

## ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

УДК 004.852

### **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГИБРИДНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССА РАСПОЗНАВАНИЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ, ОПИСЫВАЕМЫХ СКРЫТЫМИ МАРКОВСКИМИ МОДЕЛЯМИ\***

Т.А. ГУЛЬТЯЕВА<sup>1</sup>, А.А. ПОПОВ<sup>2</sup>, В.Е. УВАРОВ<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической и прикладной информатики. E-mail: t.gulyaeva@corp.nstu.ru

<sup>2</sup> 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, доктор технических наук, профессор кафедры теоретической и прикладной информатики. E-mail: a.porov@corp.nstu.ru

<sup>3</sup> 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, специалист математического обеспечения и администрирования информационных систем, аспирант кафедры теоретической и прикладной информатики. E-mail: uvarov.vadim42@gmail.com

Скрытые марковские модели – это популярный и эффективный инструмент, используемый в задачах машинного обучения. Однако продвижение данной методологии для решения прикладных задач сдерживается высокими вычислительными затратами. В данной работе рассматривается метод оптимизации вычислений при распознавании многомерных последовательностей, описываемых скрытыми марковскими моделями. Оптимизация вычислений осуществляется как на этапе обучения скрытой марковской модели, так и на этапе распознавания многомерных числовых последовательностей. Обучение моделей производилось с использованием алгоритма Баума-Велша, который является модификацией EM алгоритма применительно к скрытым марковским моделям. Классификация производилась на основе значения логарифма функции правдоподобия того, что последовательность была сгенерирована данной скрытой марковской моделью. Для его вычисления применялся традиционный алгоритм forward-backward. В качестве классификатора применялся также метод опорных векторов в пространстве первых производных от логарифма функции правдоподобия по параметрам скрытых марковских моделей. Для оптимизации применялись параллельные гибридные вычисления с использованием графического процессора. В качестве фреймворка для программирования параллельных гибридных вычислений использовался фреймворк OpenCL, который является кроссплатформенным и эффективным. В работе представлены результаты проведенной оптимизации: время исполнения для задач различной размерности и срав-

---

\* Статья получена 15 октября 2015 г.

нение с временем исполнения последовательного метода. Оптимизация вычислений позволила значительно ускорить процесс распознавания.

**Ключевые слова:** машинное обучение, скрытая марковская модель, гибридные вычисления, GPU, оптимизация вычислений, алгоритм Баума–Велша, forward-backward алгоритм, EM-алгоритм, классификация, распознавание, параллелизм, метод максимального правдоподобия, скрытые переменные

DOI: 10.17212/2307-6879-2015-4-42-55

## ВВЕДЕНИЕ

Скрытые марковские модели (СММ) были предложены и достаточно подробно изучены еще в 1960–1970 годах, но по-прежнему представляют большой интерес и в наше время благодаря развитию вычислительных технологий [1]. Одно из применений СММ – задача распознавания последовательностей. Использование СММ предполагает проведение большого объема вычислений, особенно на этапе обучения, которые делают последовательные вычисления на CPU (центральный процессор) достаточно затратными по времени. На помощь приходят новейшие технологии, предполагающие использование параллельных гибридных вычислений с помощью GPU (графический процессор – видеокарта) для проведения ресурсозатратных вычислений.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задача, решаемая в рамках данной работы, – это рассмотрение возможности оптимизации программной реализации алгоритмов распознавания многомерных числовых последовательностей, описываемых скрытыми марковскими моделями, через использование параллельных гибридных вычислений на видеокarte. В данной работе оптимизировались два метода распознавания многомерных числовых последовательностей: традиционный на основе логарифма функции правдоподобия (ЛФП) [2], а также метод, основанный на производных по параметрам СММ [3–8].

## 2. СКРЫТЫЕ МАРКОВСКИЕ МОДЕЛИ

Скрытым марковским процессом называют случайный процесс, который в каждый момент  $t \in \{1, \dots, T\}$  находится в одном из состояний  $s \in \{s_1, \dots, s_N\}$  и переходит в новое состояние в соответствии с некоторыми вероятностями переходов. Эти состояния скрыты от наблюдателя и проявляются лишь в некоторых закономерностях, представляющих собой последовательности

наблюдений, генерируемых в данных скрытых состояниях. В нашем случае наблюдения представляют собой многомерные вещественные векторы. Вероятности появления наблюдений при условии того, что СММ находится в конкретном скрытом состоянии, подчиняются некоторым вероятностным законам. В данном случае в качестве функции плотности вероятностей распределения элементов последовательности наблюдений используется смесь нормальных распределений с различными параметрами [9].

Для решения задачи распознавания традиционно применяется алгоритм forward-backward, используемый для вычисления логарифма функции правдоподобия того, что последовательность была сгенерирована моделью [10].

СММ  $\lambda = (\Pi, A, b)$  описывается набором параметров, а именно: вектором вероятностного распределения начального скрытого состояния  $\Pi = \{\pi_i = p(q_1 = s_i), i = \overline{1, N}\}$ , матрицей вероятностей переходов из одного скрытого состояния в другое  $A = \{a_{ij} = p(q_{t+1} = s_j | q_t = s_i), i, j = \overline{1, N}\}$ , а также функциями условной плотности распределений наблюдений  $b_i(\bar{x})$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $\bar{x} \in \mathbb{R}^Z$  в каждом скрытом состоянии. В данной работе  $q_t$  обозначает скрытое состояние в момент  $t$ . Символом  $Z$  обозначается размерность наблюдений.

Альтернативой традиционному может послужить метод, основанный на вычислении первых производных от логарифма функции правдоподобия по различным параметрам СММ. В этом случае в качестве классификатора используется метод опорных векторов, причем распознавание производится в пространстве вышеупомянутых производных. Данный подход особенно эффективен в тех случаях, когда конкурирующие СММ близки по параметрам, и при этом наблюдаемые и тестируемые последовательности подвержены различного рода искажениям [11–15].

Для решения задачи обучения применяется итерационный алгоритм Баума–Велша. Он является модификацией Expectation-Maximization (EM) алгоритма для случая СММ. Для того, чтобы можно было применить данный алгоритм, необходимо сначала выбрать некоторое начальное приближение параметров модели. На E-шаге каждой итерации вычисляется текущее значение логарифма функции правдоподобия того, что СММ сгенерировала обучающую последовательность, а на M-шаге производится корректировка параметров СММ. Баумом и его коллегами доказано, что данный алгоритм сходится к локальному максимуму функции правдоподобия. В этой связи его следует запускать с различных начальных приближений для получения оценки глобального максимума [16].

### 3. ОПИСАНИЕ СПОСОБА ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССА РАСПОЗНАВАНИЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ С ПОМОЩЬЮ СКРЫТЫХ МАРКОВСКИХ МОДЕЛЕЙ

В данной работе для оптимизации алгоритмов применялась концепция гибридных вычислений. Гибридные вычисление – это такие вычисления, которые одновременно задействуют устройства различных типов. В нашем случае центральный процессор (CPU) будет подготавливать данные, загружать их на видеокарту (GPU), организовывать расчеты на GPU, а также выгружать результаты расчетов с GPU. Видеокарта будет выполнять самую трудоемкую часть работы – непосредственно производить вычисления, предусматриваемые алгоритмами для работы с СММ.

Общеизвестно, что CPU и GPU существенно различаются по своей архитектуре и применяются для выполнения разных задач. Сложно устроенные ядра CPU по большей части применяются для управления процессами в операционной системе, назначения задач, управления ресурсами, выполнения последовательных расчетов. GPU же применяются для выполнения несложных, но больших по объему задач: изначально они применялись для обработки графики, но затем были адаптированы и для решения задач общего назначения. Главное отличие заключается в том, что GPU имеет гораздо больше вычислительных ядер, чем CPU, однако эти ядра значительно уступают по сложности, а также по производительности ядрам CPU [17]. Поскольку видеокарты больше подходят для выполнения массовых вычислительных операций, GPU алгоритм не только должен допускать параллельное исполнение в несколько потоков, но и должен позволять задавать достаточно большое число одновременно исполняемых потоков (сотни, а лучше тысячи). GPU реализация будет эффективной, если это позволяет характер задачи. К примеру, если будет необходимо производить постоянные синхронизации во время вычислений, то вряд ли такая реализация будет эффективной.

В качестве фреймворка для программирования гибридных вычислений в данной работе использовался фреймворк OpenCL [18]. Он обладает рядом достоинств, самое главное из которых – его кросс-платформенность. Он может выполняться как на различных операционных системах, так и на видеокартах различных производителей [19, 20].

Покажем общий способ организации параллельных вычислений в данной работе на примере вычисления forward части forward-backward алгоритма. Допустим, имеется  $K$  последовательностей наблюдений длиной  $T$ . Расчет прямых вероятностей производится по данным последовательностям для СММ с  $N$  скрытыми состояниями. По приведенным ниже формулам вычис-

ляются прямые (forward) вероятности  $\alpha_t(i) = P(o_1, o_2, \dots, o_t, q_t = s_i | \lambda)$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $t = \overline{1, T}$ , т. е. вероятности порождения последовательности наблюдений  $\{o_1, o_2, \dots, o_t\}$  моделью  $\lambda$  и нахождения данной модели в скрытом состоянии  $s_i$  в момент  $t$ :

1) инициализация

$$\alpha_1(i) = \pi_i b_i(o_1), \quad i = \overline{1, N};$$

2) индукция

$$\alpha_{t+1}(i) = b_i(o_{t+1}) \left[ \sum_{j=1}^N \alpha_t(j) a_{ji} \right], \quad i = \overline{1, N}, \quad t = \overline{1, T-1}.$$

По этим формулам вычисляются отмасштабированные прямые (forward) вероятности для каждой из  $K$  последовательностей. Здесь можно одновременно выполнить  $N \times K$  вычислений, где  $N$  – число состояний скрытой марковской модели. По моментам  $T$  распараллелить данные вычисления невозможно из-за рекурсии. В данном случае можно воспользоваться следующим приемом. Построим трехмерную вычислительную сетку по  $K$ ,  $T$  и  $N$ . Каждая ячейка такой сетки будет означать отдельный параллельный поток. Так как по  $T$  имеется зависимость, мы можем параллельно исполнять лишь расчеты в плоскости  $K \times N$ . Выполним последовательно вычисления в данных плоскостях вдоль измерения  $T$  для определения всех прямых вероятностей [21–23].

#### 4. ИССЛЕДОВАНИЕ КАЧЕСТВА ПРОВЕДЕННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Исследование проводилось следующим образом. Сначала по заданным СММ  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  были сгенерированы два набора обучающих последовательностей длиной  $T=100$ . Каждый набор использовался для обучения соответствующей ему модели. Также было сгенерировано два набора тестовых последовательностей длиной  $T=100$ . Последовательности из этих тестовых наборов распознавались по методу ЛФП, а также по методу на основе производных.

Взятые для исследования СММ  $\lambda_1 = (\Pi_1, A_1, b_1)$  и  $\lambda_2 = (\Pi_2, A_2, b_2)$  имели  $N=3$  скрытых состояния,  $M=3$  компонент смеси нормальных распреде-

лений, размерность наблюдений  $Z=8$ . Они имели одинаковые параметры, за исключением лишь матриц вероятностей переходов:

$$A_i = \begin{pmatrix} 0.1 + dA_i & 0.7 - dA_i & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 + dA_i & 0.6 - dA_i \\ 0.8 - dA_i & 0.1 & 0.1 + dA_i \end{pmatrix}, \quad i = \overline{1, 2}.$$

У первой модели  $dA_1 = 0$ , а у второй  $dA_2 = 0.2$ .

В табл. 1 приведено сравнение времени исполнения алгоритма Баума–Велша на обоих обучающих наборах с помощью последовательного CPU метода и оптимизированного с помощью гибридных вычислений на GPU метода при различном числе последовательностей в наборах. Время исполнения алгоритма в табл. 1 включает в себя время обучения по каждому из двух наборов. При этом количество итераций алгоритма Баума–Велша (пять) и число начальных приближений (пять) было фиксировано, чтобы на результаты исследования не влияла скорость сходимости.

Таблица 1

**Сравнение времени исполнения последовательной и оптимизированной реализации алгоритма Баума–Велша при увеличении числа последовательностей в обучающих наборах**

Число последовательностей в обучающих наборах	Время исполнения последовательной реализации, с	Время исполнения оптимизированной реализации, с	Ускорение оптимизированной реализации
100	7.42	0.9	8.2
500	37	4	9.3
1000	75.6	7.77	9.7

Таким образом, видно, что чем больше последовательностей включает в себя обучающий набор, тем более оправдано использование оптимизированного метода.

В табл. 2 приведено сравнение времени исполнения алгоритма распознавания последовательностей из тестовых наборов с помощью последовательного и оптимизированного методов при увеличении числа последовательностей в наборах. Время исполнения алгоритма распознавания в таблице включает в себя время распознавания всех последовательностей из обоих тестовых наборов.

Таблица 2

**Сравнение времени исполнения последовательной и оптимизированной реализации алгоритма распознавания при увеличении числа последовательностей в тестовых наборах**

Число последовательностей в тестовых наборах	Время исполнения последовательной реализации, с	Время исполнения оптимизированной реализации, с	Ускорение оптимизированной реализации
100	0.027	0.006	4.5
500	0.13	0.016	8.1
1000	0.28	0.027	10.4

Исходя из результатов, приведенных в табл. 2, можно заключить, что чем больше последовательностей необходимо будет распознавать за один подход, тем более значительное преимущество оптимизированный метод будет иметь по сравнению с последовательным методом.

В табл. 3 приведено сравнение времени исполнения последовательной и оптимизированной реализации алгоритма расчета производных от логарифма функции правдоподобия по каждому из параметров СММ. При этом сравнение производилось при различном числе последовательностей в тестовых наборах. Время исполнения алгоритма расчета производных в таблице включает в себя время расчета производных для всех последовательностей из обоих тестовых наборов.

Таблица 3

**Сравнение времени исполнения последовательной и оптимизированной реализации алгоритма расчета производных при увеличении числа последовательностей в тестовых наборах**

Число последовательностей в тестовых наборах	Время исполнения последовательной реализации, с	Время исполнения оптимизированной реализации, с	Ускорение оптимизированной реализации
100	0.97	0.18	5.4
500	5	1.11	4.5
1000	10.16	2.28	4.5

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате данной работы был получен метод оптимизации алгоритмов распознавания многомерных последовательностей, описываемых скрытыми марковскими моделями, с использованием гибридных вычислений на видеокартах.

Было показано, что для данных алгоритмов допустим такой способ оптимизации. Однако, следует учитывать, что оптимизированная реализация этих алгоритмов будет иметь преимущество в быстродействии по сравнению с последовательной реализацией только при условии, что имеется большое число последовательностей, которые следует либо одновременно распознать, либо использовать для обучения СММ.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Rabiner L.R.* A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition // *Proceedings of the IEEE*. – 1989. – Vol. 77. – P. 257–285.
2. *Ковалевский В.А.* Оптимальный алгоритм распознавания некоторых последовательностей изображений // *Кибернетика*. – 1967. – № 4. – С. 75–80.
3. *Гультяева Т.А.* Исследование подхода к решению задачи классификации последовательностей, представленных скрытыми марковскими моделями, с использованием инициированных этими моделями признаков: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.17. – Новосибирск, 2013. – 242 с.
4. *Гультяева Т.А., Попов А.А.* Классификация смоделированных скрытыми марковскими моделями последовательностей в многоклассовом случае // *Научный вестник НГТУ*. – 2013. – № 3 (52). – С. 40–45.
5. *Popov A.A., Gulyaeva T.A.* The classification of noisy sequences generated by similar HMMs // *Lecture Notes in Computer Science*. – 2011. – Vol. 6744. – P. 30–35.
6. Classification of observation sequences described by hidden Markov models / *T. Gulyaeva, A. Popov, V. Kokoreva, V. Uvarov* // *Applied Methods of Statistical Analysis. Nonparametric Approach: Proceedings of the International Workshop, Novosibirsk, Russia, 14–19 September 2015*. – Novosibirsk, 2015. – P. 136–144.
7. *Гультяева Т.А., Попов А.А.* Классификация последовательностей с использованием скрытых марковских моделей в условиях неточного задания их структуры // *Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика*. – 2013. – № 3 (24). – С. 57–63.

8. Гультяева Т.А., Попов А.А. Классификация зашумленных последовательностей, порожденных близкими скрытыми марковскими моделями // Научный вестник НГТУ. – 2011. – № 3. – С. 3–16.

9. Neal R.M., Beal M.J., Roweis S.T. Inferring state sequences for non-linear systems with embedded hidden Markov models // Advances in Neural Information Processing Systems 16 / ed. by S. Thrun, L.K. Saul, B. Schölkopf. – Cambridge: MIT Press, 2003. – P. 401–408.

10. Dempster A.P., Laird N.M., Rubin D.B. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm // Journal of the Royal Statistical Society. Series B. – 1977. – Vol. 39. – P. 1–38.

11. Гультяева Т.А. Особенности вычисления первых производных от логарифма функции правдоподобия для скрытых марковских моделей при длинных сигналах // Сборник научных трудов НГТУ. – 2010. – № 2 (60). – С. 39–46.

12. Robust ASR using support vector machines / R. Solera-Urena, D. Martin-Iglesias, A. Gallardo-Antolini, C. Peláez-Moreno, F. Díaz-de-María // Speech Communication. – 2007. – Vol. 49. – P. 253–267.

13. Гультяева Т.А., Попов А.А. Классификация последовательностей, порожденных близкими скрытыми марковскими моделями, при наличии шума, распределенного по закону Коши // Информатика и проблемы телекоммуникаций: материалы российской научно-технической конференции. – Новосибирск, 2011. – С. 60–62.

14. Гультяева Т.А., Попов А.А. Классификация последовательностей, смоделированных скрытыми марковскими моделями при наличии аддитивного шума // Научный вестник НГТУ. – 2012. – № 3. – С. 16–24.

15. Гультяева Т.А., Попов А.А. Классификация последовательностей, подверженных действию помех с характеристиками, зависящими от скрытых состояний // Сборник научных трудов НГТУ. – 2011. – № 1 (63). – С. 59–68.

16. Baum L.E. A maximization technique occurring in the statistical analysis of probabilistic functions of Markov chains // The Annals of Mathematical Statistics. – 1970. – Vol. 41. – P. 164–171.

17. Luebke D., Humphreys G. How GPUs work // Computer. – 2007. – Vol. 40. – P. 96–100.

18. Официальный сайт фреймворка OpenCL [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.khronos.org/opencl/> (дата обращения: 23.10.2015).

19. Munshi A., Gaster B.R., Mattson T.G. OpenCL programming guide. – Boston: Addison-Wesley Professional, 2011. – 603 p.

20. OpenCL user guide [Electronic resource]. – URL: [http://amd-dev.wpengine.netdna-cdn.com/wordpress/media/2013/12/AMD\\_OpenCL\\_Programming\\_User\\_Guide.pdf](http://amd-dev.wpengine.netdna-cdn.com/wordpress/media/2013/12/AMD_OpenCL_Programming_User_Guide.pdf) (accessed: 23.10.2015).

21. Liu C. cuHMM: a CUDA implementation of hidden Markov model: training and classification [Electronic resource]. – 2009. – URL: <https://liuchuan.org/pub/cuHMM.pdf> (accessed: 23.10.2015).

22. Gulyaeva T.A., Sautin A.S., Uvarov V.E. Graphics processing unit implementation of Hidden Markov models // 12<sup>th</sup> International Conference on Actual Problems of Electronic Instrument Engineering, APEIE–2014: proceedings: in 7 vol., Novosibirsk, Russia, 2–4 October 2014. – Novosibirsk, 2014. – Vol. 1. – P. 571–573.

23. Гультяева Т.А., Уваров В.Е. Решение на GPU задачи обучения и классификации многомерных числовых последовательностей с помощью скрытых марковских моделей // Материалы 53-й международной научной студенческой конференции МНСК–2015. Математика, Новосибирск, 11–17 апреля 2015 г. – Новосибирск, 2015. – С. 196.

**Гультяева Татьяна Александровна**, кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической и прикладной информатики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление исследований – структурные и статистические методы распознавания. Имеет более 50 публикаций. E-mail: [t.gulyaeva@corp.nstu.ru](mailto:t.gulyaeva@corp.nstu.ru).

**Попов Александр Александрович**, доктор технических наук, профессор кафедры теоретической и прикладной информатики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление исследований – статистические методы анализа данных и планирования экспериментов. Имеет более 150 научных работ, в том числе 2 монографии. E-mail: [a.porov@corp.nstu.ru](mailto:a.porov@corp.nstu.ru).

**Уваров Вадим Евгеньевич**, аспирант кафедры теоретической и прикладной информатики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление исследований – структурные и статистические методы анализа сигналов. Имеет более 10 публикаций. E-mail: [uvarov.vadim42@gmail.com](mailto:uvarov.vadim42@gmail.com).

## Using hybrid computations for optimizing the process of sequence recognizing with the use of hidden Markov models \*

T.A. Gulyaeva<sup>1</sup>, A.A. Popov<sup>2</sup>, V.E. Uvarov<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Novosibirsk state technical university, 630073, Novosibirsk, pr. K. Marksa, 20, associate professor of department of theoretical and applied informatics of Novosibirsk state technical university, candidate of technical science., E-mail: t.gulyaeva@corp.nstu.ru

<sup>2</sup> Novosibirsk state technical university, 630073, Novosibirsk, pr. K. Marksa, 20, professor of department of theoretical and applied informatics of Novosibirsk state technical university, doctor of technical sciences. E mail: a.popov@corp.nstu.ru

<sup>3</sup> Novosibirsk state technical university, 630073, Novosibirsk, pr. K. Marksa, 20, postgraduate student of department of theoretical and applied informatics of Novosibirsk state technical university, specialist in mathematical support and administration of information systems. E-mail: uvarov.vadim42@gmail.com

The hidden Markov model concept is a powerful tool for machine learning. Despite its effectiveness for practical applications, it requires massive computations that make this method slow. This paper is concerned with the method of optimizing the computations for sequence recognition with the use of hidden Markov models. Both training stage of hidden Markov models and multidimensional sequences recognition using trained models stage were optimized. Training stage was based on the Baum-Welch algorithm, which is a modification of expectation-maximization algorithm for hidden Markov models case. Recognition stage was implemented using a traditional forward-backward algorithm, which is based on calculation of likelihood of sequence being generated by a given hidden Markov model. In addition, another method for recognition was optimized, that uses support vector machine as a classifier, the classification being performed in an attribute space of first derivatives of likelihood function logarithm with respect to various hidden Markov model parameters. Hybrid computations provided by graphics processing unit were used for the optimization. OpenCL framework was used for programming of parallel hybrid computations, being cross-platform friendly and effective. Results of the optimization are presented: execution times for the tasks of different sizes and comparison with the sequential method are given. Optimized method of recognition proved to be up to 10 times faster than the sequential version.

**Keywords:** machine learning, hidden Markov model, hybrid computations, GPU, optimization of computations, Baum-Welch algorithm, forward-backward algorithm, EM-algorithm, classification, recognition, parallelism, maximum-likelihood estimation, latent variables

DOI: 10.17212/2307-6879-2015-4-42-55

---

\* Received 15 October 2015.

The work was supported by the Ministry of education of the Russian Federation in the framework of the project part of state task (project № 2.541.2014K).

## REFERENCES

1. Rabiner L.R. A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition. *Proceedings of the IEEE*, 1989, vol. 77, pp. 257–285.
2. Kovalevskii V.A. Optimal'nyi algoritm raspoznaniya nekotorykh posledovatel'nostei izobrazhenii [An optimal recognition algorithm for some sequences of patterns]. *Kibernetika – Cybernetics*, 1967, no. 4, pp. 75–80.
3. Gulyaeva T.A. Issledovanie podkhoda k resheniyu zadachi klassifikatsii posledovatel'nostei, predstavlennykh skrytymi markovskimi modelyami, s ispol'zovaniem initsirovannykh etimi modelyami priznakov. Diss. kand. tekhn. nauk [Research of an approach to the problem of sequences classification using features produced by hidden Markov models that describe these sequences. PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2013. 242 p.
4. Gulyaeva T.A., Popov A.A. Klassifikatsiya smodelirovannykh skrytymi markovskimi modelyami posledovatel'nostei v mnogoklassovom sluchae [The classification in a multiclass case of the sequences generated by hidden Markov models]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 3 (52), pp. 40–45.
5. Popov A.A., Gulyaeva T.A. The classification of noisy sequences generated by similar HMMs. *Lecture Notes in Computer Science*, 2011, vol. 6744, pp. 30–35.
6. Gulyaeva T., Popov A., Kokoreva V., Uvarov V. Classification of observation sequences described by hidden Markov models. *Applied methods of statistical analysis: nonparametric approach: proceedings of the international workshop*, Novosibirsk, Russia, 14–19 September 2015, pp. 136–144.
7. Gulyaeva T.A., Popov A.A. Klassifikatsiya posledovatel'nostei s ispol'zovaniem skrytykh markovskikh modelei v usloviyakh netochnogo zadaniya ikh struktury [Classification of sequences with use hidden markov models in the conditions of the inexact task of their structure]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*, 2013, no. 3 (24), pp. 57–63.
8. Gulyaeva T.A., Popov A.A. Klassifikatsiya zashumlennykh posledovatel'nostei, porozhdennykh blizkimi skrytymi markovskimi modelyami [The classification of noisy sequences generated by near HMMs]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2011, no. 3, pp. 3–16.
9. Neal R.M., Beal M.J., Roweis S.T. Inferring state sequences for non-linear systems with embedded hidden Markov models. *Advances in Neural Information Processing Systems 16*. Ed. by S. Thrun, L.K. Saul, B. Schölkopf. Cambridge, MIT Press, 2003, pp. 401–408.

10. Dempster A.P., Laird N.M., Rubin D.B. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B*, 1977, vol. 39, pp. 1–38.
11. Gulyaeva T.A. Osobennosti vychisleniya pervykh proizvodnykh ot logarifma funktsii pravdopodobiya dlya skrytykh markovskikh modelei pri dlinnykh signalakh [Calculation of the first derivatives from the log of likelihood function for hidden Markov models]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2010, vol. 2 (60), pp. 39–46.
12. Solera-Urena R., Martin-Iglesias D., Gallardo-Antolini A., Peláez-Moreno C, Díaz-de-María F. Robust ASR using support vector machines. *Speech Communication*, 2007, vol. 49, pp. 253–267.
13. Gulyaeva T.A., Popov A.A. [Classification of sequences produced by similar hidden Markov model with noise distributed by Cauchy law]. *Informatika i problemy telekommunikatsii: materialy rossiiskoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii* [Proceedings of Russian science and technical conference "Informatics and telecommunication problems"]. Novosibirsk, 2011, pp. 60–62. (In Russian)
14. Gulyaeva T.A., Popov A.A. Klassifikatsiya posledovatel'nostei, smodelirovannykh skrytymi markovskimi modelyami pri nalichii additivnogo shuma [The Classification of noisy sequences generated by HMMs with additive noise]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2012, no. 3, pp. 16–24.
15. Gulyaeva T.A., Popov A.A. Klassifikatsiya posledovatel'nostei, podverzhennykh deistviyu pomekh s kharakteristikami, zavisyashchimi ot skrytykh sostoyanii [The sequences classification subject to action of noise with characteristics, depending on the hidden states]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2011, no. 1 (63), pp. 59–68.
16. Baum L.E. A maximization technique occurring in the statistical analysis of probabilistic functions of Markov chains. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1970, vol. 41, pp. 164–171.
17. Luebke D., Humphreys G. How GPUs work. *Computer*, 2007, vol. 40, pp. 96–100.
18. *Official website of OpenCL framework*. Available at: <https://www.khronos.org/oclecl/> (accessed 23.10.2015)
19. Munshi A., Gaster B.R., Mattson T.G. *OpenCL programming guide*. Boston, Addison-Wesley Professional, 2011. 603 p.
20. *OpenCL user guide*. Available at: [http://amd-dev.wpengine.netdna-cdn.com/wordpress/media/2013/12/AMD\\_OpenCL\\_Programming\\_User\\_Guide.pdf](http://amd-dev.wpengine.netdna-cdn.com/wordpress/media/2013/12/AMD_OpenCL_Programming_User_Guide.pdf) (accessed 23.10.2015)

21. Liu C. *cuHMM: a CUDA implementation of hidden Markov model: training and classification*. Available at: <https://liuchuan.org/pub/cuHMM.pdf>. 2009 (accessed 23.10.2015)

22. Gulyaeva T.A., Sautin A.S., Uvarov V.E. Graphics processing unit implementation of Hidden Markov models. *12<sup>th</sup> International Conference on Actual Problems of Electronic Instrument Engineering, APEIE–2014. Proceedings*. In 7 vol., Novosibirsk, Russia, 2–4 October 2014, vol. 1, pp. 571–573.

23. Gulyaeva T.A., Uvarov V.E. [A GPU implementation of training and classification of multidimensional numeric sequences tasks using hidden Markov models]. *Materialy 53-i mezhdunarodnoi nauchnoi studencheskoi konferentsii MNSK–2015. Matematika* [Proceedings of the 53<sup>rd</sup> International Student Scientific Conference ISSK–2015. Mathematics], Novosibirsk, 11–17 April 2015, p. 196.