

УДК: 681.511.26

ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ОПРЕДЕЛЕННОГО КЛАССА НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ПЕРЕХОДОМ ОТ ИНТЕГРАЛА ПО ВРЕМЕНИ К ИНТЕГРАЛУ ПО ПАРАМЕТРУ*

А.А. ВОЕВОДА¹, В.Ю. ФИЛЮШОВ²

¹ 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, доктор технических наук, профессор кафедры автоматики. E-mail: usit@usit.ru

² 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, аспирант кафедры автоматики. E-mail: filiohov.vladislav@gmail.com

Существует множество классов нелинейных систем, для каждого из которых есть определенный подход к синтезу управления. При недоступности вектора состояния задача синтеза существенно усложняется. В линейных системах для вычисления вектора состояния наибольшее распространение получили наблюдатели состояния и так называемые дифференцирующие фильтры. Но к нелинейным системам их применение сильно ограничено. В данной работе рассматривается аффинная система с нелинейностью, выраженной умножением, причем в объект оно входит путем интегрирования. Для таких систем применима линеаризация обратной связью, но для формирования управления этим методом необходима доступность всего вектора состояния. В нашем случае необходимая производная выходной величины недоступна. Для применения линеаризации обратной связью был выполнен переход от интегрирования по времени к интегрированию по параметру, в качестве параметра выступил выход объекта, что позволило не вычислять его производную.

Ключевые слова: нелинейное управление, структурная линеаризация обратной связью, интеграл по параметру, наблюдатель состояния, нелинейный объект, умножение

DOI: 10.17212/2307-6879-2017-1-38-52

ВВЕДЕНИЕ

Синтез нелинейных систем, в отличие от линейных, не так однозначен. Так, существуют системы, в которых нелинейная часть выражена существенными нелинейностями (реле, реле с гистерезисом и т. д.) и с нелинейностями,

* Статья получена 12 января 2017 г.

выраженными гладкими функциями. В данной работе рассмотрим гладкую нелинейность, причем управление аддитивно (так называемые *аффинные системы*). Для поиска управления по обратной связи рассмотрен переход от интегрирования по времени к интегрированию по параметру.

Для синтеза такого класса нелинейных систем применима *линеаризация обратной связью* (Linearization by output injection) [1–4], суть которой заключается в том, что нелинейная система, замкнутая искомым управлением, будет вести себя эквивалентно линейной. Система, линеаризованная по обратной связи, допускает применение линейных методов синтеза. Но замкнутая система может быть эквивалентна линейной не во всей области изменения переменных состояния, что побуждает дополнительные исследования.

Линеаризация обратной связью путем структурных преобразований была рассмотрена в статье [5]. В работе [6] приведен синтез системы на основе ЛОС с применением алгебры Ли. В работе [7] приводится синтез регулятора для отработки возмущения и входных воздействий, в работе [8] – синтез регулятора с использованием модального метода синтеза. В работе [9] показан анализ влияния дифференцирующего фильтра на эвристически рассчитанный регулятор. В работе [10] проведен синтез регулятора для отклонения угла объекта «перевернутый маятник на тележке», в работе [11] – анализ применения дифференцирующего звена для управления перевернутым маятником. В работе [12] представлен полиномиальный метод синтеза нелинейного регулятора.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Объект моделирования. Рассмотрим аффинную систему, в которой нелинейная часть выражена произведением компоненты вектора состояния \dot{x} на возмущение $v(t)$. Причем в уравнение оно входит путем интегрирования.

$$\ddot{x} + \int a_1 \dot{x} v(t) dt = u. \quad (1)$$

Этот пример взят из [13], в котором описан *метод обратной задачи динамики*. В отличие от него нелинейная часть в нашем объекте интегрируется. На рис. 1. представлена структурная схема объекта

Структурная схема на рис. 1 эквивалентна схеме на рис. 2.

Будем рассматривать случай, когда возмущение $v(t)$ поддается измерению. Из рис. 1 следует, что измерению доступны $x(t)$, $u(t)$, $v(t)$, т. е. вторая компонента вектора состояния $\dot{x}(t)$ недоступна. Для нахождения недоступных компонент вектора состояния применяют наблюдатели и так называемые дифференцирующие фильтры [14–16].

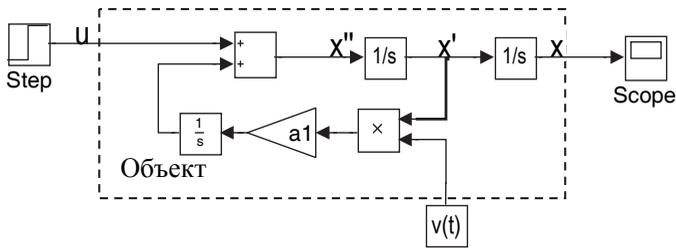


Рис. 1. Структурная схема исходного объекта (1)

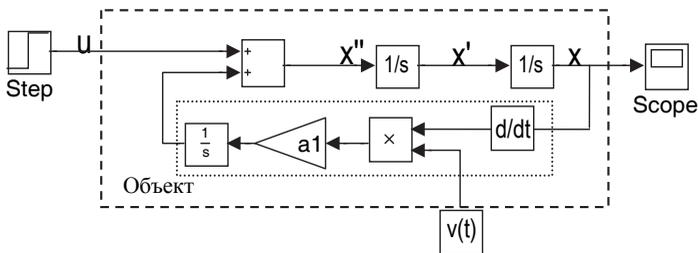


Рис. 2. Эквивалентная схема объекта (1)

Наблюдатели состояния обычно используют для определения вектора состояния $x(t)$. Они бывают двух видов: *наблюдатель состояния полного порядка* и *наблюдатель состояния пониженного порядка*.

Наблюдатели полного порядка описываются следующими выражениями, для стационарной динамической системы следующего вида

$$\dot{x} = Ax + Bu,$$

$$y = Cx,$$

наблюдателем состояния полного порядка будем называть систему

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x}),$$

где \hat{x} вычисляемый вектор состояния, L некоторая матрица, обеспечивающая требуемую скорость убывания ошибки вычисления $y - C\hat{x} = y - \hat{y}$.

Наблюдатель пониженного порядка имеет следующий вид

$$\dot{z} = Fz + G_1y + G_2u, \quad \hat{x} = Hz + Gy,$$

где вектор состояния наблюдателя z и вектор состояния объекта x связаны матрицей T : $z = Tx$. Поиск наблюдателя сводится к вычислению матриц

F, G_1, G_2, H, G и матрицы T . Эти вычисления производятся в исходном базисе (A, B, C) . Наблюдатель состояния пониженного порядка, в отличие от полного использует для вычисления сокращенный вектор состояния, в который не включены выходные величины объекта. Невозможность применения наблюдателей для данного примера, обуславливается его нелинейностью.

Дифференцирующие фильтры применяются для поиска производной выходной величины, они имеют, например, такой вид:

$$\dot{x} \approx \frac{s}{\mu s + 1} x.$$

Операция дифференцирования в физических системах подразумевает нахождение *производной* в текущий момент времени. Это означает неизвестность вида самой функции в следующий момент времени, что говорит о том, что функция (для динамических систем эта функция описывает изменение выходной величины) может быть не дифференцируема в этой точке. В таком случае мы можем говорить только об *односторонней производной*. Поясним вышесказанное:

Пусть функция $f(x)$ гладкая, непрерывная и определена в некоторой окрестности точки x_0 и x – некоторая точка из этой окрестности, то соотношение

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0},$$

имеет предел при $x - x_0 \rightarrow 0$ и этот предел называется *производной функции* f в точке x_0 . Если ввести обозначение $x - x_0 = \Delta x$, то имеет место

$$\dot{x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}. \quad (2)$$

Следует отметить, что Δx может быть, как больше нуля, так и меньше нуля. Уравнение (2) описывает производную функции в точке, но такая производная не всегда существует, тогда вводится понятие односторонней производной:

$$\dot{x}_{+(-)} = \lim_{\Delta x \rightarrow +(-)0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

Если существует производная в точке, то согласно определению (2)

$$\dot{x} = \dot{x}_- = \dot{x}_+. \quad (3)$$

Это условие имеет место при $\Delta x \rightarrow 0$. Покажем это на рис. 3.

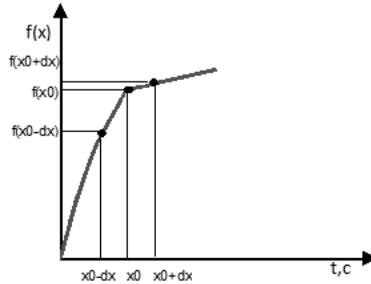


Рис. 3. График операции дифференцирования

Зная поведение функции в моменты времени до текущего, но не зная ее поведения в будущем, допускается наличие изломов и точек разрыва, что будет свидетельствовать о неравенстве односторонней производной и производной в точке.

Для данного класса объектов возможно провести *замену интегрирования по времени на интегрирование по параметру*, тогда структурная схема на рис. 2 будет эквивалентна схеме на рис. 4.

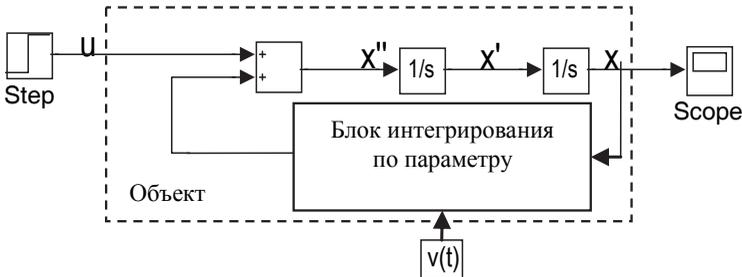


Рис. 4. Эквивалентная схема объекта (1) с заменой интеграла по времени на интеграл по параметру

Полученное преобразование позволяет представить схему без использования производной выхода x . На рис. 4 наглядно видно, что перейдя к интегралу такого вида, линеаризовать полученную систему не будет затруднительным.

Переход к интегрированию по параметру. Для исключения операции дифференцирования покажем преобразование определенного интеграла [17]

по времени к интегралу по параметру, которым в данном случае выступает функция $x(t)$

$$\int_{t_0}^{t_k} a_1 \dot{x}(t) v(t) dt = a_1 \int_{t_0}^{t_k} \frac{dx(t)}{dt} v(t) dt = a_1 \int_{x(t_0)}^{x(t_k)} v(t) dx(t), \quad (4)$$

где t_0 и t_k – начальный и конечный моменты интегрирования. Поясним реали-зацию перехода (4) на основе определения операции интегрирования.

Определенный интеграл представляет собой сумму площадей прямоугольников над или под кривой, описываемой функцией, при стремлении количества этих прямоугольников к бесконечности. Запишем это определение в виде формулы

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{v=1}^n f(x_v) \Delta x_v. \quad (5)$$

Длина отрезков Δx_v может быть различна при условии, что наибольший стремится к нулю, тогда в пределе прямоугольники над и под кривой будут равны.

На основе вышеизложенного понятия определенного интеграла предложим реализацию интегрирования в среде Matlab Simulink одной функции по другой, обе функции зависят от времени:

$$a_1 \int_{x(t_0)}^{x(t_k)} v(t) dx(t) = a_1 \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n v(t_i) \Delta x_i = a_1 \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n v(t_i) \Delta x. \quad (6)$$

Будем считать, что количество интервалов n достаточно большое, чтобы допустить предельный переход (6). Заметим, что приращение по x постоянное.

Алгоритм вычисления интеграла по параметру должен выполнять следующие операции: в моменты изменения функции $x(t)$ на

$$\Delta x = x(t_i) - x(t_{i-1}) = \text{const}, \text{ где } t_i, i \in \overline{1, n},$$

момент приращения $x(t)$, происходит умножение $v(t_i)$ на Δx . Ниже представлена структурная схема алгоритма.

На рис. 5 иллюстрирован блок интегрирования по параметру, который является частью эквивалентного преобразования, представленного на рис. 4. Ниже представлены графики реализации предложенного алгоритма.

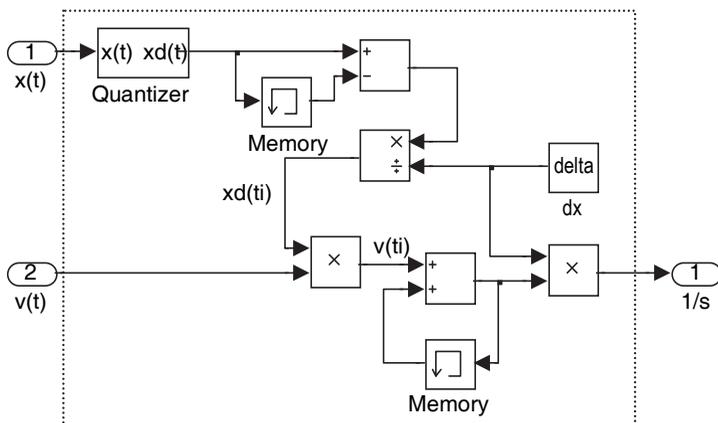


Рис. 5. Блок интегрирования по параметру

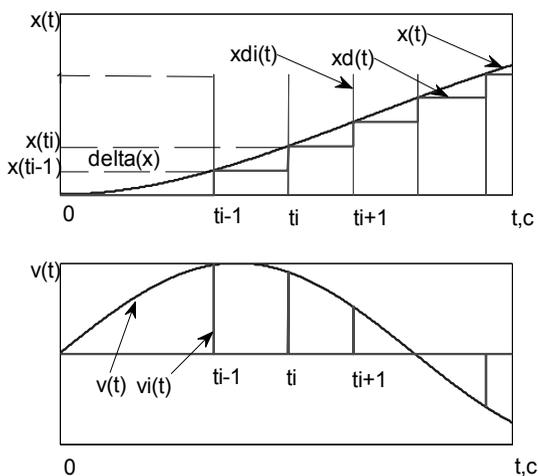


Рис. 6. Описание предложенного алгоритма интегрирования по параметру

При изменении функции $x(t)$ на Δx происходит срабатывание блока *Quantizer*, который описывается функцией $xd(t) = \Delta x \cdot \text{fix}(x(t)/\Delta x)$. На выходе этого блока получаем квантованный по уровню сигнал с высотой ступеньки Δx . Далее сигнал проходит на сумматор и блок *Memory*, который запоми-

нает значение входного сигнала на предыдущей итерации. На выходе сумматора получаем ступеньки высотой $\pm\Delta x$ в зависимости от возрастания или убывания функции. Нормировав полученные ступеньки путем деления на Δx , получаем единичные импульсы x_{di} , которые отмечают моменты времени перехода функции $xd(t)$ на новый уровень.

Данная процедура необходима для согласования времени между изменением функции $x(t)$ на приращение Δx и функцией $v(t)$. Далее происходит умножение единичных импульсов x_{di} на функцию $v(t)$, что позволяет получить сигнал $vi(t)$. Полученный сигнал необходим для определения значения функции $v(ti)$ в моменты времени перехода функции $xd(t)$ на новый уровень. Для реализации суммирования воспользуемся блоком *Memory*. В соответствии с алгоритмом, описываемым уравнением (6), умножим полученную сумму на приращение Δx .

Для проверки предложенного алгоритма вычислим интеграл

$$u = \int_{t_0}^{t_k} \dot{x}(t) v(t) dt$$

двумя способами: в первом случае возьмем функции

$$\dot{x}(t) = \frac{s}{s^2 + 0,5s + 1} 1(t), \quad v(t) = \sin(2t), \quad (7)$$

а во втором случае по аналогии с алгоритмом (6) возьмем первообразную от $\dot{x}(t)$

$$x(t) = \frac{1(t)}{s^2 + 0,5s + 1}, \quad v(t) = \sin(2t). \quad (8)$$

На рис. 7 представлены графики переходных процессов интегрирования по времени функций (7) и интегрирования по параметру по алгоритму (5) функций (8) с различными приращениями Δx .

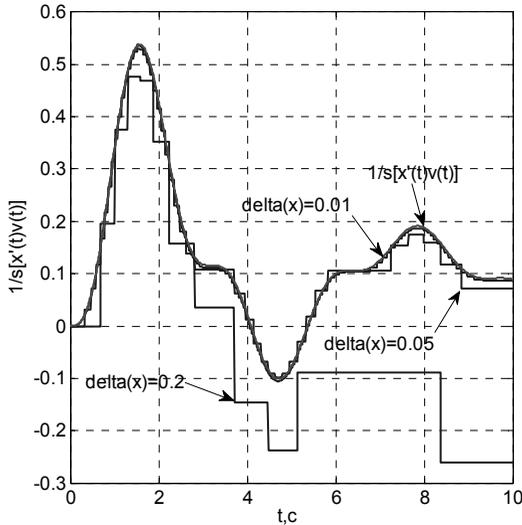


Рис. 7. Переходные процессы интеграла по времени и интеграла по параметру при различном шаге интегрирования

Как видим, при уменьшении шага интегрирования Δx интегрирование по параметру приближается к интегрированию по времени, что после определенного малого Δx позволяет применять данный алгоритм.

Линеаризация нелинейной системы обратной связью. Так как структурные схемы на рис. 1 и 3 эквивалентны, применима компенсация посредством введения контура интегрирования по параметру с противоположным знаком, т. е.

$$u = - \int_{x(t_0)}^{x(t_k)} a_1 v(t) dx(t) + u_c, \quad (9)$$

где u_c – задающий сигнал замкнутой системы. Управление (9) приведет систему (1) к линейному виду

$$\ddot{x} = u_c, \quad (10)$$

которую можно представить в виде последовательного соединения двух интеграторов рис. 8.

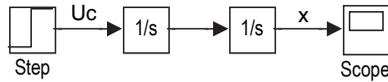


Рис. 8. Структурная схема замкнутой системы (10)

Управление, приводящее исходную модель объекта (1) к линейному виду (10), следующее

$$u = - \int_{t_0}^{t_k} a_1 v(t) \dot{x}(t) dt + u_c.$$

В отличие от управления по алгоритму (9), оно требует доступности производной выходной величины $\dot{x}(t)$, что при нашей постановке задачи невозможно. Ниже представлена структурная схема системы «объект–компенсация» рис. 9, поведение которой аналогично двум последовательным интеграторам (10).

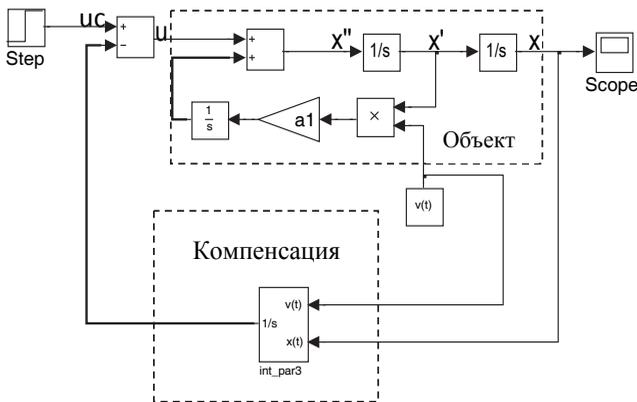


Рис. 9. Структурная схема синтезированной системы

На рис. 9 показана структурная схема полученной системы, которая эквивалентна структурной схеме на рис. 8. Жирными линиями обозначены сигналы, компенсирующие друг друга.

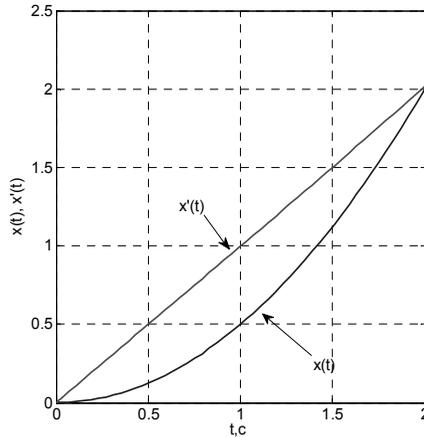


Рис. 10. Переходные процессы $x(t)$, $\dot{x}(t)$ в замкнутой системе (1), (9)

Из рис. 10 видно, что сигнал $\dot{x}(t)$ является интегралом от задающего воздействия $u_c = 1(t)$, т. е. $\ddot{x} = u_c = 1(t) \rightarrow \dot{x} = \int 1(t) dt = t + c$, так как были заданы нулевые начальные условия, то $c = 0$, а выходной сигнал соответственно равен $x = \int t dt = \frac{t^2}{2} + 0$, что показано на переходных процессах замкнутой системы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Эквивалентные преобразования определенного класса нелинейных систем позволяют найти взаимосвязь между нелинейностью и управлением для последующей ее компенсации. Структурная схема на рис. 1 эквивалентна структурной схеме на рис. 4, которая получена путем перехода от интегрирования по времени в объекте (1) к интегрированию по параметру (6). Данный переход позволяет исключить операцию дифференцирования для вычисления недоступной производной выходной величины x . На рис. 7 показано сравнение переходных процессов при различной форме интегрирования. Интегрирование по параметру при уменьшении Δx начинает совпадать с изначальным интегралом по времени, в котором используется производная, это объясняется тем, что шаг интегрирования при интегрировании по времени меньше, чем при интегрировании по параметру. Введение подобного преобразования в обратную связь позволило компенсировать нелинейность исходного объекта и

привести его к виду двух интеграторов, что видно из рис. 9, без использования производной выходной величины.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ким Д.П.* Теория автоматического управления. Т. 2. – М.: Физматлит, 2004. – 464 с.
2. *Slotine J.J.E., Li W.* Applied nonlinear control. – Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1991.
3. *Marino R., Yomei P.* Nonlinear control design: geometric, adaptive, and robust. – London; New York: Prentice Hall, 1995. – 396 p.
4. *Krener A.J., Isidori A.* Linearization by output injection and nonlinear observers // *Systems & Control Letters*. – 1983. – Vol. 3. – P. 47–52.
5. *Филлюшов В.Ю.* Линеаризация обратной связью: эвристический подход // *Сборник научных трудов НГТУ*. – 2016. – № 1 (83). – С. 37–46.
6. *Воевода А.А., Филлюшов В.Ю.* Линеаризация обратной связью // *Сборник научных трудов НГТУ*. – 2016. – № 2 (84). – С. 68–76.
7. *Воевода А.А., Вороной В.В.* Синтез нелинейного регулятора для динамического нелинейного объекта // *Сборник научных трудов НГТУ*. – 2013. – № 1 (71). – С. 3–12.
8. *Воевода А.А., Иванов А.Е.* Пример модального синтеза для нелинейного объекта с использованием нелинейных обратных связей // *Сборник научных трудов НГТУ*. – 2013. – № 2 (72). – С. 3–9.
9. *Воевода А.А., Иванов А.Е.* Использование дифференцирующего фильтра при синтезе нелинейного регулятора // *Сборник научных трудов НГТУ*. – 2013. – № 1 (71). – С. 13–21.
10. *Вороной В.В.* Полиномиальный метод расчета многоканальных регуляторов пониженного порядка: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01: защищена 22.10.2013. – Новосибирск, 2013. – 173 с.
11. *Филлюшов В.Ю.* Применение дифференцирующего звена для управления перевернутым маятником // *Сборник научных трудов НГТУ*. – 2014. – № 4 (78). – С. 69–78.
12. *Вороной В.В.* Полиномиальная методика расчета нелинейных регуляторов для нелинейных систем // *Научный вестник НГТУ*. – 2013. – № 3 (52). – С. 185–188.
13. *Бойчук Л.М.* Метод структурного синтеза нелинейных систем автоматического управления. – М.: Энергия, 1971. – 112 с.
14. *Ким Д.П.* Теория автоматического управления. Т. 1. Линейные системы. – М.: Физматлит, 2003. – 288 с.

15. *Dahleh M., Dahleh M.A., Verghese G.* Lectures on dynamic systems and control. – Cambridge: Massachusetts Institut of technology, 2003. – 600 p.
16. *Doyle J.C., Francis B., Tannenbaum A.* Feedback control theory. – New York: Macmillan Publ., 1990. – 198 p.
17. *Пискунов Н.С.* Дифференциальное и интегральное исчисление для втузов. Т. 1. – М.: Наука, 1985. – 432 с.

Воевода Александр Александрович, доктор технических наук, профессор Новосибирского государственного технического университета. Основные направления научных исследований: теория автоматического управления, сети Петри. Имеет более 200 публикаций. E-mail: voevoda@ucit.ru

Филишов Владислав Юрьевич, аспирант кафедры автоматике Новосибирского государственного технического университета. Основные направления научных исследований: построение наблюдателей, исследование нелинейных систем. Имеет 9 публикаций. E-mail: filiushov.vladislav@gmail.com

Equivalent transformations of a defined class of nonlinear systems with transition from integral to time to integral by parameter*

А.А. Voevoda¹, V. Yu. Filiushov²

¹ *Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospect, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, D. Sc. (Eng.), professor. E-mail: ucit@ucit.ru*

² *Novosibirsk State Technical University, 20 Karl Marks Avenue, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, undergraduate of department automatics. E-mail: filiushov.vladislav@gmail.com*

There are many classes of nonlinear systems, each of which has a certain approach to the synthesis of control. If inaccessible of the state vector, the synthesis problem becomes much more complicated. In linear systems, to calculate the state vector, the most widely an observer of the state and the so-called differentiating filters. But to non-linear systems, their use is very limited. In this paper we consider an affine system with a nonlinearity expressed by the multiplication, and the object it comes in by integration. For such systems, applies linearization feedback, but for the formation of control this method required the availability of the entire state vector. In our case, the derivative of the output value is not available. For the application of feedback linearization was made the transition from integration over time to integration by setting as the parameter made by the object, allowing calculating its derivative.

Keywords: nonlinear control, structural linearization feedback, the integral by the parameter, the observer state, non-linear object, multiplication

DOI: 10.17212/2307-6879-2017-1-38-52

* Received 12 January 2017.

REFERENCES

1. Kim D.P. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya*. T. 2 [Automatic control theory. Vol. 2]. Moscow, Fizmatlit Publ, 2004. 464 p.
2. Slotine J.J.E., Li W. *Applied nonlinear control*. Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, 1991.
3. Marino R., Yomei P. *Nonlinear control design: geometric, adaptive, and robust*. London, New York, Prentice Hall, 1995. 396 p.
4. Krener A.J., Isidori A. Linearization by output injection and nonlinear observers. *Systems & Control Letters*, 1983, vol. 3, pp. 47–52.
5. Filiushov V.Yu. Linearizatsiya obratnoi svyaz'yu: evristicheskii podkhod [Feedback linearization: heuristic approach]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2016, no. 1 (83), pp. 37–46.
6. Voevoda A.A., Filiushov V.Yu. Linearizatsiya obratnoi svyaz'yu [Feedback linearization]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2016, no. 2 (84), pp. 68–76.
7. Voevoda A.A., Voronoi V.V. Sintez nelineinogo regul'yatora dlya dinamicheskogo nelineinogo ob"ekta [The nonlinear controller synthesis for a dynamic nonlinear object]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 1 (71), pp. 3–12.
8. Voevoda A.A., Ivanov A.E. Primer modal'nogo sinteza dlya nelineinogo ob"ekta s ispol'zovaniem nelineinykh obratnykh svyazei [Modal synthesis example for nonlinear object using nonlinear feed-backs]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 2 (72), pp. 3–9.
9. Voevoda A.A., Ivanov A.E. Ispol'zovanie differentsiruyushchego fil'tra pri sinteze nelineinogo regul'yatora [Using differential filter for nonlinear control system]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 1 (71), pp. 13–21.
10. Voronoi V.V. *Polinomial'nyi metod rascheta mnogokanal'nykh regul'yatorov ponizhennogo poryadka*. Diss. kand. tekhn. nauk [Design of multi-channel reduced degree controllers. PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2013. 173 p.
11. Filiushov V.Yu. Primenenie differentsiruyushchego zvena dlya upravleniya perevernutym mayatnikom [Applying of derivative element for control of inverted pendulum]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2014, no. 4 (78), pp. 69–78.

12. Voronoy V.V. Polinomial'naya metodika rascheta nelineinykh regulyatorov dlya nelineinykh sistem [The polynomial calculation procedure of nonlinear regulators for nonlinear system]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 3 (52), pp. 185–188.
13. Boichuk L.M. *Metod strukturnogo sinteza nelineinykh sistem avtomaticheskogo upravleniya* [Structer metod of transformation of nonlinear systems of automatic control]. Moscow, Energiya Publ., 1971. 112 p.
14. Kim D.P. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. T. 1. Lineinye sistemy* [Automatic control theory. Vol. 1. Linear systems]. Moscow, Fizmatlit Publ, 2003. 288 p.
15. Dahleh M., Dahleh M.A., Verghese G. *Lectures on dynamic systems and control*. Cambridge, Massachusetts Institut of technology, 2003. 600 p.
16. Doyle J.C., Francis B., Tannenbaum A. *Feedback control theory*. New York, Macmillan Publ., 1990. 198 p.
17. Piskunov N.S. *Differentsial'noe i integral'noe ischislenie dlya vtuzov. T. 1* [Differential and integral calculations. Vol. 1]. Moscow, Nauka Publ., 1985. 432 p.