

ИНФОРМАТИКА,  
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА  
И УПРАВЛЕНИЕ

INFORMATICS,  
COMPPUTER ENGINEERING  
AND CONTROL

УДК 681.3: 529.7

DOI: 10.17212/1814-1196-2019-1-107-124

## **Адаптивные модели временных рядов в системах обработки измерительной информации\***

**И.А. СЕРЫШЕВА<sup>а</sup>, Ю.П. ХРУСТАЛЕВ<sup>б</sup>**

664074, РФ, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 83, Иркутский национальный исследова-  
тельский технический университет

<sup>а</sup> [sia\\_cyber@mail.ru](mailto:sia_cyber@mail.ru)    <sup>б</sup> [khrustalev@istu.irk.ru](mailto:khrustalev@istu.irk.ru)

Точность современных информационно-измерительных систем обусловлена как непосредственно измерительными схемами, так и алгоритмами обработки данных. В настоящей работе рассмотрены вопросы снижения алгоритмической погрешности групповых эталонов времени и частоты, которые можно рассматривать как сложные информационно-измерительные системы.

Погрешность оценивания вектора состояния эталона может быть уменьшена на 15...20 % за счет использования более совершенных алгоритмов обработки измерительной информации, в частности, за счет применения алгоритмов, опирающихся на использование динамических стохастических моделей. Однако, для построения таких моделей необходимы эмпирические временные ряды, содержащие, по крайней мере, не менее ста элементов. При обработке данных, получаемых на суточных интервалах, это приводит к задержкам между моментом включения в состав группового эталона нового стандарта и началом использования результатов измерений, полученных с его участием, примерно на один квартал. Естественный способ уменьшения этой временной задержки заключается в построении прогнозирующих моделей по укороченному временно-му ряду с последующей их адаптацией по мере поступления новых результатов измерений.

В статье предложено для адаптации моделей временных рядов, описывающих процессы изменения относительных отклонений частоты водородных генераторов, составляющих основу отечественных эталонов времени и частоты, использовать метод стохастического квазиградиента, сводящийся к построению последовательности точек в пространстве параметров динамических стохастических моделей. Рассмотрен алгоритм адаптации, реализующий предложенный метод. Приведены результаты вычислительного эксперимента, подтверждающие работоспособность метода при адаптации модели одномерного временного ряда. Полученные результаты обобщены на случай многомерных моделей, а также на случай адаптации прогнозирующих моделей временных рядов, содержащих наряду со стохастической составляющей детерминированные тренды.

Предлагаемый авторами подход позволяет почти вдвое сократить временную задержку, связанную с накоплением исходных данных, необходимых для построения прогнозирующих моделей, используемых для оценивания состояния групповых эталонов.

---

\* Статья получена 14 ноября 2018 г.

**Ключевые слова:** динамические стохастические модели, временные ряды, групповые эталоны физических величин, адаптивные модели, стохастическая аппроксимация, стохастический квазиградиент, модели авторегрессии – скользящего среднего, пространство параметров модели, адаптация прогнозирующих моделей

## ВВЕДЕНИЕ

Погрешность информационно-измерительных систем обусловлена как непосредственно измерительными схемами, так и алгоритмами обработки данных. В настоящей работе рассмотрены вопросы снижения алгоритмической погрешности групповых эталонов единиц времени и частоты (ЭВиЧ), которые можно рассматривать как сложные информационно-измерительные системы.

Групповые ЭВиЧ предназначены для воспроизведения, хранения и передачи единиц времени и частоты в соответствии с их определением в системе СИ, а также для формирования, хранения и передачи координированных шкал времени. Точность воспроизведения и хранения единиц времени и частоты определяется как аппаратурной базой, так и методами обработки измерительной информации, получаемой в процессе ведения эталонов. В настоящее время существует большое количество алгоритмов для вычисления шкал времени, характеризующих состояние эталона. Наиболее часто используемые методы расчета являются различными модификациями базовых уравнений шкалы времени [1–6] либо используют фильтрацию Калмана [4–9]. Алгоритмы, основанные на фильтре Калмана, в том числе и субоптимальной фильтрации, позволяют достаточно точно оценить состояние группового эталона и, как правило, дают лучшие результаты по сравнению с методами, основанными на модификации базового уравнения шкалы времени. Однако для их работы требуется априорная информация о параметрах стандартов, входящих в групповой ЭВиЧ.

Практически все современные алгоритмы оценивания вектора состояния групповых ЭВиЧ, опирающиеся на использование прогнозирующих моделей, используют в качестве таких моделей линейные модели, а прогноз значения частоты стандартов частоты вычисляется на основе разделения исследуемого процесса изменения частоты на две составляющие: детерминированную (линейный тренд частоты) и стохастическую, описываемую процессом скользящего среднего первого порядка [3, 4, 6].

Авторами статьи разработан алгоритм [5, 9–11], использующий более общий класс математических моделей: модели, описывающие детерминированные тренды более высокого порядка (нелинейные тренды частоты); динамические стохастические модели (модели авторегрессии – скользящего среднего (АРСС)), порядок авторегрессии которых  $-p$ , а скользящего среднего  $-q$ . В частности, предлагаемый в работе [5] алгоритм субоптимальной фильтрации, позволяющий находить оценку вектора состояния группового ЭВиЧ по результатам «внутренних сличений», опирается на использование прогнозирующих моделей АРСС, описывающих процессы изменения частоты водородных стандартов, составляющих техническую основу отечественных ЭВиЧ. Методика построения моделей АРСС по результатам косвенных измерений, выполняемых в ЭВиЧ, изложена в работах [9, 10, 12]. В настоящее время раз-

работано программное обеспечение, позволяющее полностью автоматизировать процесс построения моделей АРСС и использующее формализованные методики построения моделей, описывающих процессы изменения частоты водородных генераторов, не содержащие интерактивных процедур, требующих участия в процессе построения моделей опытных специалистов [11].

Однако для построения таких моделей необходимо иметь эмпирические временные ряды, являющиеся реализацией процессов изменения частоты, которые получаются в ходе статической обработки данных. Длина таких временных рядов, по оценке специалистов, имеющих большой опыт работы в этой области [13–15], должна быть не менее ста точек. Необходимость накопления этих данных приводит к значительной временной задержке при первоначальном вводе аппаратных средств в состав группового эталона. Естественным выходом из данной ситуации является использование адаптивных методов.

Цель настоящей работы – сократить временную задержку, связанную с накоплением информации, необходимой для построения моделей, применяя адаптивные процедуры, позволяющие подстраивать параметры прогнозирующих моделей в темпе поступления результатов измерений, получаемых в процессе функционирования эталона. Кроме того, предлагаемый подход поможет избежать перенастройки моделей, отдаляя момент «разладки» моделей.

Проблемам адаптивного управления и идентификации динамических моделей в настоящее время уделяется повышенное внимание. В частности, в работах [16–18] изложены результаты, полученные при решении задач адаптивной идентификации в режиме реального времени. В данной работе для решения проблемы адаптации прогнозирующих моделей используется метод стохастического квазиградиента [19, 20].

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

ЭВиЧ являются групповыми эталонами, в состав которых входит  $n$  мер – стандартов частоты и времени. В отечественных эталонах это водородные генераторы периодических сигналов. В процессе эксплуатации эталонов производятся периодические измерения разностей частоты сигналов, воспроизводимых каждым из генераторов. При этом основной измерительной схемой чаще всего является схема «каждый с опорным», когда один из генераторов выбирается в качестве опорного, и через определенные интервалы времени производятся сличения частот. По результатам выполненных измерений находятся оценки частоты (относительных отклонений частоты от приписанных им ранее значений). Зная эти оценки, можно вычислить поправки к показаниям часов каждого из генераторов и сформировать аналитическую шкалу времени группового эталона [4, 6].

Под вектором состояния таких систем будем понимать значения относительных отклонений частоты стандартов, входящих в состав эталонов. Задачу оценивания их состояния можно формулировать как задачу параметрической оптимизации стохастических систем: восстановить (оценить) вектор состояния системы на основе использования математических моделей.

Введем следующие обозначения [5]:  $y_s^i$  – относительное отклонение частоты водородного генератора (стандарта) с номером  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) на такте  $s$  ( $s = 1, 2, \dots, N$ ) от приписанного значения;  $n$  – число стандартов, входящих в эталон;  $N$  – объем накопленных данных (длина временного ряда);  $z_s^i = y_s^1 - y_s^i$  – измеренные разности частот опорного и  $i$ -го генераторов на такте  $s$  (в качестве опорного генератора будем считать генератор с номером 1, что не меняет общности рассуждений);  $\mathbf{Z}_s$  – вектор измерений, выполненных на такте  $s$ ;  $\mathbf{Y}_s$  – вектор относительных отклонений частоты группового

эталона на такте  $s$ ;  $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & -1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & -1 \end{bmatrix}$  – матрица измерений.

В данной работе будем рассматривать задачу обработки данных, получаемых на суточных интервалах. В этом случае погрешностями измерений можно пренебречь [4–6].

Тогда измерительная система группового ЭВиЧ (точнее, подсистема внутренних сличений эталона) может быть описана матричным уравнением

$$\mathbf{Z}_s = \mathbf{H} \cdot \mathbf{Y}_s. \quad (1)$$

Система уравнений (1) – недоопределенная (ранг матрицы  $\mathbf{H}$  равен  $n - 1$ ). Задача обработки данных, получаемых на одном такте  $s$ , может быть сформулирована следующим образом: по результатам косвенных измерений (вектор  $\mathbf{Z}_s$ ) найти оценки вектора состояния  $\hat{\mathbf{Y}}_s$ , наилучшие в некотором смысле.

Оценки метода наименьших квадратов (МНК-оценки) находятся в данном случае с помощью псевдообратной матрицы [5]. При этом оценка опорного (первого в нашем случае) генератора равна

$$\hat{y}_s^1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-1} g^i z_s^i,$$

где  $g^i$  – вес  $i$ -го измерения.

Оценки остальных составляющих вектора  $\hat{\mathbf{Y}}_s$  можно найти из выражения  $\hat{\mathbf{Y}}_s = \mathbf{H}^+ \cdot \mathbf{Z}_s$ , где  $\mathbf{H}^+$  – псевдообратная матрица, либо непосредственно из результатов измерений  $z_s^i$  и найденной оценки  $\hat{y}_s^1$ .

Используя динамические свойства объекта, можно получить более точные оценки вектора его состояния. Например, оценка первой составляющей вектора состояния  $\hat{\mathbf{Y}}_s$  (т. е. оценка частоты опорного генератора) находится в процессе субоптимальной фильтрации [5] по формуле

$$\hat{y}_s^1 = \sum_{i=1}^n g^i (z_s^i + \hat{y}_s^i(1)), \quad (2)$$

где  $\hat{y}_s^i(1)$  – прогноз частоты  $i$ -го генератора на один шаг вперед на такте  $s$ . Полученные в выражении (2) оценки имеют погрешность меньшую, нежели погрешность МНК-оценок, примерно на 30 % [3, 5, 9].

В выражении (2) индекс суммирования  $i$  начинается с единицы, так как под знак суммы входит «фиктивное» измерение  $z_s^1 = y_s^1 - y_s^1 \equiv 0$ . Веса  $g^i$  берутся обратно пропорциональными остаточным дисперсиям  $\hat{\sigma}_i^2$ , характеризующим точность прогноза. Прогнозы  $\hat{y}_s^i(1)$  вычисляются на основе математических моделей, описывающих процессы изменения частоты водородных стандартов – моделей авторегрессии – скользящего среднего (АРСС), т. е. динамических стохастических моделей [15].

В общем случае параметры моделей АРСС одномерного временного ряда представляются в виде вектора  $\boldsymbol{\beta}^T = [\boldsymbol{\Phi}^T; \boldsymbol{\Theta}^T]$ , где  $\boldsymbol{\Phi}^T = [\varphi^1, \varphi^2, \dots, \varphi^p]$  – вектор коэффициентов авторегрессии (АР),  $\boldsymbol{\Theta}^T = [\theta^1, \theta^2, \dots, \theta^q]$  – вектор коэффициентов скользящего среднего (СС),  $p$  – порядок АР,  $q$  – порядок СС [5].

Прогнозы вычисляются как скалярное произведение вектора параметров модели  $\boldsymbol{\beta}^T = [\boldsymbol{\Phi}^T; \boldsymbol{\Theta}^T]$  на вектор состояния процесса [5]  $\hat{\mathbf{Y}}^T = [\hat{y}_{s-1}, \dots, \hat{y}_{s-p}, a_{s-1}, \dots, a_{s-q}]$ , где  $a_s$  – ошибки прогноза. Таким образом, прогноз на один шаг вперед  $\hat{y}_s(1)$  равен  $\hat{y}_s(1) = \boldsymbol{\beta}^T \hat{\mathbf{Y}} = \hat{\mathbf{Y}}^T \boldsymbol{\beta}$ .

Процесс подгонки или построения прогнозирующих моделей заключается в минимизации суммы квадратов отклонений прогнозов частоты от их истинных значений. В общем случае (для многомерного временного ряда) целевая функция  $F(\boldsymbol{\beta})$  запишется при этом как

$$F(\boldsymbol{\beta}) = \sum_{s=1}^N \sum_{i=1}^n (y_s^i - \hat{y}_s^i(1))^2. \quad (3)$$

Уидроу [21], рассматривая работу фазированной антенной решетки в режиме подстройки параметров модели, описывает ее с помощью дискретного адаптивного сумматора. При этом проблема адаптации весовых коэффициентов фильтра в стационарном режиме формулируется как оптимизационная задача.

В нашем случае, т. е. при использовании моделей АРСС, такую ситуацию можно толковать как процесс подстройки параметров прогнозирующей модели, коэффициенты  $\varphi_s^{ik}$  и  $\theta_s^{ij}$  которой оценивались по ограниченной выборке ( $k = 1, 2, \dots, p^i$ ;  $j = 1, 2, \dots, q^i$ ;  $p^i$  и  $q^i$  – порядки АР и СС модели  $i$ -го генератора). То есть речь может идти о применении стохастических квазиградиентных методов [19, 20].

## 2. МЕТОД СТОХАСТИЧЕСКОГО КВАЗИГРАДИЕНТА

Методы адаптации математических моделей разработаны в рамках теории стохастических систем. Одним из наиболее широко применяемых методов является метод стохастического квазиградиента [19].

Цель адаптации – минимизировать сумму квадратов отклонений прогнозов частоты от их истинных значений.

Целевая функция (3) является выпуклой, т. е. непрерывной и ограниченной [10]. Поэтому обобщенный градиент (квазиградиент) будет совпадать с обычным градиентом [19]

$$\bar{\nabla}F(\boldsymbol{\beta}) = -2 \sum_{s=1}^N \sum_{i=1}^n a_s^i \hat{Y}_s^i,$$

где  $\hat{Y}_s^i$ ,  $a_s^i$  – вектор оценок состояния процесса и ошибка прогноза  $i$ -го генератора на такте  $s$  соответственно. Поскольку для групповых ЭВиЧ выполняется требование независимости значений частот, воспроизводимых разными генераторами, друг от друга, то можно рассматривать модели одномерных временных рядов и процедуру их адаптации. Метод стохастического градиента в данном случае сведется к построению последовательности точек [20]:

$$\boldsymbol{\beta}_{s+1} = \pi_{\beta} \left[ \boldsymbol{\beta}_s - \rho_s \nu_s (-1) (-a_s \hat{Y}_s) \right], \quad (4)$$

где  $\pi_{\beta}$  – оператор проектирования вектора параметров  $\boldsymbol{\beta}$  в область допустимых значений;  $\rho_s$  – величина шага на такте  $s$ ;  $\nu_s$  – нормирующий множитель ( $m$ -норма вектора  $\hat{Y}_s$ ). В выражении (4) множитель «минус 1» обусловлен движением в направлении антиградиента,  $\rho_s$  выбирается из условия сходимости процесса адаптации [19, 22] и при  $s \rightarrow \infty$  удовлетворяет условию  $\rho_s \rightarrow 0$ , т. е.  $\rho_s = 1/s$ .

В требованиях, предъявляемых к коэффициенту  $\rho_s$ , опущено условие  $\sum_{s=1}^{\infty} \rho_s = \infty$ , поскольку мы не рассматриваем задачу нахождения вектора  $\boldsymbol{\beta}$  при любых начальных условиях (т. е. из любой точки пространства параметров), ограничиваясь лишь проблемой «подстройки» начальной оценки вектора параметров.

Таким образом, можно определить величину коэффициента адаптации как функцию такта  $s$  следующим образом:

- 1) устанавливаем начальное значение коэффициента  $\rho_0$ ;
- 2) на последующих тактах «обучения» модели полагаем  $\rho_s = \frac{1}{s}$ ;
- 3) после окончания процесса «обучения» модели полагать  $\rho_s$  постоянным.

Выбор начального значения коэффициента  $\rho_0$  зависит от того, какой режим адаптации рассматривается. Будем различать два режима: режим подстройки параметров модели АРСС и режим их перенастройки. «Режим под-

стройки» предполагает первоначальную оценку параметров модели по короткому временному ряду длиной  $l$  с последующей их корректировкой. При этом веса равны  $\rho_k = \frac{1}{k}$  ( $k = l+1, l+2, \dots$ ). При обнаружении «разладки модели» необходимо устанавливать коэффициент  $\rho_0$  «в единицу».

Рассмотрим процедуру адаптации, описываемую выражением (4), на простейшем примере. Пусть все значения временного ряда  $y^j$  лежат в положительной полуплоскости. Случайный процесс, описываемый временным рядом, – процесс авторегрессии первого порядка с положительным коэффициентом  $\varphi^{11}$ . Пусть начальное значение  $\hat{\varphi}_0^{11} > \varphi^{11}$ , тогда ошибка прогноза – отрицательная величина. Градиент на такте  $s$  отрицательный. Движение идет в направлении антиградиента, в результате поправка к коэффициенту  $\hat{\varphi}_s^{11}$  будет отрицательной. То есть значения коэффициента  $\hat{\varphi}_s^{11}$  будут убывать до тех пор, пока на текущем такте  $s$  оценка  $\hat{\varphi}_s^{11}$  не станет меньше истинного значения этой величины. После этого знаки поправки будут чередоваться, как в процедуре стохастической аппроксимации [22].

Процесс адаптации прогнозирующих моделей иллюстрируется следующим примером. Временной ряд, имитирующий процесс изменения относительного отклонения частоты водородного стандарта, был сгенерирован при следующих исходных данных:  $y_1 = 0$ ,  $\varphi^1 = 0.5$ ,  $\sigma_a = 0.5$  ( $\sigma_a$  – среднее квадратическое отклонение белого шума, «возбуждающего систему»;  $y_1$  – начальное значение ряда). Длина временного ряда составляла 150 точек. Оценка параметра  $\hat{\varphi}_{150}^1$ , полученная при анализе всей выборки, равна 0.529. Это значение и будем считать «истинным значением» коэффициента  $\varphi^1$ .

Оценка параметра  $\hat{\varphi}_{50}^1$ , полученная по начальному отрезку временного ряда, состоящему из 50 точек, равна 0.69. Процесс адаптации, показанный на рис. 1, начинается с этого значения параметра, идет в нужном направлении и сходится к «истинному значению».

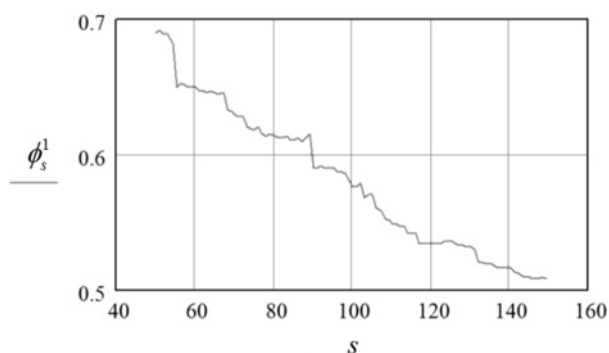


Рис. 1. Пример адаптации коэффициента  $\varphi^1$

Fig. 1. An example of the coefficient  $\varphi^1$  adaptation

Адаптация начиналась с 51-й точки сгенерированного ряда. Начальное значение коэффициента  $\rho$  равнялось  $\frac{1}{51}$ . Квадраты остатков от прогноза убывают достаточно быстро до значения, примерно равного 0.25, что соответствует среднему квадратическому отклонению шума, возбуждающего систему.

### 3. АДАПТАЦИЯ ПРОГНОЗИРУЮЩИХ МОДЕЛЕЙ МНОГОМЕРНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Приведенные выше результаты получены при упрощенном подходе к процедуре адаптации. Во-первых, использовалась одномерная модель АРСС, тогда как на самом деле в групповой эталон входит несколько водородных генераторов, т. е. необходимо рассматривать модели многомерных временных рядов. Во-вторых, что значительно важнее для использования предлагаемого метода при работе с реальным объектом, в распоряжении исследователя нет «истинных» значений временного ряда  $y_s$ , а есть только результаты измерений, т. е. вектор  $\mathbf{z}_s^T = [y_s^1 - y_s^2, \dots, y_s^1 - y_s^n]$ .

Всё вышесказанное приводит к необходимости обобщения полученных результатов для многомерных моделей. С учетом сделанных замечаний сформулируем задачу адаптации моделей временных рядов, используемых в процессе функционирования групповых эталонов.

На текущем такте  $s$  имеем: результаты измерений  $z^i = y^1 - y^i$ ; вектор прогнозов измерений, вычисленный на предыдущем такте,  $\hat{\mathbf{z}}_s(\mathbf{1})^T = [\hat{z}_s^1(1), \hat{z}_s^2(1), \dots, \hat{z}_s^n(1)]$ , где  $\hat{z}_s^i(1) = (\mathbf{X}_s^i)^T \boldsymbol{\beta}_s^i$  – прогноз результата измерений с  $i$  генератором;  $(\mathbf{X}_s^i)^T$  – транспонированный подвектор состояния процесса АРСС  $i$  временного ряда [2];  $\boldsymbol{\beta}_s^i$  – подвектор параметров  $i$ -й модели АРСС. В этом случае вектор состояния многомерного процесса АРСС будет представлен в виде

$$\mathbf{X}_s^T = [\hat{y}_{s-1}^1, \dots, \hat{y}_{s-p^1}^1, \dots, a_{s-1}^1, \dots, a_{s-q^1}^1, \dots, \hat{y}_{s-1}^n, \dots, \hat{y}_{s-p^n}^n, \dots, a_{s-1}^n, \dots, a_{s-q^n}^n],$$

где  $\hat{y}_{s-j}^i$  – оценка величины  $y^i$  на шаге  $s-j$ ;  $p^i, q^i$  – порядки процессов АР и СС в моделях АРСС  $i$ -го элемента группового эталона. Соответственно расширенный вектор параметров моделей АРСС –  $\boldsymbol{\beta}^T = [(\boldsymbol{\beta}^1)^T; (\boldsymbol{\beta}^2)^T; \dots; (\boldsymbol{\beta}^n)^T]$ .

Задача адаптации заключается в построении вектора параметров  $\boldsymbol{\beta}$  многомерной прогнозирующей модели, минимизирующего целевую функцию

$$F(\boldsymbol{\beta}) = \sum_{s=1}^N \sum_{i=1}^n (z_s^i - \hat{z}_s^i(1))^2, \quad (5)$$



где  $\hat{z}_s^i(1)$  – прогноз результата  $i$ -го измерения на такте  $s$ , вычисляется как разность прогнозов 1-го и  $i$ -го генераторов.

В развернутом виде выражение (5) записывается как

$$F(\boldsymbol{\beta}) = \sum_{s=1}^N \sum_{i=1}^n \left( z_s^i - (\mathbf{X}_s^i)^T \boldsymbol{\beta}_s^i \right)^2,$$

где  $(\mathbf{X}_s^i)^T = \left[ \hat{y}_{s-1}^1, \hat{y}_{s-2}^1, \dots, \hat{y}_{s-p^1}^1, a_{s-q^1}^1, -\hat{y}_{s-1}^i, -\hat{y}_{s-2}^i, \dots, -\hat{y}_{s-p^i}^i, -a_{s-q^i}^i \right]$  – расширенный вектор состояния процессов АРСС для 1-го и  $i$ -го генераторов;  $(\boldsymbol{\beta}_s^i)^T = \left[ \varphi_s^{11}, \dots, \varphi_s^{1p^1}, -\theta_s^{11}, \dots, -\theta_s^{1q^1}, \varphi_s^{i1}, \dots, \varphi_s^{ip^i}, -\theta_s^{i1}, \dots, -\theta_s^{iq^i} \right]$  – расширенный вектор параметров моделей 1-го и  $i$ -го генераторов.

В выражении (5) полагаем  $z_s^1 = 0$  при  $s = 1, \dots, N$ , если опорным является 1-й генератор. В этом случае в целевую функцию (5) для опорного генератора включается лишь прогноз его частоты.

Подробно процедура адаптации многомерных моделей временных рядов, имитирующих процессы изменения относительных отклонений частоты водородных стандартов, входящих в групповые ЭВиЧ, рассмотрена в работе [23]. Здесь приведем лишь результаты машинных экспериментов.

При моделировании генерировались три временных ряда, соответствующих моделям авторегрессии 1-го порядка с коэффициентами  $\varphi^{11} = 0.8$ ,  $\varphi^{21} = 0.3$  и  $\varphi^{31} = 0.5$ .

Среднее квадратическое отклонение белого шума, возбуждающего систему, полагалось равным  $\sigma = 0.1$  для всех трех рядов. По сгенерированным временным рядам, состоящим из 250 точек, получены следующие оценки параметров моделей:  $\hat{\varphi}_{250}^{11} = 0.827$ ,  $\hat{\varphi}_{250}^{21} = 0.323$  и  $\hat{\varphi}_{250}^{31} = 0.527$ . Затем, считая, что в распоряжении исследователей имелась выборка ограниченной длины (для определенности полагалось, что выборки состоят из 50 членов каждого ряда), вычислялись оценки параметров моделей АР (1):  $\hat{\varphi}_{50}^{11} = 0.5$ ,  $\hat{\varphi}_{50}^{21} = 0.1$  и  $\hat{\varphi}_{50}^{31} = 0.48$ .

С момента  $k = 51$  начинался процесс адаптации, т. е. подстройки коэффициентов  $\varphi^{i1}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). При этом начальное значение шага  $\rho_0$  полагалось равным  $\frac{1}{51}$ .

На рис. 2 и 3 приведены графики изменения параметров авторегрессии для каждого из трех рядов и суммы квадратов ошибок от прогнозов.

Численные эксперименты, выполненные в процессе исследования адаптивных процедур с моделями многомерных временных рядов, позволяют сделать следующие выводы.

1. Как видно из рис. 2, процесс адаптации, двигаясь в правильном направлении, все же не позволяет достичь истинных значений коэффициентов АР. При этом задача минимизации целевой функции (5) успешно решает-

ся (рис. 3). Данное противоречие только кажущееся. В монографии [13] приведены графики линий равного уровня для сумм квадратов остатков, получающихся при подгонке коэффициентов модели временного ряда с двумя параметрами ( $\varphi^1$  и  $\varphi^2$ ). Из этих графиков видно, что задачи идентификации и «подгонки» коэффициентов авторегрессии – скользящего среднего методом наименьших квадратов имеют множество почти эквивалентных решений. На это было обращено внимание при проведении соответствующих работ по исследованию алгоритмов обработки измерительной информации, получаемой в эталонах времени и частоты [9].

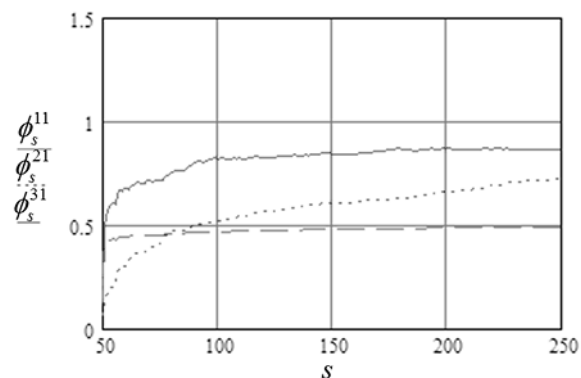


Рис. 2. Процесс адаптации коэффициентов авторегрессии многомерных моделей временных рядов

Fig. 2. The process of adapting the autoregression coefficients of multidimensional time series models

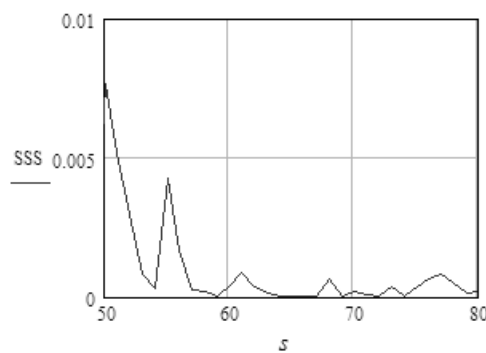


Рис. 3. Квадраты ошибок прогнозов вектора измерений

Fig. 3. Squared errors of measurement vector forecasts

2. При моделировании исследовался процесс подстройки коэффициентов авторегрессии  $\varphi^{i1}$  ( $i=1, 2, 3$ ) трех временных рядов при нулевых начальных значениях  $\varphi_0^{i1}$ . Процесс носит примерно такой же характер, как и рассмот-

ренный выше. При этом установившиеся (или почти установившиеся к конечному такту адаптации) значения коэффициентов  $\hat{\phi}^{11}$ ,  $\hat{\phi}^{21}$ ,  $\hat{\phi}^{31}$  (далее в смысле нормы разности векторов  $\beta$ ) отстоят от оценок, полученных по «истинным» (т. е. сгенерированным) рядам.

Из вышесказанного следует, что адаптация ни в коем случае не может подменять процедуру идентификации недоопределенных систем, детально рассмотренных в работе [9], а может служить только как дополнение (весьма важное) к алгоритму динамической обработки данных [5].

#### 4. АДАПТАЦИЯ ПРОГНОЗИРУЮЩИХ МОДЕЛЕЙ ПРИ НАЛИЧИИ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ ТРЕНДОВ

Рассмотренные выше процедуры адаптации относятся к рядам, не содержащим детерминированных трендов. В общем случае временные ряды могут быть представлены следующей математической моделью

$$y_s = A_s + B_s + C_s, \quad (6)$$

где  $A_s$  – детерминированный тренд;  $B_s$  – сезонная составляющая;  $C_s$  – случайная составляющая;  $s = 1, 2, \dots$  – дискретное время. При анализе реальных временных рядов, описывающих процессы изменения частоты водородных генераторов, сезонные составляющие не обнаружены [9]. Поэтому член  $B_s$  можно исключить из модели (6). Таким образом, мы представляем исследуемый процесс как сумму двух составляющих:  $C_s$  – процесс АРСС,  $A_s$  – детерминированный тренд.

Будем рассматривать процедуру адаптации временных рядов, содержащих линейные тренды. Это, во-первых, в большинстве случаев не противоречит реальности [9], а во-вторых, расширение полученных результатов на тренды, описываемые полиномами более высоких порядков, не представляет трудности.

Известно, что процедура подстройки вектора параметров  $\beta$  и коэффициентов линейного тренда  $b_0$  и  $b_1$  должна проводиться отдельно. Это следует из того, что рассматриваемая задача может быть отнесена к классу задач стохастического программирования со сложными функциями регрессии [19]. При этом в обязательном порядке необходима отдельная корректировка коэффициентов авторегрессии – скользящего среднего и оценок  $b_0$  и  $b_1$ . Более того, как показано в работе [15], при идентификации систем, содержащих детерминированную и стохастическую составляющие, невозможно получение однозначного решения поставленной задачи. В нашем случае это очевидно: возможно бесчисленное множество комбинаций параметров детерминированного тренда и составляющих вектора  $\beta$ , доставляющих минимум функции потерь.

В дальнейшем, говоря о параметрах тренда, будем учитывать только коэффициент  $b_1$ . Влияние члена  $b_0$  можно не учитывать, так как в реальных системах информацию о его величине можно получить с помощью «внешних сличений» эталона.

Пример временного ряда, содержащего линейный тренд, приведен на рис. 4. Ряд был сгенерирован на основе модели «формирующего фильтра». При этом на детерминированный тренд с углом наклона (коэффициент  $b_1$ ), равным 0.03, был наложен процесс авторегрессии первого порядка. Коэффициент  $\varphi^1$  при этом полагался равным 0.5. Среднее квадратическое отклонение «белого шума», возбуждающего систему, равно 0.5.

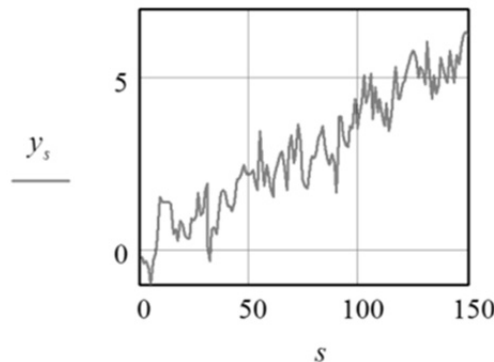


Рис. 4. Временной ряд, полученный наложением процесса авторегрессии первого порядка на линейную функцию

Fig. 4. The time series obtained by imposing the first-order autoregression process on the linear function

Прежде чем производить адаптацию полученного временного ряда, были проведены эксперименты по отдельной адаптации двух переменных рядов: ряд, содержащий только процесс авторегрессии с заданным  $\varphi^1$ , и временной ряд, содержащий детерминированный тренд с аддитивным шумом. Первый эксперимент описан выше в настоящей работе (рис. 1). Процесс подстройки коэффициента  $b_1$ , определяющего угол наклона детерминированного тренда, проводился в соответствии с рекомендациями Ю.М. Ермольева при описании процедуры адаптации со сложной функцией регрессии [19]. Эти рекомендации полностью совпадают с требованиями метода стохастической аппроксимации (процедура Роббинса–Монро) [22]. При этом коррекция величины  $b_1$  пропорциональна погрешности прогноза текущего члена ряда.

Вес  $\rho_s$  (или коэффициент адаптации) равен  $\frac{1}{s}$ . Как и ожидалось, эксперимент также дал положительные результаты.

Проведенные эксперименты позволяют сделать следующие замечания к общей процедуре адаптации моделей временных рядов, содержащих детерминированные линейные тренды.

1. Общий прогноз временного ряда, содержащего детерминированный тренд с наложенным на него процессом АРСС, должен содержать сумму прогнозов, обусловленных этими составляющими.

2. Для вычисления составляющей прогноза, обусловленной детерминированным трендом, достаточно иметь оценку коэффициента  $b_1$ , вычисленную на предыдущем такте.

3. Для вычисления составляющей прогноза, обусловленной процессом авторегрессии первого порядка, требуется знать текущее состояние этого процесса.

Последний пункт крайне важен, так как подразумевает возможность разбиения временного ряда  $y_s$  на две составляющие. Для решения этой задачи была предложена следующая методика.

**Шаг 1.** Проводится статистический анализ начального участка временного ряда  $y_s$ , имеющегося в распоряжении исследователя. При этом строится функция линейной регрессии  $y_s = b_1 \cdot s$  (по указанным выше причинам коэффициент  $b_0$  в модель не включается).

**Шаг 2.** Из исходного ряда  $y_s$  (на начальном участке) удаляется линейная функция. Для оставшейся составляющей ряда строится динамическая стохастическая модель (модель АРСС).

**Шаг 3.** В процессе адаптации вычисляются прогнозы обеих составляющих ряда  $y_s$ . Общий прогноз находится их суммированием. Ошибка прогноза  $\Delta y_s$  находится как разность между «истинным» значением ряда  $y_s$  и его прогнозом  $\hat{y}_{s-1}(1)$ , вычисленным на предыдущем такте.

**Шаг 4.** Ошибка прогноза  $\Delta y_s$  делится на две составляющие: ошибка, обусловленная погрешностью оценки угла наклона линейного тренда, и ошибка, вызванная погрешностью оценки стохастической составляющей.

Для выполнения этой операции воспользуемся результатами статистического анализа, проведенного на начальном участке временного ряда. При построении линейной регрессии и моделей АРСС находят суммы квадратов остатков, полученные на конечном этапе построения моделей. Так как эти суммы пропорциональны остаточным дисперсиям, то веса, определяющие долю каждой составляющей процесса  $y_s$  в общей ошибке прогноза, должны быть пропорциональны этим дисперсиям (по существу, мы решаем задачу, обратную задаче объединения неравноточных измерений, что и обусловило такой подход к определению весов. Разумеется, сумма весов должна равняться единице).

Значение текущей составляющей стохастического процесса находится как сумма прогноза этого процесса и его ошибки.

Характер процесса подстройки коэффициента  $\phi^1$  практически ничем не отличается от процесса, представленного на рис. 1. Коэффициент  $b_1$  изменяется в процессе его подстройки от начального значения 0.0376 до 0.0384 («истинное» значение  $b_1 = 0.039$ ). То есть абсолютная погрешность оценки уменьшилась в два раза.

Переход к многомерным моделям временных рядов при наличии детерминированных трендов не представляет принципиальных трудностей.

Так как ряды относительных отклонений частоты водородных генераторов не коррелированы (во всяком случае, это требование должно выполняться для эталонов, функционирующих в нормальном режиме), можно произведе-

сти декомпозицию вектора  $Y_s$  на отдельные составляющие и рассматривать полученные ряды оценок  $\hat{y}_s^i$  в качестве «истинных» значений  $y^i$ . Следовательно, все рассмотренные выше положения можно применить к адаптации многомерных моделей, содержащих детерминированные тренды.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Погрешность оценивания вектора состояния группового ЭВиЧ может быть уменьшена за счет применения алгоритмов обработки данных, опирающихся на использование прогнозирующих моделей, в том числе моделей АРСС. Для построения моделей АРСС необходимы эмпирические данные (временные ряды, описывающие процессы изменения частоты водородных стандартов, входящих в состав группового ЭВиЧ). Необходимость накопления эмпирических данных приводит к временным задержкам с момента введения нового стандарта в состав эталона до начала использования результатов измерений, выполненных с участием этого стандарта в системе формирования шкалы времени группового эталона.

С целью уменьшения указанной выше задержки в работе предложена методика обработки данных, основанная на построении прогнозирующих моделей по укороченным временным рядам с последующей адаптацией моделей по мере поступления текущих результатов измерений. Адаптация вектора параметров прогнозирующих моделей выполняется методом стохастического квазиградиента.

Численные эксперименты показали работоспособность предложенной методики. Процедура адаптации позволяет проводить подстройку параметров прогнозирующих моделей (одномерных и многомерных). Метод адаптации работает также и в ситуации, когда на случайный процесс наложен детерминированный тренд.

Применение предложенной методики позволяет значительно сократить этап первоначального накопления данных, уменьшая задержку между моментом включения в состав группового эталона новых генераторов почти вдвое. Изложенные результаты можно применять к различным информационно-измерительным системам, в которых результаты измерений представлены в виде временных последовательностей.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Panfilo G., Harmegnies A., Tisserand L. A new prediction algorithm for the generation of International Atomic Time // *Metrologia*. – 2012. – Vol. 49. – P. 49–56.
2. Percival D.B., Senior K.L. A wavelet-based multiscale ensemble time-scale algorithm // *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency*. – 2012. – Vol. 59, N 3. – P. 510–522.
3. An algorithm for a group time scale using a moving average over multiple time / S.D. Podogova, K.G. Mishagin, S.Yu. Medvedev, I.Yu. Blinov // *Measurements Techniques*. – 2015. – Vol. 58, N 5. – P. 532–538.
4. Levine J. The statistical modeling of atomic clocks and the design of timescales // *Review of Scientific Instruments*. – 2012. – Vol. 83. – Art. 021101. – P. 1–28.
5. Khrustalev Yu.P. Statistical and dynamic processing of data obtained when handling time and frequency standards // *Measurement Techniques*. – 2004. – Vol. 47, N 6. – P. 555–561.

6. Безменов И.В., Блинов И.Ю. Теоретические основы построения моделей для описания современных шкал времени и стандартов частоты: монография. – Менделеево: ВНИИФТРИ, 2015. – 529 с.
7. Greenhall C.A. Reduced Kalman filters for clock ensembles // 2011 Joint Conference of the IEEE International Frequency Control Symposium & European Frequency and Time Forum: Proceedings. – San Francisco, CA, 2011. – P. 1–5.
8. Suess M., Greenhall C.A. Combined covariance reductions for Kalman filter composite clocks // Metrologia. – 2012. – Vol. 49. – P. 588–596.
9. Обработка данных, полученных по результатам взаимных измерений вторичного эталона времени и частоты / Ю.П. Хрусталева, В.М. Акулов, А.А. Ипполитов, Л.Н. Курьшева // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2012. – № 7 (66). – С. 22–28.
10. Хрусталева Ю.П., Серышева И.А. Автоматизация процесса построения динамических стохастических моделей // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2017. – Т. 21, № 9. – С. 95–103.
11. Метод сопряженных градиентов в системе автоматического построения динамических стохастических моделей / И.А. Серышева, М.А. Чебан, Л.В. Бархатова, Е.А. Крупнев // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2018. – Т. 22, № 8. – С. 72–82.
12. Khrustalev Yu.P., Serysheva I.A. Increasing of robustness of estimators of the state of time and frequency standards // Measurement Techniques. – 2014. – Vol. 57, N 5. – P. 519–525.
13. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов: прогноз и управление. Вып. 1 / пер. с англ. А.Л. Левшина; под ред. В.Ф. Писаренко. – М.: Мир, 1974. – 406 с.
14. Боровиков В.П. Популярное введение в современный анализ данных в системе STATISTICA. – М.: Горячая линия-Телеком, 2015. – 288 с.
15. Кашьян Р.Л., Рао А.Р. Построение динамических стохастических моделей по экспериментальным данным. – М.: Наука, 1983. – 384 с.
16. Ovcharenko V.N. Adaptive parameter identification in dynamical and static systems // Automation and Remote Control. – 2011. – Vol. 72, N 3. – P. 570–579.
17. Druzhinina M.V., Nikiforov V.O., Fradkov A.L. Methods of nonlinear adaptive control with respect to the output // Automation and Remote Control. – 1996. – Vol. 57, N 2. – P. 153–176.
18. Тюкин И.Ю., Терехов В.А. Адаптация в нелинейных динамических системах. – М.: ЛКИ, 2008. – 384 с.
19. Ермолов Ю.М. Методы стохастического программирования. – М.: Наука, 1976. – 239 с.
20. Серышева И.А., Хрусталева Ю.П. Метод стохастического квазиградиента в задаче адаптации прогнозирующих моделей // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2013. – № 12 (83). – С. 25–30.
21. Стационарные и нестационарные характеристики обучения адаптивных фильтров, использующих критерии минимума СКО / Б. Уидроу, Дж.М. Маккул, М.Г. Ларимор, С.Р. Джонсон // ТИИЭР. – 1976. – Т. 64, № 8. – С. 37–51.
22. Невельсон М.Б., Хасминский Р.З. Стохастическая аппроксимация и рекуррентное оценивание. – М.: Наука, 1972. – 304 с.
23. Серышева И.А., Хрусталева Ю.П. Адаптация многомерных динамических стохастических моделей // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2014. – № 2 (42). – С. 78–84.

*Серышева Ирина Анатольевна*, старший преподаватель кафедры автоматизированных систем Иркутского национального исследовательского технического университета. Основное направление научных исследований – обработка измерительной информации. Имеет более 45 публикаций. E-mail: sia\_cyber@mail.ru

*Хрусталева Юрий Петрович*, кандидат технических наук, доцент кафедры вычислительной техники Иркутского национального исследовательского технического университета. Основное направление научных исследований – динамические стохастические модели в системах обработки частотно-временной информации. Имеет более 50 публикаций. E-mail: khrustalev@istu.irk.ru

*Serysheva Irina Anatolievna*, a senior lecture at the department of automated system, Irkutsk National Research Technical University. Her research interests include measurement data processing. She is the author of more than 45 publications. E-mail: sia\_cyber@mail.ru

*Khrustalev Yuri Petrovich*, PhD (Eng.), an associate professor at the department of computer engineering, Irkutsk National Research Technical University. His research interests are focused on dynamic stochastic models in systems of frequency and time information processing. He has published more than 50 research papers. E-mail: khrustalev@istu.irk.ru

DOI: 10.17212/1814-1196-2019-1-107-124

### ***Adaptive time series models in the measurement data processing systems***\*

*I.A. SERYSHEVA<sup>a</sup>, YU.P. KHRUSTALEV<sup>b</sup>*

*Irkutsk National Research Technical University, 83, Lermontov Street, Irkutsk, 664074, Russian Federation*

<sup>a</sup> sia\_cyber@mail.ru    <sup>b</sup> khrustalev@istu.irk.ru

#### **Abstract**

The accuracy of modern information-measuring systems is caused by both measuring schemes and data processing algorithms. In this paper the issues of reducing an algorithmic error of group standards of time and frequency which can be treated as complex information-measuring systems are considered.

The estimation error of the state vector of standard can be reduced by 15-20 percent due to the use of more advanced algorithms for processing measurement information, in particular, through the use of algorithms based on the use of dynamic stochastic models. However, empirical time series containing, at least, no less than a hundred elements are necessary for creating such models. When processing data obtained on daily intervals, this leads to delays of approximately one quarter between the moment of including a new standard in the structure of the group standard and the beginning of using the measurement results obtained with its help. A natural way of reducing this temporary delay consists in creating predictive models for a shortened time series with their subsequent adaptation in the process of obtaining new measurement results.

The article proposes to use the method of a stochastic quasi-gradient which is designed to create a sequence of points in the parameter space of dynamic stochastic models for the adaptation of time series models describing processes of changing relative frequency deviations of hydrogen generators which form the basis of Russian standards of time and frequency. The adaptation algorithm realizing the proposed method is considered. The results of the computational experiment are presented confirming the efficiency of the method when adapting a one-dimensional time series model. The results obtained are generalized for multidimensional models and also for the adaptation of predictive time series models containing deterministic trends along with a stochastic component.

The approach proposed by the authors allows cutting almost by half the temporary delay caused by the accumulation of initial data necessary for creating predictive models used for the estimation of a group standard state.

**Keywords:** dynamic stochastic models, time series, group standards of physical quantities, adaptive models, stochastic approximation, stochastic quasi-gradient, autoregressive moving-average models, model parameter space, adaptation of predictive models

---

\* Received 14 November 2018.



## REFERENCES

1. Panfilo G., Harmegnies A., Tisserand L. A new prediction algorithm for the generation of International Atomic Time. *Metrologia*, 2012, vol. 49, pp. 49–56.
2. Percival D.B., Senior K.L. A wavelet-based multiscale ensemble time-scale algorithm. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency*, 2012, vol. 59, N 3, pp. 510–522.
3. Podogova S.D., Mishagin K.G., Medvedev S.Yu., Blinov I.Yu. An algorithm for a group time scale using a moving average over multiple time. *Measurements Techniques*, 2015, vol. 58, no. 5, pp. 532–538.
4. Levine J. The statistical modeling of atomic clocks and the design of timescales. *Review of Scientific Instruments*, 2012, vol. 83, art. 021101, pp. 1–28.
5. Khrustalev Yu.P. Statistical and dynamic processing of data obtained when handling time and frequency standards. *Measurement Techniques*, 2004, vol. 47, no. 6, pp. 555–561.
6. Bezmenov I.V., Blinov I.Yu. *Teoreticheskie osnovy postroeniya modelei dlya opisaniya sovremennykh shkal vremeni i standartov chastoty* [Theoretical bases of building of models for the description of modern time scales and frequency standards]. Mendeleevo, VNIIFTRI Publ., 2015. 529 p.
7. Greenhall C.A. Reduced Kalman filters for clock ensembles. *2011 Joint Conference of the IEEE International Frequency Control Symposium & European Frequency and Time Forum: Proceedings*, San Francisco, CA, 2011, pp. 1–5.
8. Suess M., Greenhall C.A. Combined covariance reductions for Kalman filter composite clocks. *Metrologia*, 2012, vol. 49, pp. 588–596.
9. Khrustalev Yu.P., Akulov V.M., Ippolitov A.A., Kurysheva L.N. Obrabotka dannykh, poluchennykh po rezul'tatam vzaimnykh izmerenii vtorichnogo etalona vremeni i chastoty [Processing data obtained as a result of reciprocal measuring of secondary standard of time and frequency]. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Bulletin of Irkutsk State Technical University*, 2012, no. 7 (66), pp. 22–28.
10. Khrustalev Yu.P., Serysheva I.A. Avtomatizatsiya protsessa postroeniya dinamicheskikh stokhasticheskikh modelei [Automation of dynamic stochastic model creation process]. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Bulletin of Irkutsk State Technical University*, 2017, vol. 21, no. 9, pp. 95–103.
11. Serysheva I.A., Chekan M.A., Barkhatova L.V., Krupenev E.A. Metod sopryazhennykh gradientov v sisteme avtomaticheskogo postroeniya dinamicheskikh stokhasticheskikh modelei [Conjugate gradient method in the system of predicting model automatic creation]. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Bulletin of Irkutsk State Technical University*, 2018, vol. 22, no. 8, pp. 72–82.
12. Khrustalev Yu.P., Serysheva I.A. Increasing of robustness of estimators of the state of time and frequency standards. *Measurement Techniques*, 2014, vol. 57, no. 5, pp. 519–525.
13. Box G.E.P., Jenkins G.M. *Time series analysis: forecasting and control*. San Francisco, Holden-Day Publ., 1970 (Russ. ed.: Boks Dzh., Dzhenkins G. *Analiz vremennykh ryadov: prognoz i upravlenie*. Vyp. 1. Moscow, Mir Publ., 1974. 406 p.).
14. Borovikov V.P. *Populyarnoe vvedenie v sovremenniy analiz dannykh v sisteme STATISTICA* [Popular introduction to modern data analysis in the STATISTICA system]. Moscow, Goryachaya liniya-Telekom Publ., 2015. 288 p.
15. Kashyap R.L., Rao A.R. *Dynamic stochastic models from empirical data*. New York, Academic Press, 1976 (Russ. ed.: Kash'yap R.L., Rao A.R. *Postroenie dinamicheskikh stokhasticheskikh modelei po eksperimental'nym dannym*. Moscow, Nauka Publ., 1983. 384 p.).
16. Ovcharenko V.N. Adaptive parameter identification in dynamical and static systems. *Automation and Remote Control*, 2011, vol. 72, no. 3, pp. 570–579.
17. Druzhinina M.V., Nikiforov V.O., Fradkov A.L. Methods of nonlinear adaptive control with respect to the output. *Automation and Remote Control*, 1996, vol. 57, no. 2, pp. 153–176.
18. Tyukin I.Yu., Terekhov V.A. *Adaptatsiya v nelineinykh dinamicheskikh sistemakh* [Adaptation in nonlinear dynamic systems]. Moscow, LKI Publ., 2008. 384 p.
19. Ermol'ev Yu.M. *Metody stokhasticheskogo programmirovaniya* [Methods of stochastic programming]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 239 p.
20. Serysheva I.A., Khrustalev Yu.P. Metod stokhasticheskogo kvazigradienta v zadache adaptatsii prognoziryuyushchikh modelei [Method of stochastic quasigradient in the problem of predictive model adaptation]. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Bulletin of Irkutsk State Technical University*, 2013, no. 12 (83), pp. 25–30.

21. Widrow B., Mccool J.M., Larimore M.G., Johnson C.R. Stationary and nonstationary learning characteristics of the LMS adaptive filter. *Trudy Instituta inzhenerov po elektronike i radioelektronike – Proceedings of the IEEE*, 1976, vol. 64, no. 8, pp. 37–51. (In Russian).

22. Nevel'son M.B., Khasminskii R.Z. *Stokhasticheskaya approksimatsiya i rekurrentnoe otsenivanie* [Stochastic approximation and recurrent estimation]. Moscow, Nauka Publ., 1972. 304 p.

23. Serysheva I.A., Khrustalev Yu.P. Adaptatsiya mnogomernykh dinamicheskikh stokhasticheskikh modelei [Method of stochastic quasigradient in the task of adapting of predictive models]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie – Modern Technologies. System analysis. Modeling*, 2014, no. 2 (42), pp. 78–84.

Для цитирования:

Серышева И.А., Хрусталеv Ю.П. Адаптивные модели временных рядов в системах обработки измерительной информации // Научный вестник НГТУ. – 2019. – № 1 (74). – С. 107–124. – DOI: 10.17212/1814-1196-2019-1-107-124.

For citation:

Serysheva I.A., Khrustalev Yu.P. Adaptivnye modeli vremennykh ryadov v sistemakh obrabotki izmeritel'noi informatsii [Adaptive time series models in the measurement information processing systems]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2019, no. 1 (74), pp. 107–124. DOI: 10.17212/1814-1196-2019-1-107-124.