



## Обработка металлов (технология • оборудование • инструменты)





Сайт журнала: [http://journals.nstu.ru/obrabotka\\_metallov](http://journals.nstu.ru/obrabotka_metallov)



### Изучение отображения вибрационных возмущений в геометрии формируемой резанием поверхности при точении

Вилор Заковоротный<sup>а</sup>, Валерия Гвинджилия<sup>б, \*</sup>

Донской государственный технический университет, пл. Гагарина, 1, г. Ростов-на-Дону, 344000, Россия

<sup>а</sup>  <https://orcid.org/0000-0003-2187-9897>,  [vzakovorotny@dstu.edu.ru](mailto:vzakovorotny@dstu.edu.ru); <sup>б</sup>  <https://orcid.org/0000-0003-1066-4604>,  [vvgvindjiliya@donstu.ru](mailto:vvgvindjiliya@donstu.ru)

#### ИНФОРМАЦИЯ О СТАТЬЕ

УДК 621.9.06

#### История статьи:

Поступила: 20 декабря 2023  
Рецензирование: 22 февраля 2024  
Принята к печати: 20 марта 2024  
Доступно онлайн: 15 июня 2024

#### Ключевые слова:

Преобразование вибраций в рельеф заготовки  
Траектории формообразующих движений  
Динамическая система резания

#### Финансирование

Исследование выполнено при поддержке гранта в рамках конкурса «Наука-2030».

#### АННОТАЦИЯ

**Введение.** Создание виртуальных цифровых моделей процесса обработки на металлорежущих станках является динамично развивающимся направлением повышения эффективности машиностроительного производства. Такие модели включают в себя подсистемы прогнозирования качества деталей. Точность и достоверность их работы напрямую зависят от построенной модели динамической системы резания, возмущенной силовым шумом, источники которого имеют различное физическое происхождение. Кроме этого, сама автономная динамическая система является генератором различных притягивающих множеств деформаций – например, предельных циклов или хаотических аттракторов. Учет разнообразных нелинейных преобразований в свойствах динамики процесса резания позволяет повысить адекватность модели реальным процессам и является актуальной задачей при построении систем имитационного моделирования динамики обработки поверхностей резанием. **Предмет.** Выполненные нами ранее исследования позволяют определить соответствующую деформационным траекториям геометрию формируемой резанием поверхности. Однако адекватность отображения рассчитанных траекторий в оценки геометрии остается не вполне ясной. Предлагаемая статья посвящена достижению адекватного отображения вычисленных, а также измеренных траекторий деформаций в геометрическую топологию детали. **Цель работы** – оценка отображения вибрационных возмущений системы в геометрию формируемой резанием поверхности. **Метод и методология.** Исследование носит экспериментально-теоретический характер. Содержание исследования включает в себя изучение соответствия частотных характеристик, полученных на модели и при реальной обработке. Главное внимание уделено отображению деформаций в геометрию детали. Для этого в статье рассматриваются функции когерентности между функциями деформаций и профилем детали. **Результаты и обсуждения.** Показано, что обусловленность этих преобразований имеет ограниченный частотный диапазон, в котором объяснение переменных составляющих формируемого рельефа является статистически значимым. Математическое моделирование динамической системы резания, основанное на механике взаимодействия инструмента и заготовки, позволяет адекватно прогнозировать формируемую резанием макрогеометрию детали. Полученный математический инструментариум может быть использован для создания систем прогнозирования геометрии обработанной поверхности.

**Для цитирования:** Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Изучение отображения вибрационных возмущений в геометрии формируемой резанием поверхности при точении // Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты). – 2024. – Т. 26, № 2. – С. 107–126. – DOI: 10.17212/1994-6309-2024-26.2-107-126.

### Введение

В последнее десятилетие многие научные коллективы работают в направлении создания виртуальной модели процесса обработки на металлорежущих станках, т. е. создания его цифрового двойника. Процесс обработки рассматривается как система, отдельные подсистемы которой

объединены различными связями [1–7]. В системе станка с ЧПУ выделяются подсистемы, раскрывающие точность соответствия заданных по программе и реальных траекторий движения исполнительных элементов [8–10]. Уделяется внимание идентификации обобщенных масс и фрикционных связей в сервоприводах исполнительных элементов станка, их влиянию на соответствие заданных по программе и реальных траекторий, а также точности интерполяции и воспроизведения траекторий [11–16]. Сформировалось направление построения виртуальной модели процесса обработки на станке, основан-

#### \*Адрес для переписки

Гвинджилия Валерия Енвериевна, к.т.н., старший преподаватель  
Донской государственный технический университет,  
пл. Гагарина, 1,  
344000, г. Ростов-на-Дону, Россия  
Тел.: +7 918 583-23-33, e-mail: [vvgvindjiliya@donstu.ru](mailto:vvgvindjiliya@donstu.ru)

ное на интеллектуальном подходе к построению модели, раскрывающей связь технологических режимов и выходных параметров процесса резания, которые рассматриваются в единстве качества изготовления деталей и эффективности обработки [17–21]. При этом содержание этих преобразований не раскрывается. Эффективность оценивается также на основе определения скорости резания, при которой интенсивность изнашивания инструмента минимальна. При решении этого вопроса рассматривается выбор технологических режимов, например, по критерию оптимальной температуры резания [22–25]. Качество моделей зависит от глубины рассмотрения всех факторов, влияющих на процесс.

При построении виртуальной модели важной является проблема обеспечения требуемой траектории вершины инструмента относительно заготовки с учетом их упругих деформаций, а также преобразования ее в формируемую резанием геометрическую топологию поверхности. Решение опирается на исследования динамической системы резания (ДСР), изучавшейся с середины 50-х – 60-х годов XX века [26–28]. Сформировалось представление о ДСР, состоящей из подсистем инструмента и заготовки, которые объединены связью, формируемой резанием [29–32]. Этой связью является модель сил, представленных в координатах состояния. При моделировании сил учитывается регенерация следа на обрабатываемой заготовке, оставленного деформациями на предыдущем обороте [33–36]. Приводится бифуркационный анализ устойчивости процесса резания при обработке «по следу» и анализ процесса на основе конечно-элементного моделирования [37–40]. Принимается во внимание запаздывание вариаций сил при изменениях площади среза [29, 41–46]. Учитываются нелинейные зависимости сил резания и трения от скоростей и смещений [47–54]. Рассмотрено параметрическое самовозбуждение [55–57]. Этот перечень не исчерпывает публикаций о ДСР. В них также рассматривается устойчивость траекторий и образование различных притягивающих множеств деформаций (предельных циклов, инвариантных торов, хаотических аттракторов и др.).

Однако проблема их преобразования в геометрию формируемой резанием детали в основном остается открытой. **Цель настоящей работы**

– исследовать механизм преобразования деформационных смещений инструмента в геометрию детали с учетом вибрационных возмущений динамики процесса резания при точении в различных условиях обработки и на различных режимах. В статье приводится оценка адекватности деформаций, вычисленных с помощью имитационной модели и измеренных в ходе реального эксперимента, и их преобразования в геометрическую топологию детали. Адекватность определяется на основе близости спектров, а также функций когерентности. Исследования позволяют определить адекватность формирования геометрии детали траекториями формообразующих движений (ТФД), представляющих собой единство траекторий исполнительных элементов станка и деформационных смещений инструмента относительно заготовки.

## Методика исследований

### Математическое описание динамической системы

В основе построения цифровой модели необходимо рассматривать следующие преобразования в системе резания. Во-первых, преобразование заданных в системе ЧПУ траекторий в виде вектора управления  $\mathbf{U} = \{U_1, U_2, U_3\}^T \in \mathfrak{R}_U^{(3)}$  в траектории исполнительных элементов станка (ТИЭС). Пространство ТИЭС для токарного станка задается вектором  $\mathbf{L} = \{L_1, L_2, L_3\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)}$  (рис. 1, а), где  $L_1(t)$  и  $L_2(t)$  – перемещения поперечного и продольного суппортов;  $L_3(t) = \pi \int_0^t \Omega(\xi) D(\xi) d\xi$  – перемещения заготовки по направлению  $L_3$ . Заданы также скорости  $d\mathbf{L} / dt = \mathbf{V}(t) = \{V_1, V_2, V_3\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)}$ . В рамках настоящего исследования преобразование  $\mathfrak{R}_U^{(3)} \Rightarrow \mathfrak{R}^{(3)}$  не рассматривается. Траектории  $\mathbf{L}$  и  $\mathbf{V}$  считаются заданными в пределах полос пропускания серводвигателей. Таким образом, траекториями  $\mathbf{L}$  и  $\mathbf{V}$  описывается идеальный контур детали.

Во-вторых, необходимо выяснить преобразование траекторий  $\mathbf{L}$  и  $\mathbf{V}$  в ТФД  $\mathbf{L}^{(\Phi)} =$

$= \{L_1^{(\Phi)}, L_2^{(\Phi)}, L_3^{(\Phi)}\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)}$  и  $\mathbf{V}^{(\Phi)} = d\mathbf{L}^{(\Phi)} / dt = \{V_1^{(\Phi)}, V_2^{(\Phi)}, V_3^{(\Phi)}\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)}$ . Траектории  $\mathbf{L}^{(\Phi)}$  и  $\mathbf{V}^{(\Phi)}$  кроме ТИЭС учитывают деформации вершины инструмента. В настоящем исследовании ограничимся обработкой заготовки, параметры жесткости которой на порядок больше инструмента. Тогда

$$\begin{cases} \mathbf{L}^{(\Phi)} = \mathbf{L} - \mathbf{X}(\mathbf{L}); \\ \mathbf{V}^{(\Phi)} = \mathbf{V} - \mathbf{v}(\mathbf{L}), \end{cases} \quad (1)$$

где  $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, X_3\}^T \in \mathfrak{R}_X^{(3)}$ ,  $\mathbf{v} = \{v_1, v_2, v_3\}^T \in \mathfrak{R}_X^{(3)}$  – соответственно векторы деформаций  $\mathbf{X}$  и их скоростей  $\mathbf{v} = d\mathbf{X} / dt$ , рассматриваемые в подвижной системе координат, задаваемых (рис. 1, а). Ограничимся точением вала  $D = \text{const}$  с постоянными режимами:  $\mathbf{L} = \{L_1 = d/2, L_2 = V_2 t, L_3 = \pi d \Omega\}^T$ .

В-третьих, необходимо изучить закономерность преобразования  $\mathbf{L}^{(\Phi)}$  и  $\mathbf{V}^{(\Phi)}$  в геометрическую топологию поверхности  $\mathfrak{Z}(\mathbf{L}, \mathbf{R})$ . Геометрическая топология есть отображение в ограниченную плоскость « $L_2 - L_3$ » неровностей поверхности вала. В плоскости рассматриваются по оси  $L_3$  – длина окружности, по оси  $L_2$  – длина вала по направлению продольной подачи, по оси  $L_1$  – вариации радиус-вектора  $\mathbf{R}$  в виде неровностей. Если деформации  $\mathbf{X} = 0$ , то  $\mathfrak{Z}(\mathbf{L}, \mathbf{R})$  есть плоскость « $L_2 - L_3$ ».

Рассмотрим также точечное отображение вершины инструмента, построенное аналогичным способом. Такое отображение назовем «скелетной» геометрической топологией  $\mathfrak{Z}_C(\mathbf{L}, \mathbf{X})$ . На рис. 1, в приведен ее пример для вектора  $\mathbf{X}$ . Функция  $X_1(t)$  характеризует высотные неровности (рис. 1, б),  $X_2(t)$  и  $X_3(t)$  – шаговые. Если динамическая система является устойчивой

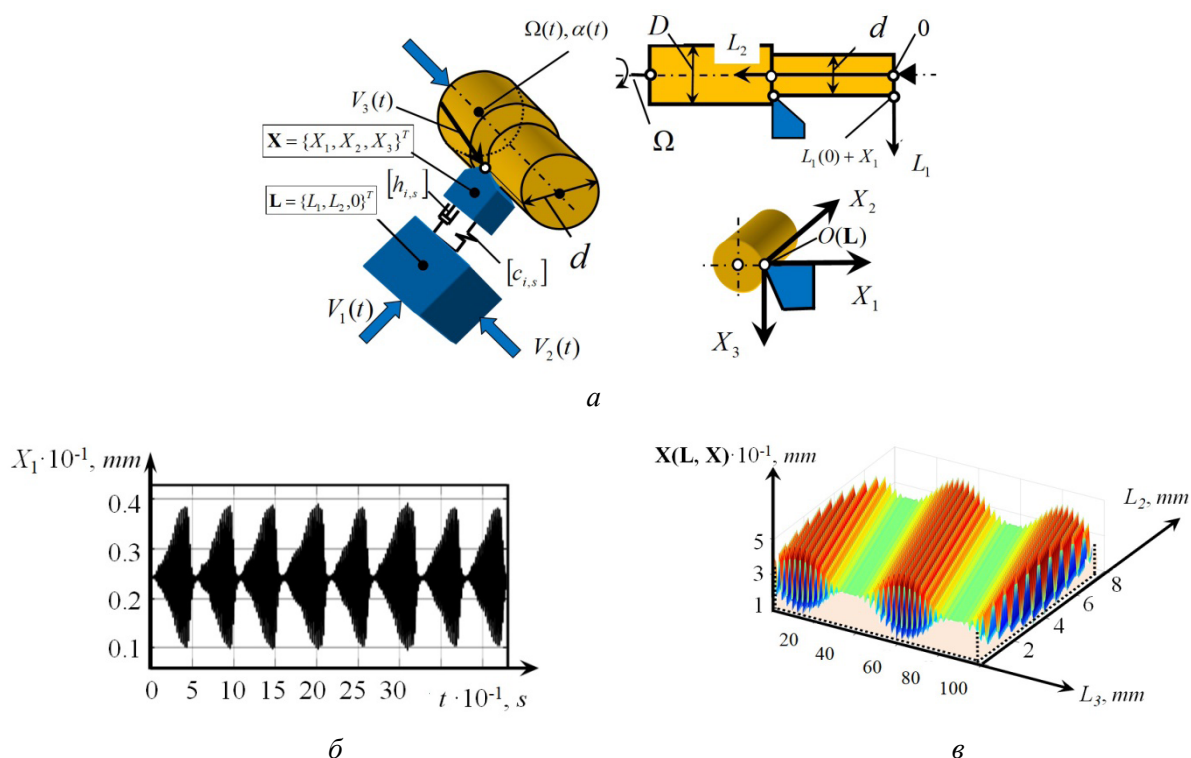


Рис. 1. Схема формирования координат пространства состояния (а) и пример «скелетной» геометрической топологии (в) для вариаций деформационных смещений с частотой, равной частоте вращения заготовки (б)

Fig. 1. Scheme for the formation of state space coordinates (а), and an example of “skeleton” geometrical topology (в) for variations of deformation displacements with frequency equal to the workpiece rotation frequency (б)

и невозмущенной, то деформации равны  $\mathbf{X}^* = \{X_1^*, X_2^*, X_3^*\}^T \in \mathbb{R}_X^{(3)}$ . Это точка равновесия. Она сдвинута относительно  $\mathbf{L}$  на постоянную величину  $\mathbf{X}^*$ . Если  $\mathbf{L} = \{L_1 = d/2, L_2 = V_2 t, L_3 = \pi d \Omega\}^T$ , то  $\mathfrak{Z}_C(\mathbf{L}, \mathbf{X})$  представляет плоскость, параллельную « $L_2 - L_3$ » и сдвинутую вверх по оси  $L_1$  на величину  $X_1^* = \text{const}$ . Если формируемая резанием геометрическая топология  $\mathfrak{Z}(\mathbf{L}, \mathbf{R})$  по точечному контуру равна

$$\left\{ \begin{aligned} m \frac{d^2 \mathbf{X}}{dt^2} + \mathbf{h} \frac{d\mathbf{X}}{dt} + \mathbf{c}\mathbf{X} &= \mathbf{F}(\mathbf{L}, \mathbf{V}, \mathbf{X}); \\ \mathbf{F} &= F^{(0)} \{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T; \\ T^{(0)} dF^{(0)} / dt + F^{(0)} &= \rho \{1 + \mu \exp[-\zeta(V_3 - v_3)]\} [t_P^{(0)} - X_1] \int_{t-T}^t \{V_2(\xi) - v_2(\xi)\} d\xi, \end{aligned} \right. \quad (2)$$

где  $\mathbf{m}$ ,  $\mathbf{h}$ ,  $\mathbf{c}$  – положительно определенные симметричные матрицы инерционных, скоростных и упругих коэффициентов;  $\rho$  – давление стружки на переднюю грань инструмента;  $T^{(0)}$  – постоянная времени, учитывающая переходные процессы в зоне резания;  $\mu, \zeta$  – параметры, определяющие зависимость сил от скорости резания;  $\chi_i, i = 1, 2, 3$ , – угловые коэффициенты ориентации силы;  $t_P^{(0)}$  – глубина резания без учета упругих деформаций;  $T$  – время оборота заготовки:

$$T(v, \Omega) = \int_{L^{(\Phi)} - \pi D}^{(\Phi)} \overline{\{V_3(\xi) - v_3(\xi)\}}. \quad (3)$$

Система (2) справедлива для малых деформаций в окрестности равновесия, когда силами, действующими на задние грани инструмента, можно пренебречь. При больших отклонениях координат от равновесия необходимо учитывать все нелинейные связи, а также в силы вводить взаимодействия задних граней инструмента и заготовки, как это предлагается в наших ранее выполненных исследованиях [22, 23, 45, 46, 54–61].

#### Адекватность «базовой» модели

Вначале рассмотрим адекватность отображения деформаций  $\mathbf{X}$  в «базовой» модели, в кото-

$\mathfrak{Z}_C(\mathbf{L}, \mathbf{X})$ , то она точно формируется траекториями  $\mathbf{L}^{(\Phi)}$ . Тогда наблюдение и (или) вычисление  $\mathbf{L}^{(\Phi)}$  позволяет точно прогнозировать  $\mathfrak{Z}(\mathbf{L}, \mathbf{R})$ . Если вектор  $\mathbf{L}$  задан и его точность обеспечивается системой ЧПУ, то для определения  $\mathfrak{Z}_C(\mathbf{L}, \mathbf{X})$  необходимо вычислить  $\mathbf{X}$ . Для этого можно воспользоваться разработанными нами математическими моделями [22, 23, 45, 46, 54, 55, 58, 61]. Тогда

рой силы возмущены «белым» шумом малой интенсивности  $\varphi(t)$ . Будем анализировать случай, когда  $\mathbf{X}^*$  асимптотически устойчива. Точке  $\mathbf{X}^*$  соответствует  $F^{(0,*)}$ . С учетом малости  $\varphi(t)$  достаточно рассматривать линеаризованную систему (2) в вариациях относительно равновесия. Для этого сделаем замену:  $\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}^* + \mathbf{x}(t)$ ,  $F^{(0)}(t) = F^{(0,*)} + f(t)$ . Получим уравнение в вариациях относительно  $\mathbf{X}^* = \text{const}$ ,  $F^{(0,*)} = \text{const}$  и линеаризуем его. Получаем линеаризованное уравнение в изображениях по Лапласу:

$$\mathbf{m}p^2 \mathbf{z} + \mathbf{h}p\mathbf{z} + \mathbf{c}\mathbf{z} = \varphi(\mathbf{p}), \quad (4)$$

где  $\mathbf{z}(\mathbf{p}) = \{x_1(p), x_{21}(p), x_3(p), f(p)\}^T$ ;  $\varphi(\mathbf{p}) = \{0, 0, 0, \varphi(p)\}$ ;  $p$  – символ изображения по Ла-

пласу;  $t_P^* = t_P^{(0)} - X_1^*$ ;  $\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ;

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{2,1} & h_{3,1} & 0 \\ h_{1,2} & h_{2,2} & h_{3,2} & 0 \\ h_{1,3} & h_{2,3} & h_{3,3} & 0 \\ 0 & 0 & \rho \mu \zeta t_P^* S_P^{(0)} & T^{(0)} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} & c_{3,1} & -\chi_1 \\ c_{1,2} & c_{2,2} & c_{3,2} & -\chi_2 \\ c_{1,3} & c_{2,3} & c_{3,3} & -\chi_3 \\ \rho[1 + \mu e^{-\zeta V_3}]S_p^{(0)} & \rho[1 + \mu e^{-\zeta V_3}]t_p^* & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Например, спектр деформаций  $X_1$ , ответственных за высотные неровности топологии  $\mathfrak{Z}_C(\mathbf{L}, \mathbf{X})$ , будет

$$S_{X_1, X_1}(\omega) = W(p)W(-p)_{p=j\omega}, \quad (5)$$

Из уравнения (4) вычислим автоспектры колебаний  $S_{x_1, x_1}(\omega)$ ,  $S_{x_2, x_2}(\omega)$  и  $S_{x_3, x_3}(\omega)$ . где

$$W(p) = \Delta_{X_1}(p) / \Delta(p);$$

$$\Delta_{X_1}(p) = \begin{bmatrix} (h_{2,1}p + c_{2,1}) & (h_{3,1}p + c_{3,1}) & -\chi_1 \\ (mp^2 + h_{2,2}p + c_{2,2}) & (h_{3,2}p + c_{3,2}) & -\chi_2 \\ (h_{2,3}p + c_{2,3}) & (mp^2 + h_{3,3}p + c_{3,3}) & -\chi_3 \end{bmatrix};$$

$$\Delta(p) = \begin{bmatrix} (mp^2 + h_{1,1}p + c_{1,1}) & (h_{2,1}p + c_{2,1}) & (h_{3,1}p + c_{3,1}) & -\chi_1 \\ (h_{1,2}p + c_{1,2}) & (mp^2 + h_{2,2}p + c_{2,2}) & (h_{3,2}p + c_{3,2}) & -\chi_2 \\ (h_{1,3}p + c_{1,3}) & (h_{2,3}p + c_{2,3}) & (mp^2 + h_{3,3}p + c_{3,3}) & -\chi_3 \\ \rho[1 + \mu e^{-\zeta V_3}]S_p^{(0)} & \rho[1 + \mu e^{-\zeta V_3}]t_p^* & -\rho\mu\zeta t_p^* S_p^{(0)} & 1 + pT^{(0)} \end{bmatrix};$$

$$t_p^* = t_p^{(0)} - X_1^*.$$

Эксперименты показывают, что динамическая система в реальных условиях всегда является возмущенной. Если равновесие устойчиво, то малым возмущениям соответствует последовательность, удовлетворяющая гипотезам стационарной случайности  $X_1^{(I)}(t)$ . Представим измеренный сигнал  $X_1^{(I)}(t)$  в виде последовательности  $\mathbf{X}_1^{(I)}(t) = \{X_1^{(I)}(0), X_1^{(I)}(\Delta t), X_1^{(I)}(2\Delta t), \dots, X_1^{(I)}(s\Delta t)\}^T$ . Здесь  $(\Delta t)^{-1}$  есть частота Найквиста. Она выбирается на порядок больше верхней собственной частоты колебательных контуров. Последовательность  $\mathbf{X}_1^{(I)}(t)$  позволяет вычислить автокорреляционную функцию и ее Фурье-изображение, т. е. спектр  $S_{X_1^{(I)}, X_1^{(I)}}(\omega)$ :

$$S_{X_1^{(I)}, X_1^{(I)}}(\omega) = W^{(I)}(p)W^{(I)}(-p)_{p=j\omega}. \quad (6)$$

Для оценки качества модели (4) можно ввести оценку близости

$$\varphi_{X_S, X_S}^{(i)}(\omega) =$$

$$= \left\{ \tilde{S}_{X_S, X_S}^{(i)}(\omega) - \tilde{S}_{X_S^{(I)}, X_S^{(I)}}(\omega) \right\}^2, \quad (7)$$

$$\omega \in \left( 0, \frac{1}{\Delta t} \right), \quad i = 1, 2; \quad s = 1, 2, 3.$$

где

$$\tilde{S}_{X_S, X_S}^{(i)}(\omega) = \frac{1}{\Delta\omega} \int_{\omega-\Delta\omega}^{\omega} S_{X_S, X_S}^{(i)}(\omega) d\omega,$$

$$\tilde{S}_{X_S^{(I)}, X_S^{(I)}}(\omega) = \frac{1}{\Delta\omega} \int_{\omega-\Delta\omega}^{\omega} S_{X_S^{(I)}, X_S^{(I)}}(\omega) d\omega$$

– скользящие средние в частотном окне  $\Delta\omega$ ; спектр  $S_{X_S, X_S}^{(1)}(\omega)$  вычисляется по формуле (5); спектр  $S_{X_S, X_S}^{(2)}(\omega)$  относится к временной последовательности, полученной на основе преобразованного «белого» шума; частотное окно  $\Delta\omega$  выбирается существенно меньше полосы пропускания колебательных контуров. Наконец, при анализе адекватности использовались ам-



плитудно-частотные характеристики, измеренные непосредственно на модели (2) при возбуждении в системе сил  $\varphi_0 \sin(\omega t)$  с плавно и медленно изменяющейся частотой  $\omega$ . Полученная таким образом частотная характеристика

$$\sigma_{X_S, X_S}^{(i)} = \left\{ \int_0^{\omega_\infty} \left[ S_{X_S, X_S}^{(i)}(\omega) - S_{X_S^{(II)}, X_S^{(II)}}(\omega) \right]^2 d\omega \right\} \left\{ \int_0^{\omega_\infty} \left[ S_{X_S^{(II)}, X_S^{(II)}}(\omega) \right]^2 d\omega \right\}^{-1}, \quad (8)$$

$i = 1, 2; s = 1, 2, 3,$

где  $\omega_\infty$  – частота, на порядок превышающая верхнюю собственную частоту колебательного контура подсистемы инструмента.

При анализе адекватности необходимо также рассматривать оценку влияния дополнительных взаимодействий, не включенных в математическое описание модели (2), – например, адгезионных взаимодействий, а также образование диссипативных структур (например, нароста) и дополнительных возмущений (например, кинематических возмущений от самого станка). Причем такие возмущения могут прикладываться не непосредственно к силам, а к другим элементам системы; при кинематических возмущениях это вариации скорости подачи. Здесь можно воспользоваться функцией когерентности между наблюдаемыми деформационными смещениями  $X_1^{(II)}(t)$  и вычисленными  $X_1(t)$ . Тогда

$$K_{X_S, X_S^{(II)}}^2(\omega) = \frac{1}{1 + \delta_S(\omega)}, \quad s = 1, 2, 3, \quad (9)$$

где  $\delta_S(\omega) = \frac{S_{\theta, S}(\omega)}{|W_S^{(II)}(j\omega)|^2}$ ;  $S_{\theta, S}(\omega)$  – спектр дополнительного неизмеримого шума;  $|W_S^{(II)}(j\omega)|^2$  – квадрат модуля преобразования «белого» шума

соответствует  $S_{X_S, X_S}^{(1)}(\omega) = A_S^2(\omega)$  (рис. 4). Здесь

$A$  – отношение амплитуды на выходе к амплитуде на входе. Можно также рассматривать дисперсионную оценку в частотной области

в деформации  $X_S^{(II)}(t)$ . Выражение (9) показывает, что функция когерентности стремится к единице в двух случаях: когда дополнительные, неучтенные в модели силы взаимодействия отсутствуют или неучтенные взаимодействия по отношению к учитываемым возмущениям являются малыми. Оценки (7–9) позволяют также выполнить терминальную коррекцию параметров модели (2).

Приведем пример анализа адекватности модели для малых колебаний при продольном точении на станке 1К62 (рис. 2). Обработывался вал  $D = 20$  мм из стали 20Х инструментом, снабженным неперетачиваемыми четырехгранными пластинками из Т15К6. Обобщенная масса  $m = 0,015$  кг · с<sup>2</sup>/мм. Параметры, определенные по методике, изложенной в [22, 23, 61], приведены в табл. 1 и 2. Частота вращения заготовки – 25 Гц. Соответствующая ей скорость резания равна 1,5 м/с. Глубины резания и подачи составляют  $t_p^{(0)} = 2,0$  мм,  $S_p^{(0)} = 0,1$  мм.

Рассматривались две совокупности временных последовательностей: вычисленные с использованием параметров модели и реально измеренные. Общие виды экспериментального стенда для проведения исследований и инстру-

Таблица 1

Table 1

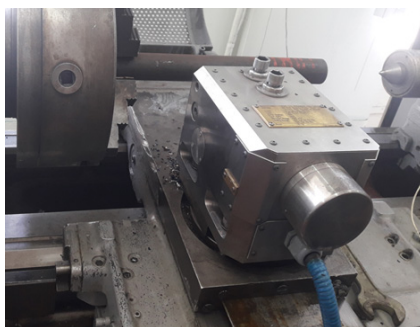
### Параметры динамической связи

#### Dynamic link options

$\rho$ , кг/мм <sup>2</sup>	$\varsigma$ , (мм/с) <sup>-1</sup>	$T^{(0)}$ , с	$\mu$	$\chi_1$	$\chi_2$	$\chi_3$	$\Omega$ , с <sup>-1</sup>
200...1000	0,0011	0,0002	0,5	0,4	0,51	0,76	5...50

**Параметры матриц скоростных коэффициентов упругости подсистемы инструмента**  
**Parameters of the matrices of velocity coefficients and elasticity of the tool subsystem**

$h_{1,1}$ , кг · с/мм	$h_{2,2}$ , кг · с/мм	$h_{3,3}$ , кг · с/мм	$h_{1,2} = h_{2,1}$ , кг · с/мм	$h_{1,3} = h_{3,1}$ , кг · с/мм	$h_{2,3} = h_{3,2}$ , кг · с/мм
1,3	1,1	0,8	0,6	0,5	0,4
$c_{1,1}$ , кг/мм	$c_{2,2}$ , кг/мм	$c_{3,3}$ , кг/мм	$c_{1,2} = c_{2,1}$ , кг/мм	$c_{1,3} = c_{3,1}$ , кг/мм	$c_{2,3} = c_{3,2}$ , кг/мм
2000	900	350	200	150	80



а



б

Рис. 2. Общие виды оборудования (а) и измерительного интерфейса (б), используемого для экспериментов

Fig. 2. General views of the equipment (а) and measurement interface (б) used for experiments

мента, снабженного датчиками для измерения вибраций, показаны на рис. 2.

При определении вычисленных временных последовательностей использовалась модель «белого» шума силовых возмущений в частотном диапазоне до 30,0 кГц. Примеры временных реализаций «белого» шума, а также вычисленных и измеренных временных последовательностей в направлении  $X_1$  приведены на рис. 3.

На рис. 4 приведены примеры спектров, нормированных к дисперсии, которые определены по вычисленным  $S_{X_S, X_S}^{(2)}(\omega)$  (а) и измеренным  $S_{X_S^{(и)}, X_S^{(и)}}(\omega)$  (б) последовательностям. На графиках красным цветом показаны аналитически вычисленные спектры  $S_{X_S, X_S}^{(1)}(\omega)$ , а также на рис. 4, в приведен фрагмент силового возмущения в виде синусоидального изменения дополнительных сил с медленно изменяющейся частотой.

Изменение частоты пропорционально времени. Кроме этого, приведен пример вариаций амплитуды деформаций в направлении  $X_1$ , т. е. амплитудно-частотной характеристики модели (рис. 4, в). Заметим, что эти характеристики остаются неизменными при малых амплитудах силового возбуждения. В рассматриваемом примере вариации амплитуды силовых возмущений в пределах до 10,0 кг их не изменяют. При увеличении амплитуды заметны нелинейные свойства модели. Они проявляются в изменениях резонансной частоты, перераспределении частот и амплитуд основных осцилляторов, а также в уширении их спектральной линии и пр.

На рис. 4, а красным цветом выделены вычисленные по модели спектры  $S_{X_1, X_1}^{(1)}(\omega)$ . Полученные последовательности позволяют определить функцию когерентности  $K_{X_S, X_S^{(и)}}^2(\omega)$  (9). Ее пример для различных скоростей резания  $V_3$

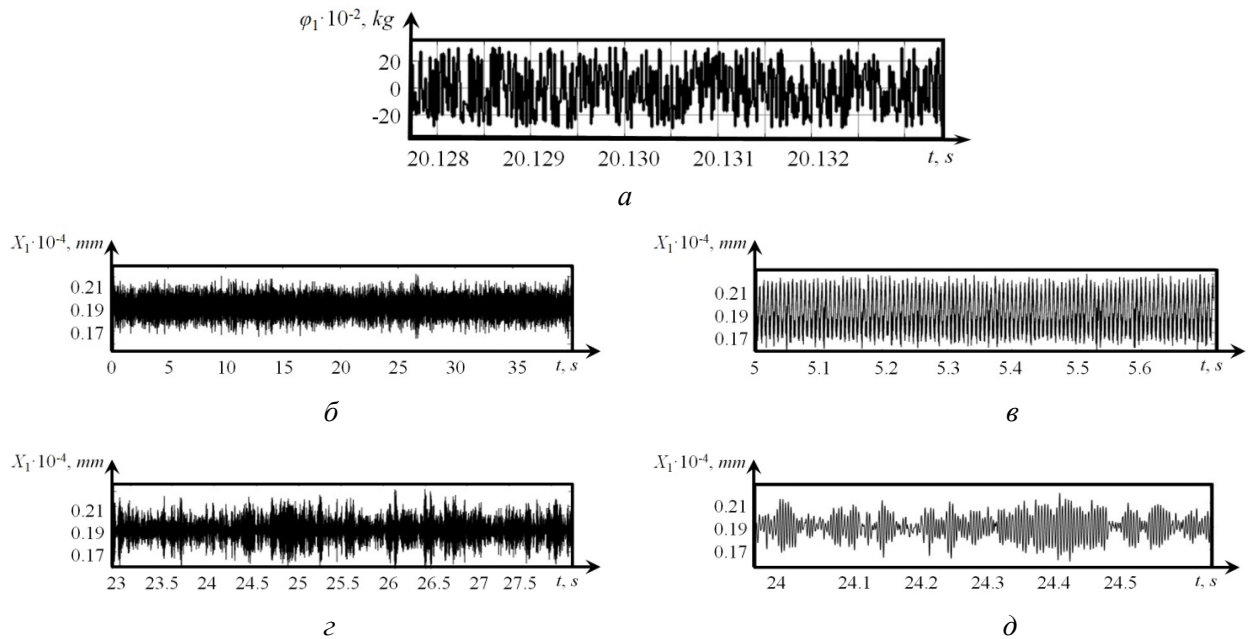


Рис. 3. Примеры траекторий:

$a$  – силового «белого» шума;  $b, в$  – вычисленных деформаций в двух временных масштабах;  $г, д$  – измеренных деформаций в двух временных масштабах

Fig. 3. Examples of trajectories:

$a$  – power “white” noise;  $b, в$  – calculated deformations in two time scales;  $г, д$  – measured deformations in two time scales

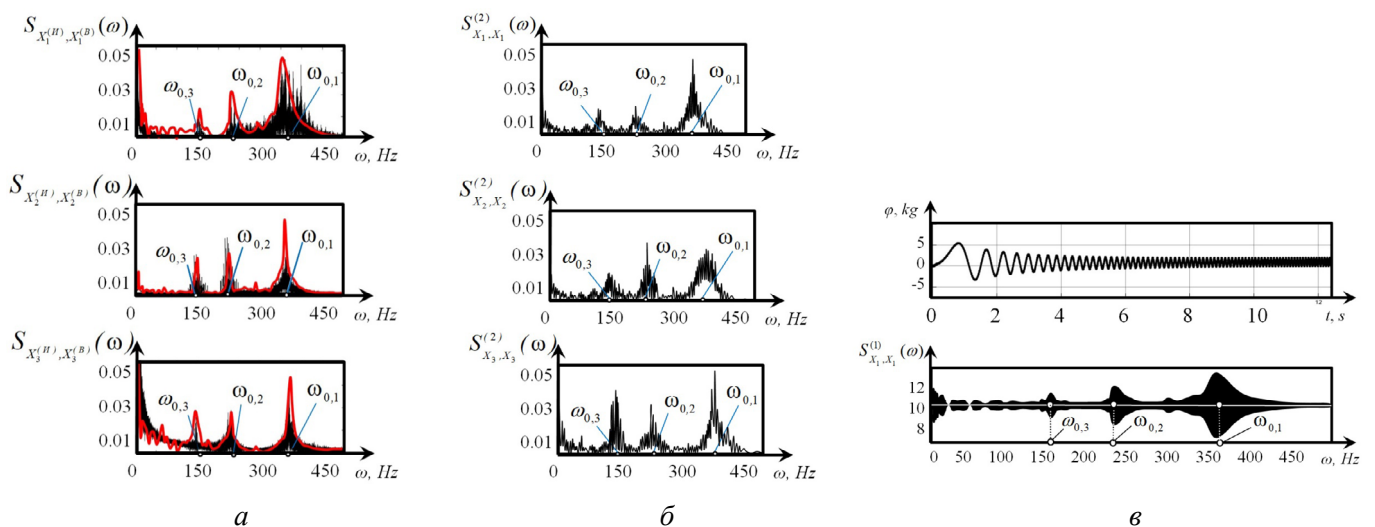


Рис. 4. Спектры  $S_{X_S^{(H)}, X_S^{(B)}}^{(I)}(\omega)$ , полученные на основе экспериментов ( $a$ ); на основе цифровой последовательности, вычисленной после преобразования моделью силового «белого» шума  $S_{X_S^{(H)}, X_S^{(B)}}^{(2)}(\omega)$  ( $б$ ); пример прямого измерения АЧХ на модели ( $в$ )

Fig. 4. Spectrums  $S_{X_S^{(H)}, X_S^{(B)}}^{(I)}(\omega)$  obtained on the basis of experiments ( $a$ ); on the basis of digital sequence calculated after transformation by the model of power “white” noise  $S_{X_S^{(H)}, X_S^{(B)}}^{(2)}(\omega)$  ( $б$ ); example of direct measurement of AFC on the model ( $в$ )



и износа инструмента  $h$  приведен на рис. 5. Там же приведен пример оценки близости теоретических и экспериментальных спектров  $\phi_{X_S, X_S}^{(i)}(\omega)$ . На кривых  $S_{X_S, X_S}^{(2)}(\omega)$  выделены частоты, в которых  $S_{X_S, X_S}^{(2)}(\omega) > 0,7$ . Эти результаты позволяют сделать заключения об адекватности модели (2). В низкочастотной области  $S_{X_S, X_S}^{(2)}(\omega) \rightarrow 1$ . По мере увеличения частоты имеется тенденция к уменьшению  $S_{X_S, X_S}^{(2)}(\omega)$ , т. е. в высокочастотной области, как правило, лежащей за пределами полос пропускания колебательных контуров,  $S_{X_S, X_S}^{(2)}(\omega) \rightarrow 0$ .

Для адекватного описания деформаций в высокочастотной области требуются более слож-

ные модели, в которых взаимодействующие подсистемы являются системами с распределенными параметрами и дополнительно учитываются физические взаимодействия, не связанные с механикой процесса резания (например, молекулярно-адгезионные). Адекватность математического описания динамики резания зависит и от режимов обработки. Установлено, что при увеличении скорости резания наблюдается расширение частотного диапазона, в котором математический инструментарий позволяет адекватно оценивать деформации вершины инструмента относительно заготовки. На это указывает функция когерентности  $K_{X_S, X_S}^{(i)}(\omega)$ . Достаточно

сравнить графики на рис. 5 а, в и г. В области частот, близких к резонансам подсистемы инструмента, функция когерентности приближается

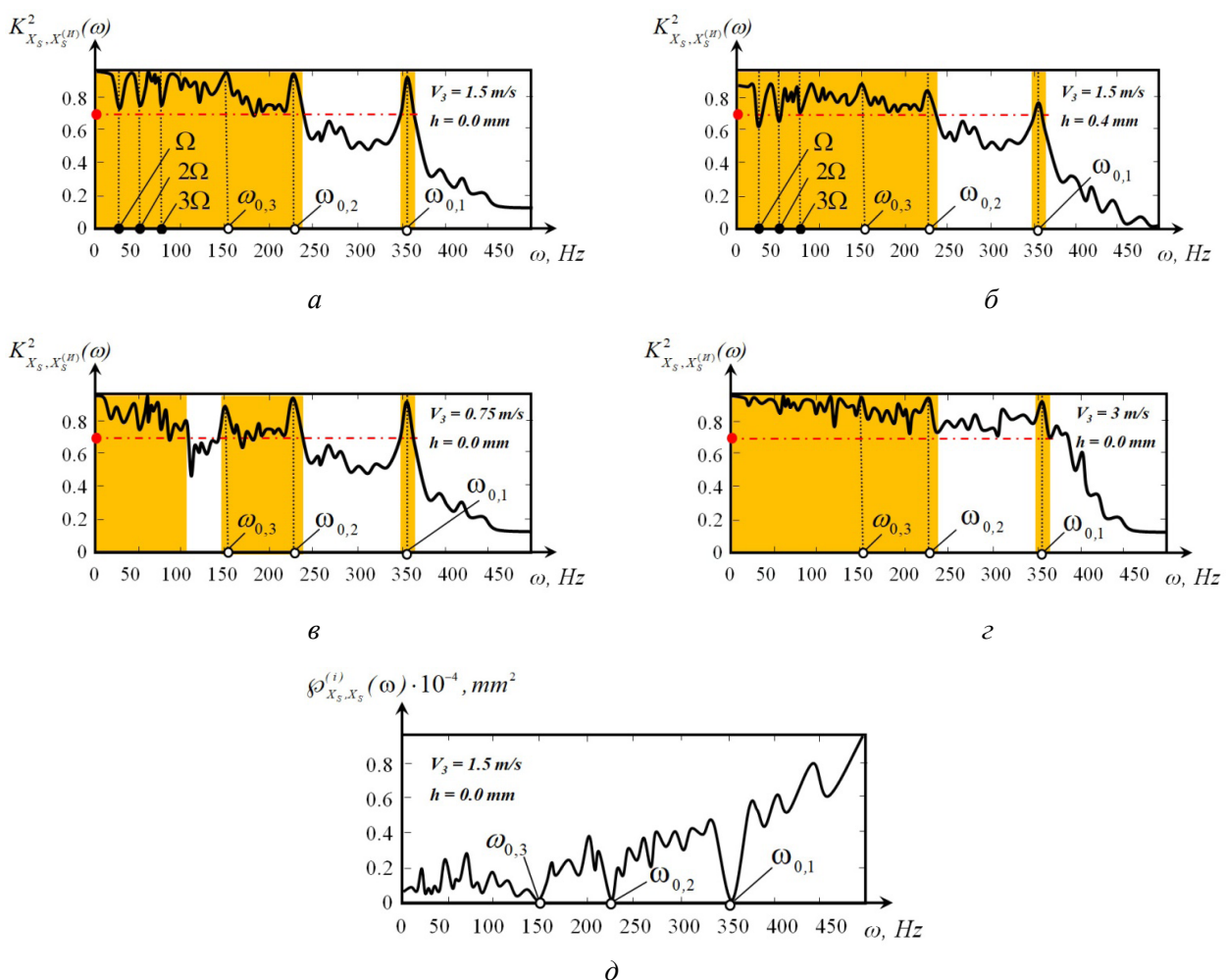


Рис. 5. Примеры изменения функции когерентности и оценки близости амплитудно-частотных характеристик модели и реального процесса

Fig. 5. Examples of coherence function variation and estimation of proximity of amplitude-frequency characteristics of the model and the real process

к единице. По мере увеличения износа частотный диапазон, в котором математическое моделирование является адекватным, также уменьшается. На частотах, равных или кратных частоте вращения заготовки  $\Omega$ , замечено резкое уменьшение функции когерентности. Общая тенденция неопределенности математической модели такова: при увеличении затухания, вносимого динамической системой, неопределенность моделирования динамической системы в виде системы (2) возрастает. На это указывает и оценка  $\varphi_{X_S, X_S}^{(i)}(\omega)$  погрешности моделирования в частотной области (рис. 5, д).

### Результаты и их обсуждение

Точность математического моделирования деформаций еще не гарантирует адекватность их преобразования в геометрию детали. Если имеется возможность определять  $\mathbf{X}(t)$ , то при заданных  $\mathbf{L}(t)$ ,  $\mathbf{V}(t)$  на основе системы (1) определяются траектории  $\mathbf{L}^{(\Phi)}(t)$ ,  $\mathbf{V}^{(\Phi)}(t)$ . Для анализа адекватности преобразования формообразующих движений в геометрическую топологию необходимо сравнить две топологии –  $\mathfrak{Z}_C(\mathbf{L}, \mathbf{X})$  и  $\mathfrak{Z}(\mathbf{L}, \mathbf{X})$ , так как «скелетная» геометрическая топология  $\mathfrak{Z}_C(\mathbf{L}, \mathbf{X})$  является прямым геометрическим отображением траектории  $\mathbf{L}^{(\Phi)}(t)$ ,  $\mathbf{V}^{(\Phi)}(t)$  на поверхности детали. Заметим, если задана геометрическая топология, то из нее можно вычислить любые принятые в инженерной практике оценки геометрического качества детали.

Для измерения рельефа и морфологии поверхности использовались следующие приборы и аппаратура.

Контурограф-профилограф T4HD фирмы IMTS/Triebworg (погрешность не превышает 0,01 мкм в диапазоне: диаметр до 200 мм и ширина контролируемой поверхности 20 мм). Прибор позволяет измерять неровности до половины длины окружности. Измерение  $X_1(t)$  и  $R(t)$  (рис. 6) позволяет выполнить спектральный анализ колебательных смещений  $X_1(t)$  и функции профиля  $R(t)$  в единстве авто- и взаимных спектров, а также функции когерентности  $K_{X_1, R}^2(\omega)$ .

Для оценки морфологии поверхности применялся трехмерный микроскоп Contour ELITE (производство фирмы BRUKER), который позволяет получать фотографии и рельеф поверхности с высоким разрешением (в горизонтальной плоскости порядка 160 нм) (рис. 7). Для измерения вибраций использовались датчики фирмы «Брюэль и Кьерр», а также сертифицированные преобразователи AP35D с цифровым выходом. Для преобразования виброскоростей в смещения использовалась операция интегрирования с удалением тренда, вызванного неопределенностью начальных условий. Все приборы обеспечивают прямой доступ в память ЭВМ для дальнейшей автоматической обработки информации.

Рассмотрим вначале изменение  $K_{X_1, R}^2(\omega)$ .

При обработке вала функция профиля  $R(t)$  представлена в виде отклонения радиуса от координаты вершины инструмента без учета упругих деформаций, т. е. от координаты  $L_2(0) = d/2$ .

Частота вращения заготовки  $\Omega = \text{const}$ . Поэтому функции  $R(t)$  и  $R(L_3)$  отличаются на постоянный коэффициент, так как  $L_3 = \pi d \Omega t$ . Здесь  $\pi d \Omega = \text{const}$ . Как и ранее, будем рассматривать условия, при которых процесс асимптотически устойчив и вариации деформаций являются малыми. В этом случае связь  $X_1(t)$  и  $R(t)$  можно оценивать с помощью функции когерентности  $K_{X_1, R}^2(\omega)$ . На рис. 6 приведены  $K_{X_1, R}^2(\omega)$  для режимов, при которых анализировалась адекватность математического моделирования системы (рис. 4). На рис. 6 точечными кривыми красного цвета показаны усредненные по алгоритмам скользящего среднего функции когерентности. Выделены области, в которых  $K_{X_1, R}^2(\omega) > 0,7$ .

Частотная область  $\omega \in (0, \omega_{0,0})$  оценивается как диапазон, в котором формируемый рельеф объясним траекториями  $\mathbf{L}^{(\Phi)}(t)$ .

Здесь частота  $\omega_{0,0}$  зависит от режимов. Она возрастает при увеличении скорости резания и уменьшается по мере развития износа инструмента, а также при изменении всех условий, при которых возрастает объем пластической дефор-

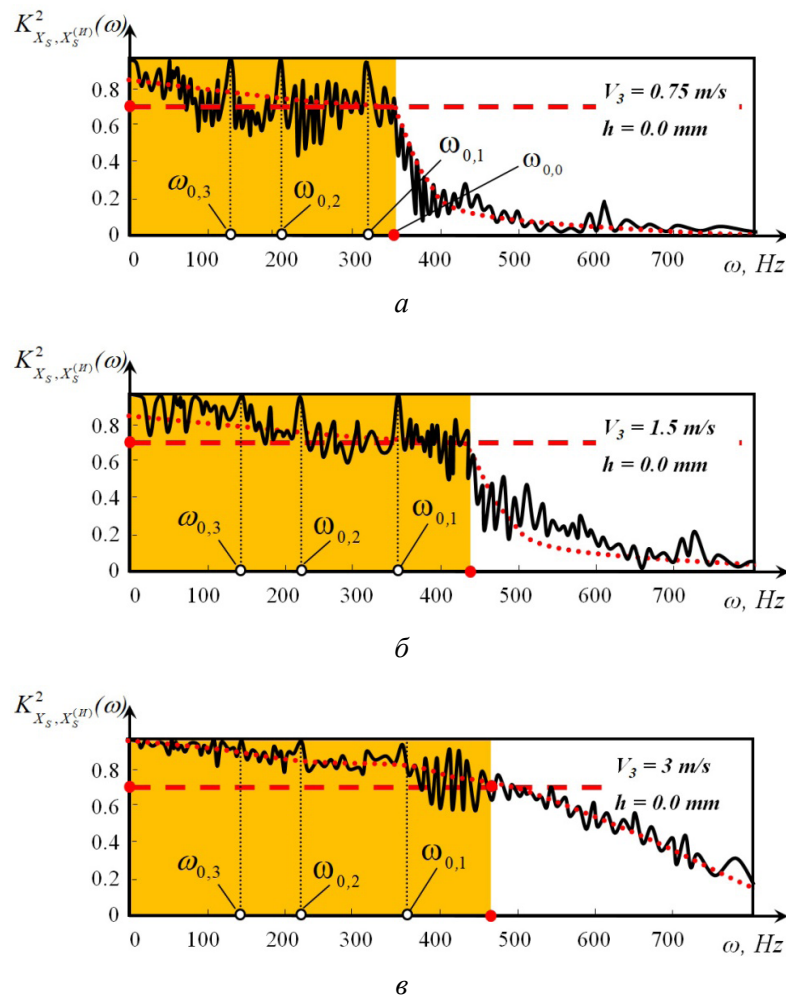


Рис. 6. Изменение функций когерентности между колебательными смещениями и функцией профиля

Fig. 6. Variation of coherence functions between vibrational displacements and profile function

мации в зоне резания. Если сравнить функции когерентности, приведенные на рис. 5 и 6, то можно сделать вывод об адекватности топологий  $\mathfrak{Z}_C(\mathbf{L}, \mathbf{X})$  и  $\mathfrak{Z}(\mathbf{L}, \mathbf{X})$ . С помощью приведенного математического инструментария имеется возможность оценивания лишь макрогеометрических характеристик. Что касается шероховатости поверхности, то при ее формировании необходимо рассматривать частотный диапазон, в зависимости от качества точности, до 5,0 кГц. Кроме этого, большее значение имеют молекулярно-механические взаимодействия, процессы пластической деформации и динамика собственно стружкообразования. Если следовать ГОСТ 25142–82, то неровности в пределах длины опорной поверхности находятся в частотном диапазоне, в котором  $K^2_{X_1, R}(\omega) > 0,7$ , и распо-

ложены лишь при черновой обработке. Для подтверждения этого достаточно проанализировать автоспектры  $S_{R, R}(\omega)$  (рис. 7, а), вычисленные на основе измерения функции профиля и соответствующие морфологии обработанной поверхности, которые получены при трех скоростях резания (рис. 7, б, в).

На геометрических топологиях, определенных с помощью микроскопа Contour ELITE, хорошо видны дополнительные микронеровности рельефа поверхности, которые образуются в окрестности следа от вершины инструмента, полученные при малой скорости резания (скорости 0,75 м/с). Они практически отсутствуют при скорости резания 3,0 м/с. При этом в высокочастотной области изменяется спектр рельефа (рис. 7, а). Кроме того, переход от рельефа при

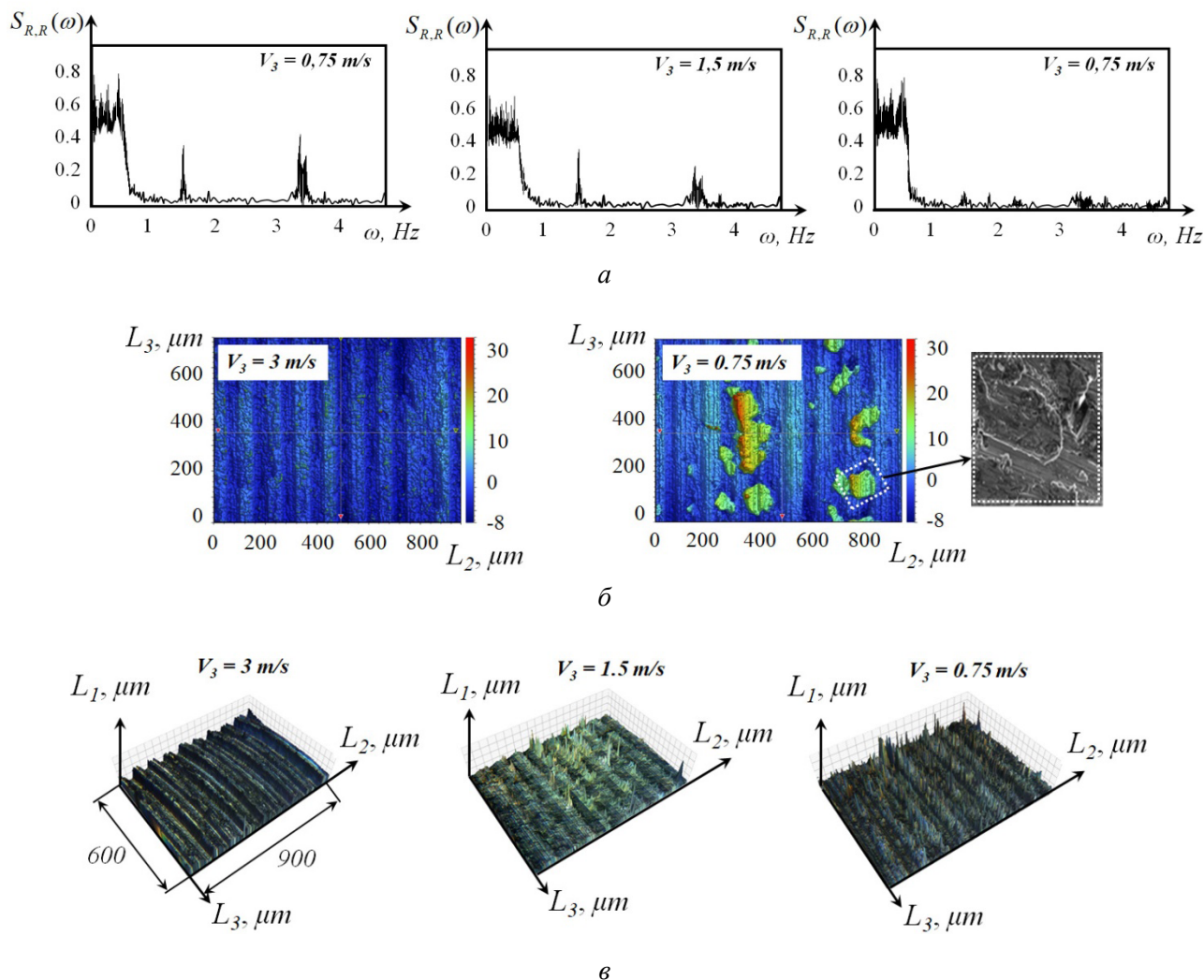


Рис. 7. Изменение морфологии микроповерхности в зависимости от скорости резания:  
а – нормированные к дисперсии спектры рельефа, приведенного к временной последовательности;  
б, в – морфологии поверхностей

Fig. 7. Variation of micro surface morphology as a function of cutting speed:  
а – dispersion normalized spectra of relief reduced to time sequence; б, в – surface morphologies

скорости 3,0 м/с к рельефу при скорости 0,75 м/с характеризуется нестабильностью формирования дополнительных отклонений рельефа, отличного от следа, оставленного инструментом.

### Заключение

При создании цифрового двойника процесса резания одна из проблем заключается в создании математического инструментария, с помощью которого можно реконструировать геометрию формируемой резанием поверхности. В исследовании рассматривается адекватность реконструированной геометрической топологии  $\mathfrak{Z}_C(\mathbf{L}, \mathbf{X})$ , полученной на основе вычисления и (или) изменения траекторий формообразующих движений

$\mathbf{L}^{(\Phi)}(\mathbf{t})$ , а также реальной топологии  $\mathfrak{Z}(\mathbf{L}, \mathbf{X})$ .

Реальная топология представлена в виде функции профиля в направлении скорости резания. Реконструированная топология  $\mathfrak{Z}_C(\mathbf{L}, \mathbf{X})$  построена на основе траектории формообразующих движений, которые представляют единство ТИЭС  $\mathbf{L}(\mathbf{t})$ , заданных по программе ЧПУ, и траекторий деформационных смещений вершины инструмента относительно заготовки  $\mathbf{X}(\mathbf{t})$ . Рассмотрено два случая, когда траектория  $\mathbf{X}(\mathbf{t})$  измерена или вычислена.

Для анализа адекватности главное внимание уделено функции когерентности между формообразующими движениями и рельефом поверх-



ности по направлению движения инструмента. Рассмотрены также примеры морфологии поверхности вала, полученного при его точении в различных условиях обработки и на различных режимах. Исследования показали, во-первых, что частотный диапазон, в котором реконструированная топология  $\mathfrak{Z}_C(\mathbf{L}, \mathbf{X})$  адекватно отображает реальную топологию  $\mathfrak{Z}(\mathbf{L}, \mathbf{X})$ , ограничен полосой пропускания принятой конечномерной моделью динамической системы резания. В рассматриваемых примерах эта полоса  $\omega \in (0, \omega_{0,0})$ . Здесь верхняя частота  $\omega_{0,0}$  зависит не только от полосы пропускания взаимодействующих через процесс резания подсистем, но и от технологических режимов. В рассматриваемом примере этот диапазон ограничен частотами в лучшем случае в диапазоне 200...300 Гц. В условиях выполненных исследований имеется тенденция некоторого расширения частотного диапазона адекватного отображения реконструированной топологии в сравнении с реальной при увеличении скорости резания. Диапазон  $\omega \in (0, \omega_{0,0})$  уменьшается при развитии износа инструмента и увеличении объема пластической деформации материала в зоне резания. При сравнении топологии  $\mathfrak{Z}_C(\mathbf{L}, \mathbf{X})$ , реконструированной на основе измеренных вибрационных последовательностей, и реальной топологии  $\mathfrak{Z}(\mathbf{L}, \mathbf{X})$  частотный диапазон  $\omega \in (0, \omega_{0,0})$  может быть расширен до 500 Гц. Однако и в этом случае в реконструированной топологии можно адекватно оценивать только макрогеометрические свойства формируемой резанием поверхности в единстве точности размеров и волнистости. При оценивании микрорельефа требуются более сложные статистические оценки и более точные измерительные приборы, позволяющие существенно расширить частотный диапазон моделируемых и измеримых вибрационных последовательностей.

Выполненный анализ морфологий элементарных поверхностей показал, что при уменьшении скорости резания в окрестности траектории, формируемой вершиной инструмента, образуются дополнительные отклонения, физическая природа которых связана с пластической деформацией микрообластей в контакте задних граней

инструмента и термодинамикой резания (см. рис. 7, б и в). По нашему мнению, в зависимости от скорости резания необходимо учитывать молекулярно-механические взаимодействия – например, образование и разрыв адгезионных связей. Их формирование и разрыв зависят от скорости перемещения инструмента относительно заготовки.

В результате проведенного исследования был получен ряд основных выводов.

1. Качество создания цифрового двойника процесса обработки резанием на металлорежущих станках зависит от глубины проникновения используемых при этом моделей в физику взаимодействий инструмента и заготовки через зону резания.

2. Траектории формообразующих движений инструмента относительно заготовки, рассматриваемые в единстве заданных системой ЧПУ траекторий исполнительных элементов станка и деформационных смещений вершины инструмента относительно заготовки, адекватно отображают формируемую резанием геометрическую топологию поверхности детали. Однако адекватность такого отображения ограничена частотным диапазоном, который зависит, во-первых, от избирательных свойств взаимодействующих подсистем со стороны инструмента и заготовки. Во-вторых, он ограничен возможностью измерения высокочастотных колебательных смещений вершины инструмента относительно заготовки, а также самостоятельных, не включенных в динамическую систему резания физических взаимодействий в зоне резания.

3. Математическое моделирование динамической системы резания, основанное на механике взаимодействия инструмента и заготовки, позволяет адекватно прогнозировать формируемую резанием макрогеометрию детали, но не свойства шероховатости поверхности, тем более свойства поверхностного слоя. Для прогнозирования микрорельефа математические модели, раскрывающие связь траекторий исполнительных элементов станка с учетом упругих деформаций в геометрическую топологию, должны быть композиционными. Кроме механики взаимодействий инструмента и заготовки через динамическую связь, формируемую процессом резания, необходимо включить термодинамические и молекулярные взаимодействия, а также



учитывать пластическую деформацию поверхностных слоев.

4. Приведенные исследования ограничены линеаризованными моделями, справедливыми для малых возмущений и для случая устойчивых траекторий. При больших возмущениях необходимо дополнительно учитывать нелинейные эффекты взаимодействий, анализ которых будет приведен в следующих наших публикациях.

### Список литературы

1. Altintas Y. Manufacturing automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design. – UK: Cambridge University Press, 2012. – 366 p. – DOI: 10.1017/CBO9780511843723.
2. Virtual machine tool / Y. Altintas, C. Brecher, M. Weck, S. Witt // CIRP Annals. – 2005. – Vol. 54 (2). – P. 115–138. – DOI: 10.1016/S0007-8506(07)60022-5.
3. Erkorkmaz K., Altintas Y., Yeung C.-H. Virtual computer numerical control system // CIRP Annals. – 2006. – Vol. 55 (1). – P. 399–402. – DOI: 10.1016/S0007-8506(07)60444-2.
4. Virtual process systems for part machining operations / Y. Altintas, P. Kersting, D. Biermann, E. Budak, B. Denkena // CIRP Annals. – 2014. – Vol. 63 (2). – P. 585–605. – DOI: 10.1016/j.cirp.2014.05.007.
5. Machine tool calibration: Measurement, modeling, and compensation of machine tool errors / W. Gao, S. Ibaraki, M.A. Donmez, D. Kono, J.R.R. Mayer, Y.-L. Chen, K. Szipka, A. Archenti, J.-M. Linares, N. Suzuki // International Journal of Machine Tools and Manufacture. – 2023. – Vol. 187. – P. 104017. – DOI: 10.1016/j.ijmachtools.2023.104017.
6. Development of machining strategies for aerospace components, using virtual machining tools / L. Estman, D. Merdol, K.-G. Brask, V. Kalhori, Y. Altintas // New Production Technologies in Aerospace Industry. – Cham: Springer, 2014. – P. 63–68. – (Lecture Notes in Production Engineering). – DOI: 10.1007/978-3-319-01964-2\_9.
7. Kilic Z.M., Altintas Y. Generalized mechanics and dynamics of metal cutting operations for unified simulations // International Journal of Machine Tools and Manufacture. – 2016. – Vol. 104. – P. 1–13. – DOI: 10.1016/j.ijmachtools.2016.01.006.
8. Soori M., Arezoo B. Virtual machining systems for CNC milling and turning machine tools: a review // International Journal of Engineering and Technology. – 2020. – Vol. 18. – P. 56–104.
9. Virtual simulation of five-axis machine tool with consideration of CNC interpolation, servo dynamics, friction, and geometric errors / M.-T. Lin, T.-Y. Huang, M.-S. Tsai, S.-K. Wu // Journal of the Chinese Institute of Engineers. – 2017. – Vol. 40 (7). – P. 1–12. – DOI: 10.1080/02533839.2017.1372221.
10. Identification of mass and sliding friction parameters of machine tool feed drive using recursive least squares method / C. Lee, S. Hwang, E. Nam, B. Min // International Journal of Advanced Manufacturing Technology. – 2020. – Vol. 109. – P. 2831–2844. – DOI: 10.1007/s00170-020-05858-x.
11. A multipoint method for 5-axis machining of triangulated surface models / R.K. Duvedi, S. Bedi, A. Batish, S. Mann // Computer-Aided Design. – 2014. – Vol. 52. – P. 17–26. – DOI: 10.1016/j.cad.2014.02.008.
12. Five-axis tool path generation in CNC machining of T-spline surfaces / W.F. Gan, J.Z. Fu, H.Y. Shen, Z.Y. Chen, Z.W. Lin // Computer-Aided Design. – 2014. – Vol. 52. – P. 51–63. – DOI: 10.1016/j.cad.2014.02.013.
13. Kiswanto G., Hendriko H., Duc E. An analytical method for obtaining cutter workpiece engagement during a semi-finish in five-axis milling // Computer-Aided Design. – 2014. – Vol. 55. – P. 81–93. – DOI: 10.1016/j.cad.2014.05.003.
14. A novel virtual metrology scheme for predicting machining precision of machine tools / H. Tieng, H.C. Yang, M.H. Hung, F.T. Cheng // IEEE International Conference on Robotics and Automation. – IEEE, 2013. – P. 264–269. – DOI: 10.1109/ICRA.2013.6630586.
15. Cloud-based design and manufacturing: a new paradigm in digital manufacturing and design innovation / D. Wu, D.W. Rosen, L. Wang, D. Schaefer // Computer-Aided Design. – 2015. – Vol. 59. – P. 1–14. – DOI: 10.1016/j.cad.2014.07.006.
16. Yang J., Guo G. Design a new manufacturing model: cloud manufacturing // Proceedings of the 2012 International Conference on Cybernetics and Informatics. – New York: Springer, 2014. – P. 1597–1606. – (Lecture Notes in Electrical Engineering; vol. 163). – DOI: 10.1007/978-1-4614-3872-4\_205.
17. Strategy for implementating predictive process-oriented machine tool digital twins / M. Sulitka, P. Kolar, J. Sveda, J. Smolik // MM Science Journal. – 2022. – Vol. 10. – P. 5954–5961. – DOI: 10.17973/mmsj.2022\_10\_2022121.
18. Разработка цифрового двойника станка с ЧПУ на основе методов машинного обучения / Ю.Г. Кабалдин, Д.А. Шатагин, М.С. Аносов, А.М. Кузьмина // Вестник Донского государственного технического университета. – 2019. – № 19 (1). – С. 45–55. – DOI: 10.23947/1992-5980-2019-19-1-45-55.
19. Кабалдин Ю.Г., Шатагин Д.А., Кузьмина А.М. Разработка цифрового двойника режущего инструмента для механообрабатывающего производства // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2019. – № 4. – С. 11–17. – DOI: 10.18698/0536-1044-2019-4-11-17.



20. Пантюхин О.В., Васин С.А. Цифровой двойник технологического процесса изготовления изделий специального назначения // Станко-инструмент. – 2021. – № 1 (22). – С. 56–59. – DOI: 10.22184/2499-9407.2021.22.1.56.58.

21. Бурлаченко О.В., Оганесян О.В. Цифровая технология выбора и трансформации информации для управления и поддержки жизненного цикла изделия // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2023. – № 3 (756). – Р. 3–13. – DOI: 10.18698/0536-1044-2023-3-3-13.

22. Моделирование динамической связи, формируемой процессом точения, в задачах динамики процесса резания (позиционная связь) / В.Л. Заковоротный, Д.Т. Фам, С.Т. Нгуен, М.Н. Рыжкин // Вестник Донского государственного технического университета. – 2011. – Т. 11, № 3 (54). – С. 301–311.

23. Заковоротный В.Л., Флек М.Б. Динамика процесса резания. Синергетический подход. – Ростов н/Д.: Терра, 2005. – 880 с.

24. Рыжкин А.А. Синергетика изнашивания инструментальных материалов при лезвийной обработке. – Ростов н/Д.: Донской гос. техн. ун-т, 2019. – 289 с. – ISBN 978-5-7890-1669-5.

25. Старков В.К. Физика и оптимизация резания материалов. – М.: Машиностроение, 2009. – 640 с.

26. Санкин Ю.Н., Санкин Н.Ю. Устойчивость токарных станков при нелинейной характеристике процесса резания. – Ульяновск: УлГТУ, 2008. – 137 с.

27. Hahn R.S. On the theory of regenerative chatter in precision grinding operation // Transactions of American Society of Mechanical Engineers. – 1954. – Vol. 76. – P. 356–260.

28. Tobias S.A., Fishwick W. Theory of regenerative machine tool chatter // The Engineer. – 1958. – Vol. 205. – P. 199–203.

29. Merritt H.E. Theory of self-excited machine-tool chatter: contribution to machine-tool chatter research – 1 // Journal of Engineering for Industry. – 1965. – Vol. 87 (4). – P. 447–454. – DOI: 10.1115/1.3670861.

30. A new algorithm for chatter quantification and milling instability classification based on surface analysis / G. Zhou, M. Yuan, F. Feng, Z. Han, X. Song, X. Wang, P. Feng, M. Zhang // Mechanical Systems and Signal Processing. – 2023. – Vol. 204. – P. 110816. – DOI: 10.1016/j.ymssp.2023.110816.

31. Кудинов В.А. Динамика станков. – М.: Машиностроение, 1967. – 359 с.

32. Selbsterregte Schwingungen an Werkzeugmaschinen / J. Tlustý, A. Poláček, C. Danek, J. Spacek. – Berlin: Verlag Technik, 1962. – 320 p.

33. Tlustý J., Ismail F. Basic non-linearity in machining chatter // CIRP Annals. – 1981. – Vol. 30. – P. 299–304.

34. Hanna N.H., Tobias S. A theory of nonlinear regenerative chatter // Journal of Engineering

for Industry. – 1974. – Vol. 96 (1). – P. 247–255. – DOI: 10.1115/1.3438305.

35. Wahi P., Chatterjee A. Self-interrupted regenerative metal cutting in turning // International Journal Non-Linear Mechanics. – 2008. – Vol. 43. – P. 111–123. – DOI: 10.1016/j.ijnonlinmec.2007.10.010.

36. Stépán G., Szalai R., Insperger T. Nonlinear dynamics of high-speed milling subjected to regenerative effect // Nonlinear Dynamics of Production Systems. – Weinheim: Wiley-VCH, 2004. – P. 111–127. – DOI: 10.1002/3527602585.ch7.

37. Stépán G., Insperger T., Szalai R. Delay, parametric excitation, and the nonlinear dynamics of cutting processes // International Journal of Bifurcation and Chaos. – 2005. – Vol. 15 (9). – P. 2783–2798. – DOI: 10.1142/S0218127405013642.

38. Influence of the ploughing effect on the dynamic behavior of the self-vibratory drilling head / D. Brisaud, A. Gousskov, N. Guibert, J. Rech // CIRP Annals. Manufacturing Technology. – 2008. – P. 385–388. – DOI: 10.1016/j.cirp.2008.03.101.

39. Influence of the clearance face on the condition of chatter self-excitation during turning / A. Gousskov, M. Gousskov, Ph. Lorong, G. Panovko // International Journal of Machining and Machinability of Materials. – 2017. – Vol. 19 (1). – P. 17–39. – DOI: 10.1504/IJM-MM.2017.10002088.

40. Воронов С.А., Киселев И.А. Нелинейные задачи динамики процессов резания // Машиностроение и инженерное образование. – 2017. – № 2 (51). – С. 9–23.

41. Моделирование и исследование устойчивости процесса многолезвцового резания «по следу» / М. Гуськов, А.М. Гуськов, Т. Динь Дык, Г. Пановко // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2018. – № 4. – С. 19–27. – DOI: 10.31857/S023571190000533-7.

42. Gousskov A.M., Panovko G.Ya., Shokhin A.E. Dynamics of the rotor system of a vibrational-centrifugal separator with an elastic vibration limiter // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. – 2023. – Vol. 51 (8). – P. 733–745. – DOI: 10.3103/S105261882208009X.

43. Вейц В.Л., Васильков Д.В. Задачи динамики, моделирования и обеспечения качества при механической обработке мало жестких заготовок // СТИН. – 1999. – № 6. – С. 9–13.

44. Altintas Y., Budak E. Analytical prediction of stability lobes in milling // CIRP Annals. Manufacturing Technology. – 1995. – Vol. 44 (1). – P. 357–362. – DOI: 10.1016/S0007-8506(07)62342-7.

45. Altintas Y., Weck M. Chatter stability of metal cutting and grinding // CIRP Annals. Manufacturing Technology. – 2004. – Vol. 53 (2). – P. 619–642. – DOI: 10.1016/S0007-8506(07)60032-8.

46. *Inspurger T., Stépán G.* Semi-discretization method for delayed systems // *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. – 2002. – Vol. 55 (5). – P. 503–518. – DOI: 10.1002/nme.505.
47. *Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е.* Влияние флуктуаций на устойчивость формообразующих траекторий при точении // *Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки*. – 2017. – № 2 (194). – С. 52–61.
48. Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of the equilibrium in a dynamic system of cutting / V.L. Zakovorotny, A.D. Lukyanov, A.A. Gubanova, V.V. Hristoforova // *Journal of Sound and Vibration*. – 2016. – Vol. 368. – P. 174–190. – DOI: 10.1016/j.jsv.2016.01.020.
49. *Мурашкин Л.С., Мурашкин С.Л.* Прикладная нелинейная механика станков. – Л.: Машиностроение, 1977. – 192 с.
50. *Grabec I.* Chaos generated by the cutting process // *Physics Letters*. – 1986. – Vol. 117. – P. 384–386. – DOI: 10.1016/0375-9601(86)90003-4.
51. *Wiercigroch M., Budak E.* Sources of nonlinearities, chatter generation and suppression in metal cutting // *Philosophical Transactions of the Royal Society A*. – 2001. – Vol. 359 (1781). – P. 663–693. – DOI: 10.1098/rsta.2000.0750.
52. *Wiercigroch M., Krivtsov A.M.* Frictional chatter in orthogonal metal cutting // *Philosophical Transactions of the Royal Society A*. – 2001. – Vol. 359 (1781). – P. 713–738. – DOI: 10.1098/rsta.2000.0752.
53. *Rusinek R., Wiercigroch M., Wahi P.* Influence of tool flank forces on complex dynamics of a cutting process // *International Journal of Bifurcation and Chaos*. – 2014. – Vol. 24 (9). – P. 189–201. – DOI: 10.1142/S0218127414501156.
54. *Rusinek R., Wiercigroch M., Wahi P.* Modeling of frictional chatter in metal cutting // *International Journal of Mechanical Sciences*. – 2014. – Vol. 89. – P. 167–176. – DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2014.08.020.
55. *Shao Y.-F., Ding H.* Evaluation of gravity effects on the vibration of fluid-conveying pipes // *International Journal of Mechanical Sciences*. – 2023. – Vol. 248 (5). – P. 108230. – DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2023.108230.
56. *Zakovorotny V.L., Gubanova A.A., Lukyanov A.D.* Attractive manifolds in end milling // *Russian Engineering Research*. – 2017. – Vol. 37 (2). – P. 158–163.
57. *Zakovorotny V.L., Bykador V.S.* Cutting-system dynamics // *Russian Engineering Research*. – 2016. – Vol. 36 (7). – P. 591–598. – DOI: 10.3103/S1068798X16070182.
58. *Заковоротный В.Л., Фам Д.Т., Фам Т.Х.* Параметрические явления при управлении процессами обработки на станках // *Вестник Донского государственного технического университета*. – 2012. – Т. 12, № 7 (68). – С. 52–61.
59. *Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е.* Влияние вибраций на траектории формообразующих движений инструмента при точении // *Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты)*. – 2019. – Т. 21, № 3. – С. 42–58. – DOI: 10.17212/1994-6309-2019-21.3-42-58.
60. *Zakovorotny V.L., Gvindzhiliya V.E.* Influence of spindle wobble in turning on the workpiece's surface topology // *Russian Engineering Research*. – 2018. – Vol. 38. – P. 818–823. – DOI: 10.3103/S1068798X18100192.
61. *Заковоротный В.Л., Фам Д.Т., Нгуен С.Т.* Моделирование и идентификация инерционных и диссипативных свойств подсистем режущего инструмента и заготовки при точении // *Вестник Донского государственного технического университета*. – 2010. – Т. 10, № 8 (51). – С. 1165–1178.

## Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

© 2024 Авторы. Издательство Новосибирского государственного технического университета. Эта статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>).



## Obrabotka metallov -

## Metal Working and Material Science





Journal homepage: [http://journals.nstu.ru/obrabotka\\_metallov](http://journals.nstu.ru/obrabotka_metallov)



### The study of vibration disturbance mapping in the geometry of the surface formed by turning

Vilor Zakovorotny<sup>a</sup>, Valery Gvindjiliya<sup>b, \*</sup>

Don State Technical University, 1 Gagarin square, Rostov-on-Don, 344000, Russian Federation

<sup>a</sup>  <https://orcid.org/0000-0003-2187-9897>,  [vzakovorotny@dstu.edu.ru](mailto:vzakovorotny@dstu.edu.ru); <sup>b</sup>  <https://orcid.org/0000-0003-1066-4604>,  [vvgvindjiliya@donstu.ru](mailto:vvgvindjiliya@donstu.ru)

#### ARTICLE INFO

##### Article history:

Received: 20 December 2023

Revised: 22 February 2024

Accepted: 20 March 2024

Available online: 15 June 2024

##### Keywords:

Transformation of vibrations into the relief of the workpiece  
 Trajectories of forming movements  
 Dynamic cutting system

##### Funding

The study was supported by a grant within the framework of the «Nauka-2030».

#### ABSTRACT

**Introduction.** The development of virtual digital models of the machining process on metal-cutting machines is a dynamically developing direction of increasing the efficiency of machine-building production. Such models include subsystems of parts quality prediction. Accuracy and validity of its work directly depends on the built model of dynamic cutting system, which is perturbed by force noise, the sources of which have different physical origin. In addition, the autonomous dynamic system itself is a generator of various attracting sets of deformations, such as limit cycles or chaotic attractors. Taking into account various nonlinear transformations in the properties of the dynamics of the cutting process allows increasing the adequacy of the model to the real process and is an actual task in the construction of simulation modeling systems of the dynamics of surface machining by cutting. **Study object.** Our earlier studies allow us to determine the geometry corresponding to the deformation trajectories of the surface formed by cutting. However, the adequacy of the mapping of the calculated trajectories to the geometry estimates remains not quite clear. The proposed paper focuses on achieving an adequate mapping of calculated as well as measured strain trajectories into the geometric topology of the part. **The aim of the work** is to evaluate the mapping of vibration perturbations of the system into the geometry of the surface formed by cutting. **Method and methodology.** The research is of experimental-theoretical nature. The content of the research includes the study of the correspondence of frequency characteristics obtained on the model and in real machining. The main attention is paid to the mapping of deformations to the part geometry. For this purpose, the paper considers the coherence functions between the strain functions and the part profile. **Results and Discussion.** It is shown that the conditioning of these transformations has a limited frequency range in which the explanation of the variable components of the generated relief is statistically significant. Mathematical modeling of the dynamic cutting system based on the mechanics of interaction between tool and workpiece allows adequate prediction of the macro geometry of the part formed by cutting. The obtained mathematical tools can be used to create systems for predicting the geometry of the machined surface.

**For citation:** Zakovorotny V.L., Gvindjiliya V.E. The study of vibration disturbance mapping in the geometry of the surface formed by turning. *Obrabotka metallov (tekhnologiya, oborudovanie, instrumenty)* = *Metal Working and Material Science*, 2024, vol. 26, no. 2, pp. 107–126. DOI: 10.17212/1994-6309-2024-26.2-107-126. (In Russian).

#### References

1. Altintas Y. *Manufacturing automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design*. UK, Cambridge University Press, 2012. 366 p. DOI: 10.1017/CBO9780511843723.
2. Altintas Y., Brecher C., Weck M., Witt S. Virtual machine tool. *CIRP Annals*, 2005, vol. 54 (2), pp. 115–138. DOI: 10.1016/S0007-8506(07)60022-5.
3. Erkorkmaz K., Altintas Y., Yeung C.-H. Virtual computer numerical control system. *CIRP Annals*, 2006, vol. 55 (1), pp. 399–402. DOI: 10.1016/S0007-8506(07)60444-2.
4. Altintas Y., Kersting P., Biermann D., Budak E., Denkena B. Virtual process systems for part machining operations. *CIRP Annals*, 2014, vol. 63 (2), pp. 585–605. DOI: 10.1016/j.cirp.2014.05.007.

#### \* Corresponding author

Gvindjiliya Valery E., Ph.D. (Engineering), Senior Lecturer  
 Don State Technical University,  
 1 Gagarin square,  
 344000, Rostov-on-Don, Russian Federation  
**Tel.:** +7 918 583-23-33, **e-mail:** [vvgvindjiliya@donstu.ru](mailto:vvgvindjiliya@donstu.ru)



5. Gao W., Ibaraki S., Donmez M.A., Kono D., Mayer J.R.R., Chen Y.-L., Szipka K., Archenti A., Linares J.-M., Suzuki N. Machine tool calibration: Measurement, modeling, and compensation of machine tool errors International. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2023, vol. 187, p. 104017. DOI: 10.1016/j.ijmachtools.2023.104017.
6. Estman L., Merdol D., Brask K.-G., Kalhori V., Altintas Y. Development of machining strategies for aerospace components, using virtual machining tools. *New Production Technologies in Aerospace Industry*. Cham, Springer, 2014, pp. 63–68. DOI: 10.1007/978-3-319-01964-2\_9.
7. Kilic Z.M., Altintas Y. Generalized mechanics and dynamics of metal cutting operations for unified simulations. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2016, vol. 104, pp. 1–13. DOI: 10.1016/j.ijmachtools.2016.01.006.
8. Soori M., Arezoo B. Virtual machining systems for CNC milling and turning machine tools: a review. *International Journal of Engineering and Technology*, 2020, vol. 18, pp. 56–104.
9. Lin M.-T., Huang T.-Y., Tsai M.-S., Wu S.-K. Virtual simulation of five-axis machine tool with consideration of CNC interpolation, servo dynamics, friction, and geometric errors. *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, 2017, vol. 40 (7), pp. 1–12. DOI: 10.1080/02533839.2017.1372221.
10. Lee C., Hwang S., Nam E., Min B. Identification of mass and sliding friction parameters of machine tool feed drive using recursive least squares method. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2020, vol. 109, pp. 2831–2844. DOI: 10.1007/s00170-020-05858-x.
11. Duvedi R.K., Bedi S., Batish A., Mann S. A multipoint method for 5-axis machining of triangulated surface models. *Computer-Aided Design*, 2014, vol. 52, pp. 17–26. DOI: 10.1016/j.cad.2014.02.008.
12. Gan V.F., Fu J.Z., Shen H.Yu., Chen Z.Yu., Lin Z.V. Five-axis tool path generation in CNC machining of T-spline surfaces. *Computer-Aided Design*, 2014, vol. 52, pp. 51–63. DOI: 10.1016/j.cad.2014.02.013.
13. Kiswanto G., Hendriko H., Duk E. An analytical method for obtaining cutter workpiece engagement during a semi-finish in five-axis milling. *Computer-Aided Design*, 2014, vol. 55, pp. 81–93. DOI: 10.1016/j.cad.2014.05.003.
14. Tieng H., Yang H.C., Hung M.H., Cheng F.T. A novel virtual metrology scheme for predicting machining precision of machine tools. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, 2013, pp. 264–269. DOI: 10.1109/ICRA.2013.6630586.
15. Wu D., Rosen D.W., Wang L., Schaefer D. Cloud-based design and manufacturing: a new paradigm in digital manufacturing and design innovation. *Computer-Aided Design*, 2015, vol. 59, pp. 1–14. DOI: 10.1016/j.cad.2014.07.006.
16. Yang J., Guo G. Design a new manufacturing model: cloud manufacturing. *Proceedings of the 2012 International Conference on Cybernetics and Informatics*. New York, Springer, 2014, pp. 1597–1606. DOI: 10.1007/978-1-4614-3872-4\_205.
17. Sulitka M., Kolar P., Sveda J., Smolik J. Strategy for implementing predictive process-oriented machine tool digital twins. *MM Science Journal*, 2022, vol. 10, pp. 5954–5961. DOI: 10.17973/mmsj.2022\_10\_2022121.
18. Kabaldin Yu.G., Shatagin D.A., Anosov M.S., Kuzmishina A.M. Razrabotka tsifrovogo dvoynika stanka s ChPU na osnove metodov mashinnogo obucheniya [Development of digital twin of CNC unit based on machine learning methods]. *Vestnik Donskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Vestnik of Don State Technical University*, 2019, no. 19 (1), pp. 45–55. DOI: 10.23947/1992-5980-2019-19-1-45-55.
19. Kabaldin Yu.G., Shatagin D.A., Kuzmishina A.M. Razrabotka tsifrovogo dvoynika rezhushchego instrumenta dlya mekhanooabratyvyayushchego proizvodstva [The development of a digital twin of a cutting tool for mechanical production]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Mashinostroenie = Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2019, no. 4, pp. 11–17. DOI: 10.18698/0536-1044-2019-4-11-17.
20. Pantyukhin O.V., Vasin S.A. Tsifrovoy dvoynik tekhnologicheskogo protsessa izgotovleniya izdelii spetsial'nogo naznacheniya [Digital double of the technological process of manufacturing special-purpose products]. *Stankoinstrument*, 2021, no. 1 (22), pp. 56–59. DOI: 10.22184/2499-9407.2021.22.1.56.58. (In Russian).
21. Burlachenko O.V., Oganessian O.V. Tsifrovaya tekhnologiya vybora i transformatsii informatsii dlya upravleniya i podderzhki zhiznennogo tsikla izdeliya [Digital technology of information selection and transformation for product life cycle management and support]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Mashinostroenie = Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2023, no. 3 (756), pp. 3–13. DOI: 10.18698/0536-1044-2023-3-3-13.
22. Zakovorotniy V.L., Pham D.T., Nguyen X.C., Ryzhkin M.N. Modelirovanie dinamicheskoi svyazi, formiruemoi protsessom tocheniya, v zadachakh dinamiki protsessa rezaniya (pozitsionnaya svyaz') [Dynamic coupling modeling formed by turning in cutting dynamics problems (positional coupling)]. *Vestnik Donskogo*



gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Vestnik of Don State Technical University, 2011, vol. 11, no. 3 (54), pp. 301–311.

23. Zakovorotny V.L., Flek M.B. *Dinamika protsessa rezaniya. Sinergeticheskii podkhod* [The dynamics of the cutting process. Synergistic approach]. Rostov-on-Don, Terra Publ., 2005. 880 p.

24. Ryzhkin A.A. *Sinergetika iznashivaniya instrumental'nykh materialov pri lezviinoy obrabotke* [Synergetics of tool wear in cutting edge treatment]. Rostov-on-Don, Don State Technical University Publ., 2019. 289 p. ISBN 978-5-7890-1669-5.

25. Starkov V.K. *Fizika i optimizatsiya rezaniya materialov* [Physics and optimization of cutting materials]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2009. 639 p.

26. Sankin Yu.N., Sankin N.Yu. *Ustoichivost' tokarnykh stankov pri nelineinoy kharakteristike protsessa rezaniya* [Stability of lathes with nonlinear characteristics of the cutting process]. Ulyanovsk, UISTU Publ., 2008. 137 p.

27. Hahn R.S. On the theory of regenerative chatter in precision grinding operation. *Transactions of American Society of Mechanical Engineers*, 1954, vol. 76, pp. 356–260.

28. Tobias S.A., Fishwick W. Theory of regenerative machine tool chatter. *The Engineer*, 1958, vol. 205, pp. 199–203.

29. Merritt H.E. Theory of self-excited machine-tool chatter: contribution to machine-tool chatter research – 1. *Journal of Engineering for Industry*, 1965, vol. 87 (4), pp. 447–454. DOI: 10.1115/1.3670861.

30. Zhou G., Yuan M., Feng F., Han Z., Song X., Wang X., Feng P., Zhang M. A new algorithm for chatter quantification and milling instability classification based on surface analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2023, vol. 204, p. 110816. DOI: 10.1016/j.ymssp.2023.110816.

31. Kudinov V.A. *Dinamika stankov* [Dynamics of machine tools]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1967. 359 p.

32. Tlustý J., Poláček A., Danek C., Spacek J. *Selbsterregte Schwingungen an Werkzeugmaschinen*. Berlin, Verlag Technik, 1962. 320 p.

33. Tlustý J., Ismail F. Basic non-linearity in machining chatter. *CIRP Annals*, 1981, vol. 30, pp. 299–304.

34. Hanna N.H., Tobias S. A theory of nonlinear regenerative chatter. *Journal of Engineering for Industry*, 1974, vol. 96 (1), pp. 247–255. DOI: 10.1115/1.3438305.

35. Wahi P., Chatterjee A. Self-interrupted regenerative metal cutting in turning. *International Journal Non-Linear Mechanics*, 2008, vol. 43, pp. 111–123. DOI: 10.1016/j.ijnonlinmec.2007.10.010.

36. Stépán G., Szalai R., Insperger T. Nonlinear dynamics of high-speed milling subjected to regenerative effect. *Nonlinear Dynamics of Production Systems*. Weinheim, Wiley-VCH, 2004, pp. 111–127. DOI: 10.1002/3527602585.ch7.

37. Stépán G., Insperger T., Szalai R. Delay, parametric excitation, and the nonlinear dynamics of cutting processes. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2005, vol. 15 (9), pp. 2783–2798. DOI: 10.1142/S0218127405013642.

38. Brissaud D., Gousskov A., Guibert N., Rech J. Influence of the ploughing effect on the dynamic behavior of the self-vibratory drilling head. *CIRP Annals. Manufacturing Technology*, 2008, pp. 385–388. DOI: 10.1016/j.cirp.2008.03.101.

39. Gousskov A., Gousskov M., Lorong Ph., Panovko G. Influence of the clearance face on the condition of chatter selfexcitation during turning International. *Journal of Machining and Machinability of Materials*, 2017, vol. 19 (1), pp. 17–39. DOI: 10.1504/IJMMM.2017.10002088.

40. Voronov S.A., Kiselev I.A. Nelineinye zadachi dinamiki protsessov rezaniya [Nonlinear problems of cutting process dynamics]. *Mashinostroenie i inzhenernoe obrazovanie = Mechanical Engineering and Engineering Education*, 2017, no. 2 (51), pp. 9–23.

41. Gousskov A.M., Gousskov M.A., Dinh Dyk T., Panovko G.Ya. Modeling and investigation of the stability of a multicutter turning process by a trace. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2018, vol. 47 (4), pp. 317–323. DOI: 10.3103/S1052618818040052. Translated from *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2018, no. 4, pp. 19–27. DOI: 10.31857/S023571190000533-7.

42. Gousskov A.M., Panovko G.Ya., Shokhin A.E. Dynamics of the rotor system of a vibrational-centrifugal separator with an elastic vibration limiter. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2023, vol. 51 (8), pp. 733–745. DOI: 10.3103/S105261882208009X.

43. Veits V.L., Vasilkov D.V. Zadachi dinamiki, modelirovaniya i obespecheniya kachestva pri mekhanicheskoy obrabotke malozhestkikh zagotovok [Problems of dynamics, modeling and quality assurance in machining of low-rigid workpieces]. *STIN*, 1999, no. 6, pp. 9–13. (In Russian).

44. Altintas Y., Budak E. Analytical prediction of stability lobes in milling. *CIRP Annals. Manufacturing Technology*, 1995, vol. 44 (1), pp. 357–362. DOI: 10.1016/S0007-8506(07)62342-7.

45. Altitis Y., Weck M. Chatter stability of metal cutting and grinding. *CIRP Annals. Manufacturing Technology*, 2004, vol. 53 (2), pp. 619–642. DOI: 10.1016/S0007-8506(07)60032-8.
46. Insperger T, Stépán G. Semi-discretization method for delayed systems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2002, vol. 55 (5), pp. 503–518. DOI: 10.1002/nme.505.
47. Zakovorotnyi V.L., Gvindjiliya V.E. Vliyanie fluktuatsii na ustoychivost' formoobrazuyushchikh traektorii pri tochenii. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Severo-Kavkazskii region. Tekhnicheskie nauki = University News. North-Caucasian Region. Technical Sciences Series*, 2017, no. 2 (194), pp. 52–61.
48. Zakovorotny V.L., Lukyanov A.D., Gubanova A.A., Hristoforova V.V. Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of the equilibrium in a dynamic system of cutting. *Journal of Sound and Vibration*, 2016, vol. 368, pp. 174–190. DOI: 10.1016/j.jsv.2016.01.020.
49. Murashkin L.S., Murashkin S.L. *Prikladnaya nelineinaya mekhanika stankov* [Applied nonlinear mechanics of machines]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1977. 192 p.
50. Grabec I. Chaos generated by the cutting process. *Physics Letters*, 1986, vol. 117, pp. 384–386. DOI: 10.1016/0375-9601(86)90003-4.
51. Wiercigroch M., Budak E. Sources of nonlinearities, chatter generation and suppression in metal cutting. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 2001, vol. 359 (1781), pp. 663–693. DOI: 10.1098/rsta.2000.0750.
52. Wiercigroch M., Krivtsov A.M. Frictional chatter in orthogonal metal cutting. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 2001, vol. 359 (1781), pp. 713–738. DOI: 10.1098/rsta.2000.0752.
53. Rusinek R., Wiercigroch M., Wahi P. Influence of tool flank forces on complex dynamics of a cutting process. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2014, vol. 24 (9), pp. 189–201. DOI: 10.1142/S0218127414501156.
54. Rusinek R., Wiercigroch M., Wahi P. Modeling of frictional chatter in metal cutting. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2014, vol. 89, pp. 167–176. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2014.08.020.
55. Shao Y.-F., Ding H. Evaluation of gravity effects on the vibration of fluid-conveying pipes. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2023, vol. 248 (5), p. 108230. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2023.108230.
56. Zakovorotny V.L., Gubanova A.A., Lukyanov A.D. Attractive manifolds in end milling. *Russian Engineering Research*, 2017, vol. 37 (2), pp. 158–163.
57. Zakovorotnyi V.L., Bykador V.S. Cutting-system dynamics. *Russian Engineering Research*, 2016, vol. 36 (7), pp. 591–598. DOI: 10.3103/S1068798X16070182.
58. Zakovorotniy V.L., Pham D.T., Pham T.H. Parametricheskie yavleniya pri upravlenii protsessami obrabotki na stankakh [Parametrical phenomena under on-machine process control]. *Vestnik Donskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Vestnik of Don State Technical University*, 2012, vol. 12, no. 7, pp. 52–61.
59. Zakovorotny V.L., Gvindjiliya V.E. Vliyanie vibratsii na traektorii formoobrazuyushchikh dvizhenii instrumenta pri tochenii [The influence of the vibration on the tool shape-generating trajectories when turning]. *Obrabotka metallov (tekhnologiya, oborudovanie, instrumenty) = Metal Working and Material Science*, 2019, vol. 21, no. 3, pp. 42–58. DOI: 10.17212/1994-6309-2019-21.3-42-58.
60. Zakovorotny V.L., Gvindzhiliya V.E. Influence of spindle wobble in turning on the workpiece's surface topology. *Russian Engineering Research*, 2018, vol. 38, pp. 818–823. DOI: 10.3103/S1068798X18100192.
61. Zakovorotniy V., Pham D., Nguyen X. Modelirovanie i identifikatsiya inertsionnykh i dissipativnykh svoystv podsistem rezhushchego instrumenta i zagotovki pri tochenii [Modeling and identification of inertial and dissipative properties of subsystems of cutting tool and workpiece in turning]. *Vestnik Donskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Vestnik of Don State Technical University*, 2010, vol. 10 (8), pp. 1165–1178.

## Conflicts of Interest

The authors declare no conflict of interest.

© 2024 The Authors. Published by Novosibirsk State Technical University. This is an open access article under the CC BY license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>).