СБОРНИК **НАУЧНЫХ ТРУДОВ НГТУ. – 2016. – № 1(83).** – 7–19

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ

УДК681.513

СИНТЕЗ ДВУХКАНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ПОЛИНОМИАЛЬНЫМ МЕТОДОМ: ОБЕСПЕЧЕНИЕ АСТАТИЗМА*

К.М. БОБОБЕКОВ[1], А.А. ВОЕВОДА[2]

[1] *630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, аспирант кафедры автоматики. E-mail: kurbon_111@mail.ru*
[2] *630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, доктор технических наук, профессор кафедры автоматики. E-mail: ucit@ucit.ru*

Рассматривается двухканальная двухмассовая система, описываемая двумя дифференциальными уравнениями второго порядка, которые заменяются матричным полиномиальным уравнением. Входные сигналы – это силы, приложенные к массам, положения которых принимаются за выходные сигналы. Для четырех вариантов передаточной функции замкнутой системы приведена характеристическая матрица для типовой структуры «задание – сигнал рассогласования – регулятор – объект управления – обратная связь». В это уравнение, которое называют диофантовым уравнением, входят два неизвестных матричных полинома, соответствующие «числителю» и «знаменателю» регулятора. Для обеспечения астатизма порядок регулятора выбран равным двум. После преобразования матричного полиномиального линейного уравнения в матричное линейное уравнение с вещественными коэффициентами с матричным неизвестным выполняется его решение. Результаты моделирования подтверждают правильность расчетов, а именно: а) система устойчивая; б) астатическая; в) время переходного процесса соответствует заданным полюсам системы; г) качество переходных процессов по каналам, по которым отрабатываются задающие воздействия, удовлетворительное. Однако перекрестные сигналы достигают больших значений.

Ключевые слова: полиномиальный синтез регуляторов, двухканальный, двухмассовый, многоканальный регулятор, полиномиальное разложение, синтез, объект управления, реализация регулятора, астатизм

DOI: 10.17212/2307-6879-2016-1-7-19

---

* Статья получена 5 октября 2015 г.

ВВЕДЕНИЕ

Синтез регуляторов в многоканальных системах может осуществляться различными методами: синтез в пространстве состояний [7, 10, 12], полиномиальным методом [2, 4, 9, 13–15], частотным методом [12] и т. д. В данной работе продолжается исследование по полиномиальному методу синтеза на примере двухканальной двухмассовой системы, рассматриваемой в работах [1, 2, 6–9, 12, 15]. Использование полиномиального метода синтеза нашло применение при расчете регуляторов в ряде механических систем (см., например, [3, 5]).

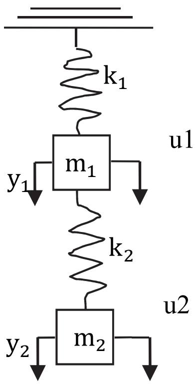

Рис. 1. Модель системы

Объект управления. В качестве объекта управления возьмем двухмассовую систему без демпфирования [1, 2]. В данном примере предполагается два управляющих сигнала – силы u_1 и u_2, приложенные к массам m_1 и m_2. Модель объекта представляет собой систему из двух грузов, подвешенных последовательно на двух пружинах жесткости k_1 и k_2 (рис. 1). Управляемые величины – координаты грузов y_1 и y_2, отсчитываемые от состояния равновесия. Объект управления запишем в следующем виде:

$$m_1 y_1'' = -k_1 y_1 + k_2 (y_2 - y_1) + u_1 ,$$

$$m_2 y_2'' = -k_2 (y_2 - y_1) + u_2 .$$

Уравнения записаны в предположении отсутствия сил трения (демпфирования). В матричном виде уравнения записываются существенно проще:

$$\left(\begin{bmatrix} \mathrm{m}_1 & 0 \\ 0 & \mathrm{m}_2 \end{bmatrix} s^2 + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \right) y = u .$$

Здесь $y = (y_1 \ y_2)^t$ и $u = (u_1 \ u_2)^t$. Обозначим матрицы при s^2 и s^0 через D_2 и D_0. Тогда описание объекта примет вид $D(s)y = u$, где $D(s) = D_2 s^2 + D_0$. В общем случае это соответствует левому матричному полиномиальному описанию $y = D(s)^{-1} N(s) u$. Здесь $D(s)^{-1} N(s) = W_{ob}(s)$ – матричная передаточная функция объекта. В нашем случае $N(s)=I$ – единичная матрица. Возьмем типовую структуру системы:

$$y=W_{ob}(s)u\,,\quad u=W_r(s)e\,,\quad e=v-y\,,$$

где $W_r(s)$ – передаточная функция двухканального регулятора, v – вектор задающих воздействий.

Определим передаточную функцию системы:

$$W_{cl}(s)=(I+W_{ob}(s)W_r(s))^{-1}W_{ob}(s)W_r(s)\,. \tag{1}$$

Воспользовавшись равенством $A(I+BA)^{-1}=(I+AB)^{-1}A$, получим

$$W_{cl}(s)=W_{ob}(s)(I+W_r(s)W_{ob}(s))^{-1}W_r(s)\,, \tag{2}$$

$$W_{cl}(s)=W_{ob}(s)W_r(s)(I+W_{ob}(s)W_r(s))^{-1}\,. \tag{3}$$

И наконец, воспользовавшись равенством $A(I+A)^{-1}=(I+A^{-1})^{-1}$, из выражения (3) получим

$$W_{cl}(s)=\left(I+(W_{ob}(s)W_r(s))^{-1}\right)^{-1}\,. \tag{4}$$

Таким образом, возможны четыре варианта описания передаточной функции системы (1)–(4).

Характеристический матричный полином системы. Выбираем правое разложение объекта и левое разложение регулятора:

$$W_{ob}(s)=N(s)D^{-1}(s)\,,\quad W_r(s)=Y^{-1}(s)X(s)\,. \tag{5}$$

Найдем характеристическую матрицу системы, подставим (5) в (4):

$$y=N(s)(Y(s)D(s)+X(s)N(s))^{-1}X(s)v\,.$$

Нашли передаточную функцию системы. Ее «знаменатель» $Y(s)D(s)+$ $+X(s)N(s)$ и есть характеристический (матричный) полином. Таким образом, при известном правом представлении объекта в предположении, что ищем регулятор в виде левого разложения, задача синтеза сводится к решению уравнения

$$C(s) = Y(s)\,D(s) + X(s)\,N(s)\,. \qquad (6)$$

Здесь $C(s)$ – желаемая характеристическая матрица системы.

ПРИМЕР СИНТЕЗА СИСТЕМЫ

Воспользуемся представлением объекта и регулятора (5), что приводит к необходимости решения уравнения (6). В нашем случае $D(s) = D_2 s^2 + D_0$, $N(s) = I$. Для регулятора выберем полиномиальные матрицы «числителя» и «знаменателя» степени два:

$$Y(s) = Y_2 s^2 + Y_1 s\,,\ \ X(s) = X_2 s^2 + X_1 s + X_0\,. \qquad (7)$$

Потребовали от системы выполнения условия ***астатизма***, т. е. положили $Y_0 = 0$. Тогда степень характеристической матрицы равно четырем:

$$C(s) = C_4 s^4 + C_3 s^3 + C_2 s^2 + C_1 s + C_0\,. \qquad (8)$$

После подстановки (7) в (6) и с учетом (8) получим

$$C_4 s^4 + C_3 s^3 + C_2 s^2 + C_1 s + C_0 = \left(Y_2 s^2 + Y_1 s\right)\left(D_2 s^2 + D_0\right) + \left(X_2 s^2 + X_1 s + X_0\right).$$

Приравняем коэффициенты при одинаковых степенях s:

$$Y_2 D_2 = C_4\,,\ \ Y_1 D_2 = C_3\,,\ \ Y_2 D_0 + X_2 = C_2\,,\ \ Y_1 D_0 + X_1 = C_1\,,\ \ X_0 = C_0\,. \qquad (9)$$

Уравнения (9) в матричном виде запишутся так:

$$\left(Y_2\ Y_1 \middle|\, X_2\ X_1\ X_0\right)\begin{bmatrix} D_2 & 0 & D_0 & 0 & 0 \\ 0 & D_2 & 0 & D_0 & 0 \\ --- & --- & --- & --- & --- \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} = \left(C_4\ C_3\ C_2\ C_1\ C_0\right). \qquad (10)$$

Если транспонировать предыдущее уравнение, то получим более привычную запись

$$\begin{pmatrix} D_2^t & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_2^t & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ D_0^t & 0 & \vdots & I & 0 & 0 \\ 0 & D_0^t & \vdots & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & I \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Y_2^t \\ Y_1^t \\ \hline X_2^t \\ X_1^t \\ X_0^t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_4^t \\ C_3^t \\ C_2^t \\ C_1^t \\ C_0^t \end{pmatrix}.$$

Зададим следующие параметры объекта:

$$m_1 = 6, \quad m_2 = 2, \quad k_1 = 1, \quad k_2 = 2.$$

Тогда

$$D_2 = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad D_0 = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}. \tag{11}$$

Характеристическая матрица определяет полюса замкнутой системы и, следовательно, быстродействие системы. Пусть все полюса равны –1. Таким образом, характеристическая матрица системы имеет простой вид:

$$C(s) = (s+1)^4 I,$$

где I – диагональная матрица размером 2×2. Раскроем полином $C(s)$ и получим

$$C_4 = I, \quad C_3 = 4I, \quad C_2 = 6I, \quad C_1 = 4I, \quad C_0 = I. \tag{12}$$

Подставим D_0, D_2, C_0, C_1, C_2, C_3, C_4 из формул (11) и (12) в (10):

$$\begin{bmatrix} Y_2 & Y_1 & \vdots & X_2 & X_1 & X_0 \end{bmatrix} \times$$

$$\times\left[\begin{array}{cccccccccc}
6 & 0 & 0 & 0 & 3 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 2 & 0 & 0 & -2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 3 & -2 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & -2 & 2 & 0 & 0 \\
--- & --- & --- & --- & --- & --- & --- & --- & --- & --- \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right] =$$

$$=\left[\begin{array}{cc:cc:cc:cc:cc}
1 & 0 & 4 & 0 & 6 & 0 & 4 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 4 & 0 & 6 & 0 & 4 & 0 & 1
\end{array}\right].$$

Матрицу неизвестных обозначим $\aleph$, матрицу размером 10×10 обозначим A и матрицу в правой части предыдущего уравнения – $\mathbb{C}$. Тогда решение уравнения тривиально: $\aleph = \mathbb{C} \cdot \mathrm{A}^{-1}$.

$$\aleph = \left(\begin{array}{cc:cc:cc:cc:cc}
0.17 & 0 & 0.67 & 0 & 0.33 & 2 & 2 & 1.33 & 1 & 0 \\
0 & 0.5 & 0 & 2 & 5 & 4 & 4 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right).$$

Реализация регулятора. В уравнение регулятора (5) $Y(s)u = X(s)e$ подставим значения полиномов «числителя» и «знаменателя» (7):

$$(Y_2 s^2 + Y_1\,\mathrm{s})u = (X_2 s^2 + X_1 s + X_0)e\,.$$

Преобразуем формулу так, чтобы вычисления сводились к интегрированию:

$$u = Y_2^{-1}\Big(X_2 e + s^{-1}\Big(-Y_1 u + X_1 e + s^{-1} X_0 e\Big)\Big)\,.$$

Здесь предполагается, что $\det Y_2 \neq 0$.

Для **моделирования объекта** воспользуемся выражением (5) и запишем: $N(s)D^{-1}(s)u = y$. Для нашего примера $N(s) = I$, что позволяет получить $D(s)y = u$. Далее $\left(D_2 s^2 + D_0\right)y = u$. Остается записать алгоритм моделирования $y = s^{-2}D_2^{-1}(-D_0 y + u)$. Реализация системы управления приведена на рис. 2[1], а переходные процессы – на рис. 3 и 4.

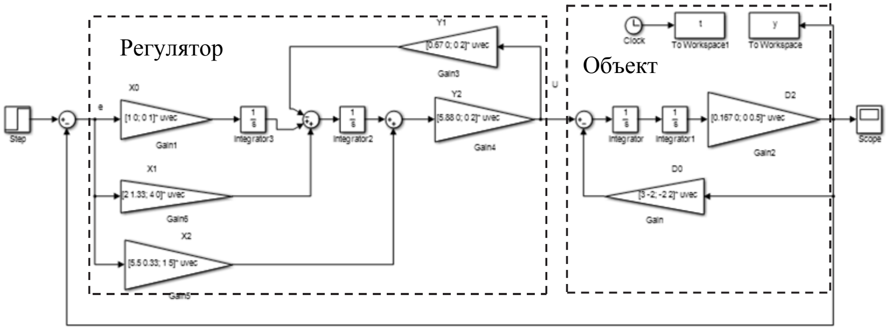

Рис. 2 Модель системы управления, реализованная в MATLAB

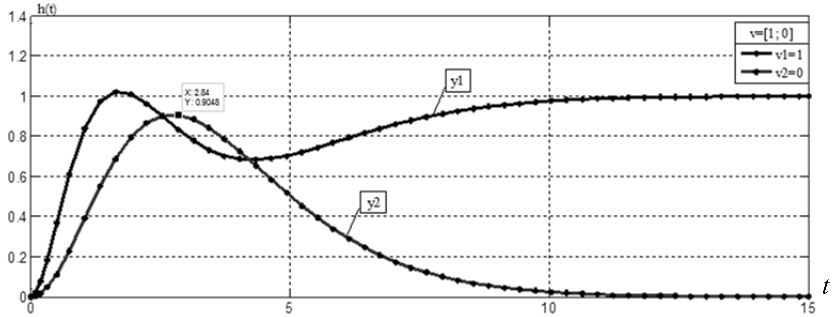

Рис. 3. Переходные процессы в системе при $v = [1 \;\; 0]^t$

---

[1] Блок *Step* моделирует два входных сигнала, а блок *Scope* регистрирует два выходных сигнала.

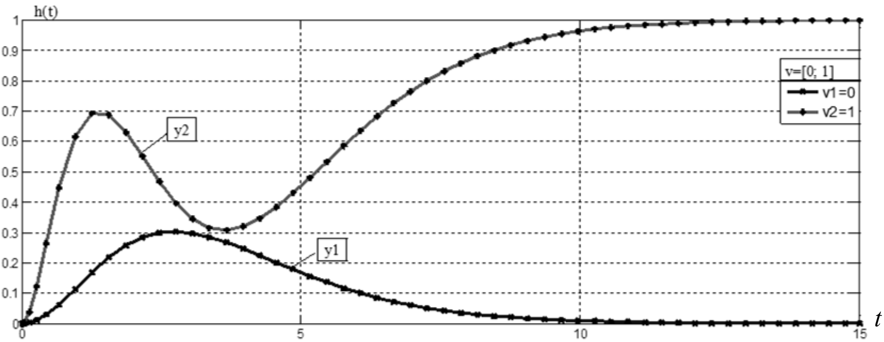

Рис. 4. Переходные процессы в системе при $v = [0 \;\; 1]^t$

Переходные процессы в системе при воздействии $v = [1 \;\; 0]^t$ неудовлетворительны по перерегулированию. В отличие от результатов, полученных в работе [2], в установившемся режиме ошибки равны нулю.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данное исследование является продолжением исследования, начатого в работе [2]. Но здесь предложено использовать двухканальный ПИ-регулятор, что позволяет добиться нулевой ошибки в статическом режиме. Кроме того, в статическом режиме каналы системы автономные. Для этого пришлось задать степени матричных полиномов «числителя» и «знаменателя» равными двум:

$$\deg X(s) = 2\,, \quad \deg Y(s) = 2\,.$$

Нерешенным вопросом осталось большое значение перерегулирования, достигающее 90 % в перекрестных каналах. В целом полиномиальный метод синтеза оказывается существенно проще классических методов модального синтеза, состоящих в следующем: расчет наблюдателя полного или пониженного порядка, стоящего в канале обратной связи, и регулятора, также стоящего в канале обратной связи. Кроме того, необходимо в прямом канале ввести двухканальный интегратор.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Воевода А.А., Ижицкая Е.А.* Стабилизация двухмассовой системы: модальный метод синтеза // Сборник научных трудов НГТУ. – 2009. – № 2 (56). – С. 3–10.

2. *Воевода А.А.* Стабилизация двухмассовой системы: полиномиальный метод синтеза двухканальной системы // Сборник научных трудов НГТУ. – 2009. – № 4 (58). – С. 121–124.

3. *Бобобеков К.М.* Модель перевернутого маятника: частные случаи // Сборник научных трудов НГТУ. – 2015. – № 3 (81). – С. 21–42.

4. *Бобобеков К.М., Воевода А.А.* Полиномиальный метод синтеза ПИ(Д)-регулятора для неминимально фазового объекта // Сборник научных трудов НГТУ. – 2015. – № 4 (82). – С. 7–20.

5. *Воевода А.А., Корюкин А.Н., Чехонадских А.В.* О понижении порядка стабилизирующего управления на примере двойного перевернутого маятника // Автометрия. – 2012. – Т. 48, № 6. – С. 69–83.

6. *Воевода А.А., Ишимцев Р.Ю.* О синтезе многоканальных ПИД-регуляторов // Научный вестник НГТУ. – 2004. – № 4 (25). – С. 161–164.

7. *Воевода А.А., Шоба Е.В.* Стабилизация двухмассовой системы: модальный метод синтеза в пространстве состояний // Сборник научных трудов НГТУ. – 2010. – № 1 (59). – С. 25–34.

8. *Вороной В.В., Шоба Е.В.* Стабилизация трехмассовой системы: двухканальный ПД-регулятор // Сборник научных трудов НГТУ. – 2010. – № 4 (62). – С. 183–188.

9. *Воевода А.А., Вороной В.В.* Полиномиальный метод расчета многоканальных регуляторов заданной структуры // Научный вестник НГТУ. – 2013. – № 2 (51). – С. 214–218.

10. *Chen C.T.* Linear system theory and design. – 3rd ed. – New York: Oxford University Press, 1999. – 334 p.

11. *Шоба Е.В.*, *Воевода А.А.*, *Вороной В.В.* Модальный синтез многоканального регулятора пониженного порядка с использованием «обратной» производной // Научный вестник НГТУ. – 2012. – № 1 (46). – С. 15–23.

12. *Катасанов Д.Н.* О стабилизация двухканальной двухмассовой системы: частотный метод синтеза двухканальной системы // Сборник научных трудов НГТУ. – 2010. – № 4 (62). – С. 167–174.

13. *Воевода А.А., Вороной В.В.* Модальный синтез регуляторов пониженного порядка методом дифференцирования характеристического полинома // Сборник научных трудов НГТУ. – 2011. – № 1 (63). – С. 3–12.

14. *Шоба Е.Б. Воевода А.А., Вороной В.В.* Модальный синтез многоканального регулятора пониженного порядка с использованием «обратной» производной // Научный вестник НГТУ. – 2012. – № 1 (46). – С. 15–22.

15. *Воевода А.А.* Стабилизация двухмассовой системы: модальный метод синтеза с использованием полиномиального разложения // Научный вестник НГТУ. – 2010. – № 1 (38). – С. 195–198.

Бобобеков Курбонмурод Мулломиракович, специалист по технологиям машиностроения. С 2008 по 2013 г. – кафедра «Технология машиностроения, металлорежущие станки и инструменты» механико-технологического факультета Таджикского технического университета (ТТУ) им. акад. М.С. Осими. С 2013 по 2015 г. ассистент Таджикского технического университета. С 2015 г. аспирант кафедры автоматики Новосибирского государственного технического университета. В настоящее время специализируется в области синтеза систем управления техническими системами. Имеет несколько публикаций. E-mail: kurbon_111@mail.ru

Воевода Александр Александрович, доктор технических наук, профессор кафедры автоматики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – управление многоканальными объектами. Имеет более 200 публикаций. E-mail: ucit@ucit.ru

Synthesis of two-channel system polynomial method: ensuring astatic*

K.M. Bobobekov[1], A.A. Voevoda[2]

[1] *Novosibirsk State Technical University, 630073, Novosibirsk, the avenue K. Marx, 20, the post-graduate student of Department "Automatics" of Novosibirsk state technical university. E-mail: kurbon_111@mail.ru*

[2] *Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk,630073, Russian Federation, D. Sc. (Eng.),professor. E-mail: ucit@ucit.ru*

We consider the two-channel two-mass system described by two second order differential equations, which are replaced by the matrix polynomial equation. Input signals are the forces applied to the masses, the provisions of which are taken as outputs. For the four options of the transfer function of a closed system is given the characteristic matrix for the typical structure of "job - the error signal – control – control object – feedback". This equation, which is called a Diophantine equation has two unknown polynomial matrix corresponding to controller.

* *Received 05 October 2015.*

"numerator" and "denominator". To provide astatic regulator order is chosen equal two. After the transformation of matrix polynomial linear equation into the matrix linear equation with real coefficients with the matrix unknown terms, it is calculated. The simulation results confirm the correctness of the calculations, namely: a) stable system; b) astatic; c) the transition process time corresponds to the system poles given; d) quality of transients on the channels through which defining exposures are carried out, is satisfactory. However, the cross signals reach high values.

Keywords: Polynomial, two-channel, two-mass, multi - channel regulator, polynomial decomposition, synthesis, control object, the implementation of the regulator, astatic

DOI: 10.17212/2307-6879-2016-1-7-19

REFERENCES

1. Voevoda A.A., Izhitskaya E.A. Stabilizatsiya dvukhmassovoi sistemy: modal'nyi metod sinteza [Stabilization of the two-mass system: modal synthesis method]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2009, no. 2 (56), pp. 3–10.

2. Voevoda A.A. Stabilizatsiya dvukhmassovoi sistemy: polinomial'nyi metod sinteza dvukhkanal'noi sistemy [Two-mass system stabilization: polynomial method of two-channel system synthesis]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2009, no. 4 (58), pp. 121–124.

3. Bobobekov K.M. Model' perevernutogo mayatnika: chastnye sluchai [The Model of the inverted pendulum: special cases]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2015, no. 3 (81), pp. 21–42.

4. Bobobekov K.M., Voevoda A.A. Polinomial'nyi metod sinteza PI(D)-regulyatora dlya neminimal'no fazovogo ob"ekta [Polynomial method synthesis of PI(D) regulator for non-minimum-phase object]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2015, no. 4 (82), pp. 7–20.

5. Voevoda A.A., Koryukin A.N., Chekhonadskikh A.V. O ponizhenii poryadka stabiliziruyushchego upravleniya na primere dvoinogo perevernutogo mayatnika [Reducing the stabilizing control order for a double inverted pendulum]. *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*, 2012, vol. 48, no. 6, pp. 593–604. Translated from *Avtometriya*, 2012, vol. 48, no. 6, pp. 69–83.

6. Voevoda A.A., Ishimtsev R.Yu. O sinteze mnogokanal'nykh PID-regulyatorov [On the synthesis of multi-channel PID regulators]. *Nauchnyi vestnik Novosi-*

birskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university, 2004, no. 4 (25), pp. 161–164.

7. Voevoda A.A., Shoba E.V. Stabilizatsiya dvukhmassovoi sistemy: modal'nyi metod sinteza v prostranstve sostoyanii [Stabilization of two-mass systems: modal synthesis method in state space]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2010, no. 1 (59), pp. 25–34.

8. Voronoi V.V., Shoba E.V. Stabilizatsiya trekhmassovoi sistemy: dvukhkanal'nyi PD-regulyator [Stabilisation of three-mass system: two-input two-output PD-regulator]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2010, no. 4 (62), pp. 183–188.

9. Voevoda A.A., Voronoi V.V. Polinomial'nyi metod rascheta mnogokanal'nykh regulyatorov zadannoi struktury [Polynomial method for calculating multi-channel controllers of a given structure]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 2 (51), pp. 214–218.

10. Chen C.T. *Linear system theory and design*. 3rd ed. New York, Oxford University Press, 1999. 334 p.

11. Shoba E.V., Voevoda A.A., Voronoi V.V. Modal'nyi sintez mnogokanal'nogo regulyatora ponizhennogo poryadka s ispol'zovaniem «obratnoi» proizvodnoi [Modal synthesis of multi-channel low-order controller using the "reverse" derivative principle for three-mass system]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2012, no. 1 (46), pp. 15–23.

12. Katasanov D.N. O stabilizatsiya dvukhkanal'noi dvukhmassovoi sistemy: chastotnyi metod sinteza dvukhkanal'noi sistemy [Stabilization of two mass two channel system by amplitude frequency method]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2010, no. 4 (62), pp. 167–174.

13. Voevoda A.A., Voronoi V.V. Modal'nyi sintez regulyatorov ponizhennogo poryadka metodom differentsirovaniya kharakteristicheskogo polinoma [Modal design of reduced order controllers by method of differentiation of the characteristic polynomial]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2011, no. 1 (63), pp. 3–12.

14. Shoba E.B. Voevoda A.A., Voronoy V.V., Modal'nyi sintez mnogokanal'nogo regulyatora ponizhennogo poryadka s ispol'zovaniem "obratnoi" pro-

izvodnoi [Modal synthesis of multi-channel low-order controller using the "reverse" derivative principle for three-mass system]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2012, no. 1 (46), pp. 15–22.

15. Voevoda A.A. Stabilizaciya dvukhmassovoj sistemy: modal'nij metod sinteza s ispol'zovaniem polinomial'nogo razlozheniya [Stabilisation of two-mass system by a modal method of synthesis with polynomial factorization]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2010, no. 1 (38), pp. 195–198.