

ИНФОРМАТИКА,  
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА  
И УПРАВЛЕНИЕ

INFORMATICS,  
COMPUTER ENGINEERING  
AND CONTROL

УДК 681.5.013

DOI: 10.17212/1814-1196-2018-1-137-152

## Многоконтурное адаптивное управление мультикоптерами\*

М.Ю. МЕДВЕДЕВ<sup>1</sup>, А.Е. КУЛЬЧЕНКО<sup>2</sup>, В.А. ШЕВЧЕНКО<sup>3</sup>, В.С. ЛАЗАРЕВ<sup>4</sup>

<sup>1</sup> 347928, РФ, Ростовская обл., г. Таганрог, ул. Шевченко, 2, Южный федеральный университет, доктор технических наук, профессор. E-mail: medvmihal@sfedu.ru

<sup>2</sup> 347928, РФ, Ростовская обл., г. Таганрог, ул. Шевченко, 2, Южный федеральный университет, кандидат технических наук, доцент. E-mail: kulchenko.a.e.work@gmail.com

<sup>3</sup> 347928, РФ, Ростовская обл., г. Таганрог, ул. Шевченко, 2, Южный федеральный университет, младший научный сотрудник. E-mail: droogg@mail.ru

<sup>4</sup> 347928, РФ, Ростовская обл., г. Таганрог, ул. Шевченко, 2, Южный федеральный университет, аспирант. E-mail: vlazarev@sfedu.ru

В статье дан краткий обзор методов бесполового адаптивного управления, в том числе с эталонными моделями. В общем виде приведена математическая модель мультикоптера. Приведен синтез эталонной модели мультикоптера. Модель объекта и эталонная модель имеют аналогичную структуру, при этом параметры эталонной модели известны. Синтез управления номинальной моделью позволяет корректно сформировать матрицы коэффициентов уравнений траекторной ошибки и ошибки по скорости движения и оценить разницу между мультикоптером и его эталонной моделью, основываясь на разнице между номинальным управлением и реальными значениями сил и моментов, подаваемых на подвижный объект. В работе рассматриваются системы управления с алгоритмами адаптивного управления с эталонными моделями, обеспечением астатизма и оцениванием возмущений. Для адаптации к параметрическим возмущениям модели и внешним возмущениям (например, ветровым) используются контур обеспечения астатизма, асимптотический наблюдатель возмущений и контур параметрической адаптации. Введены дополнительные интеграторы, чтобы обеспечить в замкнутой системе управления подвижного объекта астатизм. Приводятся результаты численного моделирования полета мультикоптера по траектории с использованием различных контуров адаптации по отдельности и совместно. В связи с тем, что на мультикоптер действуют постоянные ветровые возмущения, вектор внешних возмущений представлен в виде периодической функции. Рассмотрены случаи с наиболее заметными отклонениями траектории полета для разных способов адаптации. В моделировании параметрические отклонения связаны с неточностью определения зависимостей между тягами винтомоторных групп и управляемых переменных, а также с действием неучтенных в модели присоединенных масс.

**Ключевые слова:** мультикоптер, подвижный объект, позиционно-траекторное управление, астатизм, наблюдатель, адаптивное управление, адаптация, оценивание возмущений

\* Статья получена 14 февраля 2018 г.

Работа выполнена при поддержке проекта РФФИ № 16-08-00013 «Разработка метода двухконтурной адаптации систем позиционно-траекторного управления с использованием робастных наблюдателей возмущений и эталонных моделей», выполняемого Южным федеральным университетом.

## ВВЕДЕНИЕ

Метод адаптивного управления с эталонными моделями [1–3] является одним из наиболее эффективных методов беспоиcкового адаптивного управления. Об этом можно судить по результатам применения данного метода [4, 5]. Актуальность, а также пути развития метода адаптивного управления с эталонными моделями подробно освещены в работах [6–13].

Описанные в работах [6, 7, 12] эталонные модели в системах адаптивного управления являются нелинейными. В [6, 12] нелинейная эталонная модель строится для нестационарного объекта с нелинейным исполнительным механизмом, а в [7] эталонная модель содержит нелинейные блоки, которые обеспечивают нахождение фазовых переменных в линейной области.

В работах [8, 11] рассмотрен синтез алгоритма адаптации линейного одноканального объекта на основе критерия гиперустойчивости. Объект описывается уравнением вход-выход с коэффициентами, заданными в виде интервалов. В [8] предлагается алгоритм управления в условиях постоянного внешнего возмущения, основанный только на измерении выхода объекта. При этом известны лишь максимально возможные значения числителя и знаменателя передаточной функции. В [11] для решения задачи управления в условиях ограничения входного сигнала предлагается использовать две эталонные модели, обеспечивающие оценку неизмеряемых переменных состояния и ограниченность ошибки системы управления.

Беспоиcковые адаптивные алгоритмы могут успешно применяться для управления высотой вертолета [9], а также для управления газотурбинной установкой [10]. В [9] предложены алгоритмы адаптивного управления с идентификатором и эталонной моделью. В [10] применяется структура с двумя контурами адаптации – параметрической и сигнальной настройками.

Применение алгоритмов адаптивного управления для подвижных объектов описано в работах [13–16]. В [14–16] подвижный объект описывается моделью твердого тела с нелинейными уравнениями движения, а также задача его позиционирования. Адаптивная часть включает в себя явную эталонную модель, контур обеспечения астатизма, контур настройки коэффициентов адаптации и робастный алгоритм оценки векторного возмущения.

## 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МУЛЬТИКОПТЕРА

Математическая модель мультикоптера представлена в виде

$$\dot{y} = R(y)x; \quad (1)$$

$$\dot{x} = M^{-1}(F_u + F_d(y, x, t)), \quad (2)$$

где  $y$  –  $(1 \times 6)$  – вектор линейных и угловых координат в неподвижной системе координат;  $x$  –  $(1 \times 6)$  – вектор линейных и угловых скоростей в связанной с подвижным объектом системе координат;  $R(y)$  – матрица кинематики;  $F_u$  – вектор управляющих сил и моментов;  $F_d(y, x, t)$  – вектор прочих сил и моментов;  $M$  – матрица инерционных параметров.

Для приведенной модели применены следующие допущения.

1. Элементы матрицы  $M$  являются постоянными параметрами:

$$M(i, j) \in [M_{ij}^{\min} \quad M_{ij}^{\max}], \quad (3)$$

где  $M_{ij}^{\min}$ ,  $M_{ij}^{\max}$ ,  $i, j = \overline{1, 6}$  – константы.

2. Вектор  $F_u = F_u(u, k_\delta)$  является функцией вектора управляющих воздействий  $u$  и вектора интервальных параметров  $k_\delta \in [k_{\delta \min}^i \quad k_{\delta \max}^i]$ , где

$k_{\delta \min}^i, k_{\delta \max}^i$  – постоянные числа. Вектор  $u$  имеет размерность  $m$ .

3. Вектор прочих сил и моментов  $F_d(y, x, t)$  является неизвестным и представляется в виде

$$F_d(y, x, t) = F_{d1}(y, x) + F_{d2}(t); \quad (4)$$

$$\|F_{d1}(y, x)\| \leq A_{Fy} \|y\| + A_{Fx} \|x\|; \quad (5)$$

$$|F_{d2}^i(t)| \leq F_{d2}^{i0}, \quad |\dot{F}_{d2}^i(t)| \leq \dot{F}_{d2}^{i0}, \quad i = \overline{1, 6}, \quad (6)$$

где  $A_{Fx}, A_{Fy}, F_{d2}^{i0}, \dot{F}_{d2}^{i0}$  – постоянные числа;  $\|\cdot\|$  – операция вычисления нормы;  $|\cdot|$  – операция вычисления модуля.

Траекторная ошибка задается в виде

$$\psi_{tr} = A_1 Y u + A_2 y + A_3. \quad (7)$$

Ошибка по скорости движения задается в виде

$$\psi_{ck} = A_4 x + A_5. \quad (8)$$

Размерность вектора  $\psi_{tr}$  равна  $\mu$ , а размерность вектора  $\psi_{ck}$  равна  $\nu$ .

Матрицы  $A_1, A_2$  имеют размерность  $\mu \times 6$ , вектор  $A_3$  – размерность  $\mu$ , матрица  $A_4$  – размерность  $\nu \times 6$ , а вектор  $A_5$  – размерность  $\nu$ .

Диагональная матрица  $Y$  имеет вид

$$Y = \text{diag}([y_1 \quad y_2 \quad y_3 \quad y_4 \quad y_5 \quad y_6]).$$

Запись квадратичной формы в виде (7) обусловлена тем, что матрицы  $A_1, A_2$  не являются в общем случае квадратными.

## 2. СИНТЕЗ ЭТАЛОННОЙ МОДЕЛИ МУЛЬТИКОПТЕРА

Номинальная модель мультикоптера имеет аналогичную структуру (1) и (2). В отличие от модели объекта (1) и (2), номинальная модель известна.

1. Элементы матрицы  $M_m$  являются постоянными известными параметрами.

2. Вектор  $F_{um} = F_{um}(u_m, k_{\delta m})$  является функцией вектора управляющих воздействий  $u$  и вектора постоянных известных параметров  $k_{\delta m}$ .

3. Вектор прочих сил и моментов  $F_{dm}(y_m, x_m, t)$  является известным.

Векторы ошибок номинальной модели подвижного объекта сформируем в соответствии с (7) и (8) в виде

$$\Psi_{trm} = A_1 Y_m y_m + A_2 y_m + A_3; \quad (9)$$

$$\Psi_{ckm} = A_4 x_m + A_5, \quad (10)$$

где

$$Y_m = \text{diag}([y_{1m} \ y_{2m} \ y_{3m} \ y_{4m} \ y_{5m} \ y_{6m}]).$$

Потребуем, чтобы векторы удовлетворяли следующим эталонным уравнениям

$$\ddot{\Psi}_{trm} + T_2 \dot{\Psi}_{trm} + T_1 \Psi_{trm} = 0; \quad (11)$$

$$\dot{\Psi}_{ckm} + T_3 \Psi_{ckm} = 0, \quad (12)$$

где  $T_1$ ,  $T_2$  и  $T_3$  – диагональные положительно определенные матрицы постоянных коэффициентов.

Первая и вторая производные по времени от вектора  $\Psi_{trm}$  (9) вычислены в силу уравнений эталонной модели

$$\dot{\Psi}_{trm} = A_1 R_m x_m + A_2 M_m; \quad (13)$$

$$\ddot{\Psi}_{trm} = A_1 R_m x_m + A_1 R_m \dot{x}_m + A_2 M_m^{-1} \left( \frac{\partial F_{dm}}{\partial x_m} \dot{x}_m + \frac{\partial F_{dm}}{\partial y_m} \dot{y}_m \right), \quad (14)$$

где  $\dot{R}(y_m)$  – производная матрицы  $R(y_m)$ , вычисляемая в соответствии с определением [16]:

$$\dot{Y}_m = \text{diag}([\dot{y}_{1m} \ \dot{y}_{2m} \ \dot{y}_{3m} \ \dot{y}_{4m} \ \dot{y}_{5m} \ \dot{y}_{6m}]),$$

$$\dot{y}_{im} = R_i(y_m) x_m, \quad i = \overline{1,6},$$

$R_i(y_m)$  –  $i$ -я строка матрицы  $R(y_m)$ .

Производная по времени от вектора  $\Psi_{ckm}$  (10) равна

$$\dot{\Psi}_{ckm} = A_4 \dot{x}_m. \quad (15)$$

Подставив выражения (14) и (15) в уравнения (11) и (12), получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} A_1 \dot{R}_m x_m + A_2 M_m^{-1} \frac{\partial F_{dm}}{\partial y_m} R_m x_m = -T_2 \dot{\Psi}_{trm} - T_1 \Psi_{trm}, \\ A_4 \dot{x}_m = -T_3 \Psi_{ckm}. \end{cases} \quad (16)$$

Решая систему (16) относительно вектора  $\dot{x}_{im}$ , получаем

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} A_1 R_m + A_2 M_m^{-1} \frac{\partial F_{dm}}{\partial x_m} \\ A_4 \end{bmatrix} \dot{x}_m = \\ & = - \begin{bmatrix} A_1 \dot{R}_m x_m + A_2 M_m^{-1} \frac{\partial F_{dm}}{\partial y_m} R_m x_m + T_2 \dot{\Psi}_{trm} - T_1 \Psi_{trm} \\ T_3 \Psi_{ckm} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (17)$$

Для нахождения вектора управляющих воздействий представим вектор управляющих сил и моментов в виде

$$F_{um} = K_{\delta m} u_m, \quad (18)$$

где  $K_{\delta m}$  – матрица размерности  $6 \times (\mu + \nu)$ .

Если нет возможности представить вектор управляющих сил и моментов в виде (18), то можно воспользоваться двухэтапным подходом, представленным в работах [14, 17]. В соответствии с этим подходом на первом этапе путем введения промежуточных переменных решается задача нахождения управлений для линейной по управлению системы. На втором этапе осуществляется нахождение реальных управлений путем решения нелинейной алгебраической системы уравнений. Такой подход успешно применен в системе управления роботизированной воздухоплавательной платформы [17]. Также примем число каналов управления  $m = \mu + \nu$ . В работах [14, 17] рассмотрен случай, когда  $m \neq \mu + \nu$ .

Из выражения (19) с учетом (10) и (20) находим

$$\begin{aligned} u_m & = \left( \begin{bmatrix} A_2 R_m \\ A_4 \end{bmatrix} M_m^{-1} K_{\delta m} \right)^{-1} \times \\ & \times \left( \begin{bmatrix} A_2 R_m \\ A_4 \end{bmatrix} M_m^{-1} F_{dm} + \begin{bmatrix} A_2 \dot{R}_m x_m + T_2 \dot{\Psi}_{trm} + T_1 \Psi_{trm} \\ T_3 \Psi_{ckm} \end{bmatrix} \right). \end{aligned} \quad (19)$$

В традиционных системах адаптивного управления с эталонной моделью схема задается в виде уравнений (11) и (12). Синтез управления номинальной моделью позволяет корректно сформировать матрицы  $T_1$  и  $T_2$  уравнений (11) и (12), а также оценить разницу между номинальной моделью и подвижным объектом, основываясь на разнице между номинальным управлением (19) и реальными значениями сил и моментов, подаваемых на подвижный объект.

### 3. СИНТЕЗ БАЗОВОГО АЛГОРИТМА УПРАВЛЕНИЯ

Ошибки управления для подвижного объекта формируются в виде выражений (7) и (8).

Система управления подвижного объекта строится как следящая система, ошибкой которой является разница между переменными (9), (10) и (7), (8).

Для повышения точности следящей системы алгоритм управления строится таким образом, чтобы обеспечить астатизм. Чтобы обеспечить в замкнутой системе управления подвижного объекта астатизм, вводятся дополнительные интеграторы

$$\dot{z}_1 = z_2, \dot{z}_2 = z_3, \dots, \dot{z}_{n_{tr}} = \Psi_{tr} - \Psi_{trm} = A_1 Y y + A_2 y - A_1 Y_m y_m - A_2 y_m; \quad (20)$$

$$\dot{\chi}_1 = \chi_2, \dot{\chi}_2 = \chi_3, \dots, \dot{\chi}_{n_{ck}} = \Psi_{ck}^i - \Psi_{ckm}^i = A_4 x - A_4 x_m, \quad (21)$$

где  $n_{tr}$  – число интеграторов, обеспечивающих астатизм порядка  $n_{tr} - 1$  по траекторной ошибке;  $n_{ck}$  – число интеграторов, обеспечивающих астатизм порядка  $n_{ck} - 1$  по скоростной ошибке;  $z_j, j = \overline{1, n_{tr}}$  – дополнительные переменные для обеспечения астатизма при обработке траекторного задания;  $\chi_k, k = \overline{1, n_{ck}}$  – дополнительные переменные для обеспечения астатизма при обработке задания по скорости.

Тогда траекторная и скоростная ошибки подвижного объекта задаются в виде

$$e_{tr} = A_1 Y y + A_2 y - A_1 Y_m y_m - A_2 y_m + B_1 z_1 + \dots + B_{n_{tr}} z_{n_{tr}}; \quad (22)$$

$$e_{ck} = A_4 x - A_4 x_m + C_1 \chi_1 + \dots + C_{n_{ck}} \chi_{n_{ck}}, \quad (23)$$

где  $B_j, C_k, j = \overline{1, n_{tr}}, k = \overline{1, n_{ck}}$  – матрицы коэффициентов регулятора.

Потребуем, чтобы траекторная и скоростная ошибки удовлетворяли уравнениям

$$\ddot{e}_{tr} + T_2 \dot{e}_{tr} + T_1 e_{tr} = 0; \quad (24)$$

$$\dot{e}_{ck} + T_3 e_{ck} = 0. \quad (25)$$

Первая и вторая производные по времени от выражения (22), вычисленные в силу уравнений динамики и кинематики подвижного объекта и эталонной модели и (20), равны:

$$\dot{e}_{tr} = A_1 R x + A_2 M^{-1} F_d - A_1 R_m x_m - A_2 M^{-1} F_{dm} + B_1 Z_2 + B_2 (\Psi_{tr} - \Psi_{trm}); \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \ddot{e}_{tr} = & A_1 \dot{R} x + A_1 R \dot{x} + A_2 M^{-1} \frac{\partial F_d}{\partial x} \dot{x} + A_2 M^{-1} \frac{\partial F_d}{\partial y} R x - A_1 \dot{R}_m x_m - A_1 R_m \dot{x}_m - \\ & - A_2 M_m^{-1} \frac{\partial F_{dm}}{\partial x_m} \dot{x}_m - A_2 M_m^{-1} \frac{\partial F_{dm}}{\partial y_m} R_m x_m - B_1 (\dot{\Psi}_{tr} - \dot{\Psi}_{trm}) + B_2 (\ddot{\Psi}_{tr} - \ddot{\Psi}_{trm}). \end{aligned} \quad (27)$$

Первая производная по времени от выражения (23) равна

$$\dot{e}_{ck} = A_4 \dot{x} - A_4 \dot{x}_m + C_1 \chi_2 + \dots + C_{n_{ck}-1} \chi_{n_{ck}} + C_{n_{ck}} (A_4 x - A_4 x_m). \quad (28)$$

Подставив выражения (22), (23) и (26)–(28) в уравнения (24) и (25), получим

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} A_1 R + A_2 M^{-1} \frac{\partial F_d}{\partial x} \\ A_4 \end{bmatrix} \dot{x} = \\ & = \begin{bmatrix} A_1 R_m + A_2 M_m^{-1} \frac{\partial F_{dm}}{\partial x_m} \\ A_4 \end{bmatrix} \dot{x}_m + \begin{bmatrix} A_1 \dot{R}_m x_m + A_2 M_m^{-1} \frac{\partial F_{dm}}{\partial y_m} R_m x_m \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}, \\ & f_1 = A_1 \dot{R}x + A_2 M^{-1} \frac{\partial F_d}{\partial x} Rx + B_1(\Psi_{tr} - \Psi_{trm}) + \\ & \quad + B_2(\dot{\Psi}_{tr} - \dot{\Psi}_{trm}) + T_2 \dot{e}_{tr} + T_1 e_{tr}, \\ & f_2 = C_1 \chi_2 + C_2(\Psi_{ck} - \Psi_{ckm}) + T_2 e_{ck}. \end{aligned} \tag{29}$$

С учетом (17) выражение (29) переписывается в виде

$$\begin{bmatrix} A_1 R + A_2 M^{-1} \frac{\partial F_d}{\partial x} \\ A_4 \end{bmatrix} \dot{x} = - \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} f_1 &= A_1 \dot{R}x + A_2 M^{-1} \frac{\partial F_d}{\partial x} Rx + B_1(\Psi_{tr} - \Psi_{trm}) + \\ &+ B_2(\dot{\Psi}_{tr} - \dot{\Psi}_{trm}) + T_2(\dot{e}_{tr} + \dot{\Psi}_{trm}) + T_1(e_{tr} + \Psi_{trm}), \\ f_2 &= C_1 \chi_2 + C_2(\Psi_{ck} - \Psi_{ckm}) + T_2(e_{ck} + \Psi_{ckm}), \\ \dot{e}_{tr} &= \dot{\Psi}_{tr} - \dot{\Psi}_{trm} + B_1 z_2 + B_2(\Psi_{tr} - \Psi_{trm}), \\ e_{tr} &= \Psi_{tr} - \Psi_{trm} + B_1 z_1 + B_2 z_2, \\ e_{ck} &= \Psi_{ck} - \Psi_{ckm} + C_1 \chi_1 + C_2 \chi_2. \end{aligned} \tag{30}$$

Как и для эталонной модели, примем

$$F_u = K_\delta u, \tag{31}$$

где  $K_\delta$  – матрица размерности  $6 \times (\mu + \nu)$ .

Из (30) с учетом (2) и (31) находим выражение для вектора управляющих воздействий подвижного объекта (1) и (2).

#### 4. СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ АДАПТАЦИИ

Для оценки аддитивных неопределенностей в  $F_d$  и матрицах интервальных параметров  $M$  и  $K_\delta$  представим уравнение (2) динамики подвижного объекта в виде

$$\dot{x} = (M_m + \Delta M)^{-1} ((K_{\delta m} + \Delta K_\delta)u + F_{dm} + \Delta F_d) = F_{xm} + \Delta F_x, \quad (32)$$

где  $\Delta M$ ,  $\Delta K_\delta$ ,  $\Delta F_d$  – неопределенные матрицы и вектор, удовлетворяющие ограничениям (3)–(6);  $F_{xm} = (M_m)^{-1}(K_{\delta m}u + F_{dm})$  – известный вектор;  $\Delta F_x = M_m^{-1}(\Delta K_\delta u + \Delta F_d) + \Delta M^{-1}((K_{\delta m} + \Delta K_\delta)u + F_{dm} + \Delta F_d)$  – неизвестный вектор.

Для синтеза наблюдателя неизвестного вектора  $\Delta F_x$  воспользуемся подходом, предложенным в работах [17, 18]. В этом подходе реализован редуцированный наблюдатель Луенбергера [19], робастность которого обеспечивается аппроксимацией возмущений временными рядами [20]. В соответствии с методикой синтеза [18] ошибка наблюдателя формируется в виде

$$e_n = \Delta F_x - s(x) - \lambda, \quad (33)$$

где  $\lambda$  – вектор переменных состояния наблюдателя;  $s(x)$  – векторная функция.

Потребуем, чтобы ошибка (33) удовлетворяла дифференциальному уравнению

$$\dot{e}_n + T_n e_n = 0,$$

где  $T_n$  – матрица наблюдателя, выбираемая из условий устойчивости и быстродействия. Для простоты изложения примем матрицу  $T_n$  скалярной, т. е. диагональной с одинаковыми элементами [21].

Дифференцируя выражение (33) по времени в силу уравнения (32), из последнего уравнения получим

$$-\dot{\lambda} - \frac{\partial s(x)}{\partial x} (F_{xm} + \Delta F_x) + T_n (\Delta F_x - s(x) - \lambda) = 0,$$

откуда, приравняв к нулю все слагаемые, содержащие неизвестный вектор  $\Delta F_x$ , получим

$$\dot{\lambda} = -T_n \lambda - T_n T_n x - T_n F_{xm}, \quad \Delta \hat{F}_x = T_n x + \lambda. \quad (34)$$

Переходя в уравнениях (32) и (34) к изображениям по Лапласу, получим

$$\begin{cases} px = F_{xm} + \Delta F_x, \\ p\lambda = -T_n \lambda - T_n T_n x - T_n F_{xm}, \\ \Delta \hat{F}_x = T_n x + \lambda, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{F_{xm} + \Delta F_x}{p}, \\ \lambda = \frac{-T_n T_n x - T_n F_{xm}}{p + T_n}, \\ \Delta \hat{F}_x = T_n x + \lambda, \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta \hat{F}_x = T_n \frac{F_{xm} + \Delta F_x}{p} - \frac{T_n T_n}{p + T_n} \frac{F_{xm} + \Delta F_x}{p} - \frac{T_n F_{xm}}{p + T_n} \Rightarrow \Delta \hat{F}_x = \frac{T_n}{p + T_n} \Delta F_x. \quad (35)$$

Применив метод коэффициентов ошибок [21], получим

$$E_0 = 0, \quad E_1 = \frac{1}{T_n}, \quad E_2 = \frac{2}{T_n^2}, \dots, \quad E_i = \frac{i!}{T_n^i}.$$

Тогда ошибка оценивания имеет вид

$$\varepsilon_n(t) = \frac{1}{T_n} \Delta \dot{F}_x + \frac{1}{T_n^2} \Delta \ddot{F}_x + \dots + \frac{1}{T_n^i} \Delta F_x^{(i)} + \dots$$

Пусть  $\Delta F_x$  представляет собой линейный сигнал, удовлетворяющий ограничениям (6). Тогда ошибка оценивания ограничена выражением

$$\left| \varepsilon_n^i(t) \right| \leq \frac{\Delta F_d^{i0}}{T_n}, \quad i = \overline{1, 6}. \quad (36)$$

Выражение (36) позволяет выбрать положительно определенную матрицу  $T_n$  так, чтобы ошибка оценивания не превышала заданную величину.

Представим оцениваемую функцию гармоническим сигналом  $\Delta F_x = A \sin \omega_{\max} t$ , тогда

$$\left| \varepsilon_n^i(t) \right| \leq \frac{A \omega_{\max}}{T_n} + \frac{A \omega_{\max}^2}{T_n^2} + \dots + \frac{A \omega_{\max}^i}{T_n^i} + \dots$$

Из последнего выражения следует, что для ограниченности ошибки требуется выбирать элементы матрицы  $T_n$  с учетом условия

$$\frac{\omega_{\max}}{T_n} < 1.$$

## 5. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Мультикоптер начинает движение по траектории из начальной точки  $x_0 = (10; 6; -5)$ . На рассматриваемый объект управления действуют параметрические возмущения: отклонения матрицы  $M$  и отклонения элементов матрицы  $K_{\delta m}$  от  $K_{\delta}$ , связанные с неточностью определения зависимостей между тягами винтомоторных групп и управляемых переменных. Отклонения в  $M$  – результат действия неучтенных в модели присоединенных масс. При моделировании принято:

$$K_{\delta m} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad K_{\delta} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,7 \end{bmatrix}, \quad M = 0,9 M_m (1 - 0,002t).$$

В выражении для управления (36) используются номинальные значения параметров и вектор оценок возмущений  $M_m, K_{\delta m}, \hat{F}_d$ .

Вектор внешних возмущений принят в виде

$$F_d(t) = \begin{bmatrix} 4 \\ 20 + 10\sin(0,5t) \\ -2 \\ -3 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Параметры системы управления:

$$T_1 = 1, T_2 = 2, T_3 = 1, B_1 = 100, B_2 = 20, C_1 = 100, C_2 = 20, T_n = 10,$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T,$$

$$A_3 = \left[ -\arctan\left(\frac{b_g}{a_g}\right) \quad 0,5V_{x0} \quad -0,5V_{z0} \right]^T,$$

$$A_4 = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T, \quad A_5 = -V_{y0},$$

$$\Psi^0 = \begin{cases} \arctg \frac{-a_g}{b_g}, & \text{если } r^0 > r_r; \\ \frac{r^0}{r_r} \left( \arctg \frac{-a_g}{b_g} - \arctg \frac{b_g}{a_g} \right) + \arctg \frac{b_g}{a_g}, & \text{если } r^0 \leq r_r, \end{cases}$$

где  $r^0$  – расстояние до заданной траектории в плоскости  $OY_1Y_3$ , описываемой уравнением  $a_g y(1) + b_g y(3) + c_g = 0$ ;  $r_r$  – расстояние, при превышении которого вектор скорости подвижного объекта направлен на ближайшую точку на заданной траектории. Если расстояние до траектории меньше  $r_r$ , то подвижный объект начинает разворачиваться вдоль траектории. При моделировании принято:  $r_r, a_g = 1, b_g = -1, c_g = 0$ . Желаемая высота  $y = 10$  м.

Моделирование полета мультикоптера произведено для случаев:

- 1) управление с наблюдателем (34)  $T_n$ ;
- 2) управление с базовым алгоритмом управления при  $B_1 = 100, B_2 = 20, C_1 = 100, C_2 = 20$ ;

3) управление с базовым алгоритмом управления и наблюдателем.

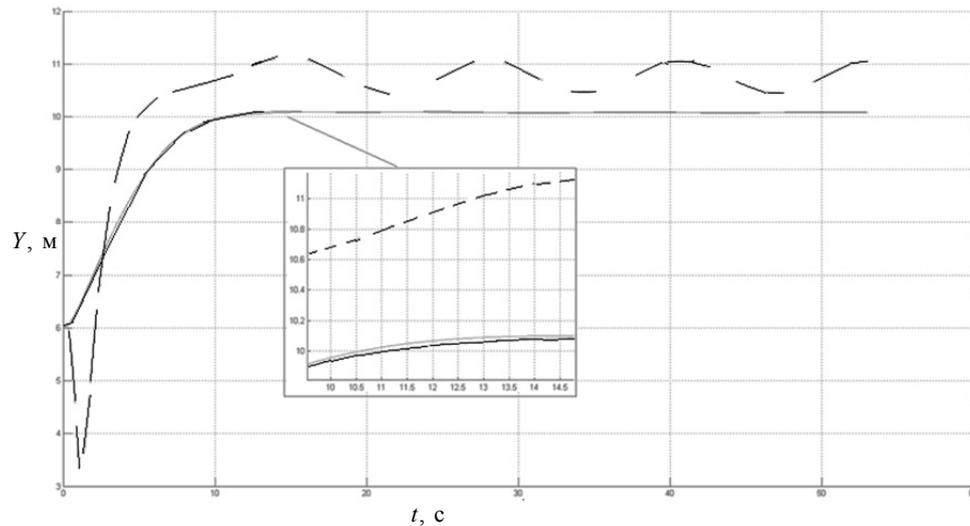


Рис. 1. Высота. Вариант 1 – пунктирная линия, вариант 2 – сплошная серая линия, вариант 3 – сплошная черная линия

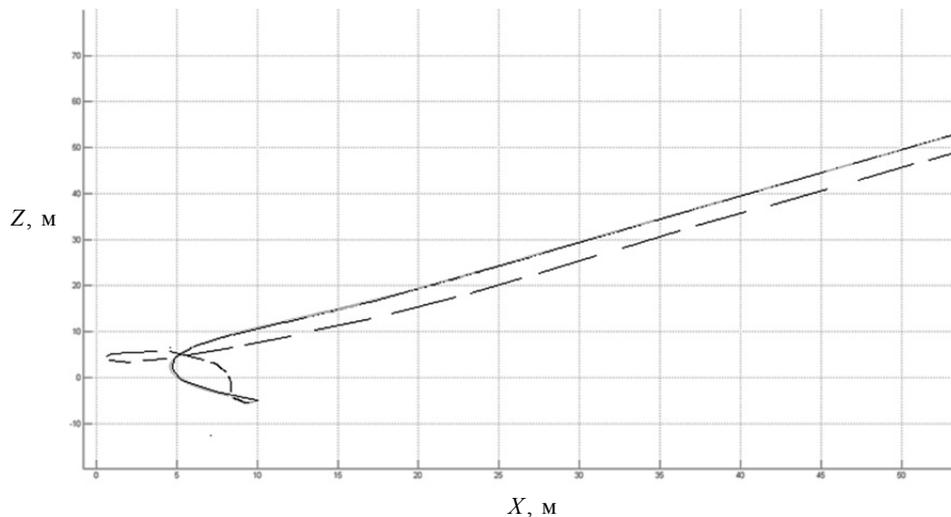


Рис. 2. Траектория полета на плоскости. Вариант 1 – пунктирная линия, вариант 2 – серая линия, вариант 3 – сплошная черная линия

Результаты численных исследований различных вариантов адаптации приведены на рис. 1 и 2. Из рисунков видно, что в первом варианте присутствует ошибка отработки траектории, связанная с неточностью определения параметров модели мультикоптера. Максимальная величина отклонения от заданной траектории составляет 4,89 м. Во втором варианте параметрические возмущения значительно подавляются, но на объект управления действуют внешние возмущения, отклонение 0,49 м. Наиболее заметно влияние внешних возмущений проявляется при значительных ветровых возмущениях, как

показано на рис. 3, где амплитуда внешнего возмущения по  $x$  увеличена от 4 до 14.

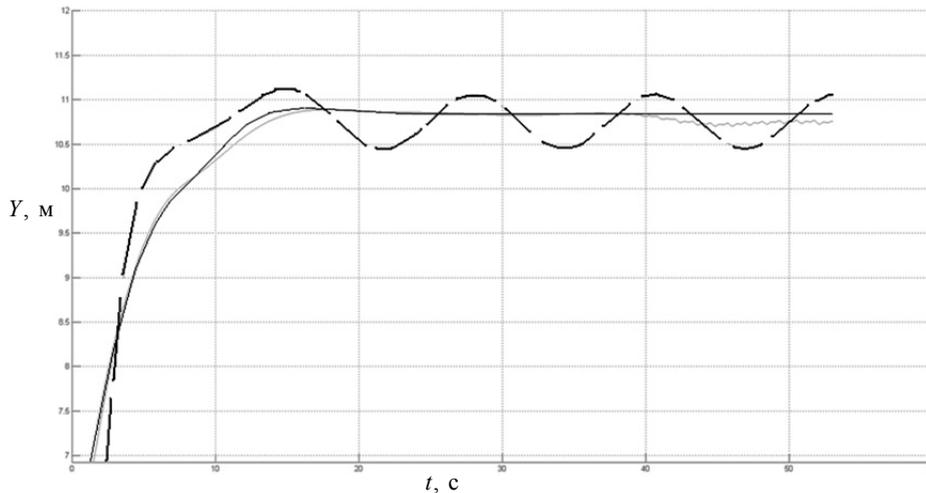


Рис. 3. Удержание высоты. Вариант 1 – пунктирная линия, вариант 2 – сплошная серая линия, вариант 3 – сплошная черная линия

Одновременное применение всех способов адаптации в третьем варианте обеспечивает наибольшую точность замкнутой системы, в этом случае отклонение составило 0,48 м.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Наименьшую точность при подавлении внешних возмущений и совокупности внешних и параметрических возмущений, действующих на мультикоптер, показывает адаптивный алгоритм с оцениванием возмущений. Это связано с тем, что астатизм по каждому каналу обеспечивается динамической системой второго порядка, а оценивание возмущений – наблюдателем первого порядка. Повышение порядка наблюдателя позволяет снизить ошибки замкнутой системы приблизительно до того же уровня, что и в других случаях. Вместе с тем одновременное применение алгоритмов оценивания возмущений, обеспечения астатизма и параметрической адаптации приводит к уменьшению ошибки замкнутой системы. Такой результат обусловлен способом построения замкнутой системы, обеспечивающим независимую настройку различных контуров адаптации.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рутковский В.Ю., Крутова И.Н. Принцип построения и некоторые вопросы теории одного класса самонастраивающихся систем с моделью // Самонастраивающиеся системы: труды I Всесоюзной конференции по теории и практике самонастраивающихся систем (10–14 декабря 1963 г.). – М., 1965. – С. 46–63.
2. Рутковский В.Ю., Скорин-Чайков В.Н. Самонастраивающиеся системы с пробным сигналом // Самонастраивающиеся системы: труды I Всесоюзной конференции по теории и практике самонастраивающихся систем (10–14 декабря 1963 г.). – М., 1965. – С. 93–111.

3. *Zemlyakov S.D.* Some problem of analytical synthesis in model reference control systems by the direct method of Lyapunov. Theory of self adaptive control system // Theory of self-adaptive control systems, Teddington, England, 1965: proceedings / ed. by P.H. Hammond. – New-York: Plenum Press, 1966. – P. 175–179.

4. *Рутковский В.Ю.* Работы института проблем управления в области беспилотных адаптивных систем и систем управления космическими аппаратами // Автоматика и телемеханика. – 1999. – № 6. – С. 42–49.

5. *Земляков С.Д., Рутковский В.Ю.* О некоторых результатах развития теории и практики применения беспилотных адаптивных систем // Автоматика и телемеханика. – 2001. – № 7. – С. 103–121.

6. *Рутковский В.Ю., Глумов В.М.* Особенности динамики адаптивной системы управления с нелинейной эталонной моделью. I // Автоматика и телемеханика. – 2017. – № 4. – С. 92–105.

7. *Даденков Д.А., Казанцев В.П.* Синтез электромеханических систем управления с нелинейной адаптивной эталонной моделью // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 11-7. – С. 1466–1471.

8. *Еремин Е.Л., Пикуль З.Д., Теличенко Д.А.* Адаптивная система управления одним классом структурно-параметрически неопределенных объектов в схеме с явной и неявной эталонными моделями // Информатика и системы управления. – 2015. – № 1 (43). – С. 105–114.

9. Синтез управления в продольном канале маловысотного контура беспилотного вертолета / А.М. Бронников, Е.О. Каравашкина, В.С. Кулабухов, А.Ю. Чекин // Научный вестник МГТУ ГА. – 2015. – № 213. – С. 5–12.

10. *Зиятдинов И.Р., Кавалеров Б.В., Бахирев И.В.* Исследование системы управления с эталонной моделью и сигнальной настройкой для электроэнергетической газотурбинной установки // Фундаментальные исследования. – 2015. – № 6. – С. 235–240.

11. *Еремин Е.Л.* Модификация адаптивной системы для управления одноканальным объектом с входным насыщением // Информатика и системы управления. – 2016. – № 3 (49). – С. 119–131.

12. *Рутковский В.Ю., Глумов В.М.* Особенности динамики адаптивной системы управления с нелинейной эталонной моделью. II // Автоматика и телемеханика. – 2017. – № 5. – С. 83–95.

13. Моделирование перемещения подвижного объекта с адаптивным позиционно-траекторным управлением и контуром оценивания неизмеряемых параметров модели [Электронный ресурс] / А.Е. Кульченко, М.Ю. Медведев, В.А. Шевченко, В.С. Лазарев // Инженерный вестник Дона. – 2017. – № 1. – URL: [http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/ivd\\_8\\_kulchenko\\_medvedev.pdf\\_040e128174.pdf](http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/ivd_8_kulchenko_medvedev.pdf_040e128174.pdf) (дата обращения: 21.03.2018).

14. *Пшихопов В.Х., Медведев М.Ю., Крухмалев В.А.* Базовые алгоритмы адаптивного позиционно-траекторного управления подвижными объектами при позиционировании в точке // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2015. – № 4 (16). – С. 219–225.

15. Управление распределенными системами подводной робототехники с использованием адаптивной эталонной модели [Электронный ресурс] / В.Х. Пшихопов, В.А. Шевченко, М.Ю. Медведев, Б.В. Гуренко // Инженерный вестник Дона. – 2017. – № 2. – URL: [http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD\\_3\\_Gurenko\\_N.pdf\\_d9d705ea95.pdf](http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_3_Gurenko_N.pdf_d9d705ea95.pdf) (дата обращения: 21.03.2018).

16. *Медведев М.Ю., Рогов В.А., Медведева Т.Н.* Позиционно-траекторное управление подвижными объектами с многоконтурной адаптацией // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2016. – № 7. – С. 101–114.

17. Система позиционно-траекторного управления роботизированной воздухоплавательной платформой. Ч. 2. Алгоритмы управления / В.Х. Пшихопов, М.Ю. Медведев, А.Р. Гайдук, Р.А. Нейдорф, В.Е. Беляев, Р.В. Федоренко, В.А. Костюков, В.А. Крухмалев // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2013. – № 7. – С. 13–20.

18. *Медведев М.Ю.* Алгоритмы адаптивного управления исполнительными приводами // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2006. – № 6. – С. 17–22.

19. *Visy R.* Nonlinear filtering theory // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1965. – Vol. 10, iss. 2. – P. 198.

20. *Красовский А.А.* Циклическое оценивание при первичной обработке сигналов датчиков // Автоматика и телемеханика. – 1988. – № 6. – С. 52–60.

21. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. – 5-е изд. – М.: Физматлит, 2004. – 560 с.

*Медведев Михаил Юрьевич*, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой Электротехники и мехатроники Южного федерального университета. Основное направление научных исследований – теория автоматического управления, робототехника. Имеет более 100 публикаций. E-mail: [medvmihal@sfedu.ru](mailto:medvmihal@sfedu.ru)

*Кульченко Артем Евгеньевич*, кандидат технических наук, доцент кафедры Электротехники и мехатроники Южного федерального университета. Основное направление научных исследований – управление подвижными объектами. Имеет более 20 публикаций. E-mail: [kulchenko.a.e.work@gmail.com](mailto:kulchenko.a.e.work@gmail.com)

*Шевченко Виктор Александрович*, младший научный сотрудник НИИ робототехники и процессов управления Южного федерального университета. Основное направление научных исследований – управление подвижными объектами, электроэнергетика. Имеет более 20 публикаций. E-mail: [droogg@mail.ru](mailto:droogg@mail.ru)

*Лазарев Владимир Сергеевич*, магистр техники и технологии, аспирант кафедры Электротехники и мехатроники Южного федерального университета. Основное направление научных исследований – групповое управление подвижными объектами. Имеет более 40 публикаций. E-mail: [vlazarev@sfedu.ru](mailto:vlazarev@sfedu.ru)

DOI: 10.17212/1814-1196-2018-1-137-152

### ***A multiloop adaptive control for multicopters\****

*M.YU. MEDVEDEV<sup>1</sup>, A.E. KULCHENKO<sup>2</sup>, V.A.SHEVCHENKO<sup>3</sup>, V.S. LAZAREV<sup>4</sup>*

<sup>1</sup> *Southern Federal University, 2, Shevchenko Street, Taganrog, Russian Federation, D. Sc. (Eng.), professor. E-mail: medvmihal@sfedu.ru*

<sup>2</sup> *Southern Federal University, 2, Shevchenko Street, Taganrog, Russian Federation, Ph.D. E-mail: kulchenko.a.e.work@gmail.com*

<sup>3</sup> *Southern Federal University, 2, Shevchenko Street, Taganrog, Russian Federation, junior researcher. E-mail: droogg@mail.ru*

<sup>4</sup> *Southern Federal University, 2 Shevchenko Street, Taganrog, Russian Federation, post-graduate student. E-mail: vlazarev@sfedu.ru*

The paper gives a brief overview of the methods of searchless adaptive control including reference models. A general form of the mathematical model of the multicopter is given. It describes the synthesis of the multicopter reference model. The synthesis of the reference model of the quadcopter is given. The vehicle model and the reference model have a similar structure, with the parameters of the reference model being known. The synthesis of the nominal model control makes it possible to correctly form the matrices of the coefficients of the trajectory error equations and motion velocity errors. It also makes it possible to estimate the difference between the multicopter and its reference model based on the difference between nominal control and real values of the control forces and moments applied to the vehicle. The paper considers control systems based on adaptive control algorithms with reference models, astaticism and disturbance estimation. In this work we use a loop with astaticism, an asymptotic disturbance estimator, and a parametric adaptation loop to take into account parametric perturbations of the model and external perturbations (for example, wind disturbances). Additional integrators to provide astaticism in the vehicle closed control system are introduced. The simulation results of the multicopter flight along the trajectory are presented with the use of various adaptation loops separately and jointly. In connection with the fact that constant wind disturbances act on the multicopter, the external perturbation vector is represented as a periodic function. The cases with the most noticeable deviations of the flight trajectory for different modes of adaptation are analyzed. Parametric deviations in the simulation are caused by the inaccuracy

---

\* Received 14 February 2018.

The work was supported by the RFBR Grant № 16-08-00013 at the Southern Federal University, Russia.

cy in determining the dependencies between the thrusts of engine-propeller units and controlled variables as well as by an unaccounted added mass of the vehicle.

**Keywords:** multicopter, vehicle, position-trajectory control, astaticism, estimator, adaptive control, adaptation, disturbance estimation

## REFERENCES

1. Rutkovskii V.Yu., Krutova I.N. [The principle of construction and some problems of the theory of one class of self-adjusting systems with model]. *Samonastraivayushchiesya sistema: trudy I Vsesoyuznoi konferentsii po teorii i praktike samonastraivayushchikhsya sistem* [Self-adjusting systems: proceedings of the I All-Union conference on the theory and practice of self-tuning systems], 10–14 December, 1963. Moscow, 1965, pp. 46–63. (In Russian).
2. Rutkovskii V.Yu., Krutova I.N. [A self-tuning system with the test signal]. *Samonastraivayushchiesya sistema: trudy I Vsesoyuznoi konferentsii po teorii i praktike samonastraivayushchikhsya sistem* [Self-adjusting systems: proceedings of the I All-Union conference on the theory and practice of self-tuning systems], 10–14 December, 1963. Moscow, 1965, pp. 93–111. (In Russian).
3. Zemlyakov S.D. Some problems of analytical synthesis in model reference control systems by the direct method of Lyapunov. *Theory of self-adaptive control systems*, Teddington, England, 1965: proceedings. New York, Plenum Press, 1966, pp. 175–179.
4. Rutkovskii V.Yu. Raboty instituta problem upravleniya v oblasti bespoiskovykh adaptivnykh sistem i sistem upravleniya kosmicheskimi apparatami [The Institute of problems of management in the field of instant adaptive systems and control systems of spacecraft]. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Remote Control*, 1999, no. 6, pp. 42–49. (In Russian).
5. Zemlyakov S.D., Rutkovskii V.Yu. O nekotorykh rezul'tatakh razvitiya teorii i praktiki primene-niya bespoiskovykh adaptivnykh sistem [About some results of the theory and practice of application of the instant adaptive systems]. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Remote Control*, 2001, no. 7, pp. 103–121. (In Russian).
6. Rutkovskii V.Yu., Glumov V.M. Osobennosti dinamiki adaptivnoi sistemy upravleniya s nelineinoy etalonnoy model'yu. I [Dynamical properties of an adaptive control system with a nonlinear reference model. I]. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Remote Control*, 2017, no. 4, pp. 92–105. (In Russian).
7. Dadenkov D.A., Kazantsev V.P. Sintez elektromekhanicheskikh sistem upravleniya s nelineinoy adaptivnoy etalonnoy model'yu [Synthesis of electromechanical control systems with a nonlinear adaptive reference model]. *Fundamental'nye issledovaniya – Fundamental research*, 2014, no. 11, pp. 1466–1471.
8. Eremin E.L., Pikul' Z.D., Telichenko D.A. Adaptivnaya sistema upravleniya odnim klassom strukturno-parametricheski neopredelennykh ob"ektov v skheme s yavnoi i neyavnoi etalonnymi modelyami [Adaptive control system of one class of structurally-parametrically indeterminate objects in a scheme with explicit and implicit reference models]. *Informatika i sistemy upravleniya – Information Science and Control Systems*, 2015, no. 1 (43), pp. 105–114.
9. Bronnikov A.M., Karavashkina E.O., Kulabukhov V.S., Chekin A.Yu. Sintez upravleniya v prodol'nom kanale malovysotnogo kontura bespilotnogo vertoleta [Synthesis of control in the longitudinal channel of a low-altitude contour of an unmanned helicopter]. *Nauchnyi Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta grazhdanskoj aviatsii – Civil Aviation High TECHNOLOGIES*, 2015, no. 213, pp. 5–12.
10. Ziyatdinov I.R., Kavalero B.V., Bakhirev I.V. Issledovanie sistemy upravleniya s etalonnoy model'yu i signal'noi nastroikoi dlya elektroenergeticheskoi gazoturbinnoy ustanovki [The investigation of the control system with a reference model and signal setting for the electric power gas-turbine unit]. *Fundamental'nye issledovaniya – Fundamental research*, 2015, no. 6, pp. 235–240.
11. Eremin E.L. Modifikatsiya adaptivnoi sistemy dlya upravleniya odnokanal'nym ob"ektom s vkhodnym nasyshcheniem [Modification of the adaptive system for controlling a single-channel object with input saturation]. *Informatika i sistemy upravleniya – Information Science and Control Systems*, 2016, no. 3 (49), pp. 119–131.
12. Rutkovskiy V.YU., Glumov V.M., Osobennosti dinamiki adaptivnoy sistemy upravleniya s nelineynoy etalonnoy model'yu [Dynamics characteristics of an adaptive control system with a nonlinear reference model]. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Remote Control*, 2017, no. 5, pp. 83–95.

13. Kul'chenko A.E., Medvedev M.Yu., Shevchenko V.A., Lazarev V.S. Modelirovanie peremeshcheniya podvizhnogo ob"ekta s adaptivnym pozitsionno-traektnym upravleniem i konturom otsenivaniya neizmeryaemykh parametrov modeli [Simulation of vehicle movements with adaptive positional-trajectory control system and estimation loop of immeasurable model parameters]. *Inzhenernyi vestnik Dona – Engineering Journal of Don*, 2017, no. 1. Available at: [http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/ivd\\_8\\_kulchenko\\_medvedev.pdf\\_040e128174.pdf](http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/ivd_8_kulchenko_medvedev.pdf_040e128174.pdf) (accessed 21.03.2018).
14. Pshikhopov V.Kh., Medvedev M.Yu., Kpukhmalev V.A. Bazovye algoritmy adaptivnogo pozitsionno-traektnogo upravleniya podvizhnymi ob"ektami ppi pozitsionirovani v toчке [Basic algorithms of adaptive position-trajectory control of mobile objects in positioning at a point]. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie – Mechatronics, Automation, Control*, 2015, no. 4 (16), pp. 219–225.
15. Pshikhopov V.Kh., Shevchenko V.A., Medvedev M.Yu., Gurenko B.V. Upravlenie raspredelennymi sistemami podvodnoi robototekhniki s ispol'zovaniem adaptivnoi etalonnnoi modeli [Control of distributed underwater robot systems using reference adaptive model]. *Inzhenernyi vestnik Dona – Engineering Journal of Don*, 2017, no. 2. Available at: [http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD\\_3\\_Gurenko\\_N.pdf\\_d9d705ea95.pdf](http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_3_Gurenko_N.pdf_d9d705ea95.pdf) (accessed 21.03.2018).
16. Medvedev M.Yu., Rogov V.A., Medvedeva T.N. Pozitsionno-traektnoe upravlenie podvizhnymi ob"ektami s mnogokonturnoi adaptatsiei [Position-trajectory control of mobile objects with multi-contour adaptation]. *Izvestiya Yuzhnogo federal'nogo universiteta. Tekhnicheskie nauki – Izvestiya Southem Federal University. Engineering sciences*, 2016, no. 7, pp. 101–114.
17. Pshikhopov V.Kh., Medvedev M.Yu., Gaiduk A.R., Neidorf R.A., Belyaev V.E., Fedorenko R.V., Kostyukov V.A., Krukhamlev V.A. Sistema pozitsionno-traektnogo upravleniya robotizirovannoi vozdukhoplavatel'noi platformoi. Ch. 2. Algoritmy upravleniya [System of position-trajectory control for robotic airship. Part 2. Control algorithms]. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie – Mechatronics, Automation, Control*, 2013, no. 7, pp. 13–20.
18. Medvedev M.Yu. Algoritmy adaptivnogo upravleniya ispolnitel'nymi privodami [Algorithms of adaptive control of actuators]. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie – Mechatronics, Automation, Control*, 2006, no. 6, pp. 17–22.
19. Bucy R. Nonlinear filtering theory. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1965, vol. 10, iss. 2, p. 198.
20. Krasovskiy A.A. Tsiklichesкое otsenivanie pri pervichnoi obrabotke signalov datchikov [Cyclic estimation in primary filtering of sensor signal]. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Remote Control*, 1988, no. 6, pp. 52–60. (In Russian).
21. Gantmakher F.R. *Teoriya matrits* [Theory of matrices]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2004, 560 p.

Для цитирования:

Многоконтурное адаптивное управление мультикоптерами / М.Ю. Медведев, А.Е. Кульченко, В.А. Шевченко, В.С. Лазарев // Научный вестник НГТУ. – 2018. – № 1 (70). – С. 137–152. – doi: 10.17212/1814-1196-2018-1-137-152.

For citation:

Medvedev M.Yu., Kulchenko A.E., Shevchenko V.A., Lazarev V.C. Mnogokonturnoe adaptivnoe upravlenie mul'tikopterami [A multiloop adaptive control for multicopters]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2018, no. 1 (70), pp. 137–152. doi: 10.17212/1814-1196-2018-1-137-152.