

УДК 681.511.26

Линеаризация нелинейного трехканального динамического объекта обратной связью*

В.Ю. ФИЛЮШОВ

630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, аспирант кафедры автоматики. E-mail: filiushov.vladislav@gmail.com

В настоящее время набирают популярность нелинейные методы синтеза, которые используют исходную нелинейную модель. Такой подход дает возможность формировать управление не только в окрестности точки линеаризации, а в большей области изменения переменных состояния, что позволяет в законе управления учитывать поведение объекта наиболее полно. Для моделей объектов, линеаризованных в окрестности некоторой точки, применяются линейные методы синтеза, такие как модальный метод синтеза, методы синтеза с использованием полиномиального разложения, алгоритмы оптимизации, построение ПИД-регуляторов и другие. В работе рассматривается трехканальный объект, в котором выходные величины нелинейно связаны с переменными состояния. Выбор такого объекта объясняется тем, что он описывает ряд реально существующих многоканальных объектов, в том числе и электрическую машину переменного тока. Для синтеза таких объектов возможно применение метода разделения движений, метода локализации. В данной работе производится линеаризация данного объекта путем поиска нелинейных обратных связей по аналогии с методом линеаризации обратной связью, примененной к многоканальному объекту. Суть метода заключается в поиске такого компенсирующего управления, при котором поведение замкнутой системы будет соответствовать поведению системы, описанной линейными дифференциальными уравнениями. Тогда для синтезированной системы появляется возможность рассчитать регулятор линейными методами синтеза. Для заданного объекта найдена такая компенсирующая обратная связь в виде матричной функции от переменных состояния, что в замкнутой системе зависимость выходных величин от задающего воздействия описывается системой линейных дифференциальных уравнений, а именно векторным интегратором. При этом все три канала управления не связаны друг с другом и могут изменяться независимо, позволяя рассчитать регулятор для каждого канала отдельно. Так же для задания начальных условий выходных величин необходимо выбирать определенные начальные условия для переменных состояния.

Ключевые слова: многоканальный объект, нелинейный объект, линеаризация обратной связью, компенсация, эквивалентная замена, нелинейная обратная связь

DOI: 10.17212/1814-1196-2017-1-74-85

* Статья получена 22 августа 2016 г.

ВВЕДЕНИЕ

Построение регуляторов для нелинейных многоканальных объектов – трудная задача. Синтез регуляторов для линейных систем более развит. К достаточно новым методам синтеза линейных многоканальных объектов можно отнести стабилизацию с использованием *полиномиального разложения*. Полиномиальный метод расчета многоканальных регуляторов описан в работе [1], в которой приводится алгоритм построения управления. В [2] приведены примеры модального метода синтеза с использованием полиномиального разложения для двухмассовой системы. В [3] рассмотрена стабилизация двухканальной системы методом разделения движений с использованием полиномиального разложения, что сводится к решению диофантова уравнения. Также к многоканальным объектам относится перевернутый маятник на тележке. В работе [4] приведен пример синтеза ПИД-регуляторов для стабилизации вертикального положения маятника и перемещения тележки в заданное положение. В работе [5] на примере объекта второго порядка с ограничением на входе и с запаздыванием сопоставляются критерии устойчивости процедуры оптимизации. В работе [6] проведено моделирование новой структуры ПИД-регулятора.

Синтез нелинейных систем, в отличие от линейных, не так однозначен. Так, существуют системы, в которых нелинейная часть выражена существенными нелинейностями (реле, реле с гистерезисом и т. д.) и с нелинейностями, выраженными гладкими функциями. В данной работе рассмотрим объекты с нелинейностями, выраженными гладкими функциями, такими как умножение, деление и взятие корня, причем управление аддитивно (так называемые *аффинные системы*). Эти функции могут связывать как переменные состояния, так и выходные величины.

Для синтеза систем такого вида применима *линеаризация обратной связью* (Linearization by output injection) [7–9], суть которой заключается в том, что нелинейная система, замкнутая искомым управлением, будет вести себя эквивалентно линейной. Линеаризация обратной связью применима для объектов, которые заданы нелинейными дифференциальными уравнениями с аддитивным входным воздействием или для объектов, выходные величины которых нелинейно связаны с переменными состояния. В первом случае такая линеаризация называется *по состоянию*, а во втором случае *по выходу*.

Поиск компенсирующего управления заключается в нахождении новых координат состояния, в которых эквивалентная модель объекта будет линейной. Найденное управление нелинейно относительно исходных координат, но линейно относительно новых координат. Для поиска таких координат применяются методы дифференциальной геометрии, в частности, скобки Ли и алгебра Ли [10]. Применение такого аппарата позволяет формализовать процесс поиска до некоторого алгоритма. Такой алгоритм рассмотрен в [11], где приведены некоторые сведения из алгебры Ли о канонических формах нелинейных систем, а также расчет регулятора для динамически нелинейного объекта. В [12] показан расчет регулятора для нелинейной модели перевернутого маятника на тележке при отработке начальных условий по углу отклонения, основанного на понятиях относительного порядка и внешней / внутренней динамики.

Линеаризацию обратной связью можно проводить без помощи замены координат. Так, в работах [13, 14] показаны различные разновидности стабилизации нелинейной модели перевернутого маятника по углу отклонения, которые основываются на *методе обратной задачи динамики* [15], т. е. задания желаемого уравнения и компенсации всех нелинейных связей управлением. В [16, 17] проведен анализ влияния дифференцирующего фильтра, оценивающего вектор состояния и его производную, для системы, рассчитанной методом обратной задачей динамики.

Компенсирющие воздействия могут быть найдены *эвристически* (интуитивно) по структурной схеме модели. Преобразование структурных схем распространено в линейных системах, где они называются эквивалентными структурными преобразованиями. В нелинейных системах также можно преобразовать структурную схему путем переноса нелинейности через интегратор, но новая схема не будет полностью эквивалентна в связи с зависимостью переходных процессов нелинейных систем от начальных условий. Тем не менее такой подход возможен и рассмотрен в работах [18–21].

Линеаризация многоканальных объектов также возможна: в работе [22] представлен объект вида «2 входа – 2 выхода», в котором выходные величины нелинейно связаны с переменными состояния. Получив производную вектора выходных величин, найдем зависимость выходных переменных от входного воздействия в виде функции, что позволит найти управление по обратной связи, компенсирующее нелинейность. Замкнутая система становится эквивалентной двойному параллельному интегратору, на входе которого задающее воздействие, а на выходе – вектор выходных величин.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Данная статья основывается на модели объекта, рассмотренной в работе [23], выходные величины которой имеют нелинейную зависимость от переменных состояния. Модель такого объекта представлена на рис. 1. Она описывает большой класс многоканальных объектов, в том числе и электрическую машину переменного тока [24, 25]. Пусть по аналогии с машиной переменного тока свойства объекта (тепловые потери, реактивная мощность, величина напряжения) зависят от соотношений регулируемых переменных. Эти свойства могут выступать в качестве выходных величин в виде вектора $Z(t)$, компоненты $z_i(t)$ которого нелинейно связаны с регулируемыми переменными.

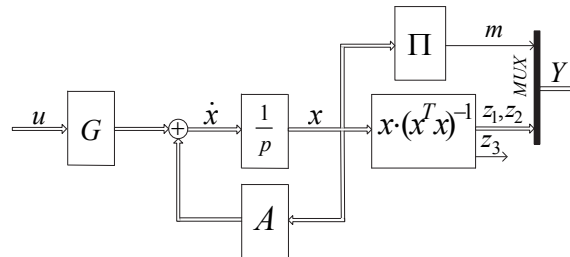


Рис. 1. Структурная схема трехканального объекта

Ниже представлено описание объекта моделирования в переменных состоянии, в котором $u \in R^3$ – входной сигнал объекта; $x \in R^3$ – вектор состоя-

ния; $Y \in R^3$ – выходная величина объекта; $A \in R^{3 \times 3}$ – матрица размером 3×3 , состоящая из постоянных отрицательных коэффициентов; матрица $G \in R^{3 \times 3}$ – единичная матрица; MUX – мультиплексор; T – знак транспонирования; Π – знак умножения компонент вектора. Математическое описание объекта приведено ниже:

$$\dot{x} = Ax + Gu,$$

$$Y = (z_1 \quad z_2 \quad m)^T,$$

где

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad u = (u_1 \quad u_2 \quad u_3)^T, \quad x = (x_1 \quad x_2 \quad x_3)^T.$$

А связь между выходными величинами Z описывается следующим уравнением:

$$z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = 1. \tag{1}$$

Компоненты вектора Z связаны между собой уравнением (1). Это позволяет вычислить третью компоненту при двух известных.

Компоненты выходной величины Y описываются следующими уравнениями:

$$z_1 = \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}}, \quad z_2 = \frac{x_2}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}}, \quad m = x_1 x_2 x_3. \tag{2}$$

Компонента z_3 является тоже выходной величиной, но так как её можно вычислить из уравнения (1), она не входит в вектор Y [2].

2. ОПИСАНИЕ ОБЪЕКТА МОДЕЛИРОВАНИЯ

В данной работе рассмотрим упрощенную модель, в которой динамическая часть описывается тремя параллельными интеграторами без матрицы A . Структурная схема объекта моделирования представлена на рис. 2.

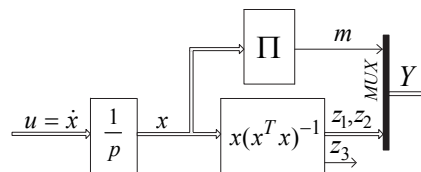


Рис. 2. Структурная схема объекта моделирования

Данный объект имеет векторный вход $u = (u_1 \quad u_2 \quad u_3)^T$ и четыре выходные переменные, это вектор $Z = (z_1 \quad z_2 \quad z_3)^T$ и скалярная величина m .

Элементы вектора Z связаны соотношением (1), что позволяет при заданных z_1 и z_2 вычислить z_3 из соотношения

$$z_3 = \sqrt{1 - z_1^2 - z_2^2}.$$

Таким образом, составим вектор выходных переменных

$$Y = (m \quad z_1 \quad z_2)^T. \quad (3)$$

С таким выходом модель объекта представляется как система «3 входа – 3 выхода». Очевидно, что (1) вводит ограничение по модулю на изменение элементов вектора Z .

Поиск управляющих воздействий выполним, считая, что вектор состояния x доступен, при недоступности вектора состояния применяются наблюдатели состояния [26].

3. ЛИНЕАРИЗАЦИЯ ВЫХОДНОГО СИГНАЛА

Выходные величины (3) нелинейно связаны с переменными состояния. Для нахождения их линейной зависимости от задания $V = (v_1 \quad v_2 \quad v_3)^T$ найдем такое управление u по обратной связи, чтобы замкнутая система описывалась системой линейных дифференциальных уравнений. Для поиска такого управления необходимо найти его прямую зависимость от вектора выходных величин. Возьмем производную выхода, тогда

$$\dot{Y} = \begin{pmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x_2^2 + x_3^2}{\|x\|^3} \dot{x}_1 - \frac{x_1 x_2}{\|x\|^3} \dot{x}_2 - \frac{x_1 x_3}{\|x\|^3} \dot{x}_3 \\ -\frac{x_1 x_2}{\|x\|^3} \dot{x}_1 + \frac{x_1^2 + x_3^2}{\|x\|^3} \dot{x}_2 - \frac{x_2 x_3}{\|x\|^3} \dot{x}_3 \\ x_2 x_3 \dot{x}_1 + x_1 x_3 \dot{x}_2 + x_1 x_2 \dot{x}_3 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где $\|x\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$ является евклидовой нормой.

Так как линейная часть описывается параллельными интеграторами, то уравнение (4) принимает вид

$$\dot{Y} = \begin{pmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x_2^2 + x_3^2}{\|x\|^3} & -\frac{x_1 x_2}{\|x\|^3} & -\frac{x_1 x_3}{\|x\|^3} \\ -\frac{x_1 x_2}{\|x\|^3} & \frac{x_1^2 + x_3^2}{\|x\|^3} & \frac{x_2 x_3}{\|x\|^3} \\ x_2 x_3 & x_1 x_3 & x_1 x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

В уравнении (5) обозначим множитель перед u через $F(x_1, x_2, x_3)$, тогда

$$\dot{Y} = F(x_1, x_2, x_3)u. \tag{6}$$

Так как целью работы является линейная зависимость вектора выходных величин от задания, то, приравняв производную выхода к заданию, получим $\dot{Y} = V = (v_1 \ v_2 \ v_3)^T$, тогда уравнение (6) примет вид

$$V = F(x_1, x_2, x_3)u,$$

а искомое управление будет соответствовать

$$u = F(x_1, x_2, x_3)^{-1}V, \tag{7}$$

где

$$F(x_1, x_2, x_3)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{(x_1^2 + 2x_3^2)\|x\|}{3x_3^2} & \frac{x_1(x_2^2 - x_3^2)\|x\|}{3x_2x_3^2} & \frac{1}{3x_2x_3} \\ \frac{x_2(x_1^2 - x_3^2)\|x\|}{3x_1x_3^2} & \frac{(x_2^2 + 2x_3^2)\|x\|}{3x_3^2} & \frac{1}{3x_1x_3} \\ \frac{(2x_1^2 + x_3^2)\|x\|}{3x_1x_3} & \frac{(2x_2^2 + x_3^2)\|x\|}{3x_2x_3} & \frac{1}{3x_1x_2} \end{pmatrix}.$$

Для задания начальных условий вектора Y необходимо задавать определенные начальные условия переменным состояния x . Про моделируем систему, показанную на рис. 3.

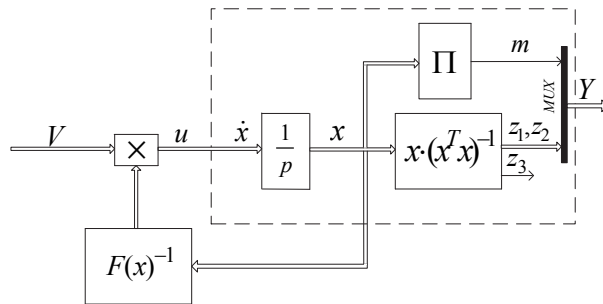


Рис. 3. Структурная схема системы «объект – компенсирующий сигнал»

На рис. 4 представлена структурная схема полученной системы, которая состоит из модели объекта, представленной на рис. 2, замкнутой компенсирующим сигналом (7).

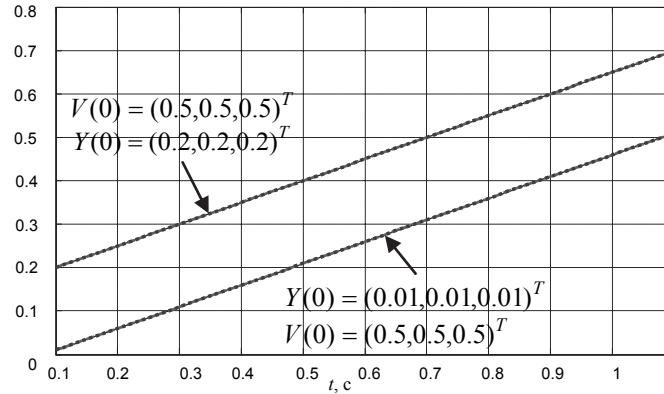


Рис. 4. Графики переходных процессов при одинаковых начальных условиях и одинаковом задании V

На рис. 4 представлены графики переходных процессов при $m(0) = z_1(0) = z_2(0) = (0.01, 0.2)^T$ и $V = (0.5 \ 0.5 \ 0.5)^T$. Как видим, графики имеют вид прямых, что соответствует интегрированию постоянного входного воздействия v .

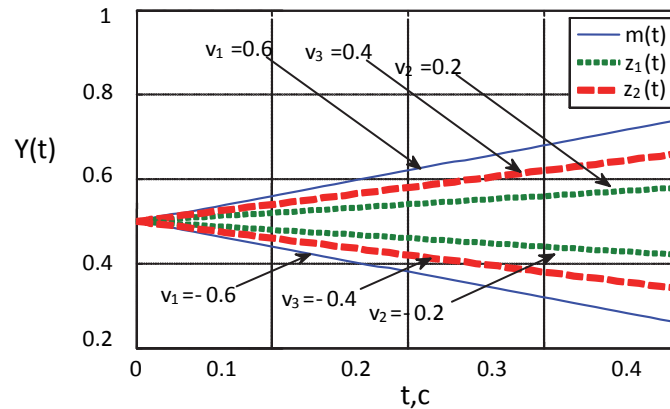


Рис. 5. Графики переходных процессов при одинаковом начальном условии и различных входных воздействиях на каждый канал

На рис. 5 представлены графики переходных процессов при $Y(0) = (0.5 \ 0.5 \ 0.5)^T$ и разных задающих воздействиях. Исходя из этих графиков можно сделать вывод, что при различных задающих воздействиях на каждый канал выходные величины изменяются независимо друг от друга и соответствуют интегрированию своего задающего воздействия.

Как видно из рис. 6, все три выходные величины изменяются независимо друг от друга. При $v_2 = v_3 = 0$ и $v_1 = 2$ изменение во времени z_1 и z_2 не происходит, они остаются равными своим начальным условиям, а компонента m изменяется в соответствии со своим заданием.

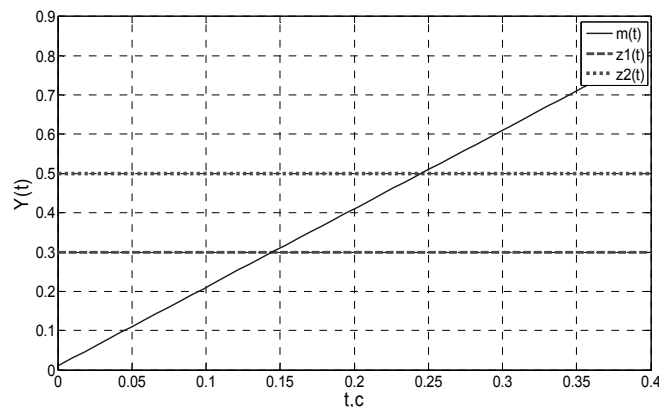


Рис. 6. Графики переходных процессов при различных начальных условиях и нулевых входных воздействиях каналов z_1 и z_2

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

К настоящему времени не разработано общей теории анализа процессов нелинейных систем, существуют лишь методики, позволяющие решать определенные задачи. К таким методикам относятся метод локализации, метод разделения движений и другие. Для объектов с аддитивным управлением применима линеаризация обратной связью [8, 9, 11, 14]. Использование алгебры и скобок Ли [7, 10, 11] позволило формализовать до некоторой степени процесс поиска управляющего воздействия. Для такого класса объектов особый интерес вызывают объекты, имеющие неминимально фазовую структуру [12], а также многоканальные. В данной работе решена задача линеаризации для трехканального объекта с нелинейным выходным вектором, модель такого объекта описывает электрическую машину переменного тока. Решение заключается в поиске такой обратной связи, при которой исходный нелинейный объект, представленный на рис. 2, замкнутый компенсирующим сигналом, принимает вид трехканального интегрирующего звена, что показано на рис. 4. На рис. 5 и 6 показано, что выходные переменные в синтезированной системе не связаны друг с другом и могут изменяться отдельно в соответствии со своим задающим воздействием, несмотря на то что в самом объекте выходные величины нелинейно связаны как между собой, так и с переменными состояния. Данный факт позволяет нам формировать управление линейными методами синтеза на каждый канал отдельно в соответствии с желаемой динамикой. К сожалению, работоспособность синтезированной системы ограничена некоторой областью изменения выходных величин. Для синтеза такого компенсирующего управления необходима известность всего вектора состояния. В дальнейшем возможно построение наблюдателя состояния [26] для его оценки, что приблизит синтез к реальным системам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воевода А.А., Вороной В.В. Полиномиальный метод расчета многоканальных регуляторов заданной структуры // Научный вестник НГТУ. – 2013. – № 2 (51). – С. 214–218.
2. Воевода А.А. Стабилизация двухмассовой системы: модальный метод синтеза с использованием полиномиального разложения // Научный вестник НГТУ. – 2010. – № 1 (38). – С. 195–198.
3. Воевода А.А., Чехонадских А.В., Шоба Е.В. Модальный метод синтеза с использованием полиномиального разложения: разделение движений при стабилизации трехмассовой системы // Научный вестник НГТУ. – 2011. – № 2 (43). – С. 39–46.
4. Воевода А.А., Шоба Е.В. Управление перевернутым маятником // Сборник научных трудов НГТУ. – 2012. – № 2 (68). – С. 3–14.
5. Воевода А.А., Жмудь В.А. Сходимость алгоритмов оптимизации регулятора для объекта с ограничением и с запаздыванием // Научный вестник НГТУ. – 2007. – № 4. – С. 179–184.
6. The modeling tests of the new PID-regulators structures / A.A. Voevoda, V.A. Zhmud, R.Y. Ishimtsev, V.M. Semibalamut // Proceedings of the 18th IASTED International Conference on Applied Simulation and Modelling, ASM 2009, Palma de Mallorca, Spain, 7–9 September 2009. – Palma de Mallorca, 2009. – P. 165–168.
7. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т. 2. – М.: Физматлит, 2004. – 464 с.
8. Slotine J.J.E., Li W. Applied nonlinear control. – Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1991.
9. Marino R., Yomei P. Nonlinear control design: geometric, adaptive, and robust. – London; New York: Prentice Hall, 1995. – 396 p.
10. Тайманов И.А. Лекции по дифференциальной геометрии. – М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. – 176 с.
11. Воевода А.А., Филюшов В.Ю. Линеаризация обратной связью // Сборник научных трудов НГТУ. – 2016. – № 2 (84). – С. 68–76.
12. Филюшов В.Ю. Стабилизация перевернутого маятника модальным методом: магист. дис.: защищена 22.06.2016. – Новосибирск, 2016.
13. Вороной В.В. Полиномиальный метод расчета многоканальных регуляторов пониженного порядка: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01: защищена 22.10.2013. – Новосибирск, 2013. – 173 с.
14. Воевода А.А., Филюшов В.Ю. Линеаризация обратной связью: перевернутый маятник // Сборник научных трудов НГТУ. – 2016. – № 3 (85). – С. 49–60.
15. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т. 1. Линейные системы. – М.: Физматлит, 2003. – 288 с.
16. Воевода А.А., Иванов А.Е. Использование дифференцирующего фильтра при синтезе нелинейного регулятора // Сборник научных трудов НГТУ. – 2013. – № 1 (71). – С. 13–21.
17. Филюшов В.Ю. Применение дифференцирующего звена для управления перевернутым маятником // Сборник научных трудов НГТУ. – 2014. – № 4 (78). – С. 69–78.
18. Филюшов В.Ю. Примеры использования нелинейных обратных связей для нелинейных объектов // Сборник научных трудов НГТУ. – 2016. – № 3 (85). – С. 61–70.
19. Филюшов В.Ю. Линеаризация обратной связью: эвристический подход // Сборник научных трудов НГТУ. – 2016. – № 1 (83). – С. 37–46.
20. Воевода А.А., Вороной В.В. Синтез нелинейного регулятора для динамического нелинейного объекта // Сборник научных трудов НГТУ. – 2013. – № 1 (71). – С. 3–12.
21. Воевода А.А., Иванов А.Е. Пример модального синтеза для нелинейного объекта с использованием нелинейных обратных связей // Сборник научных трудов НГТУ. – 2013. – № 2 (72). – С. 3–9.
22. Воевода А.А., Филюшов В.Ю. Линеаризация обратной связью: перевернутый маятник // Сборник научных трудов НГТУ. – 2016. – № 4 (86). – С. 62–71.
23. Симаков Г.М., Филюшов Ю.П. Синтез системы управления многоканальным объектом // Электричество. – 2015. – № 7. – С. 56–61.
24. Онищенко Г.Б. Электрический привод: учебник для вузов. – М.: Академия, 2006. – 288 с.
25. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины. – М.: Энергия, 1980. – 928 с.
26. Krener A.J., Isidori A. Linearization by output injection and nonlinear observers // Systems & Control Letters. – 1983. – Vol. 3. – P. 47–52.

Филиушов Владислав Юрьевич, аспирант кафедры автоматике НГТУ. Основное направление научных исследований – теория автоматического управления, многоканальные и нелинейные системы. Имеет 7 публикаций. E-mail: filiushov.vladislav@gmail.com

Linearization of multichannel object by output injectio *

V. Yu. FILIUSHOV

Novosibirsk State Technical University, 20, K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, Postgraduate student. E-mail: filiushov.vladislav@gmail.com

Nonlinear synthesis methods that use the original nonlinear model are gaining popularity. This approach allows to form control not only in the small area of the point of linearization, but in the bigger area of variation of state variables, which allows the control law to take into account the behavior of the object more fully. For model, linearized in the neighborhood of a point, linear synthesis techniques could be applied such as modal synthesis method, synthesis methods using polynomial decomposition, optimization algorithms, building PID controllers and others. The paper considers a three-channel object in which output values are nonlinearly related to state variables. The choice of such an object is explained by the fact that it describes a number of really existing multi-channel objects, including an AC electric machine. For the synthesis of such objects is possible to use the method of separation of motions and the method of localization. In this paper, the linearization of this object is performed by analogy with the method of feedback linearization applied to a multichannel object. The method consists in finding such a compensating control, in which the behavior of the closed-loop system will match the behavior of the system, described by linear differential equations. For the synthesized system, it becomes possible to calculate the regulator by linear synthesis methods. For a given object found such compensating feedback in the form of a matrix function of the state variables, that in a closed system, the dependence of the output values of the reference variable described by a system of linear differential equations, namely vector integrator. However, all three control channels are not connected to each other and can be changed independently, allowing to calculate the regulator for each channel separately.

Keywords: Multichannel object, nonlinear object, feedback linearization, compensation, equivalent replacement, nonlinear feedback, additive control, affine system

DOI: 10.17212/1814-1196-2017-1-74-85

REFERENCES

1. Voevoda A.A., Voronoi V.V. Polinomial'nyi metod rascheta mnogokanal'nykh regulyatorov zadannoi struktury [Polynomial method for calculating multi-channel controllers of a given structure]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 2 (51), pp. 214–218.
2. Voevoda A.A. Stabilizatsiya dvukhmassovoi sistemy: modal'nyi metod sinteza s ispol'zovaniem polinomial'nogo razlozheniya [Stabilisation of two-mass system by a modal method of synthesis with polynomial factorization]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2010, no. 1 (38), pp. 195–198.
3. Voevoda A.A., Chekhonadskikh A.V., Shoba E.V. Modal'nyi metod sinteza s ispol'zovaniem polinomial'nogo razlozheniya: razdelenie dvizhenii pri stabilizatsii trekhmassovoi sistemy [Modal synthesis method using a polynomial decomposition: the separation of motions in the stabilization of

* Received 22 August 2016.

the three-mass plant]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2011, no. 2 (43), pp. 39–46.

4. Voevoda A.A., Shoba E.V. Upravlenie perevernutym mayatnikom [Management of the inverted pendulum]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2012, no. 2 (68), pp. 3–14.

5. Voevoda A.A., Zhmud V.A. Skhodimost' algoritmov optimizatsii regulatora dlya ob'ekta s ograničeniami i s zapazdyvaniem [The convergence of the algorithms for the optimization of regulator for an object with restriction and delay]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2007, no. 4, pp. 179–184.

6. Voevoda A.A., Zhmud V.A., Ishimtsev R.Y., Semibalamut V.M. The modeling tests of the new PID-regulators structures. *Proceedings of the 18th IASTED International Conference on Applied Simulation and Modelling, ASM 2009*, Palma de Mallorca, Spain, 7–9 September 2009, pp. 165–168.

7. Kim D.P. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya*. T. 2 [Automatic control theory. Vol. 2]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2004. 464 p.

8. Slotine J.J.E., Li W. *Applied nonlinear control*. Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, 1991.

9. Marino R., Yomei P. *Nonlinear control design: geometric, adaptive, and robust*. London, New York, Prentice Hall, 1995. 396 p.

10. Taimanov I.A. *Lektsii po differentsial'noi geometrii* [Lectures of differential geometry]. Moscow, Izhevsk, Institut komp'yuternykh issledovaniy Publ., 2002. 176 p.

11. Voevoda A.A., Filiushov V.Yu. Linearizatsiya obratnoi svyaz'yu [Feedback linearization]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2016, no. 2 (84), pp. 68–76.

12. Filyushov V.Yu. *Stabilizatsiya perevernutogo mayatnika modal'nym metodom*. Magister. diss. [Stabilization of inverted pendulum by modal method. Master's diss.]. Novosibirsk, 2016.

13. Voronoi V.V. *Polinomial'nyi metod rascheta mnogokanal'nykh regulyatorov ponizhennogo poriyadka*. Diss. kand. tekhn. nauk [Design of multi-channel reduced degree controllers. PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2013. 173 p.

14. Voevoda A.A., Filiushov V.Yu. Linearizatsiya obratnoi svyaz'yu: perevernutyi mayatnik [Feedback linearization: inverted pendulum]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2016, no. 3 (85), pp. 49–60.

15. Kim D.P. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya*. T. 1. *Lineinye sistemy* [Automatic control theory. Vol. 1. Linear systems]. Moscow, Fizmatlit Publ, 2003. 288 p.

16. Voevoda A.A., Ivanov A.E. Ispol'zovanie differentsiruyushchego fil'tra pri sinteze nelineinogo regulatora [Using differential filter for nonlinear control system]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 1 (71), pp. 13–21.

17. Filiushov V.Yu. Primenenie differentsiruyushchego zvena dlya upravleniya perevernutym mayatnikom [Applying of derivative element for control of inverted pendulum]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2014, no. 4 (78), pp. 69–78.

18. Filiushov V.Yu. Primery ispol'zovaniya nelineinykh obratnykh svyazei dlya nelineinykh ob'ektov [Examples of applying of nonlinear output injection for nonlinear objects]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2016, no. 3 (85), pp. 61–70.

19. Filiushov V.Yu. Linearizatsiya obratnoi svyaz'yu: evristicheskii podkhod [Feedback linearization: heuristic approach]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2016, no. 1 (83), pp. 37–46.

20. Voevoda A.A., Voronoi V.V. Sintez nelineinogo regulatora dlya dinamicheskogo nelineinogo ob'ekta [The nonlinear controller synthesis for a dynamic nonlinear object]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 1 (71), pp. 3–12.

21. Voevoda A.A., Ivanov A.E. Primer modal'nogo sinteza dlya nelineinogo ob'ekta s ispol'zovaniem nelineinykh obratnykh svyazei [Modal synthesis example for nonlinear object using nonlinear feed-backs]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo*

universiteta – *Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 2 (72), pp. 3–9.

22. Voevoda A.A., Filiushov V.Yu. Linearizatsiya obratnoi svyaz'yu: perevernutyi mayatnik [Feedback linearization: inverted pendulum]. *Sbornik nauchnykh trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university*, 2016, no. 4 (86), pp. 62–71.

23. Simakov G.M., Filiushov Yu.P. Sintez sistemy upravleniya mnogokanal'nym ob'ektom [Control system synthesis of multichannel object]. *Elektrichestvo – Electrical Technology Russia*, 2015, no. 7, pp. 56–61.

24. Onishchenko G.B. *Elektricheskii privod* [Electric drive]. Moscow, Akademiya Publ., 2006. 288 p.

25. Ivanov-Smolenskii A.V. *Elektricheskie mashiny* [Electric machines]. Moscow, Energiya Publ., 1980. 928 p.

26. Krener A.J., Isidori A. Linearization by output injection and nonlinear observers. *Systems & Control Letters*, 1983, vol. 3, pp. 47–52.