолютной величине и могут оказаться сравнимыми с погрешностью ее вычисления. Но это означает, что при приближении решения u_k к истинному решению u^* оно неизбежно попадет в полосу ошибок (рис. 3.2) и его дальнейшее уточнение окажется невозможным, а продолжение процесса вычисления решений u_k – бессмысленным. Таким образом, вводя в алгоритм условие (3.7), мы исключаем возможность попадания решений u_k в полосу неустранимых ошибок и осуществляем регуляризацию обсуждаемого метода. Как и в предшествующем случае, точность решения u_k , вычисляемого с использованием регуляризованного метода, и число итераций, необходимых для его вычисления, будут существенно зависеть от Δ_φ .

Каждая из отмеченных выше семи особенностей является очевидным достоинством метода дихотомии и представляет значительный интерес с точки зрения его практического использования. В этой связи возникает вопрос: почему при наличии столь многих и несомненно полезных достоинств метод дихотомии не нашел широкого практического применения и оказался мало-востребованным?

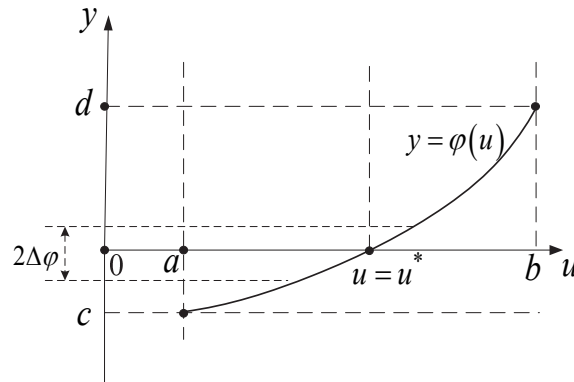


Рис. 3.2. Регуляризация метода с использованием ограничений снизу на длину отрезка Δ_φ

Fig. 3.2. Regularization of the method using lower constraints on the length of the segment Δ_φ

Причин тому три, и первой из них является низкая скорость сходимости решений u_k , вычисляемых с его использованием, к истинному решению u^* уравнения (1.6) и значительные объемы вычислений, затрачиваемые на получение достаточно точного решения. Вторая причина непопулярности заключается в том, что наряду с данным методом в XVIII–XIX веках был предложен еще целый ряд других численных методов решения нелинейных уравнений, применение которых позволяет вычислять последовательности решений u_k уравнения (1.6), сходящиеся к его истинному решению u^* с существенно более высокой скоростью, и получать достаточно точное его решение с меньшими затратами вычислений и времени. И, наконец, третьей причиной не востребованности метода дихотомии является то, что первой заботой всякого решателя нелинейных уравнений было сокращение объемов вычислений и их экономия. Поэтому выбор того или иного метода решения нелинейного уравнения был практически predetermined и осуществлялся не в пользу метода дихотомии.

Наиболее часто при этом предпочтение отдавалось методу Ньютона или методу касательных. Причиной его большой популярности и востребованности является высокая скорость сходимости вычисляемых с его применением приближенных решений u_k уравнения (1.6) к его истинному решению u^* . Как известно [1, 6], решения u_k удовлетворяют следующему неравенству:

$$|u_k - u^*| \leq M |u_{k-1} - u^*|^2 / 2m. \quad (3.8)$$

Здесь M и m – постоянные величины, определяемые равенствами вида

$$a) M = \arg \max \left\{ \left| \frac{d^2 \varphi}{du^2} \right| \right\} \quad \text{и} \quad b) m = \arg \min \left\{ \left| \frac{d\varphi}{du} \right| \right\}, \quad (3.9)$$

где $\operatorname{argmax}\{\dots\}$ – аргумент максимума, а $\operatorname{argmin}\{\dots\}$ – аргумент минимума – значения аргумента u , при которых модули второй и первой производных функции $\varphi(u)$ принимают максимальное и минимальное значения. Из (3.8) видно, что в его правой части стоит квадрат модуля $|u_{k-1} - u^*|$, и, следовательно, если $|u_{k-1} - u^*| < 1$, то k -е приближенное решение u_k оказывается на два порядка ближе к истинному решению u^* уравнения (1.6), чем решение u_{k-1} . Именно эта особенность метода Ньютона и делает его одним из самых эффективных численных методов решения нелинейных уравнений и позволяет говорить о том, что последовательность приближенных решений u_k , вычисляемых с его помощью, имеет квадратичную скорость сходимости. Так, если при некотором $k \geq 1$ имеет место неравенство $|u_{k-1} - u^*| \leq 0,01$, то $|u_k - u^*| \leq 0,0001$, и, таким образом, если начальное приближенное решение u_0 уравнения (1.6) выбрано достаточно близким к его истинному решению u^* , то для уточнения u_0 потребуется всего лишь одна-две итерации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выявленные выше 7 особенностей метода деления отрезка пополам предельно наглядно иллюстрируют привлекательность его применения в автоматических и автоматизированных системах различного назначения (управления, наблюдений и т. п.), функционирующих в режиме *real time*. Они же позволяют вполне однозначно заключить следующее:

1) из всех известных в настоящее время методов решения нелинейных уравнений применение данного метода обеспечивает наиболее широкие возможности для создания робастных автоматизированных систем самого разнообразного назначения;

2) круг данных возможностей можно еще более расширить, если каким-либо приемлемым с точки зрения реализации в режиме *real time* способом увеличить скорость сходимости решений нелинейных уравнений, вычисляемых с его применением.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. – М.: Физматгиз, 1963. – 660 с.
2. Мудров А.Е. Численные методы для ПЭВМ на языках бейсик, фортран и паскаль. – Томск: Раско, 1991. – 270 с.
3. Хемминг Р.В. Численные методы: для научных работников и инженеров. – 2-е изд., испр. – М.: Наука, 1972. – 400 с.
4. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулдер К. Машинные методы математических вычислений. – М.: Мир, 1980. – 280 с.
5. Данилина Н.И., Дубровская Н.С., Кваша О.П. Численные методы: учебник для техникумов. – М.: Высшая школа, 1976. – 368 с.

6. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1. – М.: Наука, 1970. – 608 с.
7. Синтез метода автоматического регулирования процессов, основанного на концепции обратных задач динамики / А.Е. Карелин, А.В. Майстренко, А.А. Светлаков, С.А. Харитонов // Омский научный вестник. – 2017. – № 4 (154). – С. 83–87.
8. Майстренко А.В. Экспериментальные исследования метода автоматического регулирования процессов, основанного на концепции обратных задач динамики // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Электротехника, информационные технологии, системы управления. – 2018. – № 27. – С. 176–194.
9. Майстренко А.В., Светлаков А.А. Косвенное измерение расхода жидкости, перекачиваемой насосными агрегатами // Доклады ТУСУР. – 2014. – № 4 (34). – С. 215–220.
10. Майстренко А.В., Светлаков А.А., Старовойтов Н.В. Цифровое дифференцирование измеряемых сигналов с применением интегральных уравнений В. Вольтерра и его регуляризация // Омский научный вестник. – 2013. – № 2 (120). – С. 308–313.
11. Трауб Дж. Итерационные методы решения уравнений: пер. с англ. – М.: Мир, 1985. – 264 с.
12. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – Изд. 2-е. – М.: Наука, 1979. – 286 с.
13. Майстренко А.В., Светлаков А.А., Старовойтов Н.В. Цифровое дифференцирование сигналов на основе скользящей квадратичной аппроксимации и его применение в синтезе ПИД-регуляторов // Омский научный вестник. – 2016. – № 1 (145). – С. 73–77.
14. Майстренко А.В., Светлаков А.А., Старовойтов Н.В. Цифровое дифференцирование сигналов с применением многоточечных методов в системах автоматического регулирования процессов // Доклады ТУСУР. – 2009. – № 2 (20). – С. 86–89.
15. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов: пер. с англ. – М.: Мир, 1978. – 848 с.

Майстренко Андрей Васильевич, кандидат технических наук, доцент кафедры «Компьютерные системы в управлении и проектировании» Томского государственного университета автоматизированных систем управления и радиоэлектроники. Основное направление научных исследований – автоматизация технологических процессов. Имеет более 50 печатных работ и учебных пособий. E-mail: maestro67@mail.ru.

Майстренко Константин Андреевич, бакалавр технических наук, студент кафедры «Компьютерные системы в управлении и проектировании» Томского государственного университета автоматизированных систем управления и радиоэлектроники. Основное направление научных исследований – автоматизация технологических процессов. E-mail: goslkk@mail.ru.

Светлаков Анатолий Антонович, доктор технических наук, профессор кафедры «Компьютерные системы в управлении и проектировании» Томского государственного университета автоматизированных систем управления и радиоэлектроники. Основное направление научных исследований – автоматизация технологических процессов. Имеет более 200 печатных работ и учебных пособий. E-mail: svetlakov38@mail.ru.

Maistrenko Andrey V., PhD (Eng.), associate professor at the Department of Computer Systems in Management and Design in Tomsk State University of Automated Control Systems and Radioelectronics. His research interests are currently focused on automation of technological processes. He has more than 50 publications and teaching manuals. E-mail: maestro67@mail.ru.

Maistrenko Konstantin A., Bachelor of Engineering, master student at the Department of Computer Systems in Management and Design in Tomsk State University of Automated Control Systems and Radioelectronics. His research interests are currently focused on automation of technological processes. E-mail: goslkk@mail.ru.

Svetlakov Anatoliy A., D.Sc. (Eng.), professor, Department of Computer Systems in Management and Design in Tomsk State University of Automated Control Systems and Radioelectronics. His research interests are currently focused on automation of technological processes. He has more than 200 publications and teaching manuals. E-mail: svetlakov38@mail.ru.

DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-93-110

Dichotomy. Dichotomy? Dichotomy! Basic provisions, problems of terminology and inspection analysis of the method of dichotomy*A.V. MAISTRENKO^a, K.A. MAISTRENKO^b, A.A. SVETLAKOV^c

Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, 40 Lenin Prospekt, Tomsk, 634050, Russian Federation

^a maestro67@mail.ru ^b gos1kk@mail.ru ^c svetlakov38@mail.ru**Abstract**

When creating modern systems of automatic control of various processes and objects operating in real time, very often one has to face the problem of solving various kinds of nonlinear scalar equations. Currently, there are a number of computational methods and algorithms for its solution, one of which is the dichotomy method. This method has a number of advantages in comparison with other known methods for solving nonlinear equations, but at present it has not found wide practical use. The main reason for its low popularity is the low rate of convergence of the sequence of approximate solutions and a large amount of computation required to obtain sufficiently accurate solutions. The purpose of the study is to consider in detail distinctive features of the dichotomy method and show the preference of its use in comparison with other known methods. We propose a modified version of the dichotomy method that allows one to obtain more rapidly converging sequences of approximate solutions to nonlinear scalar equations and requires significantly fewer computations required to obtain solutions with the desired accuracy. By solving a number of specific nonlinear equations, it is possible to illustrate the higher convergence rate of the sequence of approximate solutions calculated using the modified dichotomy method and, thereby, to substantiate the advantage of the new method for its use in creating various automatic control and regulation systems. Based on the results obtained a modification of the method for segment bisection is proposed. It has all the main advantages of the modified method. The research results can be used in the development of modern automatic control systems for various technological processes and objects.

Keywords: dichotomy, segment, bisection of a segment, convergence rate, robustness, automatic control, derivative, concept, automatic controller

REFERENCES

1. Demidovich B.P., Maron I.A. *Osnovy vychislitel'noi matematiki* [Fundamentals of computational mathematics]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1963. 660 p.
2. Mudrov A.E. *Chislennye metody dlya PEVM na yazykakh Beisik, Fortran i Paskal'* [Numerical methods for PCs in BASIC, Fortran and Pascal]. Tomsk, Rasko Publ., 1991. 270 p.
3. Hamming R.W. *Numerical methods for scientists and engineers*. New York, McGraw-Hill, 1962 (Russ. ed.: Khemming R.V. *Chislennye metody: dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov*. 2nd ed. Moscow, Nauka Publ., 1972. 400 p.).
4. Forsythe G.E., Malcolm M.A., Moler C.B. *Computer methods for mathematical computations*. Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1977 (Russ. ed.: Forsait Dzh., Mal'kol'm M., Moulter K. Moscow, Mir Publ., 1980. 280 p.).
5. Danilina N.I., Dubrovskaya N.S., Kvasha O.P. *Chislennye metody* [Numerical methods]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1976. 368 p.
6. Fichtenholz G.M. *Kurs differentsial'nogo i integral'nogo ischisleniya*. T. 1 [The course of differential and integral calculus. Vol. 1]. Moscow, Nauka Publ., 1970. 608 p.
7. Karelin A.E., Maistrenko A.V., Svetlakov A.A., Kharitonov S.A. Sintez metoda avtomaticheskogo regulirovaniya protsessov, osnovannogo na kontseptsii obratnykh zadach dinamiki [Synthesis

* Received 17 July 2020.

of the method of automatic control of processes based on the concept of inverse problems of dynamics]. *Omskii nauchnyi vestnik = Omsk Scientific Bulletin*, 2017, no. 4 (154), pp. 83–87.

8. Maistrenko A.V. Eksperimental'nye issledovaniya metoda avtomaticheskogo regulirovaniya protsessov, osnovannogo na kontseptsii obratnykh zadach dinamiki [Experimental researches of the method of automatic regulation of processes based on the concept of reverse dynamics problems]. *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Elektrotehnika, informatsionnye tekhnologii, sistemy upravleniya = Perm National Research Bulletin. Electrotechnics, Informational Technologies, Control Systems*, 2018, no. 27, pp. 176–194.

9. Maistrenko A.V., Svetlakov A.A. Kosvennoe izmerenie raskhoda zhidkosti perekachivaemoi nasosnymi agregatami [The indirect measurement of oil flow rate, delivered with a pump unit]. *Doklady Tomskogo gosudarstvennogo universiteta sistem upravleniya i radioelektroniki = Proceedings of TUSUR University*, 2014, no. 4 (34), pp. 215–220.

10. Maistrenko A.V., Svetlakov A.A., Starovoitov N.V. Tsifrovoe differentsirovanie izmeryaemykh signalov s primeneniem integral'nykh uravnenii V. Vol'terra i ego regularizatsiya [Digital differentiation of measured signals using V. Volterra integral equations and its regularization]. *Omskii nauchnyi vestnik = Omsk Scientific Bulletin*, 2013, no. 2 (120), pp. 308–313.

11. Traub J.F. *Iterative methods for the solution of equations*. New York, Chelsea, 1982 (Russ. ed.: Traub Dzh. *Iteratsionnye metody resheniya uravnenii*. Moscow, Mir Publ., 1985. 264 p.).

12. Tikhonov A.N., Arsenin V.Ya. *Metody resheniya nekorrektnykh zadach* [Methods for solving incorrect problems]. 2nd ed. Moscow, Nauka Publ., 1979. 286 p.

13. Maistrenko A.V., Svetlakov A.A., Starovoitov N.V. Tsifrovoe differentsirovanie signalov na osnove skol'zyashchei kvadrachnoi approksimatsii i ego primeneniye v sinteze PID-regulyatorov [Digital signal differentiation based on sliding quadratic approximation and its application in the synthesis of PID controllers]. *Omskii nauchnyi vestnik = Omsk Scientific Bulletin*, 2016, no. 1 (145), pp. 73–77.

14. Maistrenko A.V., Svetlakov A.A., Starovoitov N.V. Tsifrovoe differentsirovanie signalov s primeneniem mnogotochechnykh metodov v sistemakh avtomaticheskogo regulirovaniya protsessov [Digital signal differentiation using multipoint methods in automatic process control systems]. *Doklady Tomskogo gosudarstvennogo universiteta sistem upravleniya i radioelektroniki = Proceedings of TUSUR University*, 2009, no. 2 (20), pp. 86–89.

15. Rabiner L., Gold B. *Theory and application of digital signal processing*. Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1975 (Russ. ed.: Rabiner L., Gould B. *Teoriya i primeneniye tsifrovoy obrabotki signalov*, Moscow, Mir Publ., 1978. 848 p.).

Для цитирования:

Майстренко А.В., Майстренко К.А., Светлаков А.А. Дихотомия. Дихотомия? Дихотомия! Основные положения, проблемы терминологии и инспекционный анализ метода дихотомии // Научный вестник НГТУ. – 2020. – № 4 (80). – С. 93–110. – DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-93-110.

For citation:

Maistrenko A.V., Maistrenko K.A., Svetlakov A.A. Dikhotomiya. Dikhotomiya? Dikhotomiya! Osnovnye polozheniya, problemy terminologii i inspektsionnyi analiz metoda dikhotomii [Dichotomy. Dichotomy? Dichotomy! Basic provisions, problems of terminology and inspection analysis of the method of dichotomy]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2020, no. 4 (80), pp. 93–110. DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-93-110.

ИНФОРМАТИКА,
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА
И УПРАВЛЕНИЕ

INFORMATICS,
COMPPUTER ENGINEERING
AND CONTROL

УДК 519.233.22

DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-111-120

Метод синтеза нейронных регуляторов для линейных объектов*

Д.О. РОМАННИКОВ

630073, РФ, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20, Новосибирский государственный
технический университет

dmitry.romannikov@gmail.com

В статье предлагается метод синтеза нейронного регулятора для замкнутых систем с линейными объектами. Научная новизна предлагаемого метода заключается в том, что нейронный регулятор, на вход которого подается вектор состояния объекта (для объектов с недоступным вектором состояния возможно использовать вектор оценки вектора состояния объекта), должен быть обучен для стабилизации в одном из возможных желаемых значений, а для обеспечения регулирования в других желаемых значениях предлагается пропорционально уменьшать / увеличивать сигнал вектора состояния и увеличивать / уменьшать сигнал управления, формируемого нейронным регулятором. Также к другим достоинствам предлагаемого метода относятся: 1) отсутствие необходимости обучения на нескольких желаемых значениях, что существенно упрощает и ускоряет обучение нейронной сети, а также устраняет ошибки регулирования в диапазоне значений, для которых не выполнялось обучение нейронного регулятора; 2) возможность обучения из начально неустойчивого состояния замкнутой системы. Предлагаемый метод синтеза нейронного регулятора для замкнутой системы с линейным объектом опробован на примере синтеза регулятора для объекта $1/s^3$, который является неустойчивым. В качестве регулятора используется нейронная сеть, которую предлагается обучать одним из методов обучения с подкреплением (в статье метод Deterministic Policy Gradient позволил получить наилучшие результаты). Полученные графики переходных процессов позволяют сделать вывод о его успешном применении. Статья заканчивается выводами и рассуждениями о дальнейших направлениях исследования, к которым можно отнести качество переходного процесса и возможность его корректировки за счет изменения функции награды, что позволит задавать графики переходных процессов.

Ключевые слова: нейронные сети, синтез, классификация, структура нейронных сетей, методы обучения, машинное обучение, обратное распространение ошибки, структурные методы, алгоритмы управления

* Статья получена 29 мая 2020 г.

1. ВВЕДЕНИЕ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Синтез регуляторов остается актуальной задачей в настоящее время. Особенно перспективным с точки зрения исследования и реализации является применение нейронных сетей для синтеза из-за их свойств адаптивности (что позволяет подстраивать значения коэффициентов для возможности работать при меняющихся значениях параметров объекта или внешних возмущениях) [1–3], надежности (что при условии избыточности параметров нейронной сети позволяет ей работать при частичном повреждении) [1–3].

Нейронные сети применяются для распознавания объектов на изображениях [4], распознавания звуков и речи [5]. Рассматривались задачи синтеза структуры нейронной сети для статических задач: в работе [6] решалась задача построения нейронной сети для решения логико-арифметических задач, в [7] решалась задача синтеза нейронных сетей для реализации рекуррентного метода наименьших квадратов. В решениях динамических задач нейронные сети (в частности, методы обучения с подтверждением) использовались для разработки систем для игры на игровых досках или компьютерных игр [8, 9].

Одним из направлений применения нейронных сетей для синтеза систем автоматического управления для линейного объекта, который может быть представлен в виде

$$y = Au,$$

где y – выходной сигнал объекта, u – сигнал управления, является их использование для настройки параметров значений регуляторов (в частности, ПИД-регуляторов) [10, 11]. Структурная схема такой замкнутой системы приведена на рис. 1, где v – уставка, e – ошибка, u – управление, y – выходное значение объекта.

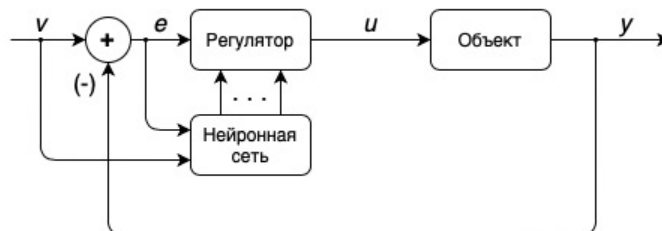


Рис. 1. Структурная схема замкнутой системы с нейронной сетью для корректировки значений регулятора

Fig. 1. Block diagram of a closed-loop system with a neural network for adjusting the controller values

Достоинством системы на рис. 1 является возможность подстройки ее коэффициентов с течением времени при работе системы, т. е. ее адаптивность. Предпочтительнее, чтобы обучение нейронной сети выполнялось из начального устойчивого положения системы (обучение из начального неустойчивого положения системы приводит к существенным сложностям при процедуре оптимизации). К недостаткам данного способа управления относится сложность обучения их начального неустойчивого состояния объекта.

Другим направлением синтеза нейронных регуляторов является способ управления по предсказанию (*predictive control*) [12]. Структурная схема этого способа управления представлена на рис. 2. Она состоит из трех основных блоков: 1) объект управления; 2) блок регулятора; 3) нейронная сеть модели объекта. На вход блока оптимизации подается уставка v , а на выходе формируется два сигнала управления: вектор U' подается на нейронную модель объекта, на которую также приходит вектор сигнала с выхода объекта Y с задержкой в один такт. Далее в нейронной модели объекта формируется предсказание следующего значения объекта y' , которое подается на регулятор с целью дальнейшей оптимизации и формирования сигнала управления u для объекта.

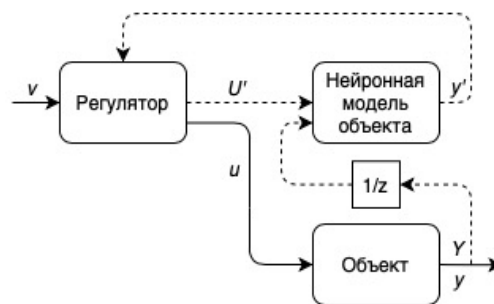


Рис. 2. Структурная схема замкнутой системы с нейронной сетью при регулировании по предсказанию

Fig. 2. Block diagram of a closed system with a neural network for predictive control

Стоит отметить, что такой способ не получил развития на практике из-за возникающих ошибок при регулировании по причине погрешностей в нейронной модели объекта. Другим недостатком, который ограничивает применение вышеуказанного метода, привносит процедура оптимизации, которая является затратной по времени и вычислительным ресурсам и должна выполняться во время процесса регулирования.

Для задач синтеза систем управления нейронные сети могут использовать в качестве регуляторов, которые управляют объектом с использованием вектора состояния и обучения с подтверждением (*reinforcement learning*) [13–16]. Обучение с подтверждением в теории и практике применения нейронных сетей используется для решения динамических задач. В его основе лежит представление системы в виде Марковского процесса принятия решений состояния, где в каждом состоянии среды актер может выполнять одно из действий и в результате выполнения выбранного действия получать награду. С точки зрения синтеза систем управления состоянием является вектор состояния объекта, действием – управляющее воздействие, наградой может выступать обратное значение ошибки регулирования.

Среди примеров применения к синтезу систем автоматического регулирования можно выделить [14], где приводится синтез системы управления для многоканального нелинейного объекта, [15, 16] – пример синтеза системы управления для многоканального линейного объекта. Регуляторы (см. [14, 15])

имеют общий недостаток – сложность обучения для диапазона значений, что частично решено в [16], где предлагается добавлять желаемое выходное значение во входной слой нейронной сети регулятора. Но полностью это не решает проблему регулирования в диапазоне, так как предлагаемый в [16] способ вынуждает выполнять обучение на большом количестве значений диапазона, что существенно усложняет процесс обучения (к примеру, для диапазона $\{-1, 1\}$ с шагом 0.1 нужно выполнить обучение на 21 значении).

Тогда для класса линейных объектов сформулируем задачу разработки метода синтеза регулятора с использованием нейронных сетей, который будет способен выполнять регулирование на любом значении заданного диапазона желаемых выходных значений, а обучение нейронной сети регулятора лишено недостатка обучения на множестве значений диапазона.

2. МЕТОД СИНТЕЗА НЕЙРОННЫХ РЕГУЛЯТОРОВ

Основным с точки зрения выполняемого исследования достоинством публикаций [14–16] является возможность обучения из начального неустойчивого состояния замкнутой системы и стабилизации в одном или нескольких желаемых значениях.

С другой стороны, увеличение желаемых значений ведет к значительному усложнению обучения нейронной сети регулятора. Основными причинами являются сложность одновременного контроля «качества» управляющего воздействия и переходного процесса (отсутствие перерегулирования, время переходного процесса, отсутствие скользящего режима и другие). А также любое увеличение диапазона желаемых значений работы замкнутой системы будет ограниченным.

Используя приведенные достоинства используемых методов обучения нейронной сети регулятора, можно сформулировать методику синтеза нейронного регулятора, который будет стабилизировать линейный объект только около одного заранее заданного значения, которое заключается в последовательном выполнении следующих шагов:

1) сформировать нейронную сеть регулятора, на вход которого подается вектор состояния объекта (т. е. число входных нейронов равно размерности вектора состояния), а выходной слой состоит из одного нейрона с функцией активации гипертангенса (\tanh). Количество скрытых слоев, типы нелинейностей и начальные значения можно выбрать исходя из конкретной задачи и примеров синтеза нейронного регулятора, приведенных ниже;

2) сформировать замкнутую систему, состоящую из нейронного регулятора и самого объекта управления. Нейронный регулятор формирует управляющее воздействие, ограниченное в диапазоне $\{A, B\}$, где A и B – нижняя и верхняя границы управления, которое подается на объект управления (рис. 3);

3) выполнить обучение нейронной сети регулятора с заданными длительностями переходного процесса, стоимостной функцией и другими параметрами обучения нейронной сети при помощи одного из методов обучения с подкреплением (в частности, метода *Deterministic Policy Gradient*) [17].

Полученная замкнутая система, с одной стороны, может быть получена относительно легко, но способна стабилизироваться только около одного за-

данного на этапе обучения желаемого значения. Для решения этой проблемы рассмотрим усовершенствованную схему замкнутой системы на рис. 3.



Рис. 3. Структурная схема замкнутой системы с нейронной сетью для обеспечения регулирования в любом значении диапазона

Fig. 3. Block diagram of a closed system with a neural network to ensure regulation in any value of the range

На схеме замкнутой системы, представленной на рис. 3, на вход нейронной сети регулятора поступает сигнал вектора состояния с объекта управления (обеспечение регулирования без использования вектора управления рассмотрено в [15]), предварительно разделенный на значение уставки. Таким образом, нейронная сеть регулятора формирует управление исходя из измененного сигнала, а далее сигнал управления должен быть умножен на значение уставки. При обучении нейронной сети регулятора согласно вышеприведенной методики для стабилизации выходного сигнала, отличного от единицы, умножение и деление на схеме (см. рис. 3) должно быть изменено пропорционально.

3. ПРИМЕРЫ СИНТЕЗА НЕЙРОННОГО РЕГУЛЯТОРА

Рассмотрим пример синтеза нейронного регулятора и замкнутой системы для объекта:

$$W(s) = \frac{1}{s^3}.$$

Для моделирования объект представлен в дискретном виде со временем дискретизации 0,05 с путем замены непрерывных интеграторов на дискретные. Моделирование и обучение осуществлялось с параметрами, приведенными в таблице, и позволило получить обученную нейронную сеть, которая способна стабилизировать объект в значении единицы. Структурная схема примера приведена на рис. 4, а соответствующие переходные процессы – на рис. 5.

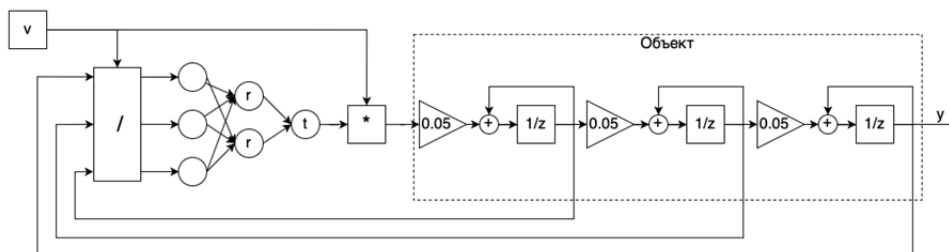


Рис. 4. Схема замкнутой системы автоматического регулирования для объекта $1/s^3$

Fig. 4. Scheme of a closed automatic control system for an object $1/s^3$

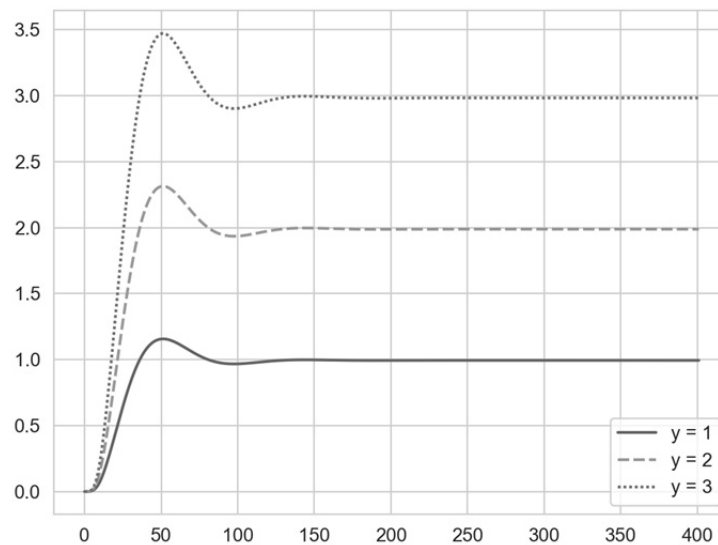


Рис. 5. Примеры переходных процессов для различных уставок (система поддерживает возможность стабилизации в любом значении)

Fig. 5. Examples of transient processes for different setpoints (the system supports the ability to stabilize at any value)

На схеме замкнутой системы на рис. 4 в нейронной сети регулятора буквами r и t обозначены нелинейности $relu$ и $tanh$ соответственно. На вход нейронной сети поступает сигнал с интеграторов объекта. В случае их недоступности можно воспользоваться их оценкой, полученной с помощью либо классического наблюдателя, либо нейронного.

Значение параметров моделирования замкнутой системы и обучения нейронной сети регулятора

The value of the parameters of the closed-loop system simulation and training of the controller neural network

Параметр	Значение
Максимальное время переходного процесса	400 тактов (1 такт = 0,05 с)
Максимальное / минимальное отклонение значений переходного процесса	-10/10
Количество нейронов в нейронной сети регулятора	3 нейрона во входном слое, 2 – в скрытом, 1 – в выходном
Функции активации нейронного регулятора	$Relu$ в скрытом слое, $tanh$ – в выходном
Алгоритм обучения	<i>Adam (A Method for Stochastic Optimization)</i> [18]
Параметры алгоритма обучения	Скорость обучения $1 \cdot 10^{-4}$, остальные параметры по умолчанию
Размер одного пакета (<i>batch</i>) для группировки данных	64
Величина $gamma$ алгоритма <i>Deterministic Policy Gradient</i>	0,99

На рис. 5 приведены примеры переходных процессов. Обучение выполнялось только для значения единицы, но уменьшение значений вектора состояния объекта в 2 и 4 раза соответственно и одновременное увеличение значения сигнала управления в 2 и 4 раза соответственно позволяет выполнять регулирование.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен метод синтеза нейронных регуляторов для замкнутых систем для линейных объектов, главной особенностью которых является обучение нейронной сети регулятора для стабилизации на одном значении и пропорциональном уменьшении и увеличении вектора состояния (подается на вход нейронного регулятора) и сигнала управления для обеспечения возможности регулирования на любом значении уставки. Также использование нейронного регулятора позволяет получать более предпочтительные графики переходных процессов.

К достоинствам и научной новизне предложенного метода синтеза нейронных регуляторов для линейных объектов относится следующее: 1) предложенная структура замкнутой системы позволяет выполнять регулирование для любого значения уставки; 2) отсутствие необходимости обучения нейронного регулятора на множестве значений, что значительно ускоряет и упрощает процесс обучения.

При этом сохранена возможность обучения замкнутой системы из начального неустойчивого положения [14–16], а применение нейронной сети позволяет использовать ее достоинства (в частности, адаптивность). При недоступности вектора состояния объекта предлагается использовать наблюдатель, рассчитанный либо классическим способом, либо с применением нейронов.

Предложенный метод продемонстрирован на примере синтеза замкнутой системы для линейного объекта $1/s^3$, приведены графики переходных процессов для различных уставок.

Дальнейшим направлением исследования является качество переходного процесса и возможность его корректировки за счет изменения функции награды, что позволит задавать графики переходных процессов. Также предлагаемый метод может быть применен к многоканальным объектам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bishop C.* Pattern recognition and machine learning. – New York: Springer, 2007. – 738 p. – (Information Science and Statistics).
2. *Goodfellow I., Bengio Y., Courville A.* Deep learning. – Cambridge: MIT Press, 2016. – 787 p.
3. *Haykin S.* Neural networks and learning machines. – 3rd ed. – New York: Prentice Hall, 2009. – 938 p.
4. *Krizhevsky A., Sutskever I., Hinton G.E.* ImageNet classification with deep convolutional neural networks // Advances in Neural Information Processing Systems 25: 26th Annual Conference on Neural Information Processing Systems 2012. – Red Hook, NY: Curran, 2013. – P. 1097–1105.
5. *Graves A., Mohamed A., Hinton G.* Speech recognition with deep recurrent neural networks // 2013 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). – Vancouver, BC, Canada, 2013. – P. 6645–6649.

6. Воевода А.А., Романников Д.О. Синтез нейронной сети для решения логико-арифметических задач // Труды СПИИРАН. – 2017. – Вып. 54. – С. 205–223.
7. Воевода А.А., Романников Д.О. Синтез нейронной сети для реализации рекуррентного метода наименьших квадратов // Научный вестник НГТУ. – 2018. – № 3 (72). – С. 33–42. – DOI: 10.17212/1814-1196-2018-3-33-42.
8. Playing Atari with deep reinforcement learning / V. Mnih, K. Kavukcuoglu, D. Silver, A. Graves, I. Antonoglou, D. Wierstra, M. Riedmiller // NIPS Deep Learning Workshop. – Lake Tahoe, 2013. – URL: <https://arxiv.org/pdf/1312.5602.pdf> (accessed: 16.12.2020).
9. Mastering the game of Go with deep neural networks and tree search / D. Silver, A. Huang, C. Maddison, A. Guez, L. Sifre, G. Driessche, J. Schrittwieser, I. Antonoglou, V. Panneershelvam, M. Lanctot, S. Dieleman, D. Grewe, J. Nham, N. Kalchbrenner, I. Sutskever, T. Lillicrap, M. Leach, K. Kavukcuoglu, T. Graepel, D. Hassabis // Nature. – 2016. – Vol. 529. – P. 484–503.
10. An adaptive PID neural network for complex nonlinear system control / J. Kang, W. Meng, A. Abraham, H. Liu // Neurocomputing. – 2014. – Vol. 135. – P. 79–85.
11. Белов М.П., Чан Д.Х. Интеллектуальный контроллер на основе нелинейного оптимального управления роботами-манипуляторами // Известия СПбГЭТУ ЛЭТИ. – 2018. – № 9. – С. 76–86.
12. Soloway D., Haley P.J. Neural generalized predictive control // Proceedings of the 1996 IEEE International Symposium on Intelligent Control. – Dearborn, MI, USA, 1996. – P. 277–282.
13. Sutton R., Barto A. Reinforcement learning: an introduction. – Cambridge: MIT Press, 2018. – 1328 p.
14. Wang Y., Velswamy K., Huang B. A novel approach to feedback control with deep reinforcement learning // IFAC-PapersOnLine. – 2018. – Vol. 51 (18). – P. 31–33.
15. Воевода А.А., Романников Д.О. Синтез регуляторов для многоканальных систем с использованием нейронных сетей // Научный вестник НГТУ. – 2019. – № 4 (77). – С. 7–16. – DOI: 10.17212/1814-1196-2019-4-7-16.
16. Воевода А.А., Романников Д.О. Метод синтеза регуляторов для многоканальных систем с использованием нейронных сетей // Вычислительные технологии. – 2020. – Т. 25, № 3. – С. 111–118.
17. Deterministic policy gradient algorithms / D. Silver, G. Lever, N. Heess, T. Degris, D. Wierstra, M. Riedmiller // Proceedings of Machine Learning Research. – 2014. – Vol. 32: International Conference on Machine Learning, 22–24 June 2014, Beijing, China. – P. 387–395.
18. Kingma D., Ba J. Adam: a method for stochastic optimization // Proceeding the 3rd International Conference for Learning Representations, ICLR 2015. – San Diego, 2015. – URL: <http://arxiv.org/abs/1412.6980> (accessed: 16.12.2020).

Романников Дмитрий Олегович, кандидат технических наук, доцент кафедры автоматизации Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: машинное обучение, нейронные сети, сети Петри. Число научных публикаций – 51. E-mail: dmitry.romannikov@gmail.com.

Romannikov Dmitry O., PhD (Eng.), associate professor at the Department of Automation, Novosibirsk State Technical University. His research interests include machine learning, neural networks, and Petri nets. He is the author of 51 publications. E-mail: dmitry.romannikov@gmail.com.

DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-111-120

A method for the synthesis of neural regulators for linear objects*

D.O. ROMANNIKOV

Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation

dmitry.romannikov@gmail.com

Abstract

The article proposes a method for the synthesis of a neural controller for closed-loop systems with linear objects. The scientific novelty of the proposed method lies in the fact that the neural controller, to the input of which the object state vector is fed, must be trained to stabilize in one of the possible desired values, and to ensure regulation in other desired values. For objects with an inaccessible state vector, it is possible to use the estimation vector of the object state vector. It is proposed to proportionally decrease/increase the signal of the state vector and increase/decrease the control signal formed by the neural regulator. Also, other advantages of the proposed method include: 1) the absence of the need for training on several desired values, which greatly simplifies and accelerates the training of the neural network, and also eliminates control errors in the range of values for which the neural controller was not trained; 2) the possibility of learning from an initially unstable state of a closed-loop system. The proposed method for the synthesis of a neural controller for a closed-loop system with a linear object was tested on the example of the synthesis of a controller for an object $1/s^3$, which is unstable. A neural network is used as a regulator, which is proposed to be trained using one of the reinforcement learning methods (in the article, the Deterministic Policy Gradient method allowed us to obtain the best results). The resulting graphs of transient processes allow us to conclude about its successful application. The article ends with conclusions and considerations about further lines of research, which include the quality of the transient process and the possibility of adjusting it by changing the reward function, which will allow setting the graphs of transient processes.

Keywords: neural networks, synthesis, classification, structure of neural networks, training methods, machine learning, back propagation errors, structural methods, control algorithms

REFERENCES

1. Bishop C. *Pattern recognition and machine learning. Information Science and Statistics*. New York, Springer, 2007. 738 p.
2. Goodfellow I., Bengio Y., Courville A. *Deep learning*. Cambridge, MIT Press, 2016. 787 p.
3. Haykin S. *Neural networks and learning machines*. 3rd ed. New York, Prentice Hall, 2009. 938 p.
4. Krizhevsky A., Sutskever I., Hinton G.E. ImageNet classification with deep convolutional neural networks. *Advances in Neural Information Processing Systems 25: 26th Annual Conference on Neural Information Processing Systems 2012*. Red Hook, NY, Curran, 2013, pp. 1097–1105.
5. Graves A., Mohamed A., Hinton G. Speech recognition with deep recurrent neural networks. *2013 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, Vancouver, BC, Canada, 2013, pp. 6645–6649.
6. Voevoda A.A., Romannikov D.O. Sintez neironnoi seti dlya resheniya logiko-arifmeticheskikh zadach [Synthesis of neural network for solving logical-arithmetic problems]. *Trudy SPIIRAN = SPIIRAS Proceedings*, 2017, iss. 54, pp. 205–223.
7. Voevoda A.A., Romannikov D.O. Sintez neironnoi seti dlya realizatsii rekurrentnogo metoda naimen'shikh kvadratov [Synthesis of a neural network for the implementation of the recursive

* Received 29 May 2020.

least-squares method]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2018, no. 3 (72), pp. 33–42. DOI: 10.17212/1814-1196-2018-3-33-42.

8. Mnih V., Kavukcuoglu K., Silver D., Graves A., Antonoglou I., Wierstra D., Riedmiller M. Playing Atari with deep reinforcement learning. *NIPS Deep Learning Workshop*, Lake Tahoe, 2013. Available at: <https://arxiv.org/pdf/1312.5602.pdf> (accessed 16.12.2020).

9. Silver D., Huang A., Maddison C., Guez A., Sifre L., Driessche G., Schrittwieser J., Antonoglou I., Panneershelvam V., Lanctot M., Dieleman S., Grewe D., Nham J., Kalchbrenner N., Sutskever I., Lillicrap T., Leach M., Kavukcuoglu K., Graepel T., Hassabis D. Mastering the game of Go with deep neural networks and tree search. *Nature*, 2016, vol. 529, pp. 484–503.

10. Kang J., Meng W., Abraham A., Liu H. An adaptive PID neural network for complex non-linear system control. *Neurocomputing*, 2014, vol. 135, pp. 79–85.

11. Belov M.P., Chan D.Kh. Intellektual'nyi kontroller na osnove nelineinogo optimal'nogo upravleniya robotami-manipulyatorami [Intelligent controller based on non-linear optimal control of robotic manipulators]. *Izvestiya SPbGETU "LETI" = Proceedings of Saint Petersburg Electrotechnical University*, 2018, no. 9, pp. 76–86.

12. Soloway D., Haley P.J. Neural generalized predictive control. *Proceedings of the 1996 IEEE International Symposium on Intelligent Control*, Dearborn, MI, USA, 1996, pp. 277–282.

13. Sutton R., Barto A. *Reinforcement learning: an introduction*. Cambridge, MIT Press, 2018. 1328 p.

14. Wang Y., Velswamy K., Huang B. A novel approach to feedback control with deep reinforcement learning. *IFAC-PapersOnLine*, 2018, vol. 51 (18), pp. 31–33.

15. Voevoda A.A., Romannikov D.O. Sintez regulyatorov dlya mnogokanal'nykh sistem s ispol'zovaniem neironnykh setei [Synthesis of regulators for multichannel systems using neural networks]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2019, no. 4 (77), pp. 7–16. DOI: 10.17212/1814-1196-2019-4-7-16.

16. Voevoda A.A., Romannikov D.O. Metod sinteza regulyatorov dlya mnogokanal'nykh sistem s ispol'zovaniem neironnykh setei [Method of the synthesis of regulators for multichannel systems using neural networks]. *Vychislitel'nye tekhnologii = Computational Technologies*, 2020, no. 25, pp. 111–118.

17. Silver D., Lever G., Heess N., Degris T., Wierstra D., Riedmiller M. Deterministic policy gradient algorithms. *Proceedings of Machine Learning Research*, 2014, vol. 32: *International Conference on Machine Learning*, 22–24 June 2014, Beijing, China, pp. 387–395.

18. Kingma D., Ba J. Adam: a method for stochastic optimization. *Proceeding the 3rd International Conference for Learning Representations, ICLR 2015*, San Diego, 2015. Available at: <http://arxiv.org/abs/1412.6980> (accessed: 16.12.2020).

Для цитирования:

Романников Д.О. Метод синтеза нейронных регуляторов для линейных объектов // Научный вестник НГТУ. – 2020. – № 4 (80). – С. 111–120. – DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-111-120.

For citation:

Romannikov D.O. Method of synthesis of neural regulators for linear objects [A method for the synthesis of neural regulators for linear objects]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2020, no. 4 (80), pp. 111–120. DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-111-120.

ИНФОРМАТИКА,
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА
И УПРАВЛЕНИЕ

INFORMATICS,
COMPPUTER ENGINEERING
AND CONTROL

УДК 330.564 + 519.234

DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-121-144

Теоретические и эмпирические функции Лоренца, индексы Джини и их свойства*

Д.А. СЕМЕНОВ^{1,a}, В.Ю. ЩЕКОЛДИН^{2,b}

¹ 630128, РФ, г. Новосибирск, ул. Кутателадзе, 4^Г, Федеральная кадастровая палата по Новосибирской области

² 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет

^a miktov.semenov@gmail.com ^b raix@mail.ru

Вопросы оценивания справедливости и эффективности распределения совокупного дохода общества между различными группами населения привлекали внимание ученых с давних времен. Наиболее актуальными они стали в конце XIX – начале XX века в связи с расслоением стран с разнообразным политическим и социальным устройством, вызванным интенсивным развитием экономики, науки и техники. Функция и кривая Лоренца, а также индекс Джини обычно используются для теоретических исследований и приложений в экономических и социальных науках. Первоначально эти инструменты были введены для описания и изучения неравенства распределения дохода и благосостояния среди определенной популяции населения. В последние годы они нашли широкое применение в таких отраслях знания как демография, страхование, здравоохранение, теории риска и надежности, а также и в других областях деятельности человека. В настоящей работе приводятся свойства функции Лоренца и различные представления индекса Джини, систематизируются аналитические результаты для равномерного, экспоненциального, степенного (типа I и II), логнормального распределений, а также распределения Парето (типа I и II). Дополнительно изучен вопрос об оценивании неравенства на основе индекса Пьетра и его связи с функцией Лоренца. Рассматриваются непараметрические оценки функции Лоренца и индекса Джини на основе выборки из соответствующего распределения. Показана строгая состоятельность и асимптотическая несмещенность этих оценок при определенных условиях на исходное распределение при увеличении объема выборки. На основе метода линеаризации оценок установлена асимптотическая нормальность эмпирической функции Лоренца и эмпирического индекса Джини.

Ключевые слова: оценка неравенства, функция Лоренца, кривая Лоренца, индекс Джини, индекс Пьетра, линеаризация оценок, строгая состоятельность, асимптотическая несмещенность, нормальность

* Статья получена 06 мая 2020 г.

ВВЕДЕНИЕ

Вопросы распределения доходов и благосостояния и связанные с ними концепции экономического неравенства и социального благосостояния восходят к кодексу Хаммурапи, трудам Аристотеля, Фомы Аквинского, Жан-Жака Руссо и других философов прошлых веков.

С переходом к рыночной экономике во многих странах резко обострился процесс расслоения общества по уровню доходов. Неравенство распределения совокупного дохода общества между различными группами населения стало объектом изучения экономистов и статистиков в конце XIX – начале XX века. Основной проблемой изучения являлась оценка справедливости и эффективности распределения доходов и богатств.

Интенсивно происходящее социальное расслоение общества требовало активного вмешательства государства в процесс перераспределения доходов. Измерение степени неравенства доходов и оценивание уровня бедности стало необходимым для стран с самым разнообразным политическим и социальным устройством.

Для описания и изучения неравенства доходов были предложены различные модели распределения, такие как, например, логнормальное, Парето и другие, применение которых на практике требует соблюдения определенных условий. Для рассмотрения общих ситуаций необходимо наличие более широкого класса инструментов анализа неравенства, наиболее распространенным из которых является кривая Лоренца.

В 1905 г. американский экономист и статистик Макс Отто Лоренц [15] предложил метод анализа распределения доходов и благосостояния населения с помощью кривой на плоскости, получившей впоследствии его имя. Эмпирическая кривая Лоренца строится на основе совокупности n упорядоченных по возрастанию выборочных данных $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$ следующим образом:

в опорных точках с абсциссами $\frac{i}{n}$, $i = 0, \dots, n$, полагается $L_n(0) = 0$, $L_n\left(\frac{i}{n}\right) = \frac{S_i}{S_n}$,

где $S_i = x_{(1)} + x_{(2)} + \dots + x_{(i)}$.

Эмпирическая кривая Лоренца $L_n(p)$ определяется для всех $p \in [0, 1]$ линейной интерполяцией по опорным точкам, а ее сглаживание некоторой аналитической зависимостью представляет собой *теоретическую функцию Лоренца* $L(p)$, график которой называется *кривой Лоренца* (рис. 1).

Кривая Лоренца располагается в первом квадранте между началом координат $(0, 0)$ и точкой $(1, 1)$. При этом точка на кривой с координатами $(p, L(p))$ означает, что доля p населения анализируемой территории обладает долей $L(p)$ совокупного дохода. Диагональ единичного квадрата, т. е. прямая $L(p) = p$, называемая *эгалитарной линией*, определяет ситуацию абсолютного равенства распределения доходов. Отличие кривой Лоренца от эгалитарной линии определяет дифференциацию доходов: чем больше кривая Лоренца отклоняется от линии абсолютного равенства, тем больше неравенство в распределении доходов.

Одним из количественных показателей степени дифференциации общества по отношению к какому-либо признаку является индекс Джини G , предложенный в 1912 г. итальянским экономистом, статистиком и демографом Коррадо Джини [11]. В экономических расчетах в качестве изучаемого признака часто рассматривается величина годового дохода общества. *Индекс Джини* основывается на кривой Лоренца и определяется как отношение площади S_A фигуры A , ограниченной кривой Лоренца и эгалитарной линией (рис. 1), к площади треугольника под эгалитарной линией $\left(S_{\Delta} = \frac{1}{2} \text{ на рис. 1} \right)$,

т. е. $G = 2S_A$. Эта величина принимает значения от нуля до единицы и показывает, насколько распределение доходов отличается от абсолютного равенства, при котором $G = 0$. Чем больше значение индекса Джини отличается от нуля, тем в большей степени доходы сконцентрированы в руках отдельных (небольших) групп населения. Предельное значение $G = 1$ говорит об абсолютном неравенстве, при котором все доходы сосредоточены в руках одного индивида или одной группы населения.

Как кривая Лоренца, так и индекс Джини обычно используются в экономических и социальных науках. Однако они могут отражать неравенство в распределении самых различных величин. Поэтому методы, основанные на этих показателях, в последние годы нашли применение в таких областях знания, как демография, страхование, здравоохранение, теория надежности и др.

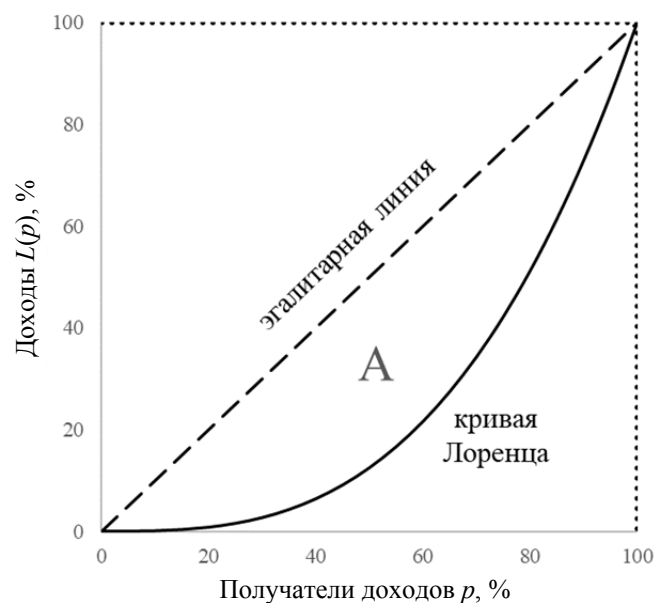


Рис. 1. Геометрическая интерпретация кривой Лоренца и индекса Джини

Fig. 1. Geometric interpretation of the Lorenz curve and the Gini index

1. ФУНКЦИЯ ЛОРЕНЦА И ЕЕ СВОЙСТВА

Пусть X – неотрицательная случайная величина (с.в.) с функцией распределения (ф.р.) $F(x) = P\{X < x\}$, $x \in R$, и математическим ожиданием, или средним значением,

$$\mu \equiv E(X) = \int_0^{\infty} x dF(x). \quad (1)$$

В дальнейшем всюду будем полагать, что $0 < \mu < \infty$. Первоначально определение функции Лоренца, соответствующей ф.р. $F(x)$ с плотностью распределения (п.р.) $f(x)$, было сформулировано в параметрическом виде при помощи системы уравнений (см., например, [3, с. 75]):

$$\begin{cases} p = F(x) = \int_0^x f(t) dt, \\ L(p) = L(F(x)) = \frac{1}{\mu} \int_0^x t f(t) dt. \end{cases} \quad (2)$$

Для унифицированного определения функции Лоренца, соответствующего произвольному распределению, в том числе и дискретному, в работе [9] использовалось квантильное преобразование $F^{-1}(p)$, $0 \leq p \leq 1$, функции $F(x)$:

$$F^{-1}(p) = \sup\{x: F(x) < p\} = \inf\{x: F(x) \geq p\}, \quad 0 < p \leq 1,$$

$F^{-1}(0) = \inf\{x: F(x) > 0\}$ есть левая граница носителя распределения $F(x)$.

Сделав в (1) и (2) замену переменной $p = F(x)$ и воспользовавшись теоремой о замене переменной под знаком интеграла, получим следующее выражение для функции Лоренца:

$$L(p) = \frac{1}{\mu} \int_0^p F^{-1}(u) du = \frac{\int_0^p F^{-1}(u) du}{\int_0^1 F^{-1}(u) du}, \quad 0 \leq p \leq 1. \quad (3)$$

Если $\mu = 0$ или $\mu = +\infty$, то функция Лоренца не определена. Заметим, что в математической статистике величину $x_p = F^{-1}(p)$ называют *квантилью порядка p* или *p -квантилью*, $0 \leq p \leq 1$. Очевидно, что эта величина имеет смысл для любых $F(x)$. Если ф.р. $F(x)$ непрерывна, то $F^{-1}(p)$ есть минимальное решение уравнения $F(x) = p$, причем решение будет един-

ственным, если $F(x)$ строго монотонна. Нетрудно также видеть, что при непрерывности $F(x)$ верно

$$F(x_p) = p, \quad 0 \leq p \leq 1. \quad (4)$$

Функция Лоренца обладает рядом полезных свойств. Рассмотрим некоторые из них.

1°. Функция $L(p)$ непрерывна для всех $p \in [0, 1]$, $L(0) = 0$ и $L(1) = 1$.

Доказательство. Как ф.р. $F(x)$, так и обратная к ней $F^{-1}(x)$ являются непрерывными слева. Функция $L(p)$ как функция верхнего предела интегрирования p (см. (3)) в силу свойств интеграла непрерывна для всех $p \in [0, 1]$. Равенства $L(0) = 0$ и $L(1) = 1$ очевидны из определения.

2°. Если ф.п.р. $f(x_p) > 0$, то существует производная

$$L'(p) = \frac{x_p}{\mu}, \quad 0 \leq p \leq 1. \quad (5)$$

Доказательство. Дифференцируя равенство (4), получаем

$$\frac{dF(x_p)}{dp} = \frac{dF(x_p)}{dx_p} \frac{dx_p}{dp} = 1,$$

откуда

$$\frac{dx_p}{dp} = \frac{1}{f(x_p)}. \quad (6)$$

В силу (2) и (6) имеем

$$\frac{dL(p)}{dp} = \frac{1}{\mu} \frac{d \left[\int_0^{x_p} x f(x) dx \right]}{dx_p} \frac{dx_p}{dp} = \frac{1}{\mu} \frac{x_p f(x_p)}{f(x_p)} = \frac{x_p}{\mu}, \quad 0 \leq p \leq 1.$$

Поскольку $L'(p) = \frac{x_p}{\mu} > 0$, $0 \leq p \leq 1$, то из геометрического смысла про-

изводной очевидно, что имеет место следующее.

Следствие 1.1. Функция Лоренца $L(p)$ возрастает при $0 \leq p \leq 1$.

3°. Если ф.п.р. $f(x_p) > 0$, то существует вторая производная

$$L''(p) = \frac{1}{\mu f(x_p)}, \quad 0 \leq p \leq 1. \quad (7)$$

Доказательство. Из формул (5) и (6) непосредственно вытекает, что

$$\frac{d^2 L(p)}{dp^2} = \frac{d}{dp} \left(\frac{x_p}{\mu} \right) = \frac{1}{\mu f(x_p)}, \quad 0 \leq p \leq 1.$$

Так как $L''(p) = \frac{1}{\mu f(x_p)} > 0$, $0 \leq p \leq 1$, то из геометрического смысла

второй производной вытекает, что

Следствие 1.2

Функция Лоренца выпукла вниз при $0 \leq p \leq 1$.

Свойство функции Лоренца в п.1) означает, в свою очередь, что эгалитарная линия мажорирует функцию Лоренца на этом интервале, т. е.

$$0 \leq L(p) \leq p, \quad 0 \leq p \leq 1.$$

4°. Функция $L(p)$ инвариантна относительно положительного масштабирования: с.в. X и cX , где $c > 0$ – произвольная константа, имеют одну и ту же функцию Лоренца.

Доказательство. Рассмотрим с.в. $Y = cX$, $c > 0$. Ниже индексами X и Y будем обозначать характеристики, относящиеся к с.в. X и Y соответственно. Очевидно, что

$$\mu_X = c\mu_Y \quad (8)$$

и

$$F_Y(y) = P\{cX < y\} = P\{X < y/c\} = F_X(y/c). \quad (9)$$

Для с.в. Y p -квантиль y_p есть решение уравнения $F_Y(y_p) = p$, или, в силу (9), уравнения

$$F_X(y_p/c) = p. \quad (10)$$

Сравнение соотношений (4) и (10) показывает, что

$$y_p/c = x_p, \text{ или } y_p = cx_p. \quad (11)$$

Тогда из (8) и (11) вытекает, что

$$L_Y(p) = \frac{1}{\mu_Y} \int_0^p y_u du = \frac{1}{c\mu_X} \int_0^p cx_u du = L_X(p).$$

Следствие 1.3. Любой ф.р. $F(x)$ с конечным средним μ соответствует единственная функция Лоренца $L(p)$.

Обратное утверждение в общем случае в силу свойства 4° неверно. Однако имеет место следующая

Теорема 1.1 ([17]). Пусть $L(p)$ – непрерывная функция, определенная на отрезке $[0,1]$, со второй производной $L''(p)$. Тогда функция $L(p)$ есть функция Лоренца, соответствующая некоторому распределению $F(x)$, тогда и только тогда, когда $L(0)=0$, $L(1)=1$, $L'(p)>0$, $L''(p)>0$, $0 \leq p \leq 1$.

5°. Максимальное расхождение по вертикали между кривой Лоренца $L(p)$ и прямой абсолютного равенства $L(p)=p$ достигается в точке $p^* = F(\mu)$, и эта величина, называемая *индексом Пьетра* [16], равна

$$P \equiv F(\mu) - L(F(\mu)) = \frac{E(|x - \mu|)}{2\mu}. \quad (12)$$

Доказательство. Поскольку $L(p)$ выпукла вниз, то функция $l(p) = p - L(p)$ выпукла вверх и $l(0) = l(1) = 0$. Поэтому существует единственная точка $p^* \in [0,1]$ максимума функции $l(p)$, которая определяется из уравнения $l'(p^*) = 0$. Дифференцируя $l(p)$ и используя равенство (5), находим

$$l'(p^*) = 1 - L'(p^*) = 1 - F^{-1}(p^*) / \mu = 0,$$

откуда $p^* = F(\mu)$. Тогда индекс Пьетра равен

$$P = \max_{0 \leq p \leq 1} l(p) = F(\mu) - L(F(\mu)).$$

Далее в силу уравнений (2) имеем

$$\mu P = \mu \int_0^{\mu} dF(x) - \int_0^{\mu} x dF(x) = \int_0^{\mu} (\mu - x) dF(x).$$

Но поскольку $\int_0^{\infty} (\mu - x) dF(x) = 0$, то

$$\mu P = \frac{1}{2} \left[\int_0^{\mu} (\mu - x) dF(x) + \int_{\mu}^{\infty} (x - \mu) dF(x) \right] = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} |x - \mu| dF(x) = \frac{1}{2} E(|x - \mu|),$$

откуда получаем (12).

Индекс Пьетра P показывает, какая доля совокупного дохода (богатства) общества должна быть перераспределена в пользу беднейшего населения. На практике чаще используется другой показатель степени неравенства в распределении доходов – индекс Джини.

2. ИНДЕКС ДЖИНИ И ЕГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Мера неравенства распределения некоторого неотрицательного признака X (в том числе и дохода) – индекс Джини G – определяется на основе функции Лоренца $L(p)$ формулой

$$G = 1 - 2 \int_0^1 L(p) dp. \quad (13)$$

Это определение согласуется с геометрическим, приведенным во введении. Действительно, из рис. 1 видно, что площадь фигуры A есть

$$S_A = \int_0^1 (p - L(p)) dp = \frac{1}{2} - \int_0^1 L(p) dp = \frac{1}{2} G,$$

откуда $G = 2S_A$.

Из формулы (13) вытекают другие представления индекса Джини, основанные на ф.р. $F(x)$, ковариации и средней абсолютной разности.

1°. Исходя из определения (13) и используя интегрирование по частям, находим

$$G = 1 - 2 \int_0^1 L(p) dp = 1 - 2 [pL(p)]_0^1 + 2 \int_0^1 pL'(p) dp = 2 \int_0^1 pL'(p) dp - 1.$$

В последнем выражении сделаем замену переменной $p = F(x)$ и воспользуемся формулой (5), что дает нам

$$G = \frac{2}{\mu} \int_0^\infty xF(x) dF(x) - 1. \quad (14)$$

2°. Рассмотрим интеграл в (14):

$$I = \int_0^\infty xF(x) dF(x) = \int_0^\infty x(F(x) - 1) dF(x) + \int_0^\infty x dF(x) = \mu - \int_0^\infty x(1 - F(x)) dF(x).$$

Проинтегрируем по частям второй член в последнем выражении и воспользуемся тем фактом, что если с.в. X имеет конечное среднее

$$\mu = E(X) = \int_0^\infty (1 - F(x)) dx, \quad \text{то} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x(1 - F(x)) = 0.$$

В дальнейшем мы воспользуемся этими соотношениями. Тогда

$$I = \mu - x(1 - F(x))F(x) \Big|_0^\infty + \int_0^\infty F(x) d[x(1 - F(x))] = \mu + \int_0^\infty F(x)(1 - F(x)) dx - I.$$

Из последнего равенства получаем

$$I = \frac{\mu}{2} + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} F(x)(1-F(x))dx,$$

что вместе с (14) дает

$$G = \frac{1}{\mu} \int_0^{\infty} F(x)(1-F(x)) dx. \quad (15)$$

3°. Интеграл в (15) можно переписать как

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} F(x)(1-F(x))dx &= \int_0^{\infty} (F(x)-1)(1-F(x))dx + \int_0^{\infty} (1-F(x))dx = \\ &= \mu - \int_0^{\infty} (1-F(x))^2 dx, \end{aligned}$$

откуда

$$G = 1 - \frac{1}{\mu} \int_0^{\infty} (1-F(x))^2 dx. \quad (16)$$

4°. Напомним, что

$$\text{cov}(X, F(X)) = E(XF(X)) - E(X)E(F(X)),$$

где $E(X) = \mu$, $E(F(X)) = \frac{1}{2}$. Действительно,

$$E(F(X)) = \int_0^{\infty} F(x) dF(x) = \int_0^{\infty} (F(x)-1) dF(x) + \int_0^{\infty} dF(x) = 1 - \int_0^{\infty} (1-F(x)) dF(x).$$

Интегрирование по частям последнего выражения показывает, что

$$E(F(X)) = 1 - (1-F(x))F(x)|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} F(x) dF(x) = 1 - E(F(X)).$$

Это доказывает, что $E(F(X)) = \frac{1}{2}$.

Так как

$$\text{cov}(X, F(X)) = \int_0^{\infty} x F(x) dF(x) - \frac{\mu}{2},$$

то последнее выражение вместе с (14) дает

$$G = \frac{2}{\mu} \text{cov}(X, F(X)) = \frac{2}{\mu} \int_0^{\infty} x F(x) dF(x) - 1. \quad (17)$$

5°. Первоначально Джини [11] ввел индекс G с помощью коэффициента рассеяния

$$\Delta = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} |x - y| dF(x) dF(y)$$

следующим образом:

$$G = \frac{\Delta}{2\mu}. \quad (18)$$

Средняя абсолютная разность Δ характеризует разброс значений случайного признака X друг относительно друга, однако прямое ее вычисление сопряжено с известными трудностями.

Определения (13) и (18) являются эквивалентными. Вывод формулы (18) из (13) приведен, например, в [3]. Получим определение (13) из (18).

Пусть X и Y – независимые с.в. с одной и той же ф.р. $F(x)$, т. е. «копии» друг друга. Тогда

$$\Delta = E(|X - Y|) = E[X + Y - 2\min(X, Y)]. \quad (19)$$

Очевидно, что

$$\begin{aligned} P\{\min(X, Y) < x\} &= 1 - P\{\min(X, Y) \geq x\} = 1 - P\{X \geq x, Y \geq x\} = \\ &= 1 - P\{X \geq x\}P\{Y \geq x\} = 1 - (1 - F(x))^2. \end{aligned} \quad (20)$$

Тогда из (19), в силу (20), следует, что

$$\begin{aligned} \Delta &= 2\mu + 2 \int_0^{\infty} x d(1 - F(x))^2 = 2\mu - 4 \int_0^{\infty} x(1 - F(x)) dF(x) = \\ &= 2\mu - 4 \int_0^{\infty} x dF(x) + 4 \int_0^{\infty} x F(x) dF(x) = 4 \int_0^{\infty} x F(x) dF(x) - 2\mu. \end{aligned} \quad (21)$$

Сделав в (21) замену переменной $p = F(x)$, получим

$$\Delta = 4 \int_0^1 p F^{-1}(p) dp - 2\mu. \quad (22)$$

Так как в силу равенства (5) $F^{-1}(p) = \mu L'(p)$, то из (22) следует, что

$$\Delta = 4\mu \int_0^1 p L'(p) dp - 2\mu = 4\mu \int_0^1 p dL(p) - 2\mu. \quad (23)$$

Вычисляя интеграл в (23) по частям, находим

$$\Delta = 4\mu \left[pL(p) \Big|_0^1 - \int_0^1 L(p) dp \right] - 2\mu = 2\mu - 4\mu \int_0^1 L(p) dp = 2\mu \left[1 - 2 \int_0^1 L(p) dp \right],$$

или согласно определению (13) $\Delta / 2\mu = G$, что завершает вывод (18).

В таблице приведены функции Лоренца и индексы Джини, соответствующие некоторым наиболее распространенным в эконометрическом анализе распределениям. Более подробные сведения можно найти, например, в [12].

3. ЭМПИРИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ ЛОРЕНЦА, ЭМПИРИЧЕСКИЙ ИНДЕКС ДЖИНИ И ИХ СВОЙСТВА

Пусть X_1, X_2, \dots, X_n – независимая выборка объема n из генеральной совокупности с ф.р. $F(x)$ и пусть далее $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(n)}$ – вариационный ряд, построенный по этой выборке. Заметим, что с.в. $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}$, называемые *порядковыми статистиками*, уже не являются ни независимыми, ни одинаково распределенными.

Функции Лоренца и индексы Джини для ряда распределений

Lorenz functions and Gini indices for some distributions

№ п/п	Распределение	Функция распределения, $F(x)$	Функция Лоренца, $L(p)$	Индекс Джини, G
1	Равномерное на отрезке $[a, b]$, $0 \leq a < b < \infty$	$\frac{x-a}{b-a}, x \in [a, b]$	$\frac{2ap + (b-a)p^2}{a+b}$	$\frac{b-a}{3(a+b)}$
2	Экспоненциальное с параметром $\lambda > 0$	$1 - e^{-\lambda x}, x \geq 0$	$p + (1-p)\ln(1-p)$	$\frac{1}{2}$
3	Степенное I с параметром $\alpha > 0$	$x^\alpha, x \in [0, 1]$	$p^{1+1/\alpha}$	$\frac{1}{2\alpha+1}$
4	Степенное II с параметром $\beta > 0$	$1 - (1-x)^\beta, x \in [0, 1]$	$1 - (1+\beta)(1-p) + \beta(1-p)^{1+1/\beta}$	$\frac{\beta}{2\beta+1}$
5	Парето I с параметрами $\alpha > 0, c > 0$	$1 - \left(\frac{c}{x}\right)^\alpha, x \geq c$	$1 - (1-p)^{1-1/\alpha}$	$\frac{1}{2\alpha-1}$
6	Парето II с параметрами $\alpha > 0, c > 0$	$1 - \left(\frac{c}{c+x}\right)^\alpha, x \geq c$	$\alpha(1-p)^{1-1/\alpha} - \alpha - p(1-\alpha)$	$2 + \alpha - \frac{2\alpha^2}{2-\alpha}$
7	Логнормальное с параметрами $\mu > 0, \sigma > 0$	$\Phi\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right), x > 0$	$\Phi(\Phi^{-1}(p) - \sigma)$	$2\Phi\left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right) - 1$

Примечание. $\Phi(x)$ – функция стандартного нормального распределения.

Пусть $F_n^{-1}(x)$ – функция, обратная к эмпирической ф.р. вида

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I\{X_i < x\}, \quad x \in R,$$

где $I\{A\}$ – индикатор события A . В терминах порядковых статистик определение функции $F_n^{-1}(x)$, $x \in [0, 1]$, выглядит так:

$$F_n^{-1}(x) = X_{(k)}, \quad \text{если } x \in \left[\frac{k-1}{n}, \frac{k}{n} \right], \quad k = 1, \dots, n.$$

Это следует из того, что эмпирическая ф.р. $F_n(x)$ возрастает скачками величины $\frac{1}{n}$ в точках $X_{(k)}$, $k = 1, \dots, n$. Следовательно, функция $F_n^{-1}(x)$ полностью определяется порядковыми статистиками.

Выборочной квантилью порядка p называется величина

$$x_p^* = F_n^{-1}(p) = X_{(k)},$$

где $k = \begin{cases} np, & \text{если } np - \text{целое,} \\ [np] + 1 & \text{иначе,} \end{cases}$ и $[.]$ – операция взятия целой части числа.

Теорема 3.1. Если с.в. X имеет строго монотонную ф.р. $F(x)$, то при $n \rightarrow \infty$ выборочная квантиль x_p^* , $0 \leq p \leq 1$, является:

a) строго состоятельной, т. е. сходится почти наверное (п. н.), или с вероятностью единица: $x_p^* \xrightarrow{\text{п.н.}} x_p$;

b) асимптотически несмещенной: $E(x_p^*) \rightarrow x_p$;

c) если ф.п.р. $f(x)$ и ее производная $f'(x)$ непрерывны в некоторой окрестности точки $x_p = F^{-1}(p)$ и $f(x_p) > 0$, то выборочная квантиль x_p^* является асимптотически нормальной с параметрами x_p и σ_p^2/n , где $\sigma_p^2 = p(1-p)/f^2(x_p)$, т. е. сходится слабо или по распределению к с.в., имеющей стандартное нормальное распределение: $\sqrt{n}(x_p^* - x_p)/\sigma_p \xrightarrow{d} N(0, 1)$.

Доказательство. a) Поскольку ф.р. $F(x)$ строго монотонна, то $x_p = F^{-1}(p)$ – единственное решение уравнения $F(x) = p$. Тогда $F(x_p - \varepsilon) < p < F(x_p + \varepsilon)$ для произвольного $\varepsilon > 0$. Согласно теореме Гливленко–Кантелли [1], $F_n(x) \xrightarrow{\text{п.н.}} F(x)$ при $n \rightarrow \infty$, поэтому при $n \rightarrow \infty$

$$F_n(x_p \pm \varepsilon) \xrightarrow{\text{п.н.}} F(x_p \pm \varepsilon),$$

откуда

$$P\{F_m(x_p - \varepsilon) < p < F_m(x_p + \varepsilon), \forall m \geq n\} \rightarrow 1.$$

Очевидно, что для любой ф.р. $F(x)$ имеем

$$F(x) > p \text{ тогда и только тогда, когда } x > F^{-1}(p). \quad (24)$$

Поэтому при $n \rightarrow \infty$

$$P\{x_p - \varepsilon < F_m^{-1}(p) < x_p + \varepsilon, \forall m \geq n\} \rightarrow 1,$$

откуда

$$P\left\{\sup_{m \geq n} |F_m^{-1}(p) - x_p| > \varepsilon\right\} \rightarrow 0,$$

Что завершает доказательство п. а) теоремы.

б) Для ф.р. с.в. x_p^* в силу (24) имеем

$$P\{x_p^* < x\} = P\{F_n^{-1}(p) < x\} = P\{F_n(x) > p\}. \quad (25)$$

Так как $F_n(x) \xrightarrow{\text{п.н.}} F(x)$ при $n \rightarrow \infty$, то из (25) и (24) следует, что

$$P\{x_p^* < x\} \rightarrow P\{F(x) > p\} = P\{x > F^{-1}(p)\} = I\{x > x_p\}. \quad (26)$$

Отсюда получаем, что при $n \rightarrow \infty$

$$E(x_p^*) = \int_0^1 (1 - P\{x_p^* < x\}) dx \rightarrow \int_0^1 (I - I\{x > x_p\}) dx = \int_0^1 I\{x \leq x_p\} dx = \int_0^{x_p} dx = x_p.$$

с) В условиях теоремы 3.1 имеет место разложение Бахадура [6, 10] для x_p^* в виде

$$x_p^* = x_p + y_n(p) + o_p(n^{-1/2}). \quad (27)$$

Здесь

$$y_n(p) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (p - I\{X_i < x_p\}) / f(x_p), \quad (28)$$

а символ $o_p(n^{-1/2})$ означает такую с.в. r_n , что при $n \rightarrow \infty$

$$r_n / n^{-1/2} = \sqrt{n} r_n \xrightarrow{P} 0 \text{ (сходится по вероятности)}. \quad (29)$$

Индикатор события $I\{X_i < x_p\}$ в (28) – это с.в., имеющая распределение Бернулли с параметрами

$$E(I\{X_i < x_p\}) = P\{X_i < x_p\} = F(F^{-1}(p)) = p \quad (30)$$

и

$$D(I\{X_i < x_p\}) = E(I\{X_i < x_p\}^2) - (E(I\{X_i < x_p\}))^2 = p - p^2 = p(1-p) \quad (31)$$

для всех $i = 1, \dots, n$. Тогда из равенств (28)–(31) вытекает, что

$$E(y_n(p)) = 0, \quad D(y_n(p)) = \frac{p(1-p)}{n f^2(x_p)} = \frac{\sigma_p^2}{n}. \quad (32)$$

С.в. $y_n(p)$ представляет собой нормированную сумму независимых одинаково распределенных с.в. и согласно центральной предельной теореме асимптотически нормальна с параметрами, определяемыми формулами (32).

В представлении (27) величина x_p – не с.в., а при $n \rightarrow \infty$ верно, что $\sqrt{n}y_n(p) / \sigma_p \xrightarrow{d} N(0,1)$ с остаточным членом порядка $o_p(n^{-1/2})$. Следовательно, в силу теоремы Слуцкого [4] получаем, что выборочная квантиль x_p^* асимптотически нормальна с параметрами x_p и σ_p^2 / n .

Замечание 3.1. Метод, использованный при доказательстве асимптотической нормальности выборочной квантили x_p^* , называют *линеаризацией оценки*. Этот подход мы будем применять также при изучении асимптотики эмпирических функции Лоренца и индекса Джини. Существуют и другие методы установления асимптотической нормальности оценок, основанные на *принципе инвариантности, функции влияния, U-статистиках* и др. С ними можно ознакомиться, например, в работах [1–5, 7, 8, 13, 14]; дополнительную литературу можно найти там же.

Поскольку на практике распределение исследуемого признака X , как правило, неизвестно, для оценки предельной дисперсии σ_p^2 необходимо оценить неизвестную ф.п.р. $f(x)$. Один из современных подходов к решению данной задачи основан на использовании *ядерных оценок* [1]. В этом случае в качестве статистического аналога теоретической ф.п.р. $f(x)$ рассматривают случайную функцию

$$f_n(x) = \frac{1}{n \alpha_n} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - X_i}{\alpha_n}\right)$$

при соответствующем выборе функции ядра $K(x)$ и последовательности чисел $\alpha_n > 0$ (диаметров ядра).

Следствие 3.1. При использовании ядерной оценки ф.п.р. $f(x)$ оценка дисперсии σ_p^2 в виде

$$(\sigma_p^*)^2 = \frac{p(1-p)}{f_n^2(x_p^*)}$$

будет состоятельной.

Обозначим $Q(p) \equiv x_p = F^{-1}(p)$ и $Q_n(p) \equiv x_p^* = F_n^{-1}(p)$, $0 \leq p \leq 1$. Естественной оценкой функции Лоренца $L(p)$ является эмпирическая функция Лоренца

$$L_n(p) = \frac{1}{\mu_n} \int_0^p Q_n(t) dt = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k X_{(i)}}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{(i)}} = \frac{\sum_{i=1}^k X_{(i)}}{\sum_{i=1}^n X_{(i)}}, \quad (33)$$

где $\mu_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ – выборочное среднее, $k = \begin{cases} np, & \text{если } np - \text{целое,} \\ [np] + 1 & \text{иначе.} \end{cases}$

Далее нам понадобятся следующие леммы.

Лемма 3.1. Пусть $\{X_n, n \geq 1\}$ – последовательность с.в. такая, что $X_n \xrightarrow{\text{п.н.}} X$ при $n \rightarrow \infty$, где X – некоторая с.в., а $\{Y_n, n \geq 1\}$ – другая последовательность с.в., такая, что $Y_n \xrightarrow{\text{п.н.}} C$ при $n \rightarrow \infty$, где $C \neq 0$ – некоторая постоянная. Тогда при $n \rightarrow \infty$ верно $X_n / Y_n \xrightarrow{\text{п.н.}} X / C$.

Доказательство см., например, в [4] с незначительными модификациями для сходимости почти наверное.

Лемма 3.2. Если выполнены условия пункта с теоремы 3.1, то

$$L_n(p) = L(p) + l_n(p) + o_p(n^{-1/2}), \quad (34)$$

где

$$l_n(p) = \frac{1}{\mu_n} \sum_{i=1}^n \left[X_i I\{X_i < x_p\} - x_p I\{X_i < x_p\} - X_i L(p) + px_p \right]. \quad (35)$$

Доказательство. Элементарные выкладки показывают, что

$$L_n(p) - L(p) = \frac{1}{\mu_n} \int_0^p [Q_n(t) - Q(t)] dt - \frac{\mu - \mu_n}{\mu_n} L(p). \quad (36)$$

Из равенств (27), (28) и (6) вытекает, что

$$\begin{aligned} \int_0^p [Q_n(t) - Q(t)] dt &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \int_0^p [t - I\{X_i < x_p\}] / f(x_t) dt + o_p(n^{-1/2}) = \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \int_0^p [t - I\{X_i < x_p\}] dQ(t) + o_p(n^{-1/2}). \end{aligned} \quad (37)$$

Вычисляя последний интеграл в (37) по частям, находим

$$\begin{aligned} \int_0^p [t - I\{X_i < x_t\}] dQ(t) &= [t - I\{X_i < x_t\}] x_t \Big|_0^p - \int_0^p Q(t) d[t - I\{X_i < x_t\}] = \\ &= [p - I\{X_i < x_p\}] x_p - \mu L(p) + \int_0^p Q(t) d[I\{X_i < x_t\}]. \end{aligned} \quad (38)$$

Далее имеем

$$\begin{aligned} \int_0^p Q(t) d[I\{X_i < x_t\}] &= \int_0^p F^{-1}(t) d[I\{X_i < F^{-1}(t)\}] = \\ &= \int_0^p F^{-1}(t) d[I\{F(X_i) < t\}]. \end{aligned} \quad (39)$$

Заметим, что в (39) дифференциал $d[I\{F(X_i) < t\}]$ – это дельта-функция, и в силу ее свойств можно записать

$$\int_0^p F^{-1}(t) d[I\{F(X_i) < t\}] = F^{-1}(F(X_i)) I\{F(X_i) < p\} = X_i I\{X_i < x_p\} \quad (40)$$

для всех $i = 1, \dots, n$. Кроме того, очевидно, что

$$(\mu_n - \mu)L(p) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu L(p)). \quad (41)$$

Наконец, согласно усиленному закону больших чисел

$$\mu_n \xrightarrow{n.n.} \mu, \quad n \rightarrow \infty. \quad (42)$$

Собирая теперь вместе соотношения (36)–(42) и используя лемму 3.1, получим требуемое представление эмпирической функции Лоренца $L_n(p)$.

Теорема 3.2. Если с.в. X имеет строго монотонную ф.р. $F(x)$, то эмпирическая функция Лоренца $L_n(p)$ при $n \rightarrow \infty$ является:

- a) строго состоятельной;
- b) асимптотически несмещенной;
- c) если дисперсия $\sigma^2 \equiv D(X)$ с.в. X конечна, то $L_n(p)$ асимптотически нормальна с параметрами $L(p)$ и σ_L^2 , где σ_L^2 определяется формулой (43).

Доказательство. a) Это утверждение есть непосредственное следствие представления (36), строгой состоятельности оценок μ_n (см. (42)) и $Q_n(t)$ (см. пункт a) теоремы 3.1 и леммы 3.1).

b) Так как $0 \leq L_n(p) \leq 1$, $n \geq 1$, с вероятностью единица, $L_n(p) \xrightarrow{п.н.} L(p)$, то, в силу теоремы Лебега о мажорируемой сходимости $E(L_n(p)) \rightarrow L(p)$ при $n \rightarrow \infty$.

c) Поскольку

$$E(X_i I\{X_i < x_p\}) = \int_0^{x_p} x dF(x) = \mu L(p),$$

$$E(x_p I\{X_i < x_p\}) = x_p P\{X_i < x_p\} = p x_p, \quad E(X_i L(p)) = \mu L(p), \quad i = 1, \dots, n,$$

то из этих равенств и (35) вытекает, что $E(l_n(p)) = 0$. Слагаемые в (35) независимы и одинаково распределены, поэтому

$$\begin{aligned} D(l_n(p)) &= \frac{1}{\mu^2} \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n [D(X_i I\{X_i < x_p\}) + x_p^2 D(I\{X_i < x_p\}) + L^2(p) D(X_i)] = \\ &= \frac{1}{\mu^2} \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n [E(X_i^2 I\{X_i < x_p\}) - \mu^2 L^2(p) + p(1-p)x_p^2 + \sigma^2 L^2(p)] = \sigma_L^2 / n, \end{aligned}$$

где

$$\sigma_L^2 = \frac{1}{\mu^2} [E(X^2 I\{X < x_p\}) + L^2(p)(\sigma^2 - \mu^2) + p(1-p)x_p^2]. \quad (43)$$

С.в. $l_n(p)$ представляет собой нормированную сумму независимых одинаково распределенных с.в. и согласно центральной предельной теореме асимптотически нормальна с параметрами 0 и σ_L^2 / n . Следовательно, в силу теоремы Слуцкого [4] из разложения (34) вытекает требуемое утверждение.

Следствие 3.2. Для оценки дисперсии σ_L^2 предельного распределения надо в выражении (43) заменить теоретические характеристики их состоятельными оценками, которые будем обозначать символом (*):

$$\mu^* = \mu_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad (\sigma^*)^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, \quad x_p^* = F_n^{-1}(p) = X_{(k)},$$

$$L^*(p) = L_n(p) = \frac{\sum_{i=1}^k X_{(i)}}{\sum_{i=1}^n X_i}, \quad E^*(X^2 I\{X < x_p\}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 I\{X_i < X_{(k)}\},$$

где, как и раньше, $k = \begin{cases} np, & \text{если } np - \text{целое,} \\ [np] + 1 & \text{иначе.} \end{cases}$

Используя формулы (13), (14) и порядковые статистики для представления эмпирической ф.р. $F_n(x)$, получим следующую оценку индекса Джини:

$$\begin{aligned} G_n &= 1 - 2 \int_0^1 L_n(p) dp = \frac{1}{\mu_n} \int_0^{\infty} x d(F_n(x))^2 - 1 = \\ &= \frac{1}{\bar{x}} \sum_{i=1}^n X_{(i)} \left[\left(\frac{i}{n} \right)^2 - \left(\frac{i-1}{n} \right)^2 \right] - 1 = \frac{2}{n^2 \bar{x}} \sum_{i=1}^n X_{(i)} \left(i - \frac{1}{2} \right) - 1, \end{aligned} \quad (44)$$

где $\bar{x} \equiv \mu_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ – выборочное арифметическое среднее.

С помощью формул (15)–(20) можно получить другие эквивалентные представления эмпирического индекса Джини G_n .

Лемма 3.3 ([8]). Если выполнены условия пункта c теоремы 3.1, то

$$G_n = G + g_n + o_p(n^{-1/2}), \quad (45)$$

где

$$g_n = \frac{2}{\mu} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[-\frac{I}{\mu} (X_i - \mu) + X_i F(X_i) - m(X_i) - 2I + \mu \right], \quad (46)$$

$$I = \int_0^{\infty} x F(x) dF(x), \quad m(x) = \int_0^x t dF(t). \quad (47)$$

Теорема 3.3. Если ф.р. $F(x)$ с.в. X строго монотонна, то эмпирический индекс Джини G_n при $n \rightarrow \infty$ является:

- а) строго состоятельным;
- б) асимптотически несмещенным;
- в) если дисперсия $D(X) < \infty$, то G_n асимптотически нормален с параметрами G и σ_G^2/n , где σ_G^2 определяется формулой (48).

Доказательство. Утверждения a и b непосредственно вытекают из первой части формулы (44) и аналогичных утверждений пунктов a и b теоремы 3.2. Для c имеем

$$E(X_i F(X_i)) = \int_0^{\infty} x F(x) dF(x) \equiv I,$$

$$E(m(X_i)) = \int_0^{\infty} m(x) dF(x) = \int_0^{\infty} \int_0^x t dF(t) dF(x) = \int_0^{\infty} t \left(\int_t^{\infty} dF(x) \right) dF(t) =$$

$$= \int_0^{\infty} t(1 - F(t)) dF(t) = E(X(1 - F(X))) = \mu - I, \quad i = 1, \dots, n.$$

Вычисляя математическое ожидание от обеих частей равенства (46) и используя полученные выше соотношения, находим, что $E(g_n) = 0$.

Из формул (15) и (25) следует, что $2I / \mu = G$. Так как слагаемые в (46) независимы и одинаково распределены, то

$$D(g_n) = \frac{1}{\mu^2 n^2} \sum_{i=1}^n D\{-(G+1)X_i + 2[X_i F(X_i) - m(X_i)]\} =$$

$$= \frac{1}{n \mu^2} \left(\sigma^2 (G+1)^2 + 4D[XF(X) - m(X)] \right) = \frac{\sigma_G^2}{n},$$

где

$$\sigma_G^2 = \frac{1}{\mu^2} \left\{ \sigma^2 (G+1)^2 + 4D[XF(X) - m(X)] \right\}. \quad (48)$$

С.в. g_n представляет собой нормированную сумму независимых одинаково распределенных с.в. и в силу центральной предельной теоремы асимптотически нормальна с параметрами 0 и σ_G^2 / n . Поэтому из теоремы Слуцкого [4] и представления (45) следует требуемое утверждение.

Следствие 3.3. Для нахождения состоятельной оценки предельной дисперсии σ_G^2 , как и в следствии 3.2, теоретические характеристики в (48) заменим их состоятельными оценками. Величины μ , σ^2 и G оценены в следствии 3.2:

$$\mu^* = \mu_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad (\sigma^*)^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2,$$

$$G^* = \frac{2}{\mu^* n^2} \sum_{i=1}^n X_{(i)} \left(i - \frac{1}{2} \right) - 1. \quad (49)$$

Для оценивания дисперсии $D[XF(X) - m(X)]$ выпишем

$$D[XF(X) - m(X)] = E[XF(X) - m(X)]^2 - (E[XF(X) - m(X)])^2 = I_1 - I_2^2.$$

Имеем

$$\begin{aligned} I_1 &= E[X^2 F^2(X)] - 2E[XF(X)m(X)] + E[m^2(X)] = \\ &= \int_0^\infty x^2 F^2(x) dF(x) - 2 \int_0^\infty x F(x) \left\{ \int_0^x y dF(y) \right\} dF(x) + \int_0^\infty \left\{ \int_0^x y dF(y) \right\}^2 dF(x) = \\ &= \frac{1}{3} \int_0^\infty x^2 dF^3(x) - \int_0^\infty x \left\{ \int_0^x y dF(y) \right\} dF^2(x) + \int_0^\infty \left\{ \int_0^x y dF(y) \right\}^2 dF(x). \end{aligned}$$

Аналогично

$$I_2 = \frac{1}{2} \int_0^\infty x dF^2(x) - \int_0^\infty \left\{ \int_0^x y dF(y) \right\} dF(x).$$

Следовательно, состоятельная оценка для I_1 будет

$$\begin{aligned} I_1^* &= \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n X_{(i)}^2 \left[\left(\frac{i}{n} \right)^3 - \left(\frac{i-1}{n} \right)^3 \right] - \sum_{j=1}^n \left\{ \sum_{i=1}^j X_{(i)} \right\} X_{(j)} \left[\left(\frac{j}{n} \right)^3 - \left(\frac{j-1}{n} \right)^3 \right] + \\ &+ \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k X_{(i)} \right\} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^k X_{(j)} \right\} = \frac{1}{3n^2} \sum_{i=1}^n X_{(i)}^2 (3i^2 - 3i + 1) - \\ &- \frac{1}{n^3} \sum_{j=1}^n \left\{ \sum_{i=1}^j X_{(i)} \right\} X_{(j)} (2j - 1) + \frac{1}{n^3} \sum_{k=1}^n \left\{ \sum_{i=1}^k X_{(i)} \right\} \left\{ \sum_{j=1}^k X_{(j)} \right\}. \end{aligned} \quad (50)$$

Состоятельная оценка I_2 задается посредством

$$\begin{aligned} I_2^* &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n X_{(i)} \left[\left(\frac{i}{n} \right)^2 - \left(\frac{i-1}{n} \right)^2 \right] - \frac{1}{n^2} \sum_{j=1}^n \left\{ \sum_{i=1}^j X_{(i)} \right\} = \\ &= \frac{1}{2n^2} \sum_{i=1}^n X_{(i)} (2i - 1) - \frac{1}{n^2} \sum_{j=1}^n \left\{ \sum_{i=1}^j X_{(i)} \right\}. \end{aligned} \quad (51)$$

Собирая теперь оценки (49)–(51) в формулу (48), получим состоятельную оценку $(\sigma_G^*)^2$ предельной дисперсии σ_G^2 оценки G_n индекса Джини G .

Замечание. Состоятельность и асимптотическую несмещенность x_p^* , $L_n(p)$ и G_n можно установить непосредственно из асимптотической нормальности этих оценок. Однако для этого необходимо усилить требования на распределение с.в. X : вместо строгой монотонности ф.р. $F(x)$ потребовать выполнение условия с теорем 3.1–3.3.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На сегодняшний день задачи оценивания степени неравенства возникают в самых разнообразных областях научного знания, связанных с экономикой, информатикой, медициной, биологией и т. д. Наличие хорошо развитого аппарата анализа проблемы неравенства на основе кривых Лоренца дает исследователям эффективный инструмент, имеющий как качественное, так и количественное обоснование. В работе рассмотрены как традиционные, так и специфические характеристики кривых Лоренца, изучены свойства количественных показателей неравенства типа индексов Джини и Пьетра, сформулированы и доказаны полезные в статистическом смысле свойства асимптотической несмещенности, асимптотической нормальности и строгой состоятельности для соответствующих теоретическим эмпирическим кривых Лоренца и индекса Джини. Большинство доказательств носят конструктивный характер, что позволяет использовать схожие подходы для исследования более широкого класса задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Боровков А.А. Математическая статистика. – Новосибирск: Наука: Изд-во Ин-та математики, 1997. – 772 с.
2. Дэвид Г. Порядковые статистики. – М.: Наука, 1979. – 336 с.
3. Кендалл М., Стьюарт А. Теория распределений. – М.: Наука, 1966. – 588 с.
4. Рао С.Р. Линейные статистические методы и их применения. – М.: Наука, 1968. – 548 с.
5. Уилкс С. Математическая статистика. – М.: Наука, 1967. – 632 с.
6. Bahadur R.R. A note on quantiles in large samples // The Annals of Mathematical Statistics. – 1966. – Vol. 37 (3). – P. 577–580.
7. Bhattacharya D. Inference on inequality from household survey data // Journal of Econometrics. – 2007. – Vol. 137 (2). – P. 674–707.
8. Davidson R. Reliable inference for the Gini index // Journal of Econometrics. – 2009. – Vol. 150 (1). – P. 30–40.
9. Gastworth J.L. A general definition of the Lorenz curve // Econometrica. – 1971. – Vol. 39 (6). – P. 1037–1039.
10. Ghosh J.K. A new proof of the Bahadur representation of quantities and an application // The Annals of Mathematical Statistics. – 1971. – Vol. 42. – P. 1957–1961.
11. Gini C.W. Variabilita emutabilita. – Bologna: P. Cuppini, 1912.
12. Giorgi G.M., Nadarajah S. Bonferroni and Gini indices for various parametric families of distributions // METRON. – 2010. – Vol. 68. – P. 23–46.

13. *Goldie C.M.* Convergence theorems for empirical Lorenz curves and their inverses // *Advances in Applied Probability*. – 1977. – Vol. 9. – P. 756–791.
14. *Hoëffding W.A.* A class of statistics with asymptotically normal distribution // *Annals of Mathematical Statistics*. – 1948. – Vol. 19. – P. 293–325.
15. *Lorenz M.O.* Methods of measuring the concentration of wealth // *Publications of the American Statistical Association*. – 1905. – Vol. 9 (70). – P. 209–219.
16. *Pietra G.* Delle relazioni tra gli indici di variabilità // *Atti del Regio Istituto veneto di scienze, lettere ed arti*. – 1915. – Vol. 74. – P. 775–792.
17. *Sarabia J.M.* Parametric Lorenz curves: models and applications // *Modeling income distributions and Lorenz Curves* / ed. by D. Chotikapanich. – New York: Springer, 2008. – P. 167–190.

Семенов Дмитрий Александрович, информатик-экономист по специальности «Прикладная математика (в экономике)», ведущий специалист отдела развития Федеральной кадастровой палаты по Новосибирской области. Области научных интересов: финансовая и актуарная математика, информационные технологии, теория риска. Имеет одну научную публикацию. E-mail: miktov.semenov@gmail.com

Шеколдин Владислав Юрьевич, кандидат технических наук, доцент кафедры маркетинга и сервиса Новосибирского государственного технического университета. Основные направления научных исследований: экономико-математическое моделирование, статистика, планирование оптимальных экспериментов, логистика, эконометрика, маркетинговые исследования. Автор более 75 научных статей. E-mail: raix@mail.ru

Semenov Dmitry A., informatics-economist specializing in applied mathematics (in economics), leading specialist of the development department of the Federal Cadastral Chamber in the Novosibirsk region. His research interests include financial and actuarial mathematics, information technology, and risk theory. He has 1 scientific publication. E-mail: miktov.semenov@gmail.com

Shchekoldin Vladislav Yu., PhD (Eng.), associate professor, department of marketing and service, Novosibirsk State Technical University. The main areas of his research are economic and mathematical modeling, statistics, planning of optimal experiments, logistics, econometrics, and marketing research. He is the author of over 75 scientific articles. E-mail: raix@mail.ru

DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-121-144

Theoretical and empirical Lorenz functions, Gini indices, and their properties*

D.A. SEMENOV^{1,a}, V.Y. SHCHEKOLDIN^{2,b}

¹ *Federal Cadastral Chamber of the Novosibirsk Region, 4^G, Kutateladze Street, Novosibirsk, 630128, Russian Federation*

² *Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation*

^a *miktov.semenov@gmail.com* ^b *raix@mail.ru*

Abstract

The issues of assessing the fairness and efficiency of the distribution of the total income of society between different groups of the population have attracted attention of scientists for a long time. They became most relevant at the end of the 19th – beginning of the 20th centuries in connection with the intensive stratification of countries with various political and social sys-

* *Received 06 May 2020.*

tems caused by the intensive development of the economy, science and technology. The Lorenz function and the Lorenz curve, as well as the Gini index, are commonly used for theoretical research and applications in the economic and social sciences. These tools were originally introduced to describe and study the inequality in the incomes and wealth distribution among a given population. Nowadays they have found wide application in such fields as demography, insurance, healthcare, the risk and reliability theory, as well as in other areas of human activities. In this paper we present the properties of the Lorenz function and various representations of the Gini index, systematize the analytical results for uniform, exponential, power-law (types I and II) and lognormal distributions, as well as for the Pareto distribution (types I and II). Additionally, the issue of estimating inequality based on the Pietra index and its relationship with the Lorenz function was studied. Nonparametric estimates of the Lorenz function and the Gini index based on a sample from the corresponding distribution are considered. Strict consistency and asymptotic unbiasedness of these estimates are shown under certain conditions for the initial distribution with an increase in the sample size. On the basis of the method of linearization of estimates, the asymptotic normality of the empirical Lorenz function and the empirical Gini index is determined.

Keywords: inequality estimation, Lorenz function, Lorenz curve, Gini index, Pietra index, linearization of estimates, strict consistency, asymptotic unbiasedness, normality

REFERENCES

1. Borovkov A.A. *Matematicheskaya statistika* [Mathematical statistics]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1997. 772 p.
2. David H.A. *Order statistics*. New York, Wiley and Sons, 1970. 272 p. (Russ. ed.: Deivid G. *Poryadkovyye statistiki*. Moscow, Nauka Publ., 1979. 336 p.)
3. Kendall M., Stuart A. *Advanced theory of statistics*. Vol. 1. *Distribution theory*. 2nd ed. London, Griffin, 1963. 433 p. (Russ. ed.: Kendall M., St'yuart A. *Teoriya raspredelenii*. Moscow, Nauka Publ., 1966. 588 p.)
4. Rao C.R. *Linear statistical inference and its applications*. 2nd ed. New York, Wiley and Sons, 1965. 522 p. (Russ. ed.: Rao S.R. *Lineinye statisticheskie metody i ikh primeneniya*. Moscow, Nauka Publ., 1968. 548 p.)
5. Wilks C.C. *Mathematical statistics*. New York, Wiley and Sons, 1962. 644 p. (Russ. ed.: Vilks S. *Matematicheskaya statistika*. Moscow, Nauka Publ., 1967. 632 p.)
6. Bahadur R.R. A note on quantities in large samples. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1966, vol. 37 (3), pp. 577–580.
7. Bhattacharya D. Inference on inequality from household survey data. *Journal of Econometrics*, 2007, vol. 137 (2), pp. 674–707.
8. Davidson R. Reliable inference for the Gini index. *Journal of Econometrics*, 2009, vol. 150 (1), pp. 30–40.
9. Gastworth J.L. A general definition of the Lorenz curve. *Econometrica*, 1971, vol. 39 (6), pp. 1037–1039.
10. Ghost J.K. A new proof of the Bahadur representation of quantities and an application. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1971, vol. 42, pp. 1957–1961.
11. Gini C.W. *Variabilita emutabilita*. Bologna, P. Cuppini, 1912.
12. Giorgi G.M., Nadarajah S. Bonferroni and Gini indices for various parametric families of distributions. *METRON*, 2010, vol. 68, pp. 23–46.
13. Goldie C.M. Convergence theorems for empirical Lorenz curves and their inverses. *Advances in Applied Probability*, 1977, vol. 9, pp. 756–791.
14. Hoeffding W.A. A class of statistics with asymptotical normal distribution. *Annals of Mathematical Statistics*, 1948, vol. 19, pp. 293–325.

15. Lorenz M.O. Methods of measuring the concentration of wealth. *Publications of the American Statistical Association*, 1905, vol. 9 (70), pp. 209–219.
16. Pietra G. Delle relazioni tra gli indici di variabilita. *Atti del Regio Istituto veneto di scienze, lettere ed arti*, 1915, vol. 74, pp. 775–792.
17. Sarabia J.M. Parametric Lorenz curves: models and applications. *Modeling income distribution and Lorenz Curves*. Ed. by D. Chotikapanich. New York, Springer, 2008, pp. 167–190.

Для цитирования:

Семенов Д.А., Щеколдин В.Ю. Теоретические и эмпирические функции Лоренца, индексы Джини и их свойства // Научный вестник НГТУ. – 2020. – № 4 (80). – С. 121–144. – DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-121-144.

For citation:

Semenov D.A., Shchekoldin V.Yu. Teoreticheskie i empiricheskie funktsii Lorentsa, indeksy Dzhini i ikh svoistva [Theoretical and empirical Lorenz functions, Gini indices, and their properties]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2020, no. 4 (80), pp. 121–144. DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-121-144.

ИНФОРМАТИКА,
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА
И УПРАВЛЕНИЕ

INFORMATICS,
COMPPUTER ENGINEERING
AND CONTROL

УДК 004.032.26:620.91

DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-145-158

Нейросетевая модель для краткосрочного прогнозирования выработки электрической энергии солнечными электростанциями*

Д.А. ТЮНЬКОВ^a, А.С. ГРИЦАЙ^b, А.С. САПИЛОВА^c,
А.В. БЛОХИН^d, В.С. РОДИОНОВ^e, В.И. ПОТАПОВ^f

644050, РФ, г. Омск, пр. Мира, 11, Омский государственный технический университет

^a dmitry.tyunkov@gmail.com ^b aleksandr.gritsay@gmail.com ^c alinka.s97@mail.ru
^d sasha_bloh@mail.ru ^e rv991999@mail.ru ^f ivt@omgtu.ru

В наши дни потребление энергии в мире растет и становится актуально решение задачи по замене традиционных источников на альтернативные. Решение данной задачи невозможно без предварительного анализа данных и дальнейшего прогнозирования выработки энергии альтернативными источниками. Однако использование альтернативных источников энергии в условиях оптового рынка электроэнергии и мощности, действующего в настоящее время на территории Российской Федерации, невозможно без применения краткосрочных прогностических моделей «на сутки вперед». В настоящей статье авторами проведен краткий анализ существующих методов краткосрочного прогнозирования, которые применяются при построении прогнозов выработки электроэнергии солнечными электростанциями. В настоящее время существует уже довольно большое количество прогностических моделей, построенных в рамках каждого из выделенных методов краткосрочного прогнозирования, и все они отличаются своими особенностями. Поэтому с целью выделения наиболее перспективного для дальнейшего использования и развития метода краткосрочного прогнозирования авторами была использована ранее разработанная классификация. В ходе исследования была проведена первоначальная обработка исходных данных, полученных от существующих солнечных электростанций при помощи спектрального анализа. Далее для построения прогностической модели был проведен корреляционный анализ исходных данных, который показал отсутствие линейной зависимости между компонентами в ретроспективных данных. Авторами, основываясь на показаниях корреляционного анализа, было принято решение о подборе параметров для целей построения прогностической модели эмпирическим путем. В результате проведенного исследования была предложена математическая модель, основанная на искусственной нейронной сети, и сформирована обучающая выборка к ней. Кроме того, была определена архитектура искусственной нейронной сети, результатом работы которой является краткосрочный прогноз выработки электрической энергии в режиме «на сутки вперед» и выполнены расчеты по получению численных значений прогноза. Из результатов исследования следует, что разработанная про-

* Статья получена 17 июля 2020 г.

гностическая модель на прогнозируемом интервале имеет среднюю абсолютную ошибку примерно 13,5 МВт. Однако на некоторых интервалах пиковые расхождения могут достигать до 200 МВт. Среднеквадратическая ошибка модели равна 27,8 МВт.

Ключевые слова: анализ данных, авторегрессионная модель, спектральный анализ, прогнозирование, нейронная сеть, альтернативная энергетика, возобновляемые источники энергии, солнечная энергетика, выработка электрической энергии, генерация

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в Российской Федерации действует рынок по оптовой продаже электроэнергии и мощности, который поделен на ценовые зоны. До недавнего времени в каждой такой ценовой зоне функционировали традиционные типы электростанций, такие как гидроэлектростанции, угольные тепловые электростанции и атомные. Системный оператор формирует заявки на генерацию электрической энергии по часовым интервалам суток. Однако с развитием альтернативных источников энергии, с одной стороны, и изменением мирового климата, связанного с экологической обстановкой на планете, с другой стороны, возникают задачи, связанные с интеграцией альтернативных источников энергии в уже созданные человеком традиционные электроэнергетические системы.

Исследование направлено на решение проблемы получения прогноза выработки электроэнергии на солнечных электростанциях в условиях неполноты информации о метеорологических факторах и действиях потребителей в электроэнергетической системе. Под электроэнергетической системой понимается единая электроэнергетическая сеть с подключенными к ней как традиционными источниками энергии (парогазовые установки, теплоэнергоцентрали (ТЭЦ), атомные электростанции) так и альтернативными источниками энергии (в частности, солнечными электростанциями, а также потребителями энергии с априори неопределенным поведением), работающими в условиях рынка по оптовой продаже электроэнергии и мощности, на которые действуют различные экологические факторы, такие как солнечная радиация, ветер, температура окружающего воздуха и т. д. В связи с этим требуется разработка математической модели, отражающей структурную организацию и технологические процессы, протекающие в прогнозируемой системе, и разработки программного обеспечения с использованием элементов искусственного интеллекта и технологий машинного обучения с целью повышения точности прогноза выработки электроэнергии на солнечных электростанциях, что позволит более эффективно загружать ТЭЦ и газотурбинные станции для выработки электрической энергии, увеличив их экономическую эффективность за счет экономии топлива.

1. СУЩЕСТВУЮЩИЕ МЕТОДЫ

В настоящее время солнечные электростанции получили широкое распространение во всем мире. Существует ряд методов, которые используются для получения краткосрочного прогноза выработки электроэнергии, применимых к данным источникам, которые можно разделить на 4 класса [1], как представлено на рис. 1.



Рис. 1. Методы краткосрочного прогнозирования выработки электрической энергии

Fig. 1. Methods of short-term forecasting of electricity generation

Двухэтапный метод прогнозирования электрической энергии солнечными электростанциями, описанный в работе [2], делится на статистический и прогностический этапы. Первоначально данные о солнечной энергии подвергаются статистической нормализации при помощи использования модели ясного неба, которая была предложена в [3].

Следующий этап подразумевает использование моделей временных рядов для прогноза уже нормированных данных о солнечной энергии, таких как простая авторегрессионная модель и модель с экзогенным входом. В случае использования авторегрессионной модели с экзогенным входом на экзогенный вход производится подача численных данных метеопрогноза погоды. Показано, что использование авторегрессионной модели с экзогенным входом более целесообразно по сравнению с простой моделью, поскольку при ее использовании конечный результат на 12 % лучше в сравнении с результатом, полученным при использовании простой авторегрессионной модели при получении прогноза короткого горизонта, а при составлении прогноза на следующий день – на 23 %.

В работе [4] рассмотрено применение искусственной и обобщенной нейронных сетей, а также адаптивной сети, основанной на системе нечеткого вывода. В качестве входных параметров для предложенной модели выступают температура модуля станции, уровень солнечной радиации, скорость ветра и температура окружающей среды. Для достижения наилучшего результата необходимо использовать обобщенную нейронную сеть.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотренные выше, а также и другие физические [5–9], статистические [10–12], адаптивные [13–15] и гибридные [16–19] методы прогнозирования в разной степени зависят от условий климата. В проанализированных работах точность прогноза модели колеблется от 95 % в случае идеальных климатических условий, до 80 % – в остальных случаях. Таким образом, можно сделать вывод о необходимости выделения закономерностей и значимых компонент исходных данных. Для этого первоначально необходимо провести анализ ретроспективных данных о выработке электроэнергии. Второй этап подразумевает разработку самой прогностической модели.

Основным и немаловажным процессом, который необходимо выполнять на первоначальном этапе при построении подобных прогнозных моделей, является выделение тренда в наборе исходных данных, а также циклических компонент [20].

3. ПОСТРОЕНИЕ ПРОГНОСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

В роли ретроспективных данных для использования на этапе спектрального анализа выступили данные о выработке электроэнергии двумя солнечными электростанциями, которые расположены в Японии на острове Хоккайдо. Рассматривались данные за 2016–2017 гг., имеющие шаг в 30 минут. На рис. 2 продемонстрирован фрагмент рассматриваемых данных.

Первоначально спектральный анализ ретроспективных данных за рассматриваемый период был проведен по отдельности для каждой из электростанций. Периодограммы, полученные в результате анализа для первой и второй электростанций, представлены на рис. 3 и 4 соответственно.

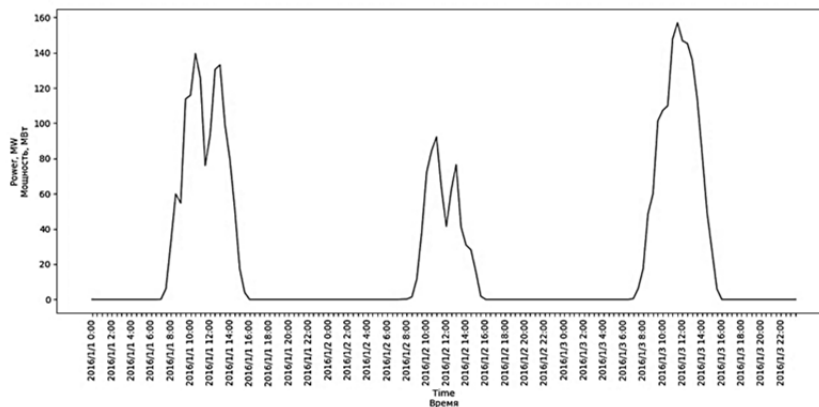


Рис. 2. Фрагмент исходных данных выработки электрической энергии

Fig. 2. A fragment of the source data of electric energy generation

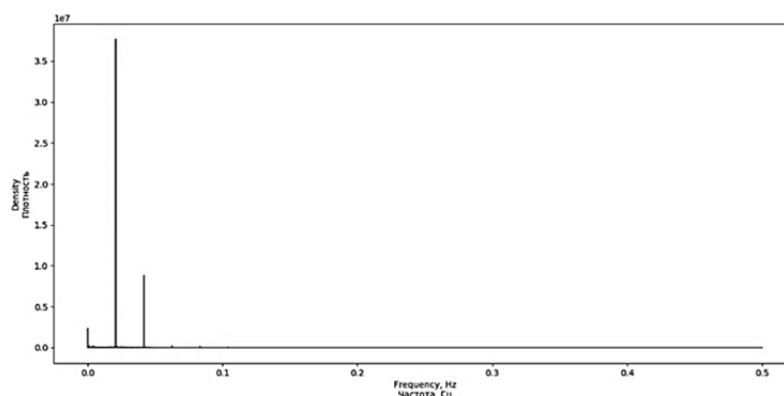


Рис. 3. Периодограмма данных выработки электрической энергии первой солнечной электростанцией за 2 года

Fig. 3. Periodogram of electric energy generation data by the first solar power station over 2 years

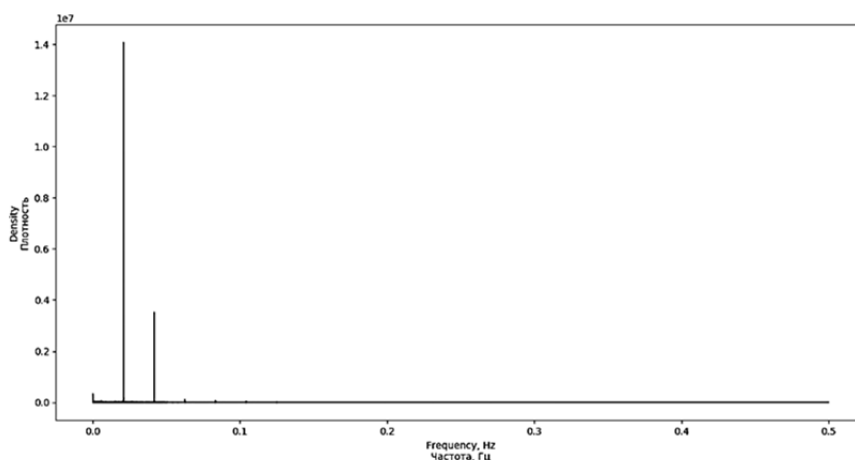


Рис. 4. Периодограмма данных выработки электрической энергии второй солнечной электростанцией за 2 года

Fig. 4. Periodogram of electricity generation data from the second solar power station over 2 years

Из периодограммы, представленной на рис. 3, можно сделать вывод об основных повторяющихся циклических компонентах. Данных компонент в исходных данных три. Они располагаются на пиках периодограммы, равных суткам, 12 часам и одному году. Стоит отметить, что наиболее выраженным является суточный цикл, а наименее – годовой.

Периодограмма, представленная на рис. 4, также показывает два основных пиковых значения. Данные значения соответствуют суточным и 12-часовым циклическим компонентам.

Принимая во внимание исследование, основанное на данных двух солнечных электростанций, можно сделать вывод о малой значимости годового цикла выработки электроэнергии солнечными электростанциями и сосредоточиться на сильных компонентах – суточном и 12-часовом циклах.

На втором этапе построения краткосрочной прогностической модели был проведен корреляционный анализ исходных данных о выработке электрической энергии, а также метеорологических данных. Результаты корреляционного анализа представлены на рис. 5.

Основываясь на результатах корреляционного анализа, можно сделать вывод об отсутствии линейной зависимости между параметрами, в связи с чем было принято решение об отборе параметров эмпирическим путем.

Для построения прогностической модели была разработана математическая модель прогнозирования объема выработки электрической энергии, основанная на искусственной нейронной сети, – это функция от следующих переменных:

$$V(t) = \{D, s, sH, tS, w, v, uv, T, p, c\}, \quad (1)$$

где V – объем выработки электроэнергии, который необходимо спрогнозировать в формате на сутки вперед, МВт; D – дата; t – 30-минутный интервал; s – признак, указывающий на то, вошло ли солнце (при $s = 1$ – солнце вошло, $s = 0$ – солнце не вошло); sH – длина солнечного дня, ч; tS – уровень

снега, см; w – тип погоды (ясно, переменная облачность, туман и т. д.); v – видимость, км; uv – УФ-индекс; T – температура окружающего воздуха, С; p – количество осадков, мм; c – облачность, %.

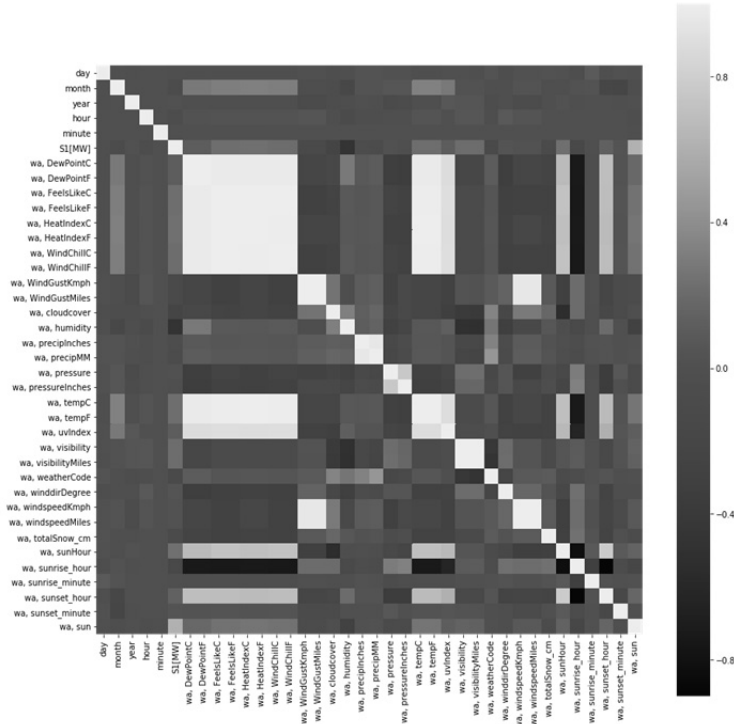


Рис. 5. Корреляционный анализ

Fig. 5. Correlation analysis

При создании обучающей выборки входные сигналы нейронной сети были представлены параметрами D , t , s , sH , tS , w , v , uv , T , p , c , а эталонные значения – параметром V . Фрагмент обучающей выборки данных о выработке электрической энергии показан в таблице.

Фрагмент обучающей выборки

Fragment of a neural network learning sample

Label	Входные нейроны														Выходной нейрон
	D			t		s	sH	tS	w	v	uv	T	p	c	
	day	month	year	hour	minute										
0	1	1	2017	0	0	0	6.5	0.05	113	10	2	-7	0	35	0
0	1	1	2017	0	30	0	6.5	0.05	113	10	2	-7	0	35	0
0	1	1	2017	1	00	0	6.5	0.05	113	9.5	2	-6	0	30	0
.....															
65.2	1	1	2017	12	00	1	6.5	0.05	116	9.5	2	0	0.01	50	110.13
52.7	1	1	2017	12	30	1	6.5	0.05	116	9.5	2	0	0.01	50	131.09
54.7	1	1	2017	13	00	1	6.5	0.05	116	9	2	0	0	65	65.69
.....															

Структура нейронной сети для построения краткосрочного прогноза выработки электрической энергии в режиме «на сутки вперед» представлена на рис. 6. Она состоит из 15 входных нейронов первого слоя, 13 нейронов скрытого слоя и одного выходного нейрона. Функция активации нейрона – ReLU [21]. Для настройки весов нейронной сети используется алгоритм обучения с учителем, известный как алгоритм обратного распространения ошибки [22].

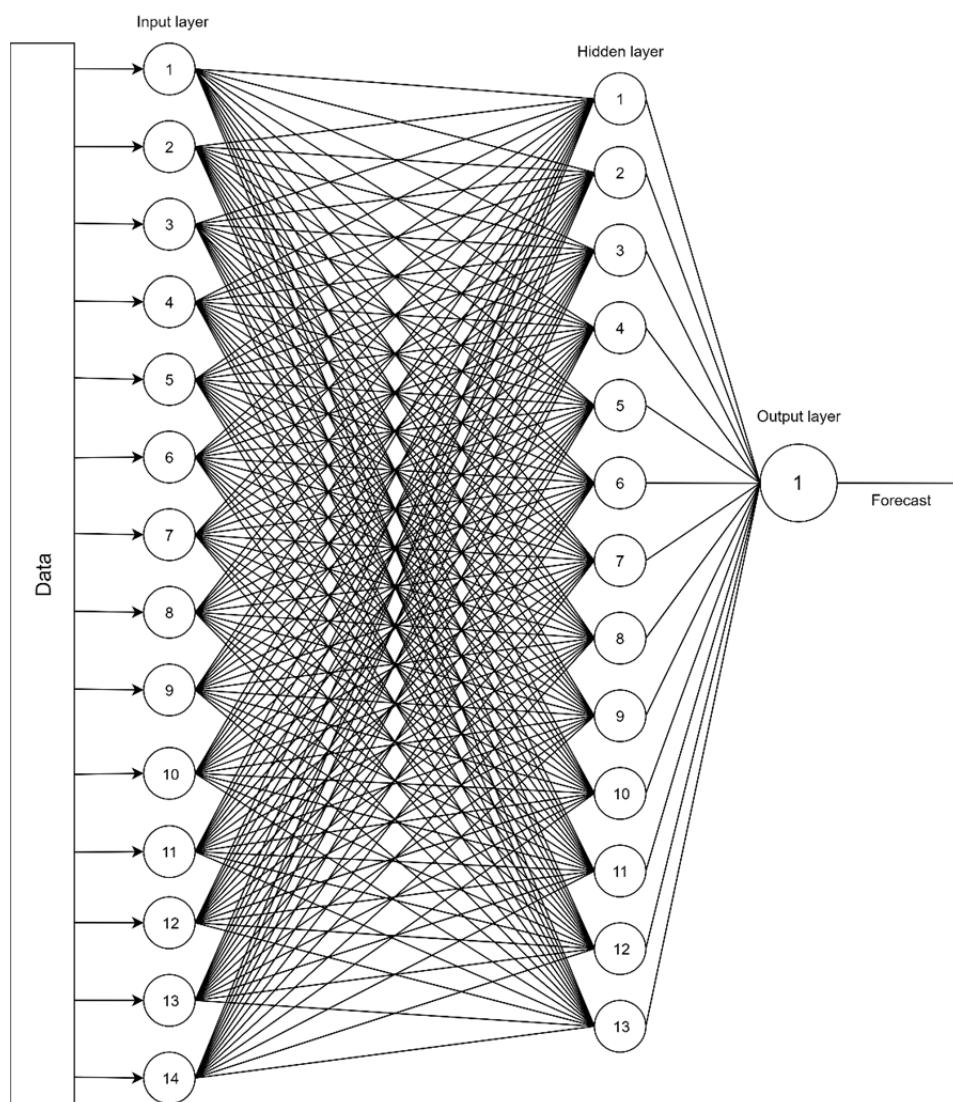


Рис. 6. Схема нейронной сети для построения прогноза выработки электрической энергии

Fig. 6. The scheme of the neural network to build a forecast for electric energy generation

Количество нейронов входного слоя сети определяется входными параметрами, представленными в таблице. Метод определения количества нейронов скрытого слоя подробно рассмотрен в [23]. На рис. 7 изображена UML-диаграмма процесса прогнозирования выработки электрической энергии.

В качестве обучающей выборки используются ретроспективные данные о выработке электрической энергии на годовом интервале, предшествующем прогнозируемому дню.

На рис. 8 и 9 отображены данные прогноза для первой и второй солнечных электростанций, расположенных на острове Хокайдо.

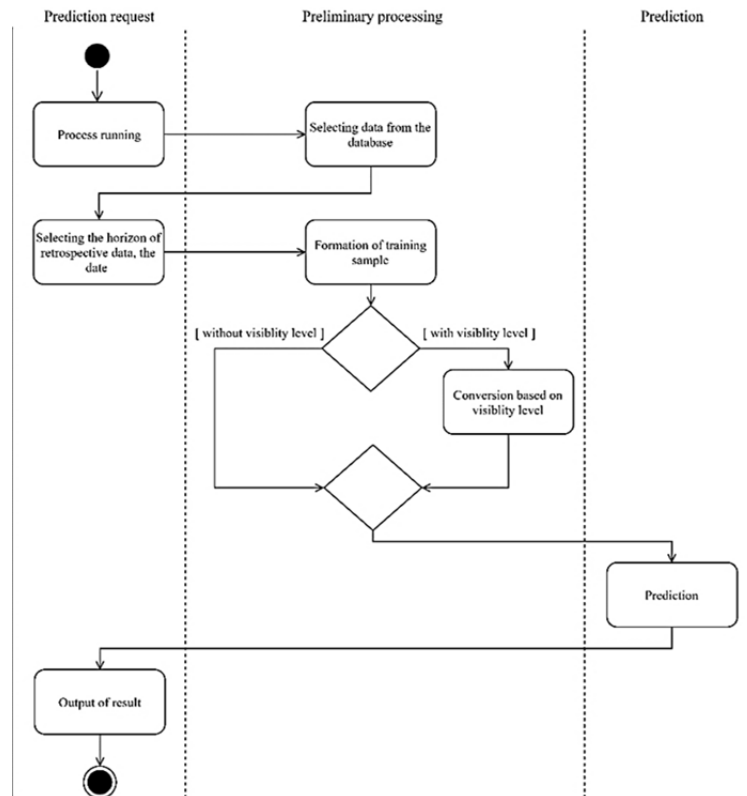


Рис. 7. UML-диаграмма метода прогнозирования выработки электрической энергии

Fig. 7. The UML diagram of the method for predicting electric energy generation

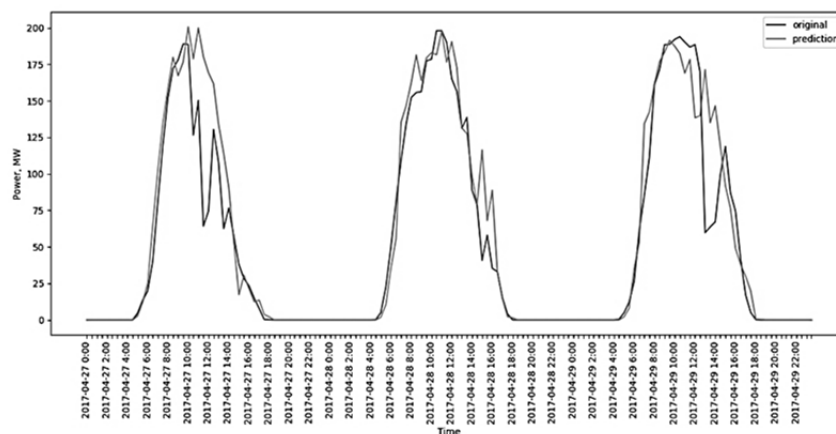


Рис. 8. Прогноз выработки электрической энергии первой электростанцией

Fig. 8. Forecast of electric power generation by the first power plant

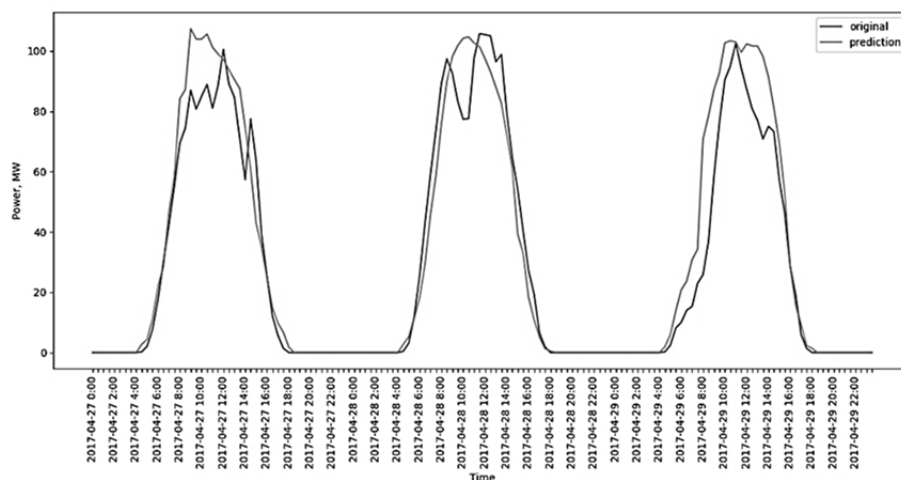


Рис. 9. Прогноз выработки электрической энергии второй электростанцией

Fig. 9. Forecast of electric power generation by the second power plant

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленной работе были предложены двухэтапный метод краткосрочного прогнозирования выработки электрической энергии, включающий статистическую нормализацию исходных данных выработки электрической энергии за определенный промежуток времени, полученных от солнечных электростанций, и процесс прогнозирования в режиме «на сутки вперед».

Инструментом исследования явилась разработанная математическая модель, основанная на базе искусственной нейронной сети. Для построения математической модели был проведен спектральный анализ, который показал значимость различных временных интервалов в исходных данных. Затем был проведен корреляционный анализ, который показал слабую зависимость между параметрами, характеризующими метеоусловия, ввиду чего параметры были подобраны эмпирическим путем.

Из результатов исследования следует, что разработанная прогностическая модель на прогнозируемом интервале имеет среднюю абсолютную ошибку (MAE) примерно 13,5 МВт. Однако пиковые расхождения могут достигать до 200 МВт. Среднеквадратическая ошибка модели (RMSE) равна 27,8 МВт. Опираясь на накопленный опыт и более подробный анализ входных данных, а также проведя более точную настройку нейронной сети, можно говорить о дальнейшем улучшении прогностической модели в сторону уменьшения ошибки прогнозирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Short-term forecast methods of electricity generation by solar power plants and its classification / D.A. Tyunkov, A.S. Gritsay, V.I. Potapov, R.N. Khamitov // Journal of Physics: Conference Series. – 2019. – Vol. 1260. – P. 052033-1–052033-6. – DOI: 10.1088/1742-6596/1260/5/052033.
2. Bacher P., Madsen H., Nielsen H.A. Online short-term solar power forecasting // Solar Energy. – 2009. – Vol. 83, N 10. – P. 1772–1783.

3. Chowdhury B.H., Rahman S. Forecasting sub-hourly solar irradiance for prediction of photovoltaic output // Proceedings of the 19th IEEE Photovoltaic Specialists Conference. – New Orleans, USA, 1987. – P. 171–176.
4. Generalized neural network methodology for short term solar power forecasting / V.P. Singh, V. Vijay, M.S. Bhatt, D.K. Chaturvedi // Proceedings of the 13th International Conference on Environment and Electrical Engineering. – Wroclaw, Poland, 2013. – DOI: 10.1109/eeeic-2.2013.6737883.
5. Ерошенко С.А., Хальясмаа А.И., Снегирев Д.А. Подходы к прогнозированию плотности потока энергии солнечного излучения для СЭС // Энергоэксперт. – 2017. – № 5. – С. 28–31.
6. Akter N., Islam M.N. Use of MM5 model for weather forecasting over Bangladesh region // BRAC University Journal. – 2007. – Vol. 4. – P. 75–79.
7. Lazic L., Pejanovic G., Zivkovic M. Wind forecasts for wind power generation using the Eta model // Renewable Energy. – 2009. – Vol. 35. – P. 1236–1243.
8. The accuracy of solar irradiance calculations used in mesoscale numerical weather prediction / R.J. Zamora, E.G. Dutton, M. Trainer, S.A. Mckeen, J.M. Wilczak, Y.-T. Hou // Monthly Weather Review. – 2005. – Vol. 133, N 4. – P. 783–792.
9. Short-term solar power forecasting considering cloud coverage and ambient temperature variation effects / F.H. Gandoman, S.A. Aleem, N. Omar, A. Ahmadi, F.Q. Alenezi // Renewable Energy. – 2018. – Vol. 123. – P. 793–805.
10. Кузнецов Н.П., Лысенко О.В. Статистический анализ энергетических показателей солнечной радиации (на примере данных Токмакской солнечной электростанции) // Проблемы региональной энергетики. – 2017. – № 2 (34). – С. 139–147.
11. Тимчук С.А., Катюха И.А. Разработка критерия качества подбора коэффициентов регрессии в задачах прогнозирования электропотребления // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2014. – Т. 5, № 8 (71). – С. 16–20.
12. Прогнозирование электропотребления с учетом температуры воздуха и естественной освещенности для региональных диспетчерских управлений / И.И. Надтока, А.В. Демура, С.О. Губский, А.Я. Ваколюк, В.В. Горбачев // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки. – 2012. – № 1 (33). – С. 156–161.
13. Степанов С.М., Искра Н.А. Нейросетевое прогнозирование генерации электроэнергии солнечными панелями // Доклады Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники. – 2018. – № 3 (113). – С. 26–31.
14. Манусов В.З., Бирюков Е.В. Краткосрочное прогнозирование электрической нагрузки на основе нечеткой нейронной сети и ее сравнение с другими методами // Известия Томского политехнического университета. – 2006. – Т. 309, № 6. – С. 153–157.
15. Толстых М.А. Фролов А.В. Некоторые современные проблемы численного прогноза погоды // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. – 2005. – Т. 41, № 3. – С. 315–327.
16. Грицай А.С. Гибридный метод краткосрочного прогнозирования потребления электрической энергии для энергосбытового предприятия с учетом метеофакторов: дис. ... канд. техн. наук. – Омск, 2017. – 153 с.
17. Гибридный метод краткосрочного прогнозирования электропотребления в условиях оптового рынка электроэнергии / А.С. Грицай, Д.А. Тюньков, Р.Н. Хамитов, Д.Д. Дугин, Г.Э. Синицин // Электроэнергетика глазами молодежи: материалы VIII Международной научно-технической конференции. – Самара: СамГТУ, 2017. – Т. 3. – С. 163–166.
18. О методе построения обучающей выборки в задачах краткосрочного прогнозирования электропотребления с учетом критериев информативности и компактности / Р.Н. Хамитов, А.С. Грицай, Д.А. Тюньков, Д.Д. Дугин, Г.Э. Синицин // Промышленная энергетика. – 2017. – № 8. – С. 23–28.
19. Кивчун О.Р. Метод векторного рангового анализа при управлении электропотреблением объектов военной инфраструктуры // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2018. – № 11. – С. 550–560.
20. Потапов В.И., Грицай А.С., Тюньков Д.А. Спектральный анализ ретроспективных данных ООО «Омская энергосбытовая компания» об электропотреблении // Омский научный вестник. – 2016. – № 5 (149). – С. 74–76.
21. Хайкин С. Нейронные сети: пер. с англ. – М.: Вильямс, 2006. – 1104 с.
22. Горелова А.В., Любимова Т.В. Алгоритм обратного распространения ошибки // Наука и современность. – 2015. – № 38. – С. 151–156.
23. Вьюгин В.В. Математические основы теории машинного обучения и прогнозирования. – М.: МЦМНО, 2013. – 387 с.

Тюньков Дмитрий Александрович, аспирант, старший преподаватель кафедры «Информатика и вычислительная техника» Омского государственного технического университета. Основные направления научных исследований: прогнозирование электропотребления / выработки электрической энергии возобновляемыми источниками, построение прогностических экспертных систем. E-mail: dmitry.tyunkov@gmail.com

Грицай Александр Сергеевич, кандидат технических наук, доцент кафедры «Информатика и вычислительная техника», заведующий кафедрой «Информатика и вычислительная техника» Омского государственного технического университета. Основные направления научных исследований: прогнозирование электропотребления / выработки электрической энергии GRID систем, математическое моделирование в анализе данных. E-mail: aleksandr.gritsay@gmail.com

Сапилова Алина Анатольевна, студентка магистратуры, инженер кафедры «Информатика и вычислительная техника» Омского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – прогнозирование выработки электрической энергии возобновляемыми источниками. E-mail: alinka.s97@mail.ru

Блохин Александр Владимирович, студент магистратуры, ассистент кафедры «Информатика и вычислительная техника» Омского государственного технического университета. Основное направление – прогнозирование выработки электрической энергии возобновляемыми источниками. E-mail: sasha_bloh@mail.ru

Родионов Виктор Сергеевич, студент кафедры «Информатика и вычислительная техника» Омского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – прогнозирование выработки электрической энергии возобновляемыми источниками. E-mail: rv991999@mail.ru

Потапов Виктор Ильич, доктор технических наук, профессор кафедры «Информатика и вычислительная техника». Основное направление научных исследований – разработка моделей, алгоритмов и программного обеспечения для решения оптимизационных задач противоборства технических систем в конфликтных ситуациях. E-mail: ivt@omgtu.ru

Tyunkov Dmitry A., graduate student, senior lecturer at the Department of Informatics and Computer Engineering of the Omsk State Technical University. The main areas of his scientific research are forecasting of electricity consumption/generation by renewable sources, and construction of predictive expert systems. E-mail: dmitry.tyunkov@gmail.com

Gritsay Alexander S., PhD (Eng.), associate professor at the Department of Informatics and Computer Engineering, Head of the Department of Informatics and Computer Engineering of the Omsk State Technical University. The main areas of his research are forecasting electric power consumption/generation by GRID systems and mathematical modeling in data analysis. E-mail: aleksandr.gritsay@gmail.com

Sapilova Alina A., master student, engineer at the Department of Informatics and Computer Engineering of the Omsk State Technical University. The main area of her research is forecasting electricity generation by renewable sources. E-mail: alinka.s97@mail.ru

Blokhin Alexandr V., master student, assistant lecturer at the Department of Informatics and Computer Engineering of the Omsk State Technical University. The main direction of his scientific research is forecasting electricity generation by renewable sources. E-mail: sasha_bloh@mail.ru

Rodionov Viktor S., student at the Department of Informatics and Computer Engineering of the Omsk State Technical University. The main area of his scientific research is forecasting electricity generation by renewable sources. E-mail: rv991999@mail.ru

Potapov Victor I., D.Sc. (Eng.), professor at the Department of Informatics and Computer Engineering of the Omsk State Technical University. The main area of his scientific research is the development of models, algorithms and software for solving optimization tasks confrontation of engineering systems in conflict situations. E-mail: ivt@omgtu.ru

A neural network model for short-term forecasting of electricity generation by solar power plants*

D.A. TYUNKOV¹, A.S. GRITSAY², A.A. SAPILOVA³, A.V. BLOKHIN⁴,
V.S. RODIONOV⁵, V.I. POTAPOV⁶

Omsk State Technical University, 11 Mira Prospekt, Omsk, 644050, Russian Federation

^a dmitry.tyunkov@gmail.com ^b aleksandr.gritsay@gmail.com ^c alinka.s97@mail.ru

^d sasha_bloh@mail.ru ^e rv991999@mail.ru ^f ivt@omgtu.ru

Abstract

Today, energy consumption in the world is growing and it is becoming urgent to solve the problem of replacing traditional energy sources with alternative ones. The solution to this problem is impossible without a preliminary data analysis and further forecasting of energy production by alternative sources. However, the use of alternative energy sources in the conditions of the wholesale electricity and capacity market currently operating on the territory of the Russian Federation is impossible without the use of short-term predictive “day ahead” models. In this article, the authors perform a brief analysis of the existing methods of short-term forecasting which are used when making forecasts for the generation of electricity by solar power plants. Currently, there are already a fairly large number of predictive models built within each of the selected methods of short-term forecasting, and they all differ in their characteristics. Therefore, in order to identify the most promising method of short-term forecasting for further use and development, the authors used a previously developed classification. In the course of the study, a preliminary processing of initial data obtained from the existing solar power plants using spectral analysis was carried out. Further, to build a predictive model, a correlation analysis of the initial data was carried out, which showed the absence of a linear relationship between the components in the retrospective data. Based on the results of the correlation analysis the authors made a decision to select parameters empirically in order to build a predictive model. As a result of the study, a mathematical model based on an artificial neural network was proposed and a learning sample was generated for it. In addition, the architecture of an artificial neural network was determined, the result of which is a short-term forecast of electric power generation in the “day ahead” mode, and calculations were performed to obtain numerical values of the forecast. From the results of the study, it follows that the developed predictive model in the predicted interval has a mean absolute error of about 13.5 MW. However, at some intervals, the peak discrepancies can reach up to 200 MW. The root mean square error of the model is 27.8 MW.

Keywords: data analysis, autoregressive model, spectral analysis, forecasting, neural network, alternative energy, renewable energy, solar energy, electric power generation, generation

REFERENCES

1. Tyunkov D.A., Gritsay A.S., Potapov V.I., Khamitov R.N. Short-term forecast methods of electricity generation by solar power plants and its classification. *Journal of Physics: Conference Series*, 2019, vol. 1260, pp. 052033-1–052033-6. DOI: 10.1088/1742-6596/1260/5/052033.
2. Bacher P., Madsen H., Nielsen H.A. Online short-term solar power forecasting. *Solar Energy*, 2009, vol. 83, no. 10, pp. 1772–1783.
3. Chowdhury B.H., Rahman S. Forecasting sub-hourly solar irradiance for prediction of photovoltaic output. *Proceedings of the 19th IEEE Photovoltaic Specialists Conference*, New Orleans, USA, 1987, pp. 171–176.

* Received 17 July 2020.

4. Singh V.P., Vijay V., Bhatt M.S., Chaturvedi D.K. Generalized neural network methodology for short term solar power forecasting. *Proceedings of the 13th International Conference on Environment and Electrical Engineering*, Wroclaw, Poland, 2013. DOI: 10.1109/eeeic-2.2013.6737883.

5. Eroshenko S.A., Khal'yasmaa A.I., Snegirev D.A. Podkhody k prognozirovaniyu plotnosti potoka energii solnechnogo izlucheniya dlya SES [Approaches to predicting the energy flux density of solar radiation for solar power plants]. *Energoekspert = Energy Expert*, 2017, no. 5, pp. 28–31.

6. Akter N., Islam M.N. Use of MM5 model for weather forecasting over Bangladesh region. *BRAC University Journal*, 2007, vol. 4, pp. 75–79.

7. Lazić L., Pejanović G., Živković M. Wind forecasts for wind power generation using the Eta model. *Renewable Energy*, 2009, vol. 35, pp. 1236–1243.

8. Zamora R.J., Dutton E.G., Trainer M., Mckeen S.A., Wilczak J.M., Hou Y.-T. The accuracy of solar irradiance calculations used in mesoscale numerical weather prediction. *Monthly Weather Review*, 2005, vol. 133, no. 4, pp. 783–792.

9. Gandoman F.H., Aleem S.A., Omar N., Ahmadi A., Alenezi F.Q. Short-term solar power forecasting considering cloud coverage and ambient temperature variation effects. *Renewable Energy*, 2018, vol. 123, pp. 793–805.

10. Kuznetsov N.P., Lysenko O.V. Statisticheskii analiz energeticheskikh pokazatelei solnechnoi radiatsii (na primere dannykh Tokmaskoi solnechnoi elektrostantsii) [Statistical analysis of energy indices of solar radiation (Based on the data of Tokmak Solar Power Station)]. *Problemy regional'noi energetiki = Problems of the regional energetics*, 2017, no. 2 (34), pp. 139–147.

11. Timchuk S.A., Katyukha I.A. Razrabotka kriteriya kachestva podbora koeffitsientov regressii v zadachakh prognozirovaniya elektropotrebleniya [Development of a quality criterion for the selection of regression coefficients in the problems of forecasting power consumption]. *Vostochno-Evropeiskii zhurnal peredovykh tekhnologii = Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2014, vol. 5, no. 8 (71), pp. 16–20.

12. Nadtoka I.I., Demura A.V., Gubskiy S.O., Vakolyuk A.J., Gorbachev V.V. Prognozirovaniye elektropotrebleniya s uchetom temperatury vozdukh i estestvennoi osveshchennosti dlya regional'nykh dispatcherskikh upravlenii [Energy consumption prediction model for temperature and lighting of regional dispatch administrations]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Tekhnicheskie nauki = Vestnik of Samara State Technical University. Technical Sciences Series*, 2012, no. 1 (33), pp. 156–161.

13. Stepanov S.M., Iskra N.A. Neirosetevoye prognozirovaniye generatsii elektroenergii solnechnymi panelyami [Neural network forecasting of energy generation by solar panels]. *Doklady Belorusskogo gosudarstvennogo universiteta informatiki i radioelektroniki = Doklady BGUIR*, 2018, no. 3 (113), pp. 26–31.

14. Manusov V.Z., Biryukov E.V. Kratkosrochnoye prognozirovaniye elektricheskoi nagruzki na osnove nechetkoi neironnoi seti i ee sravneniye s drugimi metodami [Short-term load prediction on the basis of fuzzy neural network and its comparison with other methods]. *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta = Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2006, vol. 309, no. 6, pp. 153–157.

15. Tolstykh M.A., Frolov A.V. Nekotorye sovremennyye problemy chislennogo prognoza pogody [Some current problems in numerical weather prediction]. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Fizika atmosfery i okeana = Izvestiya. Atmospheric and Oceanic Physics*, 2005, vol. 41, no. 3, pp. 315–327.

16. Gritsai A.S. *Gibridnyi metod kratkosrochnogo prognozirovaniya potrebleniya elektricheskoi energii dlya energosbytovogo predpriyatiya s uchetom meteofaktorov*. Diss. kand. tekhn. nauk [Hybrid method of short-term forecasting of electricity consumption for a power supply company, taking into account meteorological factors. PhD eng. sci. diss.]. Omsk, 2017. 153 p.

17. Gritsai A.S., Tyunkov D.A., Khamitov R.N., Dugin D.D., Sinitcin G.E. [Forecast electricity load via hybrid method on the Russia electricity market]. *Elektroenergetika glazami molodezhi: materialy VIII Mezhdunarodnoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii* [Electric power industry through the eyes of youth: materials of the VIII International scientific and technical conference]. Samara, SamSTU Publ., 2017, vol. 3, pp. 163–166. (In Russian).

18. Khamitov R.N., Gritsai A.S., Tyunkov D.A., Dugin D.D., Sinitcin G.E. O metode postroeniya obuchayushchei vyborki v zadachakh kratkosrochnogo prognozirovaniya elektropotrebleniya s uchetom kriteriev informativnosti i kompaktnosti [On the method of constructing a training sample in the problems of short-term forecasting of electricity consumption, taking into account the criteria of information content and compactness]. *Promyshlennaya energetika = Industrial power engineering*, 2017, no. 8, pp. 23–28.

19. Kivchun O.R. Metod vektornogo rangovogo analiza pri upravlenii elektropotrebleniiem ob"ektov voennoi infrastruktury [Vector rank analysis method for power consumption management of military infrastructure facilities]. *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki = News of the Tula state university. Technical sciences*, 2018, no. 11, pp. 550–560.

20. Potapov V.I., Gritsay A.S., Tyunkov D.A. . Spektral'nyi analiz retrospektivnykh dannykh OOO "Omskaya energosbytovaya kompaniya" ob elektropotreblenii [Spectral analysis of retrospective data on power consumption by Omsk Energy Retail Company LLC]. *Omskii nauchnyi vestnik = Omsk Scientific Bulletin*, 2016, no. 5 (149), pp. 74–76.

21. Haykin S. *Neural networks*. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1999 (Russ. ed.: Khaikin S. *Neironnye seti*. Moscow, Williams Publ., 2006. 1104 p.).

22. Gorelova A.V., Lyubimova T.V. Algoritm obratnogo rasprostraneniya oshibki [Backpropagation algorithm]. *Nauka i sovremennost' = Science and modernity*, 2015, no. 38, pp. 151–156.

23. V'yugin V.V. *Matematicheskie osnovy teorii mashinnogo obucheniya i prognozirovaniya* [Mathematical foundations of machine learning and forecasting theory]. Moscow, MCNMO Publ., 2013. 387 p.

Для цитирования:

Нейросетевая модель для краткосрочного прогнозирования выработки электрической энергии солнечными электростанциями / Д.А. Тюньков, А.С. Грицай, А.С. Сапилова, А.В. Блохин, В.С. Родионов, В.И. Потапов // Научный вестник НГТУ. – 2020. – № 4 (80). – С. 145–158. – DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-145-158.

For citation:

Tyunkov D.A., Gritsay A.S., Sapilova A.A., Blokhin A.V., Rodionov V.S., Potapov V.I. Neurosetevaya model' dlya kratkosrochnogo prognozirovaniya vyrabotki elektricheskoi energii solnechnymi elektrostantsiyami [A neural network model for short-term forecasting of electricity generation by solar power plants]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2020, no. 4 (80), pp. 145–158. DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-145-158.

ИНФОРМАТИКА,
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА
И УПРАВЛЕНИЕ

INFORMATICS,
COMPPUTER ENGINEERING
AND CONTROL

УДК 004.942

DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-159-176

Детекция событий разного типа в гибридных динамических системах*

Е.А. ПОПОВ^а, Ю.В. ШОРНИКОВ^б

630073, РФ, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет

^а e.popov@corp.nstu.ru ^б shornikov@inbox.ru

Гибридные динамические или просто гибридные системы (ГС) являются современным аппаратом для моделирования дискретно-непрерывных процессов в различных прикладных областях: электроэнергетике, космонавтике, промышленности, экономике, диспетчеризации транспорта и т. д. Ключевым отличием ГС от классических динамических является наличие событий переключения непрерывных режимов. Времена событий определяются нулями непрерывных событийных функций. При невозможности аналитического расчета момента возникновения события применяют численные алгоритмы обнаружения, работающие совместно с алгоритмами интегрирования дифференциальных уравнений.

События в ГС принято разделять на события состояния и события времени. В качестве событий времени в литературе обычно рассматриваются только явные события времени с событийными функциями в виде линейных полиномов от времени. В работе рассматривается класс неявных событий времени, а также перечисляются их возможные источники. Более того, в традиционное разбиение событий на односторонние, двусторонние и критичные к точности обнаружения добавляется класс труднообнаруживаемых событий. Такие события характеризуются множественными пересечениями событийной функции нуля в пределах одного шага интегрирования. Не все алгоритмы могут гарантированно обнаруживать события этого типа.

Гетерогенные ГС, состоящие из процессов различной физической природы, в общем случае характеризуются значительной жесткостью и высокой размерностью режимов, обычно представленных в виде дифференциально-алгебраических систем уравнений с событиями разных типов.

Последняя особенность ограничивает применимость классических алгоритмов обнаружения, ориентированных на какой-то один тип событий. Поэтому в работе предлагается методология комплексного обнаружения событий, когда для каждого типа событий выбирается свой алгоритм обнаружения. Совместная работа нескольких алгоритмов может обеспечить корректное обнаружение событий разных типов и, возможно, повысить скорость расчетов.

Для конкретной ГС построен комплексный алгоритм обнаружения событий, гарантированно обнаруживающий все события быстрее в среднем на 17 %.

* Статья получена 02 сентября 2020 г.

Ключевые слова: гетерогенные динамические системы, гибридные динамические системы, дискретно-непрерывные процессы, событийные функции, типы событий, обнаружение событий, вычислительный эксперимент, инструментальное моделирование

ВВЕДЕНИЕ

Во многих областях науки и техники (например, в электроэнергетике, робототехнике, химической промышленности) возникает необходимость в моделировании дискретно-непрерывных процессов. Такие динамические системы с разрывами первого рода в производных фазовых переменных могут быть естественным образом представлены в виде гибридных динамических или просто гибридных систем (ГС) [1–3]. ГС является совокупностью непрерывных режимов, например, в классе задач Коши для явных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. В каждый непрерывный момент времени ГС может находиться только в одном режиме. Режимы сменяют друг друга при возникновении определенных событий, которые и приводят к разрывам.

Наличие событий является ключевым отличием ГС от классических динамических. В общем случае мы не можем аналитически решить дифференциальное уравнение из-за невозможности выражения многих первообразных через элементарные функции. В таком случае моменты переключения режимов в ГС также не могут быть определены аналитическими методами. Это определяет необходимость использования численных алгоритмов обнаружения событий.

За все время развития теории дискретно-непрерывных и гибридных систем, начиная с 1970-х годов, были предложены множественные алгоритмы обнаружения событий.

В работе [4] рассматриваются вопросы обнаружения разрывов в производных фазовых переменных и определения их численных характеристик по поведению оценки локальной ошибки численной схемы.

В [5] предлагается альфа-метод третьего порядка точности. В [6] для локализации событий используется метод хорд. В [7] на этой стадии применяется комбинация обратной эрмитовой интерполяции и метода хорд. В работе [8], вдохновленной [9], для интерполяции событийных функций также использована обратная эрмитова интерполяция.

В [10] рассмотрен ограниченный класс событийных функций и предложен алгоритм обнаружения событий на основе рядов Штурма. Представленный алгоритм гарантирует обнаружение событий, событийные функции которых несколько раз пересекают ноль в пределах одного шага интегрирования.

Работа [11] посвящена алгоритму обнаружения событий, ориентированному на использование с алгоритмами интегрирования на основе формулы дифференцирования назад. Представленный алгоритм гарантированно обнаруживает события, как и предложенный в [10]. Стадия обнаружения основана на применении интервальной арифметики и исключающих тестов. На стадии локализации предлагается использовать метод Ньютона–Рафсона, который сходится за малое количество итераций в связи с достаточной близостью начального приближения, полученного на стадии обнаружения. Предложен-

ный алгоритм обнаружения событий гарантированно находит требуемый нуль событийной функции в случае, если его кратность равна единице.

В [12] предложен алгоритм, подобный представленному в [11].

В [13] и [14] авторы расширяют фазовое пространство системы производными событийных функций и на стадии обнаружения проверяют смену знака как событийными функциями, так и их производными.

Во всех вышеперечисленных алгоритмах присутствует стадия обнаружения события, на которой происходит расчет состояния системы в следующий момент времени. При численном моделировании ГС с односторонними событиями в малой окрестности области неопределенности модели это неизбежно приведет к аварийному завершению вычислительного эксперимента при попытке рассчитать состояние системы в области фазового пространства, где не определен текущий режим.

В [15] был предложен иной класс алгоритмов обнаружения, основанных на экстраполяции событийной функции. Этот подход позволяет управлять размером шага интегрирования в соответствии с динамикой событийной функции таким образом, что система будет асимптотически приближаться к границе режима, не пересекая его.

В [16] представлен алгоритм выбора размера шага интегрирования с учетом точности и устойчивости численной схемы и поведения событийной функции.

Применение всех вышеописанных алгоритмов обнаружения оказывается ограниченным при численном моделировании ГС, в которых могут происходить события разных типов. Поэтому актуальным является разработка алгоритмов обнаружения, способных корректно и эффективно обрабатывать события с учётом их типов.

1. ГЕТЕРОГЕННЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Важным подклассом ГС являются гетерогенные ГС (ГГС), состоящие из компонентов различной физической природы. Примерами таких систем являются: электроэнергетические системы с электромеханическими машинами, цифровыми устройствами автоматики, трансформаторами, линиями электропередачи и нагрузками; биоэлектрические протезы конечностей, считывающие электрическую активность нейронов; электротранспорт и т. д.

Постоянные времени разнородных компонентов обычно значительно отличаются. Поэтому ГГС часто описываются *жесткими* системами дифференциальных уравнений. Например, длительности электромеханических и электромагнитных переходных процессов в электроэнергетических системах могут отличаться на восемь и более порядков [17].

В общем случае ГГС характеризуются *высокой размерностью*, особенно для непрерывных процессов, описываемых системой дифференциальных уравнений в частных производных. Например, циркуляция теплоносителя в ядерном реакторе.

Дифференциально-алгебраические системы уравнений (ДАУ) являются естественной формой описания процессов самой различной природы. Сложные ограничения на фазовые переменные, законы сохранения массы, энергии и момента уменьшают количество степеней свободы совокупной модели по

сравнению с суммой степеней свободы составляющих ее элементов и приводят к системам ДАУ [18]. Естественное представление в форме ДАУ повышает читабельность модели для некомпетентного в вычислительной математике предметного специалиста, который сразу же распознает характерные для его предметной области законы сохранения и другие ограничения. Это позволяет повысить качество моделей за счет раннего обнаружения логических ошибок в процессе моделирования.

С другой стороны, ДАУ могут не задаваться пользователем, а возникать в результате преобразований модели на компонентном или объектно-ориентированном языке моделирования. При составлении совокупной системы уравнений сложной системы из моделей элементов и уравнений связей между ними в общем случае неизбежно возникает неявная система ДАУ [19].

Таким образом, режимы ГГС в общем случае имеют вид задачи Коши для системы ДАУ с ограничениями в виде

$$\mathbf{0} = \mathbf{F}(t, \mathbf{y}(t), \mathbf{y}'(t)),$$

$$\mathbf{y}(t_0) = \mathbf{y}_0, \quad \mathbf{y}'(t_0) = \mathbf{y}'_0,$$

$$pr(t, \mathbf{y}(t)) : \mathbf{g}(t, \mathbf{y}(t)) < \mathbf{0}, \quad t \in [t_0, t^*),$$

где $\mathbf{F} : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^N$ – вектор-функция, удовлетворяющая условиям существования и единственности решения на $[t_0, t^*]$ [20]; t – независимая переменная (время); $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^N$ – вектор состояния системы; $\mathbf{y}_0, \mathbf{y}'_0 \in \mathbb{R}^N$ – такие начальные условия, что $\mathbf{0} = \mathbf{F}(t_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{y}'_0)$; $pr : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^N \rightarrow \{\text{false}, \text{true}\}$ – режимный предикат, являющийся истинным, пока система находится в текущем режиме; $\mathbf{g} : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^S$ – непрерывная событийная вектор-функция, нули которой определяют моменты возникновения событий; x_0 – начальное время режима; t^* – время переключения в следующий режим (события).

В ГГС в связи с наличием разнородных компонентов повышается вероятность возникновения *событий разных типов* в рамках одного прогона модели. Рассмотрим возможные типы событий.

2. ТИПЫ СОБЫТИЙ

Из-за невозможности точного определения момента переключения в связи с ограниченностью разрядной сетки компьютера выделяют три типа событий: односторонние, двусторонние и критичные к точности [3, 15]. В первом случае событийная функция не должна пересечь границу режима $\mathbf{g}(t, \mathbf{y}(t)) = \mathbf{0}$, во втором, наоборот, должна. Критичные к точности обнаружения события должны быть обнаружены с максимальной точностью, но не накладывают ограничений на конечное значение событийной функции. В литературе также поднимался вопрос об обнаружении событий в условиях

множественных пересечений событийной функцией границы режима (рис. 1) [7, 11, 15].

Существуют алгоритмы, не гарантирующие обнаружение события в таких случаях. Более того, такие алгоритмы широко используются в современных инструментальных средах моделирования сложных динамических систем, например, OpenModelica, как будет показано ниже. Поэтому известную классификацию событий по типу границы следует расширить *труднообнаруживаемыми* событиями.

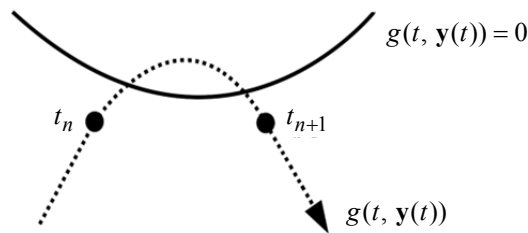


Рис. 1. Труднообнаруживаемое событие

Fig. 1. A difficult-to-detect event

Также события в ГС разделяют на события времени и события состояния по зависимости от фазовых переменных.

Событиями времени называют события, моменты возникновения которых определяются событийными функциями $g(t)$, не зависящими от фазовых переменных системы $y(t)$. Событийные функции *событий состояния* $g(t, y(t))$, наоборот, зависят от фазовых переменных.

В дальнейшем класс событий времени следует разбить на явные и неявные. *Явными событиями времени* будем называть события, событийные функции которых представляют собой линейные полиномы от модельного времени. Например, в момент времени $t = 5$ с должен включиться асинхронный двигатель. Тогда событийная функция в данном случае будет иметь вид $g(t) = t - 5$.

Неявными событиями времени соответственно будем называть все остальные события времени с нелинейными событийными функциями. В литературе обычно рассматривают только явные события времени [14, 18, 19]. Но неявные события времени могут быть частью исходной модели, а также возникнуть в ходе преобразований системы уравнений режима.

Рассмотрим следующий простой пример. Тело падает вертикально вниз с ускорением свободного падения g . Ось Y направим вертикально вверх. В начальный момент времени $t_0 = 0$ объект находится в точке y_0 , а его скорость будет v_0 . Силой сопротивления воздуха пренебрегаем. Необходимо определить время падения до поверхности Земли, моделируемой прямой $y = 0$. ГС включает два режима: «падение» и «покой». В режиме «покой» вычислительный эксперимент завершается. Тогда режим «падение» имеет вид

$$y'(t) = v(t), \quad y(0) = y_0,$$

$$v'(t) = -g, \quad v(0) = v_0,$$

$$pr(y(t)) : g(y(t)) = -y(t) < 0.$$

Уравнение движения и закон изменения скорости могут быть получены аналитически, например, в модуле компьютерной алгебры вычислительного ядра инструментальной среды моделирования. Тогда режим «падение» принимает вид

$$y(t) = -\frac{gt^2}{2} + v_0t + y_0,$$

$$v(t) = -gt + v_0,$$

$$pr_2(t) : \tilde{g}(t) = \frac{gt^2}{2} - v_0t - y_0 < 0,$$

т. е. событие состояния стало неявным событием времени.

Обнаружение (планирование) события времени сводится к нахождению минимального корня уравнения $g(t) = 0$, не предшествующего моменту переключения в режим, t_0 .

Если гарантированно найти требуемый корень не удастся или на это ушло бы слишком много времени, с точки зрения модуля планирования событий времени такое неявное событие времени является *необнаруживаемым*, т. е. фактически переходит в класс событий состояния, работа с которыми осуществляется с применением алгоритма обнаружения событий состояния.

События времени, момент возникновения которых может быть определен до начала вычислительного эксперимента, называют *экзогенными*, а события времени, момент возникновения которых может быть определен только в процессе вычислительного эксперимента с моделью, – *эндогенными* [18, 19].

На рис. 2 представлена расширенная классификация событий в ГС.

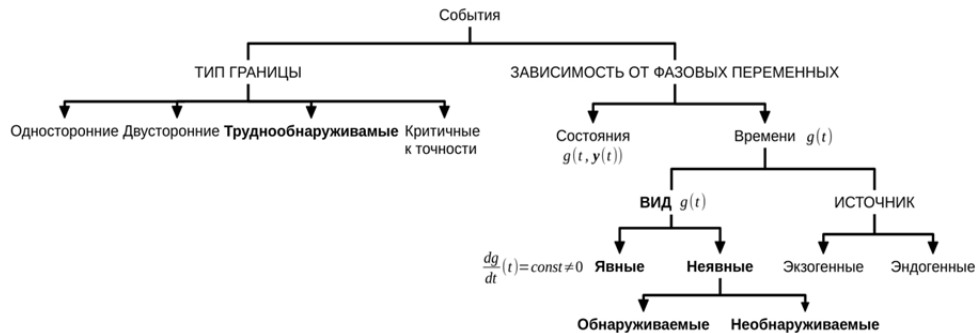


Рис. 2. Расширенная классификация событий в ГС

Fig. 2. An extended classification of HS events

В некоторых работах, например в [11, 21], события времени и состояния называют явными и неявными соответственно.

3. КОМПЛЕКСНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ СОБЫТИЙ

Практически во всех инструментальных средах моделирования сложных динамических систем используется какой-то один алгоритм обнаружения событий, который, по мнению разработчика, является наилучшим при решении большинства задач в его системе. Обычно это алгоритм без гарантии обнаружения труднообнаруживаемых событий, фактически настроенный на работу с критичными к точности обнаружения или двусторонними событиями.

Вместо поиска наилучшего алгоритма обнаружения в настоящей работе предлагается использовать методологию *комплексного обнаружения*, заключающуюся в следующем. Обнаруживаемые события времени планируются наперед. Для односторонних, двусторонних, труднообнаруживаемых и критичных к точности обнаружения событий используются свои отдельные алгоритмы обнаружения. Причем возможно использование одного и того же алгоритма, только по-разному настроенного, для обнаружения событий нескольких типов. Тогда в предельном случае при использовании одного алгоритма обнаружения для всех типов событий состояния комплексный алгоритм вырождается в традиционный, разделяющий события только на события состояния и времени.

Комплексный алгоритм обнаружения событий в общем случае позволяет воспользоваться преимуществами и сгладить слабые стороны традиционных алгоритмов обнаружения. Более того, только комплексные алгоритмы обнаружения позволяют корректно рассчитывать глобальное решение ГС с несколькими типами событий (например, многие ГГС).

Рассмотрим предложенную методологию на примере.

В плоском мире имеется комната в форме окружности радиуса R_O , в центре которой находится препятствие в форме окружности радиусом $R_I < R_O$ (рис. 3). Поместим начало декартовой системы координат в центр окружностей. По комнате непрерывно движется агент, положение которого описывается радиус-вектором $\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t))$. При столкновении с внешней или внутренней стеной происходит абсолютно упругий отскок – изменяется направление вектора скорости агента $\mathbf{v}(t) = (v_x(t), v_y(t))$ без изменения его модуля. В начальный момент времени агент находится в точке $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0)$, $R_I < |\mathbf{r}_0| < R_O$, а его скорость равняется $\mathbf{v}_0 = (v_{x_0}, v_{y_0})$. Тогда движение агента может быть описано следующей задачей Коши с ограничениями:

$$\mathbf{r}'(t) = \mathbf{v}(t), \quad \mathbf{r}(t_0) = \mathbf{r}_0, \quad \mathbf{v}'(t) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v}_0,$$

$$pr(\mathbf{r}(t), \mathbf{v}(t)) : (g_1(\mathbf{r}(t)) < 0 \vee g_2(\mathbf{r}(t), \mathbf{v}(t)) < 0) \wedge$$

$$(g_3(\mathbf{r}(t)) < 0 \vee g_4(\mathbf{r}(t), \mathbf{v}(t)) < 0),$$

где событийные функции $g_1(\mathbf{r}(t)) = |\mathbf{r}(t)| - R_O$ и $g_3(\mathbf{r}(t)) = R_I - |\mathbf{r}(t)|$ описывают события столкновения с внешней и внутренней стеной соответ-

венно, а $g_2(\mathbf{r}(t), \mathbf{v}(t)) = -g_4(\mathbf{r}(t), \mathbf{v}(t)) = \mathbf{r}(t) \cdot \mathbf{v}(t)$ обеспечивают однократный отскок.

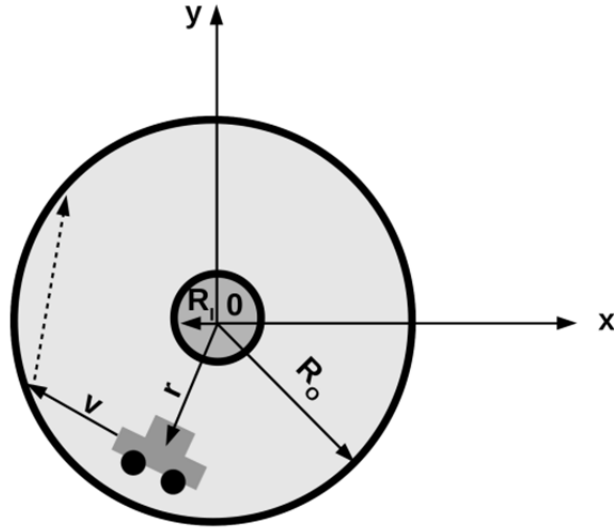


Рис. 3. Агент в круглой комнате с препятствием

Fig. 3. An agent in a circle-shaped room with an obstacle

Диаграмма состояний системы представлена на рис. 4. ГС имеет один режим и два перехода. Один происходит при столкновении с внешней стеной, когда $g_1(\mathbf{r}(t)) \geq 0$ и $g_2(\mathbf{r}(t), \mathbf{v}(t)) \geq 0$, а второй – при столкновении с внутренней стеной, когда $g_3(\mathbf{r}(t)) \geq 0$ и $g_4(\mathbf{r}(t), \mathbf{v}(t)) \geq 0$. Оба перехода осуществляют мгновенное изменение значения \mathbf{v} , что и моделирует абсолютно упругий отскок. При столкновении со стеной нормальная стене составляющая вектора скорости изменяется на противоположную:

$$\mathbf{v}(t^*) = \mathbf{v}(t^* - 0) - 2 \text{proj}_{\mathbf{N}(\mathbf{r}(t^* - 0))} \mathbf{v}(t^* - 0),$$

где $\mathbf{v}(t^* - 0)$ и $\mathbf{r}(t^* - 0)$ означают конечные значения переменных в предыдущем режиме; $\mathbf{N}(\mathbf{r}(t))$ – нормаль к стене, которая в месте столкновения совпадает с радиус-вектором агента.

События, описываемые $g_1(\mathbf{r}(t)) \geq 0 \wedge g_2(\mathbf{r}(t), \mathbf{v}(t)) \geq 0$, относятся к категории критичных к точности обнаружения.

При движении по траектории, близкой к касательной к внутренней стене, за один шаг интегрирования может произойти два пересечения нуля событийными функциями $g_3(\mathbf{r}(t)) \geq 0 \wedge g_4(\mathbf{r}(t), \mathbf{v}(t)) \geq 0$, поэтому эти столкновения представляют собой труднообнаруживаемые события.

В скалярном виде система уравнений с ограничениями принимает вид

$$x'(t) = v_x(t), \quad x(t_0) = x_0, \quad y'(t) = v_y(t), \quad y(t_0) = y_0,$$

$$v_x'(t) = 0, \quad v_x(t_0) = v_{x_0}, \quad v_y'(t) = 0, \quad v_y(t_0) = v_{y_0},$$

$$pr_2(x(t), y(t), v_x(t), v_y(t)) : (\tilde{g}_1(x(t), y(t)) < 0 \vee \tilde{g}_2(x(t), y(t), v_x(t), v_y(t)) < 0) \wedge$$

$$(\tilde{g}_3(x(t), y(t)) < 0 \vee \tilde{g}_4(x(t), y(t), v_x(t), v_y(t)) < 0),$$

где $\tilde{g}_2(x(t), y(t), v_x(t), v_y(t)) = -\tilde{g}_4(x(t), y(t), v_x(t), v_y(t)) = x(t)v_x(t) + y(t)v_y(t)$,

$$\tilde{g}_1(x(t), y(t)) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} - R_O, \quad \tilde{g}_3(x(t), y(t)) = R_I - \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}.$$

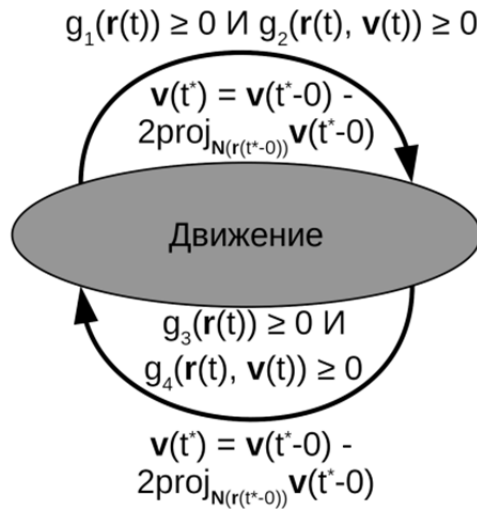


Рис. 4. Диаграмма состояний агента

Fig. 4. An agent's state chart

Выполним расчеты модели со следующими значениями параметров: $R_O = 5$, $R_I = 1$, $\mathbf{r}_0 = (-1, 1; -1, 1)$, $\mathbf{v}_0 = (1, 5; 2, 5)$, минимальный размер шага интегрирования $h_{\min} = 10^{-12}$, максимальный размер шага интегрирования $h_{\max} = 1$, начальный размер шага интегрирования $h_0 = 0.05$, точность интегрирования $\varepsilon_i = 10^{-6}$, точность обнаружения событий $\varepsilon_e = 10^{-6}$, $t_0 = 0$, длина интервала моделирования $T_s = 100$, параметр алгоритма обнаружения событий на основе экстраполяции $\gamma = 0,6$ [16]. Производные событийных функций вычислялись аналитически. Интегрирование будем проводить с помощью численного алгоритма Рунге–Кутты–Мерсона четвертого порядка точности [3].

Программная модель системы, построенная в инструментальной среде ИСМА [22], представлена на рис. 5.

Траектория агента показана на рис. 6.

```

1  const R_O = 5;
2  const R_I = 1;
3
4  x' = vx; x(t0) = -1.1;
5  y' = vy; y(t0) = -1.1;
6  vx' = 0; vx(t0) = 1.5;
7  vy' = 0; vy(t0) = 2.5;
8
9  r = sqrt(x * x + y * y);
10 dotProduct = x * vx + y * vy;
11
12 state motion((r >= R_O && dotProduct >= 0) || (r <= R_I && -dotProduct >= 0))
13 {
14   set vx = vx - 2 * dotProduct / r / r * x;
15   set vy = vy - 2 * dotProduct / r / r * y;
16 }
17 from init, motion;

```

Рис. 5. Программная модель в ISMA

Fig. 5. A program model in ISMA

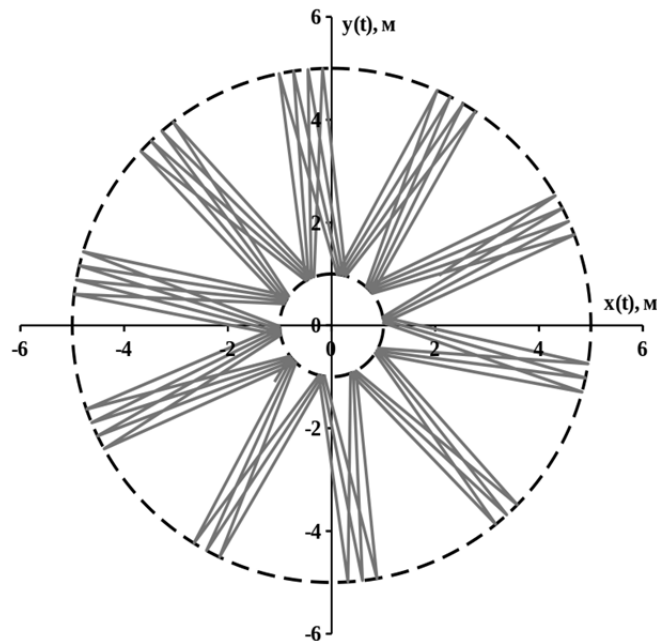


Рис. 6. Решение с применением алгоритма на основе экстраполяции

Fig. 6. Solution obtained using the extrapolation-based algorithm

Построим модель системы в OpenModelica [18] на языке Modelica (рис. 7). Особенности блока when снимают необходимость в применении событийных функций $g_2(\mathbf{r}(t), \mathbf{v}(t))$ и $g_4(\mathbf{r}(t), \mathbf{v}(t))$, обеспечивающих единственность отскока от границы в исходной математической модели.


```

1 model TestCircle
2 Modelica.SIunits.Position x(start = -1.1, fixed = true);
3 Modelica.SIunits.Position y(start = -1.1, fixed = true);
4 Modelica.SIunits.Velocity vx(start = 1.5, fixed = true);
5 Modelica.SIunits.Velocity vy(start = 2.5, fixed = true);
6 parameter Modelica.SIunits.Radius R_0 = 5.0;
7 parameter Modelica.SIunits.Radius R_I = 1.0;
8 Modelica.SIunits.Radius r;
9 equation
10 der(x) = vx;
11 der(y) = vy;
12 der(vx) = 0.0;
13 der(vy) = 0.0;
14 r = sqrt(x * x + y * y);
15
16 when r >= R_0 or r <= R_I then
17   reinit(vx, pre(vx) - 2.0 * (pre(x) * pre(vx) + pre(y) * pre(vy)) / pre(r) / pre(r) * pre(x));
18   reinit(vy, pre(vy) - 2.0 * (pre(x) * pre(vx) + pre(y) * pre(vy)) / pre(r) / pre(r) * pre(y));
19 end when;
20
21 end TestCircle;

```

Рис. 7. Программная модель в OpenModelica

Fig. 7. A program model in OpenModelica

Выполним расчеты модели алгоритмом DASSL с $h_{\max} = 1$, $\varepsilon_i = 10^{-6}$, максимальным порядком 4 и отключенной плотной выдачей. Результаты вычислительного эксперимента представлены на рис. 8.

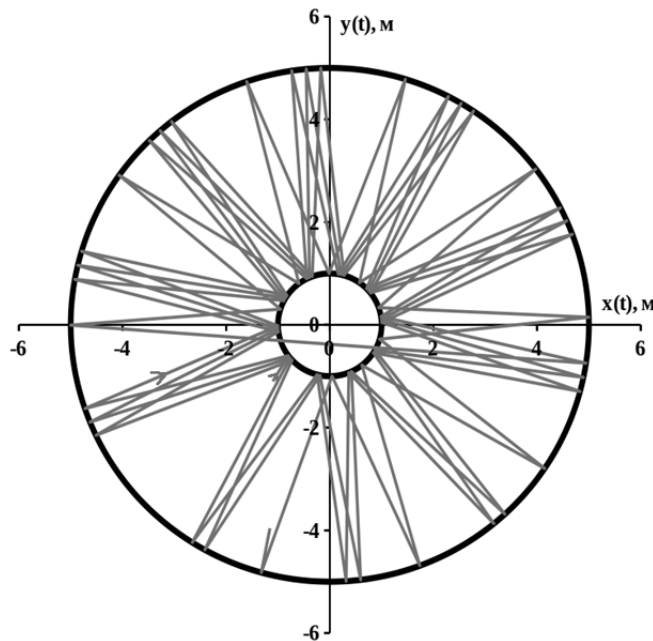


Рис. 8. Результаты расчета в OpenModelica

Fig. 8. Simulation results in OpenModelica

Как можно видеть, агент один раз пересек внутреннее препятствие насквозь, т. е. одно событие было пропущено. В итоге было получено некорректное глобальное решение, не соответствующее математической модели системы. Вероятность пропуска столкновения с внутренней преградой может быть повышена путем выбора меньшего значения внутреннего радиуса R_I . Более того, чем ближе траектория движения агента к касательной к окружно-

сти в ближайшей ее точке, тем выше шанс пропуска события при использовании алгоритмов на основе интерполяции, аналогичных использованному выше.

Воспользуемся комплексным алгоритмом обнаружения со следующей структурой. Для труднообнаруживаемых событий будем использовать алгоритм обнаружения на основе экстраполяции [16], а для обнаружения критичных к точности событий – алгоритм на основе итерационного поиска момента переключения методом деления шага интегрирования пополам [19]. Во втором случае нет никакого смысла использовать требовательный к ресурсам алгоритм с гарантией обнаружения, так как пропуск события физически невозможен: событийная функция пересекает границу режима ровно один раз.

Выполним расчеты модели с теми же параметрами, но с использованием комплексного алгоритма обнаружения и его алгоритмов-компонентов по отдельности при разных значениях длины интервала моделирования $T_s = \{100, 500, 1000, 2000, 5000, 10000, 20000, 50000, 100000\}$.

В таблице представлены численные характеристики вычислительных экспериментов с системой: N_e означает количество обнаруженных событий, T_{CPU} – время ЦПУ Intel i7-7700 в миллисекундах, усредненное по 1000 прогонам модели, N_h – количество шагов интегрирования, N_f – количество расчетов правой части, N_i – количество возвратов в процессе итерационного поиска корня событийной функции. Алгоритм на основе экстраполяции обозначен Э, итерационный алгоритм на основе деления отрезка пополам – И, а комплексный алгоритм, включающий оба предыдущих, – И + Э.

Сравнение алгоритмов обнаружения событий

Comparison of the event detection algorithms

T_s, c	Алгоритм	N_e	N_h	N_f	N_i	T_{CPU}, mc
100	И	72	2351	19230	1495	1,219
	Э	72	4084	24504	0	1,755
	И + Э	72	3140	23868	838	1,429
500	И	359	11821	96710	7521	5,966
	Э	359	20372	122232	0	8,917
	И + Э	359	15671	119064	4173	7,318
1000	И	719	23696	193885	15081	12,151
	Э	719	40794	244764	0	18,492
	И + Э	719	31377	238500	8373	14,796
2000	И	1437	47392	387755	30159	24,619
	Э	1437	81544	489264	0	37,092
	И + Э	1437	62672	476424	16732	29,764

Окончание таблицы

5000	И	3591	118476	969345	75393	62,072
	Э	3591	203786	1222716	0	89,150
	И + Э	3591	156653	1191030	41852	75,207
10000	И	7182	236981	1938930	150805	124,405
	Э	7182	407576	2445456	0	177,273
	И + Э	7182	313229	2381580	83701	151,733
20000	И	14364	473981	3878035	301626	251,141
	Э	14364	815150	4890900	0	352,109
	И + Э	14364	626484	4763340	167406	299,564
50000	И	35908	1184940	9694955	754051	618,403
	Э	35908	2037779	12226674	0	872,656
	И + Э	35908	1566088	11907444	418486	738,028
100000	И	71816	2369904	19390115	1508119	1275,320
	Э	71816	4075557	24453342	0	1805,003
	И + Э	71816	3131907	23812518	836846	1464,494

На рис. 9 представлена зависимость времени ЦПУ в логарифмическом масштабе от длины интервала моделирования для всех трех алгоритмов обнаружения.

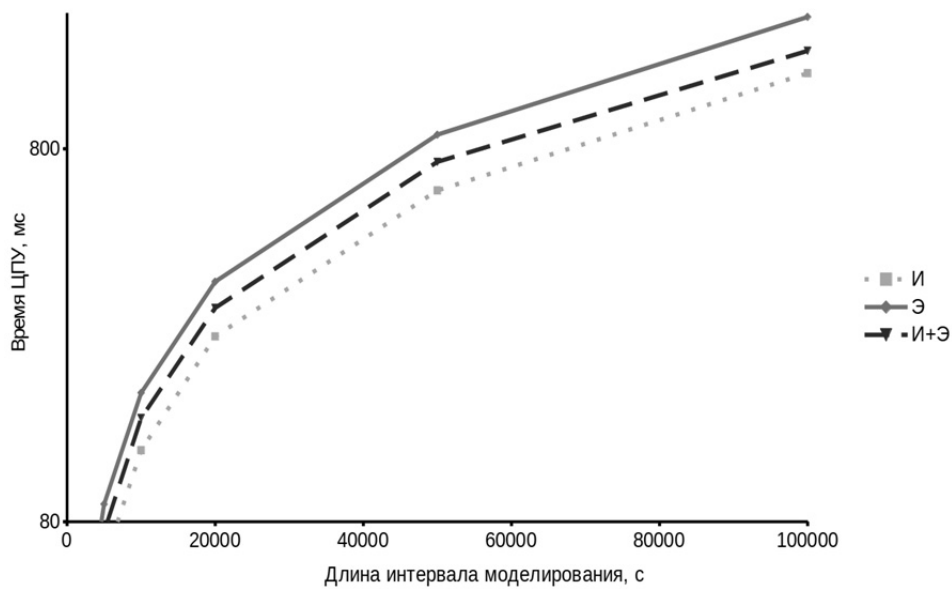


Рис. 9. Время ЦПУ при различных алгоритмах обнаружения событий

Fig. 9. CPU time for different event detection algorithms

По результатам видно, что время расчета практически линейно зависит от длины интервала моделирования. Из-за особенности задачи события распределены по нему почти равномерно. Наглядно видно, что использованный комплексный алгоритм обнаружения занял примерно среднюю позицию по вычислительным затратам между своими алгоритмами-компонентами. Среднее ускорение по сравнению с алгоритмом на основе экстраполяции составило около 17 %. С другой стороны, использованный комплексный алгоритм обнаружения обеспечивает то же корректное обнаружение событий столкновения с внутренней стеной, что и одиночный алгоритм на основе экстраполяции. Таким образом, в данном случае был построен комплексный алгоритм обнаружения, использующий преимущества своих двух алгоритмов-компонентов (высокую скорость работы и гарантированное обнаружение событий) и сглаживающий их недостатки (отсутствие гарантии обнаружения событий и медленную скорость работы).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Важным практическим классом гибридных систем являются гетерогенные гибридные системы, состоящие из процессов различной физической природы. Они в общем случае характеризуются жесткими режимами высокой размерности, часто в форме дифференциально-алгебраических систем уравнений, и событиями разных типов. Последняя особенность ограничивает применимость традиционных алгоритмов обнаружения событий, ориентированных на какой-то один тип событий.

Принятая классификация событий по типу границы расширена трудно обнаруживаемыми событиями. В большинстве современных инструментальных сред моделирования сложных динамических систем используются алгоритмы обнаружения событий, не дающие гарантий обнаружения таких событий. Кроме этого, в работе были рассмотрены неявные события времени.

При численном моделировании гетерогенных гибридных систем и гибридных систем с событиями разных типов предложено использовать методологию комплексного обнаружения, когда события каждого типа обнаруживаются отдельным алгоритмом. Такие комплексные алгоритмы обнаружения позволяют корректно проводить вычислительный эксперимент, а также в общем случае оказываются эффективнее по временным затратам.

Для конкретной задачи построен комплексный алгоритм обнаружения, обеспечивший среднее ускорение в 17 % по сравнению с алгоритмом-компонентом, выдающим то же корректное глобальное решение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Goebel R., Sanfelice R.G., Teel A.R.* Hybrid dynamical systems: modeling, stability, and robustness. – Princeton: Princeton University Press, 2012. – 232 p.
2. *Колесов Ю.Б., Сениченков Ю.Б.* Моделирование систем. Динамические и гибридные системы: учебное пособие. – СПб.: БХВ-Петербург, 2012. – 224 с.
3. *Новиков Е.А., Шорников Ю.В.* Компьютерное моделирование жестких гибридных систем. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2012. – 451 с.

4. Gear C.W., Østerby O. Solving ordinary differential equations with discontinuities // ACM Transactions on Mathematical Software. – 1984. – Vol. 10, N 1. – P. 23–44. – DOI: 10.1145/356068.356071.
5. O'Regan P.G. Step size adjustment at discontinuities for fourth order Runge-Kutta methods // The Computer Journal. – 1970. – Vol. 13, N 4. – P. 401–404. – DOI: 10.1093/comjnl/13.4.401.
6. Hay J.L., Crosbie R.E., Chaplin R.I. Integration routines for systems with discontinuities // The Computer Journal. – 1974. – Vol. 17, N 3. – P. 275–278.
7. Cellier F.E. Combined continuous/discrete system simulation by use of digital computers: techniques and tools. PhD Thesis. – Zürich, Switzerland: Swiss Federal Institute of Technology Zürich, 1979. – 285 p.
8. Ellison D. Efficient automatic integration of ordinary differential equations with discontinuities // Mathematics and Computers in Simulation (MATCOM). – 1981. – Vol. 23, N 1. – P. 12–20. – DOI: 10.1016/0378-4754(81)90003-3.
9. Shampine L.F. Solving ordinary differential equations for simulation // Mathematics and Computers in Simulation. – 1978. – Vol. 20, N 3. – P. 204–207.
10. Shampine L.F., Gladwell I., Brankin R.W. Reliable solution of special event location problems for ODEs // ACM Transactions on Mathematical Software. – 1991. – Vol. 17, N 1. – P. 11–25.
11. Park T., Barton P.I. State event location in differential-algebraic models // ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation. – 1996. – Vol. 6, N 2. – P. 137–165.
12. Bahl V., Linninger A.A. Modeling of continuous-discrete processes // Hybrid Systems: Computation and Control, HSCC 2001. – Berlin; Heidelberg: Springer, 2001. – P. 387–402. – (Lecture Notes in Computer Science; vol. 2034).
13. Carver M.B. Efficient integration over discontinuities in ordinary differential equation simulations // Mathematics and Computers in Simulation. – 1978. – Vol. 20, N 3. – P. 190–196.
14. Mao G., Petzold L.R. Efficient integration over discontinuities for differential-algebraic systems // Computers and Mathematics with Applications. – 2002. – Vol. 43, N 1/2. – P. 65–79.
15. Esposito J.M., Kumar V. A state event detection algorithm for numerically simulating hybrid systems with model singularities // ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation. – 2007. – Vol. 17, N 1. – P. 1–es.
16. Шорников Ю.В. Прикладное математическое, алгоритмическое и программное обеспечение компьютерного анализа гибридных систем: дис. ... д-ра техн. наук. – Новосибирск, 2009. – 313 с.
17. Веников В.А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах. – М.: Высшая школа, 1985. – 536 с.
18. Urquía M.A., Martín-Villalba C. Modeling and simulation in Engineering using Modelica. – Madrid, Spain: UNED Editorial, 2018. – 298 p.
19. Cellier F.E., Greifeneder J. Continuous system modeling. – New York: Springer-Verlag, 1991. – 756 p.
20. Brenan K.E., Campbell S.L., Petzold L.R. Numerical solution of initial-value problems in differential-algebraic equations. – Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1995. – 251 p. – URL: <https://epubs.siam.org/doi/book/10.1137/1.9781611971224> (accessed: 20.12.2020).
21. Pantelides C.C. SPEEDUP—recent advances in process simulation // Computers and Chemical Engineering. – 1988. – Vol. 12, N 7. – P. 745–755.
22. Шорников Ю.В., Бессонов А.В. Компоненты ядра программного комплекса «ИСМА 2015»: свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2015617235. – М., 2015.

Попов Евгений Александрович, ассистент кафедры автоматизированных систем управления Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – языки моделирования и алгоритмы численного анализа гибридных динамических систем. Имеет 27 публикаций. E-mail: e.porov@corp.nstu.ru

Шорников Юрий Владимирович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры автоматизированных систем управления Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – математическое, лингвистическое и программное обеспечение моделирования гибридных динамических систем. Имеет около 200 публикаций. E-mail: shornikov@inbox.ru

Popov Evgeny A., teaching assistant at the Automated Control Systems Department in Novosibirsk State Technical University. The main area of his research is modeling languages and simulation algorithms for hybrid dynamic systems. He has 27 publications. E-mail: e.popov@corp.nstu.ru

Shornikov Yury V., D.Sc. (Eng.), professor, professor at the Automated Control Systems Department in Novosibirsk State Technical University. The main area of his research is mathematical and linguistic software for modeling and simulation of hybrid dynamic systems. He has about 200 publications. E-mail: shornikov@inbox.ru

DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-159-176

Detection of different type events in hybrid dynamical systems *

E.A. POPOV^a, YU.V. SHORNIKOV^b

Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation

^a e.popov@corp.nstu.ru ^b shornikov@inbox.ru

Abstract

Hybrid dynamical or simply hybrid systems (HS) are a modern apparatus for modeling discrete-continuous processes in different applications such as power engineering, aeronautics, manufacturing, economics, transport dispatching, etc. The key difference of HSs from classical dynamic systems is the presence of continuous mode switching events. Event times are defined by the zeroes of continuous event functions. If it is impossible to symbolically compute an event time. To do it one uses an event detection algorithm working together with a differential equation integration algorithm.

Events in HSs are traditionally divided into state events and time events. Only explicit time events with event functions in the form of linear polynomials in time are usually considered in the literature. This paper addresses the class of implicit time events and lists their possible sources. Moreover, the traditional classification of events into unilateral, bilateral and accuracy critical events is expanded by adding difficult-to-detect events. These events are characterized by event functions crossing zero several times within one integration step. Not all algorithms can guarantee detecting events of this type.

Heterogeneous HSs including processes of different physical nature are in general characterized by significantly stiff and high-dimensional modes usually defined in a form of differential-algebraic systems of equations with events of different types.

The last feature limits the application of classical event detection algorithms oriented to a single event type. That is why the paper proposes the methodology of complex event detection consisting in using separate event detection algorithm for each event type. The joint work of several algorithms can ensure correct detection of events of different types and also may improve the efficiency.

A complex event detection algorithm guaranteeing detection of all events is constructed for a particular HS. The complex algorithm demonstrates an average speed up of 17%.

* *Received 02 September 2020.*

Keywords: heterogeneous dynamical systems, hybrid dynamical systems, discrete-continuous processes, event functions, event types, event detection, simulation, computer-aided modeling and simulation

REFERENCES

1. Goebel R., Sanfelice R.G., Teel A.R. *Hybrid dynamical systems: modeling, stability, and robustness*. Princeton, Princeton University Press, 2012. 232 p.
2. Kolesov Yu.B., Senichenkov Yu.B. *Modelirovanie sistem. Dinamicheskie i gibridnye sistemy* [System modeling and simulation. Dynamical and hybrid systems]. St. Petersburg, BHV-Peterburg Publ., 2012. 224 p.
3. Novikov E.A., Shornikov Yu.V. *Komp'yuternoe modelirovanie zhestkikh gibridnykh sistem* [Computer modeling and simulation of stiff hybrid systems]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2012. 451 p.
4. Gear C.W., Østerby O. Solving ordinary differential equations with discontinuities. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 1984, vol. 10, no. 1, pp. 23–44. DOI: 10.1145/356068.356071.
5. O'Regan P.G. Step size adjustment at discontinuities for fourth order Runge-Kutta methods. *The Computer Journal*, 1970, vol. 13, no. 4, pp. 401–404. DOI: 10.1093/comjnl/13.4.401.
6. Hay J.L., Crosbie R.E., Chaplin R.I. Integration routines for systems with discontinuities. *The Computer Journal*, 1974, vol. 17, no. 3, pp. 275–278.
7. Cellier F.E. *Combined continuous/discrete system simulation by use of digital computers: techniques and tools. PhD Thesis*. Zürich, Switzerland, Swiss Federal Institute of Technology Zürich, 1979. 285 p.
8. Ellison D. Efficient automatic integration of ordinary differential equations with discontinuities. *Mathematics and Computers in Simulation (MATCOM)*, 1981, vol. 23, no. 1, pp. 12–20. DOI: 10.1016/0378-4754(81)90003-3.
9. Shampine L.F. Solving ordinary differential equations for simulation. *Mathematics and Computers in Simulation*, 1978, vol. 20, no. 3, pp. 204–207.
10. Shampine L.F., Gladwell I., Brankin R.W. Reliable solution of special event location problems for ODEs. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 1991, vol. 17, no. 1, pp. 11–25.
11. Park T., Barton P.I. State event location in differential-algebraic models. *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation*, 1996, vol. 6, no. 2, pp. 137–165.
12. Bahl V., Linninger A.A. Modeling of continuous-discrete processes. *Hybrid Systems: Computation and Control, HSCC 2001*. Berlin, Heidelberg, Springer, 2001, pp. 387–402.
13. Carver M.B. Efficient integration over discontinuities in ordinary differential equation simulations. *Mathematics and Computers in Simulation*, 1978, vol. 20, no. 3, pp. 190–196.
14. Mao G., Petzold L.R. Efficient integration over discontinuities for differential-algebraic systems. *Computers and Mathematics with Applications*, 2002, vol. 43, no. 1/2, pp. 65–79.
15. Esposito J.M., Kumar V. A state event detection algorithm for numerically simulating hybrid systems with model singularities. *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation*, 2007, vol. 17, no. 1, pp. 1–es.
16. Shornikov Yu.V. *Prikladnoe matematicheskoe, algoritmicheskoe i programnoe obespechenie kom-p'yuternogo analiza gibridnykh sistem*. Diss. dokt. tekhn. nauk [Applied mathematical software and algorithms for computer analysis of hybrid systems. Dr. eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2009. 313 p.
17. Venikov V.A. *Perekhodnye elektromekhanicheskie protsessy v elektricheskikh sistemakh* [Electromechanical transients in electric power systems]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1985. 536 p.
18. Urquía M.A., Martín-Villalba C. *Modeling and simulation in Engineering using Modelica*. Madrid, Spain, UNED Editorial, 2018. 298 p.
19. Cellier F.E., Greifeneder J. *Continuous system modeling*. New York, Springer-Verlag, 1991. 756 p.

20. Brenan K.E., Campbell S.L., Petzold L.R. *Numerical solution of initial-value problems in differential-algebraic equations*. Philadelphia, Society for Industrial and Applied Mathematics, 1995. 251 p. Available at: <https://epubs.siam.org/doi/book/10.1137/1.9781611971224> (accessed 20.12.2020).

21. Pantelides C.C. SPEEDUP—recent advances in process simulation. *Computers and Chemical Engineering*, 1988, vol. 12, no. 7, pp. 745–755.

22. Shornikov Yu.V., Bessonov A.V. *Komponenty yadra programmnoy kompleksa "ISMA 2015"* [Core components of the software suite "ISMA 2015"]. The Certificate on official registration of the computer program. No.2015617235, 2015.

Для цитирования:

Попов Е.А., Шорников Ю.В. Детекция событий разного типа в гибридных динамических системах // Научный вестник НГТУ. – 2020. – № 4 (80). – С. 159–176. – DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-159-176.

For citation:

Popov E.A., Shornikov Yu.V. *Detektsiya sobytii raznogo tipa v gibridnykh dinamicheskikh sistemakh* [Detection of different type events in hybrid dynamical systems]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2020, no. 4 (80), pp. 159–176. DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-159-176.

ПРИБОРОСТРОЕНИЕ,
МЕТРОЛОГИЯ
И ИНФОРМАЦИОННО–
ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ
ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

INSTRUMENT MAKING,
METROLOGY AND
INFORMATION
MEASUREMENT DEVICES
AND SYSTEMS

УДК 628.931

DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-177-197

Декомпозиционная оптико-механическая модель светодиодного излучающего элемента*

Ю.В. ЮЛАЕВА^а, А.Ю. ХОМЯКОВ^б, В.И. ТУЕВ^с

634050, РФ, г. Томск, пр. Ленина, 40, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

^а yuliya.ryapolova@mail.ru ^б khomyakov.a.yu@gmail.com

^с tvi_retem@main.tusur.ru

Светоизлучающие диоды по значению световой отдачи (светового потока на единицу потребляемой электрической мощности) опередили традиционные источники света, что вызывает повышенный интерес разработчиков светодиодных ламп в типоразмере ламп накаливания. При проектировании светодиодных ламп для прямой замены ламп накаливания необходимо и в этих световых приборах обеспечить сферическое распределение света. Наилучшей по равномерности пространственного распределения света признана конструкция лампы с нитевидными светодиодными излучающими элементами (СИЭ).

В настоящей работе разработана декомпозиционная модель светодиодного излучающего элемента, которая создана на основе параметров оптико-механической модели светодиодных излучающих кристаллов и включает следующие последовательно выполняемые действия:

- построение геометрической модели СИЭ;
- определение свойств поверхностного источника СИЭ и углового распределения излучения модели СИЭ как точечного излучателя;
- разработка первичной модели светодиодного кристалла с последующей настройкой ее параметров;
- проверка адекватности декомпозиционной модели сравнением с экспериментально измеренными параметрами СИЭ.

Проведена оценка качества модели СИЭ как точечного излучателя, для этого сравнили усредненные измеренные и смоделированные КСС при одинаковых азимутальных углах.

Расхождения между расчетными и экспериментальными данными не превышают 10 %, что подтверждает высокую точность модели СИЭ как точечного излучателя. Полученный файл определяет свойства поверхностного источника и значение светового потока СИЭ, равного 254 мВт.

Модель характеризуется повышенной универсальностью и может быть использована разработчиками светотехнических устройств с произвольной конфигурацией светодиодных излучающих элементов и светодиодных кристаллов в них.

* Статья получена 12 августа 2020 г.

Ключевые слова: нитевидный светодиодный излучающий элемент, кривая силы света, декомпозиционная модель, световой поток, ламбертовский излучатель, программная среда TracePro, полиномиальное приближение, Normal-вектор, Up-вектор, полярный угол, азимутальный угол.

ВВЕДЕНИЕ

Светодиодами по значению световой отдачи (светового потока на единицу потребляемой электрической мощности) опередили традиционные источники света [1], что вызывает повышенный интерес разработчиков светотехнических устройств различного назначения: уличных и офисных светильников [2], прожекторов [3], устройств досветки растений [4] и т. д. Твердотельные энергоэффективные генераторы света используются и в конструкциях ламп в типоразмере ламп накаливания [5]. Конструирование таких светодиодных ламп имеет важную особенность. По требованиям пожарной и электрической безопасности лампы используются в составе светотехнических устройств – светильников, люстр, бра и т. д. Изначально такие светотехнические устройства проектировались под лампы накаливания, имеющие равномерное пространственное распределение светового потока. При проектировании светодиодных ламп для прямой замены ламп накаливания необходимо и в этих световых приборах обеспечить сферическое распределение света. Наилучшей по равномерности пространственного распределения света признана лампа с нитевидными светодиодными излучающими элементами (СИЭ) [6–9]. Световой поток лампы определяется пространственным суммированием световых потоков нескольких (в реальных конструкциях от 2 до 12) излучающих элементов, собранных внутри лампы в объемную излучающую свет конструкцию.

Имеются усредненные кривые сил света (КСС) светодиодного излучающего элемента, состоящего из 28 светодиодных кристаллов синего цвета свечения, приклеенных через равные промежутки на одной стороне керамической основы. КСС измерялись для азимутальных углов 0, 30, 45, 60 и 90 градусов. Полярный угол при этом изменялся от минус 150 до 150 градусов. Всего было измерено 40 образцов СИЭ. Усреднение КСС проводилось после исключения из результатов измерений грубых ошибок. Усредненные КСС для пяти различных значений азимутальных углов θ показаны на рис. 1.

Сила света при $\theta = 0^\circ$ изменяется в пределах полярного угла α от минус 90 градусов до 90 градусов. При других значениях θ полярный угол α изменяется от минус 100 градусов до 100 градусов. Значения силы света вне этих диапазонов изменения угла α обусловлены шумами фотоприемника и фоновым излучением. При расчете параметров математических моделей «шумовые» значения сил света не учитываются.

После исключения грубых ошибок и усреднения КСС были нормализованы. Нормализованные КСС аппроксимировались полиномами вида

$$I(\alpha) = \beta_0 + \beta_1\alpha^2 + \beta_2\alpha^4, \quad (1)$$

где $I(\alpha)$ – сила света в направлении полярного угла α ; $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ – коэффициенты множественной линейной регрессии.

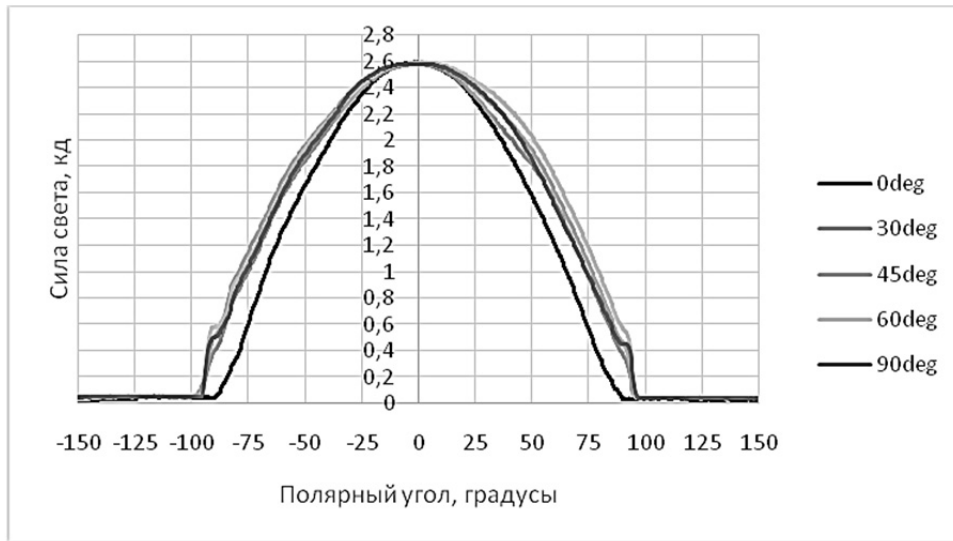


Рис. 1. Усредненные КСС СИЭ при различных азимутальных углах

Fig. 1. Average LIDCs of the LED emitting element at different azimuth angles

В табл. 1 сведены коэффициенты β_0 , β_1 , β_2 выражения (1) для нормализованных КСС при различных азимутальных углах θ . В этой же таблице приведены коэффициенты детерминации и средние ошибки аппроксимации.

Таблица 1

Table 1

Параметры моделей КСС в выражении (1)

LIDC model parameters in expression (1)

θ , град.	Диапазон α , град.	β_0	β_1 , град. ⁻²	β_2 , град. ⁻⁴	R^2	$\eta_{\text{аппрокс.}}\%$
0	-90°...90°	$9,978 \cdot 10^{-1}$	$-1,613 \cdot 10^{-4}$	$4,527 \cdot 10^{-9}$	0,9978	5,87
30	-100°...100°	$9,924 \cdot 10^{-1}$	$-1,181 \cdot 10^{-4}$	$1,691 \cdot 10^{-9}$	0,9981	7,15
45	-100°...100°	$9,984 \cdot 10^{-1}$	$-9,974 \cdot 10^{-5}$	$-2,835 \cdot 10^{-10}$	0,9975	10,42
60	-100°...100°	$9,995 \cdot 10^{-1}$	$-9,664 \cdot 10^{-5}$	$-4,408 \cdot 10^{-10}$	0,9963	11,60
90	-100°...100°	1,008	$-1,191 \cdot 10^{-4}$	$1,775 \cdot 10^{-9}$	0,9974	9,71

Полученные математические модели можно использовать для создания файлов поверхностных источников (surface source) системы оптико-механического моделирования Trace Pro для СИЭ с односторонним регулярным расположением кристаллов. Недостатком модели является недостаточная универсальность, так как модель не позволяет рассчитывать световые параметры ламп со спиральными, дугowymi и другими формами СИЭ, характеризующимися неодинаковым расположением кристаллов в пространстве, а также различными расстояниями между ними.

Целью работы является разработка декомпозиционной модели светодиодного излучающего элемента.

Декомпозиционная модель светодиодного излучающего элемента строится на основе параметров оптико-механической модели светодиодных излучающих кристаллов и включает следующие последовательно выполняемые действия:

- построение геометрической модели СИЭ;
- определение свойств поверхностного источника СИЭ и углового распределения излучения модели СИЭ как точечного излучателя;
- разработка первичной модели светодиодного кристалла с последующей настройкой ее параметров;
- проверка декомпозиционной модели сравнением с экспериментально измеренными параметрами СИЭ.

Работы выполнены с учетом следующих упрощений и допущений:

- все кристаллы светодиодного излучающего элемента считаются одинаковыми;
- кристаллы не влияют друг на друга в процессе излучения, и световой поток СИЭ есть величина аддитивная световых потоков кристаллов.

1. ГЕОМЕТРИЯ И СТРУКТУРА СИЭ

Геометрические размеры керамического основания СИЭ: $27 \times 0,8 \times 0,4$ мм. Марка керамики для текущей задачи моделирования СИЭ не важна. Важно лишь то, что основание имеет белый цвет и шероховатую поверхность, также оно не пропускает излучение синего цвета.

Модель светодиодных кристаллов A17G-CFBW05, производитель HCSemitec (Китай). Геометрические размеры кристалла: $0,345 \times 0,175 \times 0,13$ мм. Кристалл состоит из сапфирового основания с эпитаксиально выращенной на нем гетероструктурой GaN/InGaN. Кристаллы имеют синий цвет свечения, доминирующая длина волны в спектре $\lambda_D = 457$ нм, полная ширина спектра на уровне половинного значения составляет 20 нм.

На рис. 2 представлен чертеж СИЭ, а на рис. 3 – геометрическая модель СИЭ, построенная в программной среде TracePro.

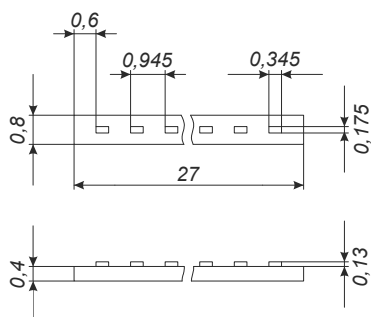


Рис. 2. Чертеж СИЭ

Fig. 2. A drawing of the LED emitting element

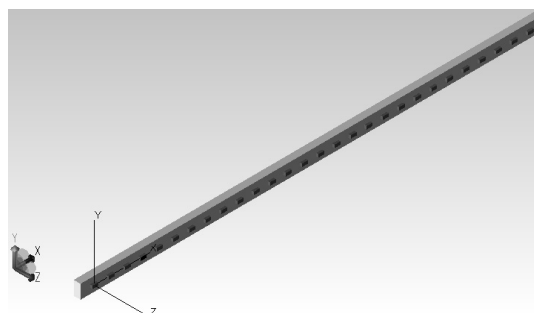


Рис. 3. СИЭ в TracePro

Fig. 3. A LED emitting element in TracePro

В текущей геометрической модели (см. рис. 3) отсутствуют контактные площадки на светодиодных кристаллах и нет проволочек, подводящих ток к кристаллам. Для целей моделирования такие упрощения допустимы, так как в результате явлений дифракции эти элементы «оггибаются» излучаемыми кристаллом световыми волнами.

2. К ЗАДАЧЕ СОЗДАНИЯ МОДЕЛИ ОДНОГО ИЗЛУЧАЮЩЕГО КРИСТАЛЛА

После построения геометрической модели СИЭ поверхностям кристаллов нужно задать свойства излучателей. Так как доступны только результаты измерений КСС СИЭ из 28 кристаллов, а не результаты измерения одного кристалла, необходимо решить задачу о нахождении КСС одного кристалла.

Согласно [10] при расчете светораспределения многомодульного светодиодного прибора (СП) со светодиодами мы имеем право располагать фотометрические тела светодиодов в одной точке и арифметически складывать силы света, совпадающие по направлению. При этом эквивалентность реальному прибору не нарушается. На форму и размеры фотометрических тел накладывается лишь такое ограничение: лучи света, излучаемые одним источником света, не должны экранироваться поверхностями других источников света или иными конструктивными элементами СП. Понятие силы света строго применимо лишь к так называемому точечному источнику [10].

Расстояние между фотоприемником гониометрической установки и СИЭ в процессе измерения КСС составляло 2 м, а продольный размер самого СИЭ равен 27 мм (см. рис. 2). Размер СИЭ в 74 раза меньше, чем расстояние до фотоприемника, поэтому в первом приближении СИЭ можно считать точечным источником излучения, а отдельно взятый светодиодный кристалл и подавно. Все кристаллы СИЭ в пространстве ориентированы одинаково (см. рис. 3), поэтому КСС всех кристаллов СИЭ есть арифметическая сумма сил света, совпадающих по направлению. Это значит, что нормализованная КСС одного кристалла СИЭ совпадает с нормализованной КСС всего СИЭ.

Рассмотрение СИЭ как точечного источника излучения не дает никакой информации о распределении светового потока между кристаллами и тем более о долях светового потока, приходящихся на каждую грань кристалла.

Можно считать, что всё излучение выходит через верхнюю грань «кристалла» (в положительном направлении оси OZ на рис. 3), а точнее, геометрического примитива, выступающего в роли кристалла, и именно на этой грани формируется имеющееся угловое распределение света. Однако такая модель не учитывает выход излучения через боковые грани кристалла и, значит, не учитывает взаимное влияние кристаллов друг на друга. То есть не будут учтены эффекты преломления лучей света на боковых гранях соседних кристаллов, эффекты прохождения света сквозь материал основания соседних кристаллов. Также не будет учтено рассеяние света на границе керамического основания СИЭ.

В рамках настоящей работы рассматривается процесс создания оптико-механической модели светодиодного кристалла, излучающего из верхней и боковых граней, и СИЭ на основе моделей таких кристаллов в TracePro.

3. СВОЙСТВО ПОВЕРХНОСТНОГО ИСТОЧНИКА В TRACEPRO

Чтобы поверхность излучала так, как необходимо разработчику СП, необходимо создать файл свойства поверхностного источника для TracePro (Surface Source Property).

Файл свойства поверхностного источника является текстовым файлом. Файл свойства поверхностного источника содержит информацию о потоке, о спектральном составе и об угловом распределении света.

Изменение полярного угла α и азимутального угла θ в TracePro продемонстрировано на рис. 4.

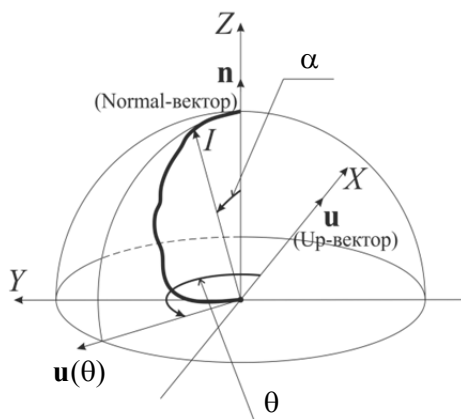


Рис. 4. Полярный и азимутальный углы в TracePro и КСС $I(\theta, \alpha)$

Fig. 4. Polar and azimuth angles in TracePro and LIDCs $I(\theta, \alpha)$

В TracePro для задания нулевых полярного и азимутального углов используются два вектора: Normal-вектор (\mathbf{n} на рис. 4) и Ур-вектор (\mathbf{u} на рис. 4). Ур-вектор задает направление, от которого отсчитываются азимутальные углы (или встречающееся в терминологии TracePro название «горизонтальные углы»). Вектор нормали задает направление, от которого отсчитываются полярные углы (или встречающееся в терминологии TracePro название «вертикальные углы»). Например, на рис. 4 вектор нормали \mathbf{n} совпадает по направлению с осью Z, а Ур-вектор \mathbf{u} – с осью X. Поворачивая Ур-вектор вокруг вектора нормали на некоторый угол θ ($\mathbf{u}(\theta)$, см. рис. 4), получаем сечение фотометрического тела излучателя плоскостью, образованной векторами \mathbf{n} и $\mathbf{u}(\theta)$. В этой плоскости строится КСС $I(\theta, \alpha)$ для азимутального угла θ [11, 12].

Имея результаты измерения КСС или их математические модели для различных азимутальных и полярных углов, а также зная суммарный световой поток и спектр излучения, можно сформировать свойство поверхностного источника для TracePro и применить его к любой излучающей поверхности опико-механической модели. Если файл поверхностного свойства излучателя сформирован корректно и параметры моделирования заданы верно (вектора \mathbf{n} и \mathbf{u} , достаточное количество моделируемых лучей света), то смо-

делированная КСС излучающей поверхности должна повторять измеренную КСС (или КСС, заданную аналитически) или же иметь минимальные расхождения с последней.

4. МОДЕЛИРОВАНИЕ СИЭ КАК ТОЧЕЧНОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ В TRACEPRO

TracePro для моделирования КСС использует «ушедшие в бесконечность» лучи, т. е. оптико-механическая модель любых геометрических размеров для моделирования КСС в TracePro является точечным источником излучения. Это означает, что в TracePro можно получить КСС реального СП, угловое распределение которого описано файлом свойства поверхностного источника, вне зависимости от его геометрии. Моделирование СП как точечного источника излучения очень удобно для оценки и корректировки полного светового потока СП.

Для создания файла свойства поверхностного источника, описывающего угловое распределение света СИЭ, необходимо проанализировать нормализованные измеренные КСС, представленные на рис. 1. Полярный угол α в файле свойства поверхностного источника может изменяться от нуля до 90 градусов, а азимутальный угол θ – от нуля до 359 градусов. Однако на рис. 1 полярный угол изменяется от минус 90 до 90 градусов и от минус 100 до 100 градусов. Необходимо избавиться от отрицательных полярных углов. Для этого на рис. 5 схематически изобразим СИЭ сверху (вектор \mathbf{n} направлен на читателя перпендикулярно плоскости рисунка) и обозначим полярные и азимутальные углы в диапазонах, используемых при гониометрических измерениях, и в диапазонах, используемых в файлах поверхностных источников TracePro.

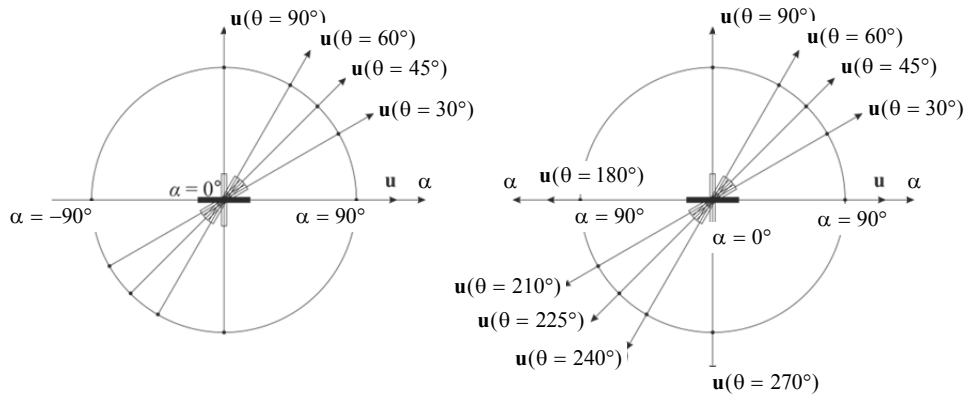


Рис. 5. Полярные и азимутальные углы при гониометрических измерениях (слева) и углы, используемые в файлах поверхностных источников TracePro (справа)

Fig. 5. Polar and azimuth angles for goniometric measurements (left) and angles used in TracePro surface source files (right)

При сопоставлении левой и правой частей рис. 5, видно, что отрицательным значениям полярного угла α при гониометрических измерениях соответствуют равные им по модулю значения полярного угла файла поверхност-

ного источника TracePro, но при азимутальных углах, больших на 180 градусов. Таким образом, обладая набором измеренных нормализованных КСС для пяти азимутальных углов с диапазонами изменения полярного угла от минус 90 до 90 градусов, изображенных на рис. 1, можно получить набор КСС для десяти азимутальных углов с диапазонами изменения полярного угла от нуля до 90 градусов для файла поверхностного источника TracePro.

Однако количество азимутальных углов для файла поверхностного источника можно увеличить, приняв во внимание симметрию СИЭ. Действительно, если обратить внимание на рис. 5 справа, то вторую и четвертую четверти этого рисунка можно равносильно заполнить либо симметричным отражением первой и третьей четверти относительно горизонтальной оси, либо относительно вертикальной оси. Тогда для файла свойства поверхностного источника будет уже набор КСС для шестнадцати азимутальных углов.

Следует отметить, что некоторые графики на рис. 1 построены в диапазонах изменения полярного угла от минус 100 до 100 градусов, но TracePro при загрузке файлов свойств поверхностных источников не воспринимает полярные углы больше 90 градусов.

Создание файла свойства поверхностного источника вручную – задача трудоемкая и займет много времени. Поэтому лучшим решением будет автоматизация генерирования такого файла с помощью компьютерной программы. Практически все необходимые для программы входные данные уже есть:

- 1) известен формат файла свойства поверхностного источника;
- 2) имеется набор аналитических выражений, описывающих КСС при различных азимутальных углах;
- 3) известен диапазон изменения полярного угла;
- 4) известен спектр излучения СИЭ.

Единственный параметр, который остался неопределенным, – это полный световой поток СИЭ, но с помощью TracePro его можно определить, не прибегая к сложным математическим расчетам. Помимо перечисленных выше параметров, понадобится шаг изменения полярного угла. Его не следует делать слишком большим из соображений точности описания КСС дискретным набором пар значений «полярный угол–сила света», но и не стоит делать слишком маленьким, чтобы вычисления не заняли продолжительное время и файл свойства поверхностного источника не получился слишком большим. В настоящей работе выбраны значения 0,5...1 градус.

На основании изложенных выше требований была написана программа-генератор файлов свойств поверхностного источника на языке программирования C#. С помощью этой программы был сгенерирован файл, описывающий угловое распределение излучения модели СИЭ как точечного излучателя.

Первоначальный полный световой поток СИЭ выбирался из следующих соображений. В процессе измерений КСС СИЭ при различных азимутальных углах контролировалось потребление электрической энергии СИЭ. Так, в среднем падение напряжения на образцах СИЭ при фиксированном прямом токе $I_{\text{потр}} = 10$ мА составляет $U_{\text{потр}} = 76,3$ В. В спецификации на светодиодные кристаллы, из которых состоит СИЭ, приведен график зависимости относительной световой отдачи (светового потока), нормализованной на 20 мА, от прямого тока (рис. 6), по которому можно определить КПД кристалла при токе 10 мА.

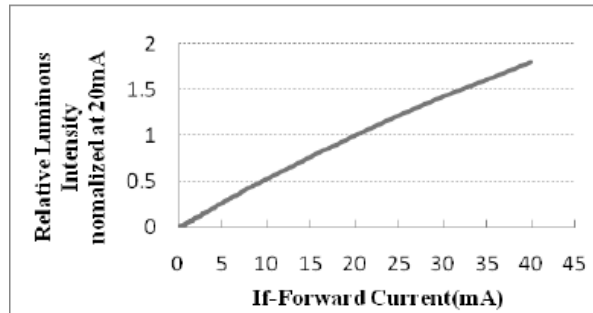


Рис. 6. Зависимость относительной световой отдачи, нормализованной по его значению при токе 20 мА (из спецификации на светодиодный кристалл)

Fig. 6. Dependence of the relative luminous efficiency normalized by its value at a current of 20 mA (from the specification for the LED crystal)

Как видно из рис. 6, КПД одного кристалла при прямом токе 10 мА составляет $\eta = 0,5$. Тогда, световой поток СИЭ в ваттах в первом приближении можно оценить по формуле

$$\Phi_{WСИЭ} = \eta U_{потр} I_{потр} \tag{2}$$

где $U_{потр}$ – напряжение в вольтах; $I_{потр}$ – ток в амперах.

Расчет по формуле (2) для СИЭ дает световой поток

$$\Phi_{WСИЭ} = \eta U_{потр} I_{потр} = 0,5 \cdot 76,3 \cdot 0,01 = 0,3815 \text{ Вт} = 381,5 \text{ мВт.}$$

В качестве геометрической модели для моделирования КСС СИЭ как точечного излучателя в TracePro был использован куб со сторонами $1 \times 1 \times 1$ мм (для точечного излучателя в TracePro это допустимо). В качестве излучающей поверхности выбрана грань куба, перпендикулярная положительному направлению оси Z. Этой грани присвоено сгенерированное свойство поверхностного источника с полным световым потоком $\Phi_{WСИЭ} = 381,5$ мВт.

На рис. 7 показано смоделированное семейство КСС СИЭ как точечного излучателя с полным световым потоком $\Phi_{WСИЭ} = 381,5$ мВт.

Как видно на рис. 7, максимальная сила света (в направлении полярного угла $\alpha = 0^\circ$) равна 3,9 кд, что больше, чем максимальная сила света, равная 2,6 кд на рис. 1. Это связано с тем, что первичная оценка светового потока СИЭ в $\Phi_{WСИЭ} = 381,5$ мВт ошибочна. Ошибка связана с тем, что нам не известны процессы взаимодействия соседних кристаллов СИЭ, и простая формула (2) их не учитывает. Однако теперь, обладая свойством поверхностного источника, световой поток можно изменять прямо в TracePro. Скорректированный световой поток модели СИЭ как точечного излучателя составляет $\Phi_{WСИЭ} = 254$ мВт, и смоделированное семейство КСС при таком значении потока представлено на рис. 8.

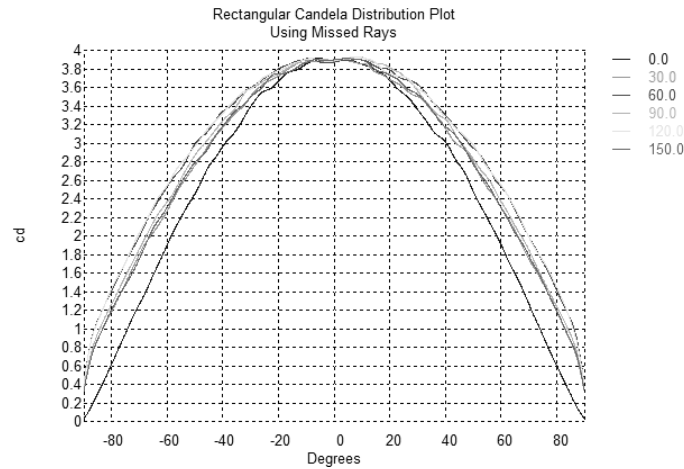


Рис. 7. Смоделированное семейство КСС СИЭ как точечного излучателя с полным световым потоком $\Phi_{W\text{СИЭ}} = 381,5$ мВт

Fig. 7. A modeled family of light intensity curves of an LED emitting element as a point emitter with a total luminous flux $F_W = 381,5$ mW

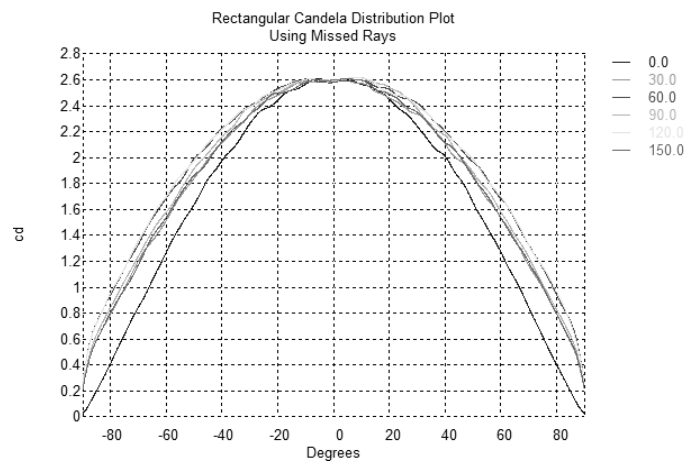


Рис. 8. Смоделированное семейство КСС СИЭ как точечного излучателя с полным световым потоком $\Phi_{W\text{СИЭ}} = 254$ мВт

Fig. 8. A modeled family of light intensity curves of an LED emitting element as a point emitter with a total luminous flux $F_W = 254$ mW

Как видно на рис. 8, теперь максимальная сила света модели СИЭ как точечного излучателя составляет 2,6 кд, что соответствует максимальной силе света (см. рис. 1). Уменьшение светового потока связано с процессами поглощения света, излучаемого боковыми гранями кристаллов, материалом соседних кристаллов, а также возможным более низким КПД кристаллов, чем заявлено в спецификации.

Теперь для оценки качества модели СИЭ как точечного излучателя необходимо сравнить усредненные измеренные и смоделированные КСС при

одинаковых азимутальных углах. На рис. 9–13 сравниваются усредненные измеренные и смоделированные КСС.

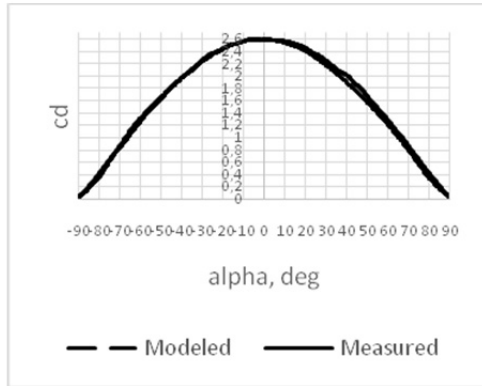


Рис. 9. Усредненная измеренная КСС СИЭ (сплошная линия) и смоделированная КСС (пунктирная линия) при $\theta = 0^\circ$

Fig. 9. An average measured LIDC of the LED emitting element (solid line) and simulated LIDC (dashed line) at $\theta = 0^\circ$

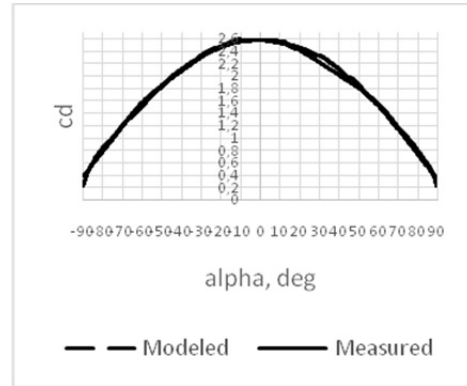


Рис. 10. Усредненная измеренная КСС СИЭ (сплошная линия) и смоделированная КСС (пунктирная линия) при $\theta = 30^\circ$

Fig. 10. An average measured LIDC of the LED emitting element (solid line) and simulated LIDC (dashed line) at $\theta = 30^\circ$

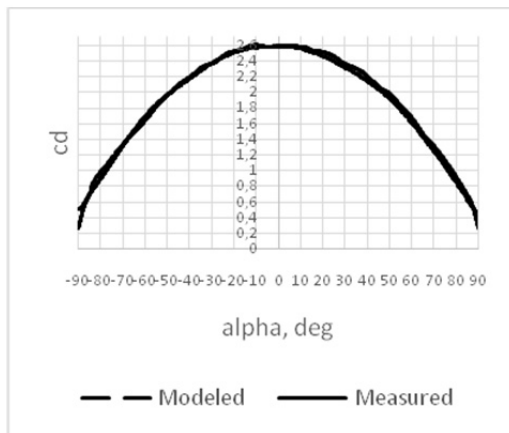


Рис. 11. Усредненная измеренная КСС СИЭ (сплошная линия) и смоделированная КСС (пунктирная линия) при $\theta = 45^\circ$

Fig. 11. An average measured LIDC of the LED emitting element (solid line) and simulated LIDC (dashed line) at $\theta = 45^\circ$

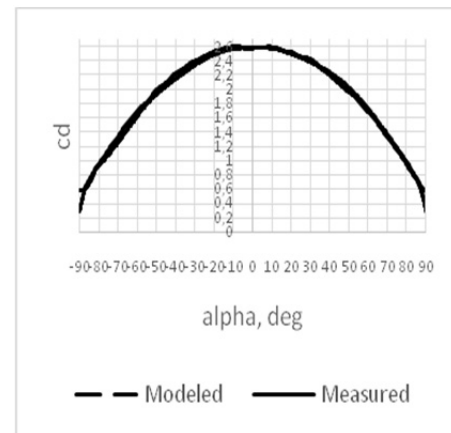


Рис. 12. Усредненная измеренная КСС СИЭ (сплошная линия) и смоделированная КСС (пунктирная линия) при $\theta = 60^\circ$

Fig. 12. An average measured LIDC of the LED emitting element (solid line) and simulated LIDC (dashed line) at $\theta = 60^\circ$

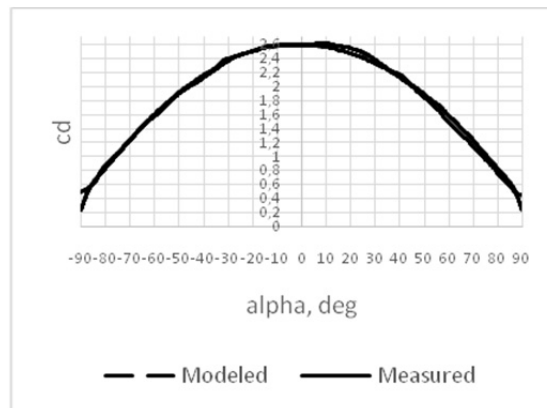


Рис. 13. Усредненная измеренная КСС СИЭ (сплошная линия) и смоделированная КСС (пунктирная линия) при $\theta = 90^\circ$

Fig. 13. An average measured LIDC of the LED emitting element (solid line) and simulated LIDC (dashed line) at $\theta = 90^\circ$

Расхождения между расчетными и экспериментальными данными не превышают 10 %, что подтверждает высокую точность модели СИЭ как точечного излучателя. Полученный файл свойства поверхностного источника и значение светового потока СИЭ, равного $\Phi_{WСИЭ} = 254$ мВт, можно использовать для дальнейшего создания модели светодиодного кристалла.

5. ПЕРВИЧНАЯ МОДЕЛЬ СВЕТОДИОДНОГО КРИСТАЛЛА

Чтобы перейти от модели СИЭ как точечного излучателя к модели одного светодиодного кристалла, излучающего как из верхней, так и из боковых граней, необходимо знать КСС одного кристалла, геометрию кристалла и его полный световой поток. Нормализованная КСС одного кристалла СИЭ совпадает с нормализованной КСС всего СИЭ. Геометрические размеры кристалла известны из спецификации. Неизвестным остается лишь световой поток одного кристалла. Для первичной оценки светового потока одного кристалла в настоящей работе принято допущение, что кристаллы СИЭ никак не влияют друг на друга в процессе излучения и световой поток СИЭ есть величина аддитивная световых потоков кристаллов. Исходя из этого допущения мощность светового потока одного кристалла можно рассчитать по формуле

$$\Phi_{Wкр} = \Phi_{WСИЭ} / n, \quad (3)$$

где $\Phi_{WСИЭ}$ – световой поток СИЭ в ваттах; n – количество кристаллов в СИЭ.

Так как СИЭ состоит из $n = 28$ кристаллов, а мощность светового потока СИЭ равна $\Phi_{WСИЭ} = 254$ мВт, расчет по формуле (3) дает первичную оценку мощности светового потока кристалла:

$$\Phi_{W_{кр}} = \Phi_{W_{СИЭ}} / n = 254 / 28 = 9,07 \text{ мВт.}$$

Теперь, зная мощность, световой поток одного кристалла и его КСС, можно построить модель кристалла как точечного источника излучения.

Чтобы перейти от модели кристалла как точечного излучателя к оптико-механической модели с реальными геометрическими размерами, необходимо:

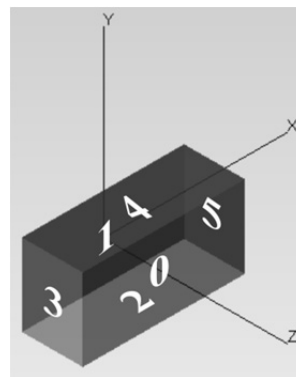
1) распределить полный световой поток кристалла между излучающими гранями модели;

2) рассматривать каждую грань как точечный источник излучения со своей частичной КСС.

Светодиодный кристалл имеет форму параллелепипеда. В рамках оптико-механической модели излучающими являются пять граней этого параллелепипеда. Чтобы посчитать световой поток сквозь эти грани, зададим в качестве точечного излучателя грань параллелепипеда, которая соприкасается с керамическим основанием СИЭ, как показано на рис. 14 (грань 1). Свет распространяется в положительном направлении оси Z (нулевой полярный угол совпадает с осью OZ). Параллелепипеду не присвоены никакие свойства материалов, поэтому свет внутри него распространяется без потерь и выходит из граней 0, 2, 3, 4 и 5.

Рис. 14. Нумерация граней графического примитива «параллелепипед» в TracePro

Fig. 14. Numbering of faces of the "parallelepiped" graphic primitive in TracePro



TracePro считает световой поток, приходящийся на каждую грань параллелепипеда, а также есть возможность построить КСС каждой грани по отдельности. Эти возможности позволяют создать отдельные файлы свойств поверхностных источников граней.

На рис. 15–20 представлены смоделированные КСС граней 0, 1, 2, 3, 4 и 5 соответственно (рис. 14).

Графики КСС, представленные на рис. 15–20, TracePro позволяет сохранить в текстовом формате. При сохранении главное помнить, что в текстовый файл сохранится тот набор азимутальных углов, который указан на графике, а также углы, большие на 180 градусов, чем указанные на графике, но не больше 360 градусов. В случае рис. 15–20 сохранятся углы 0, 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, 270, 300 и 330 градусов. Чем большее количество азимутальных углов будет сохранено в текстовые файлы, тем более точные файлы свойств поверхностных источников можно сгенерировать на их основе.

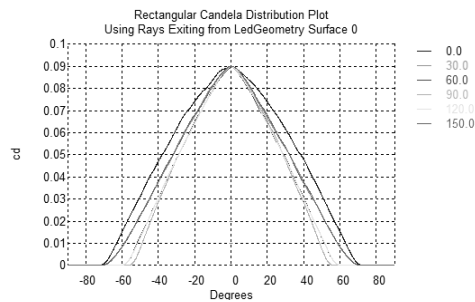


Рис. 15. Смоделированные в TracePro КСС грани 0

Fig. 15. Faces (0) modeled in TracePro LIDC

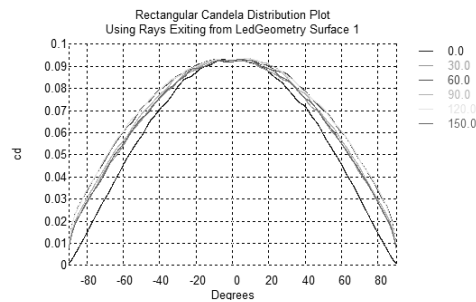


Рис. 16. Смоделированные в TracePro КСС грани 1

Fig. 16. Faces (1) modeled in TracePro LIDC

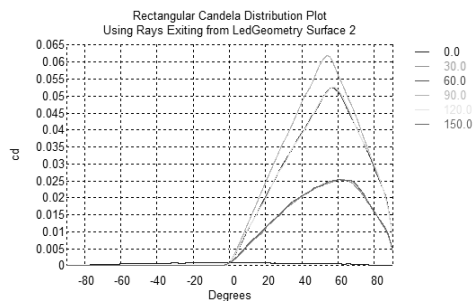


Рис. 17. Смоделированные в TracePro КСС грани 2

Fig. 17. Faces (2) modeled in TracePro LIDC

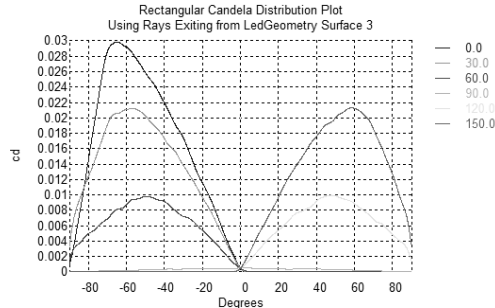


Рис. 18. Смоделированные в TracePro КСС грани 3

Fig. 18. Faces (3) modeled in TracePro LIDC

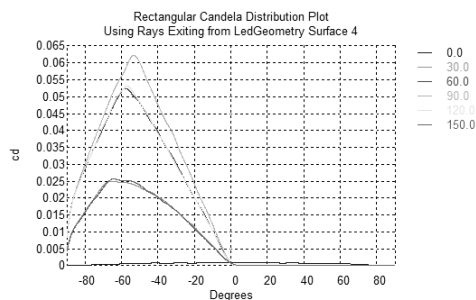


Рис. 19. Смоделированные в TracePro КСС грани 4

Fig. 19. Faces (4) modeled in TracePro LIDC

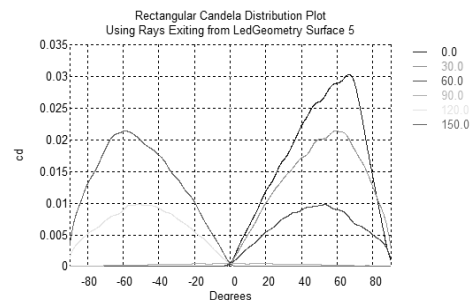


Рис. 20. Смоделированные в TracePro КСС грани 5

Fig. 20. Faces (5) modeled in TracePro LIDC

Есть еще одно обстоятельство, которое необходимо учитывать при сохранении текстовых файлов частичных КСС граней. Мы имеем право располагать фотометрические тела светодиодов в одной точке и арифметически складывать силы света, совпадающие по направлению. Так как для каждой грани смоделирован набор КСС, то, по сути, этот набор описывает фотометрическое тело грани. Чтобы сложить эти фотометрические тела, необходимо

«сжать» все грани в одну точку (чтобы получить модель точечного излучателя), а для сложения КСС все грани необходимо ориентировать одинаково (чтобы полярные и азимутальные углы всех фотометрических тел совпадали по направлению).

Оптико-механическая модель любых геометрических размеров для моделирования КСС в TracePro является точечным источником излучения. По сути, все грани модели светодиодного кристалла и так «сжимаются» в одну точку, если наблюдать модель из бесконечности. А для правильной ориентации фотометрических тел граней можно использовать векторы \mathbf{n} и \mathbf{u} , которые можно задать перед сохранением текстового файла КСС грани [13–15]. На рис. 21 изображена развертка излучающих граней параллелепипеда модели светодиодного кристалла и соответствующие граням ориентации векторов \mathbf{n} и \mathbf{u} , чтобы набор КСС совпадающих азимутальных и полярных углов суммы всех фотометрических тел граней будущей модели светодиодного кристалла совпадал с рис. 16. Положительное направление оси Z соответствует направлению максимальной силы света.

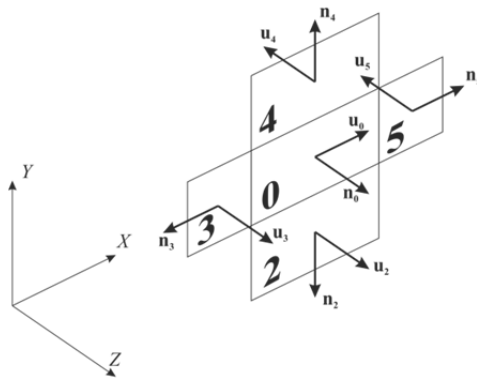


Рис. 21. Normal-вектор и Up-вектор граней

Fig. 21. Normal-vector and Up-vector of faces

Для удобства ввода ориентаций векторов \mathbf{n} и \mathbf{u} в TracePro, рис. 21 представлен в виде табл. 2.

Таблица 2

Table 2

Ориентации нормальных и Up-векторов граней

Orientations of normal and Up-vectors of faces

Номер грани	Нормальный вектор \mathbf{n}			Up-вектор \mathbf{u}		
	X	Y	Z	X	Y	Z
0	0	0	1	1	0	0
2	0	-1	0	0	0	1
3	-1	0	0	0	0	1
4	0	1	0	0	0	-1
5	1	0	0	0	0	-1

Для создания файлов поверхностных источников была написана программа, конвертирующая файлы смоделированных КСС каждой грани в файлы свойств поверхностных источников. Также в качестве обязательного параметра в программе используются световые потоки.

Смоделированные КСС светодиодного кристалла, для каждой излучающей грани которого задано свое свойство поверхностного источника, показаны на рис. 22.

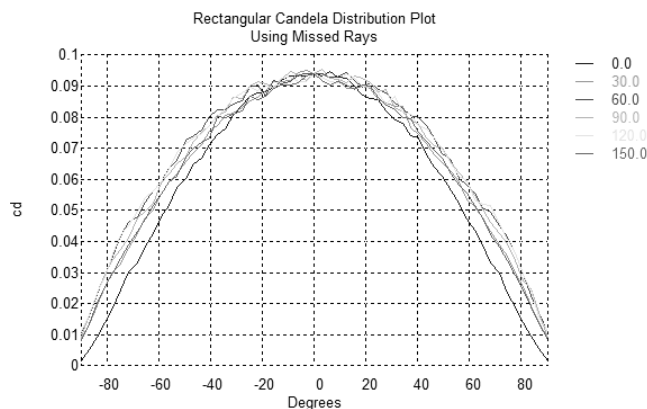


Рис. 22. Смоделированные КСС светодиодного кристалла с индивидуальными свойствами поверхностных источников у каждой грани

Fig. 22. Modeled LED chip LICDs with individual surface source properties on each face

Сравнивая КСС рис. 16 и 22, убеждаемся в повторяемости результатов моделирования светодиодного кристалла как точечного излучателя и объемной оптико-механической модели.

6. МОДЕЛИРОВАНИЕ СИЭ И НАСТРОЙКА МОДЕЛИ СВЕТОДИОДНОГО КРИСТАЛЛА

Теперь, имея объемную оптико-механическую модель светодиодного кристалла, полученную выше, в TracePro можно смоделировать СИЭ согласно описанию, приведенному в разделе 1. Поверхностям светодиодных кристаллов рис. 3 назначены свойства поверхностных источников. Объему кристаллов в окне свойств TracePro задан материал сапфир (Sapphire (Al_2O_3)). Поверхностям керамического основания заданы свойства белых диффузных поверхностей (DiffuseWhite).

На рис. 23 построено семейство КСС СИЭ рис. 3.

При сравнении рис. 8 и 23 видно, что максимальная сила света на рис. 23 выше требуемой, равной 2,6 кд. Это связано с тем, что в модель СИЭ были добавлены материалы кристаллов и основания, поэтому необходимо настроить модель одного кристалла еще раз. Чтобы уменьшилась сила света, необходимо уменьшить суммарный световой поток и повторно получить свойства поверхностных источников для каждой грани кристалла.

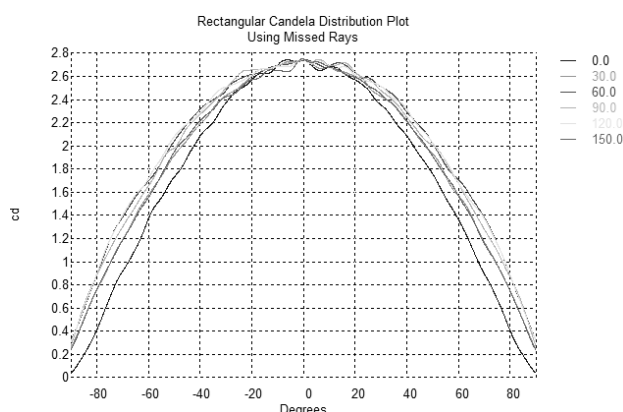


Рис. 23. Семейство КСС первичной модели СИЭ

Fig. 23. Family of LIDCs of the primary model of the LED emitting element

Итоговый световой поток одного кристалла составляет $\Phi_{W_{кр}} = 8,9$ мВт. На рис. 24 построены КСС финальной модели СИЭ рис. 3. Суммарный световой поток СИЭ составил 249,15 мВт.

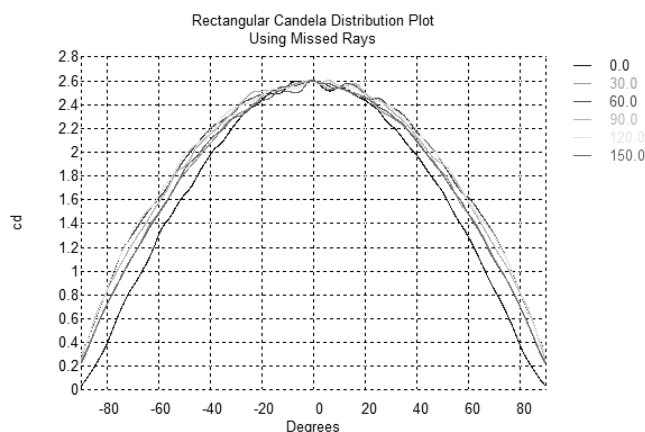


Рис. 24. Финальные КСС СИЭ

Fig. 24. Final LIDCs of the LED emitting element

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе измеренных семейств КСС СИЭ получена практически применимая оптико-механическая модель одного кристалла. Оптико-механическая модель GaN/InGaN полупроводникового кристалла позволяет учесть излучение пяти граней, за исключением той стороны кристалла, которая граничит с основанием, что увеличивает универсальность модели и повышает точность моделирования сложных световых приборов с большим количеством излучателей.

Разработанная декомпозиционная модель СИЭ с погрешностью не более 10 % описывает реальный СИЭ.

Описанный алгоритм экстракции модели может использоваться для получения оптико-механических моделей светодиодных кристаллов других марок и производителей.

Полученная в работе оптико-механическая модель светодиодного кристалла может быть полезна разработчикам светодиодных излучающих элементов с произвольным пространственным расположением светодиодных кристаллов и светодиодных ламп на их основе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Schubert E.F.* Light emitting diodes. – 2nd ed. – Cambridge: Cambridge University Press, 2006. – 422 p.
2. Акционерное общество "Физтех-Энерго". – URL: <https://ft-e.com/contacts/> (дата обращения: 21.12.2020).
3. ООО "Промышленная группа Светодиодные Технологии". – URL: <http://led02.ru/contacts/> (дата обращения: 21.12.2020).
4. ГруТехно. Фитосветильники: web-сайт. – URL: <https://growtechno.ru/> (дата обращения: 21.12.2020).
5. LEADlight. – URL: <http://svet21veka.ru/?from=website80.com> (дата обращения: 13.04.2020).
6. Патент на полезную модель № 188947 Российская Федерация, F 21 V 29/10 (2015.01), F 21 V 15/04 (2006.01), F 21 K 9/66 (2016.01). Светодиодная лампа / Афонин К.Н., Вилисов А.А., Солдаткин В.С., Туев В.И., Юлаева Ю.В. – № 2018119785; заявл. 23.05.2018; опубл. 30.04.2019, Бюл. № 13.
7. Исследование макетных образцов светодиодных ламп общего назначения, изготовленных на основе светодиодных линеек / В.С. Солдаткин, В.И. Туев, А.В. Иванов, А.Ю. Олисовец, Ю.В. Ряполова, А.П. Алексеев // Нитриды галлия, индия и алюминия – структуры и приборы: тезисы докладов 10-й Всероссийской конференции. – СПб., 2015. – С. 61–62.
8. Investigation of temperature regime and luminous flux of light-emitting element of light emitting diode lamp / D.G. Starosek, D.V. Ozerkin, V.I. Tuev, Y.V. Ryapolova, A.U. Olisovets, A.V. Ermolaev // ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences. – 2015. – Vol. 10, iss. 16. – P. 6944–6948.
9. *Ряполова Ю.В., Неверовский К.А., Постолова Е.О.* Оптическое моделирование светодиодной лампы // Перспективы развития фундаментальных наук: сборник научных трудов XIII Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. – Томск, 2016. – Т. 7. – С. 96–98.
10. *Прытков С.В.* Исследования и расчет оптических систем световых приборов на основе светодиодов: автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Саранск, 2014. – URL: <https://www.disserscat.com/content/issledovaniya-i-raschet-opticheskikh-sistem-svetovykh-priborov-na-osnove-svetodiiodov> (дата обращения: 21.12.2020).
11. ГОСТ Р 54350–2011. Приборы осветительные. Светотехнические требования и методы испытаний. – М.: Стандартинформ, 2011. – 37 с.
12. *Азизян Г., Артамонов А., Никифоров С.* Гониофотометрическая установка для определения углового распределения силы света // Полупроводниковая светотехника. – 2010. – № 1. – URL: https://www.led-e.ru/articles/measuring/2010_1_41.php (дата обращения: 21.12.2020).
13. *Заляжных В.В.* Критерий трех сигм. – Режим доступа: <https://arhiuch.ru/st3a.html> (дата обращения: 21.12.2020).
14. Закон Ламберта. – URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Закон_Ламберта (дата обращения: 21.12.2020).
15. Расчет коэффициентов множественной линейной регрессии матричным способом. – URL: <http://univer-nn.ru/ekonometrika/raschet-koefficientov-mnozhestvennoj-linejnoy-regressii-matricnym-sposobom/> (дата обращения: 21.12.2020).

Юлаева Юлия Витальевна, аспирант, ассистент кафедры радиоэлектронных технологий и экологического мониторинга Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. Основное направление научных исследований – оптико-механическое моделирование энергоэффективных световых устройств на основе светодиодов. Имеет более 30 печатных работ и учебных пособий. E-mail: yuliya.ryapolova@mail.ru

Хомяков Артем Юрьевич, инженер, старший преподаватель кафедры радиоэлектронных технологий и экологического мониторинга Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. Основное направление научных исследований – полупроводниковая светотехника. Имеет более 20 печатных работ и учебных пособий. Email: khomyakov.a.yu@gmail.com

Тувев Василий Иванович, доктор технических наук, доцент кафедры радиоэлектронных технологий и экологического мониторинга Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. Основное направление научных исследований – технологии производства энергоэффективных световых устройств. Имеет более 50 печатных работ и учебных пособий. E-mail: tvi_retem@main.tusur.ru

Yulaeva Yulia V., postgraduate student, assistant lecturer at the Department of Radioelectronic Technologies and Environmental Monitoring, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics. The main direction of her scientific research is the optical-mechanical modeling of energy-efficient lighting devices based on LEDs. She has more than 30 publications and teaching manuals. E-mail: yuliya.ryapolova@mail.ru

Khomyakov Artem Yu., engineer, senior lecturer at the Department of Radioelectronic Technologies and Environmental Monitoring, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics. The main direction of his scientific research is semiconductor lighting technology. He has more than 20 publications and teaching manuals. Email: khomyakov.a.yu@gmail.com

Tuev Vasily I., D.Sc. (Eng.), associate professor at the Department of Radioelectronic Technologies and Environmental Monitoring, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics. The main direction of his scientific research is technologies for the production of energy-efficient lighting devices. He has more than 50 publications and teaching manuals. E-mail: tvi_retem@main.tusur.ru

DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-177-197

A decomposition optical-mechanical model of a led emitting element*

YU. V. YULAEVA^a, A.YU. KHOMYAKOV^b, V.I. TUEV^c

Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, 40 Lenina Prospekt, Tomsk, 634050, Russian Federation

^a *yuliya.ryapolova@mail.ru* ^b *khomyakov.a.yu@gmail.com*

^c *tvi_retem@main.tusur.ru*

Abstract

Light-emitting diodes are ahead of traditional light sources in terms of luminous efficacy (luminous flux per unit of electrical power consumption), which arouses an increased interest in the developers of LED lamps in the standard size of incandescent lamps. When designing LED lamps for direct replacement of incandescent lamps, it is necessary to ensure a spherical light distribution in these lighting devices. The design of the lamp with filamentary LED emitting elements is recognized as the best in terms of uniformity of the spatial distribution of light.

In this work, a decomposition model of an LED emitting element has been developed, which is created on the basis of the parameters of an optical-mechanical model of LED emitting crystals, and includes the following sequentially performed actions:

* Received 12 August 2020.

- construction of a geometric model of the LED emitting element;
- determination of the properties of the surface source of the LED emitting element and the angular distribution of radiation of the LED emitting element model as a point emitter;
- development of a primary model of an LED crystal with subsequent adjustment of its parameters;
- verification of the decomposition model by comparison with the experimentally measured parameters of the LED emitting element.

An assessment of the quality of the LED emitting element model as a point emitter was carried out; for this, the averaged measured and modeled LIDCs were superimposed at the same azimuthal angles on top of each other.

The discrepancies between the calculated and experimental data do not exceed 10%, which confirms a high accuracy of the LED emitting element model as a point emitter. The resulting file is the properties of the surface source and the value of the luminous flux of the LED emitting element, equal to $F_W = 254$ mW.

The model is characterized by increased versatility and can be used for LED emitting elements with an arbitrary configuration of LED crystals and LED lamps based on them.

Keywords: Filamentary LED emitting element, luminous intensity curve, decomposition model, luminous flux, Lambert emitter, TracePro software environment, polynomial approximation, Normal vector, Up-vector, polar angle, azimuth angle

REFERENCES

1. Schubert E.F. Light emitting diodes. 2nd ed. Cambridge, Cambridge University Press, 2006. 422 p.
2. *Aktsionernoe obshchestvo "Fiztekh-Energo"* [Joint Stock Company "Phystech-Energo"]. Available at: <https://ft-e.com/contacts/> (accessed 21.12.2020).
3. *OOO "Promyshlennaya gruppy Svetodiodnye Tekhnologii"* [Industrial Group LED Technologies LLC]. Available at: <http://led02.ru/contacts/> (accessed 21.12.2020).
4. *Growtechno. Phyto-lamps*. Website. Available at: <https://growtechno.ru/> (accessed 21.12.2020).
5. *LEADlight*. (In Russian). Available at: <http://svet21veka.ru/?from=website80.com> (accessed 21.12.2020).
6. Afonin K.N., Vilisov A.A., Soldatkin V.S., Tuev V.I., Yulaeva Yu.V. *Svetodiodnaya lamp* [LED Lamp]. Patent RF, no. 2018119785, 2019.
7. Soldatkin V.S., Tuev V.I., Ivanov A.V., Olisovets A.Yu., Ryapolova Yu.V., Alekseev A.P. [Study prototypes of LED lamps general purpose produced based of the LED strips]. *Nitridy galliya, indiya i alyuminiya – struktury i pribory: tezisy dokladov 10-i Vserossiiskoi konferentsii* [10th All-Russian Conference Gallium, aluminum and indium nitrides]. St. Petersburg, 2015, pp. 61–62. (In Russian).
8. Starosek D.G., Ozerkin D.V., Tuev V.I., Ryapolova Y.V., Olisovec A.U., Ermolaev A.V. Investigation of temperature regime and luminous flux of light-emitting element of light emitting diode lamp. *ARPJ Journal of Engineering and Applied Sciences*, 2015, vol. 10, iss. 16, pp. 6944–6948.
9. Ryapolova Yu.V., Neverovsky K.A., Postolova E.O. [Optical simulation of an LED lamps]. *Perspektivy razvitiya fundamental'nykh nauk: sbornik nauchnykh trudov XIII Mezhdunarodnoi konferentsii studentov, aspirantov i molodykh uchenykh* [Prospects of fundamental sciences development. XIII International Conference of students, graduate students and young scientists]. Tomsk, 2016, vol. 7, pp. 96–98. (In Russian).
10. Prytkov S.V. *Issledovaniya i raschet opticheskikh sistem svetovykh priborov na osnove svetodiodov*. Avtoref. diss. kand. tekhn. nauk [Research and calculation of optical systems of light devices based on LEDs. Author's abstract of PhD eng. sci. diss.]. Saransk, 2014. Available at: <https://www.dissercat.com/content/issledovaniya-i-raschet-opticheskikh-sistem-svetovykh-priborov-na-osnove-svetodiodov> (accessed 21.12.2020).
11. *GOST R 54350–2011. Pribory osvetitel'nye. Svetotekhnicheskie trebovaniya i metody ispytaniy* [State Standard R 54350–2011. Lighting devices. Lighting requirements and test methods]. Moscow, Standartinform Publ., 2011. 37 p.

12. Azizyan G., Artamonov A., Nikiforov S. Goniofotometrisheskaya ustanovka dlya opredeleniya uglovogo raspredeleniya sily sveta [Goniophotometric setup for determining the angular distribution of luminous intensity]. *Poluprovodnikovaya svetotekhnika = Solid-state lighting*, 2010, no. 1. Available at: https://www.led-e.ru/articles/measuring/2010_1_41.php (accessed 21.12.2020).

13. Zalyazhnykh V.V. *Kriterii trekh sigm* [Three sigma criterion]. Available at: <https://arhiuch.ru/st3a.htm> (accessed 21.12.2020).

14. *Lambert's cosine law*. (In Russian). Available at: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Lambert's law](https://ru.wikipedia.org/wiki/Lambert's_law) (accessed 21.12.2020).

15. *Raschet koefitsientov mnozhestvennoi lineinoi regressii matrichnym sposobom* [Calculated multiple linear regression coefficients by matrix method]. Available at: <http://univer-nn.ru/ekonometrika/raschet-koefficientov-mnozhestvennoj-linejnoy-regressii-matrichnym-sposobom/> (accessed 21.12.2020).

Для цитирования:

Юлаева Ю.В., Хомяков А.Ю., Туев В.И. Декомпозиционная световая математическая модель светодиодного излучающего элемента // Научный вестник НГТУ. – 2020. – № 4 (80). – С. 177–197. – DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-177-197.

For citation:

Yulaeva Yu.V., Khomyakov A.Yu., Tuev V.I. Dekompozitsionnaya svetovaya matematicheskaya model' svetodiодного izluchayushchego elementa [A decomposition optical-mechanical model of a led emitting element]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2020, no. 4 (80), pp. 177–197. DOI: 10.17212/1814-1196-2020-4-177-197.

Правила для авторов

Журнал «Научный вестник НГТУ» основан в 1995 году на базе Новосибирского государственного технического университета. Печатная версия журнала зарегистрирована в Министерстве РФ по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций в 2000 году. Свидетельство о регистрации ПИ № 77-1599 от 10.02.2000 года. Периодичность выхода издания – один раз в три месяца (четыре номера в год). Научно-технические статьи, направленные в адрес журнала, проходят рецензирование и редактирование.

В журнале «Научный вестник НГТУ» публикуются оригинальные статьи по следующим группам специальностей:

05.11.00 – Приборостроение, метрология и информационно-измерительные приборы и системы;

05.11.07 – Оптические и оптико-электронные приборы и комплексы;

05.11.16 – Информационно-измерительные и управляющие системы (по отраслям);

05.11.17 – Приборы, системы и изделия медицинского назначения;

05.13.00 – Информатика, вычислительная техника и управление;

05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (по отраслям);

05.13.11 – Математическое и программное обеспечение вычислительных машин, комплексов и компьютерных сетей;

05.13.17 – Теоретические основы информатики;

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ;

05.14.00 – Энергетика;

05.14.02 – Электрические станции и электроэнергетические системы;

05.14.12 – Техника высоких напряжений;

05.14.14 – Тепловые электрические станции, их энергетические системы и агрегаты.

Разделы журнала: приборостроение, метрология и информационно-измерительные приборы и системы; информатика, вычислительная техника и управление; энергетика.

Рекомендуемый объем статьи 10–16 страниц. Статьи объемом, не превышающим 8 страниц, могут быть размещены в разделе «Краткие сообщения». Возможна публикация дискуссионного материала в разделе «Дискуссии». В информационном разделе возможно размещение сообщений о состоявшихся и планируемых конференциях, семинарах и симпозиумах, сведений о факультетах и специальностях, научных разработках и научных школах. Статьи обзорного характера, как правило, не публикуются.

Website: <http://journals.nstu.ru/vestnik>

Условия приема статей

В редакцию **Научного вестника НГТУ** представляются следующие материалы.

1. Статья, подготовленная в соответствии с правилами оформления, – печатная версия, два экземпляра, подписанных авторами.

2. Контактная информация (телефоны рабочий и сотовый, адреса электронной почты, место работы, адрес места работы, должность, ученая степень, ученое звание автора, ORCID) – печатная версия, два экземпляра.

3. Описание статьи для базы данных «Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)», подготовленное в соответствии с правилами оформления, – печатная версия, один экземпляр.

4. Лицензионный договор, заполненный и подписанный, отправляется со всем пакетом документов; сканированный заполненный договор записывается на диск.

5. Электронная версия статьи, контактной информации, описания статьи для базы данных РИНЦ и сканированный лицензионный договор – в отдельных файлах на CD.

6. Экспертное заключение о возможности опубликования.

Плата за публикацию рукописей не взимается.

Требования к оформлению статьи

Формат оригинала – А4. Шрифт – **Times New Roman**. Текст набирается в русифицированном редакторе **Microsoft Word**. Параметры страницы (см):

левое поле – 3,3	верхнее поле – 4,0
правое поле – 3,3	нижнее поле – 3,9
текстовое поле 22 × 14,4	

Межстрочные интервалы одинарные. Перед УДК оставляется четыре пустые строки размером 12. УДК набирается прописными буквами кеглем 8. После УДК перед заголовком оставляется пустая строка размером 8. Название статьи набирается кеглем 14 полужирным строчным шрифтом с отступом слева 1,8 см, без переносов слов, с выравниванием влево. После заголовка оставляется пустая строка размером 12. Фамилии автора – прописным шрифтом кеглем 8. После фамилий оставляется пустая строка размером 7. Указатель сноски * после названия статьи устанавливается в верхнем индексе. В сноске дата поступления статьи указывается курсивным шрифтом кеглем 8. После ФИО авторов статьи набирается аннотация кеглем 8 с отступом первой строки на 0,8 см, межстрочный интервал с множителем 1,1. После аннотации оставляется пустая строка размером 4. **Ключевые слова** – кеглем 8.

Заголовки разделов обязательны (например, **Введение, Постановка задачи, Методы анализа, Основной результат, Выводы** или **Заключение**), набираются прописным полужирным прямым шрифтом кеглем 8 с отступом 1,8 см. Перед ними оставляется пустая строка размером 20, после них – пустая строка размером 10. Основной текст – кеглем 10.

Подзаголовки – прописным полужирным шрифтом кеглем 8 с отступом 1,8 см. Перед ними и после них – пустая строка размером 10.

Рисунки представляются в **Corel Draw 11** или **Microsoft Word (RUS)**. Рисунки в других редакторах не принимаются. Слово *Рис.* и его номер выделяются курсивом. Рисунки должны быть черно-белыми, в описании не должно быть ссылок на цвет.

Рисунки и таблицы нумеруются арабскими цифрами по порядку упоминания их в тексте. После номера должно следовать название **на русском и английском языках**. Подрисуночные подписи и названия таблиц – кеглем 9.

Все графы в таблицах должны иметь заголовки и разделяться вертикальными линиями. В головке таблиц по возможности указываются буквенные обозначения параметров и их единицы измерения.

Переменные в тексте набираются курсивным шрифтом кеглем 10. При написании формул использовать MathType версии не выше 6.0С. Формулы набирать по центру кеглем 11, надстрочные и подстрочные индексы – кеглем 9, знаки – кеглем 14 (латинские буквы – курсивным шрифтом, русские и греческие – прямым, цифры – прямым).

Например:

$$A(s) = \sum_{i=0}^{n^2+3} A_i s \lambda^{(i+1)^2} + \alpha.$$

Между текстом и формулами, а также между формулами оставляются пустые строки размером 4. Формулы не сжимать. Нумерацию формул помещать справа кеглем 10. Например:

$$D_f = D_c D + N_c N. \quad (1)$$

Нумерация страниц осуществляется следующим образом: Вставка / Номера страниц...; установить **положение** «вверху страницы», **выравнивание** – «снаружи», без нумерации первой страницы.

Колонтитулы устанавливаются сверху (с отступом от верхнего края страницы 3 см). Чтобы колонтитулы на четной, нечетной и первой страницах отличались, нужно установить: **Файл / Параметры страницы / Разметка; установить разные четные и нечетные и первая отличается.**

Колонтитулы на четных страницах. Вид / Колонтитулы; набираются курсивным прописным шрифтом кеглем 8. Фамилия автора с инициалами впереди у правого края без отступа. Если авторов несколько, то указываются только два первых, далее «и др.».

Колонтитулы на нечетных страницах. Названия статьи – с прописной буквы курсивным шрифтом кеглем 8. Номера страниц – кеглем 10.

Перед списком литературы пустая строка размером 20. Заголовок «Список литературы» – кеглем 8 прописным полужирным шрифтом с отступом 1,8 см. После списка литературы пустая строка размером 10. Порядковый номер – с красной строки кеглем 8 с интервалом 1,1. Фамилии и инициалы – кеглем 8 полужирным строчным шрифтом, название статьи (книги) – светлым тем же шрифтом. Оформление библиографического списка по ГОСТ Р.7.0.5–2008. Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления. – М.: Стандартинформ, 2008. – 19 с.

После списка литературы идет пустая строка размером 24. Далее приводятся краткие сведения об авторах кеглем 8 с интервалом 1,1 и отступом от левого края 1 см. Фамилия, имя, отчество – с красной строки курсивом. Последующий текст (ученая степень, ученое звание, членство в академиях и т. д.; основное направление научных исследований; количество имеющихся публикаций, в том числе монографий, учебных пособий; e-mail, рабочий телефон) – прямым шрифтом. **Информация предоставляется на русском и английском языках.**

Далее дается перевод на английский язык фамилии, имени, отчества автора и названия статьи, а также реферата и ключевых слов (обязательно).

Исправления, вносимые автором, при доработке статьи **выделять** желтым цветом.

Требования к оформлению РИНЦ

В описании статьи должна быть указана следующая информация.

1. Номера страниц, на которых размещена статья в сборнике.
2. Коды: УДК, и / или ББК, и / или DOI, и / или других классификационных индексов или систем регистрации.
3. Название статьи.
4. Фамилия, имя, отчество авторов.
5. Место работы каждого автора в именительном падеже. Указать должность автора по основному месту работы.
6. Контактная информация (почтовый адрес места работы, номер телефона, адрес электронной почты – обязательно).
7. Аннотация (не менее 320 и не более 640 знаков).
8. Ключевые слова: каждое слово или словосочетание отделяется от другого запятой (10–20 слов).
9. Пункты 3–8 на английском языке.
10. Список литературы.

Образец оформления приведен на сайте <http://journal.nstu.ru/vestnik>.