

УДК 519.24

Робастные методы повышения достоверности измерительной информации и их применение в ИИС массового прочностного эксперимента*

Ю.М. КАТРУК¹, А.Н. СЕРЬЁЗНОВ², В.А. ТРУШИН³

¹ 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, доцент кафедры защиты информации. E-mail: katruck.yura@yandex.ru

² 630051, РФ, г. Новосибирск, ул. Ползунова, 21, ФГУП СибНИИ им. С.А. Чаплыгина, доктор технических наук, профессор, научный руководитель. E-mail: sibnia@sibnia.ru

³ 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, заведующий кафедрой защиты информации. E-mail: rastr89@mail.ru

В статье рассмотрены некоторые робастные оценки параметров сдвига и масштаба, применение которых позволило резко уменьшить погрешность измерения для трех различных информационно-измерительных систем (ИИС). Из большого множества робастных оценок были выбраны L -оценки, точнее, их частные случаи: α -усеченное среднее, выборочная медиана, «сгиб», межквартильное расстояние и медианное отклонение. Такой выбор обусловлен прежде всего требованиями к массовому прочностному эксперименту: быстродействию (из-за большого числа каналов), отбраковке многочисленных импульсных помех и высокой эффективности (т. е. малой дисперсией самой оценки). В качестве примеров ИИС рассмотрены 2000-канальная тензоизмерительная ИИС К-742М, специализированная ультразвуковая система измерения перемещений УЗСИП, быстродействующая 100-канальная мультиплицированная термоизмерительная система МТИС. Специфика натурных прочностных исследований иллюстрируются, в частности, приведенными кривыми коэффициентов автокорреляции для тензометрии M -диаграммой распределения результатов измерения общих перемещений. Показано, что применение робастных процедур оценивания позволило существенно уменьшить погрешность измерения у всех трех ИИС: для многоточечной тензоизмерительной системы с 50–100 % до 2–5 % (наилучшей оказалась оценка типа «сгиб»), для многоканальной ультразвуковой системы измерения общих перемещений (на верхнем пределе измерения 5 м) – с 50 мм до 0,5 мм (α -усеченное среднее), для мультиплицированной термоизмерительной системы – с 150 % до 2 % (выборочная медиана). Таким образом, особенности массового натурального прочностного эксперимента обуславливают необходимость выбора наилучшей оценивающей процедуры для каждого конкретного случая.

Ключевые слова: робастные методы оценивания, M -оценки, R -оценки, L -оценки и др., массовый прочностной эксперимент, тензометрия, термометрия, измерение общих перемещений, помехи общего вида

DOI: 10.17212/1814-1196-2016-2-90-98

* Статья получена 03 марта 2016 г.

ВВЕДЕНИЕ

Современный прочностной эксперимент характеризуется, с одной стороны, огромным объемом измерительной информации и скоростью ее поступления, с другой – высокой интенсивностью помех как общего вида, так и импульсных. Воздействие указанных особенностей прочностного эксперимента на достоверность и точность оценивания информативных параметров в реальном масштабе времени опосредуется через тип используемой информационно-измерительной системы (ИИС) и условия ее эксплуатации. Использование традиционно распространенных методов уменьшения влияния помех, как правило, приводит либо к увеличению аппаратных затрат, либо существенно ограничивает быстродействие ИИС.

В то же время далеко не исчерпаны возможности статистико-алгоритмических методов повышения достоверности: до сих пор недостаточно, на наш взгляд, уделялось внимания исследованию свойств алгоритмов оценивания при их реализации на реальных эмпирических распределениях.

Общеизвестно, что применение традиционных методов оценивания параметров распределения случайностей во многих случаях может приводить к существенному искажению результатов измерений. Так, выборочное среднее

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

и выборочная дисперсия

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (2)$$

являются оптимальными оценками соответственно центра распределения и дисперсии для нормальных распределений x_i , но имеют высокую чувствительность даже к малым отклонениям закона распределения вероятностей x_i от нормального [1–3], а в условиях частых выбросов не только теряют эффективность, но и перестают быть состоятельными. Классические процедуры отбраковки аномальных результатов измерений (например, метод Шовене [4], предложенный им еще в 1863 г.), во первых, характеризуются чрезмерно большим объемом вычислений, что исключает их использование для получения оценок в темпе эксперимента, а во вторых, при наличии «скрытых загрязнений» «не замечают» львиную долю выбросов в выборке. От этих недостатков в значительной степени свободны робастные методы оценивания параметров, которые отстраиваются сразу от «пачек» выбросов, в отличие от «поштучных» классических методов отбраковки, и заодно имеют более высокое быстродействие.

СОПОСТАВЛЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ОЦЕНОК

В математической статистике робастными (от английского слова *gobust* – сильный, крепкий, устойчивый) принято называть методы нечувствительные или мало чувствительные к нарушениям исходных предпо-

сылок, на которых основывается построение процедур оценивания и обнаружения.

Из чрезвычайно широкого набора робастных оценок (классические M -, R -, L -оценки и многие другие [5, 6, 8–18]) наиболее подходящими для задач прочностного эксперимента представляются L -оценки как имеющие почти самую высокую эффективность, а также являющиеся простейшими по форме представления и, как следствие, имеющие высокое быстродействие.

Для получения L -оценки вначале ранжируется исходная выборка:

$$x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}, \quad (3)$$

при этом $x_{(i)}$ называется i -й порядковой статистикой.

Тогда L -оценки центра распределения a_L и параметра рассеяния σ_L есть взвешенные суммы порядковых статистик [19–21]:

$$\begin{cases} a_L = \sum_{i=1}^n M_i^{(n)} x_{(i)} & \text{при} \quad \sum_{i=1}^n M_i^{(n)} = 1, \\ \sigma_L = \sum_{i=1}^n y_i^{(n)} x_{(i)} & \sum_{i=1}^n y_i^{(n)} = 0. \end{cases} \quad (4)$$

L -оценки, наряду с их простотой получения и робастностью, привлекательны еще и тем, что соответствующий подбор весов μ и ν сразу делает их несмещенными и асимптотически эффективными (т. е. оптимальными). Следует, однако, отметить сложность и трудоемкость расчета весовых коэффициентов, входящих в систему уравнений (4). Но, во-первых, это можно сделать заранее, до эксперимента, а во-вторых свойства L -оценок не претерпевают заметных изменений при вариации весов вблизи их оптимальных значений, что дает возможность построения простых приближенных процедур почти без потерь эффективности [7].

Частными случаями L -оценок центра распределения являются:
 α -усеченное среднее

$$a_i(\alpha, n) = \frac{1}{n - [\alpha n]} \sum_{i=[\alpha n]+1}^{n[\alpha n]} x_{(i)}, \quad (5)$$

выборочная медиана

$$\text{med}\{x_i\} = \begin{cases} x_{(m+1)} & \text{при } n = 2m + 1 \\ \frac{x_{(m)} + x_{(m+1)}}{2} & \text{при } n = 2m \end{cases} \quad (6)$$

и полусумма симметричных порядковых статистик

$$\bar{a}_S = \frac{x_{(n-k)} + x_{(k+1)}}{2}. \quad (7)$$

Оценки (5–7) асимптотически нормальны и обладают достаточно высокой эффективностью и устойчивостью. Например, оценка вида (5) при

$\alpha = 0,25$ выдерживает до 25 % аномальных измерений практически без ухудшения эффективности, и вместе с тем ее собственное с.к.о. в идеальных условиях (когда выбросов нет) всего на 9 % больше с.к.о. выборочного среднего (2) [7].

Разумеется, самой устойчивой оценкой для одномодальных распределений является выборочная медиана (6).

Оценка вида (7) подкупает исключительной простотой получения. Она названа П.В. Новицким [14] вслед за Тьюки [15] «сгибом» и имеет собственную дисперсию заметно меньшую, чем соответствующее α -усеченное среднее.

Необходимо отметить, что на распределениях, имеющих хотя бы небольшую асимметрию, «сгибы» намного превосходят по эффективности оценки, в которых присутствует выборочная медиана. Это обусловлено тем, что элементы вариационного ряда (порядковые статистики) существенно коррелированы между собой даже при отсутствии корреляции в исходной выборке. Следовательно, появление в оценке любой другой порядковой статистики, даже выборочной медианы, неизбежно приводит к появлению дополнительной составляющей дисперсии такой оценки по сравнению с дисперсией «сгиба». Поэтому правомерно ожидать от «сгиба» хороших свойств на реальных распределениях.

Аналогом медианы при оценивании разброса является медианное отклонение [13]

$$\sigma_S = \text{med} \left\{ |x_i - \text{med}\{x_i\}| \right\} \frac{1}{0,6745}, \quad (8)$$

где числовой множитель устраняет смещение.

Менее робастной является оценка разброса через известное межквартильное расстояние [11]

$$\bar{\sigma}_{IC} = (x_{(n-i+1)} - x_{(i)}) 0,74, \quad (9)$$

где $i = [n/4]$, а коэффициент 0,74 устраняет смещение.

Если медианное отклонение (8) устойчиво к 50 % аномальных данных, то оценка (9) – лишь к 25 %. Поэтому в условиях экстремальных помех (например, отказ первичных преобразователей при проведении дорогостоящих прочностных экспериментов) следует, по-видимому, предпочесть оценку разброса в виде оценки (8) как наиболее устойчивую. Вместе с тем медианное отклонение имеет приблизительно в $\pi/2 \approx 1,6$ раза больше собственное с.к.о. по сравнению с межквартильным расстоянием. Как, впрочем, и с.к.о. выборочной медианы (6) по сравнению с с.к.о. усеченного среднего α (5) при $\alpha = 0,25$. Это приводит к тому, что при использовании оценок (8) и (6) необходимо увеличивать объем выборки в $\sim (1,6)^2 = 2,5$ раза для получения той же точности оценивания, что и при использовании оценок (9) и (5). Поэтому в случаях, когда выбросы относительно редки и суперустойчивости оценки не требуется, целесообразно применять оценки вида (9) и (5) как более простые и гораздо более эффективные. Необходимо также отметить, что для получения оценки (8) требуется дважды ранжировать числовые последовательности, а для получения оценки (9) – один раз, т. е. оценка (9) более «быстрая», чем оценка (8).

НЕКОТОРЫЕ ПРАКТИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Ниже приведены некоторые результаты экспериментальных исследований точностных характеристик измерительных систем различного назначения. Исследования проводились в рамках реального прочностного эксперимента при испытании авиационных конструкций.

1. *Тензоизмерительная ИИС на 2000 каналов.* Данная система предназначена для измерения сопротивлений тензодатчиков, по которым рассчитывается напряженно-деформированное состояние (НДС) конструкции. Исследовались свойства погрешности измерения тензосопротивлений.

До внедрения в практику робастных методов оценивания погрешность измерения достигала 50...100 %. Столь низкая точность была обусловлена наличием интенсивной помехи, которая имела две аддитивные составляющие. Во-первых, это гауссоподобный шум, загрязненный выбросами (10 % от общего количества отсчетов). Во-вторых, оценка автокорреляционной функции показала наличие довольно мощной периодической составляющей частотой 100 Гц. Последнее означает сильную коррелированность отсчетов (рис. 1), что, как следствие, приводит к огромным, алгоритмически неустраняемым смещениям. Для ослабления корреляции между отсчетами было предложено брать интервал дискретизации по времени равным периоду периодической составляющей помехи, т. е. 5 мс, за счет изменения алгоритма опроса датчиков входным коммутатором. Вместе с тем исследование статистических свойств рассмотренных выше робастных оценок на реальных выборках большого объема ($n = 10^3 \dots 10^4$) позволило выявить наилучшую (т. е. имеющую наименьшую дисперсию и наименьшее смещение) из них. Ею оказалась оценка типа «сгиб» при $k \cong [n/4]$.

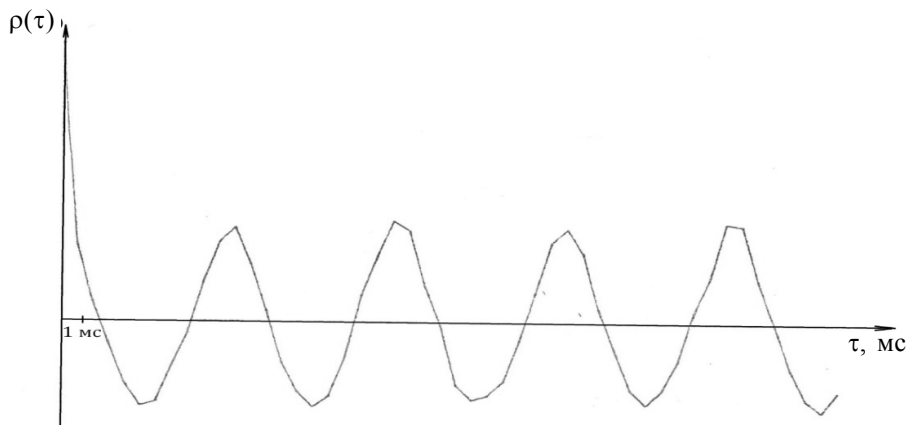


Рис. 1. Автокорреляционная функция

В итоге учет корреляционных свойств помехи и подбор наилучшей оценивающей процедуры привел к снижению погрешности до 2...5 %.

2. *Стоканальная ультразвуковая система измерения перемещений УЗСИП [22].* Данная система предназначена для измерения взаимных перемещений элементов машиностроительных конструкций, например, прогибов крыла летательного аппарата. Физической основой измерения перемещений в

УЗСИП является измерение времени распространения t_x ультразвукового колебания от излучателя до приемника, измеряемое расстояние равно $l_x = Vt_x$. При этом скорость звука V измеряется в специальном эталонном канале перед каждым рабочим измерением.

Погрешность измерения в УЗСИП формируется под воздействием ряда разнородных факторов: электрической помехи, действующей на электронные элементы, и акустической помехи, обусловленной неидентичностью скорости звука в пространственно разнесенных эталонном и рабочих каналах. Кроме того, как выявили специальные лабораторные исследования, существует 3-я, самая существенная составляющая погрешности, вызываемая сбоями уровня дискриминации на целое число волн упругого колебания. Все это приводит к тому, что вероятностное распределение результатов измерений имеет экзотический вид. Оно состоит из плотной центральной части (ядра распределения) и менее «населенных» дискретных «островов», причем расстояние от их центров до центра ядра кратно как раз длине волны ультразвука, а «размытость» всех «островов» обусловлена первыми двумя причинами (рис. 2).

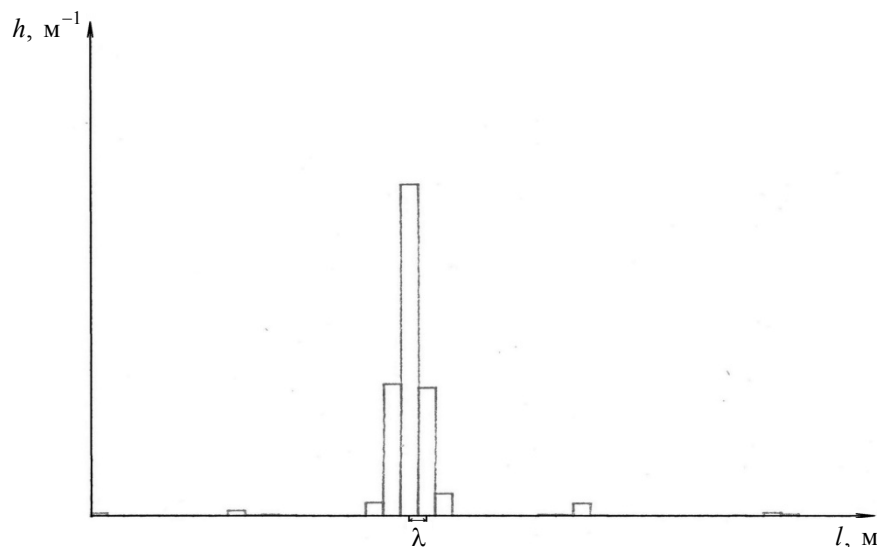


Рис. 2. Вероятностное распределение результатов измерения перемещений

Разумеется, все отсчеты, населяющие «острова», являются выбросами, число которых растет с увеличением l_x и достигает $\sim 40\%$ от общего числа измерений при достижении верхнего предела измерений ($L_x = 4 \dots 5$ м). Побороть указанное явление позволило использование α – усеченного среднего с параметрами $\alpha = 0,4$: дисперсия оценки уменьшилась почти в 1000 раз (!) по сравнению с дисперсией выборочного среднего. Использование выборочной медианы (9) дает аналогичный выигрыш в 500 раз.

3. Мультиплицированная термоизмерительная система МТИС [23], предназначенная для измерения температур быстропротекающих процессов (200°C) с помощью термопар в ста точках. В процессе измерения на входы системы, кроме полезного сигнала (ЭДС термопары), воздействует интенсивная аддитивная помеха, трансформировавшаяся из помехи общего вида. При

уровнях полезного сигнала до 40 мВ, двойной размах помехи достигает 100 мВ. В этих условиях единственно пригодной оценкой может быть только выборочная медиана. Ее применение позволило получить приемлемые значения погрешности во всем диапазоне температур 1...3 %.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Массовый натурный прочностной эксперимент характеризуется наличием различного вида помех высокой интенсивности, что обуславливает необходимость выбора наилучшей оценивающей процедуры для каждого конкретного случая.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Еришов А.А. Стабильные методы оценки параметров (обзор) // Автоматика и телемеханика. – 1978. – № 8. – С. 66–100.
2. Кассам С.А., Пур Г.В. Робастные методы обработки сигналов: обзор // ТИИЭР. – 1985. – Т. 73, № 3. – С. 54–110.
3. Стогов Г.В., Макишанов А.В., Мусаев А.А. Устойчивые методы обработки результатов измерений: обзор // Зарубежная радиоэлектроника. – 1982. – № 9. – С. 3–47.
4. Тейлор Дж. Введение в теорию ошибок / пер. с англ. Л.Г. Деденко. – М.: Мир, 1985. – 272 с.
5. Хьюбер П.Дж. Робастность в статистике. – М.: Мир, 1983.
6. Цыпкин Я.З., Поляк Б.Т. Огрубленный метод максимального правдоподобия // Динамика систем: межвузовский сборник. – Горький, 1977. – № 12. – С. 22–40.
7. Введение в теорию порядковых статистик / под ред. А.Е. Сархана и Б.Г. Гринберга; пер. с англ. под ред. А.Я. Боярского. – М.: Статистика, 1970. – 414 с.
8. Дэвид Г. Порядковые статистики / пер. с англ. В.А. Егорова, В.Б. Невзорова; под ред. В.В. Петрова. – М.: Наука, 1979. – 336 с.
9. Боярский Э.А. Порядковые статистики. – М.: Статистика, 1972. – 119 с.
10. Tukey J.W. The future of data analysis // The Annals of Mathematical Statistics. – 1962. – Vol. 33. – P. 1–67.
11. Джонсон Н., Лион Ф. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке: методы обработки данных: пер. с англ. / под ред. Э.К. Лецкого. – М.: Мир, 1980. – 610 с.
12. Martin R.D., Masreliez C.J. Robust estimation via stochastic approximation // IEEE Transactions on Information Theory. – 1975. – Vol. IT-21. – P. 263–271.
13. Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений: преобразования имедианных фильтров / под ред. Т.С. Хуанга; пер. с англ. под ред. Л.П. Ярославского. – М.: Радио и связь, 1984. – 224 с.
14. Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценки погрешности результатов измерений. – Л.: Энергоатомиздат, 1985. – 248 с.
15. Тьюки Дж. Анализ результатов наблюдений: разведочный анализ. – М.: Мир, 1981. – 693 с.
16. Quenouille M.N. Notes on bias in estimation // Biometrika. – 1956. – Vol. 43. – P. 353–360.
17. Miller R.G. A trustworthy jackknife // The Annals of Mathematical Statistics. – 1964. – Vol. 35. – P. 1594–1605.
18. Miller R.G. Jackknifing variances // The Annals of Mathematical Statistics. – 1968. – Vol. 39. – P. 567–582.
19. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. – М.: Физматгиз, 2006. – 816 с.
20. Крянев А.В., Лукин Г.В., Удуюян Д.К. Метрический анализ и обработка данных. – М.: Физматлит, 2012. – 312 с.
21. Хищенко В.Е. Робастные методы оценивания. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2008. – 50 с.
22. Адов В.Т. Многоканальная ультразвуковая система измерения перемещений // Проблемы автоматизации в прочностном эксперименте. – М.: Волна, 1986. – С. 98–100.
23. Применение мультиплицированных ИС для сбора и ассоциативной обработки информации при теплопрочностных испытаниях / А.В. Апыхтин, В.А. Трушин и др. // Проблемы автоматизации в прочностном эксперименте. – М.: Волна, 1984. – С. 42–47.

Катрук Юрий Михайлович, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, доцент кафедры защиты информации факультета автоматики и вычислительной техники Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – оценка статистических характеристик случайных процессов. Имеет 50 публикаций. E-mail: katruck.yura@yandex.ru

Серьёзов Алексей Николаевич, доктор технических наук, профессор, научный руководитель ФГУП СибНИА им. С.А. Чаплыгина. Основное направление научных исследований – системы автоматизации экспериментальных исследований и испытаний. Имеет более 200 публикаций, в том числе 12 монографий и 54 патента. Лауреат премии СовМина СССР, Лауреат премии им. А.Н. Косыгина. E-mail: sibnia@sibnia.ru

Трушин Виктор Александрович, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, заведующий кафедрой защиты информации факультета автоматики и вычислительной техники Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – информационно-измерительные системы, защита информации. Имеет более 100 публикаций, в том числе одну монографию, 22 патента. E-mail: rastr89@mail.ru

Robust methods to improve the reliability of measurement information and their application in IMS mass strength experiments*

Yu.M. KATRUK¹, A.N. SERIYOZNOV², V.A. TRUSHIN³

¹ *Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, senior lecturer. E-mail: katruck.yura@yandex.ru*

² *Federal State Unitary Enterprise SibNIA named after S.A. Chaplygin, 21 Polzunov St, Novosibirsk, 630051, Russian Federation, scientific director. E-mail: sibnia@sibnia.ru*

³ *Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, PhD (Eng.), senior research associate. E-mail: rastr89@mail.ru*

The article discusses some robust estimates of the parameters of shift and scale, the application of which made it possible to dramatically reduce a measurement error for three different information-measuring systems (IMS). Such estimators as L-estimates, or rather their particular cases: an α - trimmed average, a sample median, a bend, an interquartile distance and median deviation were chosen out of a great number of robust estimators. This choice is motivated primarily by the requirements for mass strength experiment: performance (due to a large number of channels), numerous rejections of impulse noises and high efficiency (i.e. low variance of the estimates). The 2000-channel strain measurement system RIS K-742M; a specialized ultrasonic displacement measuring system (UDMS); a high-speed 100-channel multiplexed thermometer system (MTS) are given as examples. The specificity of full-scale strength studies is illustrated by reduced curves of autocorrelation coefficients for strain measurement and by a distribution graph of the results of the overall displacement measurements. It is shown that the use of robust estimation procedures made it possible to significantly reduce a measurement error in all the three IMSs: for a multipoint strain measurement system from 50-100% to 2-5% (the bend type estimate was the best one), for a multi-channel ultrasonic system measuring overall displacements (at the upper measurement limit of 5 m) from 50 mm to 0.5 mm (an α -truncated mean) and for a multiplexed thermometer system from 150% to 2% (a sample median). Thus, peculiarities of full-scale strength experiments dictate the necessity of choosing the best estimation procedure for every specific case.

Keywords: robust estimation methods, M-estimation, R-estimation, L-estimation, mass strength experiment, strain measurement, thermometry, overall displacement measurement, general form of interference

DOI: 10.17212/1814-1196-2016-2-90-98

* Received 03 March 2016.

REFERENCES

1. Ershov A.A. Stabil'nye metody otsenki parametrov (obzor) [Stable methods of parameter estimation (a review)]. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Remote Control*, 1978, no. 8, pp. 66–100.
2. Kassam S.A., Poor H.V. Robastnye metody obrabotki signalov: obzor [Robust techniques for signal processing: a survey]. *TIIEE – Proceedings of the IEEE*, 1985, vol. 73, no. 3, pp. 54–110. (In Russian)
3. Stogov G.V., Makshanov A.V., Musaev A.A. Ustoichivye metody obrabotki rezul'tatov izmerenii: obzor [Sustainable methods of processing of results of measurements: a review]. *Zarubezhnaya radioelektronika – Foreign Radioelectronics*, 1982, no. 9, pp. 3–47.
4. Taylor J.R. *An introduction to error analysis: the study of uncertainties in physical measurements*. Mill Valley, CA, University Science Books, 1982. 270 p. (Russ. ed.: Teilor Dzh. *Vvedenie v teoriyu oshibok*. Translation from English L.G. Dedenko. Moscow, Mir Publ., 1985. 272 p.).
5. Huber P.J. *Robust statistics*. New York, Wiley, 1981. 308 p. (Russ. ed.: Kh'yuber P.Dzh. *Robastnost' v statistike*. Translation from English. Moscow, Mir Publ., 1983. 304 p.).
6. Tsypkin Ya.Z., Polyak B.T. [Coarsened maximum likelihood method]. *Dinamika sistem: mezhvuzovskii sbornik* [Dynamics of systems: interuniversity collection]. Gor'kii, 1977, no. 12, pp. 22–40.
7. Sarhan A.E., Greenberg B.G., eds. *Contributions to order statistics*. New York, London, Wiley, 1962. 482 p. (Russ. ed.: *Vvedenie v teoriyu porjadkovykh statistik*. Translated from English ed. by A.Y. Bovarskii. Moscow, Statistika Publ., 1970. 414 p.).
8. David H.A. *Order statistics*. New York, Wiley, 1970. 272 p. (Russ. ed.: Deivid G. *Poryadkovye statistiki*. Translated from English ed. by V.V. Petrov. Moscow, Nauka Publ., 1979. 336 p.).
9. Bovarskii E.A. *Poryadkovye statistiki* [Order statistics]. Moscow, Statistika Publ., 1972. 119 p.
10. Tukey J.W. The future of data anaelysis. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1962, vol. 33, pp. 1–67.
11. Johnson N., Leone F. *Statistics and experimental design in engineering and the physical sciences*. Vol. 1. 2nd ed. New York, Wiley, 1977 (Russ. ed.: Dzhonson N., Lion F. *Statistika i planirovanie eksperimenta v tekhnike i nauke: metody obrabotki dannykh*. Translated from English ed. by E.K. Letskii. Moscow, Mir Publ., 1980. 610 p.).
12. Martin R.D., Masreliez C.J. Robust estimation via stochastic approximation. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1975, vol. IT-21, pp. 263–271.
13. Huang T.S., ed. *Two-dimensional digital signal processing II: transforms and median filters*. Berlin, New York: Springer-Verlag, 1981. 222 p. (Russ. ed.: *Bystrye algoritmy v tsifrovoy obrabotke izobrazhenii: preobrazovaniya imediannye fil'try*. Translated from English ed. by L.P. Yaroslavskii. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1984. 224 p.).
14. Novitskii P.V., Zograf I.A. *Otsenki pogreshnosti rezul'tatov izmerenii* [Estimation of errors of measurement results]. Leningrad, Energoatomizdat Publ., 1985. 248 p.
15. Tukey J.W. *Exploratory data analysis*. Reading, MA, Addison-Wesley Publ., 1977. 688 p. (Russ. ed.: Tyuki Dzh. *Analiz rezul'tatov nablyudenii: razvedochnyi analiz*. Translation from English. Moscow, Mir Publ., 1981. 693 p.).
16. Quenouille M.N. Notes on bias in estimation. *Biometrika*, 1956, vol. 43, pp. 353–360.
17. Miller R.G. A Trustworthy jackknife. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1964, vol. 35, pp. 1594–1605.
18. Miller R.G. Jackknifing variances. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1968, vol. 39, pp. 567–582.
19. Kobzar' A.I. *Prikladnaya matematicheskaya statistika* [Applied mathematical statistics]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 2006. 816 p.
20. Kryanev A.V., Lukin G.V., Udumyan D.K. *Metricheskii analiz i obrabotka dannykh* [Metric analysis and data processing]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2012. 312 p.
21. Khitsenko V.E. *Robastnye metody otsenivaniya* [Robust estimation methods]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2008. 50 p.
22. Adov V.T. Mnogokanal'naya ul'trazvukovaya sistema izmereniya peremeshchenii [Multichannel ultrasonic system for measuring displacements]. *Problemy avtomatizatsii v prochnostnom eksperimente* [Automation Problems in strength experiment]. Moscow, Volna Publ., 1986, pp. 98–100.
23. Apykhtin A.V., Trushin V.A. et al. Primenenie multiplitsirovannykh IS dlya sbora i assotsiativnoi obrabotki informatsii pri teploprochnostnykh ispytaniyakh [Use a multiplier IC for the collection and associative information processing in heat tests]. *Problemy avtomatizatsii v prochnostnom eksperimente* [Automation problems in strength experiment]. Moscow, Volna Publ., 1984, pp. 42–47.