

УДК: 681.511.26

ПРИМЕРЫ СТРУКТУРНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ НЕЛИНЕЙНОГО ОБЪЕКТА *

В.Ю. ФИЛЮШОВ

630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, магистрант кафедры автоматики. E-mail: filio-shov.vladislav@gmail.com

Построить регулятор для какого-либо объекта возможно множеством способов. В рамках данной работы рассмотрим варианты построения регулятора в зависимости от представления модели нелинейного объекта. Управление, сформированное регуляторами, будет компенсирующее, т. е. исходная система, замкнутая найденным управлением, будет эквивалентна линейной. Такие компенсирующие воздействия будем искать, основываясь на *линеаризации обратной связи*, которая заключается в нахождении нелинейных обратных связей, компенсирующих нелинейные функции самого объекта. Для объекта, заданного нелинейным дифференциальным уравнением первого порядка, найдены четыре варианта его записи. Для каждого варианта сформировано компенсирующее управление. Приведены структурные схемы вариантов исходной модели объекта и замкнутых систем, а также их математическое описание.

Ключевые слова: нелинейное управление, структурная линеаризация обратной связи, регулятор, компенсация

DOI: 10.17212/2307-6879-2016-4-72-82

ВВЕДЕНИЕ

Структурная схема модели может иметь разный вид в зависимости от записи уравнений объекта. Линейные системы инвариантны к выбору координат, в которых рассматривается система, но остается вопрос, так ли это для нелинейных систем? Мы будем рассматривать нелинейные системы, содержащие в себе гладкие функции, такие как, например, умножение. Так, выражая какой-либо член уравнения, содержащий функцию умножения, получим функцию деления. Но тогда встает вопрос об области определения исходного уравнения и полученного. Это актуально в силу того, что *линеа-*

* Статья получена 21 июля 2016 г.

ризация обратной связью (Linearization by output injection) [1] подразумевает такую замену координат, что в новых координатах поведение системы будет эквивалентно линейной. Кроме того, как правило, вводят дополнительные нелинейные связи. Замена координат является в некотором роде преобразованием модели, чем мы и будем пользоваться в данной работе. Примеры использования линеаризации обратной связью были рассмотрены в работах [4–12].

Актуальность использования линеаризации обратной связью заключается в том, что для некоторого класса нелинейных объектов удается применить линейные методы синтеза. В отличие от линеаризации в окрестности некоторой точки (разложением в ряд Тэйлора), линеаризация обратной связью позволяет получить систему, замкнутую компенсирующим нелинейности управлением, эквивалентную линейной. Для синтеза линейных объектов применяются регуляторы пониженного порядка, которые в отличие от регуляторов полного порядка имеют более простую структуру при том же качестве переходных процессов. В [9, 10] рассмотрен модальный синтез регуляторов пониженного порядка. В [11] проведена оптимизация положения полюсов системы с регулятором пониженного порядка. В [12] рассматривается проблема стабилизации неустойчивого одноканального объекта на примере двойного перевернутого маятника на тележке. Также особый интерес представляет синтез систем с использованием полиномиального разложения. В работе [13] рассмотрен полиномиальный метод расчета многоканальных регуляторов. В работах [14, 15] показаны примеры синтеза систем с использованием полиномиального разложения по методу разделения движений.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В данной работе рассмотрим модель объекта первого порядка [8], которая описывается следующим дифференциальным уравнением

$$\dot{y} + \alpha y = u, \quad (1)$$

где u является входным воздействием, а y – выходной величиной.

Можно представить модель объекта (1) в различных вариантах. Для некоторых из них найдем линеаризующие обратные связи и проанализируем свойства полученных систем.

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Первый вариант представления модели объекта (1) – выразим производную

$$\dot{y} = \frac{u}{y+1}. \quad (2)$$

Структурная схема показана на рис. 2. Эта схема включает блок деления.

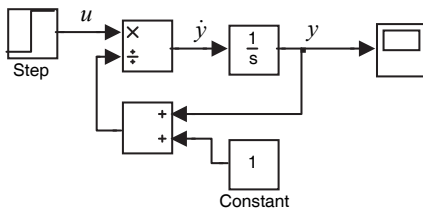


Рис. 1. Структурная схема модели (2)

Если выбрать управление в виде

$$u = (y+1)v,$$

где v – задающее воздействие, результирующая система будет следующая:

$$\dot{y} = v. \quad (3)$$

Система «объект – устройство управления» представлена на рис. 2.

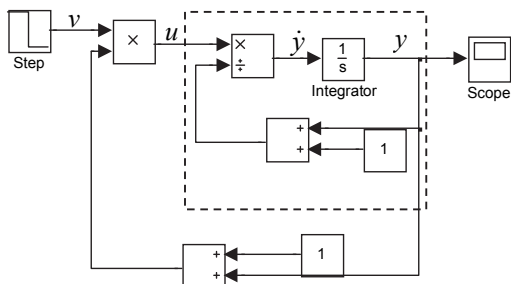


Рис. 2. Структурная схема замкнутой системы

Как видно из (2), при $y = -1$ происходит деление на ноль, и этот случай требует отдельного исследования.

Второй вариант записи объекта (1) следующий:

$$\dot{y} = \frac{u - \dot{y}}{y}. \tag{4}$$

Структурная схема уравнения (4) изображена на рис. 3.

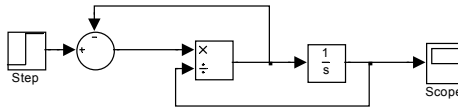


Рис. 3. Структурная схема уравнения (3)

Для компенсации нелинейной части модели (4) введем следующее управление:

$$u = \nu y + \dot{y}. \tag{5}$$

Замкнутая управлением (5) модель (4) будет эквивалентна простому интегратору аналогично (3). Структурная схема полученной системы приведена на рис. 4.

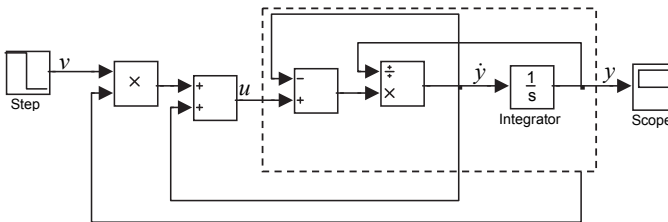


Рис. 4. Структурная схема замкнутой системы

Как видно из (3), при $y = 0$ так же происходит деление на ноль, что означает возможные проблемы при моделировании из нулевых начальных условий.

Третий вариант представления модели. Запишем уравнение объекта (1) в следующем виде:

$$\dot{y} = u - y\dot{y}. \tag{6}$$

Структурная схема модели (6) представлена на рис. 5.

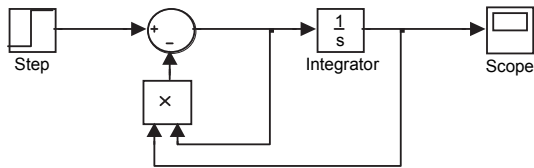


Рис. 5. Структурная схема уравнения (6)

Компенсирующее управление, приводящее модель (6) к эквивалентной замкнутой системе $\dot{y} = v$:

$$u = y\dot{y} + v. \quad (7)$$

Схема замкнутой системы представлена на рис. 6.

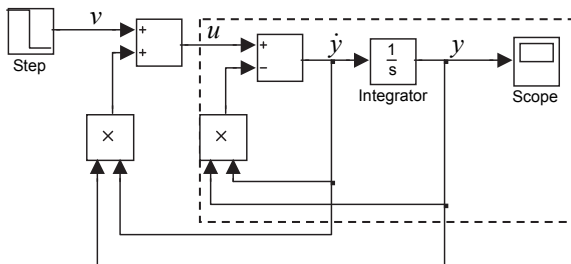


Рис. 6. Структурная схема модели (5), замкнутой управлением (6)

Сформированное управление, как и в предыдущих вариантах, компенсирует нелинейные элементы путем деления, умножения или вычитания.

Четвертый вариант записи уравнения (1). Если уравнение (1) представить как

$$\frac{d}{dt} \left(y + \frac{1}{2} y^2 \right) = u$$

и провести замену переменной

$$y + \frac{1}{2} y^2 = z, \quad (8)$$

то получим

$$\dot{z} = u . \quad (9)$$

Объект (1) в такой записи линейный с нелинейным выходом:

$$y_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1+2z} . \quad (10)$$

Получено два выхода, это объясняется тем, что график зависимости $z(y)$ схож с параболой, и в зависимости от начальных условий мы будем идти по какой-либо ветви. Из (10) следует, что на z , а следовательно, и на y , наложены ограничения:

$$1+2z > 0 \Rightarrow z > -0.5 \Rightarrow y_1 > -1, y_2 < -1 .$$

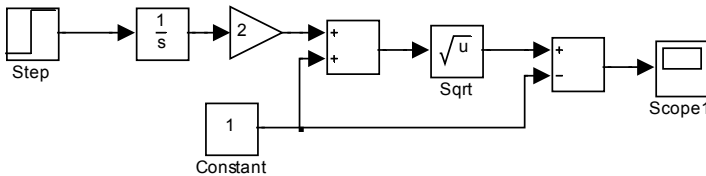


Рис. 7. Структурная схема модели (9)

Для поиска управления, линеаризующего модель (9), найдем производную выхода (10) для случая y_1 :

$$\dot{y} = \frac{\dot{z}}{\sqrt{1+2z}} = \frac{u}{\sqrt{1+2z}} .$$

Далее по аналогии с (3) потребуем, чтобы производная выхода равнялась заданию v , тогда

$$v = \frac{u}{\sqrt{1+2z}} ,$$

а управление, приводящее (9) к виду (3), будет следующее:

$$u = v\sqrt{1+2z} = v\sqrt{1+2\left(y + \frac{1}{2}y^2\right)} . \quad (11)$$

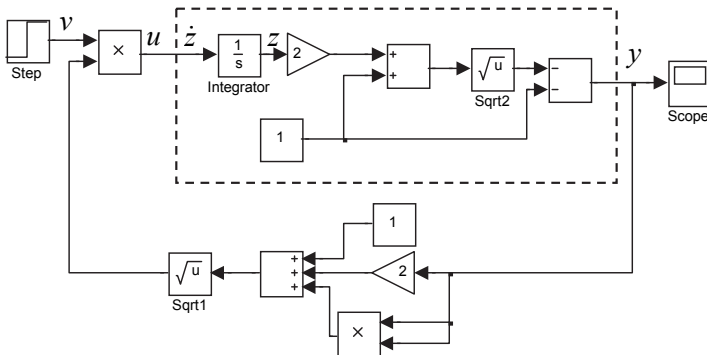


Рис. 8. Структурная схема замкнутой системы

На рис. 8 показана схема модели (9), замкнутой управлением (11)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разная запись исходного нелинейного уравнения (1) позволяет находить различное управление по обратной связи, компенсирующее нелинейности. Также в различных вариантах записи имеются свои ограничения на переменные. Так, в первом варианте при $y = -1$ появляется неопределенность, во втором варианте при задании нулевых начальных условий или при прохождении выходной величины через ноль тоже появляется неопределенность. Третий вариант записи не подразумевает неопределенностей как в самой модели, так и в компенсационном управлении. Четвертый вариант дает такую замену переменных, что в них объект представлен как линейный с нелинейным выходом, причем уравнение выхода меняется в зависимости от траектории движения выходной величины. Сформированные управления в зависимости от записи модели объекта могут содержать в себе неопределенности или производные выходы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т. 2. – М.: Физматлит, 2004. – 464 с.
2. Slotine J.J.E., Li W. Applied nonlinear control. – Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1991.
3. Marino R., Yomei P. Nonlinear control design: geometric, adaptive, and robust. – London; New York: Prentice Hall, 1995. – 396 p.

4. *Филлюшов В.Ю.* Линеаризация обратной связью: эвристический подход // Сборник научных трудов НГТУ. – 2016. – № 1 (83). – С. 37–46.
5. *Филлюшов В.Ю.* Примеры использования нелинейных обратных связей для нелинейных объектов // Сборник научных трудов НГТУ. – 2016. – № 3 (85). – С. 61–70.
6. *Вороной В.В.* Полиномиальный метод расчета многоканальных регуляторов пониженного порядка: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01: защищена 22.10.2013. – Новосибирск, 2013. – 173 с.
7. *Воевода А.А., Филлюшов В.Ю.* Линеаризация обратной связью: перевернутый маятник // Сборник научных трудов НГТУ. – 2016. – № 3 (85). – С. 49–60.
8. *Воевода А.А., Вороной В.В.* Синтез нелинейного регулятора для динамического нелинейного объекта // Сборник научных трудов НГТУ. – 2013. – № 1 (71). – С. 3–12.
9. *Шоба Е.В., Воевода А.А., Вороной В.В.* Модальный синтез многоканального регулятора пониженного порядка с использованием «обратной» производной на примере трехмассовой системы // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. – 2012. – № 1 (46). – С. 15–22.
10. *Воевода А.А., Вороной В.В.* Модальный синтез регуляторов пониженного порядка методом дифференцирования характеристического полинома // Сборник научных трудов НГТУ. – 2011. – № 1 (63). – С. 3–12.
11. *Воевода А.А., Чехонадских А.В.* Оптимизация расположения полюсов системы автоматического управления с регулятором пониженного порядка // Автометрия. – 2009. – Т. 45, № 5. – С. 113–123.
12. *Воевода А.А., Корюкин А.Н., Чехонадских А.В.* О понижении порядка стабилизирующего управления на примере двойного перевернутого маятника // Автометрия. – 2012. – Т. 48, № 6. – С. 69–83.
13. *Воевода А.А., Вороной В.В.* Полиномиальный метод расчета многоканальных регуляторов заданной структуры // Научный вестник НГТУ. – 2013. – № 2 (51). – С. 214–218.
14. *Воевода А.А., Чехонадских А.В., Шоба Е.В.* Модальный метод синтеза с использованием полиномиального разложения: разделение движений при стабилизации трехмассовой системы // Научный вестник НГТУ. – 2011. – № 2 (43). – С. 39–46.
15. *Востриков А.С., Воевода А.А., Жмудь В.А.* Эффект понижения порядка системы при управлении по методу разделения движений // Научный вестник НГТУ. – 2005. – № 3 (21). – С. 3–13.

Филишов Владислав Юрьевич, аспирант кафедры автоматике Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – теория автоматического управления. Имеет 6 публикаций. E-mail: filiushov.vladislav@gmail.com

Examples of structural transformation of nonlinear object*

V.Yu. Filiushov

Novosibirsk State Technical University, 20 Karl Marks Avenue, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, undergraduate of department automatics. E-mail: filiushov.vladislav@gmail.com

Construct a regulator for any object possible in many ways. In this paper we consider the variants of the regulator, depending on the presentation of the non-linear model of the object. Management formed the regulators, will be compensating, it means, the original system, a closed control found to be equivalent to a linear one. Such offsetting the impact will be sought based on feedback linearization. That is the finding of non-linear feedback, compensating the non-linear function of the object. For an object of a given nonlinear differential equation of the first order, found 4 version of his record. For each option, the generated compensating control. The structure diagram the original model of the object and closed systems, their mathematical description.

Keywords: nonlinear control, structural feedback linearization, regulator, compensation

DOI: 10.17212/2307-6879-2016-4-72-82

REFERENCES

1. Kim D.P. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya*. T. 2 [Automatic control theory. Vol. 2]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2004. 464 p.
2. Slotine J.J.E., Li W. *Applied nonlinear control*. Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, 1991.
3. Marino R., Yomei P. *Nonlinear control design: geometric, adaptive, and robust*. London, New York, Prentice Hall, 1995. 396 p.
4. Filiushov V.Yu. Linearizatsiya obratnoi svyaz'yu: evristicheskii podkhod [Feedback linearization: heuristic approach]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2016, no. 1 (83), pp. 37–46.
5. Filiushov V.Yu. Primery ispol'zovaniya nelineinykh obratnykh svyazei dlya nelineinykh ob"ektov [Examples of applying of nonlinear output injection for nonlinear objects]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo*

* Received 22 July 2016.

tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university, 2016, no. 3 (85), pp. 61–70.

6. Voronoi V.V. *Polynomial'nyi metod rascheta mnogokanal'nykh regulyatorov ponizhennogo poryadka*. Diss. kand. tekhn. nauk [Design of multi-channel reduced degree controllers. PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2013. 173 p.

7. Voevoda A.A., Filiushov V.Yu. Linearizatsiya obratnoi svyaz'yu: perevernutyi mayatnik [Feedback linearization: inverted pendulum]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2016, no. 3 (85), pp. 49–60.

8. Voevoda A.A., Voronoi V.V. Sintez nelineinogo regulyatora dlya dinamicheskogo nelineinogo ob"ekta [The nonlinear controller synthesis for a dynamic nonlinear object]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 1 (71), pp. 3–12.

9. Shoba E.V., Voevoda A.A., Voronoi V.V. Modal'nyi sintez mnogokanal'nogo regulyatora ponizhennogo poryadka s ispol'zovaniem "obratnoi" proizvodnoi [Modal synthesis of multi-channel low-order controller using the "reverse" derivative principle for three-mass system]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2012, no. 1 (46), pp. 15–22.

10. Voevoda A.A., Voronoi V.V. Modal'nyi sintez regulyatorov ponizhennogo poryadka metodom differentsirovaniya kharakteristicheskogo polinoma [Modal design of reduced order controllers by method of differentiation of the characteristic polynomial]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2011, no. 1 (63), pp. 3–12.

11. Voevoda A.A., Chekhonadskikh A.V. Optimizatsiya raspolozheniya polyusov sistemy avtomaticheskogo upravleniya s regulyatorom ponizhennogo poryadka [Optimization of the pole location of automatic control systems with a reduced-order controller]. *Avtometriya – Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*, 2009, vol. 45, iss. 5, pp. 113–123. (In Russian)

12. Voevoda A.A., Koryukin A.N., Chekhonadskikh A.V. O ponizhenii poryadka stabiliziruyushchego upravleniya na primere dvojnogo perevernutogo mayatnika [Reducing the stabilizing control order for a double inverted pendulum]. *Avtometriya – Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*, 2012, vol. 48, no. 6, pp. 69–83. (In Russian)

13. Voevoda A.A., Voronoi V.V. Polinomial'nyi metod rascheta mnogokanal'nykh regulyatorov zadannoi struktury [Polynomial method for calculating multi-channel controllers of a given structure]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosu-*

darstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university, 2013, no. 2 (51), pp. 214–218.

14. Voevoda A.A., Chekhonadskikh A.V., Shoba E.V. Modal'nyi metod sinteza s ispol'zovaniem polinomial'nogo razlozheniya: razdelenie dvizhenii pri stabilizatsii trekhmassovoi sistemy [Modal synthesis method using a polynomial decomposition: the separation of motions in the stabilization of the three-mass plant]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2011, no. 2 (43), pp. 39–46.

15. Vostrikov A.S., Voevoda A.A., Zhmud' V.A. Effekt ponizheniya poryadka sistemy pri upravlenii po metodu razdeleniya dvizhenii [The effect of reducing the order of the system that is controlled by the method of separation of motions]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2005, no. 3 (21), pp. 3–13.