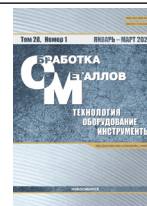




Обработка металлов (технология • оборудование • инструменты)

Сайт журнала: http://journals.nstu.ru/obrabotka_metallov



Динамическое моделирование и выбор рациональных параметров механизма жерновой мельницы с целью снижения энергопотребления

Юрий Подгорный^{1,а,*}, Владимир Иванцовский^{1,б}, Татьяна Мартынова^{1,в}, Аягма Жаргалова^{2,д},
 Цыци Тун^{2,е}, Егор Рожнов^{1,ф}, Глеб Драч^{2,г}, Алексей Морозов^{2,з}

¹ Новосибирский государственный технический университет, пр. К. Маркса, 20, г. Новосибирск, 630073, Россия

² Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, ул. 2-я Бауманская, д. 5, стр. 1, г. Москва, 105005, Россия

^а  <https://orcid.org/0000-0002-1664-5351>,  pjui@mail.ru; ^б  <https://orcid.org/0000-0001-9244-225X>,  ivancivskij@corp.nstu.ru;

^в  <https://orcid.org/0000-0002-5811-5519>,  martynova@corp.nstu.ru; ^д  <https://orcid.org/0000-0002-6251-1004>,  azhargalova@bmstu.ru;

^е  <https://orcid.org/0009-0008-6174-3234>,  tongzqi29@gmail.com; ^ф  <https://orcid.org/0009-0003-6779-0553>,  EgoRozhnov@yandex.ru;

^г  <https://orcid.org/0009-0005-7618-2896>,  drach1254@gmail.com; ^з  <https://orcid.org/0009-0002-1846-7592>,  2809322@gmail.com

ИНФОРМАЦИЯ О СТАТЬЕ

УДК 621.926.4:531.3:519.876.5

История статьи:

Поступила: 01 января 2026

Рецензирование: 14 января 2026

Принята к печати: 14 февраля 2026

Доступно онлайн: 15 марта 2026

Ключевые слова:

Жерновая мельница

Динамическая модель

Момент инерции

Метод Рунге – Кутты

Реакции опор

Потребляемая мощность

Энергоэффективность

Финансирование

Работа выполнена при финансовой поддержке в рамках Тематического плана НИР НГТУ по проекту ТП-ПТМ-1_26.

Благодарности

Исследования выполнены на оборудовании ИЦ «Проектирование и производство высокотехнологичного оборудования».

АННОТАЦИЯ

Введение. Жерновые мельницы занимают особое место среди измельчающего оборудования пищевой промышленности, поскольку обеспечивают получение муки с высоким содержанием биологически ценных компонентов зерна за счет многократного воздействия рабочих поверхностей на перерабатываемый материал. Вместе с тем существующие промышленные конструкции жерновых установок характеризуются значительным энергопотреблением, обусловленным высокими моментами инерции подвижных жерновов. В условиях курса на импортозамещение и модернизацию предприятий по переработке зерна возникает потребность в создании нового энергоэффективного оборудования, отвечающего современным требованиям к производительности и удельному потреблению энергии. Несмотря на многолетнюю историю применения жерновых мельниц, вопросы выбора рациональных инерционно-массовых и конструктивных характеристик подвижного жернова и их влияния на динамические параметры привода и реакции в опорах остаются малоисследованными. **Цель работы:** снижение потребляемой мощности жерновой мельницы на основе разработки динамической модели механизма и определения рациональных конструктивно-кинематических параметров установки. **Методы исследования.** На основе принципа Даламбера сформирована система дифференциальных уравнений движения вала с диском (жерновом), учитывающая эксцентриситет оси вращения относительно геометрической оси жернова. Закон движения определен численным интегрированием методом Рунге – Кутты четвертого порядка при варьировании моментов инерции подвижного жернова ($25,185 \dots 40,388 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$) и движущих моментов ($250 \dots 500 \text{ Н} \cdot \text{м}$). Реакции в опорах вычислены путем решения матричных уравнений статического равновесия с привлечением ранее найденных кинематических характеристик. Проведен параметрический анализ влияния межопорных расстояний и точности изготовления на величину опорных реакций. **Результаты и обсуждение.** Установлено, что уменьшение момента инерции подвижного жернова с $40,388$ до $25,185 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ приводит к сокращению времени разгона вала до установившейся частоты вращения с $12,2 \dots 15,7$ до $7,2 \dots 10,0$ секунды и к снижению максимальных реакций в наиболее нагруженной опоре с $1000 \dots 1700$ до $600 \dots 1000 \text{ Н}$ в диапазоне движущих моментов $300 \dots 500 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Показано, что рациональное межопорное расстояние составляет $0,58 \text{ м}$, а допустимое смещение оси вращения относительно геометрической оси жернова не должно превышать $0,5 \dots 1,0 \text{ мм}$, при котором реакция в опоре не превышает $360 \dots 700 \text{ Н}$. Для предлагаемой конструкции с моментом инерции жернова $25,185 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ и движущим моментом $280 \dots 300 \text{ Н} \cdot \text{м}$ потребляемая мощность на приводном валу составила $10,5 \text{ кВт}$, что на 50% ниже по сравнению с промышленной мельницей АВР 6-890 (21 кВт) при аналогичной производительности 490 кг/ч . Полученные результаты свидетельствуют о целесообразности конструктивного облегчения подвижного жернова как эффективного пути повышения энергоэффективности жерновых мельниц.

Для цитирования: Динамическое моделирование и выбор рациональных параметров механизма жерновой мельницы с целью снижения энергопотребления / Ю.И. Подгорный, В.В. Иванцовский, Т.Г. Мартынова, А.Д. Жаргалова, Ц. Тун, Е.Е. Рожнов, Г.А. Драч, А.А. Морозов // Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты). – 2026. – Т. 28, № 1. – С. 193–206. – DOI: 10.17212/1994-6309-2026-28.1-193-206.

*Адрес для переписки

Подгорный Юрий Ильич, д.т.н., профессор

Новосибирский государственный технический университет,

пр. К. Маркса, 20,

630073, г. Новосибирск, Россия

Тел.: 8 (383) 346-17-79, e-mail: pjui@mail.ru

Введение

Жерновые мельницы относятся к числу старейших и наиболее распространенных типов измельчающего оборудования, история применения которых насчитывает несколько тысячелетий [1, 2]. Несмотря на внедрение с середины XIX века вальцовых станков и молотковых дробилок, жерновые поставы сохраняют свое значение в мукомольной промышленности благодаря специфическому механизму многократного воздействия рабочих поверхностей на зерно, обеспечивающему получение муки с высоким содержанием биологически ценных составляющих [3, 4]. Современные тенденции развития пищевой отрасли, связанные с повышением требований к качеству конечного продукта и одновременно к энергоэффективности оборудования, стимулируют научные исследования, направленные на совершенствование конструкции жерновых установок [5, 6].

С инженерной точки зрения рабочие органы измельчающих машин совершают вращательное движение с окружными скоростями от 4 до 100 м/с и выше, при этом динамические нагрузки на отдельные узлы и машину в целом существенно возрастают с повышением производительности [7–18]. Это обстоятельство предъявляет повышенные требования к динамическим моделям, используемым при проектировании элементов и узлов оборудования. В частности, для жерновых мельниц определяющее значение имеют инерционно-массовые характеристики подвижного жернова, момент инерции которого для промышленных установок может достигать $40...50 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ [19, 20]. Значительная инерционность жернова приводит к тому, что основная доля потребляемой мощности расходуется не на полезное измельчение зерна, а на поддержание вращательного движения массивного рабочего органа.

Динамика вращающихся элементов механизмов и машин, в том числе задачи определения законов движения, реакций в опорах и энергетических характеристик приводов, подробно рассмотрена в классических трудах по теории механизмов и машин [21–24]. Методы аналитического и численного исследования динамических моделей цикловых машин развиты в работах И.И. Вульфсона [25], Н. Dresig [26], а также в ряде публикаций, посвященных кинемати-

ческому и динамическому анализу технологического оборудования [27–29]. Вместе с тем в указанных исследованиях основное внимание уделяется общим методологическим подходам, тогда как задача выбора рациональных инерционно-массовых и конструктивных параметров рабочего органа жерновой мельницы с позиции минимизации энергопотребления не получила должного освещения.

Вопросы проектирования и эксплуатации мукомольного оборудования, включая жерновые поставы, рассматриваются в ряде специализированных изданий [1, 3, 30–32]. Рекомендации по ведению технологических процессов на мукомольных предприятиях, включающие данные о нагрузках на рабочие органы, представлены в [33, 34]. Вопросы технического диагностирования и модернизации оборудования мукомольных заводов обсуждаются в [35, 36]. Тем не менее в доступной литературе отсутствуют систематические исследования, связывающие моменты инерции подвижного жернова с динамическими характеристиками привода, реакциями в опорах и суммарным энергопотреблением установки.

Проблема импортозамещения оборудования для предприятий хранения и переработки зерна является актуальной и включена в государственную программу «Развитие сельского хозяйства и регулирования рынков сельскохозяйственной продукции, сырья и продовольствия» (шифр 01.05 «Техническая и технологическая модернизация, инновационное развитие») [37, 38]. В этом контексте создание отечественных жерновых мельниц с пониженным энергопотреблением представляет не только научный, но и практический интерес.

Анализ данных из научной литературы позволяет сформулировать следующее противоречие: с одной стороны, массивный жернов обеспечивает стабильное равномерное вращение и эффективное измельчение зерна; с другой стороны, его значительный момент инерции является основным фактором избыточного энергопотребления. Разрешение этого противоречия требует разработки научно обоснованного подхода к определению минимально необходимых инерционно-массовых характеристик жернова при обеспечении заданных технологических параметров процесса измельчения.

Таким образом, **целью настоящей работы** является снижение потребляемой мощности жерновой мельницы на основе разработки динамической модели механизма и определения рациональных конструктивно-кинематических параметров установки.

Для достижения поставленной цели были сформулированы следующие **задачи**:

- 1) разработать динамическую модель механизма жерновой установки с учетом эксцентриситета оси вращения подвижного жернова;
- 2) определить закон движения вала с жерновом при варьировании инерционно-массовых и силовых параметров;
- 3) установить рациональные конструктивные размеры межопорных расстояний вала;
- 4) определить допустимые значения точности изготовления оси вращения подвижного жернова относительно его геометрической оси;
- 5) вычислить потребляемую мощность для конструкции с определенными рациональными параметрами и провести ее сравнение с промышленным прототипом.

Методика исследований

Описание прототипа и постановка задачи

В качестве прототипа для проведения сравнительного анализа была выбрана промышленная жерновая мельница марки АВР 6-890 со следующими техническими характеристиками: частота вращения подвижного жернова 350 мин^{-1} , диаметр жернова 890 мм, мощность электро-

двигателя 22 кВт, производительность 490 кг/ч. Момент движущих (M) сил при заданной производительности равен $643 \text{ Н}\cdot\text{м}$, а момент полезных сопротивлений – $22,5 \text{ Н}\cdot\text{м}$ [33], что составляет лишь 3,5 % от полного движущего момента. Следовательно, основная доля потребляемой энергии расходуется на преодоление инерции подвижного жернова, момент инерции которого для данной установки составляет $40,388 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ (определен с использованием графического пакета КОМПАС-3D).

Указанное соотношение полезного и полного моментов послужило основанием для постановки задачи о создании конструкции с уменьшенной инерционностью жернова.

Принципиальная схема предлагаемой конструкции

Авторами предложена модифицированная конструкция жерновой установки (рис. 1), включающая в себя неподвижный жернов 1, подвижный жернов 2, передаточные рычаги 3 и 4, промежуточные кронштейны 5 и 6, регулировочный винт 7, маховик с гайкой 8, клиноременную передачу 9 и электродвигатель 10. Принципиальное отличие предлагаемой конструкции состоит в конструктивном облегчении подвижного жернова при сохранении его функциональных характеристик. Подробное описание работы установки представлено в [19].

Расчетная схема и уравнения движения

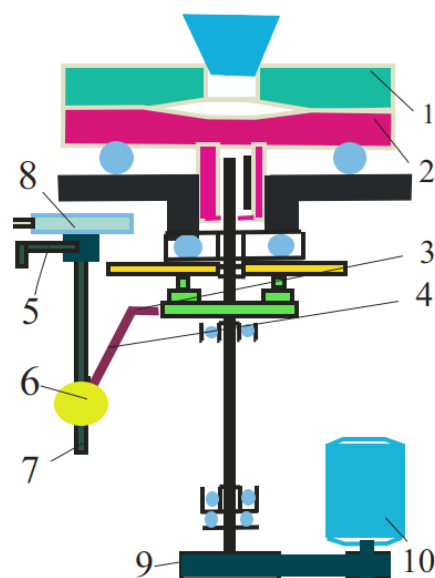
Для математического описания поведения установки сформирована расчетная схема, при-

Рис. 1. Принципиальная схема предлагаемой конструкции жерновой установки:

1 – неподвижный жернов; 2 – подвижный жернов; 3, 4 – передаточные рычаги; 5, 6 – промежуточные кронштейны; 7 – винт; 8 – маховик с гайкой; 9 – клиноременная передача; 10 – электродвигатель

Fig. 1. Schematic diagram of the proposed millstone unit design:

1 – stationary millstone; 2 – rotating millstone; 3, 4 – transfer levers; 5, 6 – intermediate brackets; 7 – screw; 8 – handwheel with nut; 9 – V-belt drive; 10 – electric motor



веденная на рис. 2. Приводной вал жерновой установки представлен осью OZ , на которой закреплен жернов, моделируемый диском. Центр масс жернова (точка C) вследствие неизбежных технологических погрешностей изготовления смещен относительно оси вращения (точка O) на расстояние l_c . Реакции в опорах A и B в плоскости XY обозначены как X_A , Y_A , X_B , Y_B (рис. 2, a). На рис. 2, b показаны нормальная и тангенциальная составляющие полного ускорения центра масс.

Активные силы, действующие в системе: сила тяжести $\vec{G}$, пара сил с движущим моментом M и пара сил с моментом сопротивления M_c . Поскольку ось вращения жернова перпендику-

лярна плоскости его симметрии, то она является главной осью инерции в точке O пересечения с указанной плоскостью, вследствие чего центробежные моменты инерции равны нулю.

Применяя принцип Даламбера, систему уравнений движения запишем в виде

$$\begin{aligned} X_A + X_B + m x_c \omega^2 + m y_c \varepsilon &= 0; \\ Y_A + Y_B + m y_c \omega^2 - m x_c \varepsilon &= 0; \\ Y_A(h_1 + h_2) + Y_B h_2 - m g y_c &= 0; \\ -X_B h_2 - X_A(h_1 + h_2) + m g x_c &= 0; \\ Z_A - G &= 0; \\ J_{OZ} \varepsilon = M - M_c &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

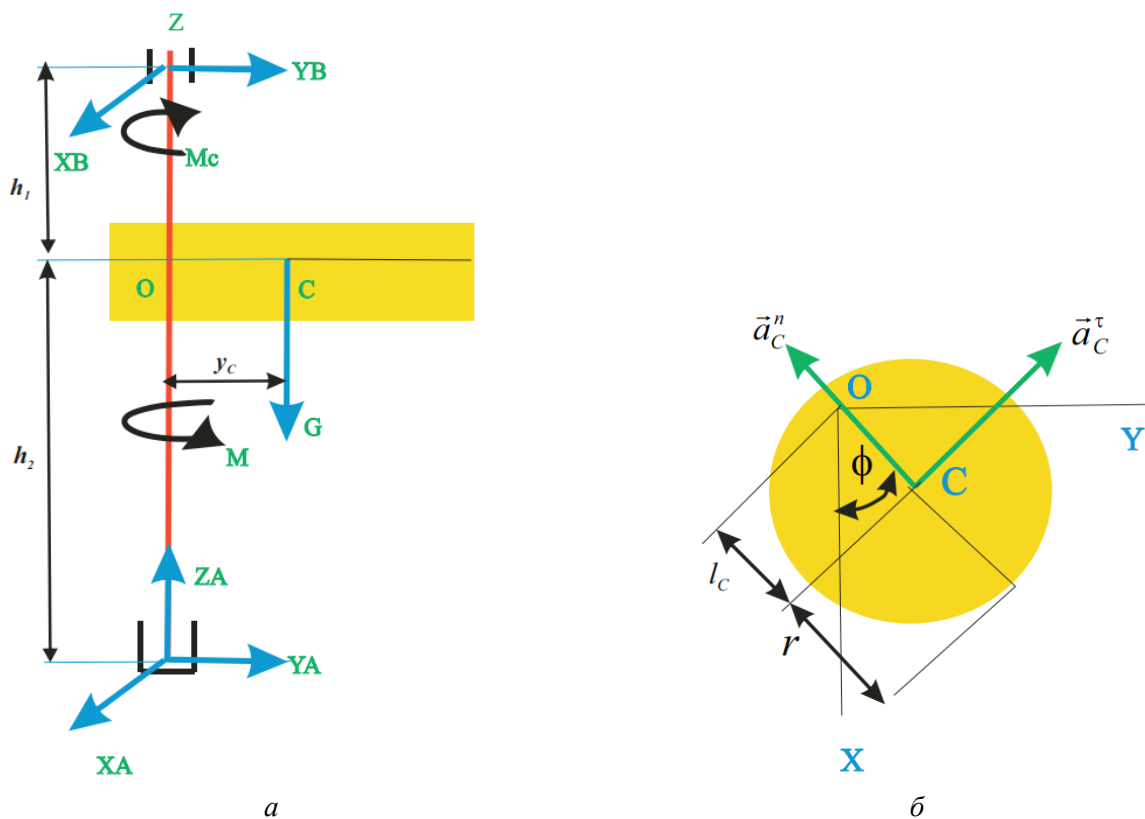


Рис. 2. Расчетная схема жерновой установки:

a – расположение опор и действующих сил; b – составляющие ускорения центра масс

Fig. 2. Computational scheme of the millstone unit:

a – arrangement of supports and applied forces; b – components of the center of mass acceleration

Первые пять уравнений системы (1) позволяют определить неизвестные реакции в опорах; при этом вертикальная составляющая $Z_A = G$ не зависит от закона движения диска. Шестое уравнение определяет закон движения вала с жерновом и для удобства численного интегрирования записано в виде

$$J_{OZ} \ddot{\phi} = M - v \dot{\phi}^2, \quad (2)$$

где J_{OZ} – момент инерции диска (жернова) относительно оси вращения, $\text{кг} \cdot \text{м}^2$; M – движущий момент, $\text{Н} \cdot \text{м}$; v – коэффициент вязкого сопротивления, принятый равным 0,2 [15]; $\dot{\phi}$ и $\ddot{\phi}$ – угловая скорость и угловое ускорение соответственно.

Численный метод решения

Дифференциальное уравнение (2) решалось численно методом Рунге – Кутты четвертого порядка с постоянным шагом (функция `rkfixed` в среде Mathcad). Листинг программы представлен на рис. 3, где приняты следующие обозначения: `rkfixed` – встроенная функция решения ОДУ (обыкновенного дифференциального уравнения) методом Рунге – Кутты; вектор начальных условий задан для начального угла поворота и начальной угловой скорости; 0 и T – границы временного интервала интегрирования; N – число точек дискретизации; D – вектор правых частей системы ОДУ, приведенной к нормальной форме Коши.

В результате решения формируется матрица размерностью $(N + 1) \times 3$: первый столбец содержит дискретные значения времени, второй – значения угла поворота, третий – значения угловой скорости. Угловое ускорение вычисляется посредством численного дифференцирования полученного решения.

$$J_{OZ} \cdot \ddot{\phi} = M - v \cdot \dot{\phi}^2;$$

$$T := 50 N := T \cdot 100;$$

$$D(t, u) := \begin{bmatrix} u_1 \\ \frac{M}{J_{OZ}} - \frac{v}{J_{OZ}} \cdot (u_1^2) \end{bmatrix};$$

$$\alpha := rkfixed \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, 0, T, N, D \right];$$

$$t := \alpha^{(0)}_{\phi} := \alpha^{(1)}_{\omega} := \alpha^{(2)};$$

$$\omega_{ust} := \sqrt{\frac{M}{v}}.$$

$$\varepsilon = \frac{M}{J_{OZ}} - \frac{v}{J_{OZ}} \cdot \omega^2$$

Рис. 3. Листинг программы для численного решения дифференциального уравнения (2) методом Рунге – Кутты

Fig. 3. Program listing for the numerical solution of differential equation (2) by the Runge–Kutta method

Определение реакций в опорах

Для вычисления реакций в опорах система из первых четырех уравнений (1) (за исключением пятого и шестого) представлена в матричной форме:

$$\mathbf{A} := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & h_1 + h_2 & 0 & h_2 \\ -h_2 & 0 & h_1 + h_2 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B} := \begin{bmatrix} -m x_c \omega^2 - m y_c \varepsilon \\ -m y_c \omega^2 + m x_c \varepsilon \\ m g y_c \\ -m g x_c \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где $\mathbf{A}$ – квадратная матрица коэффициентов четвертого порядка, элементы которой определяются единичными направляющими косинусами реакций и плечами сил относительно опорных точек (расстояния h_1 и h_2 , рис. 2, а); $\mathbf{X}$ – искомый вектор реакций $(X_A, Y_A, X_B, Y_B)^T$; $\mathbf{B}$ – вектор правых частей, включающий инерционные слабые.

Приведенная масса в матрице $\mathbf{B}$ определялась из соотношения $m = 8 J_{OZ} / D^2$, где J_{OZ} – момент инерции массы диска (жернова) с валом относительно вертикальной оси; D – диаметр диска [13]; $x_c = l_c \cos(\varphi)$; $y_c = l_c \sin(\varphi)$ (рис. 2, б); ω – угловая частота вращения вала с диском; ε – угловое ускорение вала с диском.

Решение матричного уравнения (3) на каждом временном шаге осуществлялось по алгоритму, листинг которого представлен на рис. 4: для каждого значения индекса i цикла ($i \in 0 \dots N$) вычислялось $\mathbf{X}^{(i)} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B}^{(i)}$. Модули результирующих реакций определялись как геометрическая сумма соответствующих компонент.

Варьируемые параметры

Параметрическое исследование проведено для четырех дискретных значений момента инерции подвижного жернова: 40,388 кг·м² (соответствует промышленному прототипу АВР 6-890), 35,351 кг·м², 30,314 кг·м² и 25,185 кг·м². Движущий момент варьировался в диапазоне 250...500 Н·м с шагом 50 Н·м. Межопорные расстояния h_1 и h_2 изменялись в диапазоне 0,40...0,80 м с шагом 0,08 м. Эксцентриситет оси вращения l_c принимался равным 0,5; 1,5; 2,5; 3,5 и 5,0 мм.

$$A \leftarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & h_1 + h_2 & 0 & h_2 \\ -h_1 & 0 & h_1 + h_2 & 0 \end{bmatrix}$$

for $i \in 0 \cdot N$

$$X := B^{(i)} \leftarrow \begin{bmatrix} -\cos(\varphi_i) \cdot (\omega_i)^2 - \sin(\varphi_i) \cdot \varepsilon_i \\ -\sin(\varphi_i) \cdot (\omega_i)^2 + \cos(\varphi_i) \cdot \varepsilon_i \\ g \cdot \sin(\varphi_i) \\ -g \cdot \cos(\varphi_i) \end{bmatrix}$$

$$X^{(i)} \leftarrow A^{-1} \cdot B^{(i)}$$

$$X^T$$

$$i := 0 \cdot N;$$

$$XA_i := X_{1,0}; \quad YA_i := X_{i,1};$$

$$RA_i := \sqrt{(XA_i)^2 + (YA_i)^2};$$

$$XB_i := X_{1,2}; \quad YB_i := X_{i,3};$$

$$RB_i := \sqrt{(XB_i)^2 + (YB_i)^2}.$$

Рис. 4. Листинг программы для вычисления реакций в опорах

Fig. 4. Program listing for computing support forces

Результаты и их обсуждение

Закон движения вала с жерновом

На первом этапе исследования определены кинематические характеристики вала с диском путем решения дифференциального уравнения (2). В качестве основных выходных параметров анализировались установившаяся угловая скорость ω_{ust} , максимальное угловое ускорение ε и время разгона t_r до достижения установившегося режима.

Для промышленного прототипа (момент инерции $J_{OZ} = 40,388 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, движущий момент $M = 250 \text{ Н} \cdot \text{м}$) определено следующее (рис. 5): установившаяся угловая скорость составляет $\omega_{ust} = 35,357 \text{ с}^{-1}$ (что соответствует частоте вращения $n = 337,6 \text{ мин}^{-1}$), время разгона – $16,089 \text{ с}$, максимальное угловое ускорение – $6,67 \text{ с}^{-2}$. При увеличении движущего момента до $M = 300 \text{ Н} \cdot \text{м}$ (рис. 6) установившаяся угловая

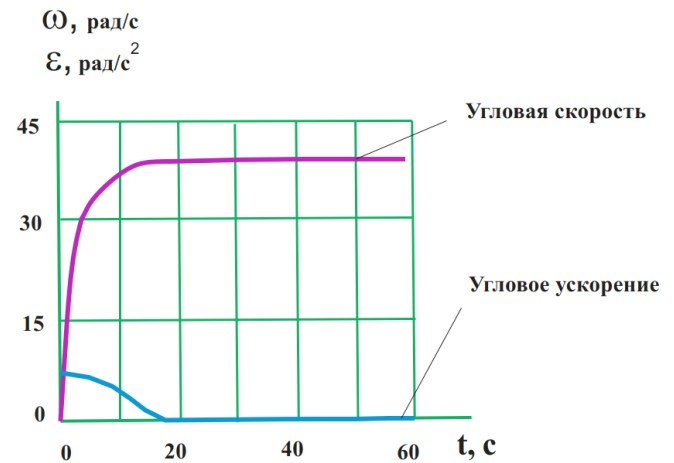


Рис. 5. Зависимости угловой скорости и углового ускорения вала с диском от времени для мельницы АВР 6-890 при $M = 250 \text{ Н} \cdot \text{м}$ и $J_{OZ} = 40,388 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$

Fig. 5. Time histories of the angular velocity and angular acceleration of the shaft with the disk for the AVR 6-890 mill at $M = 250 \text{ Н} \cdot \text{м}$ and $J_{OZ} = 40.388 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$

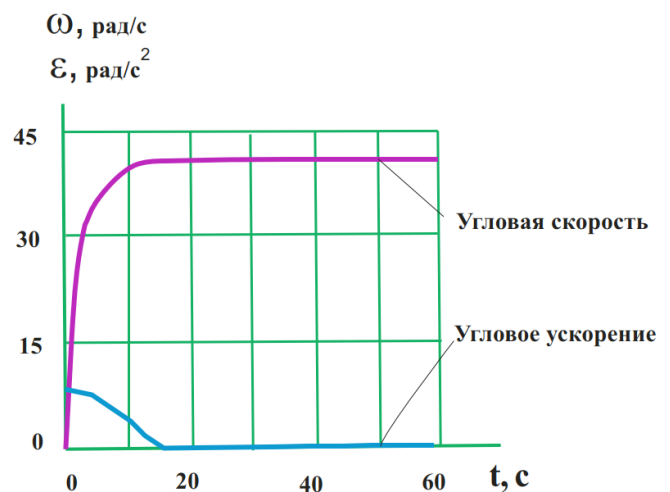


Рис. 6. Зависимости угловой скорости и углового ускорения вала с диском от времени для мельницы АВР 6-890 при $M = 300 \text{ Н} \cdot \text{м}$ и $J_{OZ} = 40,388 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$

Fig. 6. Time histories of the angular velocity and angular acceleration of the shaft with the disk for the AVR 6-890 mill at $M = 300 \text{ Н} \cdot \text{м}$ and $J_{OZ} = 40.388 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$

скорость возросла до $\omega_{ust} = 38,642 \text{ с}^{-1}$ ($n = 369 \text{ мин}^{-1}$), время разгона сократилось до $15,6 \text{ с}$, а максимальное ускорение увеличилось до $7,2 \text{ с}^{-2}$. Таким образом, увеличение движущего момента на $50 \text{ Н} \cdot \text{м}$ привело к приросту ускорения на $0,53 \text{ с}^{-2}$, сокращению времени разгона на $0,4 \text{ с}$ и увеличению установившейся частоты вращения на 19 мин^{-1} .

Влияние момента инерции на время разгона

Для комплексной оценки влияния инерционных-массовых характеристик на динамику привода проведена серия из четырех вариантов расчетов при дискретных значениях момента инерции жернова (25,185; 30,314; 35,351; 40,388 кг·м²) и движущих моментах от 300 до 500 Н·м с шагом 50 Н·м. Результаты представлены на рис. 7 в виде зависимостей времени разгона t_r от величины движущего момента.

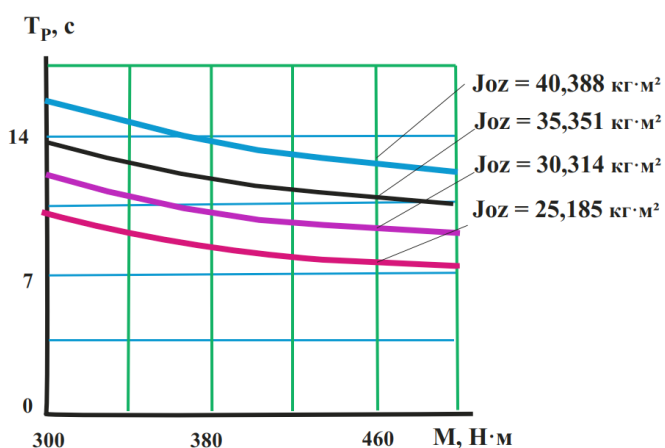


Рис. 7. Зависимость времени разгона вала с диском от величины движущего момента при различных значениях момента инерции подвижного жернова:

$$J_{OZ} = 25,185 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; J_{OZ} = 30,314 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; J_{OZ} = 35,351 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; J_{OZ} = 40,388 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Fig. 7. Dependence of the shaft run-up time on the driving torque for different values of the rotating millstone moment of inertia:

$$J_{OZ} = 25.185 \text{ kg} \cdot \text{m}^2; J_{OZ} = 30.314 \text{ kg} \cdot \text{m}^2; J_{OZ} = 35.351 \text{ kg} \cdot \text{m}^2; J_{OZ} = 40.388 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Анализ полученных графиков показывает, что во всем исследованном диапазоне параметров минимальное время разгона соответствует конструкции с наименьшим моментом инерции $J_{OZ} = 25,185 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Для данной конструкции время набора установившейся угловой скорости составляет 7,2...10,0 с в зависимости от величины движущего момента, тогда как для промышленного прототипа ($J_{OZ} = 40,388 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$) аналогичный показатель находится в диапазоне 12,2...15,7 с. Сокращение времени разгона на 35–41 % свидетельствует о существенном улучшении динамических характеристик привода при уменьшении момента инерции жернова.

Следует отметить, что зависимость времени разгона от движущего момента имеет нелинейный характер с замедлением темпа снижения при $M > 400 \text{ Н} \cdot \text{м}$, что обусловлено увеличением диссипативных потерь при возрастании угловой скорости. Эта закономерность позволяет обоснованно ограничить диапазон рациональных значений движущего момента, избежав неоправданного увеличения мощности привода.

Реакции в опорах

На втором этапе исследования, после определения кинематических характеристик, выполнен расчет реакций в опорах *A* и *B* (см. выражения (3) и листинг рис. 4). На рис. 8 представлен один из характерных вариантов расчета при $J_{OZ} = 25,185 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ и $M = 300 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Установлено, что реакции в опоре *B* более чем в два раза превышают реакции в опоре *A*, что обусловлено расположением жернова на консольном участке вала. По этой причине дальнейший параметрический анализ сосредоточен на характеристиках наиболее нагруженной опоры *B*.

Результаты расчетов реакций в опоре *B* для четырех вариантов моментов инерции приведены на рис. 9. Наименьшие значения реакций во всем диапазоне движущих моментов (300...500 Н·м) наблюдаются для конструкции с $J_{OZ} = 25,185 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$: реакции составляют 600...1000 Н. Для промышленного прототипа ($J_{OZ} = 40,388 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$) реакции в опоре *B* в аналогичных условиях достигают 1000...1700 Н. Снижение реакций в опоре на 40–42 % при уменьшении момента инерции жернова на 37,7 %

RA, RB, H

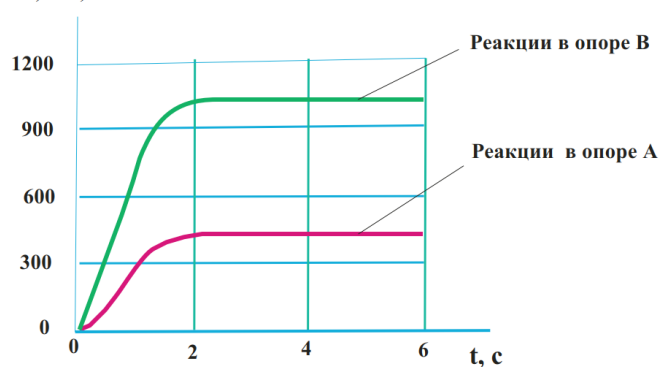


Рис. 8. Зависимости модулей реакций в опорах *A* и *B* от времени при $J_{OZ} = 25,185 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ и $M = 300 \text{ Н} \cdot \text{м}$

Fig. 8. Time histories of the support forces in supports *A* and *B* at $J_{OZ} = 25.185 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ and $M = 300 \text{ Н} \cdot \text{м}$

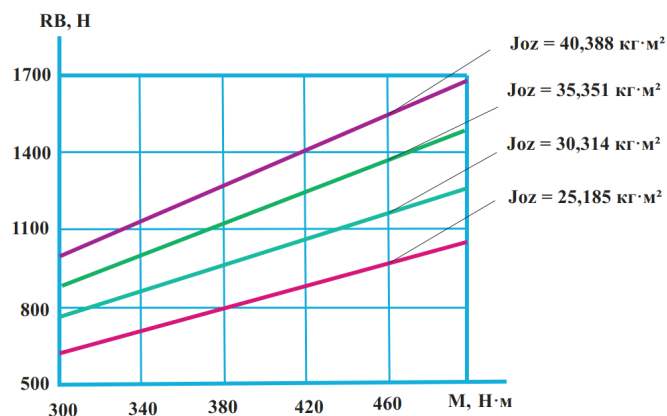


Рис. 9. Зависимости реакций в опоре В от величины движущего момента при различных значениях момента инерции подвижного жернова:

$$J_{OZ} = 25,185 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; J_{OZ} = 30,314 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; J_{OZ} = 35,351 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; J_{OZ} = 40,388 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Fig. 9. Dependence of the support forces in support B on the driving torque for different values of the rotating millstone moment of inertia:

$$J_{OZ} = 25.185 \text{ kg} \cdot \text{m}^2; J_{OZ} = 30.314 \text{ kg} \cdot \text{m}^2; J_{OZ} = 35.351 \text{ kg} \cdot \text{m}^2; J_{OZ} = 40.388 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

является существенным результатом, имеющим практическое значение для обеспечения долговечности подшипниковых узлов.

Влияние межопорных расстояний на реакции

Для определения рациональных габаритных размеров установки по высоте проведено параметрическое исследование влияния расстояний h_1 и h_2 (рис. 2, а) на величину реакции в опоре В. Расстояния варьировались от 0,40 до 0,80 м с шагом 0,08 м. Результаты представлены на рис. 10.

Анализ графиков показывает, что характер влияния двух исследуемых параметров существенно различается: увеличение расстояния h_2 на 0,4 м приводит к возрастанию реакции в опоре В на 122 Н, тогда как аналогичное увеличение расстояния h_1 вызывает снижение реакции на 105 Н. Кривые пересекаются при значении расстояний, равном приблизительно 0,58 м, что соответствует минимальной суммарной нагруженности опорного узла и может быть рекомендовано в качестве рационального конструктивного решения.

Физически данная закономерность объясняется тем, что увеличение h_1 (расстояния от нижней опоры до плоскости жернова) приводит к перераспределению изгибающего момента меж-

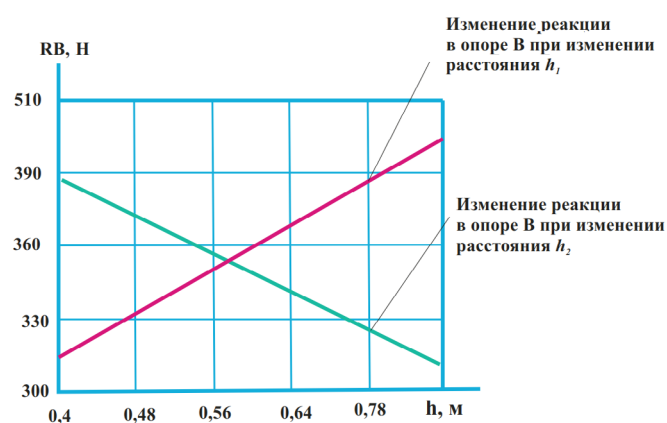


Рис. 10. Влияние межопорных расстояний h_1 и h_2 на величину реакции в опоре В

Fig. 10. Effect of inter-support distances h_1 and h_2 on the reaction force in support B

ду опорами с уменьшением доли, приходящейся на опору В, тогда как увеличение h_2 (расстояния от верхней опоры до плоскости жернова) увеличивает плечо инерционных сил, действующих относительно опоры В.

Влияние точности изготовления на реакции в опорах

Практическая значимость результатов динамического анализа во многом определяется чувствительностью опорных реакций к технологическим погрешностям изготовления. В связи с этим проведена оценка влияния смещения оси вращения жернова относительно его геометрической оси (эксцентриситета l_c) на величину реакции в наиболее нагруженной опоре В. Значения эксцентриситета варьировались от 0,5 до 5,0 мм.

Результаты (рис. 11) свидетельствуют о выраженной нелинейной зависимости: при точности изготовления 0,5 мм реакция в опоре В составляет 360 Н, а при смещении 5,0 мм она возрастает до 3000 Н, т. е. увеличивается более чем в 8 раз. Данная зависимость имеет практически линейный характер, что позволяет прогнозировать уровень динамических нагрузок для промежуточных значений эксцентриситета.

С учетом полученных результатов рекомендуется обеспечить точность совмещения оси вращения с геометрической осью жернова в пределах 0,5...1,0 мм, при этом реакция в опоре не превышает 360...700 Н и может быть надежно воспринята стандартными подшипниковыми узлами без снижения их ресурса.

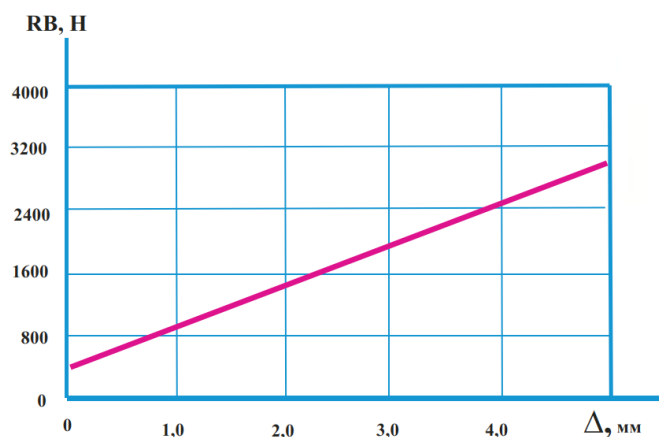


Рис. 11. Зависимость реакции в опоре B от величины смещения оси вращения жернова относительно его геометрической оси

Fig. 11. Dependence of the support forces in support B on the eccentricity of the millstone rotation axis relative to its geometric axis

Энергетическая эффективность предлагаемой конструкции

На основании совокупности проведенных исследований определены рациональные параметры предлагаемой конструкции жерновой мельницы: момент инерции подвижного жернова $25,185 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; движущий момент $280 \dots 300 \text{ Н} \cdot \text{м}$; межопорные расстояния $h_1 = h_2 = 0,58 \text{ м}$; допустимый эксцентриситет не более $1,0 \text{ мм}$.

При указанных параметрах потребляемая мощность на приводном валу жернова составила $P = 10,5 \text{ кВт}$, тогда как для промышленного прототипа АВР 6-890 аналогичный показатель равен 21 кВт . Таким образом, предлагаемая конструкция обеспечивает снижение потребляемой мощности на 50% при сохранении производительности 490 кг/ч . Столь значительная экономия энергии обусловлена комплексным эффектом: уменьшение момента инерции жернова на $37,7 \%$ снижает не только инерционную составляющую крутящего момента, но и диссипативные потери, пропорциональные угловой скорости.

Полученный результат согласуется с теоретическими положениями динамики цикловых машин [25, 26], согласно которым энергозатраты на разгон и поддержание движения вращающегося рабочего органа прямо пропорциональны его моменту инерции. Вместе с тем следует отметить, что при уменьшении массы жернова необходимо контролировать стабильность процесса измельчения, поскольку снижение инерци-

онности может вызвать повышение чувствительности частоты вращения к пульсациям нагрузки. Данный вопрос требует дополнительных экспериментальных исследований с использованием реальных партий зерна различных кондиций.

Заключение

Авторами разработана динамическая модель механизма жерновой мельницы и проведен комплексный параметрический анализ, направленный на определение рациональных конструктивно-кинематических параметров, которые обеспечивают снижение энергопотребления. Основные результаты и выводы состоят в следующем.

1. На основе принципа Даламбера сформирована система уравнений движения вала с подвижным жерновом, учитывающая эксцентриситет оси вращения. Дифференциальное уравнение второго порядка решено методом Рунге – Кутты четвертого порядка, реакции в опорах определены на каждом временном шаге путем решения матричного уравнения. Разработанная динамическая модель может быть использована на этапе проектирования жерновых установок различной производительности.

2. Установлено, что уменьшение момента инерции подвижного жернова с $40,388$ до $25,185 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ (на $37,7 \%$) приводит к сокращению времени разгона вала до установившейся частоты вращения с $12,2 \dots 15,7 \text{ с}$ до $7,2 \dots 10,0 \text{ с}$ (на $35\text{--}41 \%$) в диапазоне движущих моментов $300 \dots 500 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

3. Показано, что снижение момента инерции жернова обеспечивает уменьшение максимальных реакций в наиболее нагруженной опоре B с $1000 \dots 1700 \text{ Н}$ (для прототипа) до $600 \dots 1000 \text{ Н}$ (для предлагаемой конструкции), что составляет снижение на $40\text{--}42 \%$ и благоприятно сказывается на ресурсе подшипниковых узлов.

4. Определены рациональные межопорные расстояния, составляющие $h_1 = h_2 = 0,58 \text{ м}$, и установлены допустимые значения точности изготовления оси вращения подвижного жернова, при этом эксцентриситет не должен превышать $0,5 \dots 1,0 \text{ мм}$, а реакция в опоре B должна быть не более $360 \dots 700 \text{ Н}$.

5. Для предлагаемой конструкции с выбранными параметрами ($J_{OZ} = 25,185 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $M = 280 \dots 300 \text{ Н} \cdot \text{м}$) потребляемая мощность на

приводном валу жернова составила 10,5 кВт, что на 50 % ниже по сравнению с промышленной мельницей АВР 6-890 (21 кВт) при сохранении производительности 490 кг/ч.

Перспективным направлением дальнейших исследований является экспериментальная верификация разработанной динамической модели на натурном образце, а также исследование влияния переменных технологических нагрузок на стабильность процесса измельчения при уменьшенном моменте инерции жернова.

Список литературы

1. Оборудование для производства муки и крупы: справочник / А.Б. Демский, М.А. Борискин, Т.В. Тамаров, А.С. Чернолихов. – М.: Агропромиздат, 1990. – 352 с.
2. Мерко И.Т. Технология мукомольного и крупяного производства. – М.: Агропромиздат, 1985. – 288 с.
3. Бутковский В.А., Птушкина Г.Е. Технологическое оборудование мукомольного производства. – М.: Хлебопродукты, 1999. – 208 с.
4. Егоров Г.А. Технология переработки зерна. – М.: Колос, 1977. – 376 с.
5. Темиров М.М. Импортзамещение и пути развития машиностроения для его решения // Хлебопродукты. – 2015. – № 7. – С. 12–13.
6. Темиров М.М. Современное российское оборудование для предприятий хранения и переработки зерна // Хлебопродукты. – 2016. – № 7. – С. 10–11.
7. Dresig H., Holzweißig F. Dynamics of machinery: Theory and applications. – 2nd ed. – Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2010. – 554 p. – ISBN 978-3-540-89939-6. – DOI: 10.1007/978-3-540-89940-2.
8. Uicker J.J., Pennock G.R., Shigley J.E. Theory of machines and mechanisms. – 5th ed. – New York: Oxford University Press, 2017. – 960 p. – ISBN 978-0-19-060415-3.
9. Numerical investigation of particle segregation in millstone systems: An enhanced quantification approach / Y. Zhu, Z. Luo, H. Wang, Z. Zhang // Chemical Engineering Research and Design. – 2025. – Vol. 223. – P. 238–252. – DOI: 10.1016/j.cherd.2025.08.021.
10. Air-induced segregation of micron-scale particles in a vertical roller mill / Y. Zhu, Z. Luo, H. Wang, Q. Zhou, Z. Zhang // Minerals Engineering. – 2026. – Vol. 239. – P. 110114. – DOI: 10.1016/j.mineng.2026.110114.
11. Моделирование несущих систем технологических машин / Ю.И. Подгорный, В.Ю. Скиба, А.В. Кириллов, В.Н. Пушнин, И.А. Ерохин, Д.Ю. Корнев // Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты). – 2014. – № 2 (63). – С. 91–99. – EDN SMYRYJ.
12. Исследование и выбор параметров при проектировании технологических машин / Ю.И. Подгорный, В.Ю. Скиба, Т.Г. Мартынова, О.В. Максимчук. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2020. – 260 с. – (Монографии НГТУ). – ISBN 978-5-7782-4177-0. – EDN VZWWWY.
13. Подгорный Ю.И., Мартынова Т.Г., Скиба В.Ю. Синтез технологических машин. Расчет и конструирование. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2023. – 240 с. – (Монографии НГТУ). – ISBN 978-5-7782-4912-7. – DOI: 10.17212/978-5-7782-4912-7. – EDN TVPPKR.
14. Flores P., Souto A.P., Marques F. The first fifty years of the Mechanism and Machine Theory: Standing back and looking forward // Mechanism and Machine Theory. – 2018 – Vol. 125. – P. 8–20. – DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2017.11.017.
15. Eckhardt H.D. Kinematic design of machines and mechanisms. – 1st ed. – New York: McGraw-Hill, 1998. – 620 p. – ISBN 0070189536. – ISBN 978-0070189539.
16. Erdman A.G., Sandor G.N. Mechanism design: analysis and synthesis. – 4th ed. – Upper Saddle River, NJ: Pearson, 2001. – 688 p. – ISBN 0130408727. – ISBN 978-0130408723.
17. Design of compliant mechanisms using continuum topology optimization: a review / B. Zhu, X. Zhang, H. Zhang, J. Liang, H. Zang, H. Li, R. Wang // Mechanism and Machine Theory. – 2012. – Vol. 143. – P. 103622. – DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2019.103622.
18. Vulfson I. Dynamics of cyclic machines. – Cham: Springer International Publ., 2015. – 390 p. – ISBN 978-3-319-12633-3. – DOI: 10.1007/978-3-319-12634-0.
19. Подгорный Ю.И., Скиба В.Ю., Мартынова Т.Г. Технологическое оборудование: расчет и проектирование. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2024. – 107 с. – ISBN 978-5-7782-5308-7. – EDN DEIRZT.
20. Антипов С.Т., Кретов И.Т., Остриков А.Н. Машины и аппараты пищевых производств. В 2 кн. Кн. 1 / под ред. В.А. Панфилова. – М.: Высшая школа, 2001. – 703 с.
21. Артоблевский И.И. Теория механизмов и машин: учебник для вузов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1988. – 640 с. – ISBN 5-02-013810-X.
22. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин: учебное пособие для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1990. – 592 с. – ISBN 5-02-014188-7.
23. Фролов К.В. Теория механизмов и машин. – М.: Высшая школа, 1987. – 496 с.
24. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Т. 1:

учебное пособие для втузов. – М.: Наука, 1990. – 672 с. – ISBN 5-02-014450-9.

25. Вульфсон И.И. Динамика цикловых машин. – СПб.: Политехника, 2013. – 425 с. – ISBN 978-5-7325-1024-9.

26. Dresig H., Vul'fson I.I. Dynamik der Mechanismen. – Wien: Springer-Verlag, 1989. – 328 p. – ISBN 978-3-7091-9036-4. – DOI: 10.1007/978-3-7091-9035-7.

27 Kinematic analysis of crank-cam mechanism of process equipment / Y.I. Podgornyj, V.Yu. Skeebe, T.G. Martynova, N.S. Pechorkina, P.Yu. Skeebe // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2018. – Vol. 327. – P. 042080. – DOI: 10.1088/1757-899X/327/4/042080.

28. Motion laws synthesis for cam mechanisms with multiple follower displacement / Y.I. Podgornyj, V.Yu. Skeebe, A.V. Kirillov, T.G. Martynova, P.Yu. Skeebe // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2018. – Vol. 327. – P. 042079. – DOI: 10.1088/1757-899X/327/4/042079.

29. Fomin A., Paramonov M. Synthesis of the four-bar double-constraint mechanisms by the application of the Grubler's method // Procedia Engineering. – 2016. – Vol. 150. – P. 871–877. – DOI: 10.1016/j.proeng.2016.07.034.

30. Кулак В.Г., Максимчук Б.М., Чакар А.П. Мукомольные заводы на комплектном оборудовании. – М.: Колос, 1984. – 263 с.

31. Кацнельсон М.У., Демский А.Б., Дуб М.Д. Техническое диагностирование оборудования мукомольных заводов. – М.: Колос, 1984. – 220 с.

32. Маевская С.Л., Лабутина О.А. Количественно-качественный учет зерна и зернопродуктов. – М.: ДеЛи принт, 2003. – 296 с.

33. Берестнев Е.В., Петриченко В.Е., Петриченко В.В. Рекомендации по организации и ведению технологического процесса на мукомольных предприятиях. – 2-е изд., доп. – М.: ДеЛи, 2020. – 368 с.

34. Егоров Г.А. Переработка зерна в муку // Справочник по торговле зерном. Ч. 2 / под общ. ред. В.Е. Петриченко. – М.: Спецтехника, 1999. – 320 с.

35. To the theory of mechanisms subfamilies / A. Fomin, L. Dvornikov, M. Paramonov, A. Jahr // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2016. – Vol. 124. – P. 012055. – DOI: 10.1088/1757-899X/124/1/012055.

36. Макаров Е. Инженерные расчеты в Mathcad 14. – СПб.: БХВ-Петербург, 2007. – 592 с.

37. Seal C.J., Brownlee I.A. Whole grains and health, evidence from observational and intervention studies // Cereal Chemistry. – 2010. – Vol. 87 (2). – P. 167–174.

38. Phytic acid level in wheat flours / C.I. Febles, A. Arias, A. Hardisson, C. Rodríguez-Alvarez, A. Sierra // Journal of Cereal Science. – 2002. – Vol. 36 (1). – P. 19–23.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

© 2026 Авторы. Издательство Новосибирского государственного технического университета. Эта статья доступна по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>).



Obrabotka metallov - Metal Working and Material Science

Journal homepage: http://journals.nstu.ru/obrabotka_metallov



Dynamic modeling and selection of rational parameters for a millstone mill mechanism to reduce energy consumption

Yuriy Podgorniy^{1, a, *}, Vladimir Ivancivsky^{1, b}, Tatyana Martynova^{1, c}, Ayagma Zhargalova^{2, d},
 Ziqi Tong^{2, e}, Egor Rozhnov^{1, f}, Gleb Drach^{2, g}, Alexey Morozov^{2, h}

¹ Novosibirsk State Technical University, 20 Prospekt K. Marksa, Novosibirsk, 630073, Russian Federation

² Bauman Moscow State Technical University, 5/1 2nd Baumanskaya St., Moscow, 105005, Russian Federation

^a <https://orcid.org/0000-0002-1664-5351>, pjui@mail.ru; ^b <https://orcid.org/0000-0001-9244-225X>, ivancivskij@corp.nstu.ru;

^c <https://orcid.org/0000-0002-5811-5519>, martynova@corp.nstu.ru; ^d <https://orcid.org/0000-0002-6251-1004>, azhargalova@bmstu.ru;

^e <https://orcid.org/0009-0008-6174-3234>, tongziqu29@gmail.com; ^f <https://orcid.org/0009-0003-6779-0553>, EgoRozhnov@yandex.ru;

^g <https://orcid.org/0009-0005-7618-2896>, drach1254@gmail.com; ^h <https://orcid.org/0009-0002-1846-7592>, 2809322@gmail.com

ARTICLE INFO

Article history:

Received: 01 January 2026

Revised: 14 January 2026

Accepted: 14 February 2026

Available online: 15 March 2026

Keywords:

Millstone mechanism

Dynamic model

Moment of inertia

Runge–Kutta method

Support force

Power consumption

Energy efficiency

Parameter optimization

Funding

This study was supported by NSTU grant (project No. TP-PTM-1_26).

Acknowledgements

The research was carried out using the equipment of the Engineering Center “Design and Production of High-Tech Equipment”.

ABSTRACT

Introduction. Millstone mills hold a special place among the grinding equipment used in the food industry, as they produce flour with a high content of biologically valuable grain components through the repeated action of working surfaces on the processed material. However, existing industrial designs of millstone units are characterized by significant energy consumption caused by the high moments of inertia of the rotating millstones. In the context of the ongoing drive toward import substitution and modernization of grain processing enterprises, there is a need to develop new energy-efficient equipment that meets modern requirements for productivity and specific energy consumption. Despite the long history of millstone mill application, the issues of selecting rational inertial-mass characteristics and design parameters of the rotating millstone and their influence on the dynamic parameters of the drive and support forces remain insufficiently studied. **The purpose of this study** is to reduce the power consumption of a millstone mill by developing a dynamic model of the mechanism and determining rational design and kinematic parameters of the unit. **Methods.** Based on *D'Alembert's* principle, a system of differential equations of motion was formulated for a shaft with a disk (millstone), taking into account the eccentricity of the rotation axis relative to the geometric axis of the millstone. The law of motion was determined by numerical integration using the fourth-order *Runge–Kutta* method with variation of the moments of inertia of the rotating millstone (25.185–40.388 kg·m²) and driving torques (250–500 N·m). Support forces were then calculated by solving matrix equations of static equilibrium, using the previously obtained kinematic characteristics. Finally, a parametric analysis of the influence of inter-supports distances and manufacturing accuracy on the magnitude of support forces was carried out. **Results and Discussion.** It was found that reducing the moment of inertia of the rotating millstone from 40.388 to 25.185 kg·m² leads to a decrease in shaft acceleration time to steady-state rotational speed from 12.2–15.7 s to 7.2–10.0 s and to a reduction in maximum support forces at the most loaded support from 1,000–1,700 N to 600–1,000 N over the driving torque range of 300–500 N·m. It was shown that the rational inter-support distance is 0.58 m, and the permissible displacement of the rotation axis relative to the geometric axis of the millstone should not exceed 0.5–1.0 mm, at which the maximum support force does not exceed 360–700 N. For the proposed design with a millstone moment of inertia of 25.185 kg·m² and a driving torque of 280–300 N·m, the power consumption at the drive shaft was 10.5 kW, which is 50% lower than that of the industrial mill *AVR 6-890* (21 kW) at a comparable capacity of 490 kg/h. The obtained results demonstrate the feasibility of structural lightening of the rotating millstone as an effective strategy for improving the energy efficiency of millstone mills.

For citation: Podgorniy Y.I., Ivancivsky V.V., Martynova T.G., Zhargalova A.D., Ziqi Tong, Rozhnov E.E., Drach G.A., Morozov A.A. Dynamic modeling and selection of rational parameters for a millstone mill mechanism to reduce energy consumption. *Obrabotka metallov (tekhnologiya, oborudovanie, instrumenty)* = *Metal Working and Material Science*, 2026, vol. 28, no. 1, pp. 193–206. DOI: 10.17212/1994-6309-2026-28.1-193-206. (In Russian).

* Corresponding author

Podgorniy Yuriy I., D.Sc. (Engineering), Professor
 Novosibirsk State Technical University,
 20 Prospekt K. Marksa,
 630073, Novosibirsk, Russian Federation
 Tel: +7 383 346-17-79, e-mail: pjui@mail.ru



References

1. Demskii A.B., Boriskin M.A., Tamarov T.V., Chernolikhov A.S. *Oborudovanie dlya proizvodstva muki i krupy: spravochnik* [Equipment for the production of flour and groats. Handbook]. Moscow, Agropromizdat Publ., 1990. 352 p.
2. Merko I.T. *Tekhnologiya mukomol'nogo i krupyanogo proizvodstva* [Technology of flour milling and groat production]. Moscow, Agropromizdat Publ., 1985. 288 p.
3. Butkovskii V.A., Ptushkina G.E. *Tekhnologicheskoe oborudovanie mukomol'nogo proizvodstva* [Technological equipment of flour milling production]. Moscow, Khlebo produkty Publ., 1999. 208 p.
4. Egorov G.A. *Tekhnologiya pererabotki zerna* [Grain processing technology]. Moscow, Kolos Publ., 1977. 376 p.
5. Temirov M.M. Importozameshchenie i puti razvitiya mashinostroeniya dlya ego resheniya [Import substitution and ways of developing mechanical engineering for its solution]. *Khlebo produkty = Khlebo producty*, 2015, no. 7, pp. 12–13.
6. Temirov M.M. Sovremennoe rossiiskoe oborudovanie dlya predpriyatii khraneniya i pererabotki zerna [Modern Russian equipment for grain storage and processing enterprises]. *Khlebo produkty = Khlebo producty*, 2016, no. 7, pp. 10–11.
7. Dresig H., Holzweißig F. *Dynamics of machinery: Theory and applications*. 2nd ed. Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag, 2010. 554 p. ISBN 978-3-540-89939-6. DOI: 10.1007/978-3-540-89940-2.
8. Uicker J.J., Pennock G.R., Shigley J.E. *Theory of machines and mechanisms*. 5th ed. New York, Oxford University Press, 2017. 960 p. ISBN 978-0-19-060415-3.
9. Zhu Y., Luo Z., Wang H., Zhang Z. Numerical investigation of particle segregation in millstone systems: An enhanced quantification approach. *Chemical Engineering Research and Design*, 2025, vol. 223, pp. 238–252. DOI: 10.1016/j.cherd.2025.08.021.
10. Zhu Y., Luo Z., Wang H., Zhou Q., Zhang Z. Air-induced segregation of micron-scale particles in a vertical roller mill. *Minerals Engineering*, 2026, vol. 239, p. 110114. DOI: 10.1016/j.mineng.2026.110114.
11. Podgorniy Yu.I., Skeebe V.Yu., Kirillov A.V., Pushnin V.N., Erokhin I.A., Kornev D.Yu. *Modelirovanie nesushchikh sistem tekhnologicheskikh mashin* [Modeling of the technological machines support systems]. *Obrabotka metallov (tekhnologiya, oborudovanie, instrumenty) = Metal Working and Material Science*, 2014, no. 2 (63), pp. 91–99.
12. Podgorniy Yu.I., Skeebe V.Yu., Martynova T.G., Maksimchuk O.V. *Issledovanie i vybor parametrov pri proektirovanii tekhnologicheskikh mashin* [Analysis and choice of parameters in designing technological machines]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2020. 260 p. ISBN 978-5-7782-4177-0.
13. Podgorniy Yu.I., Martynova T.G., Skeebe V.Yu. *Sintez tekhnologicheskikh mashin. Raschet i konstruirovaniye* [Synthesis of technological machines. calculation and design]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2023. 240 p. ISBN 978-5-7782-4912-7. DOI: 10.17212/978-5-7782-4912-7.
14. Flores P., Souto A.P., Marques F. The first fifty years of the Mechanism and Machine Theory: Standing back and looking forward. *Mechanism and Machine Theory*, 2018, vol. 125, pp. 8–20. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2017.11.017.
15. Eckhardt H.D. *Kinematic design of machines and mechanisms*. 1st ed. New York, McGraw-Hill, 1998. 620 p. ISBN 0070189536. ISBN 978-0070189539.
16. Erdman A.G., Sandor G.N. *Mechanism design: analysis and synthesis*. 4th ed. Upper Saddle River, NJ, Pearson, 2001. 688 p. ISBN 0130408727. ISBN 978-0130408723.
17. Zhu B., Zhang X., Zhang H., Liang J., Zang H., Li H., Wang R. Design of compliant mechanisms using continuum topology optimization: a review. *Mechanism and Machine Theory*, 2012, vol. 143, p. 103622. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2019.103622.
18. Vulfson I. *Dynamics of cyclic machines*. Cham, Springer International Publ., 2015. 390 p. ISBN 978-3-319-12633-3. DOI: 10.1007/978-3-319-12634-0.
19. Podgorniy Y.I., Skeebe V.Y., Martynova T.G. *Tekhnologicheskoe oborudovanie: raschet i proektirovanie* [Technological equipment: calculation and design]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2024. 107 p. ISBN 978-5-7782-5308-7.
20. Antipov S.T., Kretov I.T., Ostrikov A.N. *Mashiny i apparaty pishchevykh proizvodstv*. V 2 kn. Kn. 1 [Machines and apparatus of food production. In 2 bk. Bk. 1]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2001. 703 p.
21. Artobolevskii I.I. *Teoriya mekhanizmov i mashin: uchebnik dlya vtuzov* [Theory of mechanisms and machines]. 4th ed. Moscow, Nauka Publ., 1988. 640 p. ISBN 5-02-013810-X.

22. Levitskii N.I. *Teoriya mekhanizmov i mashin* [Theory of mechanisms and machines]. 2nd ed. Moscow, Nauka Publ., 1990. 592 p. ISBN 5-02-014188-7.
23. Frolov K.V. *Teoriya mekhanizmov i mashin* [Theory of mechanisms and machines]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1987. 496 p.
24. Bat' M.I., Dzhanelidze G.Yu., Kel'zon A.S. *Teoreticheskaya mekhanika v primerakh i zadachakh*. T. 1 [Theoretical mechanics in examples and problems. Vol. 1]. Moscow, Nauka Publ., 1990. 672 p. ISBN 5-02-014450-9.
25. Vul'fson I.I. *Dinamika tsiklovyykh mashin* [Dynamics of cyclic machines]. St. Petersburg, Politekhnik Publ., 2013. 425 p. ISBN 978-5-7325-1024-9.
26. Dresig H., Vul'fson I.I. *Dynamik der Mechanismen*. Wien, Springer-Verlag, 1989. 328 p. ISBN 978-3-7091-9036-4. DOI: 10.1007/978-3-7091-9035-7.
27. Podgorniy Y.I., Skeebe V.Yu., Martynova T.G., Pechorkina N.S., Skeebe P.Yu. Kinematic analysis of crank-cam mechanism of process equipment. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2018, vol. 327, p. 042080. DOI: 10.1088/1757-899X/327/4/042080.
28. Podgorniy Y.I., Skeebe V.Yu., Kirillov A.V., Martynova T.G., Skeebe P.Yu. Motion laws synthesis for cam mechanisms with multiple follower displacement. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2018, vol. 327, p. 042079. DOI: 10.1088/1757-899X/327/4/042079.
29. Fomin A., Paramonov M. Synthesis of the four-bar double-constraint mechanisms by the application of the Grubler's method. *Procedia Engineering*, 2016, vol. 150, pp. 871–877. DOI: 10.1016/j.proeng.2016.07.034.
30. Kulak V.G., Maksimchuk B.M., Chakar A.P. *Mukomol'nye zavody na komplektnom oborudovanii* [Flour mills on packaged equipment]. Moscow, Kolos Publ., 1984. 263 p.
31. Katsnel'son M.U., Demskii A.B., Dub M.D. *Tekhnicheskoe diagnostirovanie oborudovaniya mukomol'nykh zavodov* [Technical diagnostics of flour mill equipment]. Moscow, Kolos Publ., 1984. 220 p.
32. Maevskaya S.L., Labutina O.A. *Kolichestvenno-kachestvennyi uchet zerna i zernoproduktov* [Quantitative and qualitative accounting of grain and grain products]. Moscow, DeLi print Publ., 2003. 296 p.
33. Berestnev E.V., Petrichenko V.E., Petrichenko V.V. *Rekomendatsii po organizatsii i vedeniyu tekhnologicheskogo protsessa na mukomol'nykh predpriyatiyakh* [Recommendations for the organization and management of the technological process at flour milling enterprises]. 2nd ed. Moscow, DeLi Publ., 2020. 368 p.
34. Egorov G.A. *Pererabotka zerna v muku* [Grain processing into flour]. *Spravochnik po trgovle zernom*. Ch. 2 [Handbook on grain trade. Pt. 2]. Moscow, Spetstekhnika Publ., 1999. 320 p.
35. Fomin A., Dvornikov L., Paramonov M., Jahr A. To the theory of mechanisms subfamilies. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2016, vol. 124, p. 012055. DOI: 10.1088/1757-899X/124/1/012055.
36. Makarov E. *Inzhenernye raschety v Mathcad 14* [Engineering calculations in Mathcad 14]. St. Petersburg, BHV-Peterburg Publ., 2007. 592 p.
37. Seal C.J., Brownlee I.A. Whole grains and health, evidence from observational and intervention studies. *Cereal Chemistry*, 2010, vol. 87 (2), pp. 167–174.
38. Febles C.I., Arias A., Hardisson A., Rodríguez-Alvarez C., Sierra A. Phytic acid level in wheat flours. *Journal of Cereal Science*, 2002, vol. 36 (1), pp. 19–23.

Conflicts of Interest

The authors declare no conflict of interest.

© 2026 The Authors. Published by Novosibirsk State Technical University. This is an open access article under the CC BY license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>).