



Обработка металлов (технология • оборудование • инструменты)

Сайт журнала: http://journals.nstu.ru/obrabotka_metallov



Кинетические уравнения ползучести и повреждаемости для описания материалов с немонотонной зависимостью деформации при разрушении от напряжения

Инна Банищикова *

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, пр. Лаврентьева, 15, г. Новосибирск, 630090, Россия

<https://orcid.org/0000-0002-4045-7975>, binna@ngs.ru

ИНФОРМАЦИЯ О СТАТЬЕ

УДК 539.376

История статьи:

Поступила: 16 июня 2021
Рецензирование: 05 июля 2021
Принята к печати: 30 июля 2021
Доступно онлайн: 15 сентября 2021

Ключевые слова:

Ползучесть
Кинетические уравнения
Немонотонная зависимость
Деформация при разрушении
Нормализованная кривая накопления повреждений
Растяжение стержня
Рациональные режимы деформирования

Благодарности:

Исследования частично выполнены на оборудовании ЦКП «Структура, механические и физические свойства материалов».

АННОТАЦИЯ

Обоснование. Снижение уровня накопления повреждений в процессе обработки материалов давлением в условиях повышенных температур в режимах ползучести и близких к сверхпластичности при изготовлении деталей может давать существенное увеличение их эксплуатационного ресурса в холодном состоянии. Нахождение температурно-силовых режимов, ведущих к уменьшению поврежденности материала в процессе производства и эксплуатации, – важная задача. **Цель работы.** Показать возможность использования модели ползучести и повреждаемости Соснина – Горева для сплавов с немонотонной зависимостью предельной деформации на диаграммах с кривыми ползучести. На примере сплава с такой зависимостью провести сравнительный анализ накопления повреждений двух способов деформирования в условиях одноосного растяжения: когда в сечении напряжение постоянно и когда постоянна скорость деформации. **Методы исследования.** Используется скалярный параметр поврежденности, который приравнен к нормированной деформации, т. е. к отношению текущей деформации к деформации при разрушении. Для нахождения коэффициентов определяющих соотношений проверяется подобие кривых ползучести в нормированных величинах «приведенная деформация – приведенное время», т. е. наличие единой нормализованной кривой накопления повреждений. Аппроксимация экспериментальных данных выполняется на основе метода наименьших квадратов. Для сравнительного анализа режимов деформирования используются методы численного интегрирования. **Результаты и обсуждение.** Определение параметров уравнений ползучести и повреждаемости по методике «единой кривой» продемонстрировано на примере экспериментальных данных для стали 12X18H10T (steel 12Cr18Ni10Ti) при 850 °C, имеющей минимум предельной деформации на диаграммах с кривыми ползучести. Анализ статического и кинематического режимов деформирования для исследуемого материала показал, что накопление повреждений в обоих случаях практически одно и то же для напряжений, близких к напряжению, при котором этот минимум достигается. Если напряжения ниже этого диапазона, то меньший уровень накопления повреждений будет при кинематическом режиме деформирования; при напряжениях выше значений этого диапазона к меньшему уровню накопления повреждений будет приводить статический режим. **Область применения.** Полученные результаты могут быть полезны при выборе рациональных режимов формования элементов конструкций из сплавов с немонотонной зависимостью предельной деформации от напряжения, а также при их оценке на длительную прочность в процессе эксплуатации.

Для цитирования: Банищикова И.А. Кинетические уравнения ползучести и повреждаемости для описания материалов с немонотонной зависимостью деформации при разрушении от напряжения // Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты). – 2021. – Т. 23, № 3. – С. 139–154. – DOI: 10.17212/1994-6309-2021-23.3-139-154.

Введение

Для уменьшения повреждений материалов в процессе их обработки давлением режимы высокотемпературной ползучести и близкие к сверхпластичности давно нашли свое применение.

*Адрес для переписки

Банищикова Инна Анатольевна, д. ф.-м. н., с.н.с.
Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН,
пр. Лаврентьева, 15,
630090, г. Новосибирск, Россия
Тел.: 8 (383) 333-27-50, e-mail: binna@ngs.ru

Выбор рациональных с точки зрения накопления повреждений термостатических режимов нагружения при изготовлении элементов конструкций ведет к увеличению эксплуатационного ресурса конечного изделия в холодном состоянии. Выявление таких режимов формования при производстве металлических конструкций – важная задача. Другим не менее актуальным направлением исследований является оценка остаточного ресурса в процессе эксплуатации.

Детальные обзоры моделей ползучести, учитывающие накопление повреждений в материале, проводятся в работах [1–4]. Модели накопления повреждений подразделяют на феноменологические и физически обоснованные. Основоположителем феноменологического подхода является Л.М. Качанов [5], который ввел понятия «сплошности» или «трещиноватости», описав состояние материала одним структурным параметром $\psi(t)$ ($0 \leq \psi \leq 1$, t – время), при этом механизмы повреждений и физическая природа параметра поврежденности не исследуются. Позднее Ю.Н. Работнов ввел «совершенно условно» параметр q ($0 \leq q \leq 1$), приняв, что при $q = 0$ материал считается не поврежденным, а при $q = 1$ начинается образование микроскопических трещин, что фактически означает его разрушение [6]. Еще позднее Ю.Н. Работнов обобщает модель, вводит несколько таких параметров повреждения, не наделяя их конкретным физическим смыслом. Такие параметры могут описывать различные аспекты накопления повреждений, например учитывать агрессивность среды [2].

В моделях, обоснованных физически в процессе накопления повреждений учитывается микроструктура материала, плотность пор или дислокаций [7–9].

Так как большинство материалов обладают анизотропными свойствами, то повреждаемость, как правило, имеет тензорный или векторный вид [2, 4, 10]. Однако до сих пор ввод в модели векторов и тензоров повреждаемости носит ограниченный характер, поскольку расчеты при этом существенно усложняются. Различные модели ползучести со скалярным параметром поврежденности активно применяются по сей день, а ввод соответствующего эквивалентного напряжения в уравнения в ряде случаев позволяет учесть и наличие свойств анизотропии. Согласно модели Работнова Ю.Н. определяющие соотношения для одноосного напряженного состояния имеют вид [11]

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon^c}{dt} &= f_c(\sigma, T, q_1, q_2, \dots, q_n), \\ \frac{dq_i}{dt} &= \varphi_i(\sigma, T, \varepsilon^c, t, q_1, q_2, \dots, q_n), \end{aligned} \quad (1)$$

где ε^c – необратимые деформации ползучести; T – температура; t – время; q_i – структурные параметры. В случае одного параметра поврежденности q система (1) может быть конкретизирована в виде [6]

$$\frac{d\varepsilon^c}{dt} = \frac{B_\varepsilon \sigma^n}{(1-q)^{\kappa_1}}, \quad \frac{dq}{dt} = \frac{B_q \sigma^g}{(1-q)^{\kappa_2}}.$$

Здесь параметры B_ε , B_q , n , g , κ_1 , κ_2 определяются на основе экспериментальных данных и в общем случае зависят от температуры. Необходимо отметить, что из экспериментальных данных невозможно определить параметры уравнений, входящих в систему, независимо друг от друга [6]. Единая методика определения параметров отсутствует, а при их выборе исследователи, как правило, руководствуются стремлением описать экспериментальные данные как можно лучше.

В [12] для описания ползучести и накопления повреждений вводится величина мощности рассеяния $W_A = \dot{\varepsilon}_{ij}^c \sigma_{ij}$, где $\dot{\varepsilon}_{ij}^c$, σ_{ij} – компоненты тензоров деформаций ползучести и напряжений (символом «точка» обозначена производная по времени t), при этом принято, что работа рассеяния в момент разрушения постоянна $A_* = \text{const}$ (энергетический подход в варианте О.В. Соснина). Для описания деформирования в [13] с использованием феноменологического подхода Ю.Н. Работнова обосновано применение энергетического варианта кинетических уравнений, обобщенного на случай, при котором деформация ползучести на момент разрушения $\varepsilon_*^c \neq \text{const}$ ($A_* \neq \text{const}$).

В настоящей работе продемонстрирована возможность описания процессов деформирования по модели Соснина – Горева [13] в случае, если функция $\varepsilon_*^c(\sigma)$ на диаграммах ползучести «деформация – время» при напряжениях $\sigma = \text{const}$ немонотонна. Описана методика определения параметров определяющих уравнений ползучести и повреждаемости.

Выбор режимов деформирования с целью снижения уровня накопления повреждений

для увеличения ресурса изделия в процессе производства и эксплуатации является актуальной задачей. В работах И.Ю. Цвелодуба и К.С. Бормотина в рамках энергетического подхода $A_* = \text{const}$ теоретически и численно обосновывается применение кинематических режимов с постоянной скоростью деформаций ползучести [14–16]. Однако конструкционные сплавы можно описать энергетическим вариантом теории ползучести $A_* = \text{const}$ в достаточно узком диапазоне скоростей и температур.

В [17] с целью оценки остаточного эксплуатационного ресурса было проведено исследование двух режимов деформирования в условиях одноосного растяжения для сплавов (АК4-1, 250 °С; Д16Т, 250 °С; ВТ9, 600 °С; сталь 09Г2С-12, 730 °С; 3В, 20 °С), имеющих монотонную зависимость предельной деформации (деформации при разрушении) от напряжения. Сравнивались режимы деформирования при постоянных напряжениях и при постоянных скоростях деформаций, соответствующих этим напряжениям. Аналитически и численно показано, что если на диаграммах ползучести зависимость $\varepsilon^c(\sigma)$ монотонно убывает с увеличением σ , то накопление повреждений меньше в кинематических режимах $\eta = d\varepsilon^c / dt = B_\varepsilon \sigma^n = \text{const}$. К таким материалам относятся в том числе те сплавы, которые описываются энергетическим вариантом теории ползучести $A_* = \text{const}$ и выполняется условие $g \geq n$. Для сплавов, у которых на диаграммах с кривыми ползучести () зависимость $\varepsilon^c(\sigma)$ монотонно увеличивается, накопление повреждений меньше в режиме $\sigma = \text{const}$.

Цель данной работы – для сплава с монотонной зависимостью предельной деформации с применением кинематических уравнений ползучести и повреждаемости провести сравнительный анализ двух режимов деформирования растягиваемых стержней: статического $\sigma = \text{const}$ и кинематического $\eta = B_\varepsilon \sigma^n = \text{const}$.

Теория и методы

Определяющие соотношения ползучести и повреждаемости

В [13] уравнения (1) определены в виде

$$\frac{dA}{dt} = \frac{f_A(\sigma, T)}{(1-q)^{\kappa_1}}, \quad (2)$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\Phi_c(\sigma, T)}{(1-q)^{\kappa_2}}, \quad (0 \leq q \leq 1).$$

Здесь $A = \int_0^t W_A dt = \int_0^{\varepsilon^c} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^c$. Заменяя q на $(1 - (1 - \omega)^{1/(\kappa_2 - \kappa_1 + 1)})$, соотношения (2) можно привести к следующим [13]:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{f_A(\sigma, T)}{(1-\omega)^m}, \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{\Phi_c(\sigma, T)}{(1-\omega)^m}, \quad (3)$$

исключив тем самым произвол в определении коэффициентов определяющих соотношений. В условиях одноосного состояния для параметра ω ($0 \leq \omega \leq 1$) должно выполняться уравнение единой нормализованной кривой

$$(1 - \omega)^{m+1} = (1 - \tilde{\tau}), \quad (4)$$

где

$$\tilde{\tau} = (\kappa_2 + 1) \int_0^t \Phi_c(\sigma, T) dt,$$

или $\tilde{\tau} = (m+1) \int_0^t \Phi_c(\sigma, T) dt$ – нормированное время.

Интегрируя (4), для ω получаем

$$\omega = 1 - \left(1 - \int_0^t \Phi_c(\sigma, T) dt \right)^{\frac{1}{m+1}}. \quad (5)$$

При $\sigma = \text{const}$ из (5) имеем

$$\omega = 1 - \left[1 - (m+1) \Phi_c(\sigma, T) t \right]^{\frac{1}{m+1}}, \quad (6)$$

$$A = \frac{f_A(\sigma, T)}{\Phi_c(\sigma, T)} \omega,$$

$$\omega = A / A_*, \quad A_* = f_A(\sigma, T) / \Phi_c(\sigma, T), \quad (7)$$

$$\tilde{t} = t / t_*, \quad t_* = \frac{1}{(m+1) \varphi_c(\sigma, T)}, \quad (8)$$

где t_* – время на момент разрушения. Если напряжение $\sigma = \text{const}$, то параметр поврежденности есть $\omega = A / A_* = \varepsilon^c / \varepsilon_*^c$, и проверка уравнений (3) должна выполняться в приведенных величинах $\omega = A / A_* = \varepsilon^c / \varepsilon_*^c$, $\tilde{t} = t / t_*$.

Если материал помимо стадий установившейся ползучести и разупрочнения имеет стадию упрочнения, то (3) можно переписать в виде [13]

$$W_A = \frac{dA}{dt} = \frac{f_A(\sigma, T)}{\omega^\alpha (1 - \omega^{\alpha+1})^m}, \quad (9)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\varphi_c(\sigma, T)}{\omega^\alpha (1 - \omega^{\alpha+1})^m},$$

где α – параметр упрочнения. В этом случае в нормированных величинах $\omega = A / A_* \equiv \varepsilon^c / \varepsilon_*^c$, $\tilde{t} = t / t_*$ для ω также должно выполняться уравнение единой нормализованной кривой в виде

$$(1 - \omega^{(\alpha+1)})^{m+1} = 1 - \tilde{t}. \quad (10)$$

Интегрируя (9) при $\sigma = \text{const}$, вместо (6) получаем

$$\omega = \left(1 - (1 - (m+1)(\alpha+1)\varphi_c(\sigma, T)t)^{\frac{1}{m+1}} \right)^{\frac{1}{1+\alpha}},$$

$$A = \frac{f_A(\sigma, T)}{\varphi_c(\sigma, T)} \omega, \quad \varepsilon^c = \frac{f_A(\sigma, T)}{\sigma \varphi_c(\sigma, T)} \omega, \quad (11)$$

$$\varepsilon_*^c = \frac{f_A(\sigma, T)}{\sigma \varphi_c(\sigma, T)}.$$

Из анализа (11) следует, что в одноосном случае параметр ω характеризует деформируемость материала, т. е. $\omega = \varepsilon^c / \varepsilon_*^c$ – приведенная деформация, причем зависимость ε_*^c от напряжения σ может быть произвольная.

В случае сложного напряженного состояния уравнения (9) можно обобщить [13, 18]:

$$W_A = \frac{dA}{dt} = \frac{f_A(\sigma_e, T)}{\omega^\alpha (1 - \omega^{\alpha+1})^m}, \quad (12)$$

$$A = \int_0^t \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^c dt,$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\varphi_c(\sigma_e^*, T)}{\omega^\alpha (1 - \omega^{\alpha+1})^m}, \quad 0 \leq \omega \leq 1, \quad (13)$$

$$\eta_{ij} = \frac{d\varepsilon_{ij}^c}{dt} = \lambda \frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma_{ij}}, \quad \lambda = \frac{W_A}{\sigma_e}. \quad (14)$$

Здесь σ_e, σ_e^* – эквивалентные напряжения. В качестве σ_e может быть принята, например, интенсивность напряжений по Мизесу $\sigma_e = \sigma_i = (3\bar{\sigma}_{ij}\bar{\sigma}_{ij} / 2)^{1/2}$, $\bar{\sigma}_{ij}$ – компоненты девиатора напряжений. Выбор эквивалентного напряжения σ_e^* (критерия длительной прочности), как уже отмечалось, позволяет учесть анизотропный характер накопления повреждений для различных напряженных состояний. Анализ критериев длительной прочности при ползучести приводится в [19 – 21].

Ввод нормированных величин $\omega = A / A_* = \varepsilon^c / \varepsilon_*^c$, $\tilde{t} = t / t_*$ при анализе экспериментальных кривых ползучести дает возможность определить параметр ω через измеряемые в эксперименте величины $\varepsilon^c, t, \varepsilon_*^c, t_*$, при этом он остается никак не связан с микроструктурой материала (с изменением плотности пор, дислокаций, вакансий). Под разрушением в эксперименте понимается разделение образца на части.

Геометрическое подобие кривых (10) при постоянных напряжениях в приведенных величинах получено для целого ряда сплавов [12, 13, 22–24]. В [25, 26] продемонстрирована возможность применения уравнений (12) – (14) для описания материалов с монотонной зависимостью $\varepsilon_*^c(\sigma)$ на диаграммах ползучести $\varepsilon^c(t)$. В [25] это показано на примере кручения стержней из сплава без первой стадии ползучести ($\alpha = 0$) АК4-1 (Al-Cu-Mg-Fe-Ni) при $T = 250$ °С, при этом величина предельной интенсивности деформаций $\varepsilon_{i*}^c(\sigma_i)$ монотонно возрастает.

В [26] рассмотрен титановый сплав 3В (Ti–Al–V) при $T = 20^\circ\text{C}$, обладающий всеми тремя ярко выраженными стадиями ползучести. Для его описания используются уравнения (12)–(14) в варианте $A_* = \text{const}$, при этом интенсивность предельных деформаций, наоборот, монотонно падает с увеличением σ_i . Для обоих сплавов данные экспериментов плотно располагаются вблизи «единой кривой». Возможность такой группировки в нормированную кривую данных испытаний с немонотонной зависимостью $\varepsilon_{i*}^c(\sigma_i)$ обсуждается в [22, 23], однако методика получения параметров уравнений (12)–(14) не приводится.

Методика определения параметров кинетических уравнений

Методы нахождения коэффициентов кинетических уравнений (12)–(14) рассматриваются в работах [12, 24, 27]. Исследуемые сплавы имеют, как правило, монотонную зависимость $\varepsilon^c(\sigma)$ на экспериментальных диаграммах. Если зависимость не монотонна, то в этих работах она обычно осредняется и принимается монотонной.

Показатель m служит для описания разупрочнения и находится по третьему участку единой нормализованной кривой ползучести: при наличии у материала стадии упрочнения после точки перегиба, расположенной на установившемся участке; если первая стадия отсутствует, то только по последнему участку. Если $\alpha = 0$, то после логарифмирования (4) имеем

$$(m + 1) \ln(1 - \omega) = \ln(1 - \tilde{\tau}).$$

Это соотношение является уравнением прямой в логарифмических координатах $\ln(1 - \omega) - \ln(1 - \tilde{\tau})$. По ее наклону определяется показатель m . Здесь $\omega = \varepsilon_k^c / \varepsilon_{k*}^c$; $\tilde{\tau} = t_k / t_{k*}$; индекс k означает номер кривой ползучести $\sigma = \sigma_k = \text{const}$; ε_k^c , t_k – деформация ползучести и время в точке перехода в третью стадию; ε_{k*}^c , t_{k*} – предельная деформация и время разрушения образца. Параметр m находится путем осреднения его величин, полученных при различных значениях $\sigma = \sigma_k$. Если $\alpha = 0$, то коэф-

фициент m в (4) может быть найден методом наименьших квадратов по экспериментальным точкам в нормированных координатах.

В [27] получение показателя α продемонстрировано на основе экспериментальных данных на растяжение и сжатие с использованием зависимости типа деформационного упрочнения ($\dot{\varepsilon}^c = \varepsilon^{-\alpha} f_c(\sigma, T)$). При нахождении α в (9) при-

нимается $\frac{d\omega}{dt} = \varphi_c(\sigma, T) / \omega^\alpha$. Интегрируя это уравнение от $\omega = 0$ до текущих значений ω и t , после последующего логарифмирования приходим к уравнению прямой

$$(\alpha + 1) \ln(\omega) = \ln[(\alpha + 1)\varphi_c(\sigma, T)] + \ln(1 - \tilde{\tau}).$$

Показатель α определяется по наклону этой прямой аналогично показателю m , после обработки и усреднения экспериментальных данных первых участков исходных кривых при $\sigma = \sigma_k = \text{const}$ или по данным нормированной кривой $\omega(\tilde{\tau})$ до точки перехода на установившуюся стадию – методом наименьших квадратов.

В качестве функций $f_c(\sigma, T)$ и $\varphi_c(\sigma, T)$ могут быть выбраны зависимости степенного или экспоненциального вида [2; 13]: $B\sigma^n$; $B_1 \exp(\beta\sigma)$; $B_3(\exp(\beta\sigma^2) - 1)$ и т. д. Если $f_c(\sigma, T) = B_\varepsilon \sigma^n$, то B_ε , n находятся по экспериментальным данным на установившейся стадии кривой $\varepsilon^c(t)$ при $\sigma = \text{const}$ (в этом случае в (12)–(14) $f_A(\sigma, T) = B_A \sigma^{n+1}$, $B_A = B_\varepsilon$). После логарифмирования соотношения $\dot{\varepsilon}^c = B_A \sigma^n$ получаем $\ln(\dot{\varepsilon}^c) = \ln(B_A) + n \ln \sigma$. Осредняя n , полученное при различных $\sigma = \sigma_k = \text{const}$, вычисляем значение коэффициентов n и B_A . Если $\varphi_c(\sigma, T) = B_\omega \sigma^g$, то из (11) следует: $t_* = 1 / ((m + 1)(\alpha + 1)B_\omega \sigma^g)$. Логарифмируя последнее выражение, получаем уравнение прямой $\ln(t_*) = -\ln((m + 1)(\alpha + 1)B_\omega) - g \ln(\sigma)$ для нахождения коэффициентов g , B_ω .

Функции $f_c(\sigma, T)$ и $\varphi_c(\sigma, T)$, взятые в степенном виде, позволяют описывать деформиро-

вание материалов с монотонной зависимостью предельной работы рассеяния A_* (деформации ε^c) от напряжения. Это показано в [25, 26] на примере сплавов АК4-1 при $T = 250^\circ\text{C}$ и 3В при $T = 20^\circ\text{C}$, которые удалось удовлетворительно описать степенными функциями в рамках подхода единой нормализованной кривой повреждаемости.

Анализ результатов испытаний на ползучесть показывает, что функция $\varepsilon^c(\sigma)$ для некоторых сплавов может быть немонотонна, а именно в некотором диапазоне напряжений иметь минимум (X18H10T, 850°C ; 15X1M1Ф, 565°C) или максимум (ОТ-4, 500°C ; В95очТ1, 165°C ; 1561, 165°C ; алюминиевый сплав 01570, 500°C) [22, 23, 28–31]. Энергетический вариант кинетических уравнений ползучести и повреждаемости в первоначальном варианте $A_* = \text{const}$ оказывается применим только в узком диапазоне температур и напряжений. Немонотонный вид функции $\varepsilon^c(\sigma)$ также усложняет описание процессов деформирования по моделям, учитывающих микроструктуру. Возможность математического описания таких материалов с использованием феноменологического подхода обсуждается в [2, 22, 28, 30].

Рассмотрим методику нахождения коэффициентов кинетических уравнений ползучести со скалярным параметром поврежденности для материалов с немонотонной функцией $\varepsilon^c(\sigma)$. В [28] была исследована сталь марки X18H10T (12X18H10T / steel 12Cr18Ni10Ti) при $T = 850^\circ\text{C}$. Испытания на одноосное растяжение были проведены на оборудовании Института механики МГУ. Описание типовой установки ИМех-5, используемой для проведения экспериментов на растяжение и кручение при ползучести, приведено в монографии А.М. Локощенко [32]. Эксперименты были проведены на трубчатых образцах внешним диаметром 12 мм, толщиной стенки 0,5 мм и рабочей длиной 70...100 мм при постоянной температуре 850°C . В испытаниях к образцу прикладывалась постоянная действующая нагрузка. Изменение поперечного сечения в процессе ползучести полагалось незначительным и поэтому считалось, что

при постоянной нагрузке напряжение в сечении вплоть до разрушения постоянно. Исходные кривые при $\sigma = 39,2; 49; 58,8; 78,4$ МПа опубликованы в работе [33]. Для каждого напряжения было выполнено от 2 до 8 испытаний. Осредненные результаты [28] показали, что при напряжении $\sigma \approx 60$ МПа зависимость $\varepsilon^c(\sigma)$ имеет минимум на диаграммах с кривыми ползучести $\varepsilon^c(t)$.

Для определения коэффициентов в уравнениях (12)–(14) аналогично [28] будем использовать функции $f_A(\sigma) = B_A \sigma \cdot \text{sh}(\sigma / c)$ и $\varphi_c(\sigma) = B_\omega \sigma^g$. Отметим, что авторы [28] для аппроксимации экспериментальных данных использовали зависимость типа (2) с разными показателями степени в знаменателях. Считаем, что упрочнение отсутствует, т. е. $\alpha = 0$. Из (11) следует, что деформация при разрушении есть

$$\varepsilon_*^c(\sigma) = \frac{B_A}{B_\omega} \frac{\text{sh}(\sigma / c)}{\sigma^g}. \quad (15)$$

Дважды дифференцируя $\varepsilon_*^c(\sigma)$, получаем

$$\frac{d^2 \varepsilon_*^c}{d\sigma^2} = \frac{B_A}{B_\omega \sigma^{g+1}} \times \left[\left(\frac{\sigma}{c^2} + \frac{g(g+1)}{\sigma} \right) \text{sh} \left(\frac{\sigma}{c} \right) - \frac{2g}{c} \text{ch} \left(\frac{\sigma}{c} \right) \right]. \quad (16)$$

Преобразуем выражение в квадратных скобках правой части (16). Для этого разложим гиперболические синус и косинус в ряд Тейлора и сгруппируем коэффициенты при одинаковых степенях, опуская множитель перед скобкой:

$$\begin{aligned} & 1 : g(g-1) / c; \\ & \sigma^2 : \frac{1}{c^3} \left(1 + \frac{g(g+1)}{3!} - \frac{2g}{2!} \right) \\ & \sigma^4 : \frac{1}{c^5} \left(\frac{1}{3!} + \frac{g(g+1)}{5!} - \frac{2g}{4!} \right) \\ & \dots\dots\dots \\ & \sigma^{2k} : \frac{1}{c^{2k+1}} \left(\frac{1}{(2k-1)!} + \frac{g(g+1)}{(2k+1)!} - \frac{2g}{(2k)!} \right) \\ & (k \in \mathbb{N}). \end{aligned}$$

Полученные коэффициенты при σ^{2k} можно обобщить в виде

$$a_{2k} = \frac{1}{c^{2k+1}(2k+1)!} \times \\ \times \left[(g-2k)^2 - g + 2k \right], \quad (17) \\ k = 0, 1, \dots, N.$$

Как правило, коэффициент $g > 2$. Коэффициенты a_{2k} всегда больше нуля, за исключением случая, когда параметр g оказывается в интервале $2k < g < 2k+1$. Другими словами, все a_{2k} положительны, за исключением одного. Однако вклад этого отрицательного слагаемого в общую сумму в необходимом диапазоне напряжений и значений параметра c мал по сравнению с остальными слагаемыми и можно считать, что $\frac{d^2 \varepsilon_*^c}{d\sigma^2} \geq 0$. Отметим, что если g оказывается в интервале $2k-1 < g < 2k$, то выражение в квадратных скобках (17) всегда больше нуля, и все слагаемые ряда положительны. Из условия $\frac{d\varepsilon_*^c}{d\sigma} = 0$ приходим к уравнению $\sigma \cdot \text{cth}(\sigma/c) = gc$, решая которое, находим минимум.

Логарифмируя выражение для скорости деформаций ползучести на установившейся стадии $\eta = B_A \text{sh}(\sigma/c)$, получаем уравнение прямой для нахождения параметров B_A и c : $\ln(\eta) \approx \sigma/c + \ln(B_A/2)$.

Из (8) (или (11) при $\alpha = 0$) следует:

$$t_* = 1 / ((m+1)B_\omega \sigma^g). \quad (18)$$

После логарифмирования (18) уравнение прямой для нахождения g , B_ω перепишется в виде $\ln(t_*) = -\ln((m+1)B_\omega) - g \ln(\sigma)$.

Режимы деформирования при растяжении стержней

Рассмотрим процесс накопления повреждений для двух режимов деформирования при растяжении стержней из сплава с немонотонной зависимостью $\varepsilon_*^c(\sigma)$ на примере стали марки

12X18H10T. Упругими деформациями пренебрегаем. С учетом того что в (12) – (14) $f_A(\sigma) = B_A \sigma \cdot \text{sh}(\sigma/c)$ и $\varphi_c(\sigma) = B_\omega \sigma^g$, выражение для скорости деформаций ползучести запишется в виде

$$\frac{d\varepsilon^c}{dt} = \frac{B_A \text{sh}(\sigma/c)}{\omega^\alpha (1-\omega^{\alpha+1})^m}. \quad (19)$$

В случае режима 1 ($\sigma_i = \sigma_0 = \text{const}$) из (11) следует, что

$$\omega = \left(1 - \left(1 - (m+1)(\alpha+1) B_\omega \sigma_0^g t \right)^{1/(m+1)} \right)^{1/(1+\alpha)}$$

и

$$\varepsilon^c(t) = \frac{B_A}{B_\omega} \frac{\text{sh}(\sigma_0/c)}{\sigma_0^g} \omega(t). \quad (20)$$

В случае режима 2 ($\eta_0 = B_A \text{sh}(\sigma_0/c) = \text{const}$), из (12), (14) следует, что

$$\text{sh}(\sigma/c) = (1-\omega^{\alpha+1})^m \omega^\alpha \eta_0 / B_A,$$

откуда

$$\sigma = c \ln \left(F_n + \sqrt{F_n^2 + 1} \right), \quad (21)$$

где

$$F_n(\omega) = (1-\omega^{\alpha+1})^m \omega^\alpha \eta_0 / B_A = \\ = (1-\omega^{\alpha+1})^m \omega^\alpha \text{sh}(\sigma_0/c).$$

Подставляя выражение для σ в (13), получаем уравнение для нахождения ω :

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{B_\omega}{\omega^\alpha (1-\omega^{\alpha+1})^m} \times \\ \times \left(c \ln \left(F_n(\omega) + \sqrt{(F_n(\omega))^2 + 1} \right) \right)^g. \quad (22)$$

Для численного решения (21), (22) можно воспользоваться, например, методом Рунге–Кутты.

Число режимов деформирования может быть рассмотрено значительно больше. В [34] применительно к задачам формообразования полусферической оболочки из плоской заготовки исследуются режимы деформирования под действием

постоянного давления, линейно возрастающего давления или когда задан закон изменения прогиба во времени.

Результаты и обсуждение

Определение параметров стали марки 12X18H10T

Данные экспериментов для стали марки 12X18H10T показывают, что предельная деформация ε^c в диапазоне напряжений от 40 до 80 МПа сначала монотонно убывает с увеличением напряжения, а при $\sigma_0 \approx 60$ МПа начинает монотонно возрастать. На рис. 1, а точками 1–4 изображены экспериментальные зависимости $\varepsilon^c(t)$, соответствующие $\sigma = 39,2; 49; 58,8; 78,4$ МПа. На рис. 1, б эти данные перестроены в координатах

тах « $\ln(\eta) - \sigma$ » для нахождения констант второй стадии ползучести. Видно, что экспериментальные точки располагаются вблизи прямой линии $\ln(\eta) = a\sigma + b$. Коэффициенты a и b были найдены с использованием метода наименьших квадратов. Затем были определены $c = 1/a$ и $B_A = 2 \exp(b)$. В итоге получены значения $B_A = 2,183 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$ и $c = 18,6$ МПа; штриховые линии на рис. 1, а – это аппроксимация по зависимости $\eta = B_A \text{sh}(\sigma/c)$ с найденными значениями B_A и c . Коэффициент корреляции Пирсона (линейный коэффициент парной корреляции) составил $k_p = 0,987$.

На рис. 2, а экспериментальные данные перестроены в нормированных координатах « $\omega - \tilde{\tau}$ » ($\tilde{\tau} = t/t_*$, $\omega = \varepsilon/\varepsilon^c$, $0 \leq \tilde{\tau} \leq 1$). Сплошная

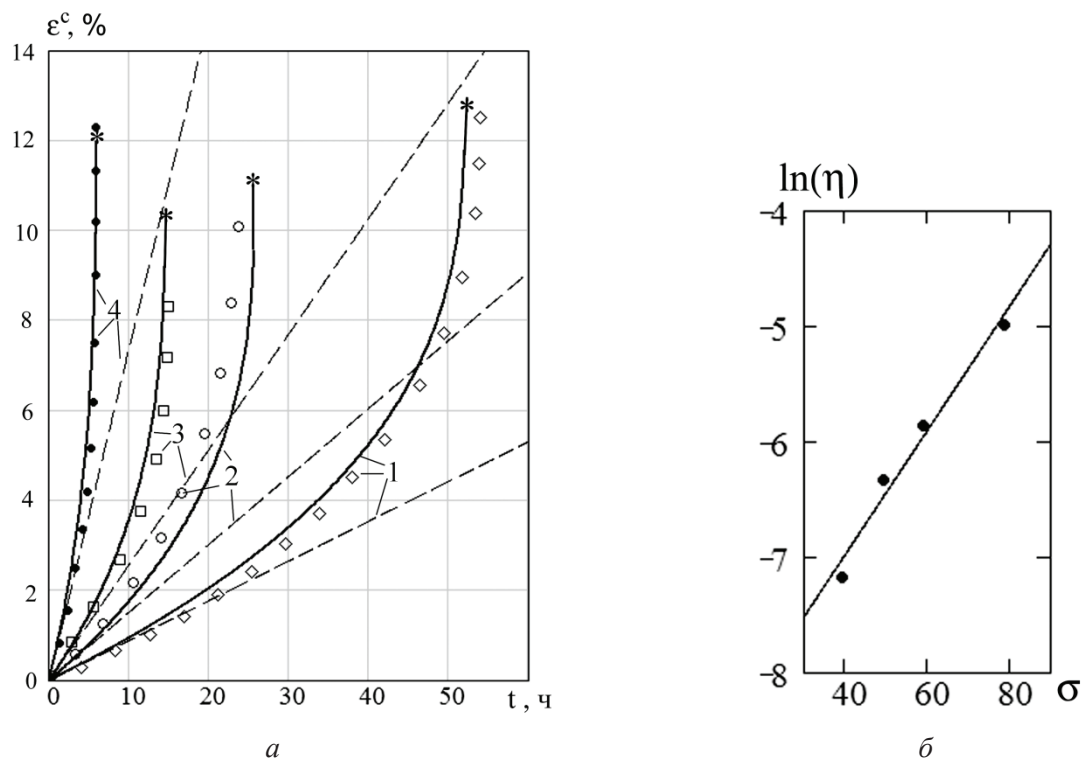


Рис. 1. Сталь 12X18H10T (steel 12Cr18Ni10Ti) при 850 °C: данные испытаний (точки) и аппроксимация (линии) 1–4, соответствующие $\sigma = 39,2; 49; 58,8; 78,4$ МПа; штриховые линии – аппроксимация установившейся стадии ползучести; сплошные линии – аппроксимация, учитывающая повреждаемость (а); данные эксперимента (точки) и аппроксимация (линия) в координатах « $\ln(\eta) - \sigma$ », соответствующие стадии установившейся ползучести (б)

Fig. 1. Experimental data (points) and approximation dependences (lines) 1–4 for steel 12Kh18N10T (steel 12Cr18Ni10Ti) at temperature $T = 850$ °C and $\sigma = 39,2; 49; 58,8; 78,4$ МПа. Dashed lines – approximation at steady-state creep; solid lines – approximation with considering the damage (a); experimental data (points) and approximation (line) in the coordinates « $\ln(\eta) - \sigma$ » corresponding to the steady-state creep (b)

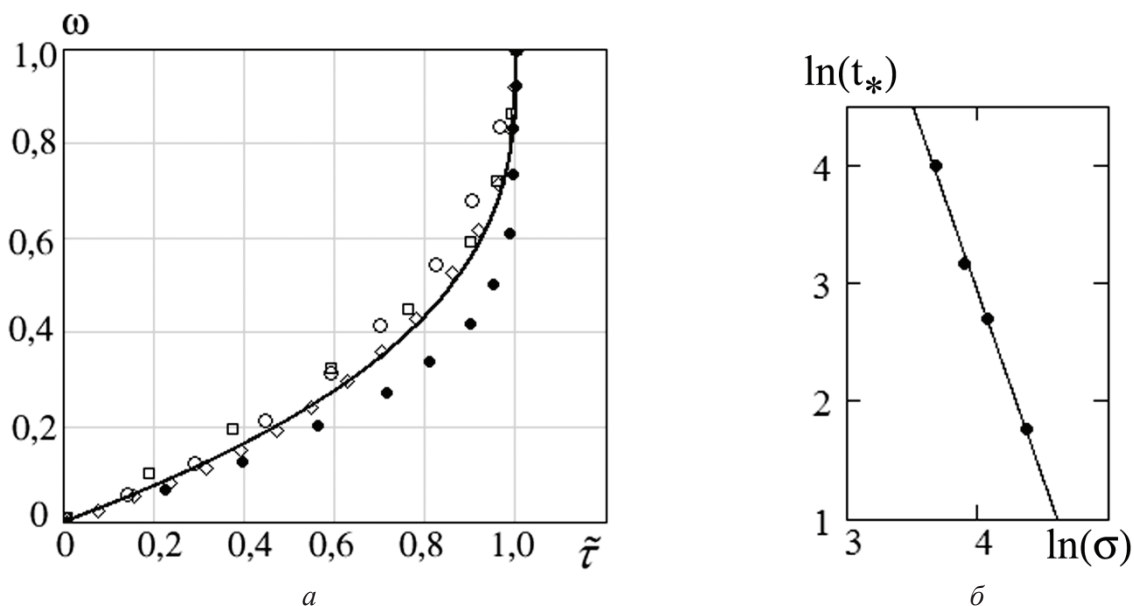


Рис. 2. Сталь марки 12X18H10T (steel 12Cr18Ni10Ti): данные экспериментов (точки) и их аппроксимация «единой кривой» (а); экспериментальные данные (точки) и аппроксимация (линия) в логарифмических координатах $\ln(t_*) - \ln(\sigma)$ (б)

Fig. 2. Normalized accumulation damage curve for steel 12Kh18N10T (steel 12Cr18Ni10Ti): experimental data (points) and its approximation (line) (a); experimental data (points) and approximation (line) in logarithmic coordinates $\ln(t_*) - \ln(\sigma)$ (b)

линия – это аппроксимация этих данных «единой кривой» (4) с использованием метода наименьших квадратов. Получено $m = 1,8$ с индексом корреляции нелинейной регрессии $k_r = 0,979$.

Прямая линия на рис. 2, б – аппроксимация экспериментальных данных стали 12X18H10T, полученная методом наименьших квадратов в координатах $\ln(t_*) - \ln(\sigma)$. Из (18) определены коэффициенты $g = 3,165$ и $B_\omega = 6,231 \cdot 10^{-8} \text{ МПа}^{-g} \cdot \text{ч}^{-1}$. Коэффициент корреляции Пирсона составил $k_p = 0,998$. Таким образом, все параметры для уравнений (12)–(14) найдены.

Сплошные линии 1–4, рис. 1, а, – аппроксимация экспериментов по уравнениям (12)–(14), где $f_c(\sigma) = B_A \sigma \cdot \text{sh}(\sigma / c)$ и $\varphi_c(\sigma) = B_\omega \sigma^g$ с учетом найденных коэффициентов. При $\sigma = 39,2$; 49; 58,8; 78,4 МПа расчетные значения предельной деформации согласно (15) составили $\varepsilon_*^c = 12,9$; 10,9; 10,4; 12,0 %.

Сравнительный анализ режимов деформирования

Рассмотрим одноосное растяжение стержня из стали 12X18H10T до заданного значения деформации ε_0^c для двух режимов деформирования.

Для режима 1 из (20) имеем

$$\omega(\sigma_0) = \omega_\sigma(\varepsilon_0^c, \sigma_0) = \frac{B_\omega}{B_A} \frac{\sigma_0^g}{\text{sh}(\sigma_0 / c)} \varepsilon_0^c. \quad (23)$$

Для режима 2, учитывая, что время $t = \frac{\varepsilon_0^c}{\eta_0} = \frac{\varepsilon_0^c}{B_A \text{sh}(\sigma_0 / c)}$, и решая (21), (22), находим численно

$$\omega(\sigma_0) = \omega_\eta(\varepsilon_0^c, \sigma_0). \quad (24)$$

Напряжениям $\sigma_0 = 39,2$; 49; 58,8; 78,4 МПа соответствует скорость ползучести на установившейся стадии $\eta_0 = 8,85 \cdot 10^{-4}$; $1,51 \cdot 10^{-3}$; $2,57 \cdot 10^{-3}$; $7,39 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1}$. Линии 1–4, рис. 3, а,

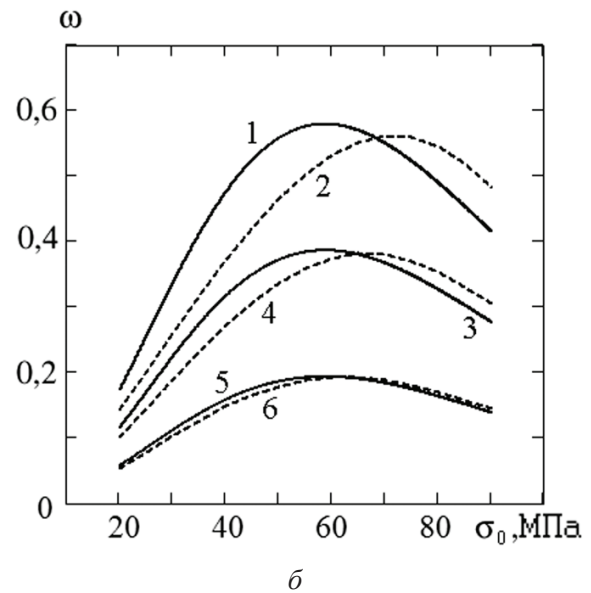
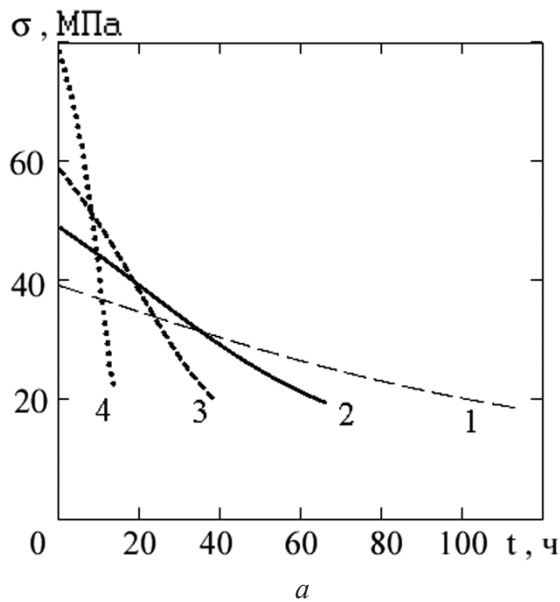


Рис. 3. Сталь 12X18H10T (steel 12Cr18Ni10Ti), 850 °C. Линии 1–4 – зависимости $\sigma(t)$ для кинематического режима деформирования $\eta_0 = B_A \text{sh}(\sigma_0 / c) = \text{const}$ при $\sigma_0 = 39.2; 49; 58.8; 78.4$ МПа (а); параметр повреждения $\omega(\sigma_0)$:

сплошные линии 1, 3 – режим деформирования при постоянном напряжении; штриховые линии 2, 4 – режим деформирования при постоянной скорости деформаций; линии 1, 2 – $\varepsilon_0 = 6\%$, линии 3, 4 – $\varepsilon_0 = 4\%$, линии 5, 6 – $\varepsilon_0 = 2\%$ (б)

Fig. 3. Steel 12Kh18N10T (steel 12Cr18Ni10Ti), 850 °C. Lines 1–4 dependences $\sigma(t)$ for the kinematic mode $\eta_0 = B_A \text{sh}(\sigma_0 / c) = \text{const}$ for $\sigma_0 = 39.2; 49; 58.8; 78.4$ MPa (a); dependences $\omega(\sigma_0)$: solid lines 1, 3 – static deformation mode; dashed lines 2, 4 – kinematic deformation mode; lines 1, 2 correspond $\varepsilon_0 = 6\%$, lines 3, 4 – $\varepsilon_0 = 4\%$, lines 5, 6 – $\varepsilon_0 = 2\%$ (b)

зависимости $\sigma(t)$, полученные из решения системы (21), (22) для этих четырех кинематических режимов деформирования $\eta_0 = \text{const}$.

На рис. 1, а можно видеть, что стадия установившейся ползучести очень короткая, как следствие, у кривых, изображенных на рис. 3, а, отсутствует горизонтальный участок и сразу начинается ниспадение. До разрушения в режиме 2 фактически не удастся выполнить вычисления, что можно объяснить тем, что при малых значениях напряжений деформация разрушения начинает сильно возрастать. Так, например, согласно (15) при $\sigma_0 = 20$ МПа деформация $\varepsilon^c(\sigma_0) = 35\%$, а при $\sigma_0 = 15$ МПа предельная деформация составляет уже 60% . При таких низких значениях напряжений начинает наблюдаться выход на режим, близкий к релаксационному (рис. 3, а). Однако экспериментальные данные при таких напряжениях отсутствуют, поэтому можно считать, что модель адекватно описывает деформирование

в диапазоне напряжений $40 \text{ МПа} \leq \sigma \leq 80 \text{ МПа}$. Для более точного описания деформирования в более широком диапазоне напряжений возможно необходимо введение второго скалярного параметра или дополнительных коэффициентов.

Сплошные линии 1, 3, 5, указанные на рис. 3, б, – численный расчет $\omega(\sigma_0)$ по формуле (23); штриховые линии 2, 4, 6 – расчет $\omega(\sigma_0)$ по формуле (24); для линий 1, 2 деформация $\varepsilon_0^c = 6\%$, для линий 3, 4 – $\varepsilon_0^c = 4\%$, для линий 5, 6 – $\varepsilon_0^c = 2\%$. Из анализа графиков можно видеть, что при $\sigma_0 \approx 65$ МПа для обоих режимов накопление повреждений практически одно и то же; при $\sigma_0 < 65$ МПа предпочтительнее режим 2, так как $\omega_\eta < \omega_\sigma$, а при $\sigma_0 > 65$ МПа лучшим оказывается режим 1 и $\omega_\sigma < \omega_\eta$.

Можно предположить, что для сплавов, имеющих максимум функции $\varepsilon^c(\sigma)$ на диаграммах с

кривыми ползучести $\varepsilon^c(t)$ [23; 29–31], режимы деформирования со скоростями, соответствующими напряжениям из интервала, при котором достигается этот максимум, дадут, наоборот, наименьшее накопление повреждений, при этом деформации будут максимальны. Фактически такие режимы можно отнести к режимам, близким к сверхпластичности.

Выводы

1. Показана возможность использования уравнений ползучести со скалярным параметром поврежденности в варианте Соснина – Горева для сплавов с немонотонной зависимостью деформации разрушения от напряжения на диаграммах с кривыми ползучести. Параметр поврежденности приравнен к нормированной деформации, а именно к отношению текущей деформации к деформации разрушения.

2. Для определения коэффициентов кинетических уравнений ползучести необходимо проверить геометрическое подобие экспериментальных кривых ползучести в нормированных величинах «приведенная деформация – приведенное время», т.е. наличие единой нормализованной кривой накопления повреждений. Определение коэффициентов по методике «единой кривой» продемонстрировано на примере экспериментальных данных для стали 12X18H10T (steel 12Cr18Ni10Ti) при 850 °C, имеющей минимум деформации разрушения на диаграммах с кривыми ползучести при постоянном напряжении.

3. Для стали марки 12X18H10T (steel 12Cr18Ni10Ti), имеющей минимум деформации разрушения на диаграммах ползучести, проведен расчет параметра поврежденности для двух способов одноосного деформирования: когда напряжение в сечении постоянно и когда постоянна скорость деформации, соответствующая этим напряжениям на установившейся стадии ползучести.

Анализ режимов деформирования для исследуемого материала показал, что накопление повреждений в обоих случаях практически одно и то же для напряжений, при которых этот минимум достигается. Если напряжения меньше значения минимума, то накопление поврежде-

ний меньше в кинематическом режиме деформирования; при напряжениях больше значения минимума, накопление повреждений меньше в статическом режиме. Полученные выводы о преимуществах способов деформирования нужно учитывать при выборе режимов формования конструкций из сплавов с немонотонной зависимостью предельной деформации от напряжения, а также при их оценке на длительную прочность в процессе эксплуатации.

Список литературы

1. Волегов П.С., Грибов Д.С., Трусков П.В. Поврежденность и разрушение: классические континуальные теории // Физическая мезомеханика. – 2015. – Т. 18, № 4. – С. 68–87.
2. Локощенко А.М. Ползучесть и длительная прочность металлов. – М.: Физматлит, 2016. – 504 с. – ISBN 978-5-9221-1645-9.
3. Meng Q., Wang Z. Creep damage models and their applications for crack growth analysis in pipes: a review // Engineering Fracture Mechanics. – 2019. – Vol. 205. – P. 547–576. – DOI: 10.1016/j.engfracmech.2015.09.055.
4. Skrzypek J.J., Ganczarski A.W. Modeling of material damage and failure of structures: theory and applications. – Berlin: Springer, 1999. – 326 p. – ISBN 3-540-63725-7.
5. Качанов Л.М. Время разрушения в условиях ползучести // Проблемы механики сплошной среды. – М.: АН СССР, 1961. – С. 186–201.
6. Работнов Ю.Н. О механизме длительного разрушения // Вопросы прочности материалов и конструкций. – М.: Изд-во АН СССР, 1959. – С. 5–7.
7. Kowalewski Z.L., Hayhurst D.R., Dyson B.F. Mechanisms-based creep constitutive equations for an aluminium alloy // Journal of Strain Analysis for Engineering Design. – 1994. – Vol. 29, N 4. – P. 309–316. – DOI: 10.1243/03093247V294309.
8. Othman A.M., Hayhurst D.R., Dyson B.F. Skelletal point stresses in circumferentially notched tension bars undergoing tertiary creep modelled with physically based constitutive equations // Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. – 1993. – Vol. 441, N 1912. – P. 343–358. – URL: <https://www.jstor.org/stable/52272> (accessed: 15.08.2021).
9. Naumenko K., Kostenko Y. Structural analysis of a power plant component using a stress-range-dependent creep-damage constitutive model // Materials Science and Engineering: A. – 2009. – Vol. 510–511. – P. 169–174. – DOI: 10.1016/j.msea.2008.04.096.

10. An anisotropic tertiary creep damage constitutive model for anisotropic materials / C.M. Stewart, A.P. Gordon, Y.W. Ma, R.W. Neu // International Journal of Pressure Vessels and Piping. – 2011. – Vol. 88. – P. 356–364. – DOI: 10.1016/j.ijpvp.2011.06.010.
11. *Работнов Ю.Н.* Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 752 с.
12. *Соснин О.В., Горев Б.В., Никитенко А.Ф.* Энергетический вариант теории ползучести. – Новосибирск: Ин-т гидродинамики им. М.А. Лаврентьева, 1986. – 96 с.
13. *Горев Б.В., Клопотов И.Д.* К описанию процесса ползучести и длительной прочности по уравнениям с одним скалярным параметром повреждаемости // Прикладная механика и техническая физика. – 1994. – Т. 35, № 5. – С. 92–102.
14. *Бормотин К.С., Олейников А.И.* Вариационные принципы и оптимальные решения обратных задач изгиба пластин при ползучести // Прикладная механика и техническая физика. – 2012. – Т. 53, № 5 (315). – С. 136–146.
15. *Бормотин К.С., Вин А.* Метод динамического программирования в задачах оптимального деформирования панели в режиме ползучести // Вычислительные методы и программирование. – 2018. – Т. 19, № 4. – С. 470–478. – DOI: 10.26089/NumMet.v19r442.
16. *Цвелодуб И.Ю.* Постулат устойчивости и его приложения в теории ползучести металлических материалов. – Новосибирск: Ин-т гидродинамики им. М.А. Лаврентьева, 1991. – 202 с.
17. *Банищикова И.А.* Выбор режимов формования и оценка эксплуатационного ресурса с использованием кинетических уравнений со скалярным параметром поврежденности // Прикладная механика и техническая физика. – 2019. – Т. 60, № 6. – С. 139–148.
18. Описание процесса ползучести и разрушения современных конструкционных материалов с использованием кинетических уравнений в энергетической форме / Б.В. Горев, И.В. Любашевская, В.А. Панамарев, С.В. Иявойнен // Прикладная механика и техническая физика. – 2014. – Т. 55, № 6. – С. 132–144.
19. *Локощенко А.М.* Длительная прочность металлов при сложном напряженном состоянии (обзор) // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2012. – № 3. – С. 116–136.
20. Multiaxial creep damage and lifetime evaluation under biaxial and triaxial stresses for type 304 stainless steel // Engineering Fracture Mechanics. – 2017. – Vol. 174. – P. 30–43. – DOI: 10.1016/j.engfracmech.2017.01.001.
21. *Goyal S., Laha K.* Creep life prediction of 9Cr–1Mo steel under multiaxial state of stress // Materials Science and Engineering: A. – 2014. – Vol. 615. – P. 348–360. – DOI: 10.1016/j.msea.2014.07.096.
22. *Горев Б.В., Клопотов И.Д., Захарова Т.Э.* К описанию процесса ползучести и разрушения материалов с немонотонным изменением деформационно-прочностных свойств // Физическая мезомеханика. – 2002. – Т. 5, № 2. – С. 17–22.
23. *Соснин О.В., Никитенко А.Ф., Горев Б.В.* К обоснованию энергетического варианта теории ползучести и длительной прочности металлов // Прикладная механика и техническая физика. – 2010. – Т. 51, № 4. – С. 188–197.
24. *Gorev B.V., Klopotov I.D., Lyubashevskaya I.V.* Creep and damage behavior of AK41T and VT9 alloy under different stress states // Theoretical and Applied Fracture Mechanic. – 1998. – Vol. 29, iss. 1. – P. 1–10. – DOI: 10.1016/S0167-8442(98)00010-X.
25. *Горев Б.В., Банищикова И.А.* К описанию ниспадающего участка кривой деформирования «напряжение – деформация» по кинетическим уравнениям со скалярным параметром поврежденности // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. – 2008. – № 2 (17). – С. 110–117. – DOI: 10.14498/vsgtu621.
26. *Горев Б.В., Банищикова И.А.* К описанию процесса ползучести и разрушения упрочняющихся материалов по кинетическим уравнениям со скалярным параметром поврежденности // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. – 2009. – № 2 (19). – С. 90–98. – DOI: 10.14498/vsgtu732.
27. *Банищикова И.А., Муравьёва А.Е., Цвелодуб И.Ю.* Расчет пластин из упрочняющегося материала, разносопротивляющегося растяжению и сжатию при ползучести // Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты). – 2014. – № 4 (65). – С. 68–77.
28. *Локощенко А.М., Шестериков С.А.* Модель длительной прочности с немонотонной зависимостью деформации при разрушении от напряжения // Прикладная механика и техническая физика. – 1982. – Т. 23, № 1. – С. 160–163.
29. *Banshchikova I.A., Gorev B.V., Legan M.A.* Laws of the creep of metallic materials at high temperatures // Journal of Physics. Conference Series. – 2016. – Vol. 754. – P. 082001. – DOI: 10.1088/1742-6596/754/8/082001.
30. *Веклич Н.А., Локощенко А.М., Веклич П.Н.* Моделирование ресурса деформационной способно-



сти материала // Прикладная механика и техническая физика. – 2007. – Т. 48, № 5. – С. 183–188.

31. Ковпак В.И. Прогнозирование длительной работоспособности металлических материалов в условиях ползучести / Институт проблем прочности АН УССР. – Препринт. – Киев: ИПП, 1990. – 37 с.

32. Локощенко А.М. Моделирование процесса ползучести и длительной прочности металлов. – М.: Моск. гос. индустр. ун-т, 2007. – 263 с. – ISBN 978-5-2760-1218-6.

33. Локощенко А.М., Шестериков С.А. Методика описания ползучести и длительной прочности при чистом растяжении // Прикладная механика и техническая физика. – 1980. – Т. 21, № 3. – С. 155–159.

34. Banshchikova I.A., Iyavoyne S.V., Larichkin A.Yu. On rational modes of forming an axisymmetric steel shell under creep // Journal of Physics. Conference Series. – 2019. – Vol. 1268. – P. 012009. – DOI: 10.1088/1742-6596/1268/1/012009.

Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

© 2021 Автор. Издательство Новосибирского государственного технического университета. Эта статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)



Obrabotka metallov - Metal Working and Material Science

Journal homepage: http://journals.nstu.ru/obrabotka_metallov



Kinetic equations of creep and damage for description of materials with non-monotonic dependence of fracture strain on stress

Inna Bانشchikova *

Lavrentyev Institute of Hydrodynamics of the Siberian Branch of the RAS, 15 Ac. Lavrentieva ave., Novosibirsk, 630090, Russian Federation

<https://orcid.org/0000-0002-4045-7975>, binna@ngs.ru

ARTICLE INFO

Article history:

Received: 16 June 2021

Revised: 05 July 2021

Accepted: 30 July 2021

Available online: 15 September 2021

Keywords:

Creep

Kinetic equations

Non-monotonic dependence

Fracture strain

Normalized accumulation damage curve

Tension of rod

Rational deformation modes

Acknowledgements

Research were partially conducted at core facility "Structure, mechanical and physical properties of materials"

ABSTRACT

Introduction. Reducing the level of damage accumulation during pressure treatment of materials at elevated temperatures in creep and close to superplasticity modes in the manufacture of parts can significantly increase its service life in the cold state. Finding temperature and power conditions leading to a reduction in damage of material during the production process and operation is an important task. The purposes of the work: 1) to show the possibility of using the Sosnin-Gorev creep and damage model for alloys with a non-monotonic dependence of strain at fracture on diagrams with creep curves; 2) to carry out comparative analysis of damage accumulation under conditions of uniaxial tension at constant stress and at constant strain rates for alloy with such a dependence. **Research methods.** Used scalar damage parameter is equated to the normalized deformation, i.e. to the ratio of the current strain to the fracture strain. To find the coefficients of relations creep and damage, the similarity of the creep curves in the normalized values "normalized strain – normalized time", i.e. the presence of single normalized curve of damage accumulation is checked. The least squares method is used to approximate the experimental data. Numerical integration methods are used for comparative analysis of deformation modes. **Results and discussion.** Determination of the parameters of the creep and damage equations by the method of a single normalized curve is carried out on the example of experimental data for steel 12Kh18N10T (12Cr18Ni10Ti) at 850 °C, which has a minimum of fracture strain in diagrams with creep curves. Analysis of the static and kinematic modes of deformation for studied material showed that damage accumulation in both cases is practically the same for stresses close to the stress at which this minimum is reached. If the stresses are lower, then the lower level of damage accumulation will be in the kinematic mode; if the stresses above the minimum value, then the static mode will lead to a lower level of damage accumulation. **Application.** The obtained results can be useful when choosing rational modes of forming structural elements from alloys with a non-monotonic dependence of the fracture strain on stress, as well as in evaluating it for long-term strength during operation.

For citation: Bانشchikova I.A. Kinetic equations of creep and damage for description of materials with non-monotonic dependence of fracture strain on stress. *Obrabotka metallov (tekhnologiya, oborudovanie, instrumenty) = Metal Working and Material Science*, 2021, vol. 23, no. 3, pp. 139–154. DOI: 10.17212/1994-6309-2021-23.3-139-154. (In Russian).

References

1. Volegov P.S., Gribov D.S., Trusov P.V. Damage and fracture: classical continuum theories. *Physical Mesomechanics*, 2017, vol. 20, pp. 157–173. DOI: 10.1134/S1029959917020060. Translated from *Fizicheskaya Mezomekhanika*, 2015, vol. 18, no. 4, pp. 68–87.
2. Lokoshchenko A.M. *Polzuchest' i dlitel'naya prochnost' metallov* [Creep and long-term strength of metals]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2016. 504 p. ISBN 978-5-9221-1645-9.
3. Meng Q., Wang Z. Creep damage models and their applications for crack growth analysis in pipes: A review. *Engineering Fracture Mechanics*, 2019, vol. 205, pp. 547–576. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2015.09.055.
4. Skrzypek J.J., Ganczarski A.W. *Modeling of material damage and failure of structures: theory and applications*. Berlin, Springer, 1999. 326 p. ISBN 3-540-63725-7.

* Corresponding author

Bانشchikova Inna A., D.Sc. (Physics and Mathematics), Senior researcher
 Lavrentyev Institute of Hydrodynamics of Siberian Branch of RAS,
 15, Ac. Lavrentieva ave.,
 630090, Novosibirsk, Russian Federation
 Tel.: 8 (383) 333-27-50, e-mail: binna@ngs.ru

5. Kachanov L.M. Vremya razrusheniya v usloviyakh polzuchesti [Time of destruction under creep conditions]. *Problemy mekhaniki sploshnoi sredy* [Problems of Continuum Mechanics]. Moscow, 1961, pp. 186–201.
6. Rabotnov Yu.N. O mekhanizme dlitel'nogo razrusheniya [On the mechanism of long-term destruction]. *Voprosy prochnosti materialov i konstruksii* [Questions of strength of materials and structures]. Moscow, AN SSSR Publ., 1959, pp. 5–7.
7. Kowalewski Z.L., Hayhurst D.R., Dyson B.F. Mechanisms-based creep constitutive equations for an aluminium alloy. *Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 1994, vol. 29, no. 4, pp. 309–316. DOI: 10.1243/03093247V294309.
8. Othman A.M., Hayhurst D.R., Dyson B.F. Skeletal point stresses in circumferentially notched tension bars undergoing tertiary creep modelled with physically based constitutive equations. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1993, vol. 441, no. 1912, pp. 343–358. Available at: <https://www.jstor.org/stable/52272> (accessed 15.08.2021).
9. Naumenko K., Kostenko Y. Structural analysis of a power plant component using a stress-range-dependent creep-damage constitutive model. *Materials Science and Engineering: A*. 2009, vol. 510–511, pp. 169–174. DOI: 10.1016/j.msea.2008.04.096.
10. Stewart C.M., Gordon A.P., Ma Y.W., Neu R.W. An anisotropic tertiary creep damage constitutive model for anisotropic materials. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2011, vol. 88, pp. 356–364. DOI: 10.1016/j.ijpvp.2011.06.010.
11. Rabotnov Yu.N. *Polzuchest' elementov konstruksii* [Creep problems in structure members]. Moscow, Nauka Publ., 1966. 752 p.).
12. Sosnin O.V., Gorev B.V., Nikitenko A.F. *Energeticheskii variant teorii polzuchesti* [Energy version of creep theory]. Novosibirsk, Lavrentyev Institute of Hydrodynamics, 1986. 96 p.
13. Gorev B.V., Klopotov I.D. Description of the creep process and long strength by equations with one scalar damage parameter. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1994, vol. 35, iss. 5, pp. 726–734. DOI: 10.1007/BF02369552. Translated from *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*, 1994, vol. 35, iss. 5, pp. 92–102.
14. Bormotin K.S., Oleinikov A.I. Variational principles and optimal solutions of the inverse problems of creep bending of plates. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2012, vol. 53, iss. 5, pp. 751–760. DOI: 10.1134/S0021894412050148. Translated from *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*, 2012, vol. 53, iss. 5, pp. 136–146.
15. Bormotin K.S., Vin A. Metod dinamicheskogo programmirovaniya v zadachakh optimal'nogo deformirovaniya paneli v rezhime polzuchesti [A method of dynamic programming in the problems of optimal panel deformation in the creep mode]. *Vychislitel'nye metody i programmirovaniye = Numerical Methods and Programming*, 2018, vol. 19, iss. 4, pp. 470–478. DOI: 10.26089/NumMet.v19r442.
16. Tselodub I.Yu. *Postulat ustoychivosti i ego prilozheniya v teorii polzuchesti metallicheskih materialov* [The stability postulate and its applications in creep theory of metallic materials]. Novosibirsk, Lavrentyev Institute of Hydrodynamics, 1991. 202 p.
17. Banshchikova I.A. On the choice of forming modes and estimation of residual service life using kinetic equations with a scalar damage parameter. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2019, vol. 60, iss. 6, pp. 1096–1103. DOI: 10.1134/S0021894419060154. Translated from *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*, 2019, vol. 60, no. 6, pp. 139–148.
18. Gorev B.V., Lyubashevskaya I.V., Panamarev V.A., Iyavoyenen S.V. Description of creep and fracture process of modern construction materials using kinetic equations in energy form. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2014, vol. 55, iss. 6, pp. 1020–1030. DOI: 10.1134/S0021894414060145. Translated from *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*, 2014, vol. 55, no. 6, pp. 132–144.
19. Lokoshchenko A.M. Long-term strength of metals in complex stress state (a survey). *Mechanics of Solids*, 2012, no. 47, pp. 357–372. DOI: 10.3103/S0025654412030090. Translated from *Izvestiya Akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela*, 2012, no. 3, pp. 116–136.
20. Kobayashi H., Ohki R., Itoh T., Sakane M. Multiaxial creep damage and lifetime evaluation under biaxial and triaxial stresses for type 304 stainless steel. *Engineering Fracture Mechanics*, 2017, vol. 174, pp. 30–43. DOI: 10.1016/j.engfractmech.2017.01.001
21. Goyal S., Laha K. Creep life prediction of 9Cr–1Mo steel under multiaxial state of stress. *Materials Science and Engineering: A*. 2014, vol. 615, pp. 348–360. DOI: 10.1016/j.msea.2014.07.096.
22. Gorev B.V., Klopotov I.D., Zakharova T.E. K opisaniyu protsessa polzuchesti i razrusheniya materialov s nemonotonnym izmeneniyem deformatsionno-prochnostnykh svoystv [On description of creep and fracture of the

materials with non-monotonic variation of deformation-strength properties]. *Fizicheskaya mezomekhanika = Physical Mesomechanics*, 2002, vol. 5, no. 2, pp. 17–22. (In Russian).

23. Sosnin O.V., Nikitenko A.F., Gorev B.V. Justification of the energy variant of the theory of creep and long-term strength of metals. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2010, vol. 51, iss. 4, pp. 608–614. DOI: 10.1007/s10808-010-0078-y. Translated *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*, 2010, vol. 51, no. 4, pp. 188–197.

24. Gorev B.V., Klopotov I.D., Lyubashevskaya I.V. Creep and damage behavior of AK41T and VT9 alloy under different stress states. *Theoretical and Applied Fracture Mechanic*, 1998, vol. 29, iss. 1, pp. 1–10. DOI: 10.1016/S0167-8442(98)00010-X.

25. Gorev B.V., Banshchikova I.A. K opisaniyu nispadayushchego uchastka krivoi deformirovaniya “napryazhenie – deformatsiya” po kineticheskim uravneniyam so skalyarnym parametrom povrezhdennosti [To the description of softening stage of “stress - strain” diagram with scalar damage parameter kinetic equations]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Fiziko-matematicheskie nauki = Journal of Samara State Technical University, Ser. Physical and Mathematical Sciences*, 2008, no. 2 (17), pp. 110–117. DOI: 10.14498/vs-gtu621.

26. Gorev B.V., Banshchikova I.A. K opisaniyu protsessa polzuchesti i razrusheniya uprochnyayushchikhsya materialov po kineticheskim uravneniyam so skalyarnym parametrom povrezhdennosti [To description of creep process and fracture of hardening materials according to kinetic equations with scalar damage parameter]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Fiziko-matematicheskie nauki = Journal of Samara State Technical University, Ser. Physical and Mathematical Sciences*, 2009, no. 2 (19), pp. 90–98. DOI: 10.14498/vsgtu732.

27. Banshchikova I.A., Muraveva A.E., Tselodub I.Yu. Raschet plastin iz uprochnyayushchegosya materiala, raznosoprotivlyayushchegosya rastyazheniyu i szhatiyu pri polzuchesti [Calculation of plates made of strain-hardening material with different resistance to tension and compression under creep]. *Obrabotka metallov (tekhnologiya, oborudovanie, instrumenty) = Metal Working and Material Science*, 2014, no. 4 (65), pp. 68–77.

28. Lokoshchenko A.M., Shesterikov S.A. Creep strength model with nonmonotonic dependence of the strain during rupture on the stress. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1982, vol. 23, iss. 1, pp. 151–153. DOI: 10.1007/BF00911995. Translated from *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*, 1982, vol. 23, no. 1, pp. 160–163.

29. Banshchikova I.A., Gorev B.V., Legan M.A. Laws of the creep of metallic materials at high temperatures. *Journal of Physics. Conference Series*, 2016, vol. 754, p. 082001. DOI: 10.1088/1742-6596/754/8/082001.

30. Veklich N.A., Lokoshchenko A.M., Veklich P.N. Modeling the deformability of a material. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2007, vol. 48, iss. 5, pp. 774–778. DOI: 10.1007/s10808-007-0100-1. Translated from *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*, 2007, vol. 48, no. 5, pp. 183–188.

31. Kovpak V.I. *Prognozirovanie dlitel'noi rabotosposobnosti metallicheskih materialov v usloviyakh polzuchesti* [Prediction of long-duration servicability of metals under the conditions of creep]. Institute for Problems of Strength National Academy of Sciences of Ukraine. Preprint. Kiev, IPP Publ., 1990. 37 p.

32. Lokoshchenko A.M. *Modelirovanie protsessa polzuchesti i dlitel'noi prochnosti metallov* [Modeling of creep process and long-term strength of metals]. Moscow, Moscow State Industrial University Publ., 2007. 263 p. ISBN 978-5-2760-1218-6.

33. Lokoshchenko A.M., Shesterikov S.A. Method for description of creep and long-term strength with pure elongation. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1980, vol. 21, iss. 3, pp. 414–417. DOI: 10.1007/BF00920784. Translated from *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*, 1980, vol. 21, no. 3, pp. 155–159.

34. Banshchikova I.A., Iyavoynen S.V., Larichkin A.Yu. On rational modes of forming an axisymmetric steel shell under creep. *Journal of Physics. Conference Series*, 2019, vol. 1268, p. 012009. DOI: 10.1088/1742-6596/1268/1/012009.

Conflicts of Interest

The author declare no conflict of interest.

© 2021 The Author. Published by Novosibirsk State Technical University. This is an open access article under the CC BY license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).