

УДК 681.5.013

## Алгоритм формирования траектории группы подвижных объектов в двумерной среде с использованием неустойчивых режимов \*

М.Ю. МЕДВЕДЕВ<sup>1</sup>, В.С. ЛАЗАРЕВ<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 347928, РФ, Ростовская обл., г. Таганрог, ул. Шевченко, 2, Южный федеральный университет, доктор технических наук, профессор. E-mail: medvmihal@sfedu.ru

<sup>2</sup> 347928, РФ, Ростовская обл., г. Таганрог, ул. Шевченко, 2, Южный федеральный университет, аспирант. E-mail: vlazarev@sfedu.ru

Рассматривается проблема планирования траекторий движения группы подвижных объектов, функционирующей в двумерной среде с неподвижными препятствиями. Актуальность этой проблемы многократно подчеркивалась в работах отечественных и зарубежных ученых. Метод основан на уравнениях кинематики подвижных объектов на плоскости. Каждый подвижный объект имеет целевую точку, куда ему нужно прийти, уклонившись от препятствий, встречающихся на пути. Предлагаемый метод планирования траекторий движения основан на интерпретации всех соседних объектов как репеллеров. Метод позволяет на основе простых алгоритмов, реализуемых подвижными объектами, без использования централизованного алгоритма, организовать групповое движение. Предлагается новый способ введения репеллеров, основанный на формировании неустойчивых состояний в фазовом пространстве подвижных объектов. Отталкивающие силы формируются в виде выходов динамических звеньев, интегрирующих нелинейные функции, зависящие от расстояний до препятствий. В результате получены законы изменения скоростей и направлений движения подвижных объектов. С помощью метода функций Ляпунова проведен анализ полученных траекторий движения на устойчивость. Проведено численное моделирование группы, состоящей из трех подвижных объектов в среде с неподвижными препятствиями. На основании проведенного анализа и результатов моделирования делаются выводы о применимости предложенного метода на практике. Обсуждается дальнейшее развитие предлагаемого метода планирования траекторий движения, включающее уравнения динамики, а также адаптацию метода под трехмерную среду. Также в перспективе обсуждается возможность отказаться от жесткого задания целей и начать разработку метода динамического целераспределения в группе подвижных объектов.

**Ключевые слова:** групповое управление, подвижный объект, децентрализованное управление, репеллер, неустойчивый режим, функция Ляпунова, целераспределение, планирование траектории

DOI: 10.17212/1814-1196-2016-3-17-29

---

\* Статья получена 01 июня 2016 г.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант 16-19-00001, выполняемый Южным федеральным университетом.

## ВВЕДЕНИЕ

Идея использования отталкивающих и притягивающих множеств в системах управления подвижными объектами впервые реализована в работах А.К. Платонова в 1970 году [1, 2], в которых представлен метод потенциалов (потенциальных полей) в задаче выбора пути для мобильного робота. За рубежом основные ссылки делаются на работы Брукса и Хатиба, которые вышли в свет в 1985 и 1896 годах [3–5]. Вместе с тем работа фирмы «Хитачи» по управлению МР, в которой использованы идеи «силового поля», выпущена в 1984 году [6]. В настоящее время метод потенциалов получил широкое распространение. Обзор и анализ методов, использующих потенциальные поля, можно найти в работе [7]. В работах [8, 9] изложена идея преобразования точечных препятствий в репеллеры, используя теорему Ляпунова о неустойчивости. Такой подход позволяет реализовать движение в средах с препятствиями без картографирования. В исследовании [10] этот подход распространен на трехмерное пространство, а в [7] рассматривается задача движения в среде с препятствиями, которые могут образовывать различные конфигурации.

Идея представления препятствий репеллерами также может быть востребована при решении задач группового управления [11]. При этом могут рассматриваться однотипные или разнотипные группы [12, 13]. Группы зачастую состоят из интеллектуальных роботов, к которым принято относить либо системы, снабженные мощным вычислительным комплексом, либо системы, построенные на основе интеллектуальных методов, таких как аппарат нечеткой логики Л. Заде, искусственные нейронные сети и экспертные системы [14, 15].

Когда для решения конкретной задачи не требуются все роботы группы или когда перед группой ставится несколько задач, формируются кластеры (подгруппы) [16, 17].

В системах группового управления роботами могут реализовываться методы централизованной, децентрализованной или гибридной стратегии управления. При централизованной стратегии система управления каждого робота получает алгоритм действий по информационным каналам и реализует его. В этом случае системы управления роботов-исполнителей фактически решают локальные задачи управления исполнительными механизмами, поэтому основная часть роботов группы может иметь несложные вычислительные комплексы.

Более перспективной представляется децентрализованная стратегия управления, которая приводит к распределенным системам группового управления. В этой связи в данной статье рассматривается задача распределенного управления группой подвижных объектов в двумерной среде с препятствиями с использованием идеологии репеллеров. При этом каждый подвижный объект имеет цель, куда ему необходимо прибыть, обходя препятствия на пути.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим подвижные объекты, уравнения кинематики которых имеют вид (см. рис. 1)

$$\dot{y}_{1i} = V_i \cos \varphi_i, \quad \dot{y}_{2i} = V_i \sin \varphi_i, \quad (1)$$

где  $y_{1i}, y_{2i}$  – координаты подвижного объекта;

$V_i$  – скорость подвижного объекта;

$\varphi_i$  – угол курса подвижного объекта,  $i = \overline{1, n}$ .

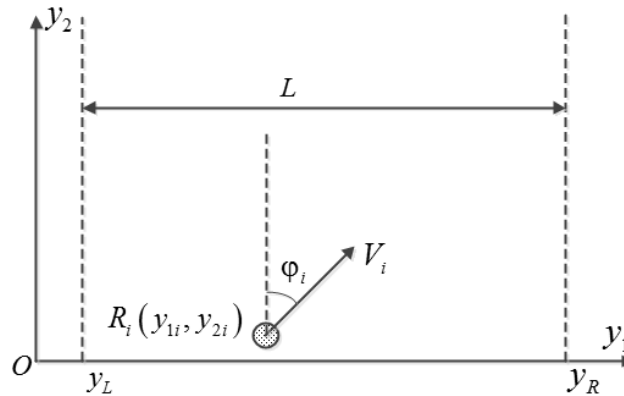


Рис. 1. Переменные состояния подвижных объектов и система координат

Положение подвижного объекта характеризуется координатами  $y_{1i}, y_{2i}$  во внешней системе  $Oy_1y_2$ . Скорость  $V_i$  и курсовой угол  $\varphi_i$  являются управлениями. Каждый подвижный объект измеряет координаты соседних объектов и имеет информацию о координатах  $y_L, y_R$  области  $L$ , в которой функционирует группа. Число  $n$  подвижных объектов в группе неизвестно. Каждому подвижному объекту ставится в соответствие целевая точка, в которую он должен прибыть. Это осуществляется путем изначального вычисления угла курса подвижного объекта. Ставится задача достижения всеми подвижными объектами в группе соответствующих целевых точек.

## 2. АЛГОРИТМ ПЛАНИРОВАНИЯ ТРАЕКТОРИИ

Пусть  $y_{2i} = 0$ , а  $y_{1i} \neq y_{1j}, \forall i \neq j, i, j = \overline{1, n}$ . Пронумеруем подвижные объекты таким образом, чтобы индекс  $j = \overline{1, n}$  возрастал с увеличением координаты  $y_{1i}$ . В этом случае локальный алгоритм управления для  $i$ -го подвижного объекта можно синтезировать следующим образом.

Представим для  $i$ -го подвижного объекта соседние объекты в виде репеллеров. При этом соседний слева объект должен формировать силу, выталкивающую  $i$ -й подвижный объект вправо, а соседний справа объект – влево. Функции, на основе которых формируются репеллеры для  $i$ -го подвижного объекта, представлены на рис. 2.

В данной работе предлагается формировать отталкивающие силы в виде динамической переменной, являющейся результатом интегрирования функций, представленных на рис. 2.

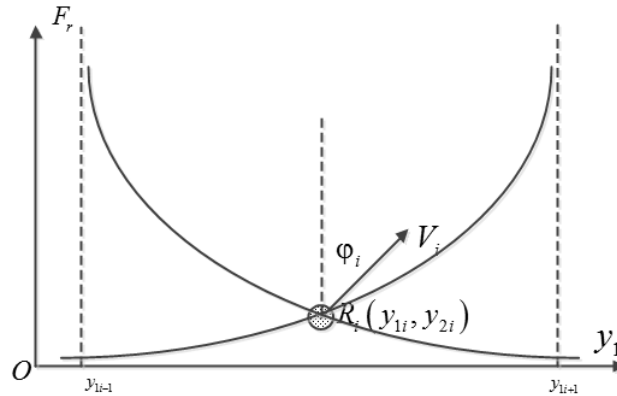


Рис. 2. Формирование репеллеров

Пусть функции, представленные на рис. 2, являются степенными функциями. Тогда указанная идея реализуется путем расширения системы (2) следующими уравнениями:

$$\dot{z}_i = \frac{1}{y_{1i} - y_{1i-1}} - \frac{1}{y_{1i+1} - y_{1i}}, \quad (2)$$

где  $y_{10} = y_L$ ,  $y_{1n+1} = y_R$ .

Как следует из уравнения (2), переменные  $z_i$  зависят от величин, обратных расстояниям между роботами  $R_{i-1}$ ,  $R_i$  и  $R_{i+1}$ .

Пусть исходные требования к траектории движения  $i$ -го подвижного объекта представлены в виде вектора

$$\Psi_i = \begin{bmatrix} y_{1i} - y_{i0} \\ \dot{y}_{2i} - V_k \end{bmatrix},$$

где  $y_{i0}$ ,  $V_k$  – произвольные числа, не равные нулю.

Чтобы учесть влияние репеллеров, сформируем цель системы управления  $i$ -го подвижного объекта в виде

$$\Psi_i = \begin{bmatrix} y_{1i} - y_{i0} \\ \dot{y}_{2i} - V_k \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Таким образом, при появлении репеллера слева от  $i$ -го подвижного объекта переменная  $z_i$  увеличивается, следовательно, составляющая  $y_{i0}(1 + z_i)$  также увеличивается. При появлении репеллера справа, как следует из выражения (2), переменная  $z_i$  уменьшается, следовательно, выражение  $y_{i0}(1 + z_i)$  также уменьшается.

Производная по времени от первого элемента вектора (3) в силу уравнений (1), (2) описывается выражением

$$\dot{\Psi}_i[1] = V_i \cos \varphi_i - y_{i0} \left( \frac{1}{y_{1i} - y_{1i-1}} - \frac{1}{y_{1i+1} - y_{1i}} \right). \quad (4)$$

Потребуем, чтобы замкнутая система управления  $i$ -м подвижным объектом удовлетворяла следующим дифференциальным уравнениям:

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_i [1] + T_{0i} \psi_i [1] &= 0, \\ \psi_i [2] &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $T_{0i}$  – постоянные положительные числа.

Подставив в уравнение (5) выражения (3) и (4), получим

$$\begin{bmatrix} u_{ix} \\ u_{iy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{i0} \left( \frac{1}{y_{li} - y_{li-1}} - \frac{1}{y_{li+1} - y_{li}} \right) - T_{0i} (y_{li} - y_{i0}(1 + z_i)) \\ V_k \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} V_i \\ \Phi_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{u_{ix}^2 + u_{iy}^2} \\ \arctan \left( \frac{u_{iy}}{u_{ix}} \right) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Проведем анализ поведения замкнутой системы управления, которая имеет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_{li} \\ \dot{y}_{2i} \\ \dot{z}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{i0} \left( \frac{1}{y_{li} - y_{li-1}} - \frac{1}{y_{li+1} - y_{li}} \right) - T_{0i} (y_{li} - y_{i0}(1 + z_i)) \\ V_k \\ \frac{1}{y_{li} - y_{li-1}} - \frac{1}{y_{li+1} - y_{li}} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Из выражения (8) следует, что замкнутая система управления декомпозирована на две независимые подсистемы, первая из которых описывается вторым уравнением, а вторая – первым и третьим.

Проведем анализ замкнутой системы управления относительно переменных  $y_{li}$  и  $z_i$ , используя уравнения

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_{li} \\ \dot{z}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{i0} \left( \frac{1}{y_{li} - y_{li-1}} - \frac{1}{y_{li+1} - y_{li}} \right) - T_{0i} (y_{li} - y_{i0}(1 + z_i)) \\ \frac{1}{y_{li} - y_{li-1}} - \frac{1}{y_{li+1} - y_{li}} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Полагая в уравнениях (9) производные по времени равными нулю, найдем уравнения установившегося режима:

$$\begin{cases} 0 = \frac{1}{y_{li} - y_{li-1}} - \frac{1}{y_{li+1} - y_{li}}, \\ 0 = y_{i0} \left( \frac{1}{y_{li} - y_{li-1}} - \frac{1}{y_{li+1} - y_{li}} \right) - T_{0i} (y_{li} - y_{i0}(1 + z_i)). \end{cases} \quad (10)$$

Выразим из уравнений (10) переменные  $y_{1i}$  и  $z_i$ :

$$\begin{cases} y_{1i} = \frac{y_{1i-1} + y_{1i+1}}{2}, \\ z_i = \frac{y_{1i-1} + y_{1i+1}}{2y_{0i}} - 1. \end{cases} \quad (11)$$

Выразим рекуррентные соотношения (11) через параметры  $y_L, y_R$ . Запишем первое уравнение из (11) для  $i = 1$ :

$$y_{11} = \frac{y_L + y_{12}}{2}. \quad (12)$$

Аналогично для  $i = 2$  имеем

$$\begin{aligned} y_{12} = \frac{y_{11} + y_{13}}{2} &= \frac{\frac{y_L + y_{12}}{2} + y_{13}}{2} \Rightarrow y_{12} = \frac{y_L}{4} + \frac{y_{12}}{4} + \frac{y_{13}}{2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{3}{4}y_{12} &= \frac{y_L}{4} + \frac{y_{13}}{2} \Rightarrow y_{12} = \frac{y_L + 2y_{13}}{3}. \end{aligned} \quad (13)$$

Для  $i = 3$  получаем

$$\begin{aligned} y_{13} = \frac{y_{12} + y_{14}}{2} &= \frac{\frac{y_L + 2y_{13}}{3} + y_{14}}{2} \Rightarrow y_{13} = \frac{y_L}{6} + \frac{2y_{13}}{6} + \frac{y_{14}}{2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{2}{3}y_{13} &= \frac{y_L}{6} + \frac{y_{14}}{2} \Rightarrow y_{13} = \frac{y_L + 3y_{14}}{4}. \end{aligned} \quad (14)$$

Анализируя последовательность (12)–(14), приходим к выражению

$$y_{1i} = \frac{y_L + iy_{1i+1}}{i+1}. \quad (15)$$

Теперь запишем выражение (15) для  $i = n$ :

$$y_{1n} = \frac{y_L + ny_R}{n+1}. \quad (16)$$

Далее для  $i = n-1$  из (15) с учетом (16) получаем

$$\begin{aligned} y_{1n-1} &= \frac{y_L + (n-1)y_{1n}}{n} = \frac{y_L + (n-1)\frac{y_L + ny_R}{n+1}}{n} = \\ &= \frac{(n+1)y_L + (n-1)y_L + (n-1)ny_R}{n(n+1)} = \frac{2y_L + (n-1)y_R}{n+1}. \end{aligned} \quad (17)$$

Аналогично для  $i = n - 2$  из (15) с учетом (17) получаем

$$y_{1n-2} = \frac{3y_L + (n-2)y_R}{n+1}. \quad (18)$$

Проводя анализ последовательности (16)–(18), с учетом второго уравнения (11) получаем следующие выражения для уравнений установившегося режима замкнутой системы управления:

$$\begin{cases} y_{1i} = \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{n+1}, \\ z_i = \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{(n+1)y_{0i}} - 1. \end{cases} \quad (19)$$

Выражения (19) определяют значения переменных  $y_{1i}$  и  $z_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , в установившемся режиме движения. Из (19) видно, что установившиеся значения координат  $y_{1i}$  зависят только от числа роботов  $n$  и границ области функционирования  $y_L, y_R$ .

Проанализируем устойчивость замкнутой системы (1), (2), (6), (7) относительно установившегося режима (19).

Для этого запишем следующую квадратичную форму в качестве функции Ляпунова:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left\{ \left( y_{1i} - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{n+1} \right)^2 + \left( z_i - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{(n+1)y_{0i}} + 1 \right)^2 \right\}. \quad (20)$$

Как видно из выражения (20), в качестве функции Ляпунова выбрана сумма квадратичных функций отклонений от установившегося режима, описываемого соотношениями (19).

Производная по времени от функции (20) с учетом уравнений замкнутой системы (1), (2), (6), (7) равна

$$\begin{aligned} \dot{V} = \sum_{i=1}^n \left\{ \left( y_{1i} - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{n+1} \right) (y_{0i} \dot{z}_i - T_0 (y_{1i} - y_{0i}(1+z_i))) + \right. \\ \left. + \left( z_i - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{(n+1)y_{0i}} + 1 \right) \dot{z}_i \right\}. \end{aligned} \quad (21)$$

Преобразуем выражение (21) к виду

$$\begin{aligned} \dot{V} = \sum_{i=1}^n \left\{ \left( y_{1i} - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{n+1} \right) y_{0i} \dot{z}_i + \left( y_{1i} - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{n+1} \right) \times \right. \\ \left. \times \left( -T_0 \left( y_{1i} - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{n+1} + \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{n+1} - y_{0i}(1+z_i) \right) \right) \right\} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left( z_i - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{(n+1)y_{0i}} + 1 \right) \dot{z}_i \Big\} = \sum_{i=1}^n \left\{ \left( y_{1i} - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{n+1} \right) y_{0i} \dot{z}_i - \right. \\
& \quad - T_0 \left( y_{1i} - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{n+1} \right)^2 + \left( y_{1i} - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{n+1} \right) \times \\
& \quad \times T_0 \left( y_{0i}(z_i + 1) - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{n+1} \right) + \left. \left( z_i - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{(n+1)y_{0i}} + 1 \right) \dot{z}_i \right\}. \quad (22)
\end{aligned}$$

Выделим полные квадраты в выражении (22), используя его второе и третье слагаемые:

$$\begin{aligned}
\dot{V} = \sum_{i=1}^n & \left\{ -T_0 \left( y_{1i} - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{n+1} - \frac{y_{0i}}{2} \left( z_i + 1 - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{(n+1)y_{0i}} \right) \right)^2 - \right. \\
& - \frac{y_{0i}^2}{4} \left( z_i + 1 - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{(n+1)y_{0i}} \right)^2 + \left( z_i + 1 - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{(n+1)y_{0i}} \right) \dot{z}_i + \\
& \quad \left. + \left( y_{1i} - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{n+1} \right) y_{0i} \dot{z}_i \right\}. \quad (23)
\end{aligned}$$

Снова выделим полные квадраты, используя второе и третье слагаемые выражения (23):

$$\begin{aligned}
\dot{V} = \sum_{i=1}^n & \left\{ -T_0 \left( y_{1i} - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{n+1} - \frac{y_{0i}}{2} \left( z_i + 1 - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{(n+1)y_{0i}} \right) \right)^2 - \right. \\
& - \left( \frac{y_{0i}}{2} \left( z_i + 1 - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{(n+1)y_{0i}} \right) - \frac{\dot{z}_i}{y_{0i}} \right)^2 - \\
& \quad \left. - \frac{\dot{z}_i^2}{y_{0i}^2} + \left( y_{1i} - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{n+1} \right) y_{0i} \dot{z}_i \right\}. \quad (24)
\end{aligned}$$

Применяя еще раз операцию выделения полных квадратов, из выражения (24) с учетом уравнения (2) получаем

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^n \left\{ -T_0 \left( y_{1i} - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{n+1} - \frac{y_{0i}}{2} \left( z_i + 1 - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{(n+1)y_{0i}} \right) \right)^2 - \right.$$



$$\begin{aligned}
 & - \left( \frac{y_{0i}}{2} \left( z_i + 1 - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{(n+1)y_{0i}} \right) - \frac{\frac{1}{y_{li} - y_{li-1}} - \frac{1}{y_{li+1} - y_{li}}}{y_{0i}} \right)^2 - \\
 & - \left( \frac{\frac{1}{y_{li} - y_{li-1}} - \frac{1}{y_{li+1} - y_{li}}}{y_{0i}} - \frac{y_{0i}}{2} \left( y_{li} - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{n+1} \right) \right)^2 - \\
 & \left. - \frac{\frac{1}{y_{li}}}{y_{0i}} - \frac{y_{0i}^2}{4} \left( y_{li} - \frac{(n-i+1)y_L + iy_R}{n+1} \right)^2 \right\}. \quad (25)
 \end{aligned}$$

Таким образом, из (25) следует, что положение равновесия (19) является асимптотически устойчивым в замкнутой системе (1), (2), (6), (7). При этом полагается, что

$$y_{li} \neq y_{li-1}, \forall i = \overline{1, n}.$$

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Пусть модель подвижного объекта описывается уравнениями (1), а параметры системы управления следующие: начальные координаты соответственно (0; 0), (2; 0), (4; 0); координаты целевых точек (8; 45), (8; 40), (8; 30); число подвижных объектов  $n = 3$ ; уставки по скорости  $V_{0i} = 1$  м/с; постоянные времена  $T_{li} = 1$  с<sup>-1</sup>; координаты центра препятствия (6; 30).

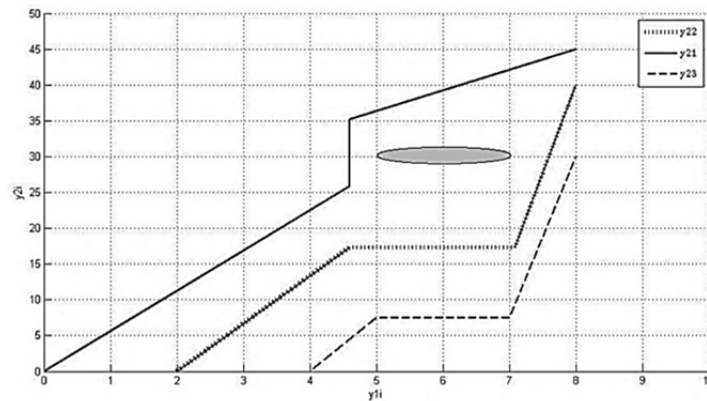


Рис. 3. Результаты моделирования

В целях обеспечения безопасности маневры объектов начинаются за один метр до достижения препятствия. Первым маневр начинает подвижный

объект, наиболее близкий к обнаруженному препятствию. На рис. 3 приведены результаты моделирования. Из рис. 3 следует, что система управления позволяет каждому подвижному объекту достигнуть целевой точки и обеспечивает обход препятствий.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье предложен и проанализирован алгоритм распределенного управления группой неоднородных подвижных объектов, функционирующих в среде с препятствиями. Алгоритм строится на принципе управления, который позволяет интерпретировать все соседние объекты как репеллеры. Предложен метод введения репеллеров, отличающийся тем, что силы отталкивания формируются динамическим звеном, интегрирующим расстояния до соседних препятствий.

Каждому объекту в группе указана цель, к которой он движется, при этом избегая столкновения с препятствиями и другими подвижными объектами. В дальнейшем планируется разработать метод динамического целераспределения.

Проведенный анализ и результаты моделирования позволяют говорить об эффективности предложенных методов в средах с препятствиями. При этом предложенный подход может применяться и для нестационарных сред, так как препятствия представляются формально как подвижные объекты.

Предлагаемые алгоритмы могут использоваться в системах планирования движения различных объектов, примеры которых приведены в работах [18–20]. Метод планирования обеспечивает устойчивость движения на уровне уравнений кинематики объекта.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Платонов А.К., Карпов И.И., Кирильченко А.А. Метод потенциалов в задаче прокладки трассы. – М.: [б. и.], 1974. – 27 с. – (Препринт / Институт прикладной математики; № 124).
2. Платонов А.К., Кирильченко А.А., Колганов М.А. Метод потенциалов в задаче выбора пути: история и перспективы. – М.: [б. и.], 2001. – 32 с. – (Препринт / Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша; № 40).
3. Khatib O. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots // IEEE International Conference Robotics and Automation: proceedings, St. Louis, Missouri, 25–28 March 1985. – Silver Spring, MD: IEEE Computer Society Press, 1985. – P. 500–505.
4. Khatib O. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots // International Journal of Robotics Research. – 1986. – Vol. 5, N 1. – P. 90–98.
5. Brooks R.A. Self calibration of motion and stereo vision for mobile robots // 4<sup>th</sup> International Symposium of Robotics Research. – Cambridge: Mit Press, 1987. – P. 267–276.
6. Ichikawa Y., Fujie M., Ozaki N. On mobility and autonomous properties of mobile robots // Robot. – 1984. – N 44. – P. 31–36.
7. Интеллектуальное планирование траекторий подвижных объектов в средах с препятствиями / Д.А. Белоглазов, В.Ф. Гузик, Е.Ю. Косенко, В.А. Крухмалев, М.Ю. Медведев, В.А. Переверзев, В.Х. Пшихопов, А.О. Пьявченко, Р.В. Сапрыкин, В.В. Соловьев, В.И. Финаев, Ю.В. Чернухин, И.О. Шаповалов; под ред. В.Х. Пшихопова. – М.: Физматлит, 2014. – 300 с. – ISBN 978-5-9221-1595-7.
8. Пшихопов В.Х. Аттракторы и репеллеры в конструировании систем управления подвижными объектами // Известия ТРТУ. – 2006. – № 3 (58). – С. 49–57.
9. Пшихопов В.Х. Организация репеллеров при движении мобильных роботов в среде с препятствиями // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2008. – № 2. – С. 34–41.

10. Пшихопов В.Х., Медведев М.Ю., Крухмалев В.А. Позиционно-траекторное управление подвижными объектами в трехмерной среде с точечными препятствиями // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2015. – № 1 (162). – С. 238–250.
11. Интеллектуальные роботы / под общ. ред. Е.И. Юревича. – М.: Машиностроение, 2007. – 360 с.
12. Юревич Е.И. О проблеме группового управления роботами // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2004. – № 2. – С. 9–13.
13. Каляев И.А., Гайдук А.Р., Капустян С.Г. Модели и алгоритмы коллективного управления в группах роботов. – М.: Физматлит, 2009. – 278 с.
14. Васильев С.Н. От классических задач регулирования к интеллектуальному управлению // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2001. – № 1. – С. 5–21; № 2. – С. 5–22.
15. Пшихопов В.Х., Медведев М.Ю. Управление подвижными объектами в определенных и неопределенных средах. – М.: Наука, 2011. – 350 с. – ISBN 978-5-02-037509-3.
16. Каляев И.А., Гайдук А.Р., Капустян С.Г. Распределенные системы планирования действий коллективов роботов. – М.: Янус-К, 2002. – 292 с.
17. Ивченко В.Д., Корнеев А.А. Анализ методов распределения заданий в задаче управления коллективом роботов // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2009. – № 7. – С. 36–42.
18. Adaptive control system design for robotic aircrafts / V.Kh. Pshikhopov, V.A. Krukhmalev, M.Yu. Medvedev, R.V. Fedorenko, S.A. Kopylov, A.Yu. Budko, V.M. Chufistov // Proceedings 2013 IEEE Latin American Robotics Symposium, LARS 2013, Arequipa, Peru, 21–24 October 2013. – Los Alamitos: IEEE, 2013. – P. 67–70. – doi: 10.1109/LARS.2013.59.
19. Control system design for autonomous underwater vehicle / V.Kh. Pshikhopov, M.Yu. Medvedev, A.R. Gaiduk, B.V. Gurenko // Proceedings 2013 IEEE Latin American Robotics Symposium, LARS 2013, Arequipa, Peru, 21–24 October 2013. – Los Alamitos: IEEE, 2013. – P. 77–82. – doi: 10.1109/LARS.2013.61.
20. Энергосберегающее управление электропоездом в условиях неоднородности профиля пути / В.Х. Пшихопов, М.Ю. Медведев, А.Р. Гайдук, В.Е. Шевченко // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2013. – № 3 (140). – С. 162–168.

*Медведев Михаил Юрьевич*, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой электротехники и мехатроники Южного федерального университета. Основные направления научных исследований: теория автоматического управления, робототехника. Имеет более 100 публикаций. E-mail: medvmihal@sfedu.ru

*Лазарев Владимир Сергеевич*, магистр техники и технологии, аспирант кафедры электротехники и мехатроники Южного федерального университета. Основное направление научных исследований – групповое управление подвижными объектами. Имеет более 20 публикаций. E-mail: vlazarev@sfedu.ru

### ***Movement Control Algorithm for a Vehicle Group in 2-D Environments Using Unstable Modes\****

*M.Yu. MEDVEDEV<sup>1</sup>, V.S. LAZAREV<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> Southern Federal University, 2 Shevchenko Street, Taganrog, Russian Federation, D. Sc. (Eng.), Professor. E-mail: medvmihal@sfedu.ru

<sup>2</sup> Southern Federal University, 2 Shevchenko Street, Taganrog, Russian Federation, postgraduate student. E-mail: vlazarev@sfedu.ru

In this paper we describe the problem of planning movement trajectories of a vehicle group functioning in the two-dimensional environment with motionless obstacles. The relevance of this problem was repeatedly emphasized in works of Russian and foreign scientists.

---

\* Received 01 June 2016.

The work was supported by the Russian Science Foundation Grant 16-19-00001 at the Southern Federal University, Russia.

The method is based on the vehicle kinematics on the plane. Each vehicle has a target point where it needs to come having evaded the obstacles which are found on the way. The proposed method of scheduling trajectories of driving is based on the interpretation of all next objects as repellers. The method allows organizing group driving on the basis of the prime algorithms realized by vehicles without using the centralized algorithm. A new way of repeller introduction based on forming unstable states in the phase space of vehicles is proposed. Repellent forces are formed as outputs of dynamic links integrating the non-linear functions depending on the distances to the obstacles. As a result laws of changing speeds and the vehicle driving directions are obtained. By means of the Lyapunov function method the analysis of the obtained driving trajectories for stability is carried out. Numerical simulation of the group consisting of three vehicles in the environment with fixed obstacles is carried out. On the basis of the analysis and simulation results conclusions about the applicability of the proposed method in practice are drawn. Further development of the proposed method of scheduling trajectories of driving including dynamical equations and the adaptation of the method to three-dimensional environment is discussed. In perspective a possibility of refusing setting rigid tasks and beginning to develop a method of dynamic target distribution in a vehicle group is also discussed.

**Keywords:** Group control, vehicle, decentralized control, repeller, unstable mode, Lyapunov function, target distribution, movement control

DOI: 10.17212/1814-1196-2016-3-17-29

## REFERENCES

1. Platonov A.K., Karpov I.I., Kiril'chenko A.A. *Metod potentsialov v zadache prokladki trassy* [Potential method in problem of the path planning]. Preprint no. 124. Institute of Applied Mathematics. Moscow, 1974. 27 p.
2. Platonov A.K., Kiril'chenko A.A., Kolganov M.A. *Metod potentsialov v zadache vybora puti: istoriya i perspektivy* [Potential method in problem of the path planning: background and perspectives]. Preprint no. 40. Keldysh Institute of Applied Mathematics. Moscow, 2001. 32 p.
3. Khatib O. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots. *IEEE International Conference Robotics and Automation*, St. Louis, Missouri, 25–28 March 1985, pp. 500–505.
4. Khatib O. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots. *International Journal of Robotics Research*, 1986, vol. 5, no. 1, pp. 90–98.
5. Brooks R.A. Self calibration of motion and stereo vision for mobile robots. *4<sup>th</sup> International Symposium of Robotics Research*. Cambridge, Mit Press, 1987, pp. 267–276.6.
6. Ichikawa Y., Fujie M., Ozaki N. On mobility and autonomous properties of mobile robots. *Robot*, 1984, no. 44, pp. 31–36.
7. Beloglazov D.A., Guzik V.F., Kosenko E.Yu., Krukhmalev V.A., Medvedev M.Yu., Pereversev V.A., Pshikhopov V.Kh., P'yavchenko A.O., Saprykin R.V., Solov'ev V.V., Finaev V.I., Chernukhin Yu.V., Shapovalov I.O. *Intellektual'noe planirovanie traektorii podvizhnykh ob'ektov v sredakh s prepyatstviyami* [Intelligent planning of vehicles path in the environment with obstacles]. Ed. by V.Kh. Pshikhopov. Moscow. Fizmatlit Publ., 2014. 300 p. ISBN 978-5-9221-1595-7.
8. Pshikhopov V.Kh. Attraktory i repellery v konstruirovani sistem upravleniya podvizhnymi ob'ektami. *Izvestiya TRTU*, 2006, no. 3 (58), pp. 49–57.
9. Pshikhopov V.Kh. Organizatsiya repellerov pri dvizhenii mobil'nykh robotov v srede s prepyatstviyami [Repellers forming in the process of mobile robots movements in environment with obstacles]. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie – Mechatronics, Automation, Control*, 2008, no. 2, pp. 34–41.
10. Pshikhopov V.Kh., Medvedev M.Yu., Krukhmalev V.A. Pozitsionno-traektornoe upravlenie podvizhnymi ob'ektami v trekhmernoi srede s tochechnymi prepyatstviyami [Position-path control of vehicles in the three dimensional environment with point obstacles]. *Izvestiya Yuzhnogo federal'nogo universiteta. Tekhnicheskie nauki – Izvestiya Southern Federal University. Engineering sciences*, 2015, no. 1 (162), pp. 238–250.
11. *Intellektual'nye roboty* [Intelligent robots]. Ed. by E.I. Yurevich. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2007. 360 p.

12. Yurevich E.I. O probleme gruppovogo upravleniya robotami [About the problem of robots group control]. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie – Mechatronics, Automation, Control*, 2004, no. 2, pp. 9–13.
13. Kalyaev I.A., Gaiduk A.R., Kapustyan S.G. *Modeli i algoritmy kollektivnogo upravleniya v gruppakh robotov* [Models and algorithms of collective control of robot groups]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2009. 278 p.
14. Vasil'ev S.N. Ot klassicheskikh zadach regulirovaniya k intellektual'nomu upravleniyu [From classical control problems to intelligent control]. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Teoriya i sistemy upravleniya – Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2001, no. 1, pp. 5–21, no. 2, pp. 5–22. (In Russian)
15. Pshikhopov V.Kh., Medvedev M.Yu. *Upravlenie podvizhnymi ob"ektami v opredelennykh i neopredelennykh sredakh* [Mobile objects control in certain and uncertain environments]. Moscow, Nauka Publ., 2011. 350 p. ISBN 978-5-02-037509-3.
16. Kalyaev I.A., Gaiduk A.R., Kapustyan S.G. *Raspredelennye sistemy planirovaniya deistvii kollektivov robotov* [The distributed planning systems of actions of collectives of robots]. Moscow, Yanus-K Publ., 2002. 292 p.
17. Ivchenko V.D., Korneev A.A. Analiz metodov raspredeleniya zadaniy v zadache upravleniya kollektivom robotov [Analysis of task distribution practices in team management task robots]. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie – Mechatronics, Automation, Control*, 2009, no. 7, pp. 36–42.
18. Pshikhopov V.Kh., Krukhmalev V.A., Medvedev M.Yu., Fedorenko R.V., Kopylov S.A., Budko A.Yu., Chufistov V.M. Adaptive control system design for robotic aircrafts. *Proceedings 2013 IEEE Latin American Robotics Symposium, LARS 2013*, Arequipa, Peru, 21–24 October 2013, pp. 67–70. doi: 10.1109/LARS.2013.59
19. Pshikhopov V.Kh., Medvedev M.Yu., Gaiduk A.R., Gurenko B.V. Control system design for autonomous underwater vehicle. *Proceedings 2013 IEEE Latin American Robotics Symposium, LARS 2013*, Arequipa, Peru, 21–24 October 2013, pp. 77–82. doi: 10.1109/LARS.2013.61
20. Pshihopov V.Kh, Medvedev M.Yu., Gayduk A.R., Shevchenko V.E. Energosberegayushchee upravlenie elektropoezdom v usloviyakh neodnorodnosti profilya puti [Energy-saving control electric train under the profile irregularity path]. *Izvestiya Yuzhnogo federal'nogo universiteta. Tekhnicheskije nauki – Izvestiya Southem Federal University. Engineering sciences*, 2013, no. 3 (140), pp. 162–168.