

УДК 621.396.949

**Уточнение координат одночастотных  
радионавигационных приемников  
на основе прогнозов групповых  
задержек радиоволн\***

А.И. АГАРЫШЕВ<sup>1</sup>, А.М. СИМОНЕНКО<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова 83, Иркутский национальный исследовательский технический университет, доктор физико-математических наук, профессор. E-mail: aai.irk@mail.ru

<sup>2</sup> 664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова 83, Иркутский национальный исследовательский технический университет, аспирант. E-mail: sima92@yandex.ru

Цель данной работы заключалась в демонстрации важности учета регулярной неоднородности ионосферы при распространении радиоволн через переходную область ионосферы и в разработке метода, позволяющего уточнить координаты одночастотных приемников всемирной навигационной системы (GPS). Для задания зависимости плотности электронов  $N$  от высоты  $h$  использовалась известная параболическая модель, дополненная экспоненциальной моделью и специальной функцией для учета условий на границе ночь–день или день–ночь. Можно отметить качественные и количественные отличия критической частоты  $f_N(h)$  для вертикального и наклонного путей. Для отношений  $f_N/f \ll 1$  можно считать, что траектория распространения радиоволны между искусственным спутником Земли и приемником является прямолинейной. Для достаточно малого участка траектории с номером  $i$  и длиной  $\Delta z$  разложить в ряд с целью выбора оптимальной длины участка траектории  $\Delta z$ . Результаты моделирования для экстремальной ситуации показали, что для большинства приложений достаточную точность даёт значение  $\Delta z = 20$  км. При дальнейшем уменьшении  $\Delta z$  отличия групповых путей наклонного распространения радиоволн не превышают 1 м. Согласно приведенным данным, для рассмотренных экстремальных ситуаций горизонтальная неоднородность ионосферы может существенно влиять на точность определения координат объекта в случае применения одночастотных приемников GPS. Разность групповых путей между ИСЗ и приемником GPS может достигать 197 м. Для повышения этой точности необходимо усовершенствовать метод коррекции ошибок, обусловленных влиянием ионосферы на групповые задержки радиоволн по сравнению с известными методами. В качестве исходных данных для этой модели будут использоваться время, географические координаты приемника GPS и ИСЗ, а также уровень активности Солнца.

**Ключевые слова:** групповая задержка радиоволн, искусственный спутник Земли, ионосфера Земли, длина траектории радиоволны, скорость света, рабочая частота, навигационный приемник, коррекция плазменной частоты ионосферы

DOI: 10.17212/1814-1196-2016-2-61-69

\* Статья получена 24 февраля 2016 г.

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время для определения координат различных объектов широко используются глобальные радионавигационные системы GPS и ГЛОНАСС, основанные на приеме радиосигналов от искусственных спутников Земли (ИСЗ) [1–3]. Одним из основных источников погрешностей определения координат объектов в этих системах является групповое запаздывание радиоволн при прохождении через ионосферу Земли. Для коррекции этого запаздывания используются методы, основанные на задании зависимости плотности электронов  $N$  от высоты  $h$  в точке, где прямая, соединяющая ИСЗ и приемник, пересекает главный максимум  $N$ , соответствующий слою  $F2$  ионосферы [4–6]. Задержки в приемниках GPS корректируются с использованием простой формулы [4], которая получена сравнительно давно и не отражает многие важные особенности реальной среды распространения радиоволн. В частности, мало внимания уделялось исследованиям влияний изменений вертикальных  $N(h)$ -профилей вдоль указанной выше прямой на групповые задержки радиоволн, в том числе не исследовано влияние положения переходной области ионосферы ночь–день (день–ночь) на эти задержки.

**Цель работы** заключается в демонстрации важности учета регулярной горизонтальной неоднородности ионосферы при распространении радиоволн через переходную область ионосферы ночь–день или день–ночь, а также в разработке метода, позволяющего уточнить координаты одночастотных приемников GPS.

Для достижения этой цели **решены задачи**: 1) разработана модель ионосферы и метод расчета, учитывающие регулярные изменения  $N$  при прохождении радиоволн через переходную область ионосферы; 2) выполнен анализ результатов расчетов групповых задержек радиоволн для различных положений этой области.

## МОДЕЛЬ ИОНОСФЕРЫ

Для задания  $N$  использована известная параболическая модель, согласно которой зависимость плазменной частоты  $f_N$  от высоты  $h$  в диапазоне  $(h_m - y_m) < h < h_m$  имеет вид [7]

$$f_N = f_O \left[ 1 - (h - h_m)^2 / y_m^2 \right]^{1/2}, \quad (1)$$

где  $f_O = (80,8N_m)^{1/2}$  – критическая частота ионосферы, соответствующая главному максимуму  $N_m$ ,  $y_m \approx 0,3h_m$  – эффективная полутолщина слоя  $F2$  ионосферы.

Для  $h < (h_m - y_m)f_N = 0$ , для  $h > h_m$  использовалась экспоненциальная модель [8]

$$f_N = f_O \left[ \exp(-\alpha(h - h_m))^2 / \left( 1 + \beta(h - h_m)^{3/2} \right) \right]^{1/2}, \quad (2)$$

где зависимости коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$  от геофизических условий задавались аналитическими выражениями (см. [9]). Зависимости  $N_m$ ,  $h_m$  от этих условий

и активности Солнца задавались на основе методики, изложенной в работе [6]. Переходная область ионосферы ночь–день моделировалась зависимостью критических частот ионосферы от расстояния  $x$ , которое отсчитывается от приемника вдоль проекции траектории радиоволны на поверхность Земли, для чего использовалась функция

$$f_0(x) = \frac{(f_{0\max} - f_{0\min})\delta_1}{\pi} \arctg \left[ (x - \mu \cdot X) \frac{K\delta_2}{X} \right] + \frac{f_{0\min} + f_{0\max}}{2}, \quad (3)$$

где  $f_{0\max}$  и  $f_{0\min}$  – максимальное и минимальное значение критической частоты;  $\delta_1, \delta_2$  – коэффициенты, формирующие переходную область ионосферы между ИСЗ и приемником;  $K$  – градиент критической частоты вдоль направления приемник–ИСЗ, значения которого не превышали по модулю 0,5 МГц/100 км;  $X$  – расстояние между приемником и проекцией ИСЗ на поверхность Земли;  $\mu$  – коэффициент, задающий положение переходной области.

Для зависимостей  $f_0(x)$ , приведенных на рис. 1, по выражениям (1)–(3) с учетом геометрических соотношений рассчитаны приведенные на рис. 2 зависимости плазменных частот  $f_N$  от высот, соответствующие прямой, которая проведена от приемника под углом  $6,1^\circ$  к горизонту. Штрихи на рис. 2 соответствуют вертикальным профилям  $f_N$ , которые рассчитаны по формулам (1) и (2) для расстояния 1354 км от приемника. Это расстояние соответствует точке пересечения указанной выше прямой и окружности, задающей высоты максимума  $N h_m = 300$  км, которые в наших расчетах не менялись вдоль проекции этой прямой на поверхность Земли.

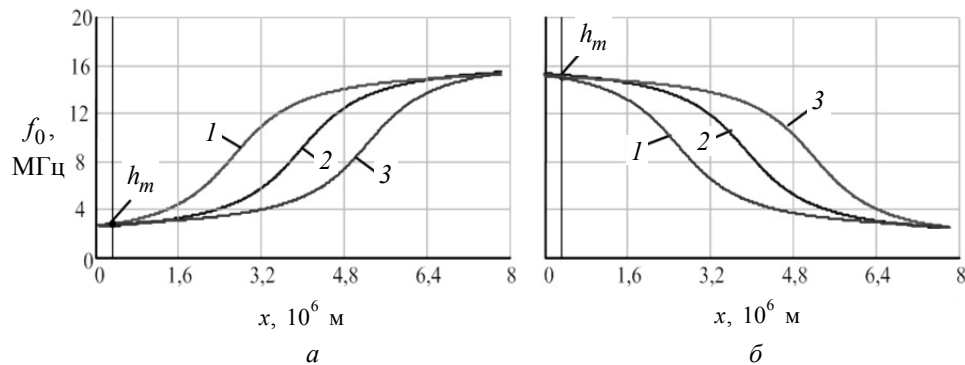


Рис. 1. Примеры зависимостей критической частоты ионосферы от координаты  $x$  вдоль поверхности Земли для различных положений переходной области

Из рис. 2 видно существенное влияние горизонтальной неоднородности в переходной области ионосферы на полное электронное содержание вдоль траектории радиоволн, которое согласно [10–12] определяет групповые задержки при распространении радиоволн. Видны также качественные и количественные отличия этого содержания для вертикального и наклонного путей, особенно для ситуации 1 на рис. 1, а (кривые 1 на рис. 2, а).

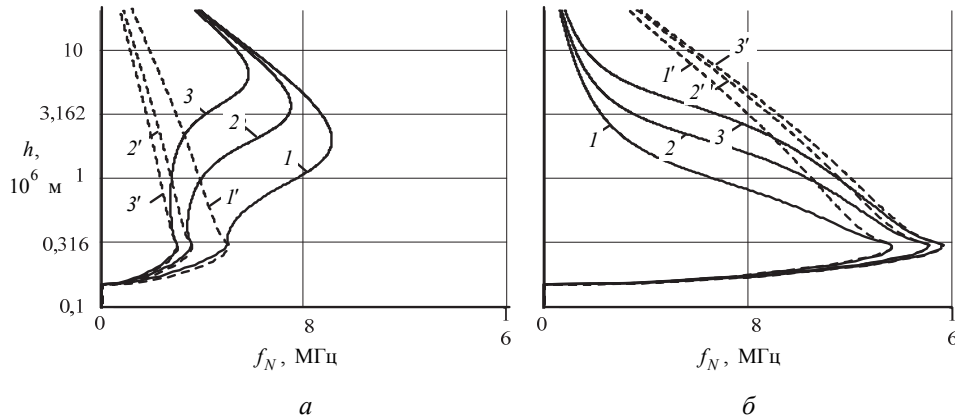


Рис. 2. Зависимости плазменных частот ионосферы от высот (логарифмический масштаб) вдоль наклонного пути (сплошные линии для ситуаций 1, 2, 3 рис. 1, а и б соответственно) и для прямой, проведенной вертикально вверх на расстоянии 1354 км от приемника (штрихи для ситуаций 1, 2, 3 рис. 1, а и б), где  $h_m = 300$  км,  $\alpha = 4,664 \cdot 10^{-4}$  км<sup>-2</sup>,  $\beta = 2,873 \cdot 10^{-3}$  км<sup>-3/2</sup>

Отметим, что расчеты, результаты которых даны на рис. 1 и 2, выполнены для условий наиболее сильного влияния переходной области ионосферы на полное электронное содержание вдоль траекторий радиоволн.

### МЕТОД РАСЧЕТА ГРУППОВЫХ ЗАДЕРЖЕК РАДИОВОЛН

В основе этой методики лежит известное выражение [13, 14]

$$t_{\text{гр}}(L) = c \int_0^L \left[ 1 - (f_N(z)/f)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} dz, \quad (4)$$

где  $c$  – скорость света,  $f$  – рабочая частота,  $L$  – длина траектории радиоволны,  $f_N$  – плазменная частота ионосферы, которая изменяется вдоль траектории распространения радиоволн в соответствии с продольной координатой  $z$ . Преобразуем это выражение для выполнения оперативных (быстродействующих) расчетов, что важно для ряда приложений.

Для отношений  $f_0/f \ll 1$ , что характерно для систем GPS и ГЛОНАСС, можно считать, что траектория распространения радиоволны между ИСЗ и приемником является прямолинейной для достаточно малого участка. На малом участке изменение траектории с номером  $i$  и длиной  $\Delta z$  можно аппроксимировать линейной зависимостью

$$f_0(z)_i = f_{0i} + (f_{0(i+1)} - f_{0i})z/\Delta z. \quad (5)$$

где  $f_0$ ,  $f_{0(i+1)}$  – критические частоты в начале и в конце участка соответственно. В этом случае интеграл (4) можно вычислить аналитически:

$$t_{\text{гр}i} = \frac{f \cdot \Delta z}{c |f_{0(i+1)} + f_{0i}|} \left[ \arcsin \left( \frac{f_{0i}}{f} \right) - \arcsin \left( \frac{f_{0(i+1)}}{f} \right) \right], \quad (6)$$

При отношениях  $f_0 / f \ll 1$  и  $f_{0(i+1)} / f \ll 1$  можно разложить  $\arcsin$  в ряд и взять первые члены [15]. Тогда формула для расчета групповой задержки радиоволн приобретает более простой вид:

$$t_{\text{гpi}} = \frac{\Delta z}{c} \left[ 1 + \frac{[f_{0(i-1)}]^2 + [f_{0(i-1)}](f_{0_i}) + (f_{0_i})^2}{6f^2} \right]. \quad (7)$$

Полное групповое время распространения рассчитывается как сумма задержек для всех участков вдоль траектории радиоволны. Для повышения быстродействия предложенного алгоритма расчетов важное значение имеет выбор оптимальной длины участка траектории  $\Delta z$ . Результаты моделирования для рассмотренной выше экстремальной ситуации показали, что для большинства приложений достаточную точность дает значение  $\Delta z = 20$  км. При дальнейшем уменьшении  $\Delta z$  отличия групповых путей наклонного распространения радиоволн не превышают 1 м. Пример на рис. 3 показывает сходимость расчетов при увеличении числа участков  $n$  длиной  $\Delta z$ , на которые делится прямолинейная траектория длиной  $L$ , где  $n = L/\Delta z$ .

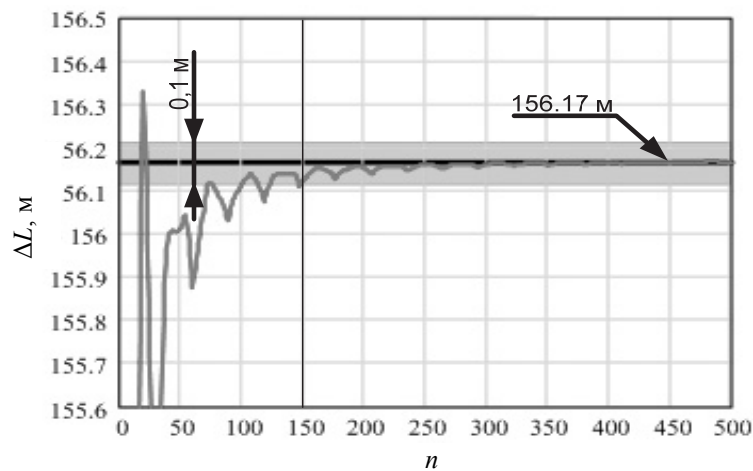


Рис. 3. Отличие группового пути радиоволны от пути в свободном пространстве  $\Delta L$  в зависимости от числа участков деления траектории  $n$

Из рис. 3 видно, где значение 156,17 м получено при  $n = 10\,000$  и что уже при  $n > 30$  погрешность вычислений не превышает 1 м.

### АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ

Изменения критических частот  $f_0$  задавались функцией (3) и показаны на рис. 1. Задавалось также расстояние между ИСЗ и приемником по поверхности Земли  $x = 7800$  км, высота ИСЗ  $H_c = 20\,350$  км и рабочая частота  $f = 1575,42$  МГц. При этом угол между прямой, соединяющей приемник с ИСЗ и земной поверхностью, составляет  $\beta = 6,1^\circ$  (см. рис. 2). Сравнение

результатов расчетов по предложенной выше методике, учитывающей горизонтальную неоднородность ионосферы, и известному методу [4, 5] приведено в таблице. С этой целью рассчитывалось расстояние  $L$  вдоль прямой, соединяющей приемник с ИСЗ, по известной тригонометрической формуле, где радиус Земли  $R_E = 6371$  км:

$$L = \sqrt{R_E^2 + (H_c + R_E)^2 - 2R_E(H_c + R_E)\cos(X / R_E)}. \quad (8)$$

Согласно известному методу [4,5], групповое время распространения радиоволны между ИСЗ рассчитывается по формуле (9), где коэффициент  $\gamma = 40,4$ , если размерность  $N$  [ $\text{м}^{-3}$ ], а частоты сигнала  $f$  – [Гц]:

$$t = \left( \frac{\gamma \cdot I_s}{f^2 \sin \beta} + L \right) / c, \quad (9)$$

где коэффициент  $\gamma = 40,4$ , а полное электронное содержание для вертикального  $N(h)$ -профиля рассчитывалось с использованием формул (2) и (3) для расстояния  $x = 1354$  км от приемника, т. е. для точки пересечения прямой, соединяющей приемник и ИСЗ, и высоты  $h_m = 300$  км:

$$I_s = \int_0^{H_c} N(h)dh. \quad (10)$$

#### Оценка влияния горизонтальной неоднородности ионосферы

Ситуации на рис. 2	1, а и 1', а	2, а и 2', а	3, а и 3', а	1, б и 1', б	2, б и 2', б	3, б и 3', б
$f_0$ , МГц для $x = 1354$ км	5,07	3,61	3,05	13,92	15,38	15,95
$t_{\text{гр}}$ , мс для известного метода	84,2597	84,2597	84,2599	84,2604	84,2605	84,2606
$t_{\text{гр}}$ , мс для разработанного алгоритма	84,2603	84,2601	84,2600	84,2598	84,2600	84,2602
Разность $t_{\text{гр}}$ , нс	591,356	469,313	315,6	-538,8	-547,9	-450,2
Разность $L$ , м	197,11	156,44	105,2	-179,6	-182,6	-150,2

Из таблицы видно, что для рассмотренных выше ситуаций горизонтальная неоднородность ионосферы может существенно влиять на точность определения координат объекта в случае применения одночастотных приемников GPS. Для повышения этой точности необходимо усовершенствовать метод коррекции ошибок, обусловленных влиянием ионосферы, на групповые задержки радиоволн по сравнению с известными методами [4, 5]. С этой целью предполагается разработать методику, основанную на представленном выше оперативном методе расчета задержек и модели, позволяющей задавать параметры ионосферы вдоль траектории, соединяющей приемник и ИСЗ. В качестве исходных данных для этой модели будут использоваться время, географические координаты приемника GPS и ИСЗ, а также уровень активности Солнца.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, показано, что применение известных методик коррекции ионосферных ошибок, основанных на предположении о горизонтальной неоднородности ионосферы вдоль траектории радиоволны, может приводить к достаточно существенным ошибкам определения координат объектов, которые в рассмотренных выше ситуациях обусловлены изменением критических частот ионосферы на границе день–ночь. Показана необходимость учета горизонтальной неоднородности ионосферы в ситуациях, когда прямая, соединяющая искусственный спутник Земли и наземный приемник, пересекает главный максимум плотности электронов вблизи переходных областей ночь–день или день–ночь.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глобальная спутниковая радионавигационная система GLONASS / под ред. В.Н. Харисова, А.И. Перова, В.А. Болдина. – М.: ИПРЖР, 1998. – 400 с.
2. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. – Изд. 4-е, перераб. и доп. – М.: Радиотехника, 2010. – 800 с.
3. *Кравцов Ю.А., Фейзулин З.И., Виноградов А.Г.* Прохождение радиоволн через атмосферу Земли. – М.: Радио и связь, 1983. – 263 с.
4. *Klobuchar J.A.* Ionospheric time-delay algorithm for singlefrequency GPS users // IEEE Transaction on Aerospace and Electronics Systems. – 1986. – Vol. AES 23 (3). – P. 325–331.
5. *Котяшкин С.И.* Определение ионосферной задержки сигналов в одночастотной аппаратуре потребителей спутниковой системы навигации NAVSTAR // Зарубежная радиоэлектроника. – 1989. – № 5. – С. 85–95.
6. *Hernández-Pajares M., Juan J.M., Sanz J.* Global observation of the ionospheric electronic response to solar events using ground and LEO GPS data // Journal of Geophysical Research. Space Physics. – 1998. – Vol. 103, iss. A9. – P. 20789–20796.
7. *Bradley P.A., Dudeney J.R.* A simple model of the vertical distribution of electron concentration in the ionosphere // Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics. – 1973. – Vol. 35, N 12. – P. 2131–2146.
8. *Афраймович Э.А., Первалова Н.П.* GPS-мониторинг верхней атмосферы Земли. – Иркутск: ГУ НЦ РВХ ВСНЦ СО РАН, 2006. – 480 с.
9. *Гуревич А.В., Цедиллина Е.Е.* Сверхдальнее распространение коротких радиоволн. – М.: Наука, 1979. – 248 с.
10. *Шебшаевич В.С.* Сетевые спутниковые радионавигационные системы. – М.: Радио и связь, 1982. – 272 с.
11. *Яковлев О.И.* Космическая радиофизика. – М.: Научная книга, 1998. – 432 с.
12. *Рождественский Д.А., Перлов А.Ю.* Аппаратно-программный комплекс трансионосферного зондирования ионосферы сигналами спутниковых радионавигационных систем // XXIV Всероссийская научная конференция «Распространение радиоволн», 29 июня – 5 июля 2014 г.: сборник докладов: в 4 т. – Иркутск, 2014. – Т. 1. – С. 304–307.
13. *Дэвис К.* Радиоволны в ионосфере. – М.: Мир, 1973. – 502 с.
14. Системы коротковолновой радиосвязи с подавлением многолучёвости сигнала / А.И. Агарышев, В.А. Агарышев, П.М. Алиев, К.И. Труднев. – Иркутск: Изд-во ИргТУ, 2009. – 160 с.
15. *Двайт Г.Б.* Таблицы интегралов и другие математические формулы. – М.: Наука, 1966. – 228 с.

*Агарышев Анатолий Иванович*, доктор физико-математических наук, профессор Иркутского национального исследовательского технического университета. Основное направление научных исследований – теория и эксперимент влияния неоднородностей среды распространения на системы радиосвязи. Имеет более 210 публикаций. E-mail: aai.irk@mail.ru

Симоненко Андрей Михайлович, аспирант кафедры радиоэлектроники и телекоммуникационных систем Иркутского национального исследовательского технического университета. Основное направление научных исследований – теория и эксперимент влияния неоднородностей среды распространения на системы навигации. Имеет 9 публикаций. E-mail: sima92@yandex.ru

### ***Refinement of coordinates of single-frequency radionavigation receivers based on predicted radio wave group delays\****

A.I. AGARYSHEV<sup>1</sup>, A.M. SIMONENKO<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Irkutsk National Research Technical University, 83, Lermontov St., Irkutsk, 664074, Russian Federation, D.Sc. (Phys.&Math.), professor. E-mail: aai.irk@mail.ru

<sup>2</sup> Irkutsk National Research Technical University, 83, Lermontov St., Irkutsk, 664074, Russian Federation, D.Sc. (Phys.&Math.), a postgraduate student. E-mail: sima92@yandex.ru

The aim of this work was to demonstrate the importance of taking into account the ionosphere regular inhomogeneity in the propagation of radio waves through the ionosphere transition region and the development of a method to specify the coordinates of single-frequency receivers of the global positioning system (GPS). A well-known parabolic model augmented by an exponential model and a special function to account for the night–day or day–night boundary conditions was used to specify the dependence of the electron density  $N$  of the height  $h$ . One can observe qualitative and quantitative differences of the critical frequency  $f_N(h)$  for vertical and oblique ways. We can assume that the trajectory of radio wave propagation between an artificial Earth satellite and the receiver is straight-line for the relationship  $f_N/f \ll 1$ . For a sufficiently small part of the trajectory with the number  $i$  and the length  $\Delta z$  and expand into series to select an optimal length of the  $\Delta z$  section of the trajectory. The simulation results for an extreme situation have shown that the value of  $\Delta z = 20$  km gives a sufficient accuracy for most applications, With a further reduction in  $\Delta z$  differences ion group paths of radio wave oblique propagation do not exceed 1 m. According to the data obtained for extreme situations the horizontal inhomogeneity of the ionosphere can greatly affect the accuracy of determining the coordinates of the object in the case of single-frequency GPS receivers. The group difference in paths between the satellite and the GPS receiver can amount to 197 m. To improve this accuracy it is necessary to improve the method of correcting errors caused by the influence of the ionosphere on the radio wave group delay in comparison with the known methods. As input data for this model time, geographic coordinates from the GPS receiver and the satellite, and the level of the Sun activity will be used.

**Keywords:** group delay of radio waves, Earth artificial satellite, Earth's ionosphere, path length of radio waves, speed of light, operating frequency, navigation receiver, correction of the ionosphere plasma frequency

DOI: 10.17212/1814-1196-2016-2-61-69

### **REFERENCES**

1. Kharisov V.N., Perov A.I., Boldin V.A., eds. *Global'naya sputnikovaya radionavigatsionnaya sistema GLONASS* [Global satellite navigation system GLONASS]. Moscow, IPRZhR Publ., 1998. 400 p.
2. Perov A.I., Kharisov V.N., eds. *GLONASS. Printsipy postroeniya i funktsionirovaniya* [GLONASS. The principles of construction and operation]. 4<sup>th</sup> ed. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2010. 800 p.

---

\* Received 24 February 2016.



3. Kravtsov Yu.A., Feizulin Z.I., Vinogradov A.G. *Prokhozhenie radiovoln cherez atmosferu Zemli* [Propagation of radio waves through the Earth's atmosphere]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1983. 263 p.
4. Klobuchar J.A. Ionospheric time-delay algorithm for singlefrequency GPS users. *IEEE Transaction on Aerospace and Electronics Systems*, 1986, vol. AES 23 (3), pp. 325–331.
5. Kotyashkin S.I. Opredelenie ionosfernoi zaderzhki signalov v odnochastotnoi apparature potrebiteli sputnikovoi sistemy navigatsii NAVSTAR [Determination of ionospheric delays of the signals in the single frequency equipment of satellite navigation system NAVSTAR]. *Zarubezhnaya radioelektronika – Foreign Radioelectronics*, 1989, no. 5, pp. 85–95.
6. Hernández-Pajares M., Juan J.M., Sanz J. Global observation of the ionospheric electronic response to solar events using ground and LEO GPS data. *Journal of Geophysical Research. Space Physics*, 1998, vol. 103, iss. A9, pp. 20789–20796.
7. Bradley P.A., Dudeney J.R. A simple model of the vertical distribution of electron concentration in the ionosphere. *Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics*, 1973, vol. 35, no. 12, pp. 2131–2146.
8. Afraimovich E.A., Perevalova N.P. *GPS-monitoring verkhnei atmosfery Zemli* [GPS-monitoring of Earth's upper atmosphere]. Irkutsk, SC RRS SB RAMS Publ., 2006. 480 p.
9. Gurevich A.V., Tsedilina E.E. *Sverkhdal'nee rasprostranenie korotkikh radiovoln* [Long-distance radiowave propagation]. Moscow, Nauka Publ., 1979. 248 p.
10. Shebshaevich V.S. *Setevye sputnikovye radionavigatsionnye sistemy* [Network satellite radio-navigation system]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1982. 272 p.
11. Yakovlev O.I. *Kosmicheskaya radiofizika* [Cosmic radiophysics]. Moscow, Nauchnaya kniga Publ., 1998. 432 p.
12. Rozhdestvenskii D.A., Perlov A.Yu. [Hardware-software complex for transionospheric sounding ionosphere using FNSS]. *XXIV Vserossiiskaya nauchnaya konferentsiya "Rasprostranenie radiovoln"*: sbornik dokladov: v 4 t. [XXIV All-Russian scientific conference "Propagation radio-wave": reports collection: in 4 vol.: in 4 vol.], Irkutsk, 29 June – 05 July 2014, vol. 1, pp. 304–307.
13. Davies K. *Ionospheric radio waves*. Waltham, MA, Blaisdell, 1969. 460 p. (Russ. ed.: Denis K. *Radiovolny v ionosfere*. Moscow, Mir Publ., 1973. 502 p.)
14. Agaryshev A.I., Agaryshev V.A., Aliev P.M., Trudnev K.I. *Sistemy korotkovolnnoi radio-svyazi s podavleniem mnogoluchevosti signala* [The system of short-wave radio with the suppression of multipath signal]. Irkutsk, IrSTU Publ., 2009. 160 p.
15. Dvait G.B. *Tablitsy integralov i drugie matematicheskie formuly* [Tables of integrals and other mathematical data]. Moscow, Nauka Publ., 1966. 228 p.