

*АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ  
И ИДЕНТИФИКАЦИЯ*

УДК 681.513

**О НОРМИРОВАНИИ ПОЛИНОМОВ  
ЗНАМЕНАТЕЛЕЙ ОБЪЕКТА И РЕГУЛЯТОРА  
ПРИ ПОЛИНОМИАЛЬНОМ МЕТОДЕ СИНТЕЗА\***

К.М. БОБОБЕКОВ

*630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, аспирант кафедры автоматизи. E-mail: kurbon\_111@mail.ru*

Рассматриваются вопросы синтеза регуляторов в одноканальных системах в предположении, что «объект–регулятор» охвачен единичной отрицательной обратной связью. При полиномиальном методе синтеза неоднозначен вопрос нормирования полинома знаменателя объекта и задания старшего коэффициента полинома знаменателя регулятора равным единице. Здесь рассматривается полиномиальный метод синтеза, когда степени полиномов числителя и знаменателя регулятора выбираются равными и меньшими на единицу по сравнению со степенью полинома знаменателя объекта. Кроме того, предполагаем, что объекты описываются правильными (степень полинома числителя не выше степени полинома знаменателя) передаточными функциями. В данной работе этот вопрос исследуется для одноканальных систем. Приведенные примеры расчетов сгруппированы в двух разделах. В первом разделе исследуется случай, когда степени полиномов числителя и знаменателя объекта одинаковые, то есть объект правильный, но не строго правильный. Во втором разделе приведены примеры строго правильных объектов. В результате выполненных исследований получены следующие рекомендации при синтезе одноканальных регуляторов полиномиальным методом: нельзя допускать совпадения каких либо полюсов желаемого характеристического полинома замкнутой системы с нулями объекта; в случае правильного, но не строго правильного объекта рекомендуется нормировать передаточную функцию объекта и не нормировать передаточную функцию регулятора; в случае строго правильного объекта можно рекомендовать нормирование и объекта, и регулятора.

**Ключевые слова:** полиномиальный метод синтеза, одноканальные системы, система управления, расчет параметров регулятора, правильные и не строго правильные объекты

DOI: 10.17212/2307-6879-2016-4-7-24

---

\* Статья получена 15 ноября 2016 г.

## ВВЕДЕНИЕ

Полиномиальный метод синтеза – довольно распространенный метод, который используют для определения параметров регулятора [1–18]. Будем рассматривать наиболее простую структурную схему системы с обратной связью (ОС), приведенную на рис. 1. Передаточная функция объекта  $W_{ob} = n(s)/d(s)$  и передаточная функция регулятора  $W_r = x(s)/y(s)$  представлены как отношение полиномов, где полиномы  $x(s)$  и  $y(s)$  подлежат определению. Предполагаем, что объект и регулятор **правильные** [2], то есть

$$\deg n(s) \leq \deg d(s), \quad \deg x(s) \leq \deg y(s).$$

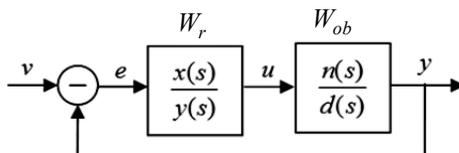


Рис. 1. Структурная схема системы «объект–регулятор–ОС»

При полиномиальном синтезе выбирают

$$\deg x(s) = \deg y(s) = n - 1,$$

где  $\deg d(s) = n$ . Таким образом, задача синтеза регулятора сводится к определению коэффициентов  $x_i, y_j$  полиномов  $x(s)$  и  $y(s)$ , для чего используем характеристический полином замкнутой системы (ХПЗС)  $a(s)$ :

$$d(s) \cdot y(s) + n(s) \cdot x(s).$$

Неизвестные коэффициенты можно найти из полиномиального уравнения

$$a(s) = \chi(s),$$

которое легко преобразуется к уравнению с числовыми значениями

$$Ax = b.$$

Параметры объекта входят в матрицу  $A$ , а коэффициенты желаемого характеристического полинома  $\chi(s)$  – в вектор  $b$ , искомые параметры регулятора – в вектор  $x$ .

При вычислениях нередко возникают вопросы, связанные с нормировкой полиномов знаменателей объекта  $d(s)$  и регулятора  $y(s)$ :

$$d(s) = \sum_{i=1}^n d_i s^i, \quad y(s) = \sum_{j=1}^{n-1} y_j s^j,$$

то есть заданием  $d_n = y_{n-1} = 1$ . Этого несложно достичь делением полиномов числителя и знаменателя на старший коэффициент полинома знаменателя. Нормирование приводит к изменению числа неизвестных в уравнении  $Ax = b$ . Дополнительное усложнение возникает в случае, когда передаточная функция разомкнутой системы, приведенной на рис. 1, правильная, но не строго правильная. Другими словами, имеет место равенство

$$\deg n(s) + \deg x(s) = \deg d(s) + \deg y(s). \quad (1)$$

В данной работе на нескольких простых примерах эти вопросы разобраны и даны рекомендации по нормировке полиномов. Рассмотренные примеры сгруппированы в два раздела: в первом разделе приведены примеры для случая, когда выполнено условие (1), то есть передаточная функция разомкнутой системы правильная, но не строго правильная; во втором разделе передаточная функция системы строго правильная.

## 1. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ РЕГУЛЯТОРА ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ УСЛОВИЯ (1)

**Пример 1. Объект первого порядка.** Выпишем передаточные функции:

$$W_{ob} = \frac{s+1}{s+2}, \quad W_r = \frac{x_0}{y_0}.$$

Пусть задан регулятор первого порядка с ненормированным знаменателем (рис. 2).

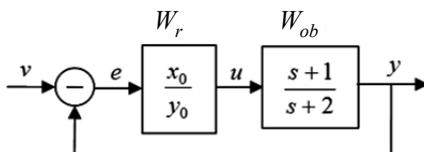


Рис. 2. Структурная схема системы (к примеру 1)

Для расчета параметров регулятора следует задать полюса замкнутой системы (точнее, один полюс). Пусть полюс ХПЗС равен «-1», т. е. совпадает с нулем объекта.

Запишем ХПЗС для системы, представленной на рис. 2:

$$a(s) = (y_0)(s + 2) + (x_0)(s + 1),$$

или

$$a(s) = (y_0 + x_0)s + 2y_0 + x_0.$$

Но желаемый ХПЗС  $\chi(s) = s + 1$ , откуда

$$(y_0 + x_0)s + 2y_0 + x_0 = s + 1. \quad (2)$$

Уравнение (2) запишем в матричном виде:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}}_A \underbrace{\begin{pmatrix} y_0 \\ x_0 \end{pmatrix}}_x = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}}_b$$

и определим параметры регулятора  $x = A^{-1} \cdot b$ :

$$x = \begin{pmatrix} y_0 \\ x_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Параметр регулятора  $y_0$  оказался равным нулю. Такой регулятор нереализуемый – это произошло из-за совпадения нуля объекта с полюсом желаемого ХПЗС.

Если берем желаемый ХПЗС с полюсом, например, равным «-2», то параметры регулятора равны

$$x = \begin{pmatrix} y_0 \\ x_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2,5 \end{pmatrix}.$$

Такой регулятор реализуемый, но числитель и знаменатель можно изменить на один и тот же множитель, например, взять  $x = (y_0 \ x_0)^t = (1 \ 0,833)^t$ . **То есть рекомендуется знаменатель регулятора брать нормированным и при задании ХПЗС избегать совпадения с нулями объекта.**

**Пример 2. Объект второго порядка.** Рассмотрим более сложный объект, например, объект второго порядка (рис. 3). Очевидно, что передаточные функции

$$W_{ob} = \frac{s^2 + 2s + 1}{25s^2 + 10s + 1}, \quad W_r = \frac{x_1s + x_0}{y_1s + y_0},$$

так как в соответствии с методикой полиномиального синтеза степень регулятора на единицу меньше степени объекта. В данном случае объект второго порядка с ненормированным знаменателем и регулятор первого порядка также с ненормированным знаменателем (рис. 3). То есть

$$\deg n(s) + \deg x(s) = \deg d(s) + \deg y(s).$$

Если зададим полюса замкнутой системы частично совпадающими с нулями объекта, например,  $\{-1, -1, -1\}$ , то получим нереализуемый регулятор.

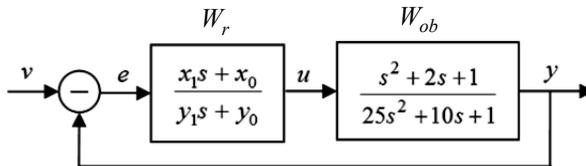


Рис. 3. Структурная схема системы (к примеру 2)

Перейдем к расчету регулятора, а именно, выпишем передаточную функцию замкнутой системы при помощи пакета Matlab:

```
>> syms x1 x0 y1 y0 s
>> B=collect((x1*s+x0)*(s^2+2*s+1),s);
>> A=collect((y1*s+y0)*(25*s^2+10*s+1)+(x1*s+x0)*(s^2+2*s+1),s);
>> Wcl=B/A
```

В результате получим передаточную функцию замкнутой системы

$$W_{cl} = \frac{x_1s^3 + (x_0 + 2x_1)s^2 + (2x_0 + x_1)s + x_0}{\gamma_1s^3 + \gamma_2s^2 + \gamma_3s + \gamma_4}, \quad (3)$$

где

$$\gamma_1 = (x_1 + 25y_1), \quad \gamma_2 = (x_0 + 2x_1 + 25y_0 + 10y_1), \quad \gamma_3 = (2x_0 + x_1 + 10y_0 + y_1), \\ \gamma_4 = x_0 + y_0.$$

Приравниваем коэффициенты ХПЗС (3) и желаемого ХПЗС при одинаковых степенях и запишем полученные уравнения в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 25 & 0 & 1 & 0 \\ 10 & 25 & 2 & 1 \\ 1 & 10 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_0 \\ x_1 \\ x_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Кратко эта система запишется так:

$$A \cdot x = b.$$

Отсюда

$$x = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_0 \\ x_1 \\ x_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Знаменатель регулятора равен нулю и, следовательно, он нереализуемый. Это вызвано тем, что часть полюсов желаемого ХПЗС совпали с нулями объекта, *то есть не рекомендуется совпадение хотя бы одного полюса желаемого ХПЗС с каким-либо нулем объекта.*

**Пример 3. Объект второго порядка.** Покажем, как можно получить удовлетворительное решение в предыдущем примере, частично изменив его. Зададим полюса замкнутой системы не совпадающими с нулями объекта: возьмем их, например, равными  $\{-0,5 -0,5 -0,5\}$ <sup>1</sup>. Все параметры объекта делим на 25 и определим значения параметров регулятора (рис. 4).

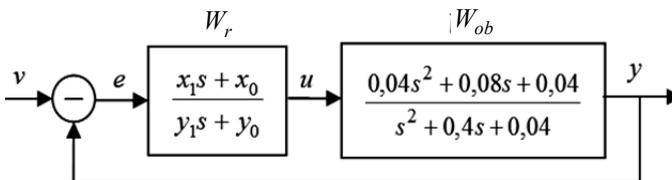


Рис. 4. Структурная схема системы (к примеру 3)

<sup>1</sup> Если зададим корни желаемого ХПЗС равными  $\{-1, -1, -1\}$ , то параметры регулятора  $y_1$  и  $y_0$  окажутся равными нулю.

В нашем случае знаменатель передаточной функции регулятора ненормирован<sup>2</sup>

$$W_R = \frac{x_1 s + x_0}{y_1 s + y_0} \quad (4)$$

и передаточная функция объекта равна

$$W_{ob} = \frac{0,04s^2 + 0,08s + 0,04}{s^2 + 0,4s + 0,04}. \quad (5)$$

Для определения передаточной функции замкнутой системы выполним следующие действия в Matlab:

```
>> syms x1 x0 y1 y0 s
>> C=collect((x1*s+x0)*(0.04*s^2+0.08*s+0.04),s);
>> B=collect((y1*s+y0)*(s^2+0.4*s+0.04)+(x1*s+x0)*(0.04*s^2+0.08*s+0.04),s);
>> Wcl=C/B
```

В результате получена передаточная функция системы

$$W_{cl} = \frac{0,04x_1s^3 + (0,04x_0 + 0,08x_1)s^2 + (0,08x_0 + 0,04x_1)s + x_0,04_0}{\delta_1s^3 + \delta_2s^2 + \delta_3s + \delta_4}, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \delta_1 &= (0,04x_1 + y_1), \quad \delta_2 = (0,04x_0 + 0,08x_1 + y_0 + 0,4y_1), \\ \delta_3 &= (0,08x_0 + 0,04x_1 + 0,4y_0 + 0,04y_1), \quad \delta_4 = 0,04x_0 + 0,04y_0. \end{aligned}$$

Если знаменатель уравнения (6) приравняем желаемому ХПЗС

$$s^3 + 1,5s^2 + 0,75s + 0,125,$$

то можем легко получить матричное уравнение относительно параметров регулятора:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0,04 & 0 \\ 0,4 & 1 & 0,08 & 0,04 \\ 0,04 & 0,4 & 0,04 & 0,08 \\ 0 & 0,04 & 0 & 0,04 \end{pmatrix}}_A \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} y_1 \\ y_0 \\ x_1 \\ x_0 \end{pmatrix}}_x = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 1,5 \\ 0,75 \\ 0,125 \end{pmatrix}}_b. \quad (7)$$

---

<sup>2</sup> Если знаменатель регулятора нормируем, то есть  $y_{n-1} = 1$ , задача синтеза – определение параметров регулятора – не дает решения.

Данное уравнение нечувствительно к погрешностям данных и неточности вычислений, так как  $\det(A) = 0,000655$  и  $\text{cond}(A) = 147,31$ . Из уравнения (7) определяем параметры вектора  $x$ :

$$x = A^{-1}b = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_0 \\ x_1 \\ x_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,684 \\ 0,488 \\ 7,91 \\ 2,64 \end{pmatrix}.$$

Получили следующий регулятор:

$$W_R = \frac{7,91s + 2,64}{0,684s + 0,488},$$

который, как ни странно, можно нормировать:

$$W_R = \frac{11,56s + 3,86}{s + 0,713}.$$

Подставим параметры регулятора в уравнение (8) и получим передаточную функцию замкнутой системы:

$$W_{cl} = \frac{0,3164s^3 + 0,7384s^2 + 0,5276s + 0,1056}{s^3 + 1,5s^2 + 0,75s + 0,125}.$$

Переходной процесс системы представлен на рис. 5.

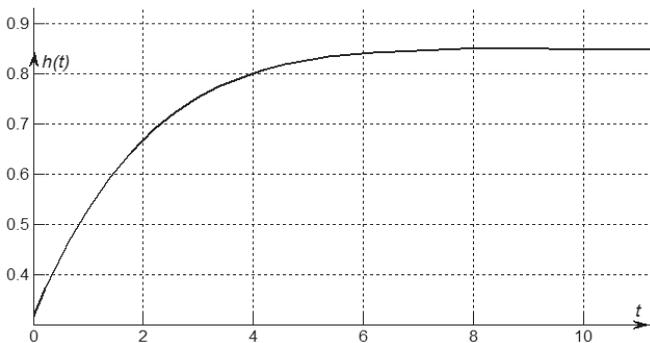


Рис. 5. График переходного процесса системы (к примеру 3)

В случае, когда степени полиномов числителя и знаменателя равны, *не следует нормировать полиномы знаменателей объекта и регулятора, то есть задавать  $y_{n-1} = 1$  при  $d_n = 1$* . Это следует из того, что число параметров регулятора меньше числа уравнений, из которых определяем параметры регулятора.

## 2. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ РЕГУЛЯТОРА В СЛУЧАЕ СТРОГО ПРАВИЛЬНОГО ОБЪЕКТА

**Пример 4. Объект строго правильный.** Для примера вначале рассмотрим строго правильный объект второго порядка:

$$W_{ob} = \frac{2s + 1}{25s^2 + 10s + 1}.$$

В соответствии с методикой синтеза берем регулятор первого порядка:

$$W_R = \frac{x_1s + x_0}{y_1s + y_0}.$$

С учетом того, что нуль объекта равен  $\{-0,5\}$ , можем выбрать полюса системы равными  $\{-1, -1, -1\}$ . Тогда передаточная функция замкнутой системы

$$W_{cl} = \frac{2x_1s^2 + (2x_0 + x_1)s + x_0}{25y_1s^3 + (2x_1 + 25y_0 + 10y_1)s^2 + 2x_0 + x_1 + 10y_0 + y_1)s + x_0 + y_0}. \quad (8)$$

Из системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 25 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 25 & 2 & 0 \\ 1 & 10 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_0 \\ x_1 \\ x_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix},$$

которая может быть записана в матричном виде

$$A \cdot x = b,$$

найдем параметры регулятора  $x = A^{-1} \cdot b$ :

$$x = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_0 \\ x_1 \\ x_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,04 \\ 0,076 \\ 0,36 \\ 0,92 \end{pmatrix}.$$

Определили регулятор

$$W_R = \frac{0,36s + 0,92}{0,04s + 0,076}.$$

Система имеет хороший переходный процесс (рис. 6).

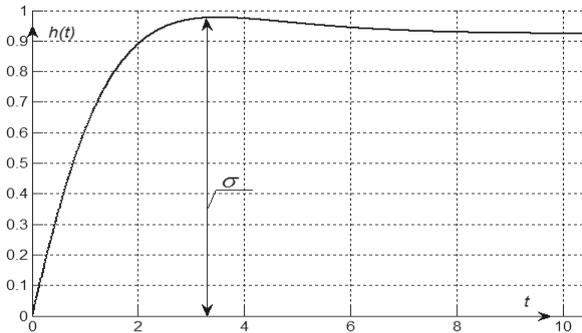


Рис. 6. График переходного процесса системы (к примеру 4)

**Показали, что при ненормированных объекте и регуляторе получаем число уравнений, равное числу неизвестных.**

**Пример 5. Объект строго правильный.** Возьмем предыдущий пример, но несколько изменим методику расчета, а именно, нормируем знаменатели объекта и регулятора (рис. 7).

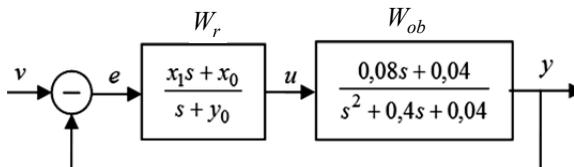


Рис. 7. Структурная схема системы (к примеру 5)

После несложных вычислений получим

$$W_{cl2} = \frac{0,08x_1s^2 + (0,08x_0 + 0,04x_1)s + 0,04x_0}{\psi_1s^3 + \psi_2s^2 + \psi_3s + \psi_4}, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} \psi_1 &= 1, \quad \psi_2 = (0,08x_1 + y_0 + 0,4), \quad \psi_3 = (0,08x_0 + 0,04x_1 + 0,4y_0 + 0,04), \\ \psi_4 &= 0,04x_0 + 0,04y_0 \end{aligned}$$

Как и в примере 4, задаем желаемые корни  $\{-1, -1, -1\}$ :

$$\psi_1s^3 + \psi_2s^2 + \psi_3s + \psi_4 = s^3 + 3s^2 + 3s + 1.$$

Приравниваем коэффициенты при равных степенях:

$$\begin{aligned} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0,08 & 0 \\ 0,4 & 0,04 & 0,08 \\ 0 & 0,04 & 0,04 \end{pmatrix}}_A \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} y_0 \\ x_1 \\ x_0 \end{pmatrix}}_x + \underbrace{\begin{pmatrix} 0,4 \\ 0,04 \\ 0 \end{pmatrix}}_m &= \underbrace{\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}}_b, \\ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0,08 & 0 \\ 0,4 & 0,04 & 0,08 \\ 0 & 0,04 & 0,04 \end{pmatrix}}_A \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} y_0 \\ x_1 \\ x_0 \end{pmatrix}}_x &= \underbrace{\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}}_q - \underbrace{\begin{pmatrix} 0,4 \\ 0,04 \\ 0 \end{pmatrix}}_m, \end{aligned} \quad (10)$$

или

$$A \cdot x = q,$$

отсюда

$$x = A^{-1}q,$$

$$x = \begin{pmatrix} y_0 \\ x_1 \\ x_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,51 \\ 1,11 \\ 23,9 \end{pmatrix}.$$

Подставим найденные значения параметров регулятора<sup>3</sup> в уравнение (9).

$$W_{cl2} = \frac{0,09s^2 + 1,956s + 0,956}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1,0564}.$$

Приведем переходный процесс системы (рис. 7.)

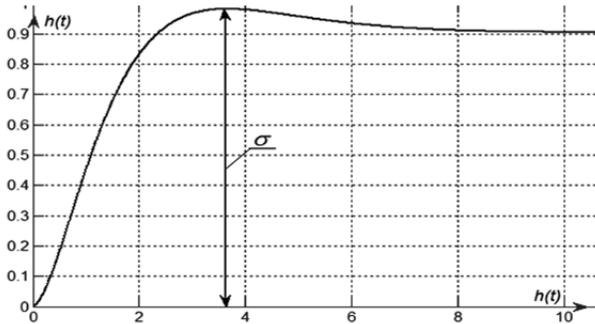


Рис. 9. График переходного процесса системы (к примеру 5)

Вывод по этому разделу следующий: *можно как нормировать знаменатели объекта и регулятора, так и не нормировать. При нормировании объекта и регулятора количество уравнений равно количеству неизвестных, и их становится на единицу меньше. Можно рекомендовать нормирование и объекта, и регулятора.*

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены примеры с объектами невысокого порядка, хотя можно было и рассмотреть примеры более высокого порядка. Если не обращать внимание на громоздкость выкладок и формул, можно было бы привести обоснование и в общем виде.

На основании рассмотренных примеров синтеза сделаны следующие выводы:

– нельзя допускать совпадения каких либо полюсов желаемого ХПЗС с нулями объекта;

<sup>3</sup> Последний коэффициент ХПЗС отличен от единицы, что вызвано округлением результатов вычислений – учитывались два знака после запятой.

– в случае правильного, но не строго правильного объекта рекомендуется нормировать передаточную функцию объекта и не нормировать передаточную функцию регулятора;

– в случае строго правильного объекта можно рекомендовать нормирование и объекта, и регулятора.

Исследование этого вопроса очень актуально, но существенно сложнее для многоканальных систем.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. The modeling tests of the new PID-regulators structures / A.A. Voevoda, V.A. Zhmud', R.Y. Ishimtsev, V.M. Semibalamut // Proceedings of the 18th IASTED International Conference on Applied Simulation and Modeling, ASM 2009, Palma de Mallorca, Spain, 7–9 September 2009. – [S. l.], 2009. – P. 165–168.

2. *Воевода А.А., Шоба Е.В.* Управление перевернутым маятником // Сборник научных трудов НГТУ. – 2012. – № 2 (68). – С. 3–14.

3. *Бобобеков К.М., Воевода А.А.* Полиномиальный метод синтеза ПИ(Д)-регулятора для неминимально фазового объекта // Сборник научных трудов НГТУ. – 2015. – № 4 (82). – С. 7–20.

4. *Воевода А.А., Вороной В.В.* Полиномиальный метод расчета многоканальных регуляторов заданной структуры // Научный вестник НГТУ. – 2013. – № 2 (51). – С. 214–218.

5. *Воевода А.А., Вороной В.В.* Модальный синтез регуляторов пониженного порядка методом дифференцирования характеристического полинома // Сборник научных трудов НГТУ. – 2011. – № 1 (63). – С. 3–12.

6. *Вороной В.В., Шоба Е.В.* Стабилизация трехмассовой системы: двухканальный ПД-регулятор // Сборник научных трудов НГТУ. – 2010. – № 4 (62). – С. 183–188.

7. *Воевода А.А.* Стабилизация двухмассовой системы: модальный метод синтеза с использованием полиномиального разложения // Научный вестник НГТУ. – 2010. – № 1 (38). – С. 195–198.

8. *Бобобеков К.М., Воевода А.А.* Синтез двухканальной системы полиномиальным методом: обеспечение астатизма // Сборник научных трудов НГТУ. – 2016. – № 1 (83). – С. 7–19.

9. *Бобобеков К.М., Воевода А.А.* Расчет параметров регулятора для стабилизации перевернутого маятника по углу отклонения // Сборник научных трудов НГТУ. – 2016. – № 3 (85). – С. 18–32.

10. *Шоба Е.В., Воевода А.А., Вороной В.В.* Модальный синтез многоканального регулятора пониженного порядка с использованием «обратной» производной на примере трехмассовой системы // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. – 2012. – № 1 (46). – С. 15–22.
11. *Bobobekov K.M., Voevoda A.A., Troshina G.V.* The active identification of parameters for the unstable object // XI Международный форум по стратегическим технологиям, IFOST-2016, Новосибирск, 1–3 июня 2016 г. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. – С. 594–596.
12. *Воевода А.А., Шоба Е.В.* Стабилизация двухмассовой системы: модальный метод синтеза в пространстве состояний // Сборник научных трудов НГТУ. – 2010. – № 1 (59). – С. 25–34.
13. *Воевода А.А., Бобобеков К.М.* Активная идентификация параметров модели перевернутого маятника по углу при подаче на вход синусоидальных сигналов // Сборник научных трудов НГТУ. – 2016. – № 2 (84). – С. 21–37.
14. *Воевода А.А., Чехонадских А.В.* Координатизация системы корней вещественных многочленов степени 5 // Научный вестник НГТУ. – 2006. – № 1 (22). – С. 173–176.
15. *Воевода А.А., Шоба Е.В.* Стабилизация трехмассовой системы: модальный метод синтеза в пространстве состояний с наблюдателем пониженного порядка // Сборник научных трудов НГТУ. – 2010. – № 4 (62). – С. 13–24.
16. *Bobobekov K.M., Voevoda A.A., Troshina G.V.* The parameters determination of the inverted pendulum model in the automatic control system // XIII международная научно-техническая конференция «Актуальные проблемы электронного приборостроения» АПЭП-2016, Новосибирск, 3–6 октября 2016 г. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. – Т. 1, ч. 3. – С. 180–182.
17. *Шоба Е.В.* Модальный метод синтеза многоканальных динамических систем с использованием полиномиального разложения: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01. – Новосибирск, 2013. – 192 с.
18. *Doyle J.C., Francis B., Tannenbaum A.* Feedback control theory. – New York: Macmillan Publ., 1990. – 198 p.
19. *Chen C.T.* Linear system theory and design. – 3<sup>rd</sup> ed. – New York: Oxford University Press, 1999. – 334 p.

**Бобобеков Курбонмурод Мулломиракович**, специалист по технологиям машиностроения, 2008–2013 – кафедра «Технология машиностроение металлорежущие станки и инструменты» механико-технологического факультета Таджикского технического университета (ТТУ) им. акад. М.С. Осими. С 2013

по 2015 г. ассистент Таджикского технического университета, с 2015 г. аспирант кафедры автоматики Новосибирского государственного технического университета. В настоящее время специализируется в области синтеза систем управления техническими системами. Имеет несколько публикаций. E-mail: kurbon\_111@mail.ru

### **About rationing polynomials denominator object and regulator during polynomial method of synthesis\***

**К.М. Bobobekov**

*Novosibirsk State Technical University, 630073, Novosibirsk, the avenue K. Marx, 20, the post-graduate student of Department "Automatics" of Novosibirsk state technical university. E-mail: kurbon\_111@mail.ru*

Are considered the problems of synthesis of regulators in single-channel systems, the assumption that the "object - regulator" covered by a single negative feedback. When the polynomial method of synthesis ambiguous question of rationing denominator polynomial object and set the leading coefficient of the denominator polynomial regulator, equal to one. Here are considered the polynomial method of synthesis, when the degree polynomials of the numerator and denominator the regulator are chosen equal to and lower per unit compared with the degree of the polynomial of the denominator of the object. Besides, we assume that the objects are described proper (degree polynomial of the numerator not higher than that of the denominator polynomial) transfer functions. In this paper, we investigate this issue for single-channel systems. These examples of calculations grouped in two sections. In the first section, are investigated the case when the degree polynomials the numerator and denominator object of the same, that is, object proper, but not strictly proper. The second section shows examples of objects strictly proper. As a result of the research, the following recommendations in the synthesis of single-channel regulators polynomial method: not be allowed matching any desired poles characteristic polynomial closed system with zeros object; in the case of the proper, but not strictly proper object is recommended to normalize the transfer function of the object and not to normalize the transfer function of the regulator; in the case of a strictly proper object we can recommend rationing and object and regulator.

**Keywords:** polynomial method of synthesis, single-channel system, the control system, the calculation of the regulator parameters, proper and not strictly proper objects

DOI: 10.17212/2307-6879-2016-4-7-24

### **REFERENCES**

1. Voevoda A.A., Zhmud' V.A., Ishimtsev R.Y., Semibalamut V.M. The modeling tests of the new PID-regulators structures. *Proceedings of the 18th IASTED*

---

\* Received 15 November 2016.

*International conference on applied simulation and modeling, ASM 2009, Palma de Mallorca, Spain, 7–9 September 2009, pp. 165–168.*

2. Voevoda A.A., Shoba E.V. Upravlenie perevernutym mayatnikom [Management of the inverted pendulum]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2012, no. 2 (68), pp. 3–14.

3. Bobobekov K.M., Voevoda A.A. Polinomial'nyi metod sinteza PI(D)-regulyatora dlya neminimal'no fazovogo ob"ekta [Polynomial method synthesis of PI(D) regulator for non-minimum-phase object]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2015, no. 4 (82), pp. 7–20.

4. Voevoda A.A., Voronoi V.V. Polinomial'nyi metod rascheta mnogokanal'nykh regulyatorov zadanoi struktury [Polynomial method for calculating multi-channel controllers for a given structure]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 2 (51), pp. 214–218.

5. Voevoda A.A., Voronoi V.V. Modal'nyi sintez regulyatorov ponizhennogo poryadka metodom differentsirovaniya kharakteristicheskogo polinoma [Modal design of reduced order controllers by method of differentiation of the characteristic polynomial]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2011, no. 1 (63), pp. 3–12.

6. Voronoi V.V., Shoba E.V. Stabilizatsiya trekhmassovoi sistemy: dvukhkanal'nyi PD-regulyator [Stabilisation of three-mass system: two-input two-output PD-regulator]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2010, no. 4 (62), pp. 183–188.

7. Voevoda A.A. Stabilizatsiya dvukhmassovoi sistemy: modal'nyi metod sinteza s ispol'zovaniem polinomial'nogo razlozheniya [Stabilisation of two-mass system by a modal method of synthesis with polynomial factorization]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2010, no. 1 (38), pp. 195–198.

8. Bobobekov K.M., Voevoda A.A. Sintez dvukhkanal'noi sistemy polinomial'nym metodom: obespechenie astatizma [Synthesis of two-channel system polynomial method: ensuring astatic]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2016, no. 1 (83), pp. 7–19.

9. Bobobekov K.M., Voevoda A.A. Raschet parametrov regulyatora dlya stabilizatsii perevernutogo mayatnika po uglu otkloneniya [Calculation of controller parameters for the stabilization of the inverted pendulum by corner deviation].

*Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2016, no. 3 (85), pp. 18–32.

10. Shoba E.V., Voevoda A.A., Voronoy V.V. Modal'nyi sintez mnogokanal'nogo regul'yatora ponizhennogo poryadka s ispol'zovaniem "obratnoi" proizvodnoi [Modal synthesis of multi-channel low-order controller using the "reverse" derivative principle for three-mass system]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2012, no. 1 (46), pp. 15–22.

11. Bobobekov K.M., Voevoda A.A., Troshina G.V. [The active identification of parameters for the unstable object]. *XI Mezhdunarodnyi forum po strategicheskim tekhnologiyam, IFOST-2016* [The 11<sup>th</sup> International Forum on Strategic Technology IFOST-2016], Novosibirsk, 1–3 June 2016, pp. 594–596.

12. Voevoda A.A., Shoba E.V. Stabilizatsiya dvukhmassovoi sistemy: modal'nyi metod sinteza v prostranstve sostoyanii [Stabilisation of two-mass system: a modal method of synthesis with using state space]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2010, no. 1 (59), pp. 25–34.

13. Bobobekov K.M., Voevoda A.A. Aktivnaya identifikatsiya parametrov modeli perevernutogo mayatnika po uglu pri podache na vkhod sinusoidal'nykh signalov [Active identification of the inverted pendulum model data on angle in applied to the input sinusoidal signal]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2016, no. 2 (84), pp. 21–37.

14. Voevoda A.A., Chekhonadskikh A.V. Koordinatizatsiya sistemy kornei veshchestvennykh mnogochlenov stepeni 5 [Roots system coordinatization of real polynomials of degree 5]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2006, no. 1 (22), pp. 173–176.

15. Voevoda A.A., Shoba E.V. Stabilizatsiya trekhmassovoi sistemy: modal'nyi metod sinteza v prostranstve sostoyanii s nablyudatelem ponizhennogo poryadka [Stabilisation of three-mass system: a modal method of synthesis in state space with reduced-order observer]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2010, no. 4 (62), pp. 13–24.

16. Bobobekov K.M., Voevoda A.A., Troshina G.V. The parameters determination of the inverted pendulum model in the automatic control system. *XIII mezhdunarodnaya nauchno-tekhnicheskaya konferentsiya "Aktual'nye problemy elektronnoy priborostroeniya" APEP-2016* [Proceedings of the XIII International

Conference "Actual problems of electronic instrument engineering", (APEIE-2016)], Novosibirsk, 3–6 October 2016, vol. 1, pt. 3, pp. 180–182.

17. Shoba E.V. *Modal'nyi metod sinteza mnogokanal'nykh dinamicheskikh sistem s ispol'zovaniem polinomial'nogo razlozheniya*. Diss. kand. tekhn. nauk [The modal method for the synthesis of multi-channel dynamic systems using a polynomial expansion. PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2013. 192 p.

18. Doyle J.C., Francis B., Tannenbaum A. *Feedback control theory*. New York, Macmillan Publ., 1990. 198 p.

19. Chen C.T. *Linear system theory and design*. 3<sup>rd</sup> ed. New York, Oxford University Press, 1999. 334 p.