ISSN 1814-1196
Научный вестник НГТУ
том 64, № 3, 2016, с. 7–16

http://journals.nstu.ru/vestnik
Science Bulletin of the NSTU
Vol. 64, No. 3, 2016, pp. 7–16

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ

AUTOMATIC CONTROL AND IDENTIFICATION

УДК 62-83: 531.3

Определение коэффициента дифференциального уравнения на основе нечеткой логики*

В.З. МАНУСОВ[1], Н.М. ЗАЙЦЕВА[2]

[1] *630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, доктор технических наук, профессор. E-mail: manusov36@mail.ru*
[2] *1400002, РК, г. Павлодар, ул. Торайгырова, 79, кандидат технических наук, доцент. E-mail: zaitzevns@mail.ru*

В данной работе описана одна из задач построения модели, используемой при поиске энергоэффективных режимов работы предприятия цветной металлургии, в частности, производства глинозема, являющегося сырьем для электролитического получения алюминия. Производство глинозема сопряжено с большими затратами электрической и тепловой энергии, и одним из технических методов поиска энергоэффективных режимов является моделирование производственного процесса, которое является непрерывным, замкнутым, инерционным и обладает свойствами нелинейности, что делает невозможным построение адекватных моделей на основе статистических данных и требует моделирования процессов с помощью уравнений материального баланса. Приведено используемое при моделировании дифференциальное уравнение, описывающее динамику перехода Al_2O_3 в нерастворенное состояние, которое содержит коэффициент скорости реакции, зависящий от трех непрерывно изменяющихся параметров: температуры процесса разложения, концентрации реагента и площади поверхности затравочных кристаллов. Описано решение задачи определения коэффициента скорости декомпозиции раствора на основе использования аппарата нечетких множеств, так как значения перечисленных выше параметров в каждый конкретный момент времени не могут быть точно определены. В ходе решения для каждого из трех параметров, влияющих на скорость реакции, определены диапазоны допустимых значений; определены значения, наилучшим образом характеризующие данный терм, и значения параметров с принадлежностью «0» к данному терму, предложены вид и формулы функций принадлежности этим диапазонам. Показан механизм определения численного значения искомого коэффициента скорости декомпозиции раствора, для которого выполнена композиция по трем параметрам и дефазификация результата, рассчитанная с помощью формулы центра масс. В заключении представлены основные результаты, позволившие упростить вычисление искомого коэффициента дифференциального уравнения.

Ключевые слова: моделирование, гидрохимический процесс, дифференциальное уравнение, коэффициент скорости реакции, многопараметрическая зависимость, нечеткая логика, функции принадлежности, композиция, дефаззификация

DOI: 10.17212/1814-1196-2016-3-7-16

---

* *Статья получена 29 августа 2016 г.*

ВВЕДЕНИЕ

Цветная металлургия, в частности производство алюминия, является важным направлением в развитии промышленности России. Само производство как алюминия, так и его сырья – глинозема (Al_2O_3) – сопряжено с большими затратами электрической и тепловой энергии. Принятые Правительством России закон и Государственная программа, направленные на снижение энергоемкости валового внутреннего продукта, вынуждают предприятия цветной металлургии к поиску энергоэффективных режимов своего функционирования.

Одним из технических методов поиска таких режимов является моделирование производственного процесса, в ходе которого может быть найден энергоэффективный режим работы предприятия. Производство глинозема является непрерывным, замкнутым, инерционным и обладает свойствами нелинейности. Это делает невозможным построение адекватных моделей на основе статистических данных и требует моделирования процессов с помощью уравнений материального баланса [1, 2].

Дифференциальное уравнение, описывающее динамику перехода Al_2O_3 в нерастворенное состояние [3, 4], содержит коэффициент скорости реакции, который зависит от трех непрерывно изменяющихся параметров: температуры процесса разложения, концентрации реагента и площади поверхности затравочных кристаллов. Значения этих параметров в каждый конкретный момент времени не могут быть точно определены.

Ранее этот коэффициент вычислялся с помощью сложной формулы [4, 5] с использованием усредненных значений перечисленных выше параметров, что замедляло итерационный процесс решения дифференциального уравнения и вносило определенную погрешность при моделировании. Для увеличения степени адекватности модели вводился дополнительно идентификационный коэффициента, который требовал корректировки для различных режимов.

РЕШЕНИЕ

Задачу определения коэффициента скорости декомпозиции раствора решено было выполнить на основе использования аппарата нечетких множеств, разработанного Л. Заде [6, 7], для задач, в которых данные, цели и ограничения могут быть слишком сложными или плохо определенными для того, чтобы допустить точный математический анализ. Кроме этого, измерение величин протекающих процессов сопряжено с рядом трудностей, как и в рассматриваемой задаче, и может иметь значительные погрешности, не позволяющие простроить адекватные модели.

Аппарат нечетких множеств [6, 7] расширяет классическое канторовское понятие множества допуском следующего вида: характеристическая функция (функция принадлежности элемента множеству) может принимать любые значения в интервале [0,1], а не только значения 0 либо 1. Таким образом, математическая теория нечетких множеств позволяет описывать нечеткие понятия и знания, оперировать этими знаниями и делать нечеткие выводы, которые посредством алгоритма нечеткого вывода позволяют получать численный результат. При этом допускаются результаты, несколько размытые или неопределенные, что обеспечивает эффективные средства отображения неопределенностей и неточностей реального мира, а наличие математических средств отражения такой исходной информации позволяет построить модель, адекватную реальности.

В данной работе аппарат нечеткой логики используется для определения коэффициента в кинетическом уравнении, описывающем процесс выпадения кристаллов Al_2O_3 в охлаждаемом растворе, зависящий от трех параметров: температуры процесса разложения, концентрации реагента и площади поверхности затравочных кристаллов. Иллюстрация к изменению K_d в пределах технологических значений параметров процесса, вычисленных с помощью выражения (2), приведена на рис. 1.

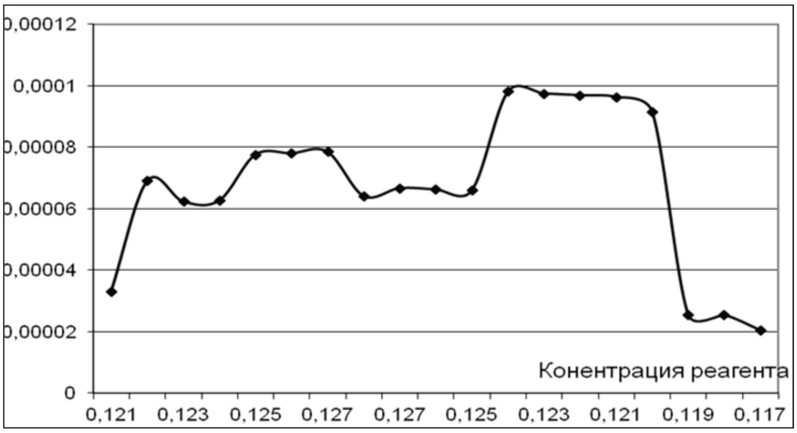

Рис.1. Значения коэффициента кинетического уравнения при изменении концентрации реагента в пределах заданного режима

Уравнение кинетики [3, 4] перехода оксида алюминия из раствора в твердую фазу имеет следующий вид:

$$\frac{dA}{dl} = -R_d K_d \left(\frac{G_8}{1{,}529 - 0{,}629 G_8} + A_8 - A \right) \left(\frac{A - A_r}{A_r} \right)^2, \qquad (1)$$

где A – концентрация оксида алюминия в растворе;

A_r – его равновесная концентрация, имеющая экспоненциальную зависимость от показателей состава раствора и его температуры;

l – длительность процесса разложения;

G_8 – концентрация выпавших в осадок кристаллов Al_2O_3;

A_8 – концентрация растворенного оксида алюминия, поступающего на декомпозицию;

R_d – идентификационный коэффициент;

K_d – константа скорости реакции.

Равновесная концентрация вычисляется с помощью зависимости

$$A_r = 1{,}1 e^{2{,}3 p1},$$

где $p1 = 0{,}92 - 1{,}76 \cdot 10^{-2} T + 29 \cdot 10^{-4} B^2 - 1{,}68 B \cdot T \cdot 10^{-6} + 4{,}09 \cdot 10^{-4} T.$

Приведенные выше формулы дают представление о том, что наблюдаемый в производстве процесс декомпозиции зависит от равновесной концентрации Al_2O_3, на которую оказывает влияние температура процесса и концентрация реагента.

Величина K_d также зависит от температуры процесса, концентрации щелочи и от площади поверхности катализатора, в качестве которого выступают мелкие затравочные кристаллы того же Al_2O_3, поэтому значение параметра «площадь поверхности затравки» в детерминистической постановке измерить невозможно.

$$K_d = e^{2{,}3\left(4{,}86+2{,}53\cdot10^{-2}B+0{,}15\cdot10^{-4}B^2-0{,}22\cdot10^{-6}B^3-\frac{30{,}15}{(T\cdot10^{-2}+2{,}73)}\right)}\times$$

$$\times(0{,}96+0{,}29S_z)\,, \qquad (2)$$

где S_z – площадь поверхности катализатора.

Очевидно, что рассматриваемая зависимость K_d весьма сложная. Так, например, при температуре 30 и менее градусов Цельсия скорость наблюдаемого процесса снижается практически до нуля, а при температуре выше 60 градусов прекращается полностью процесс выпадения кристаллов и идет процесс их растворения (рис. 2).

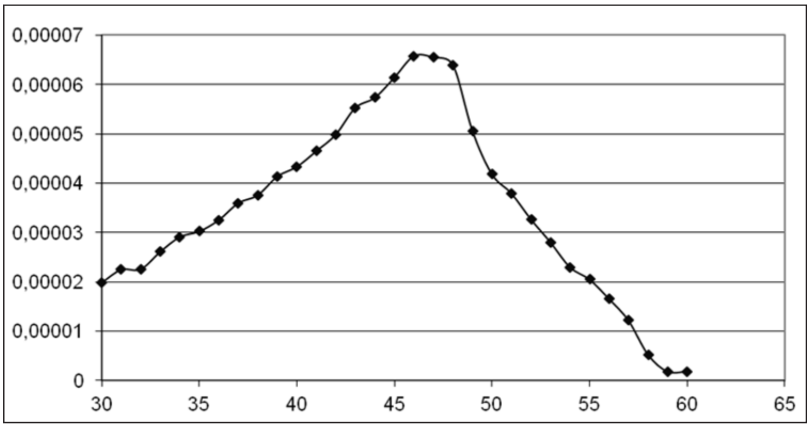

Рис. 2. Изменение значения коэффициента скорости реакции выпадения кристаллов при изменении температуры

Таким образом, для решения поставленной задачи было создана база нечетких правил, содержащая нечеткие высказывания в форме «Если-то» и функции принадлежности для соответствующих лингвистических термов. Выбор формы функций принадлежности был остановлен на треугольном виде.

Большинство нечетких систем используют продукционные правила [8–11] для описания зависимостей между лингвистическими переменными. Типичное продукционное правило IF… THEN… состоит из антецедента (часть IF…) и консеквента (часть THEN…). Антецедент может содержать более одной посылки. В этом случае они объединяются посредством логических связок «И» или «ИЛИ». Общий вид [12–15]:

$$\text{IF}(x_1 \in A_{1i})\text{И}(x_2 \in A_{2i})\text{И}\ldots\text{И}(x_k \in A_{ki})\ \text{THEN}\ y = \eta_i(x), i = 1,\ldots,N,$$

где A_{ji} – нечеткое подмножество, т. е. нечеткий интервал, для переменной *xj* с функцией принадлежности $\mu_{ji}(x)$;

N – число правил (число интервалов);

$y = \eta_i(x)$ – функция, определяющая локальное решение модели от набора $x = (x_1,\ldots, x_k)$.

Все системы с нечеткой логикой функционируют по одному принципу [9, 13, 14] (например, показания измерительных приборов), фаззифицируются, т. е. преобразуются в нечеткий формат, обрабатываются, дефаззифицируются и далее подаются на выход (например, на исполнительные устройства в виде обычных сигналов).

Так, формализация задачи в терминах нечеткой логики для одной переменной описывается следующим алгоритмом.

1. Для каждого терма лингвистической переменной определяется диапазон значений, наилучшим образом характеризующих данный терм, и для него задается единичное значение функции принадлежности.

2. Далее определяется значение параметра с принадлежностью «0» к данному терму.

3. После определения экстремальных значений определяются функции принадлежности, например S- или Z-функции, для промежуточных значений выбираются П- или L-R-функции.

Решение задачи в терминах нечеткой логики для нескольких переменных осуществляется в четыре этапа.

1. Введение нечеткости, фаззификация. Функции принадлежности, определенные на входных переменных, применяются к их фактическим значениям для определения степени истинности каждой предпосылки каждого правила.

2. Логический вывод. Вычисленное значение истинности для предпосылок каждого правила применяется к заключениям каждого правила, что приводит к одному нечеткому подмножеству, которое будет назначено каждой переменной вывода для каждого правила. В качестве правил логического вывода обычно используются операции логического умножения (min). В логическом выводе «минимума» функция принадлежности вывода «отсекается» по высоте, соответствующей вычисленной степени истинности предпосылки правила (нечеткая логика «И»).

3. Следующий этап – композиция. Все нечеткие подмножества объединяются вместе, формируя одно нечеткое подмножество для переменной вывода. При подобном объединении обычно используются операции max – «максимум» или sum – «сумма».

4. Заключительный этап – приведение к четкости (дефаззификация).

Задача определения коэффициента скорости реакции разложения раствора была выполнена в четыре этапа. На первом этапе определены функции принадлежности для каждого из параметров в виде треугольной (L-R) функции на основании реально наблюдаемых процессов.

При построении функции принадлежности для параметра T – «температура» была учтена особенность процесса «растворение–выпадение» осадка. В результате для параметра T функция принадлежности была представлена следующим образом:

$$\mu_T = \begin{cases} 0 \quad \text{при } T < 30\,^\circ\text{C} \\ \dfrac{T-30}{15} \ \text{ при } 30\,^\circ\text{C} \le T < 45\,^\circ\text{C} \\ 1-\dfrac{T-45}{15} \ \text{ при } 45\,^\circ\text{C} \le T < 60\,^\circ\text{C} \\ 0 \quad \text{при } T \ge 60\,^\circ\text{C} \end{cases} \tag{3}$$

для параметра B – «концентрация щелочи Na_2O_k» функция принадлежности имеет вид

$$\mu_B = \begin{cases} 0 \quad \text{при } B < 5\,\% \\ \dfrac{B-5}{20} \ \text{ при } 5\,\% \le B < 25\,\% \\ 1-\dfrac{B-25}{20} \ \text{ при } 25\,\% \le B < 45\,\% \\ 0 \quad \text{при } B \ge 45\,\%, \end{cases} \tag{4}$$

для параметра S_z – «площадь поверхности катализатора» функция принадлежности имеет вид

$$\mu_S = \begin{cases} 0 \quad \text{при } S_z < 0{,}6 \\ \dfrac{S_z-0{,}6}{1{,}6} \ \text{ при } 0{,}6 \le S_z < 2{,}2 \\ 1-\dfrac{S_z-2{,}2}{1{,}6} \ \text{ при } 2{,}2 \le S_z < 3{,}8 \\ 0 \quad \text{при } S_z \ge 3{,}8. \end{cases} \tag{5}$$

Разработанная система описывается следующими нечеткими правилами [10]:

правило I: если T есть T_0, тогда μ есть μ_{T0};

правило II: если B есть B_0, тогда μ есть μ_{B0} ;

правило III: если S_z есть S_{z0}, тогда μ есть μ_{Sz_0} .

Процедура получения логического вывода показана на рис. 1. Входные переменные принимают некоторые конкретные (четкие) значения – T_0, B_0 и S_{z_0}. На этапе 1 для данных значений и исходя из функций принадлежности A, B, C, находятся степени истинности $\mu(T_0)$, $\mu(B_0)$ и $\mu(S_{z_0})$ для предпосылок каждого из трех приведенных правил (см. рис. 3).

Второй этап формировал логический вывод при получении значений T, B, S_z в ходе решения задачи, т. е. на этом этапе находятся степени истинности для каждого параметра при конкретных текущих значениях T_0, B_0 и S_{z0}.

На третьем этапе все нечеткие подмножества, назначенные к каждой переменной, объединяются вместе, чтобы формировать одно нечеткое подмножество для переменной вывода (см. график $\mu_{\sum}(K_d)$ на рис. 3).

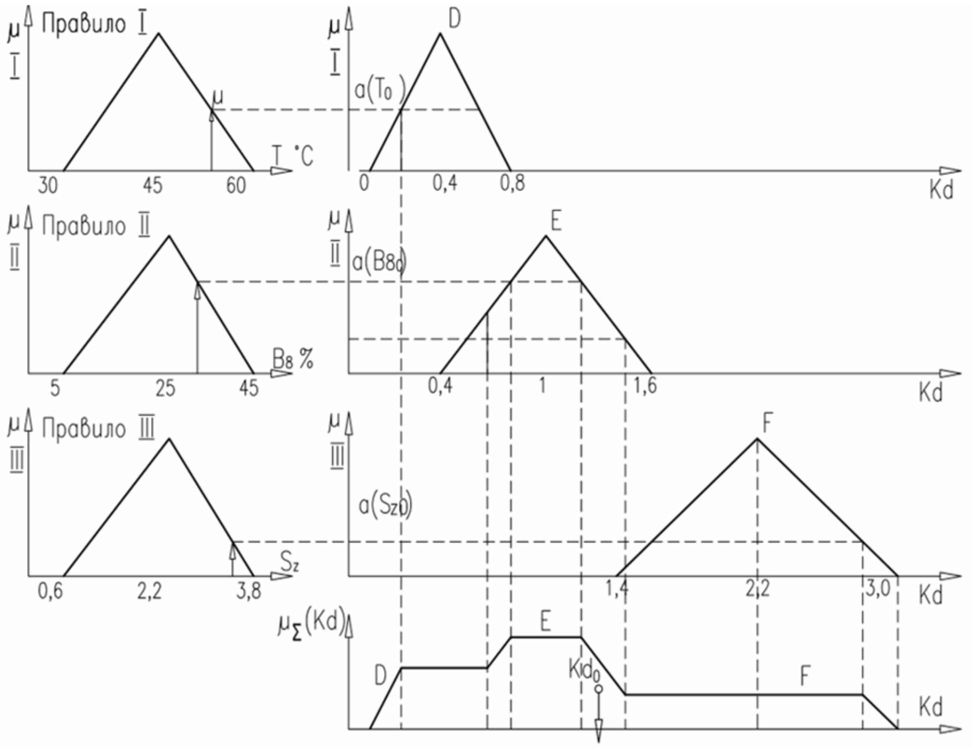

Рис. 3. Иллюстрация к решению задачи определения коэффициента скорости реакции K_d на основе использования теории нечеткой логики

На четвертом этапе находится четкое численное значение K_d с применением центроидного метода [10] как центра тяжести для площади фигуры, ограниченной кривой $\mu_{\sum}(K_d)$ и осью абсцисс:

$$K_d = \frac{\int\limits_{\Omega} K_d \cdot \mu_{\sum}(K_d) dK_d}{\int\limits_{\Omega} \mu_{\sum}(K_d) dK_d}. \quad (6)$$

В результате с помощью математического аппарата нечеткой логики может быть получено интересующее нас значение коэффициента дифференциального уравнения кинетики (1) процесса получения Al_2O_3. Численное решение дифференциального уравнения за счет применения выбранного метода значительно ускоряется.

Последующее применение к данной модели генетического алгоритма позволяет найти оптимальные значения управляющих параметров технологического процесса, а переход производства на режим работы с этими параметрами повышает энергоэффективность получения алюминия.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена концепция получения значения коэффициента дифференциального уравнения, характеризующего скорость реакции декомпозиции щелочного раствора окиси алюминия на твердую и жидкую фазы с использованием теории нечетких множеств.

Преимущества решения поставленной задачи с помощью выбранного метода:

– возможность оперировать нечеткими входными данными, а именно непрерывно изменяющимися во времени значениями, которые в реальной действительности практически невозможно задать однозначно. В решаемой задаче это температура процесса, поверхность затравочных кристаллов и концентрация реагента, иначе говоря, имеем дело с многопараметрической, нелинейной, динамической системой;

– возможность проведения качественных оценок входных данных в виде нечетких интервалов и лингвистических переменных. При данном подходе отпадает необходимость в корректировке коэффициента дифференциального уравнения, характеризующего скорость процесса разложения раствора, с помощью дополнительного идентификационного коэффициента, который использовался ранее в других работах;

– возможность проведения быстрого моделирования сложной динамической системы с заданной степенью точности, оперируя принципами поведения системы, описанными fuzzy-методами;

– реализация предложенной модели технологического процесса получения окиси алюминия и управления этим процессом в реальном времени (online) позволяет ускорить решение и повысить точность моделирования. В связи с большой энергоемкостью рассматриваемого процесса и подобных ему процессов получения цветных металлов возникают мощные электротехнические комплексы, для которых весьма актуальным являются качество функционирования и энергоэффективность. Предложенный метод способствует решению этих задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Zaytseva N.M.* Efficiency of the determined model of power consumption by nonlinear closed slow-response production // Applied Mechanics and Materials. – 2015. – Vol. 770. – P. 561–565.

2. *Zaytseva N.M.* Increase of energy efficiency of alumina production on the basis of process modeling // Proceedings of 2015 International Conference on Mechanical Engineering, Automation and Control Systems, (MEACS). – Tomsk, Russia, 2015. – P. 1–5.

3. *Берх В.И., Краснопольский Е.Д.* Математическое описание кинетики разложения алюминатного раствора // Цветные металлы. – 1971. – № 11. – С. 34–37.

4. *Тесля В.Г., Волохов Ю.А.* Кинетика агломерации кристаллов гидроксида алюминия при разложении алюминатных растворов // Цветные металлы. – 1989. – № 10. – С. 62–64.

5. *Dewhurst L.* Development of a Bayer plant model // Light metals. – San Francisco: Nabalco Pty, 1994. – P. 1231–1236.

6. *Zadeh L.A.* Fuzzy sets // Information and Control. – 1965. – Vol. 8. – P. 338–353.

7. *Заде Л.* Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. – М.: Мир, 1976. – 165 с.

8. *Кофман А*. Введение в теорию нечетких множеств: пер. с фр. – М.: Мир, 1982. – 432 с.

9. *Богатырев Л.Л., Манусов В.З., Содномдорж Д.* Математическое моделирование режимов электроэнергетических систем в условиях неопределенности. – Улан-Батор: Изд-во МГТУ, 1999. – 348 с.

10. *Круглов В.В. Дли М.И., Голунов Р.Ю.* Нечеткая логика и искусственные нейронные сети: учебное пособие. – М.: Физматлит, 2001. – 224 с.

11. *Гуц А.К.* Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие. – Омск: Наследие. Диалог-Сибирь, 2003. – 108 с.

12. *Яхъяева Г.Э.* Нечеткие множества и нейронные сети: учебное пособие. – М.: Бином, 2006. – 316 с.

13. *Круглов В.В., Дли М.И.* Интеллектуальные информационные системы: компьютерная поддержка систем нечеткой логики и нечеткого вывода. – М.: Физматлит, 2002. – 256 с.

14. *Пивкин В.Я., Бакулин Е.П., Кореньков Д.И.* Нечеткие множества в системах управления. – Новосибирск: Изд-во НГУ, 2006. – 40 с.

15. *Попов А.А.* Регрессионное моделирование на основе нечетких правил // Сборник научных трудов НГТУ. – 2000. – № 2 (19). – С. 49–57.

Манусов Вадим Зиновьевич, доктор технических наук, профессор Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – вероятностные методы анализа и расчета в электроэнергетических системах, в том числе на основе методов искусственного интеллекта. Имеет более 500 публикаций. E-mail: manusov36@mail.ru

Зайцева Наталья Михайловна, кандидат технических наук, доцент. Основное направление научных исследований – детерминированное и стохастическое моделирование различных процессов, в последние годы с применением методов искусственного интеллекта. Имеет более 80 публикаций. E-mail: zaitzevns@mail.ru

Determination of the differential equation coefficient on the basis of fuzzy logic[*]

***V.Z. MANUSOV*[1]*, N.M. ZAYTSEVA*[2]**

[1] *Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, D.Sc. (Eng.), professor. E-mail: manusov36@mail.ru*

[2] *PhD (Eng.), associate professor, 79 Toraygyrov St.,ap.38, Pavlodar, 140064, Kazakhstan. E-mail: zaitzevns@mail.ru*

This paper describes one of the tasks of constructing the model used in the search for energy-efficient modes of non-ferrous smelters, in particular, the production of alumina which is a raw material for aluminum electrowinning. Alumina production results in high costs of electric and heat power. One of the technical methods of energy-efficient modes of search is the production process modeling which is a continuous, closed, and inertial process having properties of non-linearity, which makes it impossible to build adequate models based on statistical data and requires modeling the process by mass balance equations. Here we give the differential equation used for modeling which describes the dynamics of the transition of Al_2O_3 to the undissolved state. The equation contains the reaction rate coefficient which depends on three continually changing parameters: the decomposition process temperature, the reagent concentration and the surface area of the seed crystal. We describe the problem solution of determining the decomposition rate coefficient of the solution through the use of fuzzy analysis as the values of the parameters listed above at any given point in time cannot be accurately determined. In the course of evaluations of each of the three parameters that affect the reaction rate, the ranges of acceptable values were determined as well as the values that best characterize this therm and the parameter values with 0 membership of this therm. We propose function types and formulae of the membership in these ranges. We describe obtaining the numerical value of the desired coefficient of the solution decomposition rate for which we performed the composition by the

[*] *Received 29 August 2016.*

three parameters and defasification of results calculated using the formula of the mass center. In conclusion, we present the main results simplifying the calculation of the desired coefficient of the differential equation.

Keywords: Modeling, hydro-chemical process, differential equation, reaction rate coefficient, multiparameter dependence, fuzzy logic, membership functions, composition, defasification

DOI: 10.17212/1814-1196-2016-3-7-16

REFERENCES

1. Zaytseva N.M. Efficiency of the determined model of power consumption by nonlinear closed slow-response production. *Applied Mechanics and Materials*, 2015, vol. 770, pp. 561–565.

2. Zaytseva N.M. Increase of energy efficiency of alumina production on the basis of process modeling. *Proceedings of 2015 International Conference on Mechanical Engineering, Automation and Control Systems, (MEACS)*, Tomsk, Russia, 2015, pp. 1–5.

3. Berkh V.I., Krasnopol'skii E.D. Matematicheskoe opisanie kinetiki razlozheniya alyuminatnogo rastvora [The mathematical description of the aluminate solution decomposition kinetics]. *Tsvetnye metally – Non-ferrous metals*, 1971, no. 11, pp. 34–37.

4. Teslya V.G., Volokhov Yu.A. Kinetika aglomeratsii kristallov gidroksida alyuminiya pri razlozhenii alyuminatnykh rastvorov [The kinetics of agglomeration of the crystals of aluminum hydroxide decomposition of aluminate solutions]. *Tsvetnye metally – Non-ferrous metals*, 1989, no. 10, pp. 62–64.

5. Dewhurst L. Development of a Bayer plant model. *Light metals*. San Francisco, Nabalco Pty, 1994, pp. 1231–1236.

6. Zadeh L.A. Fuzzy sets. *Information and Control*, 1965, vol. 8, pp. 338–353.

7. Zade L. *Ponyatie lingvisticheskoi peremennoi i ego primenenie k prinyatiyu priblizhennykh reshenii* [The concept of a linguistic variable and its application to the adoption of approximate solutions]. Moscow, Mir Publ., 1976. 165 p.

8. Kaufmann A. *Introduction à la théorie des sous-ensembles flous à l'usage des ingénieurs (fuzzy sets theory).* Paris, Masson, 1977 [Introduction to the theory of fuzzy subsets] (Russ. ed.: Kofman A. *Vvedenie v teoriyu nechetkikh mnozhestv*. Moscow, Mir Publ., 1982. 432 p.).

9. Bogatyrev L.L., Manusov V.Z., Sodnomdorzh D. *Matematicheskoe modelirovanie rezhimov elektroenergeticheskikh sistem v usloviyakh neopredelennosti* [Mathematical modeling of electric power systems under uncertainty]. Ulan-Bator, MSTU Publ., 1999. 348 p.

10. Kruglov V.V., Dli M.I., Golunov R.Yu. *Nechetkaya logika i iskusstvennye neironnye seti* [Fuzzy logic and artificial neural networks]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2001. 224 p.

11. Guts A.K. *Matematicheskaya logika i teoriya algoritmov* [Mathematical logic and theory of algorithms]. Omsk, Nasledie. Dialog-Sibir' Publ., 2003. 108 p.

12. Yakh"yaeva G.E. *Nechetkie mnozhestva i neironnye seti* [Fuzzy sets and neural networks]. Moscow, Binom Publ., 2006. 316 p.

13. Kruglov V.V., Dli M.I. *Intellektual'nye informatsionnye sistemy: komp'yuternaya podderzhka sistem nechetkoi logiki i nechetkogo vyvoda* [Intelligent information systems: computer support systems of fuzzy logic and fuzzy inference]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2002. 256 p.

14. Pivkin V.Ya., Bakulin E.P., Koren'kov D.I. *Nechetkie mnozhestva v sistemakh upravleniya* [Fuzzy sets in control systems]. Novosibirsk, NSU Publ., 2006. 40 p.

15. Popov A.A. Regressionnoe modelirovanie na osnove nechetkikh pravil [Regression modeling based on fuzzy rules]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2000, no. 2 (19), pp. 49–57.