

АВИАЦИОННАЯ
И РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКАЯ
ТЕХНИКА

AVIATION
AND SPACE-ROCKET
ENGINEERING

УДК 629.7.027.2

К расчету жидкостно-газовой амортизации шасси летательного аппарата*

А.Р. ЗАГИДУЛИН¹, Е.Г. ПОДРУЖИН², Г.И. РАСТОРГУЕВ³,
В.Н. МАКСИМЕНКО⁴

¹ 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, кандидат технических наук, инженер. E-mail: zagidulin@corp.nstu.ru

² 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, доктор технических наук, профессор. E-mail: planer@craft.nstu.ru

³ 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, доктор технических наук, профессор. E-mail: rastorguev@adm.nstu.ru

⁴ 630078, РФ, г. Новосибирск, ул. Ватутина, 16/1, АНО СЦНТО «Промбезопасность-Сибирь», доктор технических наук, директор. E-mail: taxvn@ngs.ru

В статье приводится описание математической модели опоры шасси летательного аппарата с использованием методики моделирования движения системы твердых тел с голономными связями на основе уравнений Лагранжа первого рода. Традиционно в расчетных практиках конструкторских бюро для расчета амортизации шасси летательных аппаратов применяются уравнения Лагранжа второго рода в обобщенных координатах. Недостатком такой методики является то, что для каждой кинематической схемы опоры шасси необходимо определять обобщенные координаты, используя уравнения связей, накладываемых на систему и составлять свою, новую систему уравнений, что является весьма трудоемким процессом. Для решения этой задачи целесообразно использовать методику на основе уравнений Лагранжа первого рода, позволяющую формализовать процесс составления уравнений, описывающих движение несвободной системы тел. Такой подход позволяет представлять модель опоры шасси в объектном виде – как совокупность объектов: твердых тел, силовых факторов и механических связей, что обеспечивает модульность и расширяемость моделей. Для представленной в статье опоры шасси записаны уравнения связей в сочленениях конструкции, приведена матрица Якоби системы. Даны выражения для определения активных сил: осевой силы в амортизаторе, силы обжатия и пневматики колеса. Результаты численного моделирования посадочного удара сопоставлены с результатами натурных копровых испытаний рассматриваемой опоры шасси. Рассчитанные по предложенной методике параметры посадочного удара опоры шасси летательного аппарата согласуются с результатами испытаний в пределах погрешности эксперимента, что подтверждает соответствие математической модели реальному объекту.

* Статья получена 03 октября 2017 г.

Ключевые слова: посадка летательного аппарата, шасси, жидкостно-газовый амортизатор, уравнения Лагранжа первого рода, неопределенные множители Лагранжа, система твердых тел, голономные связи, численное моделирование

DOI: 10.17212/1814-1196-2017-4-117-128

ВВЕДЕНИЕ

Существует множество конструктивных типов амортизаторов, способных поглотить и рассеять вертикальную кинетическую энергию летательного аппарата в момент приземления. Жидкостно-газовые амортизаторы – наиболее распространенные амортизаторы для средних и тяжелых летательных аппаратов, поскольку они обеспечивают весьма эффективное поглощение и рассеивание кинетической энергии. Они отвечают современным требованиям, предъявляемым к амортизационной системе самолета, и обеспечивают высокую надежность при ее эксплуатации. Вместе с тем требуется постоянное улучшение характеристик амортизации для соответствия современным требованиям комфортабельности и безопасности полетов, что обуславливает необходимость создания эффективных методик расчета амортизации.

Построение математической модели динамики стойки шасси – довольно трудоемкий процесс, включающий анализ структуры объекта, изучение особенностей его расчета, конструирования и условий посадки, а также идентификацию (отождествление) модели и реального объекта. Поэтому важно автоматизировать процесс построения модели для численного расчета амортизации шасси летательных аппаратов. Для моделирования амортизации шасси различных кинематических схем целесообразно использовать методику численного моделирования движения произвольной голономной системы твердых тел с использованием уравнений Лагранжа первого рода [1]. Основы этой методики изложены в работах D. Baraff [2–3], M. Anitescu, F. A. Potra [4–5], M.B. Cline [6], P. Lotstedt [7]. Задача линейного дополнения в системе алгебраических уравнений, возникающая при моделировании односторонних механических связей, рассмотрена в работах R.W. Cottle, J.S. Pang, R.E. Stone [8], M. Anitescu, F.A. Potra [9] и G.M. Katta [10]. В статье приводится описание математической модели опоры шасси летательного аппарата с использованием методики, изложенной в [11–13].

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

В работе рассматривается опора шасси летательного аппарата, выполненная по рычажной схеме (рис. 1).

Для моделирования динамического обжатия опоры шасси используется твердотельная модель, представленная на рис. 2. Модель включает пять твердых тел: колесо 1, рычаг 2, шток амортизатора 3, цилиндр амортизатора 4 и груз 5, приходящийся на одну опору.

Функция векторная, так как ограничиваются две степени свободы системы тел. Производная функции связи по времени

$$\frac{d\mathbf{C}_a}{dt} = \mathbf{v}_2 + \omega_2 \begin{pmatrix} y_2^{pr} \\ -x_2^{pr} \end{pmatrix} - \mathbf{v}_1 - \omega_1 \begin{pmatrix} y_1^{pr} \\ -x_1^{pr} \end{pmatrix},$$

$$\frac{d\mathbf{C}_a}{dt} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -y_1^{pr} \\ x_1^{pr} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_2^{pr} \\ -x_2^{pr} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \omega_1 \\ \mathbf{v}_2 \\ \omega_2 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{J}_{a1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -y_1^{pr} \\ x_1^{pr} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{J}_{a2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_2^{pr} \\ -x_2^{pr} \end{pmatrix},$$

где x_i^{pr} , y_i^{pr} – компоненты радиуса-вектора точки приложения силы i -го тела в относительной системе координат (начало отсчета относительной системы координат совпадает с центром масс тела, угол между осями относительной и глобальной системы координат равен нулю).

Скользящее соединение e связывает шток амортизатора с цилиндром. В скользящей заделке $ж$ закреплен груз 5. Скользящие соединения также ограничивают две степени свободы системы и задаются двумя одинаковыми двусторонними связями, ограничивающими положение точки одного тела прямой линией другого тела. Функция связи соединения e :

$$C_e^1 = (\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_4^p) \mathbf{n}_3,$$

где \mathbf{r}_4^p – радиус-вектор заданной точки тела 4; \mathbf{r}_3^p – радиус-вектор точки на заданной линии тела 3; \mathbf{n}_3 – нормаль к заданной линии тела 3.

Производная функции связи по времени

$$\frac{dC_e^1}{dt} = \mathbf{n}_3 \left(\mathbf{v}_3 + \omega_3 \begin{pmatrix} y_3^{pr} \\ -x_3^{pr} \end{pmatrix} - \mathbf{v}_4 - \omega_4 \begin{pmatrix} y_4^{pr} \\ -x_4^{pr} \end{pmatrix} \right) + \omega_3 \begin{pmatrix} y_3^n \\ -x_3^n \end{pmatrix} (\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_4^p),$$

$$\frac{dC_e^1}{dt} = \begin{pmatrix} -\mathbf{n}_3^T, & \mathbf{n}_3 \begin{pmatrix} -y_4^{pr} \\ x_4^{pr} \end{pmatrix}, & \mathbf{n}_3^T, & \mathbf{n}_3 \begin{pmatrix} y_3^{pr} \\ -x_3^{pr} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y_3^n \\ -x_3^n \end{pmatrix} (\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_4^p) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{v}_4 \\ \omega_4 \\ \mathbf{v}_3 \\ \omega_3 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{J}_{e4}^1 = \begin{pmatrix} -\mathbf{n}_3^T, & \mathbf{n}_3 \begin{pmatrix} -y_4^{pr} \\ x_4^{pr} \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{J}_{e3}^1 = \begin{pmatrix} \mathbf{n}_3^T, & \mathbf{n}_3 \begin{pmatrix} y_3^{pr} \\ -x_3^{pr} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y_3^n \\ -x_3^n \end{pmatrix} (\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_4^p) \end{pmatrix}.$$

Упор δ ограничивает одну степень свободы и моделируется односторонней связью:

$$C_\delta = \frac{1}{2} (\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_4^p)^2 - \frac{a^2}{2},$$

где a – расстояние между точками.

Производная функции связи по времени

$$\frac{dC_\delta}{dt} = (\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_4^p) \left(\mathbf{v}_3 + \omega_3 \begin{pmatrix} y_3^{pr} \\ -x_3^{pr} \end{pmatrix} - \mathbf{v}_4 - \omega_4 \begin{pmatrix} y_4^{pr} \\ -x_4^{pr} \end{pmatrix} \right),$$

$$\frac{dC_\delta}{dt} =$$

$$= \begin{pmatrix} -(\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_4^p)^T, & (\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_4^p) \begin{pmatrix} -y_4^{pr} \\ x_4^{pr} \end{pmatrix}, & (\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_4^p)^T, & (\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_4^p) \begin{pmatrix} y_3^{pr} \\ -x_3^{pr} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{v}_4 \\ \omega_4 \\ \mathbf{v}_3 \\ \omega_3 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{J}_{\delta 2} = \begin{pmatrix} -(\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_4^p)^T, & (\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_4^p) \begin{pmatrix} -y_4^{pr} \\ x_4^{pr} \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{J}_{\delta 3} = \begin{pmatrix} (\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_4^p)^T, & (\mathbf{r}_3^p - \mathbf{r}_4^p) \begin{pmatrix} y_3^{pr} \\ -x_3^{pr} \end{pmatrix} \end{pmatrix}.$$

Матрица Якоби системы:

$$\mathbf{J}^T = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_{a1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{J}_{a2} & \mathbf{J}_{\delta 2} & \mathbf{J}_{\delta 3} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J}_{\delta 3} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{J}_{\delta 3} & \mathbf{J}_{e3}^1 & \mathbf{J}_{e3}^2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{J}_{e4} & \mathbf{J}_{\delta 4} & \mathbf{J}_{e4}^1 & \mathbf{J}_{e4}^2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{J}_{e5} & \mathbf{J}_{e5} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{J}_{\delta c4}^1 & \mathbf{J}_{\delta c4}^2 \end{pmatrix}.$$

Также в модели заданы три активные силы: сила обжатия пневматика P_K , осевая сила в амортизаторе $P_{ам}$ и подъемная сила $P_{п}$. В начальный момент моделирования движения системы колесо касается опорной поверхности и система твердых тел движется вниз с вертикальной скоростью V_y , подъемная сила постоянна и равна весу всей системы.

Схема амортизатора, используемая в динамической модели, представлена на рис. 3. Амортизатор представляет собой жидкостно-газовый агрегат с основной газовой камерой 1 и двумя жидкостными камерами 2 и 3.

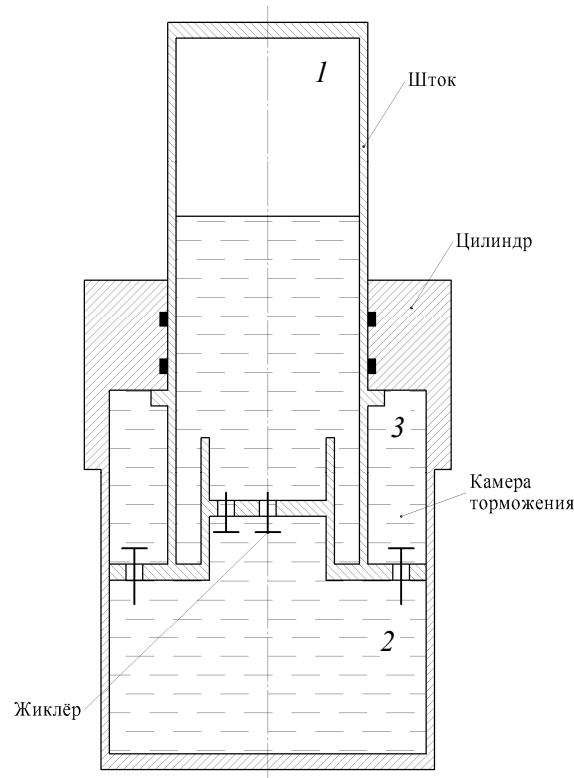


Рис. 3. Схема амортизатора

Осевая сила в амортизаторе $P_{ам}$ определяется из выражения [14]

$$P_{ам}(s, s_2, s', s'_2) = (1 + \mu \operatorname{sgn}(s')) p_1 F + \frac{\xi_{пл} \rho F^3 (s')^2 \operatorname{sgn}(s')}{2 f_{пл}^2} + \frac{\xi_6 \rho F_3^3 (s')^2 \operatorname{sgn}(s')}{2 f_6^2},$$

где s – обжатие амортизатора; s' – скорость обжатия амортизатора; $F = \pi D^2/4$ – площадь штока амортизатора; $F_3 = \pi(D_2^2 - D^2)/4$ – площадь

камеры 3; μ – суммарный коэффициент трения в бужах и уплотнениях амортизатора; $f_{пл}$ – площадь дроссельных отверстий между камерами 1 и 2; f_6 – площадь дроссельных отверстий между камерами 2 и 3; $\xi_{пл}$ – коэффициент гидродинамического сопротивления при дросселировании перетока жидкости между камерами 1 и 2; ξ_6 – коэффициент гидродинамического сопротивления при дросселировании перетока жидкости между камерами 2 и 3; ρ – массовая плотность жидкости; p_1 – давление газа в камере 1:

$$p_1 = \frac{p_{01}}{(1 - sF/\Omega_{01})^{\chi_1}},$$

где p_{01} – начальное давление газа в камере 1; Ω_{01} – начальный объем газа; χ_1 – показатель политропы сжатия газа в амортизаторе.

Площадь дроссельных отверстий между камерами 1 и 2 определяется из уравнения обжатия жиклера амортизатора:

$$f_{кл} \xi_{12} \rho F^3 (s')^2 \operatorname{sgn}(s') / 2 f_{пл}^2 - s_{кл} C_{пр} - P_{пр0} = 0,$$

$$f_{пл} = f_{пл1} + f_{пл2},$$

где $f_{кл}$ – площадь клапана жиклера; $C_{пр}$ – жесткость пружины жиклера, $P_{пр0}$ – начальное усилие затяжки пружины; $f_{пл1}$ – площадь дроссельных отверстий в штоке амортизатора; $f_{пл2}$ – площадь дроссельного отверстия в жиклере.

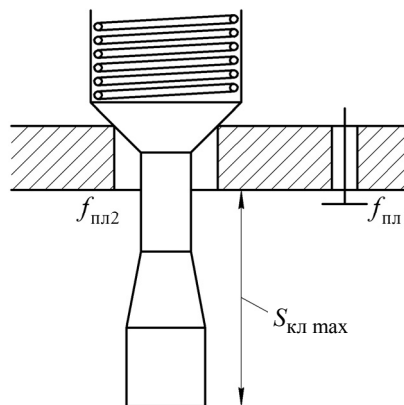


Рис. 4. Жиклер амортизатора

Площадь клапана и дроссельного отверстия жиклера определяются по заданному профилю клапана в зависимости от величины хода клапана.

Выражение для силы обжатия пневматика можно записать в следующем виде [15]:

$$P_k(\delta) = \frac{k\delta}{\left(1 - \frac{\delta}{\delta_{\max}}\right)^\alpha},$$

где k – жесткость пневматика; δ – обжатие пневматика; δ_{\max} – максимально допустимое обжатие пневматика; $\alpha = 0 \dots 0,5$ – коэффициент, учитывающий нелинейность диаграммы обжатия пневматика.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ

Уравнения движения – уравнения Лагранжа первого рода – решались методом численного интегрирования. Неопределенные множители Лагранжа определялись на каждом шаге интегрирования с помощью итерационного метода Гаусса–Зейделя. Подробное описание уравнений движения приведено в [13].

Ниже приводится сравнение расчетных параметров обжатия опоры шасси с экспериментальными параметрами, полученными при копровых испытаниях. На рис. 5 представлены расчетные и экспериментальные диаграммы вертикальной нагрузки на плиту копра по времени для рассмотренной опоры шасси. На рис. 6 представлены расчетная и экспериментальная диаграммы работемкости амортизирующих устройств опоры шасси.

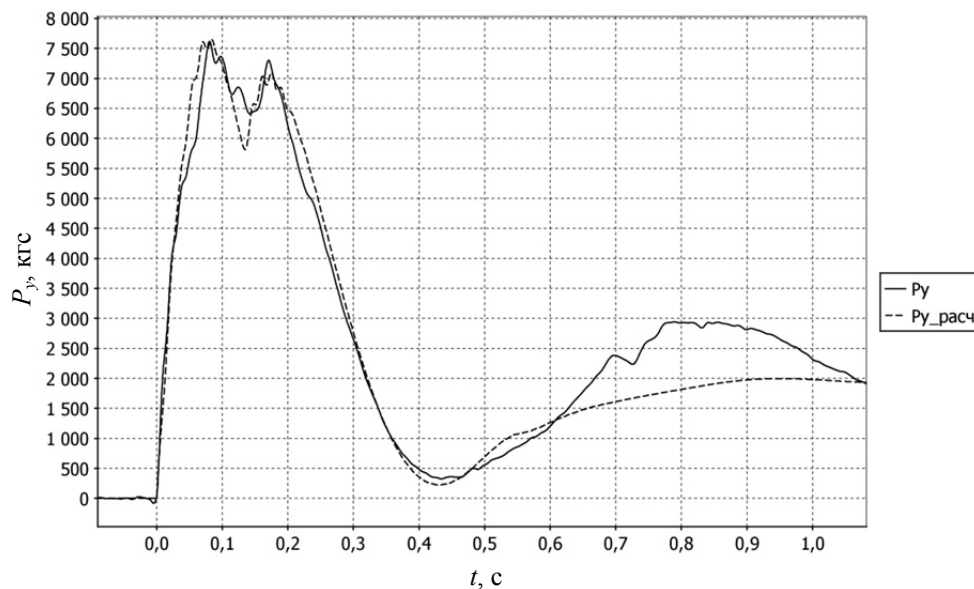


Рис. 5. Расчетная и экспериментальная диаграммы $P_y(t)$

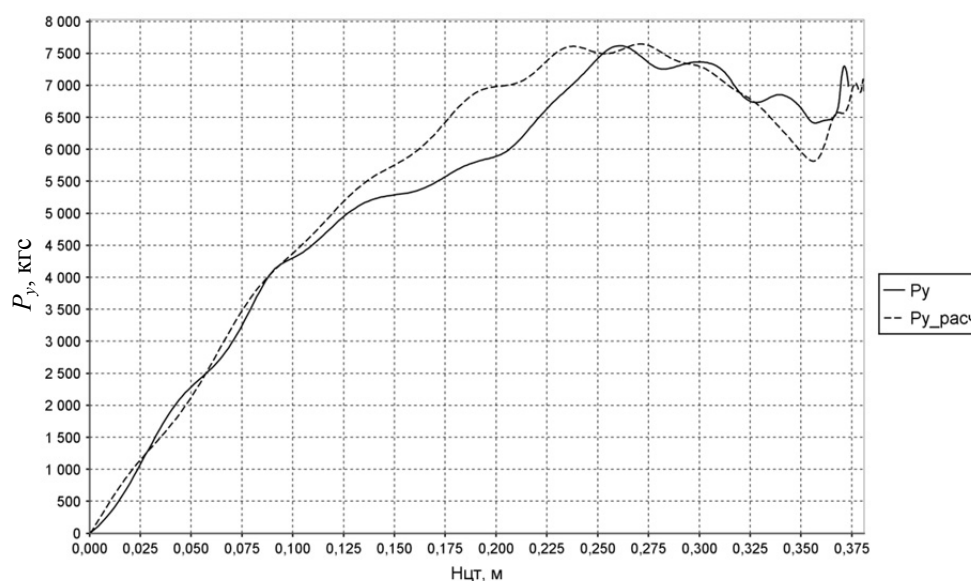


Рис. 6. Расчетная и экспериментальная диаграммы работоемкости

Рассчитанные по предложенной методике параметры посадочного удара опоры шасси летательного аппарата согласуются с результатами испытаний в пределах погрешности эксперимента, что подтверждает соответствие математической модели реальному объекту.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использованная в работе методика расчета жидкостно-газовой амортизации шасси летательных аппаратов отличается от использовавшихся ранее методов расчета с помощью уравнений Лагранжа второго рода прежде всего универсальностью. При изменении системы твердых тел нет необходимости заново переписывать уравнения движения в обобщенных координатах (а заодно и определять эти координаты, исключая «лишние» с помощью уравнений связей). Изменяется лишь размерность системы, а вид уравнений неизменен. Такой универсальный подход более алгоритмичен и прост при численной реализации. Достоинства предлагаемой методики расчета очевидны, что позволяет рекомендовать ее для решения широкого круга задач динамики систем твердых тел.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике. – Изд. 2-е, испр. – М.: Наука, 1966. – 300 с.
2. Baraff D. Fast contact force computation for nonpenetrating rigid bodies // SIGGRAPH '94 Proceedings of the 21st Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, Orlando, FL, July 24–29, 1994. – Orlando, 1994. – P. 23–34. – doi: 10.1145/192161.192168.
3. Baraff D. Linear-time dynamics using lagrange multipliers // SIGGRAPH '96 Proceedings of the 23rd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, New Orleans, LA, August 04–09, 1996. – New Orleans, 1996. – P. 137–146. – doi: 10.1145/237170.237226.

4. Anitescu M. Modeling rigid multi body dynamics with contact and friction: PhD thesis / University of Iowa. – Iowa City, 1997. – 105 p.
5. Anitescu M., Potra F.A. A time-stepping method for stiff multibody dynamics with contact and friction // International Journal for Numerical Methods in Engineering. – 2002. – Vol. 55. – P. 753–784. – doi: 10.1002/nme.512.
6. Cline M.B. Rigid body simulation with contact and constraints: MSc thesis / The University of British Columbia. – Vancouver, Canada, 2002. – 102 p. – doi: 10.14288/1.0051676.
7. Lotstedt P. Mechanical systems of rigid bodies subject to unilateral constraints // SIAM Journal on Applied Mathematics. – 1982. – Vol. 42, N 2. – P. 281–296. – doi: 10.1137/0142022.
8. Cottle R.W., Pang J.S., Stone R.E. The linear complementarity problem. – Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2009. – 757 p. – doi: 10.1137/1.9780898719000.
9. Anitescu M., Potra F.A. Formulating dynamic multi-rigid-body contact problems with friction as solvable linear complementarity problems // Nonlinear Dynamics. – 1997. – Vol. 14. – P. 231–247.
10. Katta G.M. Linear complementarity, linear and nonlinear programming. – Berlin: Helderman Verlag, 1988. – 629 p.
11. Numerical simulation of complex physical processes using hybrid systems / I. Tomilov, Y. Shornikov, M. Myssak, A. Zagidulin // The 7th International Forum on Strategic Technology IFOST 2012, September 17–21, 2012. – Tomsk: Tomsk Polytechnic University, 2012. – P. 695–699.
12. Загидулин А.Р., Максименко В.Н., Подружин Е.Г. Моделирование процесса обжатия при ударе двухкамерной жидкостно-газовой амортизации шасси самолета // Доклады АН ВШ РФ. – 2012. – № 1. – С. 89–97.
13. Подружин Е.Г., Загидулин А.Р. Моделирование процесса обжатия амортизационной стойки шасси магистрального самолета // Научный вестник НГТУ. – 2013. – № 2. – С. 144–154.
14. Мелик-Заде Н.А. Работа двухкамерного гидравлического амортизатора // Машиноведение. – 1971. – № 2. – С. 44–50.
15. Подружин Е.Г., Расторгуев Г.И. Расчет жидкостно-газовой амортизации шасси самолета. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002. – 63 с.

Загидулин Артем Рибхатович, кандидат технических наук, инженер кафедры прочности летательных аппаратов Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – динамическая прочность летательных аппаратов. Имеет 14 публикаций. E-mail: zagidulin@corp.nstu.ru

Подружин Евгений Герасимович, доктор технических наук, профессор кафедры прочности летательных аппаратов Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – проектирование и прочность конструкций летательных аппаратов. Имеет более 60 публикаций, в том числе две монографии. E-mail: planer@craft.nstu.ru

Расторгуев Геннадий Иванович, доктор технических наук, первый проректор Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – прочность конструкций летательных аппаратов. Имеет более 60 публикаций, в том числе две монографии. E-mail: rastorguev@adm.nstu.ru

Максименко Вениамин Николаевич, доктор технических наук, директор автономной некоммерческой организации «Сибирский центр научно-технического обеспечения промышленной, экологической и энергетической безопасности». Основное направление научных исследований – ресурс конструкций летательных аппаратов. Имеет более 200 публикаций, в том числе две монографии. E-mail: maxvn@ngs.ru

Calculation of liquid-gas dampers of the aircraft landing gear*A.R. ZAGIDULIN¹, E.G. PODRUZHIN², G.I. RASTORGUEV³, V.N. MAKSIMENKO⁴¹ Novosibirsk State Technical University, 20, K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, PhD (Eng.). E-mail: zagidulin@corp.nstu.ru² Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, D. Sc. (Eng.), professor. E-mail: planer@craft.nstu.ru³ Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, D. Sc. (Eng.), professor. E-mail: rastorguev@adm.nstu.ru⁴ Siberian Center for Scientific and Technical Support of Industrial, Environmental and Energy Safety, 16/1 Vatulina Street, Novosibirsk, 630078, Russian Federation, doctor of technical Sciences, Professor. E-mail: maxvn@ngs.ru

The article describes the mathematical model of the aircraft landing gear using the method of modeling the motion of a system of rigid bodies with holonomic constraints based on the Lagrange equations of the first kind. Traditionally, design offices use Lagrange equations of the second kind in generalized coordinates to calculate landing gear amortization. The disadvantage of this technique is that for each kinematic scheme of the landing gear it is necessary to determine the generalized coordinates using constraint equations imposed on the system to make up a new system of equations, which is a very laborious process. To solve this problem, it is advisable to use a technique based on Lagrange equations of the first kind, which makes it possible to formalize the process of deriving motion equations of a constrained system of rigid bodies. This approach allows us to represent the landing gear support model in the object form - as a set of objects: rigid bodies, power factors and mechanical constraints, which ensure the modularity and extensibility of models. For the landing gear presented in the article, the constraint equations in the joints of the construction are written, the Jacobi matrix of the system is given. Expressions are also given for the determination of active forces, namely the axial force in the shock absorber and the force of compression of the wheel pneumatics. The results of the numerical simulation of the landing impact are compared with the results of drop tests of the landing gear. The parameters of the landing impact of the aircraft landing gear calculated by the proposed method are consistent with the results of the tests within the experimental error, which confirms the correlation of the mathematical model with a real object.

Keywords: aircraft landing, landing gear, liquid-gas shock absorber, Lagrange equations of the first kind, indefinite Lagrange multipliers, system of rigid bodies, holonomic constraints, numerical simulation

DOI: 10.17212/1814-1196-2017-4-117-128

REFERENCES

1. Gantmakher F.R. *Lektsii po analiticheskoi mekhanike* [Lectures on analytical mechanics]. 2nd ed. Moscow, Nauka Publ., 1966. 300 p.
2. Baraff D. Fast contact force computation for nonpenetrating rigid bodies. *SIGGRAPH '94 Proceedings of the 21st Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, Orlando, FL, July 24–29, 1994, pp. 23–34. doi: 10.1145/192161.192168.
3. Baraff D. Linear-time dynamics using lagrange multipliers. *SIGGRAPH '96 Proceedings of the 23rd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, New Orleans, LA, August 04–09, 1996, pp. 137–146. doi: 10.1145/237170.237226.
4. Anitescu M. *Modeling rigid multi body dynamics with contact and friction*. PhD thesis. University of Iowa. Iowa City, 1997. 105 p.

* Received 03 October 2017.

5. Anitescu M., Potra F.A. A time-stepping method for stiff multibody dynamics with contact and friction. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2002, vol. 55, pp. 753–784. doi: 10.1002/nme.512.
6. Cline M.B. *Rigid Body Simulation with Contact and Constraints*. MSc thesis. The University of British Columbia. Vancouver, Canada, 2002. 102 p. doi: 10.14288/1.0051676.
7. Lotstedt P. Mechanical systems of rigid bodies subject to unilateral constraints. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 1982, vol. 42, no. 2, pp. 281–296. doi: 10.1137/0142022.
8. Cottle R.W., Pang J.S., Stone R.E. *The linear complementarity problem*. Philadelphia, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2009. 757 p. doi: 10.1137/1.9780898719000.
9. Anitescu M., Potra F.A. Formulating dynamic multi-rigid-body contact problems with friction as solvable linear complementarity problems. *Nonlinear Dynamics*, 1997, vol. 14, pp. 231–247.
10. Katta G.M. *Linear complementarity, linear and nonlinear programming*. Berlin, Helderman Verlag, 1988. 629 p.
11. Tomilov I., Shornikov Y., Myssak M., Zagidulin A. Numerical simulation of complex physical processes using hybrid systems. *The 7th International Forum on Strategic Technology IFOST 2012*, September 17–21, 2012, Tomsk, Tomsk Polytechnic University, 2012, pp. 695–699.
12. Zagidulin A.R., Maksimenko V.N., Podruzhin E.G. Modelirovanie protsessa obzhatiya pri udare dvukhkamernoi zhidkostno-gazovoi amortizatsii shassi samoleta [Modeling of compression during the impact of the oleo-pneumatic two-chamber landing gear amortization]. *Doklady Akademii nauk vysshei shkoly Rossiiskoi Federatsii – Proceedings of the Russian higher school Academy of sciences*, 2012, no. 1, pp. 89–97.
13. Podruzhin E.G., Zagidulin A.R. Modelirovanie protsessa obzhatiya amortizatsionnoi stoiki shassi magistral'nogo samoleta [Modeling compression landing gear strut of the haul aircraft]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 2, pp. 144–154.
14. Melik-Zade N.A. Rabota dvukhkamernogo gidravlicheskogo amortizatora [The operation of a two-chamber pneumatic shock absorber]. *Mashinovedeniye*, 1971, no. 2, pp. 44–50.
15. Podruzhin E.G., Rastorguev G.I. *Raschet zhidkostno-gazovoi amortizatsii shassi samoleta* [Calculation of liquid-gas dampers of the aircraft landing gear]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2002. 63 p.

Для цитирования:

К расчету жидкостно-газовой амортизации шасси летательного аппарата / А.Р. Загидулин, Е.Г. Подружин, Г.И. Расторгуев, В.Н. Максименко // Научный вестник НГТУ. – 2017. – № 4 (69). – С. 117–128. – doi: 10.17212/1814-1196-2017-4-117-128.

For citation:

Zagidulin A.R., Podruzhin E.G., Rastorguev G.I., Maksimenko V.N. K raschetu zhidkostno-gazovoi amortizatsii shassi letatel'nogo apparata [Calculation of liquid-gas dampers of the aircraft landing gear]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2017, no. 4 (69), pp. 117–128. doi: 10.17212/1814-1196-2017-4-117-128.