

УДК: 681.511.26

ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИРУЮЩЕГО ЗВЕНА ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ПЕРЕВЕРНУТЫМ МАЯТНИКОМ*

В.Ю. ФИЛЮШОВ

630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, магистрант кафедры автоматики. E-mail: filiushov.vladislav@gmail.com

Построение систем управления с использованием как можно меньшего количества датчиков является очень интересной и перспективной задачей в области автоматизации. Использование датчиков имеет несколько недостатков, главными из которых являются ошибка измерения и надежность. Также не всегда предоставляется возможность их использования для адекватного измерения переменных состояния. Для решения этих проблем на помощь приходят наблюдатели состояния. Они позволяют уменьшить необходимое количество датчиков, что может положительно сказаться на управлении объекта. В данной работе были рассмотрены простейшие наблюдатели состояния в виде реальных дифференцирующих звеньев на примере обратного маятника на тележке, для оценки скорости угла отклонения и его ускорения. В ходе исследования влияния дифференцирующих звеньев и погрешности датчика измерения угла была использована модель объекта при отсутствии момента инерции. Стабилизация маятника в вертикальном положении была реализована при помощи регулятора, состоящего из двух добавок. Первая из них служит для линеаризации исходной модели объекта при условии малых углов отклонения от вертикали. Вторая добавка служит для стабилизации получившейся линеаризованной модели. Расчет регулятора производился модальным методом синтеза. Затем были добавлены реальные дифференцирующие звенья для оценки вектора состояний. Были рассмотрены случаи известного угла и его производных и случаи только известного угла при некоторой погрешности датчика. Проанализированы данные случаи при различных начальных условиях и параметрах τ , A , ω .

Ключевые слова: перевернутый маятник, тележка, модальный синтез, дифференцирующее звено, регулятор, оценка, погрешность, синтез

DOI: 10.17212/2307-6879-2014-4-69-78

ВВЕДЕНИЕ

* Статья получена 21 августа 2014 г.

В данной работе рассмотрен объект перевернутый маятник, описанный в работе [1], при условии пренебрежения моментом инерции для случая, когда доступны измерению все компоненты вектора Θ , и для случая, когда есть возможность измерить только угол отклонения Θ . Далее будет рассмотрено влияние помехи измерения угла отклонения Θ .

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Исходный объект описывается двумя нелинейными дифференциальными уравнениями [1]:

$$\left(1 - \frac{ml}{M_t L} \cos^2 \theta\right) \ddot{\theta} - \frac{g}{L} \sin \theta + \frac{ml}{M_t L} \sin \theta \cos \theta \cdot \dot{\theta}^2 = -\frac{1}{M_t L} \cos \theta \cdot u, \quad (1)$$

$$\left(1 - \frac{ml}{M_t L} \cos^2 \theta\right) \ddot{S} - \frac{ml}{M_t} \sin \theta \dot{\theta}^2 + \frac{mgl}{M_t L} \sin \theta \cos \theta = -\frac{1}{M_t} u, \quad (2)$$

где m – масса маятника; mg – вес маятника; M – масса тележки, $M_t = m + M$; θ – отклонение маятника от вертикали; l – длина звена маятника, $L = \frac{I + ml^2}{ml}$; I – момент инерции; S – перемещение тележки. Под u понимается

заданное на положение маятника по углу Θ . Рассматривается частный случай, когда $M \neq 0$, $I = 0$, а параметры объекта [1]:

$$M = 30, \quad m = 70, \quad L = l = 1, \quad g = 10, \quad M_t = M + m = 100. \quad (3)$$

Подставив эти значения в исходные уравнения, получим

$$(1 - 0,7 \cos^2 \theta) \ddot{\theta} - 0,7 \sin \theta \dot{\theta}^2 + 7 \sin \theta \cos \theta = -0,01 u. \quad (4)$$

$$(1 - 0,7 \cos^2 \theta) \ddot{\theta} - 10 \sin \theta + 0,7 \sin \theta \cos \theta \cdot \dot{\theta}^2 = -0,01 \cos \theta \cdot u. \quad (5)$$

Рассмотрим регулятор, рассчитанный в работе [2].

Данный регулятор состоит из двух частей [9]: линеаризующей добавки и линейного стабилизирующего звена [4]. Линеаризующая добавка приводит уравнение маятника к виду

$$0,3\theta - 1\dot{\theta} = -0,01u. \quad (6)$$

Уравнение (6) – это нелинейное уравнение (4) при условии малых отклонений угла $\theta \cong 0$, $\dot{\theta} = 0$ [5].

Линеаризовывать уравнение тележки нет необходимости, так как регулятор для ее стабилизации в рамках этой статьи рассматриваться не будет.

Уравнение линеаризующей добавки [3]:

$$u = \frac{-0,01u_r + (0,7 \cos^2 \theta - 0,7)\ddot{\theta} - 10 \sin \theta + 10\dot{\theta} + 0,35 \sin \theta \cos \theta \cdot \dot{\theta}^2}{-0,01 \cos \theta}. \quad (7)$$

Уравнение линейного стабилизирующего звена [6]:

$$u_r = 450\ddot{\theta} + 3250\dot{\theta} + 3750\theta. \quad (8)$$

Стабилизирующее звено (8) было рассчитано модальным методом [8] для уравнения (6).

Будем считать, что вектор состояния Θ полностью доступен измерению со 100 %-й точностью. Построим полученную систему (рис. 1).

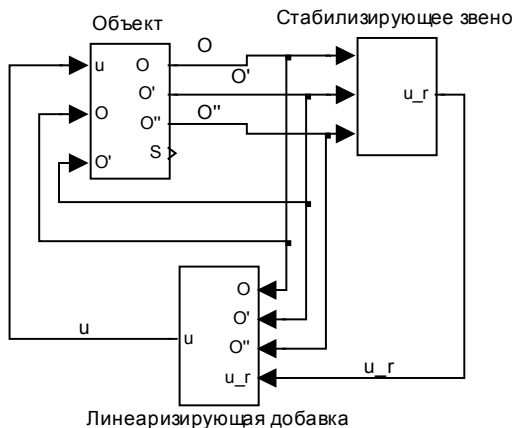


Рис. 1. Структурная схема объекта с регулятором

Далее предположим, что измерению доступен только угол отклонения маятника Θ и с некоторой точностью $\Theta_n = \Theta + A \sin \omega t$, где Θ_n – измеренный угол, а остальные составляющие вектора Θ берутся при помощи реальных дифференцирующих звеньев [10] (рис. 2 и 3).

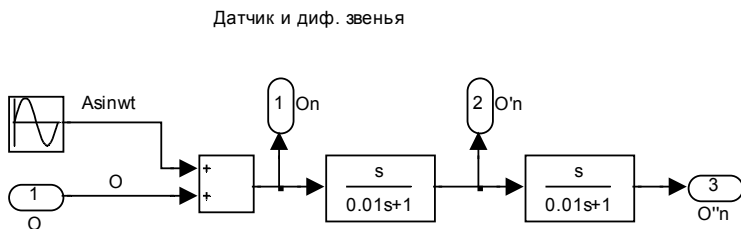


Рис. 2. Структурная схема блока «Датчик и диф. звенья»

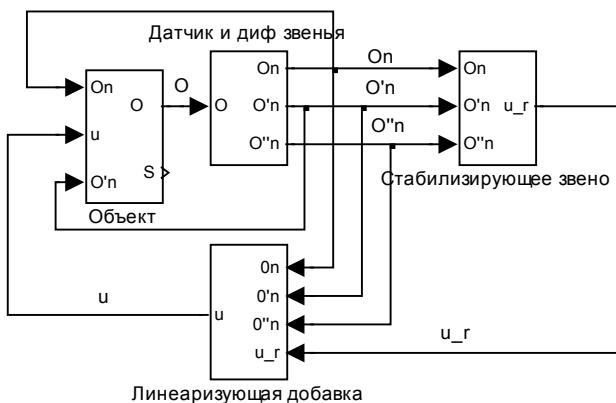


Рис. 3. Структурная схема «объект + регулятор + датчик + диф. звенья»

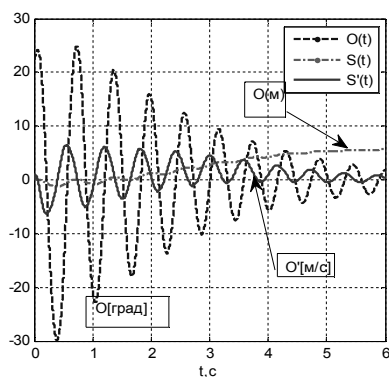


Рис. 4. Изменение угла маятника, изменение положения и скорости тележки для схемы, представленной на рис. 3

Рассмотрим переходные процессы системы (рис. 4) со всеми компонентами Θ и системы с нахождением производных угла Θ при помощи дифференцирующих звеньев для случая $A = 0$ и $\tau = 0,05$ (угол измеряется со 100 %-й точностью) (рис. 5 и 6).

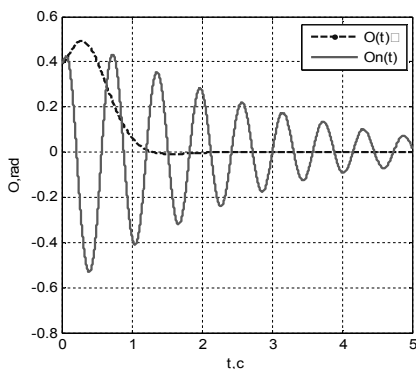


Рис. 5. Переходные процессы при $\Theta(0) = \pi/8$

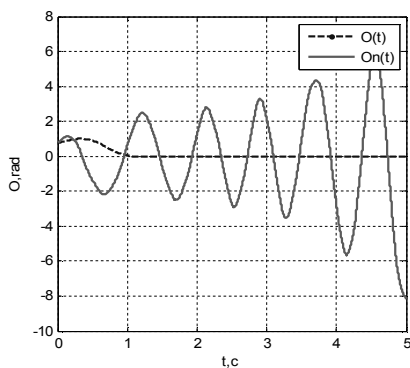


Рис. 6. Переходные процессы при $\Theta(0) = \pi/4$

Попробуем улучшить показатели дифференцирующих звеньев, изменив $\tau = 0,05$ до $\tau = 0,01$ (рис. 7 и 8).

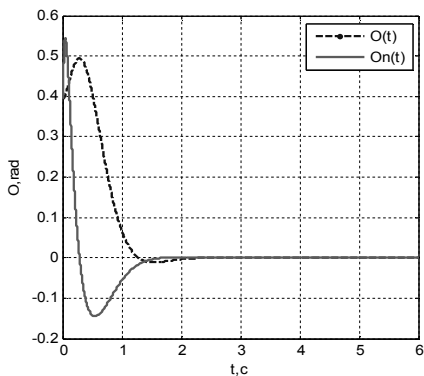


Рис. 7. Переходные процессы при $\Theta(0) = \pi/8$

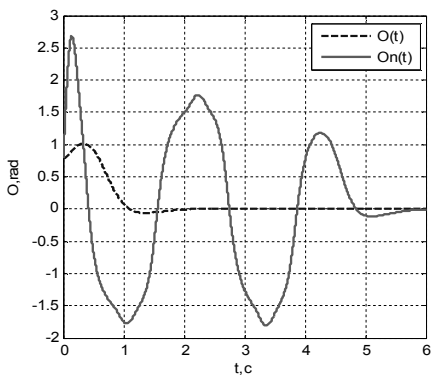


Рис. 8. Переходные процессы при $\Theta(0) = \pi/4$

Далее рассмотрим случай, когда $A \neq 0$, $\tau = 0,01$ (рис. 9 и 10).

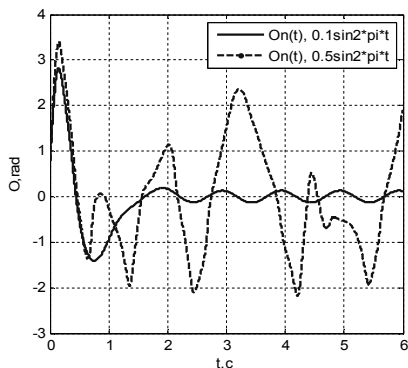


Рис. 9. Переходные процессы системы $\Theta n(t)$ при различных амплитудах погрешности, $\Theta n(0) = \pi/4$

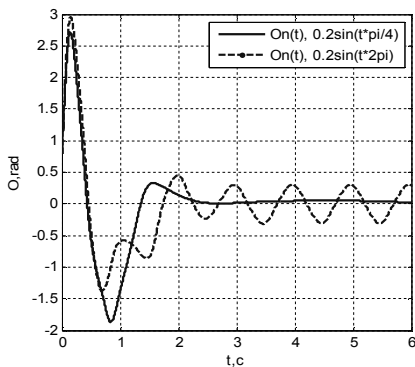


Рис. 10. Переходные процессы системы $\Theta n(t)$ при различных частотах погрешности, $\Theta n(0) = \pi/4$

Область устойчивости приведена на рис. 11.

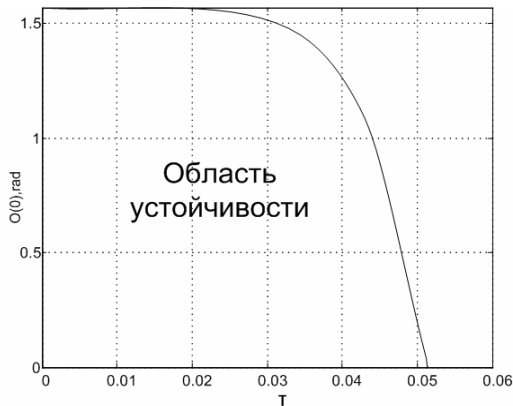


Рис. 11. Область устойчивости при $A = 0$

Очевидно, что введение в систему дифференцирующих звеньев меняет качество переходных процессов [7]. Причем длительность переходных процессов сильно зависит от начальных условий. При $\tau = 0,05$, $\Theta(0) = \pi/8$, $t_{\pi} > 5$ и при $\Theta(0) = \pi/4$ система становится неустойчивой. В лучшую сторону ситуацию меняет уменьшение τ . Так, при $\tau = 0,01$, $\Theta(0) = \pi/8$, $t_{\pi} = 1,5$ с и при $\Theta(0) = \pi/4$ $t_{\pi} = 6$ с. Казалось бы парадоксальным, но при введении ошибки измерения Θ вида $\Theta_n = \Theta + A \sin \omega t$, при удачном подборе A и ω , удастся снизить время переходного процесса. При $A = 0,2$, $\omega = \pi/4$, $\tau = 0,01$, $\Theta(0) = \pi/4$ время переходного процесса становится $t_{\pi} = 2,2$ с.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе была рассмотрена система «объект + регулятор», в которой вектор состояния брался из самого объекта, и система «объект + регулятор + датчик с дифференцирующими звеньями». Были рассмотрены случаи различных начальных условий, различных значений параметров τ , A и ω . Получена область устойчивости объекта, зависящая от $\Theta(0)$ и τ .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воевода А.А., Шоба Е.В. О модели перевернутого маятника // Сборник научных трудов НГТУ. – 2012. – № 1 (67). – С. 3–14.
2. Вороной В.В. Полиномиальный метод расчета многоканальных регуляторов пониженного порядка: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01: Защищена 22.10.2013. – Новосибирск, 2013. – 173 с.
3. Воевода А.А. Стабилизация двухмассовой системы: полиномиальный метод синтеза двухканальной системы // Сборник научных трудов НГТУ. – 2009. – № 4 (58). – С. 121–124.
4. Воевода А.А., Ижицкая Е.А. Стабилизация двухмассовой системы: модальный метод синтеза // Сборник научных трудов НГТУ. – 2009. – № 2. – С. 3–10.
5. Воевода А.А., Мелешкин А.И. Синтез регуляторов пониженного порядка // Научный вестник НГТУ. – 1997. – № 3. – С. 41–58.
6. Воевода А.А. Стабилизация двухмассовой системы: модальный метод синтеза с использованием полиномиального разложения // Научный вестник НГТУ. – 2010. – № 1. – С. 195–198.
7. Dahleh M., Dahleh M.A., Verghese G. Lectures on dynamic systems and control. – Cambridge, Massachusetts Institut of Technology, 2003. – 600 p.
8. Doyle J., Francis B., Tannenbaum A. Feedback control theory. – New York: Macmillan Publishing, 1990. – 198 p.
9. Воевода А.А., Шоба Е.В. Управление перевернутым маятником // Сборник научных трудов НГТУ. – 2012. – № 2 (68). – С. 3–14.
10. Востриков А.С., Французова Г.А. Теория автоматического регулирования: учебное пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. – 364 с. – (Учебники НГТУ).

Филюшов Владислав Юрьевич – магистрант кафедры автоматики Новосибирского государственного технического университета. Основные направления научных исследований: построение наблюдателей, исследование перевернутого маятника. Публикаций не имеет. E-mail: filiushov.vladislav@gmail.com

Applying of derivative element for control of inverted pendulum^{*}

V.Yu. Filiushov

Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marks prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, master student at the department of automation. E-mail: filiushov.vladislav@gmail.com

Designing of control systems, with minimization of sensors amount is attractive and perspective aim of automation field. Sensors applying have several problems, the main problems are measurement error and reliability of it. Also we cannot always apply them to measure variable state. The solution was found in state watchers. They could minimize amount of required sensors and it could be better for object controlling. In this paper was described the simplest state watchers (real derivative link) at example of inverted pendulum on a cart for evaluation of angle speed and acceleration of it. During the research of effect of applying derivative link and sensor's reliability error, was used model of inverted pendulum without momentum of inertia. Pendulum stabilization at vertical position was implemented by regulator that consisted of two parts. The first part was used for linearization of original object in case of little angle changing. The second part was used for stabilization of linearized object. This regulator was designed by modal method of synthesis. For measurement of state vector we have applied derivative links. We considered cases of known state vector and when we know only pendulum angle. We have analyzed this cases in different zero states and τ , ω

Keywords: inverted pendulum, cart, modal method, derivative link, regulator, implement, measurement error, synthesis

REFERENCES

1. Voevoda A.A. Shoba E.V. O modeli perevernutogo mayatnika [About model inverted pendulum]. *Sbornik nauchnyh trudov NGTU – Transaction of Scientific Papers of Novosibirsk State Technical University*, 2012, no. 1 (67), pp. 3–14.
2. Voronoi V.V. *Polinomial'nyi metod rascheta mnogokanal'nykh regulyatorov ponizhennogo poryadka*. Diss. kand. tehn. nauk [Polynomial method for calculating multi-channel controllers reduced order. PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2013. 173 p.
3. Voevoda A.A. Stabilizatsiya dvukhmassovoi sistemy: polinomial'nyi metod sinteza dvukhkanal'noi sistemy [Stabilisation of two-mass system by a polynomial method of synthesis of two-channel system]. *Sbornik nauchnyh trudov NGTU – Transaction of Scientific Papers of Novosibirsk State Technical University*, 2009, no. 4 (58), pp. 121–124.

^{*} Received 1 August 2014.

4. Voevoda A.A., Izhitskaya E.A. Stabilizatsiya dvukhmassovoi sistemy: modal'nyi metod sinteza [Stabilisation of two-mass system by a modal method of synthesis]. *Sbornik nauchnykh trudov NGTU – Transaction of Scientific Papers of Novosibirsk State Technical University*, 2009, no. 2, pp. 3–10.
5. Voevoda A.A., Meleshkin A.I. Sintez regulyatorov ponizhennogo poryadka [Sintez regulyatorov ponizhennogo poryadka]. *Nauchnyi vestnik NGTU – Science Bulletin of Novosibirsk State Technical University*, 1997, no. 3, pp. 41–58.
6. Voevoda A.A. Stabilizatsiya dvukhmassovoi sistemy: modal'nyi metod sinteza s ispol'zovaniem polinomial'nogo razlozheniya [Stabilisation of two-mass system by a modal method of synthesis with polynomial factorization] *Nauchnyi vestnik NGTU – Science Bulletin of Novosibirsk State Technical University*, 2010, no. 1, pp. 195–198.
7. Dahleh M., Dahleh M.A., Verghese G. Lectures on dynamic systems and control. Cambridge, Massachusetts Institut of Technology, 2003. 600 p.
8. Doyle J., Francis B., Tannenbaum A. Feedback control theory. New York, Macmillan Publishing, 1990. 198 p.
9. Voevoda A.A., Shoba E.V. Upravlenie perevernutym mayatnikom [About model inverted pendulum]. *Sbornik nauchnykh trudov NGTU – Transaction of Scientific Papers of Novosibirsk State Technical University*, 2012, no. 2 (68), pp. 3–14.
10. Vostrikov A.S., Frantsuzova G.A. Teoriya avtomaticheskogo regulirovaniya [Theory of automatic control]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2003. 364 p.