

ИНФОРМАТИКА,  
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА  
И УПРАВЛЕНИЕ

INFORMATICS,  
COMPPUTER ENGINEERING  
AND CONTROL

УДК 681.5.01:681.51.013

DOI: 10.17212/1814-1196-2018-3-59-72

## **Компенсация возмущений в задаче робастного управления сетью объектов с распределенным и дискретным запаздыванием\***

**А.В. ИМАНГАЗИЕВА**

414056, г. Астрахань, ул. Татищева, 16, Астраханский государственный техниче-  
ский университет

[aliya111@yandex.ru](mailto:aliya111@yandex.ru)

Предложено решение задачи управления сетью объектов, математическими моделями которых являются дифференциальные уравнения с распределенным и дискретным запаздыванием. Робастное управление, предложенное автором для объекта с распределенным запаздыванием, применяется для формирования управляющих воздействий в каждом из локальных объектов сети. Компенсация действия внешних и внутренних возмущений в каждой из локальных подсистем осуществляется с помощью вспомогательного контура и двух наблюдателей производных переменных системы управления. Применение наблюдателей переменных обусловлено необходимостью получения оценок производных переменных системы, измерение которых недоступно. Таким образом выбранная схема формирования управляющего воздействия позволяет выделить сигнал, который несет информацию о неизвестных параметрах математической модели, распределенном и дискретном запаздывании. Полученный алгоритм управления является децентрализованным, так как в каждом из локальных объектов управления осуществляется слежение за сигналом локальной эталонной модели. Достоинством предложенного алгоритма является тот факт, что для формирования управляющих воздействий в каждом из локальных объектов требуются измерения только скалярных входа и выхода подсистемы. Приведен числовой пример системы управления сети, состоящей из трех динамических объектов с распределенным и дискретным запаздыванием. Для сети объектов применен предложенный децентрализованный алгоритм управления. Проведено численное моделирование в пакете Simulink Matlab, приведены графики переходных процессов по ошибкам слежения и выходам объектов и эталонных моделей для каждой из трех подсистем. Результаты моделирования подтвердили теоретические выводы и показали хорошую работоспособность предложенного децентрализованного алгоритма управления в условиях постоянно действующих внешних и внутренних возмущений.

**Ключевые слова:** сеть, робастное управление, ограниченные возмущения, точность, распределенное запаздывание, дискретное запаздывание, алгоритм управления, наблюдатель Халила, метод вспомогательного контура

---

\* Статья получена 06 апреля 2018 г.

## ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день системы управления объектами с распределенным и дискретным запаздыванием заслуживают отдельного внимания, поскольку анализ публикационной активности показывает, что в нашей стране достаточно мало работ, посвященных управлению такими объектами, в то время как в ведущих иностранных изданиях по теории управления опубликовано большое количество статей и монографий по данной тематике, например, такие как [1–3]. Актуальность поставленной задачи объясняется ее решением в условиях априорной неопределенности, а также действию на объект управления внешних возмущений. Кроме того, в последнее время особенно актуальны задачи управления сетевыми (Multiagent) объектами управления в таких областях, как электроэнергетика, робототехника и т. д. Робастное управление позволяет компенсировать действие возмущений так, что при этом структура управляющего устройства остается неизменной [4–6].

В некоторых случаях при синтезе управления неучтенные запаздывания приводят к ухудшению качества переходных процессов и даже потере устойчивости [7, 8]. Поэтому присутствие запаздывания в математической модели объекта управления позволяет сделать эти системы близкими к реальным. Разные задачи управления объектами с запаздыванием решены в публикациях [1–13]. Так, например, с помощью  $H_\infty$  теории предложено решение задачи синхронизации для объекта с дискретным и распределенным запаздыванием [1]. В работе [9] с помощью метода внутренней модели решается задача компенсации возмущений в линейной системе с входным запаздыванием; в [10] с использованием теории графов и метода вспомогательного контура [4] решена задача синхронизации сети линейных объектов. Системы с запаздывающим управлением рассмотрены в [11].

Принцип динамической компенсации, суть которого заключается в том, чтобы предварительно исключить влияние возмущений на контур управления и далее решать задачу регулирования без учета возмущающих факторов, позволяет спроектировать эффективную автоматическую систему управления, учитывающую реальные условия функционирования [11].

Одним из подходов к решению задачи синтеза алгоритмов управления объектами с запаздыванием, в основе которых лежит принцип динамической компенсации, является робастное управление, предложенное в работе [4], суть которого заключается в том, чтобы предварительно выделить сигнал, который несет информацию о возмущениях и запаздывании, а затем компенсировать его действие на контур управления. Метод вспомогательного контура, предложенный в [4] профессором А.М. Цыкуновым, позволил решить целый ряд задач робастного управления различными объектами с последствием [12].

Алгоритмы управления, разработанные для объектов без запаздывания, требуют дополнительного рассмотрения, поскольку не все из них остаются работоспособными для систем, учитывающих эффект от запаздываний. В данной работе решается задача управления с эталонной моделью для сети динамических объектов с распределенным и дискретным запаздыванием. Для формирования управляющих воздействий в каждой локальной подсистеме, в отличие от работы [12], применяется регулятор [13]. С помощью метода

вспомогательного контура и двух наблюдателей Халила [14] формируется сигнал, несущий информацию о всех возмущениях и запаздывании, а далее оценивается и компенсируется его действие на объект управления с требуемой точностью. В отличие от работы [15] полученный алгоритм управления является децентрализованным, так как в каждом из локальных объектов управления осуществляется слежение за сигналом локальной эталонной модели. Достоинством предложенного алгоритма является то, что для формирования управляющих воздействий в каждом из локальных объектов требуется информация об измеренных только скалярных входах и выходах подсистемы.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим сеть, состоящую из  $r$  связанных локальных объектов, математические модели которых имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) = & A_i x_i(t) + D_i \int_{-h}^0 y_i(t+\theta) d\theta + B_i u_i(t) + \sum_{j=1, i \neq j}^r \Gamma_{ij} y_j(t-h) + \\ & + \Gamma_i f_i(t), \quad y_i(t) = L_i x_i(t), \quad x_i(\theta) = \varphi_i(\theta), \quad \theta \in [-h; 0], \quad i = \overline{1, r}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x_i \in R^{n_i}$ ,  $y_i(t)$  и  $u_i(t)$  – скалярные регулируемые выходные переменные локальных объектов и управляющие воздействия;  $h$  – время запаздывания;  $\varphi_i(\theta)$  – непрерывные векторные начальные функции;  $f_i(t)$  – внешние возмущения;  $A_i, D_i, B_i, \Gamma_{ij}, \Gamma_i, L_i$  – числовые матрицы соответствующих размерностей.

Качества переходных процессов для каждой из локальных подсистем задаются следующими эталонными моделями:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{mi}(t) = & A_{mi} x_{mi}(t) + D_{mi} \int_{-h}^0 y_{mi}(t+\theta) d\theta + B_{mi} k_{mi} g_i(t), \\ y_{mi}(t) = & C_i x_{mi}(t), \quad x_{mi}(\theta) = \varphi_{mi}(\theta), \quad \theta \in [-h; 0], \quad i = \overline{1, r}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $x_{mi} \in R^{n_i - m_i}$ ,  $y_{mi}(t)$  и  $g_i(t)$  – скалярные выходы и задающие воздействия локальных эталонных моделей;  $A_m, D_m, B_m, L_m$  – числовые матрицы соответствующих размерностей;  $\varphi_{mi}(\theta)$  – непрерывные начальные векторные функции.

Требуется получить такое алгоритмическое обеспечение системы управления, чтобы выполнялось целевое условие

$$|y_i(t) - y_{mi}(t)| < \delta \quad \text{при} \quad t \geq T_0, \quad i = \overline{1, r}, \quad (3)$$

где  $\delta > 0$  – достаточно малая величина, которая характеризует точность слежения по истечении времени  $T_0$ .

**Предположения**

1. Локальные объекты являются управляемыми.
2. Известно множество возможных значений элементов матриц  $A_i, D_i, B_i, \Gamma_i, \Gamma_{ij}, L_i$ .
3. Полиномы  $L_i \left( I_{n_i} s - A_i - D_i \int_{-h}^0 e^{s\theta} d\theta \right)^+ B_i$  – гурвицевы, где  $s$  – комплексная переменная в преобразовании Лапласа,  $\left( I_{n_i} s - A_i - D_i \int_{-h}^0 e^{s\theta} d\theta \right)^+$  – транспонированная матрица алгебраических дополнений матрицы  $\left( I_{n_i} s - A_i - D_i \int_{-h}^0 e^{s\theta} d\theta \right)$ ,  $I_{n_i}$  – единичная матрица размерности  $n_i \times n_i$ .
4. Функции  $f_i(t)$  и  $g_i(t)$  являются гладкими ограниченными функциями.

**2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ**

Приведем уравнения (1), (2) к форме «вход-выход» и применим преобразование Лапласа. Тогда получим следующие уравнения в изображениях по Лапласу:

$$\begin{aligned}
 Q_{i1}(s)y_i(s) = & Q_{i2}(s) \int_{-h}^0 e^{s\theta} d\theta y_i(s) + \left( R_{i1}(s) + R_{i2}(s) \int_{-h}^0 e^{s\theta} d\theta \right) u_i(s) + \\
 & + \sum_{j=1, j \neq i}^r \left( R_{ij}(s) + P_{ij}(s) \int_{-h}^0 e^{s\theta} d\theta \right) e^{-hs} y_j(s) + \\
 & + \left( S_{i1}(s) + S_{i2}(s) \int_{-h}^0 e^{s\theta} d\theta \right) f_i(s) + K_i(s); \quad (4)
 \end{aligned}$$

$$G_{0i1}(s)y_{mi}(s) = G_{0i2}(s) \int_{-h}^0 e^{s\theta} d\theta y_{mi}(s) + k_{mi} G_m(s) g_i(s), \quad i = \overline{1, r}, \quad (5)$$

где 
$$Q_{i1}(s) - Q_{i2}(s) \int_{-h}^0 e^{s\theta} d\theta = \det \left( I_{n_i} s - A_i - D_i L_i \int_{-h}^0 e^{s\theta} d\theta \right),$$

$$R_{i1}(s) + R_{i2}(s) \int_{-h}^0 e^{s\theta} d\theta = L_i \left( I_{n_i} s - A_i - D_i L_i \int_{-h}^0 e^{s\theta} d\theta \right)^+ B_i,$$

$$P_{1ij}(s) + P_{2ij}(s) \int_{-h}^0 e^{s\theta} d\theta = L_i \left( I_{ni}s - A_i - D_i L_i \int_{-h}^0 e^{s\theta} d\theta \right)^+ \Gamma_{ij},$$

$$S_{i1}(s) + S_{i2}(s) \int_{-h}^0 e^{s\theta} d\theta = L_i \left( I_{ni}s - A_i - D_i L_i \int_{-h}^0 e^{s\theta} d\theta \right)^+ \Gamma_i,$$

$$G_{0i1}(s) - G_{0i2}(s) \int_{-h}^0 e^{s\theta} d\theta = \det \left( I_{n_i-m_i}s - A_{0i} - D_{0i}C \int_{-h}^0 e^{s\theta} d\theta \right),$$

$$\deg Q_{i1}(s) = n_i, \quad \deg Q_{i2}(s) = n_i - 1, \quad \deg R_{i1}(s) = m_i, \quad \deg R_{i2}(s) = m_i - 1,$$

$$\deg P_{1ij}(s) = \rho_i, \quad \deg P_{2ij}(s) = \rho_i - 1, \quad \deg S_{i1}(s) = \gamma_i, \quad \deg S_{i2}(s) = \gamma_i - 1,$$

$$n_i > m_i, \quad n_i > \gamma_i, \quad n_i > \rho_i.$$

Для полиномов  $Q_{i1}(s)$  и  $Q_{i2}(s)$  применим алгоритм деления Евклида:

$$Q_{i1}(s) = G_{i1}(s)R_{i1}(s) + N_{i1}(s),$$

$$Q_{i2}(s) = G_{i2}(s)R_{i1}(s) + N_{i2}(s),$$

где

$$\deg G_{i1}(s) = n_i - m_i, \quad \deg G_{i2}(s) = n_i - m_i - 1, \quad \deg N_{i1}(s) < m_i,$$

$$\deg N_{i2}(s) < m_i.$$

Многочлены  $G_{i1}(s)$  и  $G_{i2}(s)$  представим в виде суммы двух составляющих, принимая во внимание (5):

$$G_{i1}(s) = G_{0i1}(s) + W_{i1}(s), \quad G_{i2}(s) = G_{0i2}(s) + W_{i2}(s).$$

Тогда получим следующее представление многочленов  $Q_{i1}(s)$  и  $Q_{i2}(s)$ :

$$Q_{i1}(s) = (G_{0i1}(s) + W_{i1}(s))R_{i1}(s) + N_{i1}(s),$$

$$Q_{i2}(s) = (G_{0i2}(s) + W_{i2}(s))R_{i1}(s) + N_{i2}(s).$$

Разделим обе части уравнения (4) на многочлен  $\bar{R}_{i1}(s) = R_{i1}(s)/r_i$ , в результате чего получим

$$G_{0i1}(s)y_i(s) = G_{0i2}(s) \int_{-h}^0 e^{s\theta} d\theta y_i(s) + r_i u_i(s) + \bar{\psi}_i(t), \quad i = \overline{1, r}.$$

Здесь

$$\bar{\psi}_i(t) = \frac{1}{\bar{R}_{i1}(s)} \left( R_{i2}(s) \int_{-h}^0 e^{s\theta} d\theta u_i(s) + \sum_{j=1, j \neq i}^r \left( P_{1ij}(s) + P_{2ij}(s) \int_{-h}^0 e^{s\theta} d\theta \right) e^{-hs} y_j(s) + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \left( S_{i1}(s) + S_{i2}(s) \int_{-h}^0 e^{s\theta} d\theta \right) f_i(s) + K_i(s) \Bigg) + \frac{(W_{i1}(s)R_{i1}(s) + N_{i1}(s))}{R_{i1}(s)} y_i(s) + \\
& + \frac{W_{i2}(s)R_{i1}(s) + N_{i2}(s)}{R_{i1}(s)} \int_{-h}^0 e^{s\theta} d\theta y_i(s) - k_{mi} g_i(s).
\end{aligned}$$

Составим уравнения для ошибок  $e_i(s) = y_i(s) - y_{mi}(s)$ :

$$G_{0i1}(s)e_i(s) = G_{0i2}(s) \int_{-h}^0 e^{s\theta} d\theta e_i(s) + r_i u_i(s) + \bar{\psi}_i(s), \quad i = \overline{1, r}.$$

Тогда последнее уравнение после применения обратного преобразования Лапласа примет следующий вид:

$$G_{0i1}(p)e_i(t) = G_{0i2}(p) \int_{-h}^0 e^{(t+\theta)} d\theta e_i(t) + r_i u_i(t) + \bar{\psi}_i(t), \quad i = \overline{1, r}. \quad (6)$$

Применим алгоритм управления [13] для того, чтобы выделить сигналы, несущие информацию о функциях  $\bar{\psi}_i(t)$ .

Будем формировать законы управления в виде

$$u_i(t) = T(p)v_i(t), \quad (7)$$

если доступны измерению  $n_i - m_i - 2$  производных управляющих воздействий  $v_i(t)$ .

Тогда уравнение (6) примет вид

$$G_{0i1}(p)e_i(t) = G_{0i2}(p) \int_{-h}^0 e^{(t+\theta)} d\theta e_i(t) + r_i T(p)v_i(t) + \bar{\psi}_i(t), \quad i = \overline{1, r}. \quad (8)$$

В случае невозможности измерения производных управляющих воздействий зададим законы управления в виде

$$u_i(t) = T(p)\bar{v}_i(t), \quad (9)$$

где  $\bar{v}_i(t)$  – оценка сигнала  $v_i(t)$ , получаемая с наблюдателя [14]

$$\dot{\zeta}_i(t) = F_{0i}\zeta_i(t) + B_{0i}(v_i(t) - \bar{v}_i(t)), \quad \bar{v}_i(t) = L\zeta_i(t). \quad (10)$$

Здесь  $\zeta_i(t) \in R^{n_i - m_i}$ ,  $F_{0i}$  – матрица в форме Фробениуса с нулевой нижней строкой,  $L = [1, 0, \dots, 0]$ ,  $B_{0i}^T = \begin{bmatrix} b_{1i} \\ \mu \\ \dots \\ b_{(n_i - m_i)i} \\ \mu^{n_i - m_i} \end{bmatrix}$ . Параметры  $b_{1i}, \dots, b_{(n_i - m_i)i}$  выбираются так, чтобы матрицы  $F_i = F_{0i} + B_i L$  были гурвицевыми,  $B_i^T = [b_{1i}, \dots, b_{(n_i - m_i)i}]$ .

Подставив (19) в (6), получим уравнение

$$G_{0i1}(p)e_i(t) = \beta r_i T(p)v_i(t) + \tilde{\psi}_i(t) + \beta r_i T(p)(\bar{v}_i(t) - v_i(t)), \quad (11)$$

где  $\tilde{\psi}_i(t) = \bar{\psi}_i(t) + G_{0i2}(p) \int_{-h}^0 e(t + \theta) d\theta$ .

Полиномы  $r_i T_i(s)$  будем выбирать таким образом, чтобы передаточные функции удовлетворяли условию  $r_i T_i(s)/G_{0i1}(s) = 1/s + a_m$ . Тогда уравнение (11) преобразуется к виду

$$(p + a_m)e_i(t) = \beta v_i(t) + \tilde{\phi}_i(t), \quad (12)$$

где  $\tilde{\phi}_i(t) = (1/r_i T_i(p))\tilde{\psi}(t) + \beta(\bar{v}_i(t) - v_i(t))$ .

Введем вспомогательные контуры

$$(p + a_m)\bar{e}_i(t) = \beta v_i(t), \quad (13)$$

и сигналы рассогласований  $\zeta_i(t) = e_i(t) - \bar{e}_i(t)$ , откуда с учетом (12) и (13) получим  $(p + a_m)\zeta_i(t) = \tilde{\phi}_i(t)$ .

Будем формировать сигналы  $v_i(t)$  в виде

$$v_i(t) = -\frac{1}{\beta}(p + a_m)\zeta_i(t), \quad (14)$$

если измерению доступны  $n_i - m_i - 2$  производные сигнала  $v_i(t)$  и первая производная регулируемой величины  $e_i(t)$ . Получим, что законы управления (7) и (14) обеспечивают асимптотическую устойчивость систем (6), (7) и (14) по переменным  $e_i(t)$ , а уравнение замкнутых систем будет иметь вид  $(p + a_m)e_i(t) = 0$ .

В случае невозможности измерений производных сигналов рассогласований  $\zeta_i(t)$  зададим законы управления в виде

$$v_i(t) = -\frac{1}{\beta}(p + a_m)\bar{\zeta}_i(t), \quad (15)$$

где  $\bar{\zeta}_i(t)$  – оценка сигнала  $\zeta_i(t)$ , получаемая с наблюдателя [14]

$$\dot{z}_i(t) = \frac{b_1}{\mu}(\zeta_i(t) - z_i(t)), \quad \bar{\zeta}_i(t) = z_i(t). \quad (16)$$

**Утверждение.** Пусть выполнены условия предположений 1–4, тогда для любого  $\delta > 0$  в (1) существуют числа  $\mu > 0$ ,  $T > 0$  такие, что для  $\mu \leq \mu_0$  и  $t \geq T$  для системы (1), (2), (6), (9), (13), (15), (16) выполнены целевые условия (3) и все переменные в системе ограничены.

Доказательство утверждения аналогично доказательству утверждения, которое приведено в работе [12].

### 3. ЧИСЛОВОЙ ПРИМЕР

Рассмотрим сеть из трех объектов управления, динамические процессы в каждом из которых описываются дифференциальными уравнениями с распределенными и дискретными запаздыванием:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 = & \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \int_{-3}^0 y_1(t+\theta) d\theta + \begin{bmatrix} d_{11} \\ d_{12} \\ d_{13} \end{bmatrix} (y_2(t-3) + y_3(t-3)) + \\ & + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} f, \quad y_1 = [1 \ 0 \ 0] x_1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 = & \begin{bmatrix} a_1 & 1 & 0 \\ a_2 & 0 & 1 \\ a_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_2 + \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \int_{-3}^0 y_2(t+\theta) d\theta + \begin{bmatrix} d_{21} \\ d_{22} \\ d_{23} \end{bmatrix} (y_1(t-3) + y_3(t-3)) + \\ & + \begin{bmatrix} 0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} u_2 + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix} f_2, \quad y_2 = [1 \ 0 \ 0] x_2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 = & \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} x_3 + \begin{bmatrix} q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{bmatrix} \int_{-3}^0 y_3(t+\theta) d\theta + \begin{bmatrix} d_{31} \\ d_{32} \\ d_{33} \end{bmatrix} (y_1(t-3) + y_2(t-3)) + \\ & + \begin{bmatrix} 0 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} u_3 + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix} f_3, \quad y_3 = [1 \ 0 \ 0] x_3. \end{aligned}$$

Будем решать задачу децентрализованного управления трех подсистем, как отмечено в предположении 2, в условиях параметрической неопределенности. Класс неопределенности можно описать следующими диапазонами изменений элементов матриц математической модели:

$$1 \leq a_{ij} \leq 3, \quad i \neq j, \quad -3 \leq a_{11} \leq 1, \quad -3 \leq a_{22} \leq 1,$$

$$-3 \leq a_{33} \leq 2, \quad -3 \leq d_{ij} \leq 3, \quad 1 \leq b \leq 8, \quad -5 \leq a_i \leq 5,$$

$$-5 \leq q_i \leq 5, \quad -3 \leq d_{ij} \leq 3, \quad i, j = \overline{1, 3},$$

$$2 \leq b_k \leq 5, \quad k = \overline{1, 3}, \quad -4 \leq q_l \leq 5, \quad l = \overline{1, 6}.$$



Относительная степень всех трех эталонных моделей локальных подсистем равна двум ( $n_i - m_i = 3 - 1 = 2$ ). Возьмем одинаковые математические модели эталонных систем

$$\dot{x}_m = \begin{bmatrix} -7 & 1 \\ -12 & 0 \end{bmatrix} x_m + \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix} \int_{-3}^0 y_m(t+\theta) d\theta + \begin{bmatrix} 0 \\ 12 \end{bmatrix} g_i, \quad y_{mi} = [1 \ 0] x_{mi}.$$

Следуя предложенным в данной работе алгоритмам управления, выберем следующее:

- полином  $T(\lambda) = 4\lambda^2 + 4\lambda + 1$ ,  $\beta = 10$ ,  $\mu = 0,01$ ,  $a_m = 3$ ;
- вспомогательные контуры (13) в виде  $(p+3)\bar{e}_i(t) = 10v_i(t)$ ,
- уравнения наблюдателей (10) и (16) в виде

$$\begin{cases} \dot{\varsigma}_{1i}(t) = \varsigma_{2i}(t) + \frac{6}{\mu}(v_i(t) - \varsigma_{1i}(t)), \\ \dot{\varsigma}_{2i}(t) = \frac{8}{\mu^2}(v_i(t) - \varsigma_{1i}(t)), \\ \bar{v}_i(t) = \varsigma_{1i}(t), \quad i = \overline{1,3}, \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{z}_i(t) = \frac{a_m}{\mu}(\zeta_i(t) - z_i(t)), \\ \bar{\zeta}_i(t) = z_i(t), \quad i = \overline{1,3}; \end{cases}$$

- управляющие воздействия (9) и (14) в виде

$$u_i(t) = 4\varsigma_{1i}(t) + 4\varsigma_{2i}(t) + \dot{\varsigma}_{2i}(t),$$

$$v_i(t) = -\frac{1}{10}(3\zeta_i(t) + \dot{z}_i(t)).$$

Моделирование предложенных алгоритмов управления будем осуществлять в пакете Simulink среды Matlab:

$$\dot{x}_1 = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 4 & -3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix} \int_{-3}^0 y_1(t+\theta) d\theta + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} (y_2(t-3) + y_3(t-3)) +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} f_1, \quad y_1 = [1 \ 0 \ 0] x_1,$$

$$\dot{x}_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_2 + \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix} \int_{-3}^0 y_2(t+\theta) d\theta + \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} (y_1(t-3) + y_3(t-3)) +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix} u_2 + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix} f_2, \quad y_2 = [1 \ 0 \ 0] x_2,$$

$$\dot{x}_3 = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} x_3 + \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} \int_{-3}^0 y_3(t+\theta) d\theta + \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix} (y_1(t-3) + y_2(t-3)) +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} u_3 + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix} f_3, \quad y_3 = [1 \ 0 \ 0] x_3.$$

На рис. 1 представлены переходные процессы по выходам локальных подсистем управления и эталонных моделей.

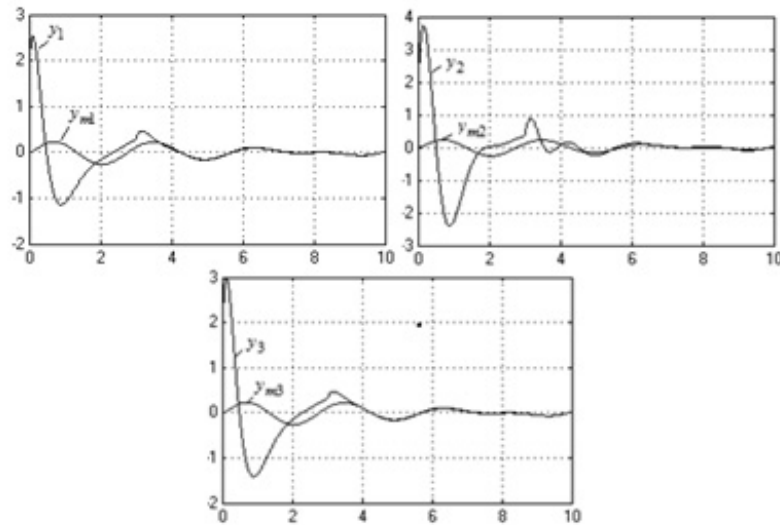


Рис. 1. Переходные процессы по выходам локальных подсистем  $y_1(t)$ ,  $y_2(t)$ ,  $y_3(t)$  и эталонных моделей  $y_{m1}(t)$ ,  $y_{m2}(t)$ ,  $y_{m3}(t)$

Fig. 1. Transient processes at the outputs of local subsystems  $y_1(t)$ ,  $y_2(t)$ ,  $y_3(t)$  and reference models  $y_{m1}(t)$ ,  $y_{m2}(t)$ ,  $y_{m3}(t)$

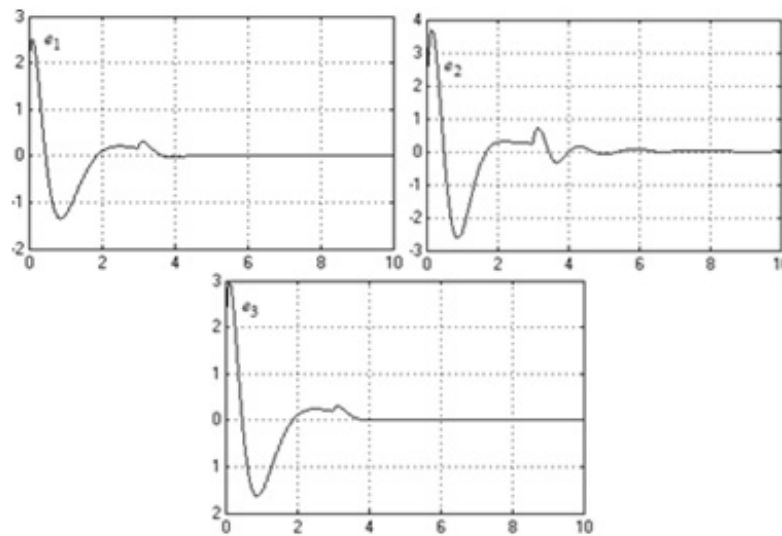


Рис. 2. Переходные процессы по ошибкам слежения  $e_1(t)$ ,  $e_2(t)$ ,  $e_3(t)$

Fig. 2. Transient processes by tracking errors  $e_1(t)$ ,  $e_2(t)$ ,  $e_3(t)$

На рис. 2 представлены переходные процессы по ошибкам слежения в каждом из трех локальных объектов управления.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложено решение задачи управления сетью объектов, математическими моделями которых являются дифференциальные уравнения с распределенным и дискретным запаздыванием. Робастное управление, предложенное автором ранее для объекта с распределенным запаздыванием [13], используется для формирования управляющих воздействий в каждом из локальных объектов сети. Компенсация действия внешних и внутренних возмущений в каждой из локальных подсистем осуществляется с помощью вспомогательного контура и двух наблюдателей производных переменных системы управления. Применение наблюдателей переменных обусловлено необходимостью получения оценок производных переменных системы, измерение которых недоступно. Таким образом выбранная схема формирования управляющего воздействия позволяет выделить сигнал, который несет информацию о неизвестных параметрах математической модели, распределенном и дискретном запаздывании. В отличие от работы [15] полученный алгоритм управления является децентрализованным, так как в каждом из локальных объектов управления осуществляется слежение за сигналом локальной эталонной модели. Достоинством предложенного алгоритма является тот факт, что для формирования управляющих воздействий в каждом из локальных объектов требуются измерения только скалярных входа и выхода подсистемы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Karimi H.R.* Robust adaptive  $H_\infty$  synchronization of master-slave systems with discrete and distributed time-varying delays and nonlinear perturbations // Preprints of the 18th IFAC World Congress. – Milano, 2011. – P. 302–307.
2. *Schiffer J., Dorfler F., Fridman E.* Robustness of distributed averaging control in power systems: time delays and dynamic communication topology // Automatica. – 2017. – Vol. 80. – P. 261–271.
3. *Moraescu I.-C., Michiels W., Jungers M.* Effect of a distributed delay on relative stability of diffusely coupled systems, with application to synchronized equilibria // International Journal of Robust and Nonlinear Control. – 2016. – Vol. 26, N 7. – P. 1565–1582.
4. *Цыкунов А.М.* Робастное управление с компенсацией возмущений. – М.: Физматлит, 2014.
5. *Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Щербаков П.С.* Управление линейными системами при внешних возмущениях: техника линейных матричных неравенств. – М.: Ленанд, 2014.
6. *Цыкунов А.М.* Робастное управление линейными объектами с переключениями // Проблемы управления. – 2017. – № 4. – С. 2–7.
7. *Колмановский В.Б., Носов В.Г.* Устойчивость и периодические режимы систем с последействием. – М.: Наука, 1981. – 448 с.
8. *Кириянен А.И.* Устойчивость систем с последействием и их приложения. – СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 1994. – 235 с.
9. *Gerasimov D.N., Paramonov A.V., Nikiforov V.O.* Adaptive disturbance compensation in linear systems with input arbitrary delay: internal model approach // 8th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT). – Lisbon, Portugal, 2016. – P. 304–309.
10. *Furtat I.B., Fradkov A.L., Tsykunov A.M.* Robust synchronization of linear networks with compensation of disturbances // Proceedings of the 18th IFAC World Congress on Automatic Control. – Milan, 2011. – P. 1255–1260.
11. *Филимонов А.Б.* Спектральная декомпозиция систем с запаздыванием. Компенсация запаздывания. – М.: Физматлит, 2002.
12. *Цыкунов А.М.* Робастное управление объектами с последействием. – М.: Физматлит, 2014.
13. *Имангазиева А.В.* Робастная система слежения за эталонным сигналом линейного динамического объекта с распределенным запаздыванием // Вестник АГТУ. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. – 2015. – № 4. – С. 7–13.
14. *Atassi A.N., Khalil H.K.* Separation principle for the stabilization of class of nonlinear systems // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1999. – Vol. 44, N 9. – P. 1672–1687.
15. *Имангазиева А.В.* Синхронизация сети линейных динамических объектов с распределенным запаздыванием // Научный вестник НГТУ. – 2016. – № 4 (65). – С. 19–32.

*Имангазиева Алия Владимировна*, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Высшая и прикладная математика» Института информационных технологий и коммуникаций Астраханского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – синтез робастных систем автоматического управления. Имеет 15 публикаций. E-mail: aliya111@yandex.ru

DOI: 10.17212/1814-1196-2018-3-59-72

***Compensation of disturbances in the problem of robust control of a plant network with distributed and discrete delays\*****A.V. IMANGAZIEVA**Astrakhan State Technical University, 16, Tatishcheva Street, Astrakhan, 414056, Russian Federation**aliya111@yandex.ru***Abstract**

A solution is proposed for the control of a network of plants whose mathematical models are differential equations with distributed and discrete delays. Robust control suggested by the author earlier for a plant with a distributed delay is used to generate control actions in each of the local plants of the network. Compensation for the action of external and internal disturbances in each of the local subsystems is accomplished with the aid of an auxiliary circuit and two observers of the derivative variables of the control system. The use of variable observers is due to the need to obtain estimates of the derived variables of the system, the measurement of which is not available. Thus, the selected scheme for forming the control effect allows us to isolate a signal that carries information about unknown parameters of the mathematical model as well as about distributed and discrete delays. The received control algorithm is a decentralized one since in each of the local control plants the signal of the local reference model is tracked. An advantage of the proposed algorithm is the fact that for the formation of control actions in each of the local plants only measurements of the scalar input and output of the subsystem are required. A numerical example of a network control system consisting of three dynamic plants with distributed and discrete delays is given. The proposed decentralized control algorithm is applied to a network of plants. Numerical simulation in the Simulink Matlab package is carried out and graphs of transients based on tracking errors, plant outputs and reference models for each of the three subsystems are given. The simulation results confirmed our theoretical conclusions and showed good performance of the proposed decentralized control algorithm under conditions of constantly acting external and internal disturbances.

**Keywords:** network, robust control, limited perturbations, accuracy, distributed delay, discrete delay, control algorithm, Khalil's observer, auxiliary circuit method

**REFERENCES**

1. Karimi H.R. Robust adaptive  $H_\infty$  synchronization of master-slave systems with discrete and distributed time-varying delays and nonlinear perturbations. *Preprints of the 18th IFAC World Congress*, Milano, 2011, pp. 302–307.
2. Schiffer J., Dorfler F., Fridman E. Robustness of distributed averaging control in power systems: time delays and dynamic communication topology. *Automatica*, 2017, vol. 80, pp. 261–271.
3. Morarescu I.-C., Michiels W., Jungers M. Effect of a distributed delay on relative stability of diffusely coupled systems, with application to synchronized equilibria. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2016, vol. 26, no. 7, pp. 1565–1582.
4. Tsykunov A.M. *Robastnoe upravlenie s kompensatsiei vozmushchenii* [Robust control with compensation of disturbances]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2014.
5. Polyak B.T., Khlebnikov M.V., Shcherbakov P.S. *Upravlenie lineinymi sistemami pri vneshnikh vozmushcheniyakh: tekhnika lineinykh matrichnykh neravenstv* [Control of linear systems subjected to exogenous disturbances: the linear matrix inequality technique]. Moscow, Lenand Publ., 2014.

---

\* Received 06 April 2018.

6. Tsykunov A.M. Robustnoe upravlenie lineinymi ob"ektami s pereklyucheniymi [Robust control of linear systems]. *Problemy upravleniya – Control Sciences*, 2017, no. 4, pp. 2–7.
7. Kolmanovskii V.B., Nosov V.G. *Ustoichivost' i periodicheskie rezhimy sistem s posledeystviem* [Stability and periodic regimes of systems with aftereffect]. Moscow, Nauka Publ., 1981. 448 p.
8. Kir'yanen A.I. *Ustoichivost' sistem s posledeystviem i ikh prilozheniya* [Stability of systems with aftereffect and their applications]. St. Petersburg, St. Petersburg State University Publ., 1994. 235 p.
9. Gerasimov D.N., Paramonov A.V., Nikiforov V.O. Adaptive disturbance compensation in linear systems with input arbitrary delay: internal model approach. *8th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT)*, Lisbon, Portugal, 2016, pp. 304–309.
10. Furtat I.B., Fradkov A.L., Tsykunov A.M. Robust synchronization of linear networks with compensation of disturbances. *Proceedings of the 18th IFAC World Congress on Automatic Control*, Milan, 2011, pp. 1255–1260.
11. Filimonov A.B. *Spektral'naya dekompozitsiya sistem s zapazdyvaniem. Kompensatsiya zapazdyvaniya* [Spectral decomposition of systems with delay. Compensation for lag]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2002.
12. Tsykunov A.M. *Robustnoe upravlenie ob"ektami s posledeystviem* [Robust control of plants with residual effect]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2014.
13. Imangazieva A.V. Robustnaya sistema slezheniya za etalonnym signalom lineinogo dinamicheskogo ob"ekta s raspredelennym zapazdyvaniem [Robust tracking control reference signal of a linear dynamic plant with distributed delay]. *Vestnik Astrakhanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: Management, Computer Science and Informatics*, 2015, no. 4, pp. 7–13.
14. Atassi A.N., Khalil H.K. Separation principle for the stabilization of class of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, vol. 44, no. 9, pp. 1672–1687.
15. Imangazieva A.V. Sinkhronizatsiya seti lineinykh dinamicheskikh ob"ektov s raspredelennym zapazdyvaniem [Synchronization of a linear dynamic plant network with a distributed lag]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2016, no. 4 (65), pp. 19–32.

Для цитирования:

Имагазиева А.В. Компенсация возмущений в задаче робастного управления сетью объектов с распределенным и дискретным запаздыванием // Научный вестник НГТУ. – 2018. – № 3 (72). – С. 59–72. – doi: 10.17212/1814-1196-2018-3-59-72.

For citation:

Imangazieva A.V. Kompensatsiya vozmushchenii v zadache robustnogo upravleniya set'yu ob"ektov s raspredelennym i diskretnym zapazdyvaniem [Compensation of disturbances in the problem of robust control of a plant network with distributed and discrete delays]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2018, no. 3 (72), pp. 59–72. doi: 10.17212/1814-1196-2018-3-59-72.