

УДК 519.24

## СТАБИЛИЗАЦИЯ НЕМИНИМАЛЬНО ФАЗОВОГО ОБЪЕКТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПИ-РЕГУЛЯТОРА\*

А.А. ВОЕВОДА<sup>1</sup>, Г.В. ТРОШИНА<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, доктор технических наук, профессор кафедры автоматики. E-mail: ucit@ucit.ru

<sup>2</sup> 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, кандидат технических наук, доцент кафедры вычислительной техники. E-mail: troshina@dean.cs.nstu.ru

Наличие возмущающих воздействий является характерной чертой всех практических задач теории управления. Возмущение относится к особому виду входных воздействий, которые заранее точно не известны и представляют собой неуправляемые входные сигналы. Возмущения могут приводить к нежелательным последствиям в поведении управляемых систем. В качестве примеров возмущений в системах управления можно выделить, например, порывы ветра, восходящие потоки воздуха и прочие неопределенности, влияющие на скорость летательных аппаратов. Возмущения типа шума математически моделируются на основе классической теории случайных процессов. Белый шум, или цветной шум, могут быть описаны в терминах их статистических свойств, таких как среднее значение, дисперсия, спектральная плотность. Регуляторы, используемые в качестве рабочего инструмента для решения задач управления динамическими объектами при наличии помех динамики и измерителя, оказываются весьма эффективными в противодействии возмущениям, которые сопутствуют реальным системам. В случае, если возмущения нежелательным образом влияют на поведение системы, то регулятор необходимо спроектировать так, чтобы исключить влияние возмущений на поведение системы или минимизировать влияние возмущений на поведение системы. Теория регуляторов применима к широкому классу многомерных линейных систем с параметрами. В данной работе для оценивания параметров динамического объекта предлагается методика построения информационной матрицы Фишера. Динамическая система описывается в терминах пространства состояний. Неизвестные параметры находятся в матрицах состояния, управления, возмущения. Рассматривается установившийся режим, который является полезным для решения практических задач.

**Ключевые слова:** математическая модель, идентификация, динамическая система, пространство состояний, моделирование, белый шум, регулятор, информационная матрица Фишера

DOI: 10.17212/2307-6879-2015-4-21-30

---

\*Статья получена 10 сентября 2015 г.

## ВВЕДЕНИЕ

В работах [1–21] рассматриваются методы оценивания параметров динамических объектов при наличии помех динамики и измерителя, а также вопросы, связанные с оценкой качества экспериментального материала на основе вычисления информационной матрицы Фишера в установившемся режиме. В работах [22–23] рассматриваются некоторые типы случайных процессов, используемых при активной идентификации динамических систем.

## 1. ОПИСАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ

Рассматривается устойчивая, полностью наблюдаемая и управляемая линейная дискретная динамическая система в виде [8–12]

$$x_{k+1} = \Phi x_k + \Psi u_k + \Gamma w_k,$$

$$y_{k+1} = H x_{k+1} + v_{k+1},$$

где  $x$  –  $n$ -вектор состояния,  $u$  –  $q$ -вектор управления;  $w$  –  $r$ -вектор возмущения;  $y$  –  $p$ -вектор наблюдения;  $v$  –  $p$ -вектор ошибки измерения;  $\Phi$  – матрица состояния размера  $n \times n$ ;  $\Gamma$  – матрица возмущения размера  $n \times r$ ;  $\Psi$  – матрица управления размера  $n \times q$ ;  $H$  – матрица измерения размера  $p \times n$ ;  $Q$  – неотрицательно определенная матрица ковариации вектора возмущения;  $R$  – положительно определенная матрица ковариации вектора ошибки измерения. Рассмотрим методику построения информационной матрицы Фишера, когда неизвестные параметры  $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$  находятся в различных комбинациях в матрицах  $\Phi(\theta)$ ,  $\Gamma(\theta)$ ,  $\Psi(\theta)$ . Предполагается, что все переходные процессы закончились, то есть рассматривается установившийся режим. В работах [8–12] подробно рассматриваются основные этапы построения информационной матрицы Фишера.

## 2. ПРИМЕР

На рис. 1 изображен динамический объект, который описывается следующей системой уравнений:

$$\dot{x}_1 = (v - w_1 - x_2)\alpha,$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{\tau}(-(w_2 + u)k + x_2),$$

$$y = x_2,$$

где  $u = x_1 + \beta(v - w_1 - x_2)$ .

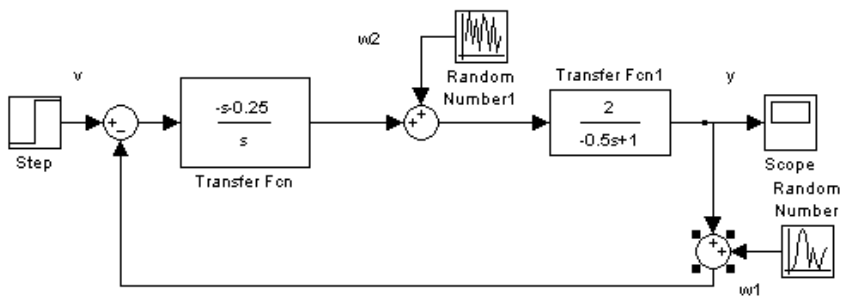


Рис. 1. Динамический объект

Проведя некоторые математические преобразования, получим систему уравнений в следующем виде:

$$\dot{x}_1 = (v - w_1 - x_2)\alpha,$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{\tau}(-(w_2 + x_1 + \beta(v - w_1 - x_2))k + x_2),$$

$$y = x_2.$$

Дальнейшие преобразования приводят к следующей системе уравнений:

$$\dot{x}_1 = -\alpha x_2 + \alpha v - \alpha w_1,$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{k}{\tau}x_1 + \frac{1}{\tau}(\beta k + 1)x_2 - \frac{\beta v k}{\tau} + \frac{\beta k}{\tau}w_1 - \frac{k}{\tau}w_2,$$

$$y = x_2.$$

Предположим, что параметры системы имеют следующий вид:

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 & -\alpha \\ -\frac{k}{\tau} & \frac{1}{\tau}(\beta k + 1) \end{pmatrix}, \quad \Psi = \begin{pmatrix} \alpha \\ -\frac{\beta k}{\tau} \end{pmatrix}, \quad \Gamma = \begin{pmatrix} -\alpha & 0 \\ \frac{\beta k}{\tau} & -\frac{k}{\tau} \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{pmatrix},$$

$$H = (0 \quad 1), \quad R = 0.$$

Пусть полюса системы будут равны  $\{-1, -1\}$ . Тогда параметры ПИ-регулятора будут следующими:  $\beta = -1$ ,  $\alpha = -0.25$ . Полагаем  $\tau = 0.5$ . Далее считаем, что параметр  $k$  является неизвестным параметром и может меняться в процессе работы системы. Необходимо идентифицировать параметр  $k$  в процессе работы. Динамическая система при заданных параметрах имеет следующий вид:

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 & 0.25 \\ -2k & -2k + 2 \end{pmatrix}, \quad \Psi = \begin{pmatrix} -0.25 \\ 2k \end{pmatrix}, \quad \Gamma = \begin{pmatrix} 0 & 0.25 \\ -2k & -2k + 2 \end{pmatrix}.$$

На рис. 2 представлен результат моделирования динамической системы в среде Simulink. Входной сигнал подается в виде «ступеньки» с периодом  $T = 6$  с.

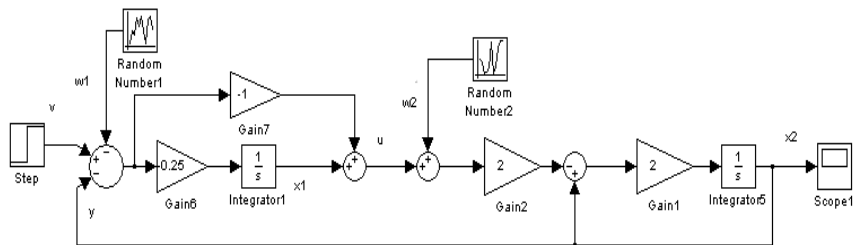


Рис. 2. Динамический объект с регулятором

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе представлен ряд вспомогательных формул, необходимых для дальнейшей работы, связанной с планированием эксперимента для идентификации параметров динамического объекта.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Острем К.* Введение в стохастическую теорию управления. – М.: Мир, 1973. – 320 с.
2. *Льонг Л.* Идентификация систем: теория для пользователя / под ред. Я.З. Цыпкина. – М.: Наука, 1991. – 432 с.
3. *Эйххофф П.* Основы идентификации систем управления: оценивание параметров и состояния. – М.: Мир, 1975. – 683 с.

4. Медич Дж. Статистически оптимальные линейные оценки и управление. – М.: Энергия, 1973. – 440 с.
5. Сейдж Э.П., Мелса Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. – М.: Связь, 1976. – 495 с.
6. Mehra R.K. Optimal input signal for parameter estimation in dynamic system – survey and new results // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1974. – Vol. AC-19, N 6. – P. 753–768.
7. Mehra R.K. On the identification of variances and adaptive Kalman filtering // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1970. – Vol. AC-15, N 2. – P. 175–184.
8. Воевода А.А., Трошина Г.В. Оценивание параметров моделей динамики и наблюдения для линейных стационарных дискретных систем с использованием информационной матрицы Фишера // Научный вестник НГТУ. – 2006. – № 3 (24). – С. 199–200.
9. Трошина Г.В. Активная идентификация линейных динамических дискретных стационарных объектов во временной области: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01 / Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск, 2007. – 171 с.
10. Трошина Г.В. Вычислительные аспекты задачи восстановления вектора состояния для модели с неточно заданными параметрами // Сборник научных трудов НГТУ. – 2008. – № 3 (53). – С. 25–34.
11. Воевода А.А., Трошина Г.В. Вычисление информационной матрицы Фишера для линейных стационарных дискретных систем с неизвестными параметрами в моделях динамики и наблюдения // Сборник научных трудов НГТУ. – 2006. – № 2 (44). – С. 29–34.
12. Трошина Г.В. D-оптимальный план эксперимента в задачах активной идентификации по данным установившегося режима для линейных стационарных дискретных систем // Наука. Промышленность. Оборона: труды VII всероссийской научно-технической конференции. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2006. – С. 445–449.
13. Трошина Г.В. О методах оценивания вектора состояния в задачах идентификации // Сборник научных трудов НГТУ. – 2012. – № 1 (67). – С. 69–78.
14. Voevoda A.A., Troshina G.V. Active identification of linear stationary dynamic object on base of the Fisher information matrix: the steady state // Proceedings of the XII International Conference "Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE–2014)", Novosibirsk, Russia, 2–4 October 2014. – Novosibirsk, 2014. – P. 745–749. – doi: 10.1109/APEIE.2014.7040785.
15. Воевода А.А., Трошина Г.В. О некоторых методах фильтрации в задаче идентификации // Сборник научных трудов НГТУ. – 2014. – № 2 (76). – С. 16–25.

16. Трошина Г.В. Об использовании фильтра Калмана при идентификации динамических систем // Сборник научных трудов НГТУ. – 2014. – № 3 (77). – С. 37–52.
17. Трошина Г.В. Об активной идентификации динамических объектов // Сборник научных трудов НГТУ. – 2014. – № 4 (78). – С. 41–52. – doi: 10.17212/2307-6879-2014-4-41-52.
18. Воевода А.А., Трошина Г.В. Об оценке вектора состояния и вектора параметров в задаче идентификации // Сборник научных трудов НГТУ. – 2014. – № 4 (78). – С. 53–68. – doi: 10.17212/2307-6879-2014-4-53-68.
19. Troshina G.V., Voevoda A.A. Parameters estimation with Fischer information matrix on the example of the control system of the inverted pendulum // International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON-2015): proceedings, Omsk, Russia, 21–23 May 2015. – Omsk, 2015. – P. 1–4. – doi: 10.1109/SIBCON.2015.7147243.
20. Трошина Г.В. Моделирование динамических объектов в среде Simulink. Ч. 1 // Сборник научных трудов НГТУ. – 2015. – № 3 (81). – С. 55–68. – doi: 10.17212/2307-6879-2015-3-55-68.
21. Воевода А.А., Трошина Г.В. Моделирование фильтра Калмана с обновленной последовательностью в среде Simulink // Сборник научных трудов НГТУ. – 2015. – № 2 (80). – С. 7–17. – doi: 10.17212/2307-6879-2015-2-7-17.
22. Рева И.Л., Трошина Г.В. Белый шум в задаче идентификации // Сборник научных трудов НГТУ. – 2015. – № 1 (79). – С. 7–22. – doi: 10.17212/2307-6879-2015-1-7-22.
23. Рева И.Л., Воевода А.А., Трошина Г.В. О некоторых типах случайных процессов // Сборник научных трудов НГТУ. – 2015. – № 2 (80). – С. 45–55. – doi: 10.17212/2307-6879-2015-2-45-55.

**Воевода Александр Александрович**, доктор технических наук, профессор кафедры автоматике Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – управление многоканальными объектами. Имеет более 200 публикаций. E-mail: ucit@ucit.ru

**Трошина Галина Васильевна**, кандидат технических наук, доцент кафедры вычислительной техники Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – идентификация динамических объектов. Имеет более 60 публикаций. E-mail: troshina@dean.cs.nstu.ru

## The stabilization of not-minimum-phase object with the PI regulator use\*

A.A. Voevoda<sup>1</sup>, G.V. Troshina<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Novosibirsk State Technical University, 20 Karl Marks Avenue, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, doctor of Technical Sciences, professor of the automation department. E-mail: ucit@ucit.ru

<sup>2</sup>Novosibirsk State Technical University, 20 Karl Marks Avenue, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, candidate of Technical Sciences, associate professor of the computer engineering department. E-mail: troshina@dean.cs.nstu.ru

Existence of the stochastic noises is characteristic feature of all practical tasks of the management theory. Stochastic noise belongs to a special type of input noises which are definitely not known in advance and represent uncontrollable input signals. Stochastic noises can lead to undesirable consequences in behavior of the operated systems. As examples of noises in control systems it is possible to allocate, for example, flaws, the ascending streams of air and other to uncertainty, influencing the aircraft speed. Stochastic noises are mathematically simulated on the basis of the classical theory of stochastic processes. White noise, or color noise, can be described in terms of their statistical properties, such as average value, dispersion, spectral density. The regulators used as the working tool for the solution of the dynamic objects management problems in the presence of the dynamics noises and measurement noises are very effective in counteraction to noises which accompany real systems. In case noises affect an undesirable effect on the system behavior, then the regulator needs to be designed so that to exclude noise effect on the system behavior, or to minimize noise effect on behavior of system. The regulators theory is applicable to a wide class of multidimensional linear systems with parameters. In this work for the dynamic object parameters estimation the construction technique of Fischer information matrix is offered. The dynamic system is described in terms of the state space. Unknown parameters are in the state matrixes, management matrixes, noises matrixes. Steady state is considered which is useful to the practical tasks solution.

**Keywords:** mathematical model, identification, dynamic system, state space, modeling, white noise, regulator, Fischer information matrix

DOI: 10.17212/2307-6879-2015-4-21-30

## REFERENCES

1. Åström K.J. *Introduction to stochastic control theory*. New York, London, Academic Press, 1970. 298 p. (Rus. ed.: Ostrem K. *Vvedenie v stokhasticheskuyu teoriyu upravleniya*. Translated from English. Moscow, Mir Publ., 1973. 320 p.).
2. Ljung L. *System identification: theory for the user*. New Jersey, Prentice Hall, 1987. 384 p. (Russ. ed.: L'yung L. *Identifikatsiya sistem. Teoriya dlya pol'zovatelya*. Translated from English. Moscow, Nauka Publ., 1991. 432 p.).

---

\* Received 10 September 2015.

3. Eykhoff P. *System identification: parameter and state estimation*. London, John Wiley & Sons, 1974. 555 p. (Russ. ed.: Eikkhoff P. *Osnovy identifikatsii sistem upravleniya: otsenivanie parametrov i sostoyaniya*. Translated from English. Moscow, Mir Publ., 1975. 680 p.).
4. Meditch J.S. *Stochastic optimal linear estimation and control*. New York, McGraw-Hill, 1969. 384 p. (Russ. ed.: Medich Dzh. *Statisticheski optimal'nye lineinye otsenki i upravlenie*. Translated from English. Moscow, Energiya Publ., 1973, 440 p.).
5. Sage A.P., Melse J.L. *Estimation theory with application to communication and control*. New York, McGraw-Hill, 1972. 540 p. (Russ. ed.: Seidzh E.P., Melsa Dzh. *Teoriya otsenivaniya i ee primeneniye v svyazi i upravlenii*. Translated from English. Moscow, Svyaz' Publ., 1976. 495 p.).
6. Mehra R.K. Optimal input signal for parameter estimation in dynamic system – survey and new results. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974, vol. AC-19, no. 6, pp. 753–768.
7. Mehra R.K. On the identification of variances and adaptive Kalman filtering. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1970, vol. AC-15, no. 2, pp. 175–184.
8. Voevoda A.A., Troshina G.V. Otsenivanie parametrov modelei dinamiki i nablyudeniya dlya lineinykh statsionarnykh diskretnykh sistem s ispol'zovaniem informatsionnoi matritsy Fishera [Parameters estimation of dynamics and supervision models for linear stationary discrete systems with use of Fischer information matrix]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2006, no. 3 (24), pp. 199–200.
9. Troshina G.V. *Aktivnaya identifikatsiya lineinykh dinamicheskikh diskretnykh statsionarnykh ob"ektov vo vremennoi oblasti*. Diss. kand. tekhn. nauk [Active identification of linear dynamic discrete stationary objects in a time domain. PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2007. 171 p.
10. Troshina G.V. Vychislitel'nye aspekty zadachi vosstanovleniya vektora sostoyaniya dlya modeli s netochno zadannymi parametrami [Computing aspects of problem of the state vector recovering for models with inexact given parameters]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2008, no. 3 (53), pp. 25–34.
11. Voevoda A.A., Troshina G.V. Vychislenie informatsionnoi matritsy Fishera dlya lineinykh statsionarnykh diskretnykh sistem s neizvestnymi parametrami v modelyakh dinamiki i nablyudeniya [Fischer information matrix calculation for linear stationary discrete systems with unknown parameters in dynamics and supervision models]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2006, no. 2 (44), pp. 29–34.



12. Troshina G.V. [D-optimum design of experiment in active identification problems on base of steady state for single-line stationary discrete systems]. *Trudy VII vserossiiskoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii "Nauka. Promyshlennost'. Oborona"* [Proceedings of the VII All-Russian Scientific and Technical Conference "Science. Industry. Defence"], Novosibirsk, 2006, pp. 445–449. (In Russian)

13. Troshina G.V. O metodakh otsenivaniya vektora sostoyaniya v zadachakh identifikatsii [About state vector estimation methods in identification problems]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2012, no. 1 (67), pp. 69–78.

14. Voevoda A.A., Troshina G.V. Active identification of linear stationary dynamic object on base of the Fisher information matrix: the steady state. *Proceedings of the XII International Conference "Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE-2014)"*, Novosibirsk, Russia, 2–4 October 2014, pp. 745–749. doi: 10.1109/APEIE.2014.7040785

15. Voevoda A.A., Troshina G.V. O nekotorykh metodakh fil'tratsii v zadache identifikatsii [About some filtration methods in the identification problem]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2014, no. 2 (76), pp. 16–25.

16. Troshina G.V. Ob ispol'zovanii fil'tra Kalmana pri identifikatsii dinamicheskikh sistem [About Kalman filter using for dynamic systems identification]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2014, no. 3 (77), pp. 37–52.

17. Troshina G.V. Ob aktivnoi identifikatsii dinamicheskikh ob'ektov [About active identification of dynamic objects]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2014, no. 4 (78), pp. 41–52. doi: 10.17212/2307-6879-2014-4-41-52

18. Voevoda A.A., Troshina G.V. Ob otsenke vektora sostoyaniya i vektora parametrov v zadache identifikatsii [About parameters vector estimation and state vector estimation in identification problem]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2014, no. 4 (78), pp. 53–68. doi: 10.17212/2307-6879-2014-4-53-68

19. Troshina G.V., Voevoda A.A. Parameters estimation with Fischer information matrix on the example of the control system of the inverted pendulum. *International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON-2015): proceedings*, Omsk, Russia, 21–23 May 2015, pp. 1–4. doi: 10.1109/SIBCON.2015.7147243

20. Troshina G.V. Modelirovanie dinamicheskikh ob"ektov v srede Simulink. Ch. 1 [The dynamic objects modelling in Simulink environment. Pt. 1]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2015, no. 3 (81), pp. 55–68. doi: 10.17212/2307-6879-2015-3-55-68
21. Voevoda A.A., Troshina G.V. Modelirovanie fil'tra Kalmana s obnovennoi posledovatel'nost'yu v srede Simulink [The modelling of the Kalman filter with the updated sequence in Simulink environment]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2015, no. 2 (80), pp. 7–17. doi: 10.17212/2307-6879-2015-2-7-17
22. Reva I.L., Troshina G.V. Belyi shum v zadache identifikatsii [White noise in the identification problem]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2015, no. 1 (79), pp. 7–22. doi: 10.17212/2307-6879-2015-1-7-22
23. Reva I.L., Voevoda A.A., Troshina G.V. O nekotorykh tipakh sluchainykh protsessov [About some types of the stochastic processes]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2015, no. 2 (80), pp. 45–55. doi: 10.17212/2307-6879-2015-2-45-55