

УДК 681.511.26

ПРИМЕРЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ОБРАТНЫХ СВЯЗЕЙ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ*

В.Ю. ФИЛЮШОВ

630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, магистрант кафедры автоматизи. E-mail: filiushov.vladislav@gmail.com

Введение нелинейных обратных связей в нелинейном объекте может быть использовано для «линеаризации» системы и, как следствие, для использования линейных методов синтеза регуляторов. Для нахождения такого управления, при котором исходная нелинейная модель преобразуется не в приближенную, а в эквивалентную линейную модель, используется линеаризация обратной связью. Существуют различные способы линеаризации обратной связью. В рамках данной статьи рассмотрим на двух примерах линеаризацию, полученную на основе структурных преобразований модели. Такой подход обеспечивает наглядность применения метода, так как одну и ту же модель можно представить различными, эквивалентными друг другу видами. В нашем случае мы будем добиваться того, чтобы блок, содержащий нелинейности в явном виде, зависел от управления и линеаризация приводила результирующую систему к виду «интегратор» и «три интегратора». Сам регулятор в рамках данной статьи рассматриваться не будет, так как основной задачей является линеаризация. Также будут показаны некоторые ограничения применения ЛОС на тригонометрических функциях.

Ключевые слова: линеаризация обратной связью, нелинейное управление, структурные преобразования, эквивалентные модели, тригонометрические нелинейности

DOI: 10.17212/2307-6879-2016-3-61-70

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время наиболее часто можно увидеть несколько методов линеаризации. Чаще используют линеаризацию, полученную путем разложения в ряд Тэйлора в окрестности точки (функции), определяющей заданный режим, и отбрасывания нелинейных членов [1]. Запись нелинейного уравнения в отклонениях, полученная путем вычитания из исходного уравнения уравнение установившегося состояния и членов высшего порядка малости [2]. Метод

* Статья получена 16 июня 2016 г.

гармонической линеаризации, или метод гармонического баланса, основывается на разложении функций нелинейных звеньев в ряд Фурье и пренебрежении указанными гармониками [3].

В отличие от вышеизложенных методов система, полученная в результате применения ЛОС, имеет вид, эквивалентный какому-то необходимому линейному дифференциальному уравнению. Линеаризация обратной связью путем структурных преобразований была рассмотрена в статье [4]. В работе [5] приведен синтез системы на основе ЛОС с применением алгебры Ли. В работе [6] приводится синтез регулятора эвристически для отработки возмущения и входных воздействий. В работе [7] произведен анализ влияния дифференцирующего фильтра на эвристически рассчитанный регулятор. В работе [8] произведен синтез регулятора для отклонения угла объекта «перевернутый маятник на тележке». В работе [9] приведен анализ применения дифференцирующего звена для управления перевернутым маятником. В работе [10] представлен полиномиальный метод синтеза нелинейного регулятора.

ПРИМЕР 1

Рассмотрим нелинейный объект, модель которого представлена в виде нелинейного дифференциального уравнения. Данный пример был продемонстрирован в статье [11], но в нашем случае мы будем акцентировать внимание на структурных преобразованиях нелинейной модели, которые приведут ее к эквивалентному линейному виду. Уравнение объекта описывается уравнением

$$\dot{y}(1+y) = u. \quad (1)$$

Структурная схема этого объекта представлена на рис. 1.

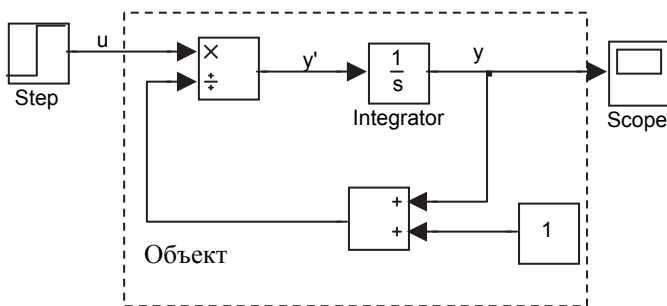


Рис. 1. Структурная схема объекта (1)

Переходные процессы на выходе объекта при подаче различных ступенчатых воздействий на вход показаны на рис. 2.

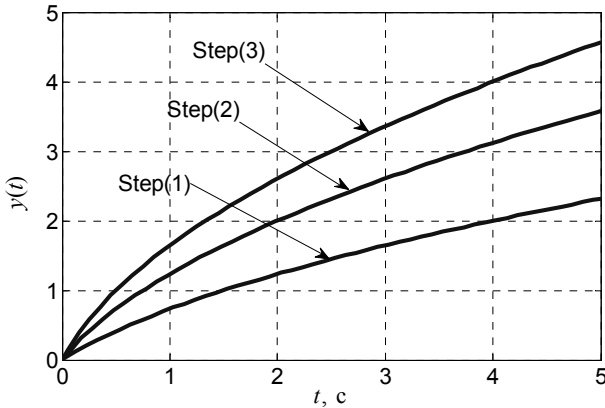


Рис. 2. Переходные процессы объекта (1)

Как видно из рис. 1, нелинейная часть типа деления $\frac{1}{y+1}$ имеет явную зависимость от управления u . Это позволяет нам, не применяя никаких преобразований, компенсировать ее за счет нелинейной обратной связи. Очевидно, что компенсация деления будет производиться умножением. Тогда, выбрав управление вида

$$u = (y+1)v, \quad (2)$$

мы получим замкнутую систему вида «интегратор»

$$\dot{y} = v.$$

Структурная схема полученной системы представлена на рис. 3, а графики переходных процессов при различных входных ступенчатых воздействиях — на рис. 4.

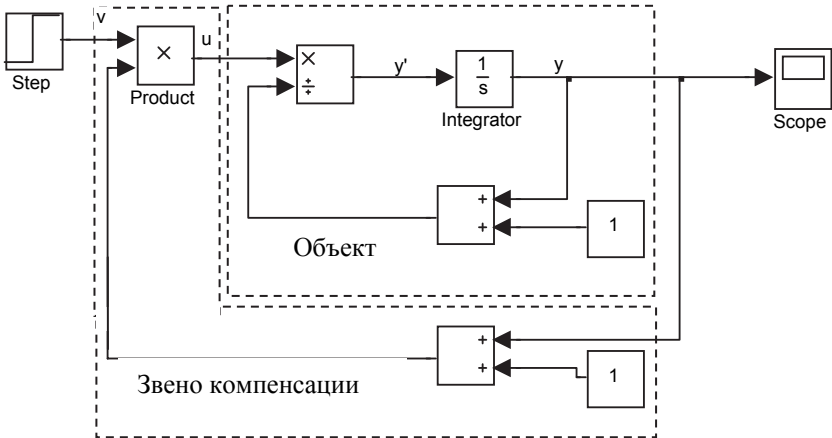


Рис. 3. Структурная схема объекта (1) с управлением (2)

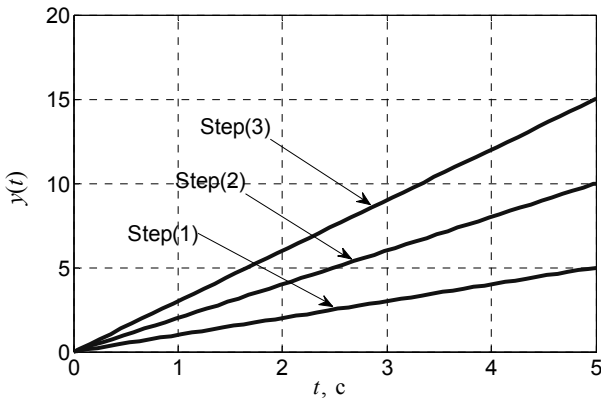


Рис. 4. Переходные процессы результирующей системы

Заметим, что в структурной схеме объекта имеется деление, и при значении выхода $y = -1$ будет происходить деление на ноль, что говорит о неработоспособности модели в этой точке. Для решения этой проблемы существуют различные методы.

ПРИМЕР 2

Рассмотрим следующий пример компенсации нелинейной части модели за счет обратных связей. Уравнение объекта описывается уравнением

$$\ddot{y} + (\sin y)' = u . \quad (3)$$

Уравнение (3) было использовано в статье [12], но в данной работе будет рассмотрена та же линейризация, но на основе структурных преобразований. Также уравнение (3) можно представить в следующем виде:

$$\ddot{y} + \sin y = \int u dt .$$

Ниже представлены графики переходных процессов при различных входных воздействиях, а структурная схема объекта – на рис. 6.

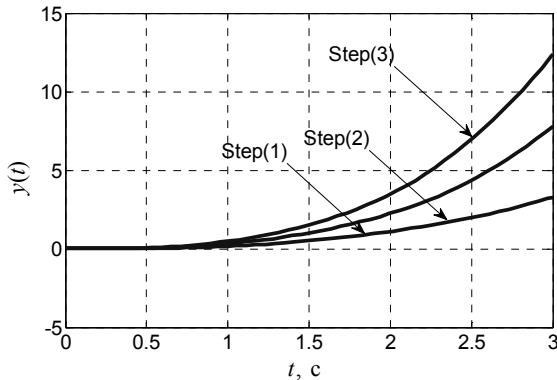


Рис. 5. Графики переходных процессов объекта (3)

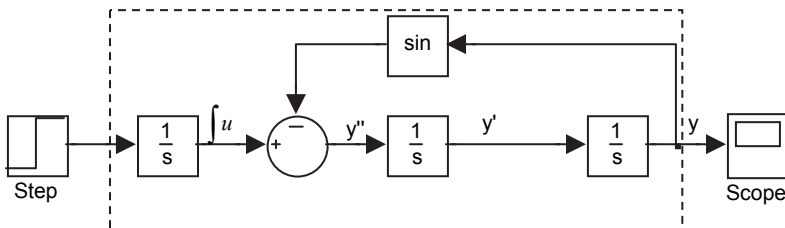


Рис. 6. Структурная схема объекта (3)

Компенсацию нелинейности будем производить через обратную связь. Для этого необходимо найти такое управляющее воздействие, которое в замкнутой системе приведет ее к необходимому нам линейному виду (в нашем случае тройной интегратор). Ниже приведена структурная схема, эквивалентная структурной схеме объекта.

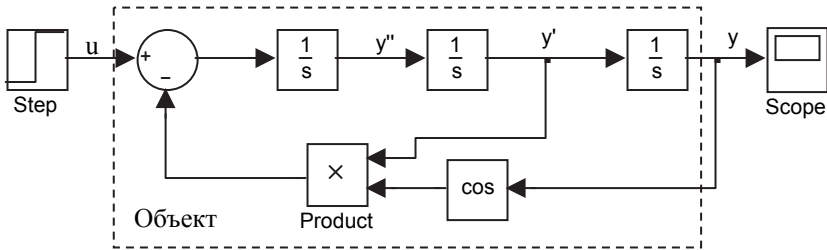


Рис. 7. Эквивалентная схема объекта (3)

Данную структурную схему описывает следующее дифференциальное уравнение:

$$\ddot{y} + \cos y \cdot \dot{y} = u .$$

Приведенная структурная схема наглядно показывает, что, прибавив косинус и производную выхода, мы будем иметь линейную систему вида (3) интегратора. Ниже приведены структурные схемы результирующей системы и эквивалентной ей (рис. 8–10).

$$\begin{aligned} \ddot{y} + (\sin y)' &= u, \\ u &= \cos y \cdot \dot{y}. \end{aligned} \tag{4}$$



Рис. 8. Эквивалентная схема системы (4)

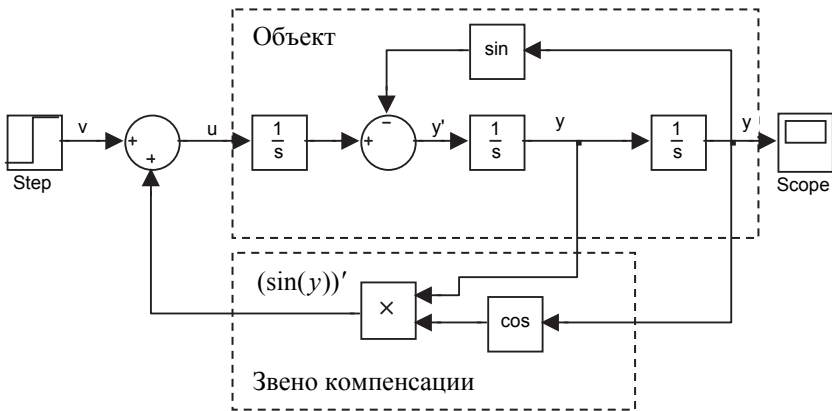


Рис. 9. Структурная схема результирующей системы (4)

В системе на рис. 9 имеются тригонометрические функции, которые, как известно, периодические. Поэтому интересны случаи, когда мы попадаем на их период. Это может возникнуть при выборе начальных условий или при выходе y за какие-то пределы. В рамках данной статьи этот аспект линеаризации периодических функций рассматриваться не будет.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рассмотренных примерах было показано, что для приведения нелинейной системы к линейному виду возможно использовать нелинейные обратные связи, причем поиск их осуществлять путем эквивалентных преобразований модели. Данный подход помогает наглядно показать смысл такой линеаризации особенно для случаев, когда нелинейный элемент не имеет явной зависимости от управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т. 2. – М.: Физматлит, 2004. – 464 с.
2. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т. 1. Линейные системы. – М.: Физматлит, 2003. – 288 с.
3. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. – 4-е изд., перераб. и доп. – СПб.: Профессия, 2004. – 752 с.

4. *Филюшов В.Ю.* Линеаризация обратной связью: эвристический подход // Сборник научных трудов НГТУ. – 2016. – № 1 (83). – С. 37–46.
5. *Воевода А.А., Филюшов В.Ю.* Линеаризация обратной связью // Сборник научных трудов НГТУ. – 2016. – № 2 (84). – С. 68–76.
6. *Воевода А.А., Вороной В.В.* Синтез нелинейного регулятора для динамического нелинейного объекта // Сборник научных трудов НГТУ. – 2013. – № 1 (71). – С. 3–12.
7. *Воевода А.А., Иванов А.Е.* Использование дифференцирующего фильтра при синтезе нелинейного регулятора // Сборник научных трудов НГТУ. – 2013. – № 1 (71). – С. 13–21.
8. *Вороной В.В.* Полиномиальный метод расчета многоканальных регуляторов пониженного порядка: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01: защищена 22.10.2013. – Новосибирск, 2013. – 173 с.
9. *Филюшов В.Ю.* Применение дифференцирующего звена для управления перевернутым маятником // Сборник научных трудов НГТУ. – 2014. – № 4 (78). – С. 69–78.
10. *Вороной В.В.* Полиномиальная методика расчета нелинейных регуляторов для нелинейных систем // Научный вестник НГТУ. – 2013. – № 3 (52). – С. 185–188.
11. *Воевода А.А., Иванов А.Е.* Использование дифференцирующего фильтра при синтезе нелинейного регулятора // Сборник научных трудов НГТУ. – 2013. – № 1 (71). – С. 13–21.
12. *Воевода А.А., Иванов А.Е.* Пример модального синтеза для нелинейного объекта с использованием нелинейных обратных связей // Сборник научных трудов НГТУ. – 2013. – № 2 (72). – С. 3–9.

Филюшов Владислав Юрьевич, аспирант кафедры автоматики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – теория автоматического управления. Имеет 3 публикации. E-mail: filiushov.vladislav@gmail.com

Examples of applying of nonlinear output injection for nonlinear objects

V.Yu. Filiushov

Novosibirsk State Technical University, 20 Karl Marks Avenue, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, undergraduate of department automatics. E-mail: filiushov.vladislav@gmail.com

Nonlinear output injection in a nonlinear object can be used to linearization of system and, consequently, to apply linear methods of synthesis. To find such a control, in which, the original non-linear model is transformed not to approximate, but to an equivalent linear model by using feedback linearization. There are various ways of feedback linearization. In this article, let us consider two examples linearization obtained on the basis of structural transformation model. This approach provides visibility of the method, because the same model can be represented by different, equivalent to each other species, in this case, we will work to ensure that the block containing the nonlinearity explicitly dependent on control, and linearization is the result system to since three integrator and the integrator. It will not be considered itself the regulator in this article, but the main task is the linearization. You will be shown some of the limitations of the use of linearization by output injection trigonometric functions.

Keywords: nonlinear control, feedback linearization, control, state observer, synthesis

DOI: 10.17212/2307-6879-2016-3-61-70

REFERENCES

1. Kim D.P. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya*. T. 2 [Automatic control theory. Vol. 2]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2004. 464 p.
2. Kim D.P. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya*. T. 1. *Lineinye sistemy* [Automatic control theory. Vol. 1. Linear systems]. Moscow, Fizmatlit Publ, 2003. 288 p.
3. Besekerskii V.A., Popov E.P. *Teoriya sistem avtomaticheskogo upravleniya* [Automatic control systems theory]. 4th ed. St. Petersburg, Professiya Publ., 2004. 752 p.
4. Filiushov V.Yu. Linearizatsiya obratnoi svyaz'yu: evristicheskii podkhod [Feedback linearization: heuristic approach]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2016, no. 1 (83), pp. 37–46.
5. Voevoda A.A., Filiushov V.Yu. Linearizatsiya obratnoi svyaz'yu [Feedback linearization]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2016, no. 2 (84), pp. 68–76.

* Received 16 June 2016.

6. Voevoda A.A., Voronoy V.V. Sintez nelineinogo regul'yatora dlya dinamicheskogo nelineinogo ob"ekta [The nonlinear controller synthesis for a dynamic nonlinear object]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 1 (71), pp. 3–12.

7. Voevoda A.A., Ivanov A.E. Ispol'zovanie differentsiruyushchego fil'tra pri sinteze nelineinogo regul'yatora [Using differential filter for nonlinear control system]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 1 (71), pp. 13–21.

8. Voronoi V.V. *Polinomial'nyi metod rascheta mnogokanal'nykh regul'yatorov ponizhennoogo poryadka*. Diss. kand. tekhn. nauk [Design of multi channel reduced degree controllers. PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2013. 173 p.

9. Filyushov V.Yu. Primenenie differentsiruyushchego zvena dlya upravleniya perevernutym mayatnikom [Applying of derivative element for control of inverted pendulum]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2014, no. 4 (78), pp. 69–78.

10. Voronoy V.V. Polinomial'naya metodika rascheta nelineinykh regul'yatorov dlya nelineinykh sistem [The polynomial calculation procedure of nonlinear regulators for nonlinear system]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 3 (52), pp. 185–188.

11. Voevoda A.A., Ivanov A.E. Ispol'zovanie differentsiruyushchego fil'tra pri sinteze nelineinogo regul'yatora [Using differential filter for nonlinear control system]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 1 (71), pp. 13–21.

12. Voevoda A.A., Ivanov A.E. Primer modal'nogo sinteza dlya nelineinogo ob"ekta s ispol'zovaniem nelineinykh obratnykh svyazei [Modal synthesis example for nonlinear object using nonlinear feed-backs]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 2 (72), pp. 3–9.