

УДК 681.2.083

**Исследование влияния спектра  
широотно-импульсного сигнала  
на погрешность определения  
амплитуды гармоник в анализаторе гармоник  
на основе широко-импульсной модуляции\***

**А.А. АРАВЕНКОВ<sup>1</sup>, Ю.А. ПАСЫНКОВ<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, ассистент. E-mail: [elaxcc@gmail.com](mailto:elaxcc@gmail.com)

<sup>2</sup> 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, доктор технических наук, профессор. E-mail: [pasinkov@is.cs.nstu.ru](mailto:pasinkov@is.cs.nstu.ru)

В статье рассматривается процесс исследования влияния спектра широко-импульсного сигнала (ШИИС) на погрешность измерения амплитуды гармоник в методе определения гармонических составляющих сигнала, основанном на широко-импульсной модуляции (ШИМ). В первую очередь в работе рассматривается влияние старших гармоник сигнала на погрешность измерения амплитуды младших гармоник. Для этих целей осуществляется моделирование анализатора гармоник. После чего выводится аналитическое выражение для спектра ШИИС и исследуется его спектр. Сравнение результатов моделирования и спектра ШИИС позволяет понять причину влияния старших гармоник сигнала на погрешность измерения амплитуды младших, которая объясняется наличием в спектре ШИИС старших гармоник. Кроме того, становится ясно, что можно избавиться от данного влияния ограничением входного диапазона частот. В статье изучается зависимость первой гармоники в спектре ШИИС от количества импульсов ШИИС за период исследуемой гармоники и количества точек в одном импульсе ШИИС. Это позволяет понять природу возникновения погрешности определения амплитуды гармоники в зависимости от числа импульсов ШИИС за период исследуемой гармоники и конечного числа отсчетов на периоде ШИИС, которые объясняются соответствующими изменениями в спектре ШИИС.

**Ключевые слова:** гармоника, дискретное преобразование Фурье, анализ спектра, анализатор гармоник, широко-импульсная модуляция, погрешность, анализ погрешностей, встраиваемая система, качество электрической энергии

DOI: 10.17212/1814-1196-2017-2-42-54

---

\* Статья получена 15 марта 2017 г.

## ВВЕДЕНИЕ

Спектральный анализ электрических сигналов широко применяется при исследовании периодических сигналов, а также устройств, работающих в ограниченном диапазоне частот. Преобразование неэлектрических величин в электрические позволяет применять спектральный анализ в других областях науки и техники. Наиболее популярным методом определения гармонических составляющих сигнала на сегодняшний день является метод, основанный на преобразовании Фурье, а именно дискретном преобразовании Фурье (ДПФ) [1]. Основная идея данного метода состоит в оцифровке аналогового сигнала и дальнейшем вычислении произведения кода функции на значение кода синусоидальной / косинусоидальной составляющей для каждой гармоники [7, 8]. Поскольку в данном методе используются такие математические операции, как умножение и сложение кодов, разумеется, он накладывает ограничения на минимальную возможную вычислительную мощность и объем памяти устройства, необходимого для хранения как самой программы, так и промежуточных результатов.

Альтернативным способом определения гармонических составляющих сигнала является метод спектрального анализа, основанный на ШИМ [2]. Основная идея данного метода заключается в формировании специальных ШИС, соответствующих синусоидальной и косинусоидальной составляющим исследуемой гармоники, их умножении на входной сигнал и последующем интегрировании результатов умножения. После чего находится квадратный корень из суммы квадратов результатов интегрирования. Полученное значение будет равно амплитуде исследуемой гармоники. Преимущество данного метода заключается в том, что операции умножения входного сигнала на ШИС и интегрирование легко реализуются в аналоговом виде, что позволяет снять нагрузку с вычислительного устройства.

В статье [2] рассматривается метод анализа гармоник на основе ШИМ, приводится его функциональная схема. На основе метода создается модель анализатора гармоник, с использованием которой проводится моделирование и исследование влияния количества импульсов широтно-импульсного сигнала на периоде гармоники, дискретности формирования широтно-импульсного сигнала, изменения частоты гармоники на погрешность определения амплитуды гармоник. Также в ходе моделирования выяснилось, что если исследуемый сигнал состоит из нескольких гармоник, то старшие гармоники оказывают влияние на погрешность определения младших. Причина данного влияния, а также природа погрешностей определения гармоник в зависимости от числа ШИС импульсов за период гармоники и дискретности ШИС являются объектом изучения в этой статье.

## 1. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СТАРШИХ ГАРМОНИК НА ПОГРЕШНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АМПЛИТУДЫ МЛАДШИХ ГАРМОНИК

Помимо источников, влияющих на общую методическую погрешность и приведенных в работе [2], существует влияние старших гармоник сигнала на погрешность определения младших. В целях изучения данного влияния было

проведено моделирование в среде MatLAB с использованием одноименного языка программирования. Моделирование проводилось по следующему алгоритму: задавался входной сигнал, состоящий из одной гармоники, частота которой соответствовала первой гармонике, далее проводились измерения гармоник с 1-й по 50-ю. После чего частота входного сигнала увеличивалась, так чтобы входной сигнал соответствовал следующей гармонике (2-й, 3-й и т. д.), и снова проводились измерения гармоник с 1-й по 50-ю. Частота входного сигнала изменялась вплоть до частоты 50-й гармоники. Кроме того, отметим, что моделирование делалось для различного количества импульсов ШИС за период исследуемой гармоники, а частота дискретизации ШИС импульсов задавалась равной 500 за один импульс. На рис. 1–5 приведены результаты моделирования для 16 ШИС импульсов за период исследуемой гармоники.

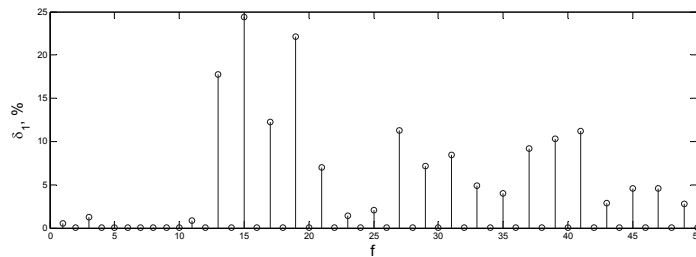


Рис. 1. Погрешность измерения 1-й гармоники на сигнале, поочередно состоящем из 1–50 гармоник

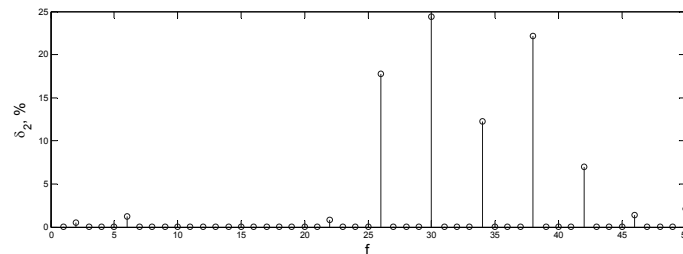


Рис. 2. Погрешность измерения 2-й гармоники на сигнале, поочередно состоящем из 1–50 гармоник

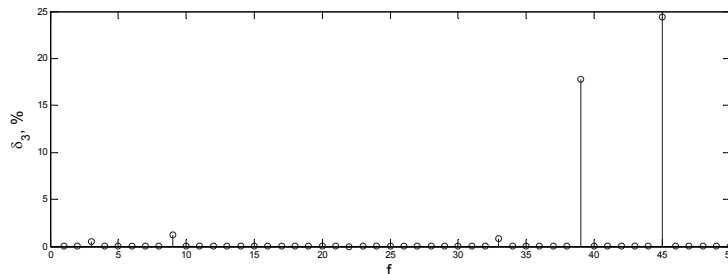


Рис. 3. Погрешность измерения 3-й гармоники на сигнале, поочередно состоящем из 1–50 гармоник

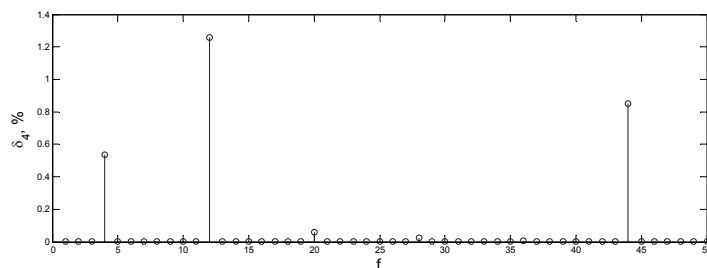


Рис. 4. Погрешность измерения 4-й гармоники на сигнале, поочередно состоящем из 1–50 гармоник

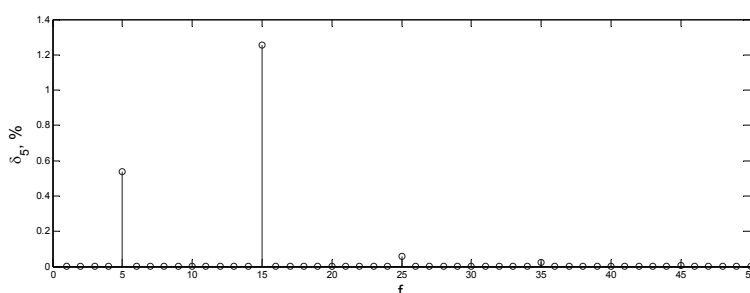


Рис. 5. Погрешность измерения 5-й гармоники на сигнале, поочередно состоящем из 1–50 гармоник

В табл. 1 приведены значения погрешностей определения 1-й гармоники на сигнале, поочередно состоящем из 1–50 гармоник.

Таблица 1

**Погрешность определения 1-й гармоники на сигнале, поочередно состоящем из 1–50 гармоник**

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\delta_1, \%$	0,53695	0	1,25670	0	0,05752	0	0,02197	0	0,00760	0
№	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$\delta_1, \%$	0,85007	0	17,74933	0	24,37594	0	12,28539	0	22,16551	0
№	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$\delta_1, \%$	7,00795	0	1,41704	0	2,09972	0	11,27952	0	7,18971	0
№	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$\delta_1, \%$	8,42681	0	4,86928	0	3,96985	0	9,17748	0	10,28128	0
№	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
$\delta_1, \%$	11,22141	0	2,88962	0	4,58919	0	4,56389	0	2,78198	0

Из табл. 1 видно, что старшие гармоники оказывают влияние на погрешность определения младших гармоник.

Чтобы понять причину влияния, рассмотрим спектр ШИС. Для этого выведем его аналитическое выражение. В целях упрощения расчетов предположим, что амплитуды ШИС и гармоники равны единице. На рис. 6. представлен ШИС для восьми импульсов за период гармоники. Здесь  $T_{pi}$  –  $i$ -й период ШИС импульсов (период ШИС  $T = T_0/N$ , где  $T_0$  – период гармоники, для которой составлялся ШИС;  $N$  – количество ШИС импульсов за период гармоники);  $a_i$  – момент времени, когда  $i$ -й ШИС импульс переходит из 0 в  $\pm 1$ ;  $b_i$  – момент времени, когда  $i$ -й ШИС импульс переходит из  $\pm 1$  в 0;  $\tau_i$  – длительность  $i$ -го импульса ШИС;  $i = 1, 2, \dots, N$ .

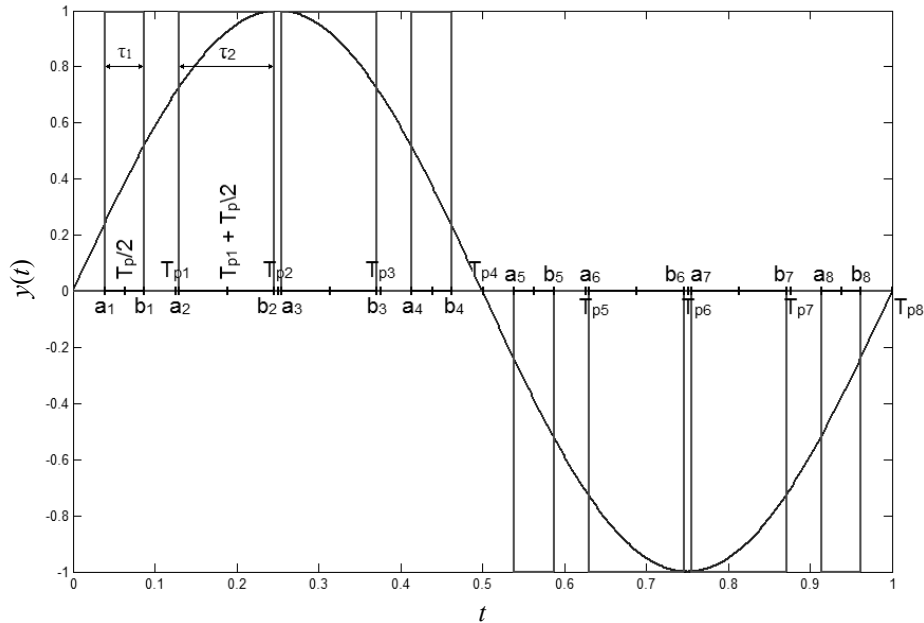


Рис. 6. Гармонический сигнал и соответствующий ему ШИМ сигнал

Аналитически длительность  $i$ -го импульса ШИС  $\tau_i$  и моменты времени, когда ШИС переходит их состояний 0 и  $\pm 1$ ,  $a_i$  и  $b_i$  соответственно, можно представить следующим образом:

$$\tau_i = T \left| \sin \left( \frac{T(2i-1)}{2} \right) \right|, \quad (1)$$

$$a_i = \frac{T(2i-1)}{2} - \frac{\tau_i}{2}, \quad (2)$$

$$b_i = \frac{T(2i-1)}{2} + \frac{\tau_i}{2}. \quad (3)$$

Используя выражения (1), (2) и (3), прямое преобразование Фурье можно представить в комплексном виде, где  $\omega = 2\pi/T_0$  – круговая частота гармоники:

$$X_k = \frac{1}{T_0} \left[ \sum_{m=1}^{\frac{N}{2}} \int_{a_m}^{b_m} e^{-jk\omega t} dt - \sum_{n=\frac{N}{2}+1}^N \int_{a_n}^{b_n} e^{-jk\omega t} dt \right]. \quad (4)$$

Решая интегралы и преобразуя (4), получим конечное выражение для прямого преобразования Фурье:

$$X_k = \frac{1}{2\pi jk} \left[ \sum_{m=1}^{\frac{N}{2}} (e^{-jk\omega a_m} - e^{-jk\omega b_m}) - \sum_{n=\frac{N}{2}+1}^N (e^{-jk\omega a_n} - e^{-jk\omega b_n}) \right]. \quad (5)$$

На рис. 7 представлен спектр ШИС при 16 импульсах за период гармоники, а в табл. 2 – значения гармонических составляющих, полученные на основе выражения (5).

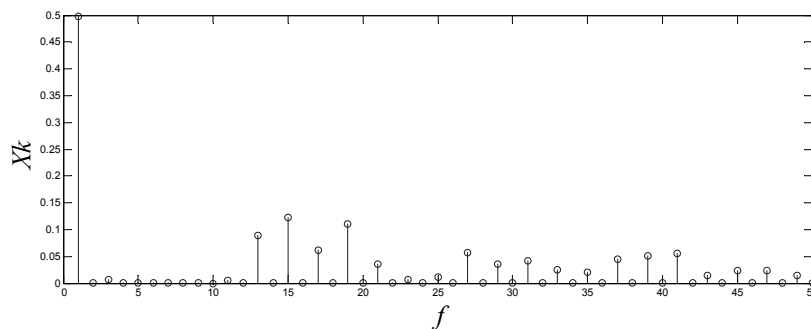


Рис. 7. Спектр ШИС для 16 импульсов за период гармоники

Таблица 2

**Значения гармонических составляющих ШИС для 16 импульсов за период гармоники**

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Xk	0,49759	0	0,00707	0	0,00023	0	0,00001	0	0,00004	0
2 ·  Xk	0,99519	0	0,01415	0	0,00046	0	0,00002	0	0,00009	0
δ, %	0,48114	0	1,41466	0	0,04647	0	0,00198	0	0,00865	0

№	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Xk	0,00465	0	0,08870	0	0,12196	0	0,06142	0	0,11046	0
2 ·  Xk	0,00931	0	0,17740	0	0,24393	0	0,12284	0	0,22093	0
δ, %	0,93060	0	17,73964	0	24,39276	0	12,28371	0	22,09296	0

Окончание табл. 2

№	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$ X_k $	0,03560	0	0,00733	0	0,01084	0	0,05647	0	0,03583	0
$2 \cdot  X_k $	0,07119	0	0,01467	0	0,02167	0	0,11294	0	0,07165	0
$\delta, \%$	7,11935	0	1,46691	0	2,16726	0	11,29356	0	7,16514	0

№	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$ X_k $	0,04251	0	0,02463	0	0,01983	0	0,04541	0	0,05180	0
$2 \cdot  X_k $	0,08501	0	0,04927	0	0,03966	0	0,09082	0	0,10359	0
$\delta, \%$	8,50113	0	4,92655	0	3,96576	0	9,08239	0	10,35907	0

№	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
$ X_k $	0,05637	0	0,01423	0	0,02304	0	0,02323	0	0,01428	0
$2 \cdot  X_k $	0,11274	0	0,02846	0	0,04609	0	0,04646	0	0,02855	0
$\delta, \%$	11,27406	0	2,84626	0	4,60870	0	4,64552	0	2,85531	0

В табл. 2  $|X_k|$  – амплитуда  $k$ -й гармоники спектра ШИС,  $2 \cdot |X_k|$  – двойная амплитуда гармоники спектра ШИС (коэффициент 2 возникает вследствие того, что первая гармоника в спектре ШИС равна половине амплитуды ШИС, и если не учесть данный коэффициент, то при определении гармоники результатом будет значение исследуемой гармоники, деленное на 2);  $\delta$  – погрешность, вносимая соответствующей гармоникой при анализе спектра сигнала.

Анализируя значения погрешностей определения гармоник в табл. 1 и значения табл. 2, можно отметить их примерное равенство, и, следовательно, наличие в спектре ШИС старших гармоник объясняет влияние старших гармоник на погрешность определения младших. Неточное совпадение данных значений объясняется тем, что моделирование делалось для дискретного сигнала, спектр ШИС рассчитывался с использованием аналитического выражения, т. е. для непрерывного сигнала.

Данная погрешность в конечном счете будет влиять на общую методическую погрешность. Причем наибольшее влияние данная погрешность оказывает на гармоники в окрестности гармоник с номерами  $N \cdot k$  (где  $N$  – количество ШИС импульсов за период исследуемой гармоники,  $k = 1, 2, 3$  и т. д.) (см. рис. 8). Заметим, что данное влияние уменьшается с увеличением  $k$ .

Рассмотрим спектр ШИС при 32 импульсах за период гармоники. На рис. 8 видно, что гармоники со 2-й по 28-ю равны, либо практически равны нулю, либо имеют достаточно малые значения. Это значит, что в диапазоне частот от  $2f$  до  $28f$  (где  $f$  – частота первой гармоники в исследуемом сигнале) влияние старших гармоник на погрешность определения младших будет незначительным либо совсем отсутствовать. Откуда можно сделать вывод, что избавиться от влияния старших гармоник на погрешность определения младших можно ограничивая частотный диапазон исследуемого сигнала и выбирая требуемое число ШИС импульсов за период исследуемой гармоники. Такое влияние старших гармоник на погрешность определения младших подобно эффекту элайзинга в ДПФ.

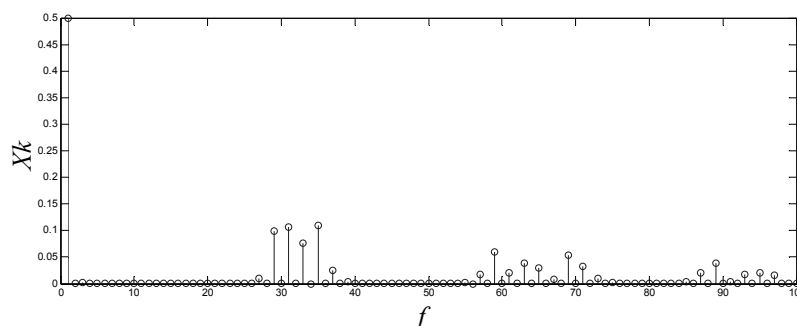


Рис. 8. Спектр ШИС при 32 импульсах за период гармоники

## 2. ПОГРЕШНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГАРМОНИК В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЧИСЛА ШИС ИМПУЛЬСОВ ЗА ПЕРИОД ГАРМОНИКИ

Посмотрим, как первая гармоника в спектре ШИС  $|X_1|$  зависит от количества ШИС импульсов  $N$  за период исследуемой гармоники. Расчет значения первой гармоники ШИС будем делать с использованием формулы (5). Проведем моделирование измерения гармоники, используя различное количество ШИС импульсов (количество точек за период ШИС импульса брались равным 1000, амплитуда исследуемой гармоники 1). Полученные результаты расчета и моделирования представлены в табл. 3.

Таблица 3

**Результаты исследования зависимости первой гармоники в спектре ШИС от количества ШИС импульсов за период исследуемой гармоники**

N	2	4	8	16	32	64	128
$ X_1 $	0,63662	0,47469	0,49042	0,49759	0,49940	0,49985	0,49996
$2 \cdot  X_1 $	1,27324	0,94938	0,98085	0,99519	0,99880	0,99970	0,99992
$\delta_1, \%$	27,32395	5,061727	1,915309	0,481141	0,12043	0,030117	0,00753
$\delta, \%$	27,32389	5,074549	1,979303	0,506696	0,13149	0,051131	0,02412

В табл. 3  $|X_1|$  – значение первой гармоники в спектре ШИС,  $2 \cdot |X_1|$  – двойная амплитуда первой гармоники спектра ШИС,  $\delta_1$  – погрешность определения первой гармоники при непрерывном спектре ШИС,  $\delta$  – погрешность определения гармоники при использовании алгоритма на основе ШИМ.

Так как соответствующие значения погрешностей определения первой гармоники при непрерывном спектре ШИС  $\delta_1$  и погрешностей определения гармоники при использовании алгоритма на основе ШИМ  $\delta$  равны (их неполное равенство объясняется наличием погрешности дискретности ШИС), из полученных результатов можно сделать вывод, что влияние числа периодов ШИС на погрешность определения гармоники объясняется изменениями значения первой гармоники спектра ШИС.



### 3. ПОГРЕШНОСТЬ ДИСКРЕТНОСТИ ШИС

Далее изучим изменение амплитуды первой гармоники спектра ШИС в зависимости от количества точек в импульсе ШИС (дискретность формирования ШИС импульсов) и также проведем моделирование измерения гармоники. Количество точек в импульсе ШИС при измерении гармоники будем брать равным количеству точек в импульсе ШИС при изучении его спектра, а количество ШИС импульсов возьмем равным 16. Полученные результаты представлены в табл. 4.

Таблица 4

**Результаты исследования зависимости амплитуды первой гармоники спектра ШИС от количества точек в импульсе ШИС**

$f_d$	10	100	200	300	400	500
$ X_1 $	0,478244	0,498343	0,499175	0,498085	0,498565	0,497286
$2 \cdot  X_1 $	0,956488	0,996685	0,99835	0,99617	0,99713	0,994571
$\delta_1, \%$	4,351244	0,331477	0,164997	0,383009	0,28696	0,542882
$\delta, \%$	4,023805	0,301352	0,150091	0,37314	0,279565	0,536946

В табл. 4  $|X_1|$  – значение первой гармоники в спектре ШИС,  $2 \cdot |X_1|$  – двойная амплитуда первой гармоники спектра ШИС,  $\delta_1$  – отличие двойной амплитуды первой гармоники спектра дискретного ШИС от единицы,  $\delta$  – погрешность определения гармоники при использовании алгоритма на основе ШИМ.

Из полученных результатов видно, что погрешность дискретности алгоритма определения гармоник на основе ШИМ обусловлена изменениями в спектре ШИС. Неполное равенство соответствующих значений  $\delta_1$  и  $\delta$  объясняется наличием старших гармоник в спектре ШИС, которые в случае применения алгоритма определения гармоник на основе ШИМ дают свой вклад в общий результат.

Обратим внимание, что погрешность определения гармоники при 200 точках в импульсе ШИС равна 0,15 %, при увеличении количества точек до 500 она увеличивается и достигает значения 0,535. При дальнейшем увеличении количества точек погрешность стремится к значению, равному 0,48 (для 500 000 точек погрешность равна 0,481), которое является погрешностью определения гармонических составляющих в зависимости от количества ШИС импульсов за период исследуемой гармоники. То есть можно сказать, что погрешность, зависящая от дискретности ШИС, колеблется относительно погрешности определения гармоник в зависимости от количества ШИС импульсов, и с увеличением количества точек эти колебания уменьшаются, что соответствует результатам, приведенным в работе [2].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе математической модели, описывающей метод определения гармонических составляющих сигнала, использующий широтно-импульсную модуляцию, было изучено влияние старших гармоник на погрешность определения младших. После чего было выведено аналитическое выражение для спектра ШИС, которое позволило исследовать спектр ШИС. Полученные данные позволили объяснить причину влияния старших гармоник на погрешность определения младших наличием в спектре ШИС высших гармоник. Так, например, в спектре ШИС, состоящем из 16 импульсов за период исследуемой гармоники и амплитудой 1, присутствуют гармоники с номерами 13, 15, 17, 19 и двойными амплитудами: 0.17740, 0.24393, 0.12284 и 0.22093 соответственно. Если в сигналах, поочередно состоящих из вышеуказанных гармоник, измерять первую гармонику, используя ШИС с 16 импульсами за период первой гармоники, то погрешность измерения будет равна 17.73964 %, 24.39276 %, 12.28371 % и 22.09296 % соответственно. Если же входной сигнал будет состоять из суммы первой гармоники и любой из указанных, то данные погрешности прибавятся к общей погрешности определения первой гармоники. Избавиться от такой дополнительной погрешности можно задавая частотный диапазон исследуемого сигнала и выбирая требуемое число ШИС импульсов за период исследуемой гармоники. Влияние старших гармоник на погрешность определения младших подобно эффекту элайзинга в ДПФ.

Кроме того, стало ясно влияние конечного числа отсчетов на периоде ШИС, числа периодов ШИС на периоде гармоники на погрешность определения гармоники, которое объясняется соответствующими изменениями в спектре ШИС. Например, если задать ШИС со 100 точками в одном импульсе, то двойная амплитуда первой гармоники в спектре ШИС будет равна 0.996685, т. е. отличается от единицы на 0.331477 %. Моделирование показывает: используя такой ШИС, измерение гармоник можно проводить с точностью 0.301352 %. Для ШИС с 500 точками в одном импульсе двойная амплитуда первой гармоники в спектре ШИС будет равна 0.994571, т. е. отличается от единицы на 0.542882 %. В этом случае при моделировании можно измерять гармоники с погрешностью 0.536946 %. Обратим внимание, что погрешность определения гармоники увеличилась при увеличении количества точек. На самом деле она колеблется относительно значения, которое является погрешностью определения гармонических составляющих в зависимости от количества ШИС импульсов за период исследуемой гармоники (см. [2]). И при увеличении количества точек в одном импульсе ШИС данные колебания уменьшаются.

Метод определения гармонических составляющих сигнала на основе ШИМ может быть использован, например, для анализа спектра низкочастотных сигналов, в том числе в счетчиках электрической энергии [13] для реализации функции определения качества электрической энергии [14, 15]. Так как в данных устройствах часто используются микроконтроллеры общего назначения с небольшими вычислительными ресурсами, метод анализа гармоник на основе ШИМ позволит снять с него значительную часть нагрузки.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сергиенко А.Б.* Цифровая обработка сигналов. – СПб.: Питер, 2002. – 608 с.
2. *Аравенков А.А., Пасынков Ю.А.* Анализатор гармоник на основе широтно-импульсной модуляции // Ползуновский вестник. – 2015. – № 3. – С. 120–125.
3. Патент 2564831 Российская Федерация, МПК7 G 01 R 23/16. Анализатор гармоник / А.А. Аравенков, Ю.А. Пасынков; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВПО «Новосибирский государственный технический университет». – № 2014117408/28; заявл. 29.04.2014; опубл. 10.10.2015, Бюл. № 28. – 6 с.
4. Патент 131496 Российская Федерация, МПК7 G 01 R 23/16. Анализатор гармоник / А.А. Аравенков, Ю.А. Пасынков; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВПО «Новосибирский государственный технический университет». – № 2012118134/28; заявл. 03.05.2012; опубл. 20.08.2013, Бюл. № 23. – 7 с.
5. *Aravenkov A.A.* Harmonic analyzer based on PWM method // International Summerschool Computer Science 2014 : Proceedings of Summerschool 7.7. – 13.7.2014. – Chemnitz: Technische Universitat, Fak. für Informatik, 2014. – P. 6–11. – (Chemnitzer Informatik-Berichte; CSR-14-01).
6. *Аравенков А.А., Пасынков Ю.А.* Анализатор гармоник на основе широтно-импульсной модуляции // Наука. Технологии. Инновации: материалы всероссийской научной конференции молодых ученых: в 7 ч. – Новосибирск, 2012. – Ч. 2. – С. 10–11.
7. *Христофоров А.В.* Методы анализа спектра сигнала: учебно-методическое пособие к специальному лабораторному практикуму для студентов старших курсов и магистрантов кафедры радиотехнического направления / Казанский государственный университет. – Казань, 2004. – 21 с.
8. *Оппенгейм А.В., Шафер Р.В.* Цифровая обработка сигналов: пер. с англ. / под ред. С.Я. Шаца. – М.: Связь, 1979. – 416 с.
9. *Гольденберг Л.М., Матюшкин Б.Д., Поляк М.Н.* Цифровая обработка сигналов: учебное пособие для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1990. – 256 с.
10. *Айфичер Э.С., Джервис Б.У.* Цифровая обработка сигналов: практический подход: пер. с англ. – 2-е изд. – М.: Вильямс, 2008. – 992 с. – ISBN 978-5-8459-0710-3.
11. Аппаратные и программные средства встраиваемых систем: учебное пособие / А.О. Ключев, Д.Р. Ковязина, П.В. Кустарев, А.Е. Платунов. – СПб.: СПбГУ ИТМО, 2010. – 290 с.
12. *Wolf W.H.* Computers as components: principles of embedded computing systems design. – San Francisco: Morgan Kaufmann, 2005. – 656 p. – ISBN 978-0-12-369459-1.
13. *Минин Г.П.* Измерение электроэнергии. – М.: Энергия, 1974. – 104 с. – (Библиотека электромонтера; вып. 394).
14. *Ананичева С.С., Алексеев А.А., Мызин А.Л.* Качество электроэнергии: регулирование напряжения и частоты в энергосистемах: учебное пособие. – 3-е изд., испр. – Екатеринбург: УрФУ, 2012. – 93 с.
15. ГОСТ 32144–2013. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. – Введ. 01.06.2013. – М.: Изд-во стандартов, 2013. – 18 с.

*Аравенков Александр Александрович*, ассистент кафедры защиты информации Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – разработка и исследование методов и средств измерения параметров периодических сигналов. Имеет 6 публикаций. E-mail: elaxcc@gmail.com

*Пасынков Юрий Алексеевич*, доктор технических наук, профессор кафедры защиты информации Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – разработка и исследование методов и средств измерения параметров периодических сигналов. Имеет более 60 публикаций. E-mail: pasinkov@is.cs.nstu.ru

***Study of the effect of a pulse-width signal spectrum on the error of harmonic amplitude measurement in the harmonic analyzer based on pulse-width modulation***\*

A.A. ARAVENKOV<sup>1</sup>, Yu.A. PASYNKOV<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Novosibirsk State Technical University, 20, K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, assistant lecturer. E-mail: elaxcc@gmail.ru

<sup>2</sup>Novosibirsk State Technical University, 20, K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, D. Sc. (Eng.), professor. E-mail: pasinkov@is.cs.nstu.ru

The article considers the effect of a pulse-width modulation (PWM) signal spectrum on the measurement error of harmonic amplitude when using the method of harmonic component measurement based on pulse-width modulation. Primarily, the paper considers the impact of signal high harmonics on the amplitude measurement error of low harmonics. For this purpose, modeling of a harmonic analyzer is made. Then an analytical equation of a PWM signal spectrum is derived and its spectrum is analyzed. Comparison of modeling results with a PWM signal spectrum makes it possible to understand the cause of an effect of signal high harmonics on the measurement error of harmonic amplitude which is explained by the existing high harmonics in the PWM signal spectrum. Furthermore, it becomes clear that this influence can be avoided by restricting the input signal bandwidth. Then the article describes the dependence of the PWM signal first harmonic on the number of PWM pulses over the period of harmonic measurement and the number of points per PWM pulse. It allows us to understand the cause of harmonic amplitude measurement error depending on the number of PWM pulses over the period of harmonic measurement and the number of points per PWM pulse, which is explained by corresponding changes in the PWM signal spectrum..

**Keywords:** harmonic, discrete Fourier transform, spectral analysis, harmonic analyzer, pulse width modulation, error, error analysis, embedded systems, electric power quality

DOI: 10.17212/1814-1196-2017-2-42-54

## REFERENCES

1. Sergienko A.B. *Tsifrovaya obrabotka signalov* [Digital signal processing]. St. Petersburg, Piter Publ., 2002. 608 p.
2. Aravenkov A.A., Pasynkov Yu.A. Analizator garmonik na osnove shirotno-impul'snoi modulyatsii [Harmonic analyzer based on pulse-width modulation]. *Polzunovskii vestnik – Polzunov Bulletin*, 2015, no. 3, pp. 120–125.
3. Aravenkov A.A., Pasynkov Yu.A. *Analizator garmonik* [Harmonic analyzer]. Patent RF, no. 2564831, 2015.
4. Aravenkov A.A., Pasynkov Yu.A. *Analizator garmonik* [Harmonic analyzer]. Patent RF, no. 131496, 2013.
5. Aravenkov A.A. Harmonic analyzer based on PWM method. *International Summerschool Computer Science 2014 : Proceedings of Summerschool 7.7. – 13.7.2014*. Chemnitzer Informatik-Berichte, CSR-14-01. Chemnitz, Technische Universitat, Fak. für Informatik, 2014, pp. 6–11.
6. Aravenkov A.A., Pasynkov Yu.A. [Harmonic analyzer based on pulse-width modulation]. *Nauka. Tekhnologii. Innovatsii: materialy vsereossiiskoi nauchnoi konferentsii molodykh uchenykh*: in 7 ch. [The Science. Technologies. Innovation: proceedings of the scientific conference of young scientists: in 4 pt.]. Novosibirsk, 2012, pt. 2, pp. 10–11. (In Russian).
7. Khristoforov A.V. *Metody analiza spektra signala* [Methods of the signal spectrum analysis]. Kazanskii gosudarstvennyi universitet. Kazan', 2004. 21 p.

---

\* Received 15 March 2017.

8. Oppenheim A., Schafer R. *Digital signal processing*. Prentice Hall, 1975. 585 p. (Russ. ed.: Oppenheim A.V., Shafer R.V. *Tsifrovaya obrabotka signalov*. Translated from English. Moscow, Svyaz' Publ., 1979. 416 p.).
9. Gol'denberg L.M., Matyushkin B.D., Polyak M.N. *Tsifrovaya obrabotka signalov* [Digital signal processing]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1990. 256 p.
10. Ifeachor E.C., Jervis B.W. *Digital signal processing: practical approach*. Prentice Hall, 1993. 779 p. (Russ. ed.: Aificher E.S., Dzhervis B.U. *Tsifrovaya obrabotka signalov: prakticheskii podkhod*. Moscow, Williams Publ., 2008. 992 p. ISBN 978-5-8459-0710-3).
11. Klyuchev A.O., Kovyazina D.R., Kustarev P.V., Platonov A.E. *Apparatnye i programmnye sredstva vstraivaemykh sistem* [Hardware and software for embedded systems]. St. Petersburg, SPbGU ITMO Publ., 2010. 290 p.
12. Wolf W.H. *Computers as components: principles of embedded computing systems design*. San Francisco, Morgan Kaufmann, 2005. 656 p. ISBN 978-0-12-369459-1.
13. Minin G.P. *Izmerenie elektroenergii* [Power measuring]. Moscow, Energiya Publ., 1974. 104 p.
14. Ananicheva S.S., Alekssev A.A., Myzin A.L. *Kachestvo elektroenergii: regulirovanie napryazheniya i chastoty v energosistemakh* [Power quality: regulation of voltage and frequency in power systems]. Ekaterinburg, UrFU Publ., 2012. 93 p.
15. GOST 32144–2013. *Normy kachestva elektricheskoi energii v sistemakh elektrosnabzheniya obshchego naznacheniya* [State Standard 32144–2013. Power quality norms in public electrical systems]. Moscow, Standartinform Publ., 2013. 18 p.