





Обработка металлов (технология • оборудование • инструменты)

Сайт журнала: http://journals.nstu.ru/obrabotka_metallov

Динамическая потеря устойчивости тяги рулевого устройства самолета при технологических испытаниях

Владимир Атапин^{1, а,*}¹ Новосибирский государственный технический университет, пр. К. Маркса, 20, г. Новосибирск, 630073, Россия^а  <http://orcid.org/0000-0002-5030-6054>,  atapin.49@mail.ru

ИНФОРМАЦИЯ О СТАТЬЕ

УДК 519.6:621.9.06

История статьи:

Поступила: 07 марта 2017

Рецензирование: 15 мая 2017

Принята к печати: 25 июля 2017

Доступно онлайн: 15 сентября 2017

Ключевые слова:

Моделирование

Динамическая потеря устойчивости

Уравнение Матье

Диаграмма Айнса-Стретта

Тяга рулевого устройства

АННОТАЦИЯ

Для технологического контроля прочности тяги рулевого устройства самолета применяют выборочные разрушающие испытания готовых изделий при статической и повторно-статической осевой нагрузке. Для уменьшения времени и применения неразрушающих методов контроля тяги испытывают на установке, имеющей двухмассовую колебательную систему. Колебательная система состоит из тяги постоянного поперечного сечения с двумя одинаковыми концевыми грузами и подвешена на тонкой стальной струне в вертикальном положении. В тяге под воздействием переменной продольной силы $P(t) = P \cos \Omega t$ создаются резонансные продольные колебания, имеющие место в реальных условиях эксплуатации. Продольные колебания тяги реализуются по второй собственной форме. Первая собственная форма колебаний соответствует движению тяги с грузами как жесткого целого и не представляет практического интереса. Эксперименты показали, что при продольных колебаниях существует потеря устойчивости тяги в форме параметрического резонанса. В этом случае кроме продольных колебаний дополнительно появляются поперечные (изгибные) колебания. Представляет интерес определение условий возникновения параметрического резонанса тяги рулевого устройства самолета в процессе технологических испытаний. Аналитическое решение задачи приводит к уравнению Матье, результаты решения которого для различных комбинаций коэффициентов уравнения представляются в виде диаграммы Айнса-Стретта. Расчет тяги с размерами $D \times d \times l = 35 \times 32 \times 1200$ (мм) по уравнению Матье показал, что при рабочих напряжениях 10 МПа тяга работает в зоне динамической неустойчивости. Этот факт подтвержден экспериментально. Эксперимент с короткой тягой, имеющей размеры $D \times d \times l = 25 \times 22 \times 600$ (мм), показал, что тяга испытывает продольные колебания без поперечных колебаний до напряжений 68 МПа. Таким образом, для коротких тяг имеется больший диапазон рабочих напряжений на данной экспериментальной установке. Уравнение Матье справедливо для всех типоразмеров тяг. Уравнение позволяет определять такие параметры колебательной системы, при которых тяга будет испытывать только продольные колебания, адекватные для работы тяги в реальных условиях.

Для цитирования: Атапин В.Г. Динамическая потеря устойчивости тяги рулевого устройства самолета при технологических испытаниях // Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты). – 2017. – № 3 (76). – С. 35–41. – doi: 10.17212/1994-6309-2017-3-35-41.

Введение

Для контроля прочности тяг рулевого устройства самолета (рис. 1) согласно действующим на предприятии техническим условиям приме-

няются выборочные разрушающие испытания готовых изделий при статической и повторно-статической (циклической) нагрузке по схеме, изображенной на рис. 2. Циклическая нагрузка при испытании плавно увеличивается от нуля до значения $P_{\max} = 0,5 P_{\text{расчет}}$ в соответствии с графиком, приведенным на рис. 2. Здесь $P_{\text{расчет}} = \sigma_b / A$, где σ_b – предел прочности материала тяги; A – площадь поперечного сечения тяги.

*Адрес для переписки

Атапин Владимир Григорьевич, д.т.н., профессор

Новосибирский государственный технический университет

пр. К. Маркса, 20,

630073, г. Новосибирск, Россия

Тел.: 8 (383) 346-17-77, e-mail: atapin.49@mail.ru

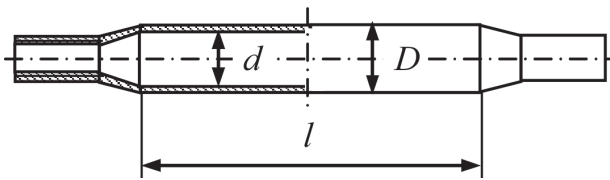


Рис. 1. Эскиз тяги

Fig. 1. Rough drawing of the rod

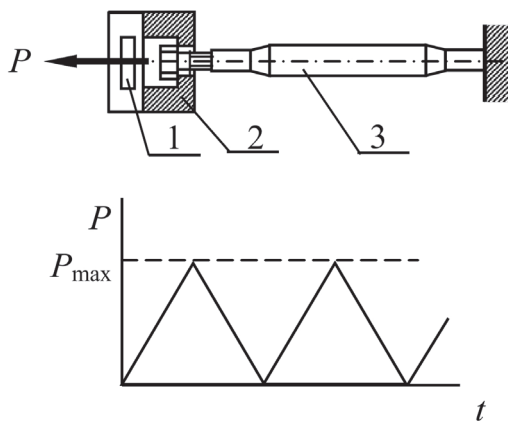


Рис. 2. Схема нагружения тяги и график изменения нагрузки от времени t при повторно-статических испытаниях:

1 – датчик; 2 – ползун; 3 – тяга

Fig. 2. The load configuration of the rod and the load-time curve at repeated-static tests:

1 – sensor; 2 – slider; 3 – rod

Испытания проводятся до базового числа $N_6 = 5 \cdot 10^4$ циклов (испытания изделий, выдержавших $5 \cdot 10^4$ циклов, прекращаются). Частота нагружения составляет 10...20 циклов в минуту.

Заводской метод контроля прочности тяг имеет ряд недостатков:

- 1) большая длительность контроля одной партии изделий (состоит из пяти одновременно контролируемых тяг) – 80 ч;
- 2) при контроле разрушаются годные тяги, так как это – разрушающий метод контроля;
- 3) отсутствует надлежащая гарантия в правильной оценке генеральной совокупности, так как это – выборочный контроль.

Анализ технической литературы по неразрушающим методам контроля и экспериментальным установкам [1–3] показывает, что альтернативу заводским испытаниям может составить неразрушающий метод испытаний с регистрацией логарифмического декремента при

свободных колебаниях на установке, позволяющей осуществлять свободные и вынужденные колебания тяги. Расчетная схема такой экспериментальной установки показана на рис. 3, а. Прямолинейный стержень (тяга) 3 постоянного поперечного сечения с двумя одинаковыми концевыми грузами 2 подвешен вертикально на тонкой стальной струне 1 и испытывает воздействие продольной силы $P(t) = P \cos \Omega t$, где Ω – частота вынужденных колебаний. Масса концевой груза $M \gg ml$, где m – погонная масса стержня; l – длина стержня. Реализуются резонансные продольные колебания тяги с грузами. Эксперименты показали, что при испытании имеет место динамическая потеря устойчивости тяги в форме параметрического резонанса [4, 5].

Цель работы заключается в изучении условий возникновения параметрического резонанса и в анализе способов его устранения при технологических испытаниях тяги рулевого устройства самолета.

Теория

В стержне (тяге) возбуждаются вынужденные резонансные продольные колебания по второй собственной форме, первая собственная форма колебаний соответствует движению стержня с грузами как жесткого целого и не представляет практического интереса. При расчете необходим учет влияния продольных сил инерции. Силы инерции, связанные с поворотами поперечных сечений относительно главных осей, не учитываются, так как их влияние ощутимо только для элементов, поперечные размеры которых соизмеримы с их длиной. При продольных колебаниях по второй собственной форме вследствие симметрии системы посередине стержня образуется узел колебаний, поэтому в дальнейшем при анализе продольных колебаний рассматривается половина стержня (рис. 3, б). При анализе поперечных колебаний рассматривается шарнирно-опертый по концам стержень (рис. 3, в). Принятые расчетные схемы колебаний стержня подтверждаются экспериментально.

Дифференциальные уравнения, учитывающие взаимное влияние продольных и поперечных колебаний, имеют следующий вид [4]:

$$EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} =$$

$$= m \int_0^x \left[\frac{\partial v}{\partial \xi} \frac{\partial^3 v}{\partial \xi \partial t^2} + \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \xi \partial t} \right)^2 \right] d\xi, \quad (1)$$

$$EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + EA \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} \right) + m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0. \quad (2)$$

Здесь $u(x, t)$ и $v(x, t)$ – продольное и поперечное перемещения текущего сечения стержня соответственно; EA и EI – жесткость поперечного сечения стержня при растяжении-сжатии и изгибе соответственно [6, 7]; E – модуль упругости материала стержня; I – осевой момент инерции поперечного сечения стержня.

Совместное решение (1) и (2) затруднительно. Однако для выяснения незатухающих поперечных колебаний можно пренебречь нелинейными членами правой части уравнения (1), которые по своему смыслу учитывают влияние «нелинейной инерционности». Тогда уравнение (1) содержит только $u(x, t)$ и может быть разрешено независимо от уравнения (2):

$$EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0.$$

Стационарные вынужденные продольные колебания происходят с частотой возбуждения и описываются законом

$$u(x, t) = u(x) \cos \Omega t. \quad (3)$$

При граничных условиях (рис. 3, б) [4, 5]

$$x = 0 \quad u = 0,$$

$$x = l/2 \quad u' = \frac{P}{EA} + \frac{M\Omega^2}{EA} u$$

имеем полное решение уравнения (3) в виде

$$u(x, t) = \frac{P \cos \Omega t}{EA \frac{\Omega}{c} \cos \frac{\Omega l}{2c} - M\Omega^2 \sin \frac{\Omega l}{2c}} \sin \frac{\Omega}{c} x,$$

где $c = \sqrt{\frac{EA}{m}}$. Обозначая $k = \Omega \sqrt{m/(EA)}$, окончательно получаем

$$u(x, t) = \frac{P \cos \Omega t}{kEA \cos \frac{kl}{2} - M\Omega^2 \sin \frac{kl}{2}} \sin kx. \quad (4)$$

При стремлении знаменателя в выражении (4) к нулю $u(x, t)$ обращается в бесконечность. Это

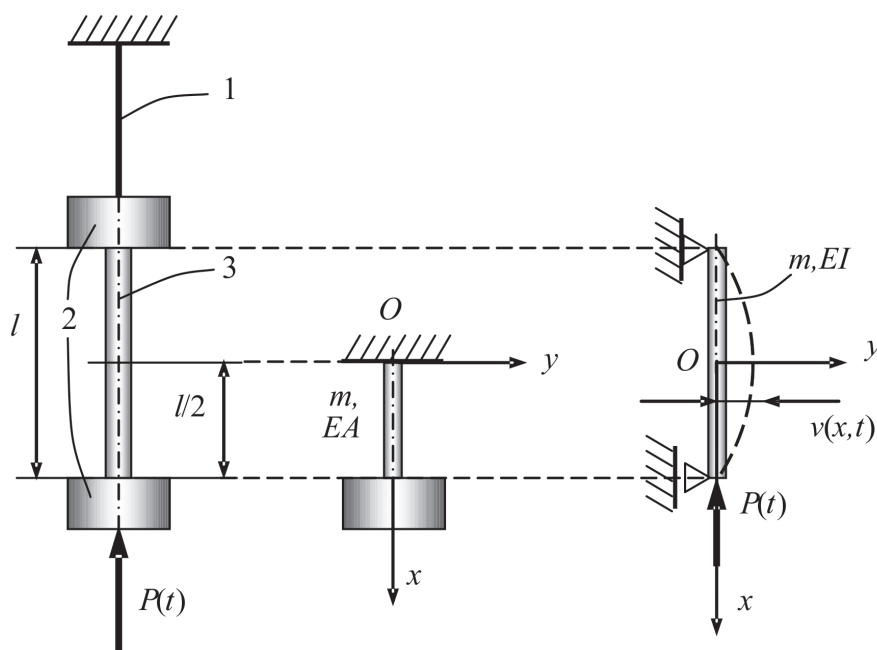


Рис. 3. Расчетная схема установки (а), расчетная схема для продольных (б) и поперечных (в) колебаний

Fig. 3. The analytical model of the installation (a), the analytical model for longitudinal (б) and transverse (в) oscillations

соответствует резонансу продольных колебаний, и частотное уравнение имеет следующий вид:

$$kl \operatorname{tg}(kl/2) = ml/M.$$

В нашем случае $ml \ll M$ и решающее влияние на частоту продольных колебаний оказывает масса концевой груза. В этом случае для низшей собственной частоты приближенно можно принять [4]

$$\Omega = \sqrt{\frac{2EA}{Ml(1 + \alpha/3)}}, \quad (5)$$

где $\alpha = ml/M$.

Найденное выражение $u(x,t)$ подставляем в уравнение (2) и получаем

$$\begin{aligned} & EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \\ & + EA \frac{P \cos \Omega t}{kEA \cos(kl/2) - M\Omega^2 \sin(kl/2)} \times \\ & \times \left(-\frac{\partial v}{\partial x} k^2 \sin kx + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} k \cos kx \right) + \\ & + m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Решение уравнения (6) разыскиваем с помощью вариационного метода Бубнова–Галеркина [8]. В качестве аппроксимирующей функции прогиба принимаем

$$v(x,t) = f(t) \cos(\pi x/l),$$

отвечающей граничным условиям задачи:

$$\text{при } x = \pm l/2 \quad v = 0, \quad \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0.$$

Окончательно с учетом (5) получаем следующее уравнение:

$$\ddot{f} + \omega^2 (1 - 2\mu\psi \cos \Omega t) f = 0, \quad (7)$$

где $\omega^2 = \pi^4 EI/ml^4$ – частота поперечных колебаний стержня; $\mu = P/2P_*$; $P_* = \pi^2 EI/l^2$ – критическая сила по Эйлеру [7];

$$\begin{aligned} & \frac{4}{l} \int_0^{l/2} \cos kx \cos^2 \frac{\pi x}{l} dx - \\ & - \frac{2k}{\pi} \int_0^{l/2} \sin kx \sin \frac{2\pi x}{l} dx \\ \psi = & \frac{\cos(kl/2) - \sqrt{2M/ml(1 + \alpha/3)} \sin(kl/2)}{\cos(kl/2) - \sqrt{2M/ml(1 + \alpha/3)} \sin(kl/2)}. \end{aligned}$$

Вычисление ψ дает следующее выражение:

$$\begin{aligned} \psi = & \frac{2(1 - k^2 l^2 / \pi^2)}{kl(1 - k^2 l^2 / 4\pi^2)} \times \\ & \times \frac{\sin(kl/2)}{\cos(kl/2) - \sqrt{2M/ml(1 + \alpha/3)} \sin(kl/2)}. \end{aligned}$$

Если положить $\Omega t = 2\tau$, $a = 4\omega^2/\Omega^2$, $q = 4\mu\psi\omega^2/\Omega^2$, уравнение (7) приводится к уравнению Маттье [4, 5]:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \tau^2} + (a - 2q \cos 2\tau) f = 0. \quad (8)$$

Результаты решения уравнения Маттье для различных комбинаций коэффициентов a и q представляются в виде диаграммы Айнса–Стретта [5, 9]. Различные аспекты исследования уравнения Маттье и представлений диаграммы Айнса–Стретта изложены в работах [10–16].

Результаты и обсуждение

Расчеты выполнены для тяги с размерами $D \times d \times l = 35 \times 32 \times 1200$ (мм), материал Д16Т, концевой груз с размерами $D \times h = 120 \times 100$ (мм), материал – сталь 45. Вычисленные коэффициенты уравнения (8), например при рабочем напряжении $\sigma = 10$ МПа, имеют следующие значения: $a = 0,36$, $q = 0,89$. На диаграмме Айнса–Стретта (рис. 4) эта точка находится в белой зоне (неустойчивость), и, как показали эксперименты, стержень при этом напряжении испытывает совместные продольные и поперечные колебания. Для устранения поперечных колебаний тяги данного типоразмера следует изменить условия испытания, в частности, за счет изменения длины тяги, массы концевых грузов, вариации частот продольных и поперечных колебаний. Так, проведенные эксперименты для тяги с размерами

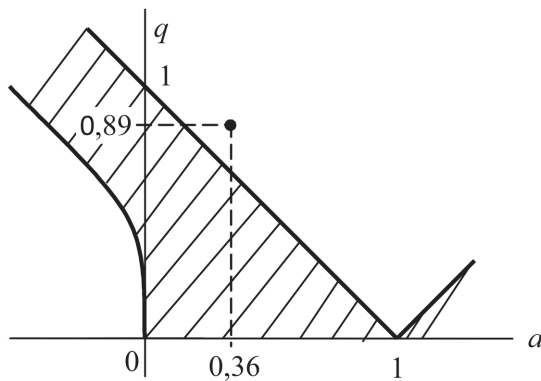


Рис. 4. Фрагмент диаграммы Айнса-Стретта [5] (зона устойчивости заштрихована)

Fig. 4. Fragment of the Ains-Strett diagram [5] (the zone of stability is shaded)

$D \times d \times l = 25 \times 22 \times 600$ (мм) и уменьшенными грузами на концах тяги показали их динамическую устойчивость до уровня рабочих напряжений $\sigma = 68$ МПа. Таким образом, для коротких тяг имеет место большой диапазон рабочих напряжений на данной экспериментальной установке.

Полученное уравнение (8) позволяет подобрать необходимые параметры колебательной системы для проведения испытаний в условиях только продольных колебаний.

Выводы

Уравнение (8) справедливо для всех типоразмеров тяг. Оно позволяет определять такие параметры колебательной системы, при которых тяга будет испытывать только продольные колебания. Показана возможность проведения технологических испытаний тяг рулевого устройства на рассмотренной двухмассовой установке с учетом использования уравнения (8).

Список литературы

1. Туманов А.Т. Методы испытания, контроля и исследования машиностроительных материалов: справочное пособие. Т.1. – М.: Машиностроение, 1974. – 320 с.
2. Испытательная техника. В 2 кн. Кн. 2: справочник / Г.С. Батуев, В.С. Голубков, В.В. Ключев, А.С. Больших; под ред. В.В. Ключева. – М.: Машиностроение, 1982. – 560 с.

3. Неразрушающий контроль металлов и изделий: справочник / под ред. Г.С. Самойловича. – М.: Машиностроение, 1976. – 456 с.

4. Болотин В.В. Динамическая устойчивость упругих систем. – М.: Гостехиздат, 1956. – 600 с.

5. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара. – М.: Либроком, 2010. – 274 с. – ISBN 978-5-397-01066-5.

6. Прочность, устойчивость, колебания. Т. 3: справочное руководство / под ред. И.А. Биргера и Я.Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1968. – 568 с.

7. Атапин В.Г. Сопротивление материалов. – М.: Юрайт, 2016. – 342 с. – ISBN 978-5-534-01762-5.

8. Вольмир А.С., Григорьев А.И., Станкевич А.И. Сопротивление материалов. – М.: Дрофа, 2007. – 592 с. – ISBN 978-5-358-01283-7.

9. Pol B. van der, Strutt M.J. On the stability of the solutions of Mathieu's equation // Philosophical Magazine. – 1928. – Vol. 5. – P. 18–38.

10. Нестерев А.В., Нестерев С.В. Исследование решений уравнения Матье в первой области устойчивости при моделировании нестационарных объектов управления // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2011. – № 1-1. – С. 102–107.

11. Грибков В.А., Хохлов А.О. Прием, упрощающий решение задачи устойчивости параметрически стабилизируемых статически неустойчивых маятниковых систем // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2015. – № 11 (668). – С. 29–38. – doi: 10.18698/0536-1044-2015-11-29-38.

12. Arkhipova I.M., Luongo A., Seyranian A.P. Vibrational stabilization of the upright statically unstable position of a double pendulum // Journal of Sound and Vibration. – 2012. – Vol. 331, iss. 2. – P. 457–469. – doi: 10.1016/j.jsv.2011.09.007.

13. Parovik R.I. Fractal parametric oscillator as a model of a nonlinear oscillation system in natural mediums // International Journal of Communications, Network and System Sciences. – 2013. – Vol. 6, N 3. – P. 134–138. – doi: 10.4236/ijcns.2013.63016.

14. Rand R.H., Sah S.M., Suchrsky M.K. Fractional Mathieu equation // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. – 2010. – Vol. 15. – P. 3254–3262.

15. Паровик Р.И. Дигаммы Стретта-Айнса для обобщенного уравнения Матье // Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки. – 2012. – Т. 4, № 1. – С. 24–30. – doi: 10.18454/2079-6641-2012-4-1-24-30.



Obrabotka metallov -

Metal Working and Material Science

Journal homepage: http://journals.nstu.ru/obrabotka_metallov



Dynamic Instability of the Flight Control Connecting Rod in Technological Tests

Vladimir Atapin^{1, a, *}

¹Novosibirsk State Technical University, 20 Prospect K. Marksa, Novosibirsk, 630073, Russian Federation

^a <http://orcid.org/0000-0002-5030-6054>, atapin.49@mail.ru

ARTICLE INFO

Article history:

Received: 7 March 2017

Revised: 15 May 2017

Accepted: 25 July 2017

Available online: 15 September 2017

Keywords:

Simulation

Dynamic stability

Mathieu's equation

Ince-Strutt diagram

Flight control connecting rod

ABSTRACT

For technological control strength of the flight control connecting rod (further rod) selective destructive tests of ready details in static and pulsating axial loads are used. In order to decrease the time and to use non-destructive control methods rods are tested on the experimental installation, which has the two-mass oscillating system. The oscillating system consists of a rod with two identical tipweights and hanging on a thin steel string vertically. A rod under action a longitudinal force $P(t) = P \cos \Omega t$ has the resonant longitudinal oscillations which occur in actual use. A rod is the resonant longitudinal oscillations for the second natural form. The first natural form corresponds to the movement of a rod with end loads as a rigid body and has no practical interest. Experiments showed that there is a dynamic instability in the form of parametric resonance of longitudinal oscillations. In this case, besides the longitudinal oscillations further transverse (bending) oscillations appear. It is interesting to determine the conditions for the emergence of parametric resonance of a rod in the process of technological tests. The analytical solution of the problem results in the Mathieu's equation. The results of solving this equation for various combinations of the coefficients of the equation represented as Ince-Strutt diagram. The calculation of the Mathieu's equation of the rod with dimensions $D \times d \times l = 35 \times 32 \times 1200$ (mm) shows that at operating stress of 10 MPa the rod works in the zone of dynamic instability. This fact is confirmed experimentally. Experiment with the short rod by dimensions $D \times d \times l = 25 \times 22 \times 600$ (mm) showed that the rod is experiencing longitudinal oscillations without transverse oscillations up to stress 68 MPa. Thus, the short rods have a bigger range of working stresses at the experimental installation. The Mathieu's equation is valid for all rod sizes. The equation allows determining such parameters of the oscillating system, in which the rod would experience only the longitudinal oscillations, which takes place in real conditions.

For citation: Atapin V.G. Dynamic instability of the flight control connecting rod in technological tests. *Obrabotka metallov (tekhnologiya, oborudovanie, instrumenty)* = *Metal Working and Material Science*, 2017. no. 3 (76), pp. 35–41. doi: 10.17212/1994-6309-2017-3-35-41. (in Russian).

References

1. Tumanov A.T. *Metody ispytaniya, kontrolya i issledovaniya mashino-stroitel'nykh materialov*. T. 1 [Methods of testing, control and research of engineering materials. Vol. 1]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1974. 320 p.
2. Batuev G.S., Golubkov V.S., Klyuev V.V., Bol'shikh A.S. *Ispytatel'naya tekhnika*. Kn. 2 [Test technique. Vol. 2]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1982. 560 p.
3. Samoilovich G.S., ed. *Nerazrushayushchii kontrol' metallov i izdelii* [Non-destructive testing of metals and products]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1976. 456 p.
4. Bolotin V.V. *Dinamicheskaya ustoychivost' uprugikh sistem* [Dynamic stability of elastic systems]. Moscow, Gostekhizdat Publ., 1956. 600 p.
5. Panovko Ya.G. *Osnovy prikladnoi teorii kolebaniy i udara* [Fundamentals of applied theory of oscillations and impact]. Moscow, Librokom Publ., 2010. 274 p. ISBN 978-5-397-01066-5.
6. Birger I.A., Panovko Ya.G., eds. *Prochnost', ustoychivost', kolebaniya*. T. 3 [Strength, stability, oscillations. Vol. 3]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1968. 568 p.

* Corresponding author

Atapin Vladimir G., D.Sc. (Engineering), Professor
Novosibirsk State Technical University,
20 Prospect K. Marksa,
630073, Novosibirsk, Russian Federation
Tel.: 8 (383) 346-17-77, e-mail: atapin.49@mail.ru

7. Atapin V.G. *Soprotivlenie materialov* [Strength of materials]. Moscow, Yurait Publ., 2016. 342 p. ISBN 978-5-534-01762-5.
8. Vol'mir A.S., Grigor'ev A.I., Stankevich A.I. *Soprotivlenie materialov* [Strength of materials]. Moscow, Drofa Publ., 2007. 592 p. ISBN 978-5-358-01283-7.
9. Pol B. van der, Strutt M.J. On the stability of the solutions of Mathieu's equation. *Philosophical Magazine*, 1928, vol. 5, pp. 18–38.
10. Nesterov A.V., Nesterov S.V. Issledovanie reshenii uravneniya Mat'e v pervoi oblasti ustoichivosti pri modelirovanii nestatsionarnykh ob'ektov upravleniya [The research of Mathieu equation solution of the first stability region at modeling of non-stationary objects of control]. *Matematicheskoe i programmnoe obespechenie sistem v promyshlennoi i sotsial'noi sferakh – Software of systems in the industrial and social fields*, 2011, no. 1-1, pp. 102–107.
11. Gribkov V.A., Khokhlov A.O. Priem, uproshchayushchii reshenie zadachi ustoichivosti parametricheski stabiliziruemyykh staticheskii neustoichivykh mayatnikovyykh sistem [A method to simplify solution of stability problem for parametrically stabilized statically unstable pendulum systems]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Mashinostroenie – Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2015, no. 11 (668), pp. 29–38. doi: 10.18698/0536-1044-2015-11-29-38.
12. Arkhipova I.M., Luongo A., Seyranian A.P. Vibrational stabilization of the upright statically unstable position of a double pendulum. *Journal of Sound and Vibration*, 2012, vol. 331, iss. 2, pp. 457–469. doi: 10.1016/j.jsv.2011.09.007.
13. Parovik R.I. Fractal parametric oscillator as a model of a nonlinear oscillation system in natural mediums. *International Journal of Communications, Network and System Sciences*, 2013, vol. 6, no. 3, pp. 134–138. doi: 10.4236/ijcns.2013.63016.
14. Rand R.H., Sah S.M., Suchrsky M.K. Fractional Mathieu's equation. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2010, vol. 15, pp. 3254–3262.
15. Parovik R.I. Digrammy Stretta-Ainsa dlya obobshchennogo uravneniya Mat'e [Charts Strutt-Ince for generalized Mathieu equation]. *Vestnik KRAUNTs. Fiziko-matematicheskie nauki – Bulletin KRASEC. Physical & Mathematical Sciences*, 2012, vol. 4, no. 1, pp. 24–30. doi: 10.18454/2079-6641-2012-4-1-24-30.