

УДК 681.5.035

## Динамическая модель резонансного преобразователя с Т-образным контуром\*

М.С. САХАРОВ<sup>1</sup>, А.В. ОСИПОВ<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 634050, РФ, г. Томск, пр. Ленина, 40, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, старший преподаватель. E-mail: [mikhaelf@mail.ru](mailto:mikhaelf@mail.ru)

<sup>2</sup> 634050, РФ, г. Томск, пр. Ленина, 40, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, кандидат технических наук, старший научный сотрудник. E-mail: [ossan@mail.ru](mailto:ossan@mail.ru)

Разработана математическая модель, описывающая динамику резонансного преобразователя с Т-образным колебательным контуром. Показано, что характер питающего источника существенно влияет на динамические свойства преобразователя. В частности, в режиме питания от источника напряжения он описывается аperiodическим звеном первого порядка. В режиме питания преобразователя от источника тока порядок звена выше, поэтому предложен подход, заключающийся в описании преобразователя моделью на основе эквивалентного колебательного контура, параметры которого связаны с параметрами резонансного контура простыми соотношениями.

С помощью предложенной модели исследована динамика резонансного преобразователя и определено, что переходные процессы в преобразователе определяются добротностью полученного эквивалентного контура, которая пропорциональна отношению емкостей выходного и входного фильтров. Определено влияние элементов схемы преобразователя на качество переходных процессов при запуске и смене нагрузки. Показано, что увеличение добротности эквивалентного контура увеличивает время переходного процесса и перерегулирование при пуске преобразователя, при этом наиболее тяжелым режимом является холостой ход, при котором добротность контура особенно велика. Переходные процессы при смене нагрузки имеют свои особенности, в этом случае увеличение добротности эквивалентного контура путем изменения соотношения емкостей сглаживающих фильтров позволяет уменьшить перерегулирование, при этом переходный процесс почти всегда имеет колебательный характер.

Полученные в работе аналитические выражения применимы в инженерной практике и позволяют оценить качество переходных процессов. Адекватность предложенного подхода подтверждена моделированием переходных процессов резонансного преобразователя в программном пакете OrCad9.2.

**Ключевые слова:** система электропитания, резонансные преобразователи, Т-образный контур, динамическая модель, операторная модель, метод первой гармоники, аperiodическое звено, колебательное звено, переходные процессы, качество переходных процессов

DOI: 10.17212/1814-1196-2017-4-47-66

---

\* Статья получена 05 октября 2017 г.

Работа выполнена в рамках реализации постановления Правительства РФ от 09.04.2010 № 218, договор от 01.12.2015 № 02.G25.31.0182.

## ВВЕДЕНИЕ

Применение DC-DC-преобразователей с промежуточным резонансным звеном (резонансным контуром) в альтернативной энергетике становится все более актуальным, так как обеспечивает безопасное переключение транзисторов без дополнительных реактивных элементов и улучшает энергетические характеристики не только преобразователя, но и системы электропитания в целом. Однако это не единственное преимущество резонансных преобразователей. Резонансный контур может выступать в качестве преобразователя импеданса, в этом случае формируется более сложная топология контура, например Т-образная, обеспечивающая параметрическую стабилизацию выходного тока при питании от источника напряжения [1–3]. Однако часто в энергетике необходимо решить обратную задачу – преобразование источника тока в источник напряжения. Примером может служить формирование стабильного постоянного напряжения от солнечной батареи, являющейся источником тока. В этом случае изменение нагрузки даже в широких пределах не приводит к существенным изменениям выходного напряжения. Одним из вариантов реализации резонансного преобразователя тока солнечной батареи в стабильное напряжение питания является резонансный преобразователь с Т-образным колебательным контуром, построенный по схеме двойного активного моста (в зарубежных источниках – DualActiveBridge), к достоинствам которого следует отнести стабильность установившегося выходного напряжения и резонансной частоты при изменениях нагрузки [4].

Вместе с тем для резонансных преобразователей ввиду наличия большого количества реактивных элементов характерна достаточно сложная динамика переходных процессов, что выражается в появлении затяжных выбросов выходного напряжения большой амплитуды и большого перерегулирования при смене нагрузки. В настоящее время системы электропитания предъявляют весьма жесткие требования к качеству выходного напряжения, и это является серьезной проблемой. В случае питания от источника тока ситуация осложняется тем, что выбросы напряжения могут присутствовать и на входе преобразователя, так как на динамические процессы начинает влиять входной фильтр.

В большинстве работ, посвященных исследованию динамики резонансных преобразователей, рассматриваются преобразователи с последовательным резонансным контуром [5–9], при этом применяются как частотные, так и временные методы анализа, при помощи которых построены как малосигнальные, так и полносигнальные динамические модели. Для анализа резонансных преобразователей нередко применяются частотный и операторный методы, основанные соответственно на преобразованиях Фурье и Лапласа. При этом возможен анализ схем как по первой гармонике, так и с учетом синусоидальных составляющих более высокого порядка. Данные методы имеют не самую высокую точность, однако дают достаточно простое и понятное представление о работе схемы [5, 6].

Анализ преобразователя с Т-образным контуром является более сложной задачей, так как синтезируется система более высокого порядка из-за включения в динамическую модель входного фильтра. В источниках, посвященных преобразователю с Т-образным контуром, как правило, исследуется его работа в установившемся режиме и проводится анализ энергетических харак-

теристик [2,10–13]. Однако динамические свойства такого преобразователя фактически не исследовались, соответственно не исследовалось и влияние параметров элементов схемы на переходные процессы.

Таким образом, целью данной работы является построение динамической модели резонансного преобразователя с Т-образным контуром и анализ на ее основе основных факторов, влияющих на качество переходных процессов.

## 1. РЕЗОНАНСНЫЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ С Т-ОБРАЗНЫМ КОЛЕБАТЕЛЬНЫМ КОНТУРОМ

Анализируемый резонансный преобразователь содержит два мостовых преобразователя (инвертор и выпрямитель), связанных Т-образным колебательным контуром, к выходу которого подключены нагрузка и выходной сглаживающий фильтр (рис. 1). Инвертор формирует прямоугольное напряжение  $u_{инв}$ , которое подается на вход Т-образного контура. При условии совпадения частоты преобразования инвертора с резонансной частотой контура

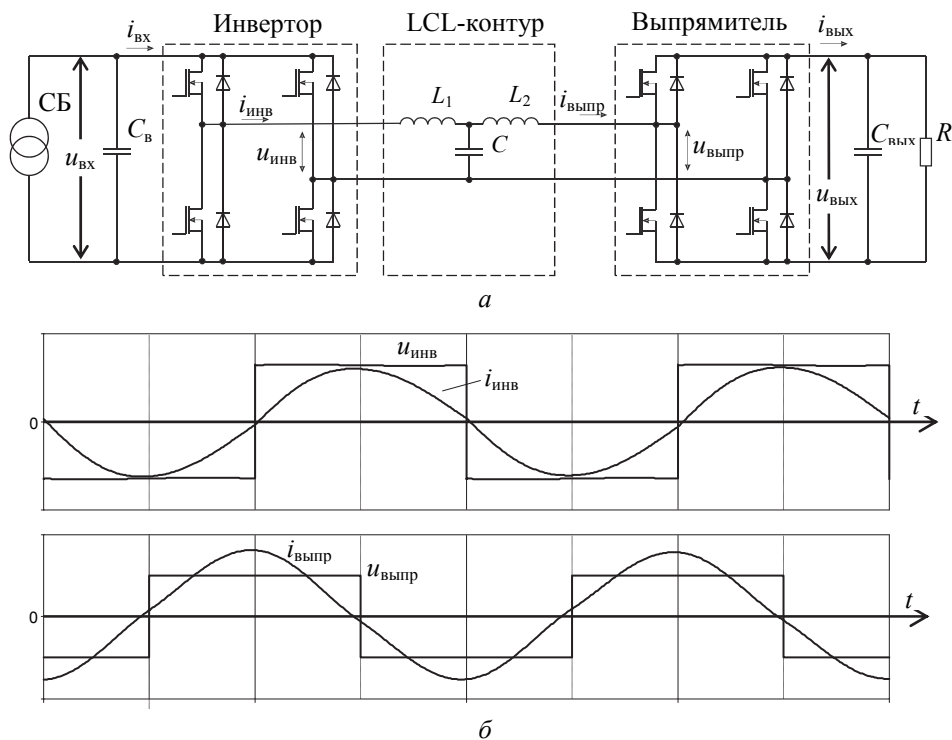


Рис. 1. Схема резонансного преобразователя энергии солнечной батареи с Т-образным колебательным контуром (а) и диаграммы его параметров (б)

в индуктивности  $L_1$  возникает синусоидальный ток  $i_{инв}$ , совпадающий по фазе с  $u_{инв}$ . При этом в индуктивности  $L_2$  возникает ток  $i_{выпр}$ , сдвинутый относительно  $i_{инв}$  на угол  $\pi/2$ , не зависящий от нагрузки. Поэтому сигналы управления выпрямителя сдвинуты относительно сигналов управления инвертора на аналогичный угол  $\pi/2$ , при этом напряжение выпрямителя  $u_{выпр}$  совпадает по фазе с током. При условии равенства дросселей  $L_1 = L_2$  обеспечивается ста-

бильность угла сдвига между токами дросселей  $L_1$  и  $L_2$ , равного  $\pi/2$ , и стабильность выходного напряжения при изменении нагрузки [4]. В этом случае резонансная частота, волновое сопротивление контура, добротность и выходное напряжение определяются формулами:

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC},$$

$$\rho = \sqrt{L/C}, \quad (1)$$

$$Q = \frac{8R}{\pi^2 \rho},$$

$$u_{\text{вых}} = \frac{\pi^2}{8} \rho I_{\text{сб}}, \quad (2)$$

где  $I_{\text{сб}}$  – входной ток преобразователя.

Следует заметить, что параметрическая стабилизация напряжения обеспечивает стабильность только в установившемся режиме, скачкообразное изменение нагрузки приводит к появлению динамических выбросов, определяемых параметрами схемы. Для математического описания переходных процессов необходима математическая модель, позволяющая дать качественные и количественные оценки и связать их с параметрами схемы при равенстве частоты преобразования и собственной частоты Т-образного контура.

## 2. АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ С Т-ОБРАЗНЫМ КОЛЕБАТЕЛЬНЫМ КОНТУРОМ ПРИ ПИТАНИИ ОТ ИСТОЧНИКА ПОСТОЯННОГО НАПРЯЖЕНИЯ

Для анализа резонансных преобразователей часто применяется метод расчета по первой гармонике, при котором прямоугольное напряжение на входе колебательного контура заменяется синусоидальной составляющей. Следовательно, можно составить эквивалентную схему (рис. 2), согласно которой инвертор заменяется генератором синусоидального напряжения, а нагрузкой Т-образного контура является входной импеданс выпрямителя  $Z_{\text{выпр}}$ , который является комплексным, поскольку параллельно нагрузке подключен сглаживающий конденсатор.

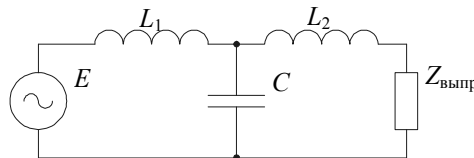


Рис. 2. Эквивалентная схема резонансного преобразователя с Т-образным контуром

На основе эквивалентной схемы можно построить математическую модель, и начать следует с описания выпрямителя, на входе которого действует синусоидальный ток

$$i_{\text{выпр}}(t) = \sigma(t) \sin(\omega t), \quad (3)$$

где  $\sigma(t)$  – единичная функция Хевисайда,  $\omega$  – частота преобразования.

С учетом того, что частота преобразования совпадает с резонансной, т. е. разность фаз между током и напряжением на входе выпрямителя равна нулю, ток на выходе выпрямителя определяется выражением

$$i_{\text{вых}}(t) = \sigma(t) |\sin(\omega t)|. \quad (4)$$

Соответственно, напряжение  $u_{\text{вых}}$  на выходе преобразователя является откликом выходной цепи, представляющей собой параллельное соединение активного сопротивления нагрузки  $R$  и емкости выходного фильтра  $C_{\text{вых}}$ , на скачок средневыпрямленного значения тока (4), и согласно теории электрических цепей

$$u_{\text{вых}}(t) = \frac{2R}{\pi} \sigma(t) \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC_{\text{вых}}}} \right). \quad (5)$$

В результате на входе выпрямителя возникает прямоугольное напряжение, совпадающее по фазе с током и нарастающее по экспоненциальному закону. При замене прямоугольника его первой гармоникой напряжение на входе выпрямителя определяется выражением

$$u_{\text{выпр}}(t) = \frac{8R}{\pi^2} \sigma(t) \sin(\omega t) \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC_{\text{вых}}}} \right). \quad (6)$$

Для анализа динамических свойств необходимо произвести преобразование Лапласа, и изображения параметров на входе выпрямителя имеют следующий вид:

$$i_{\text{выпр}}(t) \doteq \dot{I}_{\text{выпр}}(p) = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2},$$

$$u_{\text{выпр}}(t) \doteq \dot{U}_{\text{выпр}}(p) = \frac{8R}{\pi^2} \left( \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} - \frac{\omega}{\left( p + \frac{1}{RC_{\text{вых}}} \right)^2 + \omega^2} \right). \quad (7)$$

Из них следует выражение операторного сопротивления выпрямителя:

$$\dot{Z}_{\text{выпр}}(p) = \frac{8R}{\pi^2} \frac{2pRC_{\text{вых}} + 1}{(pRC_{\text{вых}} + 1)^2 + (\omega RC_{\text{вых}})^2}. \quad (8)$$

Нетрудно увидеть, что выпрямитель является аperiodическим звеном второго порядка. Операторное сопротивление Т-образного контура с нагрузкой в виде выпрямителя согласно его эквивалентной схеме определяется выражением

$$\dot{Z}_{\text{к}}(p) = pL + \frac{pL + Z_{\text{выпр}}(p)}{1 + [pL + Z_{\text{выпр}}(p)]pC}. \quad (9)$$

Выражение (9) дает возможность проанализировать динамические свойства Т-образного контура, нагруженного на выпрямитель. С учетом равенства частот преобразования и свободных колебаний Т-образного контура после замены операторной переменной  $s = p / \omega_0$  из формул (1), (8) и (9) получено следующее выражение для операторного входного сопротивления Т-образного контура, нагруженного на выпрямитель:

$$\dot{Z}_{\text{к}}(s) = \rho \frac{s^5 + b_4 s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \quad (10)$$

$$b_4 = \frac{2}{k_{\text{вых}} Q}, \quad b_3 = 3 + \frac{2}{k_{\text{вых}}} + \frac{1}{k_{\text{вых}}^2 Q^2}, \quad b_2 = \frac{4k_{\text{вых}} + 1}{k_{\text{вых}}^2 Q},$$

$$b_1 = b_3 + 1 - \frac{1}{k_{\text{вых}}^2 Q^2}, \quad b_0 = \frac{1}{k_{\text{вых}}^2 Q},$$

$$a_3 = b_4, \quad a_2 = b_1 - \frac{1}{k_{\text{вых}}^2 Q^2}, \quad a_1 = b_2 - b_4, \quad a_0 = \frac{1}{k_{\text{вых}}^2 Q^2} + 1,$$

где  $k_{\text{вых}} = \frac{\pi^2 C_{\text{вых}}}{8C}$  – коэффициент выходного фильтра.

В резонансе входное сопротивление контура стремится к значению  $\rho/Q$ , что отражает основное свойство индуктивно-емкостного преобразователя – параметрическую стабилизацию выходного напряжения.

Проанализировать динамику Т-образного контура можно путем определения его реакции на скачок синусоидального напряжения:

$$u_1(t) = \sigma(t) \sin(\omega_0 t) \doteq \dot{U}_1(s) = \frac{1}{s^2 + 1}, \quad (11)$$

В качестве откликов следует рассмотреть входной ток и напряжение на нагрузке. Изображение входного тока контура при подаче скачка синусоиды в операторном виде определяется следующим выражением:

$$\dot{I}_1(s) = \frac{1}{\dot{Z}_k(s)(s^2 + 1)}. \quad (12)$$

Для определения тока во временной области необходимо найти полюса его изображения. Данная задача решена численными методами. В результате с учетом того, что часть членов пренебрежимо мала, получено следующее выражение:

$$i_1(t) = \frac{Q}{\rho} \left( 1 - e^{-\frac{\omega_0 t}{(2+k_{\text{ВЫХ}})Q}} \right) \sin(\omega_0 t). \quad (13)$$

Для определения напряжения на выходе выпрямителя необходима передаточная характеристика Т-образного контура, нагруженного на выпрямитель, которую несложно получить из ее схемы:

$$\dot{K}(p) = \frac{\dot{Z}_k(p) - pL}{\dot{Z}_k(p)}. \quad (14)$$

С учетом операторной модели выпрямителя (7) после замены операторной переменной  $s = p / \omega_0$  из формул (9) и (14) получается следующее выражение для передаточной функции Т-образного контура по напряжению:

$$\dot{K}(s) = \frac{\frac{2sk_{\text{ВЫХ}}Q + 1}{k_{\text{ВЫХ}}^2 Q}}{s^5 + b_4s^4 + b_3s^3 + b_2s^2 + b_1s + b_0}. \quad (15)$$

Операторное напряжение на входе выпрямителя

$$\dot{U}_{\text{ВЫПР}}(s) = K(s) \frac{1}{s^2 + 1}. \quad (16)$$

При обратном преобразовании Лапласа от выражения (16) при исключении части пренебрежимо малых членов получается выражение для напряжения на входе выпрямителя при подаче скачка синусоиды на Т-образный контур:

$$u_{\text{ВЫПР}}(t) = Q \left( 1 - e^{-\frac{\omega_0 t}{(2+k_{\text{ВЫХ}})Q}} \right) \sin\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right). \quad (17)$$

Очевидно, что напряжение на выходе равно модулю амплитуды напряжения на входе выпрямителя, деленного на  $4/\pi$  (модуль первой гармоники):

$$u_{\text{ВЫХ}}(t) = \frac{\pi}{4} Q \left( 1 - e^{-\frac{\omega_0 t}{(2+k_{\text{ВЫХ}})Q}} \right). \quad (18)$$

Выражение (18) является математическим описанием пускового переходного процесса выходного напряжения преобразователя с Т-образным контуром, питаемого постоянным напряжением. Таким образом, с точки зрения динамики выходного напряжения резонансный преобразователь с Т-образным контуром, питаемый постоянным напряжением, является апериодическим звеном первого порядка. Постоянная времени апериодического звена определяется добротностью колебательного контура и соотношением емкостей выходного и резонансного конденсаторов. Графически переходные процессы представлены на рис. 3.

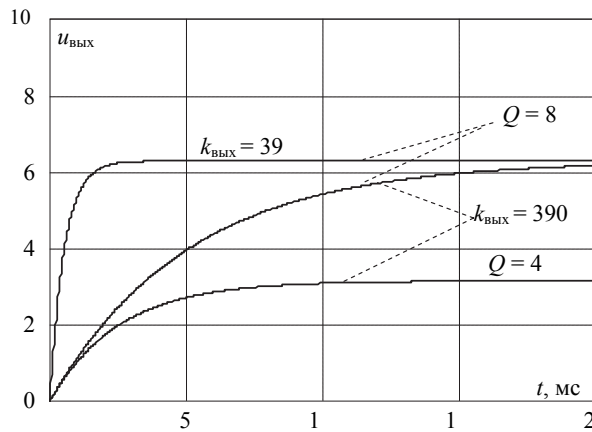


Рис. 3. Переходные процессы выходного напряжения резонансного преобразователя с Т-образным контуром при питании постоянным напряжением

Из выражения (18) видно, что установившееся значение выходного напряжения определяется только значением добротности резонансного контура, т. е. при заданном  $\rho$  пропорционально нагрузке. Длительность переходного процесса в преобразователе определяется значениями  $Q$  и  $k_{\text{ВЫХ}}$ . Видно, что большое значение выходного фильтра затягивает переходный процесс. Из характеристик (рис. 3) можно заметить, что преобразователь находится в режиме параметрической стабилизации выходного тока. Данное свойство часто используется для реализации зарядных устройств аккумуляторов [3].

Совокупность выражений (13) и (18) позволяет определить входной импеданс инвертора и построить математическую модель резонансного преобразователя в режиме питания от источника тока.



### 3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ С Т-ОБРАЗНЫМ КОНТУРОМ ПРИ ПИТАНИИ ОТ ИСТОЧНИКА ТОКА

Режим питания от источника тока существенно сложнее, так как в этом случае напряжение на входе резонансного преобразователя имеет переменную составляющую, определяемую емкостью входного фильтра  $C_{\text{ВХ}}$  и реактивной частью входного импеданса инвертора  $Z_{\text{ИНВ}}$  (рис. 4, а). Поэтому включение на входе преобразователя источника тока приводит к усложнению динамики преобразователя, увеличивающего порядок системы.

Оценить динамику можно, получив операторную модель входного импеданса инвертора, для чего следует рассмотреть его средний потребляемый ток как отклик на напряжение, равное функции Хевисайда. Среднее значение тока потребления инвертора можно получить дополнением тока контура (13) до комплексной формы с последующим вычислением модуля и учетом выпрямления и замены прямоугольного напряжения контура на его первую гармонику:

$$i_{\text{ИНВ}}(t) = \frac{8Q}{\pi^2 \rho} \left[ 1 - e^{-\frac{\omega_0 t}{(2+k_{\text{ВЫХ}})Q}} \right]. \quad (19)$$

Из изображения тока инвертора, являющегося откликом на единичный скачок напряжения, следует операторное входное сопротивление инвертора:

$$\dot{Z}_{\text{ИНВ}}(p) = \frac{\pi^2 \rho}{8} \left( \frac{2 + k_{\text{ВЫХ}}}{\omega_0} p + \frac{\pi^2 \rho}{8R} \right), \quad (20)$$

откуда видно, что динамические свойства преобразователя без входного фильтра можно представить эквивалентной схемой в виде последовательного соединения индуктивности  $L_3$  и сопротивления  $R_3$ . Учитывая, что емкость фильтрующего конденсатора существенно превышает емкость резонансного, параметры эквивалентного контура можно представить выражениями:

$$L_3 = \frac{\pi^2 \rho}{8} \frac{k_{\text{ВЫХ}}}{\omega_0}, \quad R_3 = \left( \frac{\pi^2 \rho}{8} \right)^2 \frac{1}{R}. \quad (21)$$

Учитывая, что преобразователь без входного фильтра является аperiodическим звеном первого порядка, с учетом входного фильтра преобразователь можно представить в виде эквивалентного параллельного колебательного контура, питаемого током входного источника (рис. 4, б). При этом полученный контур имеет собственную частоту  $\omega_{03}$ , добротность  $Q_3$  и волновое сопротивление  $\rho_3$ , связанные с параметрами резонансного контура соотношениями:

$$\begin{aligned} \omega_{03} &= 1/\sqrt{L_3 C_{\text{ВХ}}} = \frac{\omega_0}{\sqrt{k_{\text{ВХ}} k_{\text{ВЫХ}}}}, \\ \rho_3 &= \sqrt{L_3 / C_{\text{ВХ}}} = k_c \frac{\pi^2 \rho}{8}, \\ Q_3 &= \rho_3 / R_3 = k_c Q, \end{aligned} \quad (22)$$

где  $k_{\text{ВХ}} = \frac{\pi^2}{8} \frac{C_{\text{ВХ}}}{C}$ ,  $k_C = \sqrt{\frac{C_{\text{ВЫХ}}}{C_{\text{ВХ}}}}$ .

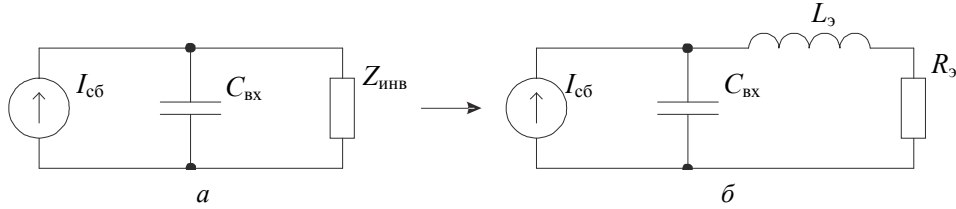


Рис. 4. Эквивалентная схема преобразователя с Т-контуром при питании от источника тока

Полученная эквивалентная схема позволяет провести анализ переходных процессов, происходящих в преобразователе, путем решения соответствующих дифференциальных уравнений, для составления которых следует воспользоваться следующими соотношениями, полученными из законов Ома и Кирхгофа:

$$\begin{cases} i_{\text{Пр}}(t) = i_C(t) + i_L(t), \\ u(t) = u_L(t) + u_R(t), \\ i_C(t) = C_{\text{ВХ}} \frac{du(t)}{dt}, \\ i_L(t) = \frac{1}{L_3} \int u_L(t) dt, \end{cases} \quad (23)$$

где  $i(t)$  – ток эквивалентного колебательного контура;  $u(t)$  – входное напряжение преобразователя (входное напряжение инвертора);  $i_C(t)$  – ток входной емкости преобразователя;  $i_L(t)$  – ток эквивалентной индуктивности (входной ток инвертора);  $u_L(t)$  – напряжение на эквивалентной индуктивности;  $u_R(t)$  – напряжение на эквивалентном активном сопротивлении.

Из соотношений (22) следует система из двух дифференциальных уравнений, описывающая напряжение на эквивалентном колебательном контуре при воздействии входного тока:

$$\begin{cases} \frac{d^2 u_L(t)}{dt^2} + \frac{\omega_{03}}{Q_3} \frac{du_L(t)}{dt} + \frac{u_L(t)}{\omega_{03}^2} = \omega_{03} \rho_3 \frac{di(t)}{dt}, \\ \frac{\omega_{03}}{Q_3} u_L(t) + \frac{du_L(t)}{dt} = \frac{du(t)}{dt}. \end{cases} \quad (24)$$

Полученная система уравнений является математической моделью, позволяющей проанализировать динамические свойства преобразователя при питании от источника тока.

#### 4. АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ РЕЗОНАНСНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ПРИ ПИТАНИИ ОТ ИСТОЧНИКА ТОКА

На основе полученной выше модели можно провести анализ преобразователя по входному возмущению на примере пусковых переходных процессов, для анализа которых следует рассмотреть входное напряжение инвертора как реакцию на скачок постоянного тока. В этом случае операторное входное сопротивление эквивалентного контура является его передаточной функцией, выражение для которой несложно получить из схемы контура с учетом формулы (20) или из системы дифференциальных уравнений (24), подвергнув оба уравнения преобразованию Лапласа и затем поделив изображение второго уравнения на изображение первого:

$$\dot{Z}_{\text{вх}}(p) = \rho_3 \omega_{03} \frac{p + \frac{\omega_{03}}{Q_3}}{\omega_{03}^2 + p \frac{\omega_{03}}{Q_3} + p^2}, \quad (25)$$

тогда операторное напряжение эквивалентного контура определяется формулой

$$\dot{U}_{\text{инв}}(p) = \rho_3 \omega_{03} \frac{I_{\text{сб}}}{p} \frac{p + \frac{\omega_{03}}{Q_3}}{\omega_{03}^2 + p \frac{\omega_{03}}{Q_3} + p^2}. \quad (26)$$

Отклик во временной области является обратным преобразованием Лапласа от выражения (26) и в зависимости от значения  $Q_3$  может быть представлять как затухающие колебания, так и апериодический процесс. Мгновенное значение входного напряжения, отнесенное к установившемуся значению выходного, выражается следующими формулами:

$$u_{\text{вх}}^*(t) = \frac{\pi^2 \rho}{8 R} \begin{cases} 1 - e^{-\frac{\omega_{03} t}{2Q_3}} \left( \text{ch } \Omega_1 t - \frac{2Q_3^2 - 1}{\sqrt{1 - 4Q_3^2}} \text{sh } \Omega_1 t \right) & \text{при } Q_3 < \frac{1}{2}, \\ 1 - e^{-\omega_{03} t} \left( \frac{\omega_{03} t}{2} + 1 \right) & \text{при } Q_3 = \frac{1}{2}, \\ 1 - e^{-\frac{\omega_{03} t}{2Q_3}} \left( \cos \Omega_2 t - \frac{2Q_3^2 - 1}{\sqrt{4Q_3^2 - 1}} \sin \Omega_2 t \right) & \text{при } Q_3 > \frac{1}{2}, \end{cases} \quad (27)$$

где  $\Omega_1 = \frac{\sqrt{1 - 4Q_3^2}}{2Q_3} \omega_{03}$ ,  $\Omega_2 = \frac{\sqrt{4Q_3^2 - 1}}{2Q_3} \omega_{03}$ .

Для получения выражения для выходного напряжения, являющегося откликом на единичный скачок входного тока, нужно исключить гармоническую составляющую из обратного преобразования Лапласа от произведения пере-

ходного напряжения питания, определяемого по формулам (26), на передаточную функцию Т-образного колебательного контура по напряжению, определяемую формулой (15). В итоге после отбрасывания пренебрежимо малых составляющих получено следующее выражение для переходного процесса выходного напряжения, отнесенного к своему установившемуся значению:

$$u_{\text{ВЫХ}}^*(t) = \begin{cases} 1 - e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q_3}} \left( \text{ch } \Omega_1 t + \frac{1}{\sqrt{1-4Q_3^2}} \text{sh } \Omega_1 t \right) & \text{при } Q_3 < \frac{1}{2}, \\ 1 - e^{-\omega_0 t} (1 + \omega_3 t) & \text{при } Q_3 = \frac{1}{2}, \\ 1 - e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q_3}} \left( \cos \Omega_2 t + \frac{1}{\sqrt{4Q_3^2 - 1}} \sin \Omega_2 t \right) & \text{при } Q_3 > \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (28)$$

Установившееся значение выходного напряжения не зависит от нагрузки и определяется выражением (2), что отражает свойство параметрической стабилизации выходного напряжения преобразователя. Установившееся значение входного напряжения определяется значением  $R_3$ .

Пример пусковых переходных процессов, полученных по выражениям (27) и (28), показан на рис. 5. Характеристики построены при разных значениях добротности эквивалентного контура  $Q_3$ , которая варьировалась путем изменения нагрузки, поэтому при изменении  $Q_3$  меняется установившееся значение  $u_{\text{ВХ}}$ . Характеристики построены при равных значениях входного и выходного фильтров, что обеспечивает условия  $k_C = 1$  и  $Q_3 = Q$ . Видно, что  $Q_3$  является параметром, однозначно определяющим характер переходных процессов входного и выходного напряжений, которые имеют схожий характер, хотя присутствует сдвиг фазы колебаний на  $\pi/2$ . Улучшение качества пусковых переходных процессов связано с уменьшением эквивалентной добротности, что достигается уменьшением отношения фильтрующих емкостей  $K_C$ .

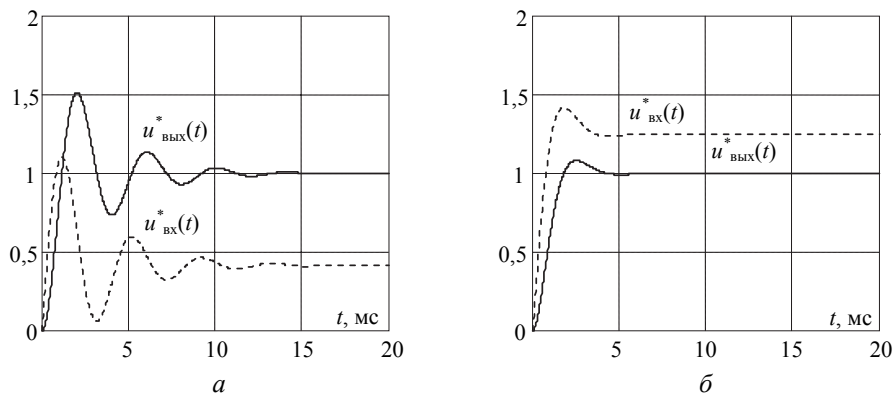


Рис. 5. Пусковые переходные процессы, полученные в результате анализа по первой гармонике при  $k_C = 1$ :

$a - Q_3 = 0,8$ ;  $b - Q_3 = 2,4$

Таким образом, с точки зрения пусковых процессов наиболее тяжелым является режим малых нагрузок, в предельном случае на холостом ходу  $R_3 = 0$  и запуск осуществляется на короткое замыкание, что приводит к незатухающим колебаниям бесконечной амплитуды.

Для верификации полученных характеристик построена модель в программном пакете моделирования OrCad 9.2 на основе мостовых преобразователей, формирующих прямоугольные напряжения инвертора и выпрямителя, результаты моделирования при входном токе  $i_{сб} = 8$  А, частоте преобразования  $f = 100$  кГц, выходном напряжении  $u_{вых} = 100$  В и емкостях входного и выходного фильтров, равных 50 мкФ, показаны на рис. 6. Необходимо отметить высокую степень совпадения (рис. 4) и (рис. 5), что говорит о незначительном влиянии высших гармоник.

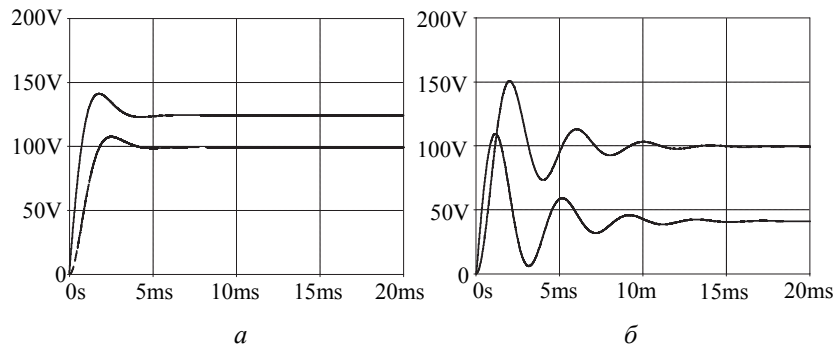


Рис. 6. Пусковые переходные процессы, полученные в результате моделирования в системе OrCad 9.2 при  $C_{вх} = 50$  мкФ,  $C_{вых} = 50$  мкФ:

$$a - Q_3 = 0,8; \quad б - Q_3 = 2,4$$

При помощи полученной математической модели можно провести анализ преобразователя при возмущении по выходному току, т. е. по изменению сопротивления нагрузки. Из теории электрических цепей известно, что токи и напряжения в линейной цепи при мгновенном изменении нагрузки можно представить в виде суммы токов и напряжений в установившемся режиме перед изменением нагрузки и свободных колебаний после изменения нагрузки. Как видно из выражений (10) и (22), с позиций динамики изменение сопротивления нагрузки можно интерпретировать как изменение добротности эквивалентного контура  $Q_3$ .

Для определения свободных колебаний напряжения питания инвертора необходимо решить систему уравнений (24), приравняв правую часть первого уравнения к нулю:

$$\begin{cases} \frac{d^2 u_L(t)}{dt^2} + \frac{\omega_{0э}}{Q_{3+}} \frac{du_L(t)}{dt} + \frac{u_L(t)}{\omega_{0э}^2} = 0, \\ \frac{\omega_{0э}}{Q_{3+}} u_L(t) + \frac{du_L(t)}{dt} = \frac{du_{сб}(t)}{dt}, \end{cases} \quad (29)$$

где  $u_{\text{св}}(t)$  – свободная составляющая колебаний переходного процесса;  $Q_{3+}$  – добротность эквивалентного колебательного контура после изменения нагрузки. Решение первого уравнения системы (29) имеет следующий общий вид:

$$u_L(t) = A_1 e^{q_1 t} + A_2 e^{q_2 t}, \quad (30)$$

где  $A_1$  и  $A_2$  – постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий;  $q_1$  и  $q_2$  – корни характеристического уравнения.

Характеристическое уравнение и его корни следующие:

$$q^2 + \frac{\omega_{03}}{Q_{3+}} q + \omega_{03}^2 = 0,$$

$$q_1 = \omega_{03} \frac{-1 + \sqrt{1 - 4Q_{3+}^2}}{2Q_{3+}}, \quad (31)$$

$$q_2 = \omega_{03} \frac{-1 - \sqrt{1 - 4Q_{3+}^2}}{2Q_{3+}}.$$

Из второго уравнения системы (29), соотношений (23) и формулы (30) следуют выражения для токов и напряжений свободных колебаний контура:

$$u_{\text{св}}(t) = A_1 e^{q_1 t} \left( 1 + \frac{\omega_{03}}{q_1 Q_{3+}} \right) + A_2 e^{q_2 t} \left( 1 + \frac{\omega_{03}}{q_2 Q_{3+}} \right), \quad (32)$$

$$i_{L_{\text{св}}}(t) = \frac{1}{L_3} \left( \frac{A_1 e^{q_1 t}}{q_1} + \frac{A_2 e^{q_2 t}}{q_2} \right).$$

Установившийся ток через эквивалентную индуктивность всегда равен  $I_{\text{сб}}$ , а установившееся напряжение равно его произведению на эквивалентное активное сопротивление  $R_{3+}$ . Следовательно, мгновенные значения напряжения на входе инвертора и тока инвертора после изменения нагрузки определяются следующими выражениями:

$$u_{\text{вх}+}(t) = i_{\text{сб}} R_{3+} + A_1 e^{q_1 t} \left( 1 + \frac{\omega_{03}}{q_1 Q_{3+}} \right) + A_2 e^{q_2 t} \left( 1 + \frac{\omega_{03}}{q_2 Q_{3+}} \right), \quad (33)$$

$$i_{\text{вх}+}(t) = i_{\text{сб}} + \frac{1}{L_3} \left( \frac{A_1 e^{q_1 t}}{q_1} + \frac{A_2 e^{q_2 t}}{q_2} \right),$$

где  $R_{3+}$  – эквивалентное сопротивление после мгновенного изменения нагрузки.

Согласно законам коммутации в нулевой момент времени напряжение на контуре равно произведению эквивалентного активного сопротивления до коммутации на ток питания инвертора, а ток эквивалентной индуктивности равен току питания инвертора. С учетом этих начальных условий из выраже-

ний (33) следует система уравнений для нахождения постоянных интегрирования:

$$\begin{cases} I(R_{3-} - R_{3+}) = A_1 \left(1 + \frac{\omega_{03}}{q_1 Q_{3+}}\right) + A_2 \left(1 + \frac{\omega_{03}}{q_2 Q_{3+}}\right), \\ A_1 q_2 + A_2 q_1 = 0, \end{cases} \quad (34)$$

где  $R_{3-}$  – эквивалентное сопротивление до мгновенного изменения нагрузки.

Полученная система уравнений имеет следующее решение:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{I(R_{3-} - R_{3+}) \left(-1 + \sqrt{1 - 4Q_{3+}^2}\right)}{2\sqrt{1 - 4Q_{3+}^2}}, \\ A_2 &= \frac{I(R_{3-} - R_{3+}) \left(1 + \sqrt{1 - 4Q_{3+}^2}\right)}{2\sqrt{1 - 4Q_{3+}^2}}, \end{aligned} \quad (35)$$

Из формул (33), (34) и (35) следуют выражения для входного напряжения при мгновенном изменении нагрузки, отнесенного к установившемуся значению напряжения на выходе:

$$\begin{aligned} u_{\text{вх}+}^*(t) &= \frac{\pi^2 \rho}{8R} \left(1 + \delta R u_{\text{вх}+}^{\sim}(t)\right), \\ u_{\text{вх}+}^{\sim}(t) &= \begin{cases} e^{-\frac{\omega_{03} t}{2Q_{3+}}} \left( \frac{\text{sh } \Omega_{1+} t}{\sqrt{1 - 4Q_{3+}^2}} + \text{ch } \Omega_{1+} t \right) & \text{при } Q_{3+} < \frac{1}{2}, \\ e^{-\omega_{03} t} (\omega_{03} t + 1) & \text{при } Q_{3+} = \frac{1}{2}, \\ e^{-\frac{\omega_{03} t}{2Q_{3+}}} \left( \frac{\sin \Omega_{2+} t}{\sqrt{4Q_{3+}^2 - 1}} + \cos \Omega_{2+} t \right) & \text{при } Q_{3+} > \frac{1}{2}, \end{cases} \quad (36) \\ \Omega_{1+} &= \frac{\sqrt{1 - 4Q_{3+}^2}}{2Q_{3+}} \omega_{03}, \quad \Omega_{2+} = \frac{\sqrt{4Q_{3+}^2 - 1}}{2Q_{3+}} \omega_{03}, \end{aligned}$$

где  $dR = (R_+ - R_-) / R_-$  – относительное изменение нагрузки;  $R_-$ ,  $R_+$  – сопротивления нагрузки до и после ее изменения соответственно.

Реакция выходного напряжения на мгновенное изменение нагрузки может быть представлена как сумма постоянной и переменной составляющих, причем последняя является реакцией на переменную составляющую входного напряжения, определяемую по формуле

$$u_{\text{вх}+}^{\sim}(t) = \frac{\pi^2 \rho i_{\text{сб}}}{8Q_+} \delta R u_{\text{вх}+}(t). \quad (37)$$

Сравнение выражения (37) после прямого преобразования Лапласа с выражением (26) показывает следующее соотношение между изображениями переменной составляющей входного напряжения при мгновенном изменении нагрузки  $\dot{U}_{\text{ВХ}+}^{\sim}(p)$  и изображением напряжения на старте преобразователя:

$$\dot{U}_{\text{ВХ}+}^{\sim}(p) = \delta R \frac{p \dot{U}_{\text{ВХ}}^{\sim}(p)}{\omega_{03} Q_{3+}}, \quad (38)$$

тогда с учетом линейности системы и свойств преобразований Лапласа  $u_{\text{ВЫХ}}(t)$  и переменная составляющая напряжения  $u_{\text{ВЫХ}+}^{\sim}(t)$  при мгновенном изменении нагрузки связаны следующим соотношением:

$$u_{\text{ВЫХ}+}^{\sim}(t) = \frac{\delta R}{\omega_{03} Q_{3+}} \frac{du_{\text{ВЫХ}}(t)}{dt}. \quad (39)$$

Из формул (26) и (39) следует выражение для напряжения на выходе при мгновенном изменении нагрузки, отнесенного к своему установившемуся значению:

$$u_{\text{ВЫХ}+}^*(t) = \begin{cases} 1 + 2\delta R e^{-\frac{\omega_{03}t}{2Q_{3+}}} \frac{\text{sh} \Omega_{1+} t}{\sqrt{1-4Q_{3+}^2}} & \text{при } Q_{3+} < \frac{1}{2}, \\ 1 + 2\delta R \omega_{03} t e^{-\omega_{03}t} & \text{при } Q_{3+} = \frac{1}{2}, \\ 1 + 2\delta R e^{-\frac{\omega_{03}t}{2Q_{3+}}} \frac{\sin \Omega_{2+} t}{\sqrt{4Q_{3+}^2 - 1}} & \text{при } Q_{3+} > \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (40)$$

Пример переходных процессов при мгновенном изменении нагрузки, построенных по выражениям (36) и (40), показан на рис. 7. Характеристики построены при разных значениях конечной нагрузки, обеспечивающих разное значение  $Q_{3+}$ .

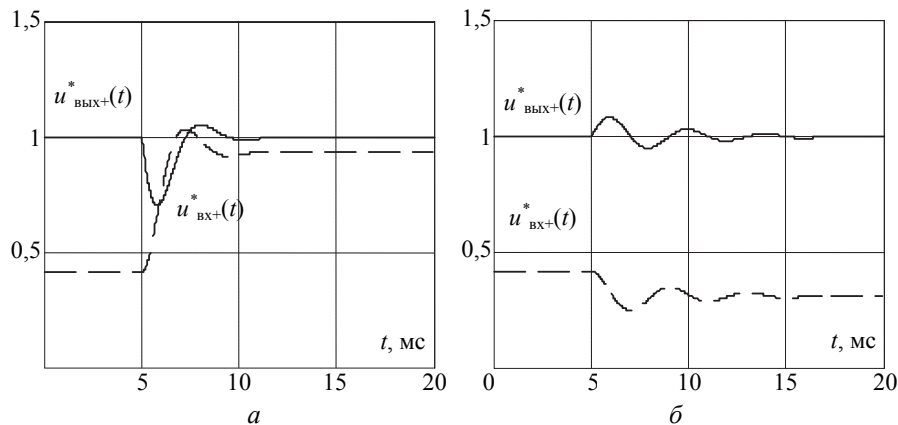


Рис. 7. Переходные процессы при изменении нагрузки при  $Q_- = 2,4$  и  $k_C = 1$ :

$$a - \delta R = -0,54; Q_{3+} = 1,1; \quad б - \delta R = 0,33; Q_{3+} = 3,2$$



Видно, что переходные процессы в области малых нагрузок характеризуются более длительными переходными процессами с меньшим перерегулированием. Корректировать показатели переходного процесса можно изменением  $k_C$ , т. е. соотношением емкостей сглаживающих фильтров. Переходные процессы при разных значениях  $k_C$  показаны на рис. 8.

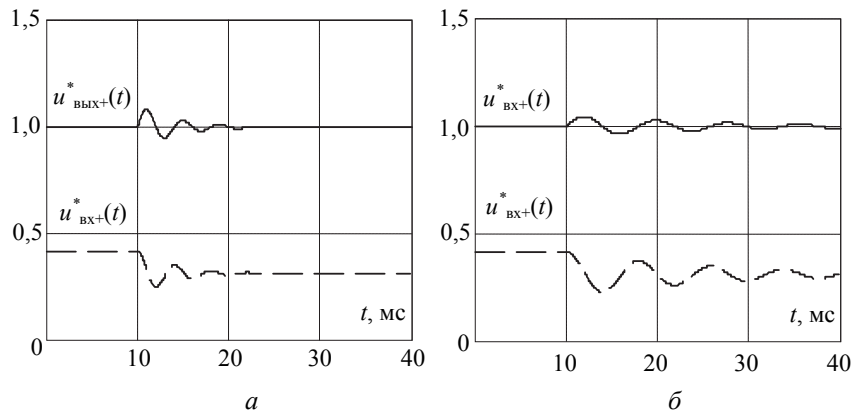


Рис. 8. Переходные процессы при  $Q_- = 2,4$   $\delta R = 0,33$  и разных соотношениях емкостей входного и выходного фильтров:

$$a - k_C = 1; \quad б - k_C = 4$$

Видно, что увеличение  $k_C$  приводит к еще большему увеличению длительности переходного процесса, однако существенно снижается перерегулирование выходного напряжения. Данная зависимость обусловлена тем, что в переходном процессе входная емкость препятствует изменению входного напряжения, а выходная – способствует. Таким образом, соотношение сглаживающих фильтров является единственным инструментом коррекции добротности эквивалентного контура  $Q_3$ , поскольку реактивные элементы Т-образного контура определяют статический коэффициент передачи преобразователя в установившемся режиме.

## ВЫВОДЫ

Несмотря на нелинейность резонансного преобразователя, обусловленную наличием ключевых элементов, в резонансном режиме его динамические свойства можно описать с помощью линейной математической модели, построенной по первой гармонике. Установлено, что с точки зрения динамики входных и выходных параметров резонансный преобразователь с Т-образным контуром при питании постоянным напряжением можно заменить эквивалентным линейным звеном первого порядка. Однако питание преобразователя от источника постоянного тока требует включения входного емкостного фильтра, что увеличивает порядок звена до второго порядка. Путем замены преобразователя эквивалентным колебательным контуром получена математическая модель, при помощи которой удалось исследовать переходные процессы входного и выходного напряжений. Установлено, что качество переходных процессов при пуске преобразователя и при скачкообразном измене-

нии нагрузки предъявляет совершенно разные требования к сглаживающим фильтрам. Учитывая, что скорость пусковых переходных процессов легко регулируется управлением, приоритет имеют переходные процессы при смене нагрузки. С этих позиций добротность эквивалентного контура преобразователя должна быть увеличена путем уменьшения емкости входного фильтра, что ограничено входными пульсациями или увеличением емкости выходного фильтра, а это не всегда эффективно, так как перерегулирование будет уменьшаться пропорционально квадратному корню. Таким образом, в большинстве практических случаев выходной фильтр существенно больше входного, поэтому  $Q_3 > 0,5$  и переходные процессы являются колебательными.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Милых А.Н., Кубышин Б.Е., Волков И.В. Индуктивно-емкостные преобразователи источников напряжения в источники тока. – Киев: Наукова думка, 1964. – 320 с.
2. Borage M., Tiwari S., Kotaliah S. Analysis and design of LCL-T resonant converter as a constant-current power supply // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2005. – Vol. 52, N 6. – P. 1547–1554.
3. Разработка систем заряда емкостных накопителей энергии / Ю.И. Болотовский, Г.И. Таназлы, Е.И. Васькевич, А.В. Никитин // Силовая электроника. – 2008. – № 18. – С. 49–56.
4. LCL-T resonant converter based on dual active bridge topology in solar energy applications / A.V. Osipov, Y.A. Shinyakov, V.N. Shkolniy, M.S. Sakharov // Journal of Aerospace Technologies and Management. – 2017. – Vol. 9, N 2. – P. 257–263.
5. Fang X. Analysis and design optimization of resonant DC-DC converters: doctoral dissertation / University of Central Florida. – Orlando, FL, 2012. – 190 p.
6. Analysis of CLL voltage-output resonant converters using describing functions / M.P. Foster, C.R. Gould, A.J. Gilbert, D.A. Stone, C.M. Bingham // IEEE Transactions on Power Electronics. – 2008. – Vol. 23. – P. 1772–1781.
7. Joung M., Kim H., Baek J. Dynamic analysis and optimal design of high efficiency full bridge LLC resonant converter for server power system // Twenty-Seventh Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), Orlando, Florida, 5–9 February 2012. – Orlando, 2012. – P. 1292–1297.
8. Manli Hu. Modeling, optimization and control design for LCC resonant converter applied in very low frequency high voltage generator: doctoral dissertation / Paderborn University. – Paderborn, 2014. – 192 p.
9. Павлов Г.В., Обрубов А.В., Никитина Е.В. Динамическая модель резонансного преобразователя постоянного напряжения с фазовым регулированием // Электронный вестник НУК. – 2010. – № 3.
10. Zouggar S., Charif H.N., Azizi M. Neural control and transient analysis of the LCL-type resonant converter // The European Physical Journal Applied Physics. – 2000. – Vol. 11, N 1. – P. 21–27.
11. Borage M., Tiwari S. AC analysis of resonant converters using PSpice – a quicker approach // Asian Power Electronics Journal. – 2012. – Vol. 6, N 2. – P. 1–6.
12. Analysis, design, modeling and control of an interleaved-boost full-bridge three-port converter for hybrid renewable energy systems / M.C. Mira, Z. Zhang, A. Knott, M.A.E. Andersen // IEEE Transactions on Power Electronics. – 2017. – Vol. 32. – P. 1138–1155.
13. Dieckerhoff S., Ryan M.J., De Doncker R.W. Design of an IGBT-based LCL-resonant inverter for high-frequency induction heating // Conference Record of the 1999 IEEE Industry Applications Conference. Thirty-fourth IAS Annual Meeting, 3–7 October 1999, Phoenix, AZ, USA. – Phoenix, 1999. – Vol. 3. – P. 2039–2045.

*Сахаров Михаил Сергеевич*, старший преподаватель кафедры компьютерных систем в управлении и проектировании Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. Основное направление научных исследований – автоматическое управление резонансными преобразователями энергии. Имеет 4 публикации. E-mail: mikhaelf@mail.ru

*Осипов Александр Владимирович*, кандидат технических наук, старший научный сотрудник научно-исследовательского института космических технологий Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. Основное направление исследований – резонансные преобразователи энергии. Имеет более 50 публикаций. E-mail: ossan@mail.ru

### ***A dynamic model of resonant LCL-T converter***\*

*M.S. SAKHAROV<sup>1</sup>, A.V. OSIPOV<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> *Tomsk State University Of Control Systems and Radioelectronics, 40, Lenin Prospekt, Tomsk, 634050, Russian Federation, senior lecturer. E-mail: mikhaelf@mail.ru*

<sup>2</sup> *Tomsk State University Of Control Systems and Radioelectronics, 40, Lenin Prospekt, Tomsk, 634050, Russian Federation, PhD (Eng), senior researcher. E-mail: ossan@mail.ru*

A mathematical model describing the dynamics of a resonant LCL-T converter is developed. It is proved that the nature of the power source significantly affects the dynamic properties of the converter and in the voltage source supply mode it is described by a first order aperiodic link. In the current source supply mode of the converter the link order is higher, so an approach which describes the converter by a model based on an equivalent oscillatory circuit whose parameters are related to the parameters of the resonant circuit by simple relations is proposed.

Using the proposed model the resonant converter dynamics is investigated and it is revealed that converter transient processes are specified by the Q-factor of the obtained equivalent circuit which is proportional to the ratio of the output and input filter capacitances. The effect of converter circuit elements on the transient process quality during the starting and load change processes is determined. It is shown that an increase in the Q-factor increases the transient process time and overshoot when the converter starts working, with no-load operation being the heaviest mode as the circuit Q-factor is especially high. Transient processes in the load changing mode have certain peculiarities. Thus, an increase in the quality factor by changing the smoothing filter capacitance ratios allows reducing overshoot and the transient process is practically always of an oscillatory character.

The analytic expressions proposed in the paper can be applied in engineering practice and allow estimating the transient process quality. The adequacy of this approach is confirmed by modeling resonant converter transient processes using the OrCad9.2. software package.

**Keywords:** power supply system, resonant converters, LCL-T circuit, dynamic model, operator model, fundamental harmonic method, aperiodic link, oscillatory link, transient processes, transient process quality

DOI: 10.17212/1814-1196-2017-4-47-66

### **REFERENCES**

1. Milyakh A.N., Kubyshin B.E., Volkov I.V. *Induktivno-emkostnye preobrazovateli istochnikov napryazheniya v istochniki toka* [Inductive-capacitive converters of voltage sources to current sources]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1964. 320 p.

---

\* Received 05 October 2017.

2. Borage M., Tiwari S., Kotaiah S. Analysis and design of LCL-T resonant converter as a constant-current power supply. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2005, vol. 52, no. 6, pp. 1547–1554.
3. Bolotovskii Yu.I., Tanazly G.I., Vashkevich E.I., Nikitin A.V. Razrabotka sistem zaryada emkostnykh nakopitelei energii [Design of charge systems for capacitive energy storage]. *Silovaya elektronika – Power electronics*, 2008, no. 18, pp. 49–56.
4. Osipov A.V., Shinyakov Y.A., Shkolniy V.N., Sakharov M.S. LCL-T resonant converter based on dual active bridge topology in solar energy applications. *Journal of Aerospace Technologies and Management*, 2017, vol. 9, no. 2, pp. 257–263.
5. Fang X. *Analysis and design optimization of resonant DC-DC converters*. Doctoral dissertation. University of Central Florida. Orlando, FL, 2012. 190 p.
6. Foster M.P., Gould C.R., Gilbert A.J., Stone D.A., Bingham C.M. Analysis of CLL Voltage-Output Resonant Converters Using Describing Functions. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2008, vol. 23, pp. 1772–1781.
7. Jung M., Kim H., Baek J. Dynamic analysis and optimal design of high efficiency full bridge LLC resonant converter for server power system. *Twenty-Seventh Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, Orlando, Florida, 5–9 February 2012, pp. 1292–1297.
8. Manli Hu. *Modelling, optimization and control design for LCC resonant converter applied in very low frequency high voltage generator*. Doctoral dissertation. Paderborn University. Paderborn, 2014. 192 p.
9. Pavlov G.V., Obrubov A.V., Nikitina E.V. *Dinamicheskaya model' rezonansnogo preobrazovatelya postoiannogo napriazheniya s fazovym regulirovaniem*. [Dynamic model of resonant converter of constant voltage with phase regulation]. *Elektronnyi visnik NUK – NUS Journal. Electronic Editon*, 2010, no. 3.
10. Zouggar S., Charif H.N., Azizi M. Neural control and transient analysis of the LCL-type resonant converter. *The European Physical Journal Applied Physics*, 2000, vol. 11, no. 1, pp. 21–27.
11. Borage M., Tiwari S. AC analysis of resonant converters using PSpice – a quicker approach. *Asian Power Electronics Journal*, 2012, vol. 6, no. 2, pp. 1–6.
12. Mira M.C., Zhang Z., Knott A., Andersen M.A.E. Analysis, design, modeling and control of an interleaved-boost full-bridge three-port converter for hybrid renewable energy systems. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2017, vol. 32, pp. 1138–1155.
13. Dieckerhoff S., Ryan M.J., De Doncker R.W. Design of an IGBT-based LCL-resonant inverter for high-frequency induction heating. *Conference Record of the 1999 IEEE Industry Applications Conference. Thirty-fourth IAS Annual Meeting*, 3–7 October 1999, Phoenix, AZ, USA, vol. 3, pp. 2039–2045.

Для цитирования:

Сахаров М.С., Осипов А.В. Динамическая модель резонансного преобразователя с T-образным контуром // Научный вестник НГТУ. – 2017. – № 4 (69). – С. 47–66. – doi: 10.17212/1814-1196-2017-4-47-66.

For citation:

Sakharov M.S., Osipov A.V. Dinamicheskaya model' rezonansnogo preobrazovatelya s T-obraznym konturom [A dynamic model of resonant LCL-T converter]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2017, no. 4 (69), pp. 47–66. doi: 10.17212/1814-1196-2017-4-47-66.