

*АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ
И ИДЕНТИФИКАЦИЯ*

УДК 681.513

**О НЕОБХОДИМОМ УСЛОВИИ СУЩЕСТВОВАНИЯ
РЕШЕНИЯ ПРИ ПОЛИНОМИАЛЬНОМ МЕТОДЕ
СИНТЕЗА ОДНОКАНАЛЬНЫХ СИСТЕМ***

А.А. ВОЕВОДА¹, К.М. БОБОБЕКОВ²

¹ 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, доктор технических наук, профессор кафедры автоматики. E-mail: ucit@ucit.ru

² 630087, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, аспирант кафедры автоматики. E-mail: kurbon_111@mail.ru

Решается задача полиномиального метода синтеза одноканальных систем в случае, когда полиномы числителя и знаменателя объекта не взаимно простые. Обычно учитывают ограничение, накладываемое на математическое описание объекта, при полиномиальном синтезе многоканальных регуляторов, состоящее в требовании взаимной простоты числителя и знаменателя передаточной функции объекта. При выполнении этих условий приступают к расчету регуляторов. Необходимое условие разрешимости задачи синтеза для многоканальных систем сводится к требованию взаимной простоты полиномиальных матриц $D(s)$ и $N(s)$, а для одноканальных систем – взаимной простоты полиномов $d(s)$ и $n(s)$. На примере одноканальной системы показано, что при нарушении вышесказанного требования, т. е. в случае общего нуля и полюса объекта, задачу синтеза все же можно решить, правда, решение будет получено с некоторой погрешностью.

Ключевые слова: линейные системы управления, одноканальные системы, полиномиальный метод синтеза, объект управления, взаимно простое представление, общие нули и полюса, корни характеристического полинома замкнутой системы, переходный процесс

DOI: 10.17212/2307-6879-2017-4-7-20

ВВЕДЕНИЕ

В данной работе отдается предпочтение полиномиальному методу синтеза регуляторов [1–5], хотя достижения в разработке методов синтеза с использованием описания в пространстве состояний [1, 3, 6] и матричных передаточ-

* Статья получена 01 августа 2017 г.

ных функций значительны. При полиномиальном методе синтеза считается обязательной проверка необходимых условий, при выполнении которых приступают к расчету регуляторов.

При полиномиальном синтезе многоканальных регуляторов [7–9, 10–15, 20] всегда учитывают ограничение, накладываемое на математическое описание объекта, состоящее в требовании взаимной простоты числителя и знаменателя передаточной функции объекта. Смысл этого требования заключается в исключении одинаковых нулей и полюсов [16]. Точная формулировка для многоканальных систем приведена в теореме.

Теорема [1, р. 272]. Для заданных полиномиальных матриц $D(s)$ и $N(s)$ полиномиальное матричное решение $Y(s)$ и $X(s)$ уравнения

$$Y(s)D(s) + X(s)N(s) = C(s)$$

существует для любой полиномиальной матрицы $C(s)$, если и только если $D(s)$ и $N(s)$ взаимно простые.

Относительно задачи синтеза регулятора полиномиальные матрицы $D(s)$ и $N(s)$ можно интерпретировать как знаменатель и числитель многоканального объекта, а матрицы $Y(s)$ и $X(s)$ – как знаменатель и числитель регулятора. Тогда $C(s)$ – характеристическая матрица системы, которая задается в соответствии с требуемыми свойствами замкнутой системы.

Введем обозначения передаточных функций объекта и регулятора:

$$W_{ob}(s) = \frac{n(s)}{d(s)}, \quad W_r(s) = \frac{x(s)}{y(s)}.$$

Тогда *характеристический полином замкнутой системы* (ХПЗС) имеет следующий вид:

$$y(s)d(s) + x(s)n(s) = c(s).$$

Таким образом, необходимое условие разрешимости задачи синтеза для одноканальной системы сводится к требованию взаимной простоты полиномов $d(s)$ и $n(s)$. Нарушим это требование и на примере одноканальной системы покажем, что в случае общего нуля и полюса задачу синтеза все же можно решать, правда, решение будет получено с некоторой погрешностью.

1. СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРОВ ДЛЯ ОБЪЕКТОВ С ОБЩИМ НУЛЕМ И ПОЛЮСОМ

Рассмотрим случай, когда числитель и знаменатель объекта не взаимно простые. Например, в качестве объекта возьмем объект второго порядка, у которого имеется ноль и полюс, равные минус двум:

$$W_{ob}(s) = \frac{n(s)}{d(s)} = \frac{(s+1)(s+2)}{(s+2)^2}. \quad (1)$$

Безусловно, следует рассматривать только устойчивый случай, так как в противном случае получим не грубую систему, в которой будут присутствовать неустойчивые процессы, не наблюдаемые по входу и выходу объекта. Выбираем степень регулятора на единицу меньше степени объекта [16–19]:

$$W_r(s) = \frac{x_1 s + x_0}{y_1 s + y_0}. \quad (2)$$

Передаточная функция (2) не изменится, если числитель и знаменатель разделить на одно и тоже число и, следовательно, можно взять $y_1 = 1$. Но все же этого делать не следует, так как при решении системы уравнений при вычислении параметров регулятора получим систему уравнений с недостаточным числом переменных.

Запишем *передаточную функцию замкнутой системы* (ПФЗС):

$$\begin{aligned} W_{cl}(s) &= \frac{n(s)x(s)}{d(s)y(s) + n(s)x(s)} = \\ &= \frac{(s^2 + 3s + 2)(x_1 s + x_0)}{\underbrace{(s^2 + 4s + 4)(y_1 s + y_0) + (s^2 + 3s + 2)(x_1 s + x_0)}_{c(s)}}. \end{aligned} \quad (3)$$

Знаменатель правой части выражения (3) – это характеристический полином замкнутой системы. Зададим корни желаемого ХПЗС равными $\{-3, -3, -3\}$:

$$\begin{aligned} (y_1 + x_1)s^3 + (4y_1 + y_0 + 3x_1 + x_0)s^2 + (4y_1 + 4y_0 + 2x_1 + 3x_0)s + 4y_0 + 2x_0 = \\ = s^3 + 9s^2 + 27s + 27. \end{aligned} \quad (4)$$

Из уравнения (4) легко получить линейное матричное уравнение $Ax = b$ [19], где вектор x включает коэффициенты регулятора:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 3 & 1 \\ 4 & 4 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}}_A \underbrace{\begin{pmatrix} y_1 \\ y_0 \\ x_1 \\ x_0 \end{pmatrix}}_x = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 9 \\ 27 \\ 27 \end{pmatrix}}_b. \quad (5)$$

Уравнение (5) неразрешимо, так как $\text{rank}(A) = 3$ и обусловленность $\text{cond}(A) = 1,16 \cdot 10^{16}$ подтверждает вырожденность матрицы A . Тем не менее попробуем найти приближенное решение, для чего перенесем вправо первый столбец из матрицы A , так как он линейно зависимый, с соответствующим неизвестным коэффициентом y_1 :

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}}_{\bar{A}} \underbrace{\begin{pmatrix} y_0 \\ x_1 \\ x_0 \end{pmatrix}}_{\bar{x}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 9 - 4y_1 \\ 27 - 4y_1 \\ 27 - 4y_1 \end{pmatrix}}_{\bar{b}}. \quad (6)$$

Из первого уравнения (6) следует, что $x_1 = 1$. Тогда в (6) матрица \bar{A} размером 4×3 преобразуется в матрицу $\bar{\bar{A}}$ размером 3×3 . После введения новых обозначений получим

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}}_{\bar{\bar{A}}} \underbrace{\begin{pmatrix} y_0 \\ x_1 \\ x_0 \end{pmatrix}}_{\bar{\bar{x}}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 9 - 4y_1 \\ 27 - 4y_1 \\ 27 - 4y_1 \end{pmatrix}}_{\bar{\bar{b}}}. \quad (7)$$

Ранг матрицы $\bar{\bar{A}}$ равен трем и обусловленность $\text{cond}(\bar{\bar{A}}) = 18,4$. Найдем решение (7):

$$\bar{\bar{x}} = \bar{\bar{A}}^{-1} \bar{\bar{b}} = (7,88 - y_1; \quad 1,12; \quad -2,25)^t,$$

откуда $y_0 = 7,88 - y_1$, $x_1 = 1,12$, $x_0 = -2,25$. Получили противоречие $x_1 = 1$ и $x_1 = 1,12$. Возьмем x_1 среднее: $x_1 = 1,06$. Тогда регулятор

$$W_r(s) = \frac{x_1 s + x_0}{y_1 s + y_0} = \frac{1,12s - 2,25}{y_1 s + (7,88 - y_1)}. \quad (8)$$

Используя (3) и (8), можем записать ПФЗС:

$$\begin{aligned} W_{cl}(s) &= \frac{(s^2 + 3s + 2)(1,06s - 2,25)}{(s^2 + 4s + 4)(y_1 s + (7,88 - y_1)) + (s^2 + 3s + 2)(1,06s - 2,25)} = \\ &= \frac{1,06s^3 + 1,11s^2 - 4,51s - 4,5}{(y_1 + 1,06)s^3 + (3y_1 + 8,99)s^2 + 27s + (27 - 4y_1)}. \end{aligned}$$

Если зададим $y_1 = 0,01$, то получим полюса замкнутой системы $-3,13 \pm 1,68i$ и -2 . Если зададим $y_1 = 0,003$, то получим корни ХПЗС $-3,16 \pm 1,66i$ и -2 . И, наконец, при $y_1 = 0$ получим корни $-3,16 \pm 1,68i$ и $-1,99$, что соответствует ПД-регулятору. Таким образом, **точное решение не получено, но приближенное решение удовлетворительное.**

2. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МНК ПРИ ПОИСКЕ ПАРАМЕТРОВ РЕГУЛЯТОРА

Уравнение (6) слева умножим на \bar{A}^t :

$$\bar{A}^t \bar{A} \bar{x} = \bar{A}^t \bar{b}$$

и подставим \bar{A} из (6):

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_0 \\ x_1 \\ x_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 \\ 9 - 4y_1 \\ 27 - 4y_1 \\ 27 - 4y_1 \end{pmatrix}.$$

Раскроем

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 33 & 11 & 21 \\ 11 & 14 & 9 \\ 21 & 9 & 14 \end{pmatrix}}_{\bar{A}} \underbrace{\begin{pmatrix} y_0 \\ x_1 \\ x_0 \end{pmatrix}}_{\bar{x}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 225 - 33y_1 \\ 82 - 11y_1 \\ 144 - 21y_1 \end{pmatrix}}_{\bar{b}}. \quad (9)$$

Итак, из выражения (9) следует $\bar{x} = \bar{A}^{-1}\bar{b}$, что позволяет найти неизвестные параметры вектора \bar{x} :

$$\bar{x} = (7,82 - y_1; 1,09; -2,15)^t. \quad (10)$$

Из уравнения (10) следует, что $y_0 = 7,82 - y_1$, $x_1 = 1,09$ и $x_0 = 2,15$. Передаточная функция регулятора будет равна

$$W_r(s) = \frac{x_1 s + x_0}{y_1 s + y_0} = \frac{1,09s - 2,15}{y_1 s + (7,82 - y_1)}.$$

Исследуем зависимость корней ХПЗС от свободного параметра y_1 , для чего выпишем передаточную функцию замкнутой системы

$$\begin{aligned} W_{cl}(s) &= \frac{(s^2 + 3s + 2)(1,09s - 2,15)}{(s^2 + 4s + 4)(y_1 s + 7,82 - y_1) + (s^2 + 3s + 2)(1,09s - 2,15)} = \\ &= \frac{1,09s^3 + 1,12s^2 - 4,27s - 4,3}{(y_1 + 1,09)s^3 + (3y_1 + 8,94)s^2 + 27s + (27 - 4y_1)}. \end{aligned}$$

На рис. 1 приведены корневые годографы при $y_1 \in [-0,3; 3]$. Например, при $y_1 = 0,04$ полюса системы равны $-3 \pm 1,67i$ и -2 , что соответствует

$$W_{cl}(s) = \frac{1,09s^3 + 1,12s^2 - 4,27s - 4,3}{1,13s^3 + 9,06s^2 + 27s + 26,84}. \quad (11)$$

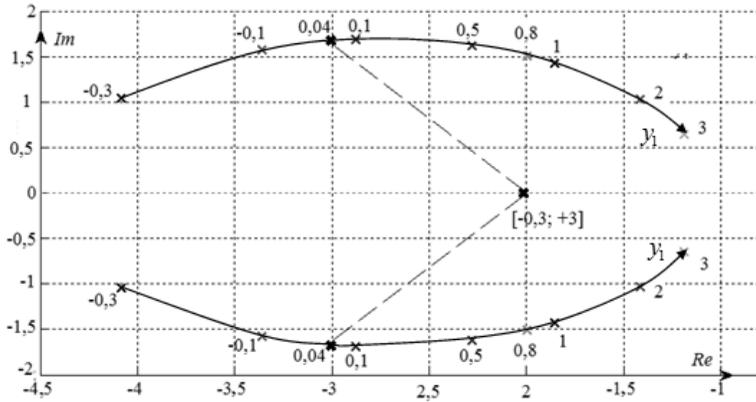


Рис. 1. Корневые годографы полюсов замкнутой системы при $y_1 \in [-0,3; 3]$

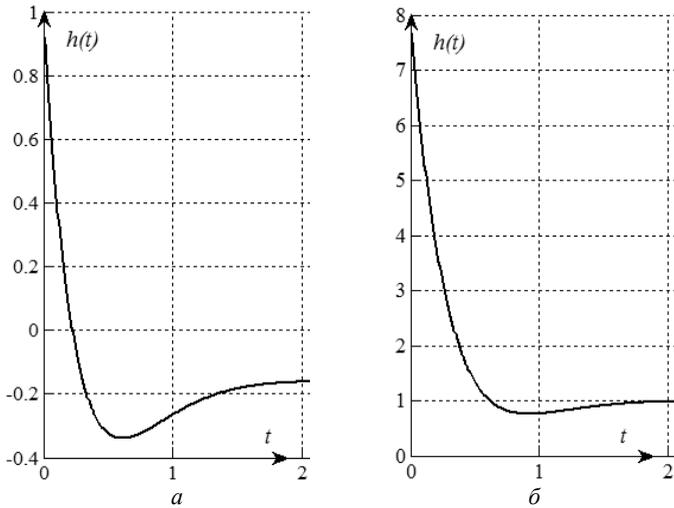


Рис. 2. Переходный процесс в системе:

a – объект в не взаимно простом виде; b – объект во взаимно простом виде

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как следует из результатов исследования, легко получить полюса системы, близкие к желаемым. Переходный процесс для этого случая приведен на рис. 2, б, откуда получаем подтверждение, что система астатическая. Кроме того, время переходного процесса равно 1,5 с и перерегулирование отсутствует. Значения $W_{cl}(0)$ и $W_{cl}(\infty)$ равны:

$$W_{cl}(0) = 1, \quad W_{cl}(s)|_{s \rightarrow \infty} = \frac{(7,79 + 19,66) / s + 11,88 / s^2}{1 + 6 / s + 11,88 / s^2} = 7,79,$$

что полностью соответствуют графику переходного процесса. Точного решения нет, но приближенное решение может быть удовлетворительным.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Для сравнения приведем расчет регулятора для объекта (1) в предположении, что общий множитель числителя и знаменателя сокращен:

$$W_{ob}(s) = \frac{n(s)}{d(s)} = \frac{s+1}{s+2}. \quad (\text{П1})$$

В отличие от случая, рассмотренного в основном тексте статьи, здесь потребуем обеспечение астатизма системы, для чего выбираем степень регулятора равным степени объекта и полагаем $y_0 = 0$ [16]:

$$W_r(s) = \frac{x_1 s + x_0}{y_1 s}. \quad (\text{П2})$$

Запишем ПФЗС:

$$W_{cl}(s) = \frac{n(s)x(s)}{d(s)y(s) + n(s)x(s)} = \frac{x_1 s^2 + (x_1 + x_0)s + x_0}{(y_1 + x_1)s^2 + (2y_1 + x_1 + x_0)s + x_0}. \quad (\text{П3})$$

Зададим корни желаемого ХПЗС в соответствии с расчетами второго раздела: $-3 \pm 1,67i$:

$$(y_1 + x_1)s^2 + (2y_1 + x_1 + x_0)s + x_0 = s^2 + 6s + 11,79.$$

Это позволяет записать систему линейных уравнений относительно неизвестных параметров регулятора

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_A \underbrace{\begin{pmatrix} y_1 \\ x_1 \\ x_0 \end{pmatrix}}_x = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 11,79 \end{pmatrix}}_b,$$

или

$$Ax = b. \quad (\text{П4})$$

Ранг матрицы A равен трем, а обусловленность – 8,34. Из уравнения (П4) определяем параметры регулятора:

$$(y_1; x_1; x_0)^t = A^{-1}b = (-6,79; 7,79; 11,79)^t.$$

Получаем регулятор

$$W_r(s) = \frac{7,79s + 11,79}{-6,79s},$$

что соответствует передаточной функции замкнутой системы

$$W_{cl}(s) = \frac{7,79s^2 + 19,66s + 11,88}{s^2 + 6s + 11,88}. \quad (\text{П5})$$

При выполнении необходимых требований взаимной простоты числителя и знаменателя объекта получаем полюса системы, незначительно отличающиеся от требуемых, что объясняется вычислениями с точностью три знака после запятой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Chen C.T.* Linear system theory and design. – 3rd ed. – New York: Oxford University Press, 1999. – 334 p.
2. *Chen C.T.* Linear system theory and design. – New York: Holt, Rinehart and Winston, 1984. – 636 p.
3. *Ким Д.П.* Теория автоматического управления. Т. 1. Линейные системы. – М.: Физматлит, 2003. – 288 с.

4. *Гайдук А.Р.* Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (полиномиальный подход). – М.: Физматлит, 2012. – 360 с.
5. *Гайдук А.Р.* Теория автоматического управления: учебник. – М.: Высшая школа, 2010. – 415 с.
6. *Воевода А.А., Шоба Е.В.* Стабилизация двухмассовой системы: модальный метод синтеза в пространстве состояний // Сборник научных трудов НГТУ. – 2010. – № 1 (59). – С. 25–34.
7. *Вороной В.В.* Полиномиальный метод расчета многоканальных регуляторов пониженного порядка: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01. – Новосибирск, 2013. – 173 с.
8. *Шоба Е.В.* Модальный метод синтеза многоканальных динамических систем с использованием полиномиального разложения: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01. – Новосибирск, 2013. – 192 с.
9. *Бобобеков К.М.* О структурных преобразованиях многоканальных линейных систем в матричном полиномиальном представлении // Научный вестник НГТУ. – 2017. – № 2 (67). – С. 7–25.
10. *Бобобеков К.М., Воевода А.А.* Синтез двухканальной системы полиномиальным методом: обеспечение астатизма // Сборник научных трудов НГТУ. – 2016. – № 1 (83). – С. 7–19.
11. *Воевода А.А.* Стабилизация двухмассовой системы: полиномиальный метод синтеза двухканальной системы // Сборник научных трудов НГТУ. – 2009. – № 4 (58). – С. 121–124.
12. *Воевода А.А.* Стабилизация двухмассовой системы: модальный метод синтеза с использованием полиномиального разложения // Научный вестник НГТУ. – 2010. – № 1 (38). – С. 195–198.
13. *Воевода А.А., Вороной В.В.* Полиномиальный метод расчета многоканальных регуляторов заданной структуры // Научный вестник НГТУ. – 2013. – № 2 (51). – С. 214–218.
14. *Воевода А.А., Бобобеков К.М.* Синтез линейных многоканальных регуляторов с использованием структурных преобразований // Вестник Астраханского государственного технического университета. – 2017. – № 3. – С. 7–20.
15. *Воевода А.А., Бобобеков К.М.* Решение линейной системы уравнений в задаче синтезе регуляторов полиномиальным методом // Интеллектуальный анализ сигналов, данных и знаний: методы и средства: сборник статей всероссийской научно-практической конференции с международным участием, Новосибирск, 14–17 ноября, 2017. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2017. – С. 244–249.
16. *Бобобеков К.М.* О нормировании полиномов знаменателей объекта и регулятора при полиномиальном методе синтеза // Сборник научных трудов НГТУ. – 2016. – № 4 (86). – С. 7–24.

17. Бобобеков К.М., Воевода А.А. Расчет параметров регулятора для стабилизации перевернутого маятника по углу отклонения // Сборник научных трудов НГТУ. – 2016. – № 3 (85). – С. 18–32.

18. Бобобеков К.М. Полиномиальный метод синтеза одноканальной двухмассовой системы // Сборник научных трудов НГТУ. – 2016. – № 4 (86). – С. 25–36.

19. Воевода А.А., Ижицкая Е.А. Стабилизация двухмассовой системы: модальный метод синтеза // Сборник научных трудов НГТУ. – 2009. – № 2 (56). – С. 3–10.

20. Воевода А.А., Бобобеков К.М. Оценка параметров перевернутого маятника в системе стабилизации углового положения // Вестник РГРТУ. – 2017. – № 3 (61). – С. 110–118.

Воевода Александр Александрович, доктор технических наук, профессор кафедры автоматике Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – управление многоканальными объектами. Имеет более 200 публикаций. E-mail: ucit@ucit.ru

Бобобеков Курбонмурод Мулломиракович, специалист по технологиям машиностроения, 2008–2013 гг. – кафедра «Технология машиностроения металлорежущих станков и инструментов» механико-технологического факультета Таджикского технического университета (ТТУ) им. акад. М.С. Осими. С 2013 по 2015 г. ассистент Таджикского технического университета. С 2015 г. аспирант кафедры автоматике Новосибирского государственного технического университета. В настоящее время специализируется в области синтеза систем управления техническими системами. Имеет более 20 публикаций. E-mail:kurbon_111@mail.ru

About the necessary conditions of existence of the solution in polynomial method of synthesis of single-channel systems *

A.A. Voevoda¹, K.M. Bobobekov²

¹Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, D. Sc. (Eng.), professor. E-mail: ucit@ucit.ru

²Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, the post-graduate student of Department Automatics. E-mail: kurbon_111@mail.ru

The problem of the polynomial method of synthesis of single-channel systems is solved in the case when the polynomials of the numerator and denominator of the object are not mutually

* Received 01 August 2017.

simple. Usually, are taken into account the constraint imposed on the mathematical description of an object in the polynomial synthesis of multichannel regulators, consisting in the requirement of mutual simplicity of the numerator and the denominator of the object's transfer function. When these conditions are met, the regulators are calculated. The necessary condition for the solvability of the synthesis problem for multichannel systems is reduced to the requirement of mutual simplicity of the polynomial matrices $D(s)$ and $N(s)$, and for one-channel systems, the mutual simplicity of $d(s)$ and $n(s)$. Using the example of a single-channel system, it is shown that if the above-stated requirement is violated, that is, in the case of a common zero and the object pole, the synthesis problem can still be solved, although the solution will be received with some error.

Keywords: linear control systems, single-channel systems, polynomial synthesis method, control object, mutually simple representation, common zeros and poles, roots of the characteristic polynomial of a closed system, transient process

DOI: 10.17212/2307-6879-2017-4-7-20

REFERENCES

1. Chen C.T. *Linear system theory and design*. 3rd ed. New York, Oxford University Press, 1999. 334 p.
2. Chen C.T. *Linear system theory and design*. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1984. 636 p.
3. Kim D.P. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya*. T. 1. *Lineinye sistemy* [The theory of automatic control. Vol. 1. Linear]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2003. 288 p.
4. Gaiduk A.R. *Teoriya i metody analiticheskogo sinteza sistem avtomaticheskogo upravleniya (polynomial'nyi podkhod)* [Theory and methods of analytical synthesis of automatic control systems (polynomial approach)]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2012. 360 p.
5. Gaiduk A.R. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya* [The theory of automatic control]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2010. 415 p.
6. Voevoda A.A., Shoba E.V. Stabilizatsiya dvukhmassovoi sistemy: modal'nyi metod sinteza v prostranstve sostoyanii [Stabilisation of two-mass system: a modal method of synthesis with using state space]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2010, no. 1 (59), pp. 25–34.
7. Voronoi V.V. *Polynomial'nyi metod rascheta mnogokanal'nykh regulyatorov ponizhennogo poryadka*. Diss. kand. tekhn. nauk [A polynomial method for calculating the multi-channel controllers low order. PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2013. 173 p.
8. Shoba E.V. *Modal'nyi metod sinteza mnogokanal'nykh dinamicheskikh sistem s ispol'zovaniem polynomial'nogo razlozheniya*. Diss. kand. tekhn. nauk [The modal method for the synthesis of multi-channel dynamic systems using a polynomial expansion. PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2013. 192 p.

9. Bobobekov K.M. O strukturnykh preobrazovaniyakh mnogokanal'nykh lineinykh sistem v matrichnom polinomial'nom predstavlenii [About structural transformations of multichannel linear systems in the matrix polynomial representation]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2017, no. 2 (67), pp. 7–25.

10. Bobobekov K.M., Voevoda A.A. Sintez dvukhkanal'noi sistemy polinomial'nym metodom: obespechenie astatizma [Synthesis of two-channel system polynomial method: ensuring astatic]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2016, no. 1 (83), pp. 7–19.

11. Voevoda A.A. Stabilizatsiya dvukhmassovoi sistemy: polinomial'nyi metod sinteza dvukhkanal'noi sistemy [Two-mass system stabilization: polynomial method of two-channel system synthesis]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2009, no. 4 (58), pp. 121–124.

12. Voevoda A.A. Stabilizatsiya dvukhmassovoi sistemy: modal'nyi metod sinteza s ispol'zovaniem polinomial'nogo razlozheniya [Stabilisation of two-mass system by a modal method of synthesis with polynomial factorization]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2010, no. 1 (38), pp. 195–198.

13. Voevoda A.A., Voronoi V.V. Polinomial'nyi metod rascheta mnogokanal'nykh regulyatorov zadannoi struktury [Polynomial method for calculating multi-channel controllers of a given structure]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 2 (51), pp. 214–218.

14. Voevoda A.A., Bobobekov K.M. Sintez lineinykh mnogokanal'nykh regulyatorov s ispol'zovaniem strukturnykh preobrazovaniy [Synthesis of linear multi-channel regulators using structural transformations]. *Vestnik Astrakhanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Vestnik of Astrakhan State Technical University*, 2017, no. 3, pp. 7–20.

15. Voevoda A.A., Bobobekov K.M. [Solution of a linear system of equations in the problem of regulator synthesis by a polynomial method]. *Intellektual'nyi analiz signalov, dannykh i znanii: metody i sredstva: sbornik statei vs Rossiiskoi nauchno-prakticheskoi konferentsii s mezhdunarodnym uchastiem [Intellectual analysis of signals, data and knowledge: methods and means: All-Russian scientific-practical conference with international participation]*, Novosibirsk, November 14–17, 2017, pp. 244–249.

16. Bobobekov K.M. O normirovani polinomov znamenatelei ob"ekta i regulyatora pri polinomial'nom metode sinteza [About rationing polynomials denomi-

nator object and regulator during polynomial method of synthesis]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2016, no. 4 (86), pp. 7–24.

17. Bobobekov K.M., Voevoda A.A. Raschet parametrov regulatora dlya stabilizatsii perevernutogo mayatnika po uglu otkloneniya [Calculation of controller parameters for the stabilization of the inverted pendulum by corner deviation]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2016, no. 3 (85), pp. 18–32.

18. Bobobekov K.M. Polinomial'nyi metod sinteza odnokanal'noi dvukhmassovoi sistemy [A polynomial method for the synthesis of single-channel two-mass system]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2016, no. 4 (86), pp. 25–36.

19. Voevoda A.A., Izhitskaya E.A. Stabilizatsiya dvukhmassovoi sistemy: modal'nyi metod sinteza [Stabilization of two-mass systems: modal synthesis method]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2009, no. 2 (56), pp. 3–10.

20. Voevoda A.A., Bobobekov K.M. Otsenka parametrov perevernutogo mayatnika v sisteme stabilizatsii uglovogo polozheniya [Inverted pendulum evaluation parameters in stabilization system of angular position]. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta – Vestnik of Ryazan State Radio Engineering University*, 2017, no. 3 (61), pp. 110–118.

Для цитирования:

Воевода А.А., Бобобеков К.М. О необходимом условии существования решения при полиномиальном методе синтеза одноканальных систем // Сборник научных трудов НГТУ. – 2017. – № 4 (90). – С. 7–20.

For citation:

Voevoda A.A., Bobobekov K.M. O neobkhodimom uslovii sushchestvovaniya resheniya pri polinomial'nom metode sinteza odnokanal'nykh sistem [About the necessary conditions of existence of the solution in polynomial method of synthesis of single-channel systems]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2017, no. 4 (90), pp. 7–20.