

ЭНЕРГЕТИКА

ENERGETICS

УДК 51.74

DOI: 10.17212/1814-1196-2019-1-181-196

Марковская последовательность переходящих запасов топлива*

Е.В. ГУБИЙ^а, В.И. ЗОРКАЛЬЦЕВ^б

664033, РФ, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 130, Институт систем энергетики СО
РАН

^аegubiy@gmail.com ^бzorka@isem.irk.ru

Рассматривается модель анализа надежности топливоснабжения отдаленных населенных пунктов с энергетических плантаций. В модели учитываются три случайных фактора: годовая потребность, годовой объем производства и переходящие из года в год запасы топлива. Анализ надежности топливоснабжения осуществляется на основе имитационного моделирования функционирования системы топливоснабжения в течение года с использованием метода статистических испытаний. Случайные величины потребности и производства биотоплива при имитации функционирования системы топливоснабжения формируются непосредственно методом Монте-Карло.

Случайная величина переходящих запасов топлива в модели анализа надежности топливоснабжения вырабатывается по специальному алгоритму в самом процессе многократной имитации функционирования системы топливоснабжения. В данной статье представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований этого алгоритма. Установлено, что алгоритм формирования случайной величины переходящих запасов топлива вырабатывает марковскую однородную последовательность. Определены достаточные условия единственности стационарного состояния. На основе экспериментальных расчетов оценено количество итераций для достижения стационарного состояния и количество итераций, достаточных для достоверной оценки показателей надежности топливоснабжения и математического ожидания затрат на топливоснабжение при разном составе средств резервирования.

Ключевые слова: энергетические плантации, топливоснабжение отдаленных населенных пунктов, запасы топлива, метод Монте-Карло, надежность энергоснабжения, резервы мощности, случайный процесс, стационарность, эргодичность

ВВЕДЕНИЕ

Анализ надежности топливоснабжения отдаленных от транспортных магистралей населенных пунктов на основе биомассы, выращиваемой на специальных энергетических плантациях, требует специальных исследований, по-

* Статья получена 12 октября 2018 г.

Исследование выполнено в рамках научного проекта III.17.4.4 программы фундаментальных исследований СО РАН, рег. № АААА-А17-117030310436-7 и при финансовой поддержке РФФИ и правительства Иркутской области (грант № 17-410-380003).

тому что энергоснабжение осуществляется при существенных воздействиях случайных факторов в производстве и потреблении топлива. Ущерб в случае возникновения дефицита топлива для таких пунктов гораздо выше, чем на близких к транспортным магистралям территориях.

Кроме случайных отклонений, в производстве и потреблении следует учитывать еще и третий случайный фактор – величину переходящих запасов топлива. Если в какой-то год потребление энергии оказывается ниже среднего значения и (или) объем произведенного топлива оказывается выше среднего ожидаемого значения, то производство топлива в данном году может превысить потребность. Избыток топлива может быть сохранен для следующего года. Эти запасы используются при возникновении обратных ситуаций, когда потребление превышает производство. Возможна ситуация, когда эти запасы исчерпаны. Тогда образуется дефицит, который может покрываться из более дорогих по стоимости поставляемого топлива источников. Отметим, что за год в данной статье принимается период от начала одного отопительного периода до начала следующего.

В данной статье рассматривается алгоритм формирования переходящих запасов топлива, который можно интерпретировать как имитацию многолетнего процесса изменений запасов в результате случайных реализаций объемов производства и потребности в каждом году. Показано, что этот алгоритм вырабатывает однородную марковскую последовательность запасов. Как известно, однородная марковская последовательность сходится с ростом числа итераций к стационарному состоянию, при котором плотности вероятности случайной величины в начале и в конце очередной итерации неизменны. Выявлено условие, при котором стационарное состояние единственно. Показано, что рассматриваемый имитационный процесс удовлетворяет этому условию. Экспериментально оценено количество итераций, достаточных для того, чтобы считать, что рассматриваемый процесс перешел в стационарное состояние, и количество итераций в стационарном состоянии, при котором в результате усреднений по итерациям будут получены достоверные оценки показателей надежности и математического ожидания суммы затрат на топливоснабжение с энергетических плантаций и ущерба от дефицита. Представлены результаты исследования на примере теплоснабжения биотопливом с энергетических плантаций отдаленного населенного пункта в природно-климатических и ценовых условиях побережья озера Байкал.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для населенных пунктов, отдаленных от крупных транспортных магистралей, нужны источники котельно-печного топлива, не требующие дорогостоящей транспортировки. Целесообразно рассмотреть возможности создания специальных энергетических плантаций, активно используемых в некоторых странах, в том числе в Финляндии и Швеции [1, 2]. Особое значение такой источник топливоснабжения имеет для районов с повышенными экологическими требованиями, к которым относится побережье озера Байкал.

При исследовании возможностей использования энергетических плантаций для топливоснабжения отдаленных населенных пунктов особое значение

имеет проблема надежности топливоснабжения, поскольку в этом случае оно осуществляется в условиях сильного действия случайных факторов. При этом ущербы из-за необходимости экстренных дополнительных поставок топлива в случае возникновения дефицита оказываются гораздо выше, чем на близких к транспортным магистралям территориях.

Для анализа надежности снабжения котельно-печным топливом отдаленных населенных пунктов с энергетических плантаций и для выбора оптимального состава средств обеспечения надежности разработана и реализована математическая модель, основанная на использовании метода статистических испытаний [3]. В модели учтены три случайные величины: годовая потребность в топливе, годовой объем производства топлива и переходящие от одного отопительного сезона к другому запасы топлива. Если первые две случайные величины реализуются в модели непосредственно методом Монте-Карло, то третья случайная величина реализуется итеративно в процессе самой многократной имитации функционирования системы топливоснабжения. Исследованию и обоснованию этого итеративного алгоритма и анализу взаимодействия всех трех случайных параметров посвящена настоящая статья.

1.1. СЛУЧАЙНАЯ ВЕЛИЧИНА ПОТРЕБНОСТИ В ТОПЛИВЕ

Потребность в котельно-печном топливе населенных пунктов, особенно для сельских населенных пунктов в условиях Сибири, во многом связана с задачами отопления помещений. Поэтому случайные отклонения потребности в топливе вызваны преимущественно отклонениями продолжительностей отопительных периодов и среднезимних температур. На основе накопленных за многие десятилетия данных о значениях среднесуточных температур наружного воздуха [4] можно определять возможные отклонения потребности в топливе на отопление. Изучением проблемы надежности теплоснабжения и связанных с ней исследований многолетних колебаний температур воздуха свой вклад внесли М.А. Великанов, В.И. Зоркальцев, Ю.А. Мазур, А.С. Некрасов, Л.С. Хрилев и др. [5–8].

Пусть $\tau = 1, \dots, T$ – номера прошлых отопительных периодов с имеющимися по ним данными о среднесуточных температурах. Обозначим N_{τ}^j продолжительность в днях отопительного периода τ . В представленных далее расчетах считается, что отопительный период наступает после того, как в течение пяти суток подряд среднесуточная температура воздуха была ниже $+8^{\circ}\text{C}$. Заканчивается отопительный период после того, как температура воздуха становится выше $+8^{\circ}\text{C}$ в течение пяти суток подряд.

Для описания возможных колебаний расхода топлива на теплоснабжение будем использовать расчетный показатель отклонения потребности в топливе на отопление одного из отопительных периодов от среднего ожидаемого уровня

$$b_{\tau} = B_{\tau} / \bar{B}, \quad \tau = 1, \dots, T, \quad (1)$$

где B_τ – показатель интегральной разности температур за отопительный период τ , который рассчитывается по формуле

$$B_\tau = \sum_{\chi=1}^{N_\tau} (\hat{t} - t_{\tau\chi}), \quad \tau = 1, \dots, T, \quad (2)$$

где \bar{B} – средняя за все рассматриваемые отопительные периоды интегральная разность температур внутри и вне здания:

$$\bar{B} = \frac{1}{T} \sum_{\tau=1}^T B_\tau. \quad (3)$$

Здесь \hat{t} – нормативное значение температуры внутри здания; $t_{\tau\chi}$ – средняя температура наружного воздуха в день χ отопительного периода τ .

Если отопительный период τ был относительно теплым ($B_\tau < \bar{B}$), то величина b_τ меньше единицы. В этом случае значение $(1 - b_\tau)$ будет характеризовать относительное (выраженное в процентах от среднеожидаемой потребности) снижение потребности в топливе на отопление. Если отопительный период был холодней, чем средний ($B_\tau > \bar{B}$), то величина b_τ больше единицы. Значение $(b_\tau - 1)$ в этом случае будет характеризовать относительное возрастание потребности в топливе. Использование относительной величины b_τ позволяет оценить вероятности отклонений потребности в топливе.

На основе значений относительных отклонений расхода топлива на отопление за весь многолетний период можно рассчитать следующие показатели:

- максимальное снижение потребности в самые теплые в прошлом отопительные периоды

$$\Delta_{\min} = \min \{ (b_\tau - 1); \tau = 1, \dots, T \}; \quad (4)$$

- максимальное возрастание потребности в топливе на отопление в самые холодные в прошлом отопительные периоды

$$\Delta_{\max} = \max \{ b_\tau - 1; \tau = 1, \dots, T \}; \quad (5)$$

- диапазон вариаций отклонений потребности в топливе на отопление

$$\Delta = \Delta_{\max} - \Delta_{\min}. \quad (6)$$

Эти три показателя представлены в первых трех столбцах таблицы. В четвертом столбце представлены значения средних отклонений по абсолютной величине потребности в топливе на отопление за рассматриваемый многолетний период:

$$I = \frac{1}{T} \sum_{\tau=1}^T |b_\tau - 1|. \quad (7)$$

Показатели, характеризующие колебания потребности в топливе на отопление по некоторым пунктам метеонаблюдений Урала, Сибири и Дальнего Востока

Indicators characterizing fluctuations of the need for heating fuel for some items of meteorological observations of the Urals, Siberia and the Far East

Пункт метеонаблюдения	Максимальные отклонения от среднемноголетнего		Диапазон колебаний потребности в топливе	Интенсивность колебаний
	в сторону уменьшения	в сторону увеличения		
Чита	–0,308	0,152	0,461	0,048
Иркутск	–0,453	0,162	0,615	0,061
Томск	–0,404	0,185	0,590	0,068
Красноярск	–0,276	0,265	0,541	0,063
Хабаровск	–0,248	0,102	0,350	0,049
Екатеринбург	–0,353	0,185	0,539	0,074
Барнаул	–0,321	0,321	0,643	0,063
Владивосток	–0,341	0,179	0,520	0,055

В таблице пункты метеонаблюдений расположены по мере убывания средней интегральной разности температур за отопительный период. Здесь представлены показатели, рассчитанные по формулам (4)–(7) на основе данных наблюдений температур за 1910–2010 гг. в пунктах метеонаблюдений Урала, Сибири и Дальнего Востока. Из этих данных видно, что потребности в топливе на отопление могут изменяться до 64 % (в Барнауле). То есть расхождения в потребностях в зависимости от того, насколько теплая или холодная будет зима, могут достигать половины и более от средней годовой потребности. Ежегодные средние абсолютные отклонения потребностей от средней величины также существенны, показатель интенсивности колебаний составляет до 7,4 % (в Екатеринбурге) от математического ожидания потребности в топливе [9].

Отметим, что в нижней части таблицы (пункты метеонаблюдений с более теплым климатом) значения показателей диапазона и интенсивности колебаний потребности в топливе существенно выше. Это означает, что при переходах от более холодных к более теплым районам роль случайного фактора в потреблении топлива на отопление возрастает. Ранее эта закономерность была отмечена при сопоставлении диапазонов и интенсивности отклонений потребности в топливе на отопление по экономическим районам СССР [4]. Исключением является Хабаровск, что, вероятно, происходит под влиянием морского муссонного климата.

В модели анализа надежности топливоснабжения [10, 11] для генерации случайной величины производства топлива используется датчик случайных чисел. Этот датчик выбирает одно из значений за прошлые периоды наблюдений относительных отклонений интегральной разности температур b_τ , рассчитываемых по формуле (1), затем рассчитывается случайная величина потребности в топливе

$$Q = b \cdot \bar{Q}, \quad (8)$$

где b – значение относительного отклонения интегральной разности температур, случайно выбранного из набора b_τ , $\tau = 1, \dots, T$; \bar{Q} – расчетное математическое ожидание потребности в топливе.

Границы интервала возможных значений $[Q^1, Q^2]$ случайной величины потребности в топливе определяются по следующим правилам:

$$Q^1 = \min_{\tau} b_{\tau} \bar{Q}; \quad (9)$$

$$Q^2 = \max_{\tau} b_{\tau} \bar{Q}. \quad (10)$$

Итак, в рамках реализованного в настоящее время варианта модели анализа надежности используются случайно выбранные объемы потребностей из дискретного набора с вероятностью реализации любого значения $\frac{1}{T}$.

1.2. СЛУЧАЙНАЯ ВЕЛИЧИНА ПРОИЗВОДСТВА ТОПЛИВА

Значительные отклонения в производстве топлива на энергетических плантациях могут возникать из-за действия природных, биологических и антропогенных факторов. Для оценок возможных отклонений в производстве биотоплива с энергетических плантаций и вероятности их реализации пока нет необходимых данных. Поэтому используется усеченный нормальный закон с экспертно оцениваемым и варьируемым диапазоном возможных значений и дисперсией.

При анализе надежности и эффективности конкретного состава средств резервирования заданными считаются математическое ожидание производства топлива \bar{R} , величина среднеквадратического отклонения σ и коэффициенты δ^1 и δ^2 , определяющие интервал возможных значений $[R^1, R^2]$ случайной величины производства топлива. Границы этих интервалов задаются по следующим правилам:

$$R^1 = \delta^1 \bar{R}; \quad (11)$$

$$R^2 = \delta^2 \bar{R}. \quad (12)$$

Итак, случайная величина производства топлива выбирается методом Монте-Карло из интервала $[R^1, R^2]$ на основе заданной функции плотности вероятности $P(R)$, имеющей положительные значения на всем указанном интервале и нулевые – вне интервала:

$$\int_{R=R^1}^{R^2} P(R) dR = 1; \quad (13)$$

$$P(R) > 0, R \in [R^1, R^2]; \quad (14)$$

$$P(R) = 0, R \notin [R^1, R^2]. \quad (15)$$

1.3. СЛУЧАЙНАЯ ВЕЛИЧИНА ПЕРЕХОДЯЩИХ ЗАПАСОВ ТОПЛИВА

Вероятности реализации случайной величины переходящих запасов топлива априори оценить невозможно, поскольку они зависят не только от вероятностей реализации производства и потребностей в прошедшем году, но и от перешедших с позапрошлого года запасов и, соответственно, их вероятностей. Представляется вполне естественным ввести предположение, что закон вероятности переходящих запасов в начале текущего и предыдущего годов один и тот же. Возникают следующие вопросы: существует ли такой закон вероятности запасов? единственен ли он? Как при получении положительных ответов на предыдущие вопросы организовать случайную реализацию запасов по этому закону вероятности? Поиск и обоснование ответов на эти вопросы – основная задача настоящей статьи.

2. АЛГОРИТМ ИЗМЕНЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ ПЕРЕХОДЯЩИХ ЗАПАСОВ ТОПЛИВА

Обозначим $v = 0, 1, \dots, V$ номера итераций по имитации функционирования системы топливоснабжения в течение года. Пусть s_v – объем переходящих запасов топлива на начало имитируемого отопительного периода v ; R_v, Q_v – реализации случайных величин производства и потребления топлива. Разницу этих величин обозначим

$$L_v = R_v - Q_v. \quad (16)$$

Расчет объема переходящих запасов топлива на начало следующей итерации можно представить в виде следующего правила:

$$s_{v+1} = \min \{ (L_v + s_v)_+; z \}. \quad (17)$$

Здесь z – заданный объем складов под переходящие запасы. Используется функция отрицательной «срезки» от вещественной переменной x :

$$x_+ = \max \{ 0, x \}. \quad (18)$$

Плотность вероятности реализации случайной величины $L = R - Q$. Эта величина является разностью непрерывной с заданной плотностью вероятности (13) случайной величины R и дискретной случайной величины Q . Пусть $Q_i, i = 1, \dots, T$, – упорядоченный по возрастанию набор значений $b_\tau \bar{Q}$, $i = \tau, \dots, T$:

$$Q_1 = Q^1, Q_T = Q^2; \quad (19)$$

$$Q_i \leq Q_{i+1}, i = 1, \dots, T-1. \quad (20)$$

Поскольку считаем, что вероятности реализации потребностей Q_i одинаковые, то плотность вероятности L определяется исходя из плотности вероятности R по формуле

$$\tilde{P}(L) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T P(L + Q_i). \quad (21)$$

Случайная величина L может иметь положительную плотность вероятности только на интервале $[L^1, L^2]$, где

$$L^1 = R^1 - Q^2; \quad (22)$$

$$L^2 = R^2 - Q^1. \quad (23)$$

Далее считаем, что выполняется неравенство

$$R^2 - R^1 \geq \max(Q_{i+1} - Q_i), \quad i = 1, \dots, T-1. \quad (24)$$

То есть величины Q_i расположены достаточно плотно. Тогда согласно (13) и (19)–(21) случайная величина L будет иметь положительную плотность вероятности на всем интервале $[L^1, L^2]$:

$$\int_{L=L^1}^{L^2} \tilde{P}(L) dL = 1; \quad (25)$$

$$\tilde{P}(L) > 0, \quad L \in [L^1, L^2]; \quad (26)$$

$$\tilde{P}(L) = 0, \quad L \notin [L^1, L^2]. \quad (27)$$

Функция вероятности изменения запасов. На основе выражения (25) введем функцию плотности вероятности гипотетически возможных изменений запасов от величины $s_v \in [0, z]$ до величины $s_{v+1} \in [s_v + L^1, s_v + L^2]$

$$\tilde{\varphi}(s_{v+1}, s_v) = \tilde{P}(s_{v+1} - s_v). \quad (28)$$

Здесь используется термин «гипотетически возможные» из-за того, что величина s_{v+1} в указанном интервале может иметь отрицательное значение при $s_v + L^1 < 0$, значение больше емкости складов при $s_v + L^2 > z$. Функция $\tilde{\varphi}$ является предварительной конструкцией для приводимого далее определения функции плотности вероятности (имеющей значение вероятности в крайних точках) перехода от запасов s_v к запасам s_{v+1} на интервале $[0, z]$.

На основе выражений (28) и (17) функции вероятностей перехода от запасов $s_v \in [0, z]$ к запасу $s_{v+1} \in [0, z]$ определяются следующими условиями:

$$\varphi(s_{v+1}, s_v) = \tilde{\varphi}(s_{v+1}, s_v), \quad \text{если } 0 < s_v < z; \quad (29)$$

$$\varphi(0, s_v) = \int_{L_1+s_v}^0 \varphi(x, s_v) dx, \quad \text{если } L^1 + s_v \leq 0; \quad (30)$$

$$\varphi(z, s_v) = \int_z^{L_2+s_v} \tilde{\varphi}(x, s_v) dx, \quad \text{если } L^2 + s_v \geq z. \quad (31)$$

Отметим, что в случае (29) значение функции φ является плотностью вероятности; в случаях (30) и (31), если они реализуются, значение φ будет

вероятностью. Исключениями являются теоретически возможные ситуации $L^1 + s_v = 0$ и $L^2 + s_v = z$, когда значения $\varphi(0, s_v)$ и $\varphi(z, s_v)$ будут плотностями вероятности.

Однородная марковская последовательность. При заданном s_v из $[0, z]$ плотность вероятности (вероятность в крайних точках) реализации значения s_{v+1} из $[0, z]$ определяется только функцией φ . Следовательно, при любом положительном значении s_1 из $[0, z]$, вырабатываемом по правилу (2), последовательность запасов $s_v, v=1, 2, \dots$ будет марковской. Поскольку функция φ не изменяется по итерациям, то это будет однородная марковская последовательность.

Далее будем обозначать $B(s)$ одну из функций плотности вероятности величины запасов $s \in [0, z]$, обладающую следующими свойствами:

$$\int_0^z B(s) ds = 1, \quad B(s) \geq 0, \quad s \in [0, z], \quad B(s) = 0, \quad s \notin [0, z]. \quad (32)$$

Конкретные функции B из этого класса будем выделять с помощью индексов и других символов.

Пусть B_v – некоторая функция плотности вероятности запасов на итерации v . После итерации v функция плотности вероятности B_{v+1} будет иметь значение

$$B_{v+1}(s_{v+1}) = \int_0^z \varphi(s_{v+1}, s_v) B(s_v) ds_v, \quad s_{v+1} \in [0, z]. \quad (33)$$

Этот переход от функции B_v к B_{v+1} представим как отображение ψ :

$$B_{v+1} = \psi(B_v). \quad (34)$$

Как известно, однородная марковская последовательность случайных величин обладает свойством сходимости к стационарным (или финитным) состояниям [11, 12] при любом начальном распределении случайной величины.

2.1. СТАЦИОНАРНОЕ СОСТОЯНИЕ

Существование стационарного состояния однородной марковской последовательности в нашем случае означает, что имеется функция \bar{B} из класса (32), при которой

$$\bar{B} = \psi(\bar{B}). \quad (35)$$

При этом важно убедиться в единственности стационарного состояния. У марковской однородной последовательности может быть несколько стационарных состояний. В зависимости от того, на основе каких из этих возможных стационарных состояний будут формироваться запасы, при статистических испытаниях могут получиться существенно разные результаты расчетов на модели анализа надежности топливоснабжения [12].

Отметим, что при имитации функционирования системы топливоснабжения в течение года рассчитывается ряд показателей, не рассматриваемых в настоящей статье. В том числе определяются приведенные затраты на функционирование системы, зависящие от реализации величин Q_v , R_v , s_v и объем возможного дефицита топлива (превышение, если оно имеет место, потребности Q_v над располагаемыми ресурсами $R_v + s_v$). После обработки результатов по всем итерациям $v=1, \dots, V$ определяются обобщающие характеристики надежности и эффективности топливоснабжения, в том числе оценки математического ожидания дефицита и ущербов от него, математическое ожидание затрат.

На основе расчетов на модели анализа надежности топливоснабжения осуществляется выбор оптимального состава средств резервирования (резерва мощности в производстве, который определяется как разница между математическими ожиданиями производства и потребности в топливе, и емкости складов). Результаты всей этих расчетов существенно зависят от того, какая вероятность реализации запасов используется, поскольку переходящие запасы топлива могут достигать величины полугодовых и более объемов потребности в топливе.

2.2. ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ ЕДИНСТВЕННОСТИ СТАЦИОНАРНОГО СОСТОЯНИЯ

Докажем, что при выполнении условия (24) стационарное состояние случайной величины запасов единственное.

Поскольку $R^1 < R^2$, $Q^1 < Q^2$, то согласно (22) и (23) $L^1 < L^2$. Возможны три случая.

Первый случай

Выполнение неравенства

$$L^1 < L^2 \leq 0 \quad (36)$$

согласно (11)–(13) означает, что уровень запасов ни на одной итерации не будет расти. Он может только сокращаться и в стационарном состоянии окажется на одном нулевом уровне.

Второй случай

Если

$$0 \leq L^1 < L^2, \quad (37)$$

то согласно (11), (12) и (14) уровень запасов ни на одной итерации не будет сокращаться. Он может только расти и в стационарном состоянии примет единственное значение, равное z .

Третий случай, наиболее типичный при реализации модели

$$L^1 < 0 < L^2. \quad (38)$$

В этом случае уровень запасов $s_v \in [0, z]$ может с положительной вероятностью сокращаться (если $s_v > 0$) и возрастет (если $s_v < z$). При этом в любой

точке интервала возможных сокращений $\left[\max \{0, L^1 + s_v\}, s_v \right]$ и в любой точке интервала возможных возрастаний запасов $\left[s_v, \max \{z, L^2 + s_v\} \right]$ плотность вероятности положительна. Это следует из выражений (24)–(31). Отсюда получаем, что из любой точки $s_v \in [0, z]$ за конечное число итераций можно попасть в любую точку из интервала $[0, z]$ с положительной плотностью вероятности. Это является достаточным условием для того, чтобы рассматриваемая здесь однородная марковская последовательность имела только единственное стационарное состояние [13, 14], для которого плотность вероятности реализации случайной величины запасов s из любой точки интервала $[0, z]$ положительная:

$$\bar{B}(s) > 0, \quad s \in [0, z]. \quad (39)$$

2.3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ОЦЕНКА НЕОБХОДИМОГО ЧИСЛА ИТЕРАЦИЙ

Для того чтобы можно было сказать, что получаемые оценки не зависят от выбора начального уровня запасов, необходимо использовать такое число итераций, которое бы приводило к значению плотности вероятностей, близкой к финитной.

На рис. 1 и 2 представлены результаты расчета на модели анализа надежности топливоснабжения с энергетических плантаций [15] двух показателей рассматриваемой однородной марковской последовательности – среднеарифметического значения уровня запасов и стандартного отклонения от среднеарифметического значения. Здесь приведены три разные случайные реализации процесса с использованием разных начальных значений запасов. Согласно рис. 1 уже после 6000 итераций среднеарифметическое значение уровней запасов меняется не более чем на 2 %. Стандартные отклонения меняются менее чем на 2 % после 4000 итераций. На основе этих расчетов можно считать, что 6000 итераций вполне достаточно, чтобы считать, что итерационный процесс изменения запасов при любом начальном уровне запасов приходит в состояние, которое можно считать близким к стационарному. Имеющиеся теоретические оценки [3] и результаты экспериментальных расчетов показывают, что для получения устойчивых однозначных оценок показателей надежности, математического ожидания затрат на функционирование системы топливоснабжения и математического ожидания ущербов от дефицита вполне достаточно 65 000 итераций.

Представленные здесь и ниже результаты расчетов осуществлены на модели анализа надежности топливоснабжения с энергетических плантаций отдаленных населенных пунктов применительно к условиям прибрежных районов озера Байкал [11]. Рассматривался поселок со среднегодовой потребностью в топливе 8000 тонн условного топлива (т у.т.), что соответствует примерной численности населения в 6000 человек. Рассмотрены данные метеонаблюдений за 100 прошлых зим (с 1910 по 2010 г.). Максимальное расхождение $Q_{i+1} - Q_i$ составило 1032 т у.т. Разница между максимальным и минимальным значением объема производства топлива $R^2 - R^1$ составила 7986 т у.т. То есть условие (24) выполняется.



Рис. 1. Изменение по итерациям среднеарифметического значения для трех реализаций случайного процесса изменения запасов многолетнего регулирования

Fig. 1. Change by iterations of the arithmetic mean value for three implementations of the random process of changing stocks of long-term regulation



Рис. 2. Изменение по итерациям среднеквадратического отклонения от среднеарифметического значения для трех реализаций случайного процесса изменения запасов многолетнего регулирования

Fig. 2. Change by iterations of the standard deviation from the arithmetic mean value for three implementations of the random process of changing the reserves of multi-year regulation

3. ФУНКЦИЯ ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ ЗАПАСОВ ДЛЯ СТАЦИОНАРНОГО СОСТОЯНИЯ

На рис. 3 представлена гистограмма распределения запасов топлива многолетнего регулирования для одного из вариантов расчетов на модели анализа надежности топливоснабжения. Максимальный запас топлива равен емкости складов и составляет 3811 т у.т. Весь интервал распределения запасов разделен на 10 равных подынтервалов. Значения по оси абсцисс соответствуют правым границам подынтервалов. Из рис. 3 видно, что повышенные вероятности запасов наблюдаются в первом и последнем подынтервалах. Повышенная вероятность запасов в первом подынтервале объясняется повышенной вероятностью нулевых уровней запасов согласно выражению (30), повышенная вероятность запасов в последнем подынтервале – повышенным уровнем вероятности запасов в объеме емкости складов z согласно выражению (31). Центральная часть гистограммы достаточно однородна, имеет унимодальный характер.

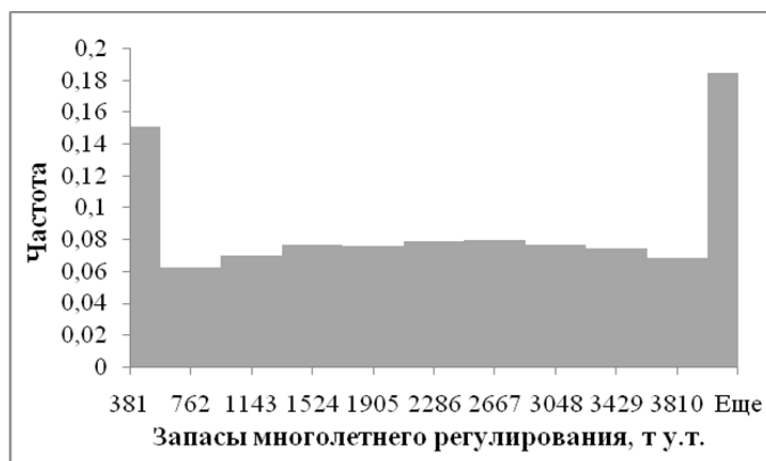


Рис. 3. Гистограмма распределения запасов топлива многолетнего регулирования

Fig. 3. The histogram of the distribution of fuel reserves of long-term regulation

Следует отметить, что при одних и тех же вероятностях потребности и производства топлива после расчетов на модели распределение вероятностей разных уровней запасов топлива многолетнего регулирования может изменяться в зависимости от рассматриваемых значений резерва мощности и емкости складов z .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что в модели анализа надежности топливоснабжения отдаленного населенного пункта с энергетических плантаций [11] вырабатываемая последовательность переходящих запасов топлива является марковской однородной. Выявлено легко проверяемое по исходным данным модели достаточное условие (24) единственности стационарности состояния случайной

последовательности переходящих запасов топлива. На основе экспериментальных многократных расчетов оценено количество итераций, достаточных для получения однозначных результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Potential land availability for energy crops production in Europe / E. Krasuska, C. Cadorniga, J.L. Tenorio, G. Testa, D. Scordia // *Biofuels Bioproducts and Biorefining*. – 2010. – Vol. 4. – P. 658–673.
2. Energy analysis of poplar production for bioenergy in Sweden / M. Nordborg, G. Berndes, I. Dimitriou, A. Henriksson, B. Mola-Yudego // *Biomass and Bioenergy*. – 2018. – Vol. 112. – P. 110–120.
3. *Driels M.R., Shin Y.S.* Determining the number of iterations for Monte Carlo simulations of weapon effectiveness. – Monterey, CA: Naval Postgraduate School, 2004. – 31 p.
4. Булыгина О.Н., Разуваев В.Н., Александрова Т.М. Описание массива данных суточной температуры воздуха и количества осадков на метеорологических станциях России и бывшего СССР (TTTR): база данных [Электронный ресурс]. – № 2014620942. – URL: <http://meteo.ru/data/162-temperature-precipitation#описание-массива-данных> (дата обращения 4.10.2018).
5. Великанов М.А., Некрасов А.С., Резниковский А.Ш. Оценка асинхронности многолетних колебаний расхода топлива под действием геофизических факторов // *Известия АН СССР. Энергетика и транспорт*. – 1988. – № 2. – С. 151–157.
6. Зоркальцев В.И. Многолетние колебания температур и проблемы надежности топливоснабжения. – Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2015. – 84 с.
7. Мазур Ю.А. Проблемы маневренности в развитии энергетики. – М.: Наука, 1986. – 94 с.
8. Хрилев Л.С. О влиянии климатического фактора на перспективную структуру топливно-энергетического баланса // *Теплоэнергетика*. – 1960. – № 2. – С. 16–20.
9. Gubiy E.V., Zorkaltsev V.I., Khazheev I.I. Analysis long-term of variation of air temperature for the purpose of energy reliability // International conference “Advanced Mathematics, Computations and Applications – 2014”: abstracts. – Novosibirsk, 2014. – P. 56–57.
10. Губий Е.В., Зоркальцев В.И. Анализ надежности топливоснабжения населенных пунктов биотопливом с энергетических плантаций // Методические вопросы исследования надежности больших систем энергетики: материалы Международного научного семинара им. Ю.Н. Руденко. – Иркутск, 2014. – Вып. 64: Надежность систем энергетики: достижения, проблемы, перспективы (Иркутск, 10–15 июля 2013 г.). – С. 267–274.
11. Губий Е.В., Зоркальцев В.И. Эффективность энергетических плантаций. – Новосибирск: Наука, 2018. – 96 с.
12. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. – М.: Мир, 1971. – 408 с.
13. Гихман И.И., Скороход А.В. Теория случайных процессов. Т. 1. – М.: Наука, 1971. – 666 с.
14. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 1: пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 528 с.
15. Губий Е.В. Математическая модель анализа надежности топливоснабжения отдаленных населенных пунктов биомассой с энергетических плантаций // *Вестник ИрГТУ*. – 2018. – Т. 22, № 7. – С. 102–113.

Губий Елена Валерьевна, старший инженер отдела прикладной математики Института систем энергетики СО РАН. Основное направление научных исследований – эффективность и надежность использования возобновляемых источников энергии. Имеет более 10 публикаций, в том числе одну монографию. E-mail: egubiy@gmail.com

Зоркальцев Валерий Иванович, доктор технических наук, профессор, заведующий лабораторией методов математического моделирования и оптимизации в энергетике отдела прикладной математики Института систем энергетики СО РАН. Основное направление научных исследований – математическое моделирование в энергетике. Имеет более 400 публикаций, в том числе 21 монографию. E-mail: zork@isem.irk.ru

Gubiy Elena Valerievna, a senior engineer at the department of applied mathematics in the Institute of Energy Systems, SB RAS. His research interests are focused on the efficiency and reliability of renewable energy use. He is the author of over 10 publications including 1 monograph. E-mail: egubiy@gmail.com

Zorkaltsev Valery Ivanovich, D.Sc. (Eng.), professor, head of the laboratory of mathematical modeling methods and optimization in energetic in the department of applied mathematics in the Institute of Energy Systems, SB RAS. His research interests are focused on mathematical modeling in energetic. He is the author of more than 400 including 21 monographs. E-mail: zork@isem.irk.ru

DOI: 10.17212/1814-1196-2019-1-181-196

Markov sequence of carryover fuel resources*

E.V. GUBIY^a, V.I. ZORKALTSEV^b

Energy Systems Institute, SB RAS, 130, Lermontov Street, Irkutsk, 664033, Russian Federation

^aegubiy@gmail.com ^bzork@isem.irk.ru

Abstract

The model is considered to analyze the reliability of remote settlement fuel supply with biomass from energy plantations. The influence of three random factors (in production, consumption and carryover fuel resources) is taken into account. The analysis of fuel supply reliability is based on the simulation modeling of the operation of the fuel supply system using the method of statistical testing. Random values of the needs and production of biofuels when imitating the functioning of the fuel supply system are formed by the Monte Carlo method.

A random value of fuel resources of long-term regulation in the model of fuel supply reliability analysis is generated by means of a special algorithm in the process of multiple simulation of fuel supply system operation. The results of theoretical and experimental studies of this algorithm are presented in this article. It is established that this algorithm develops a Markov sequence. Sufficient conditions for the uniqueness of the stationary state are determined. Based on experimental calculations the number of iterations to achieve a steady state is estimated as well as the number of iterations sufficient for the assessment of the reliability of fuel supply and the expected value of the cost of fuel supply with a different composition of the reserve funds is

Keywords: energy plantations, energy supply reliability, ergodicity, Monte Carlo method, stationarity

REFERENCES

1. Krasuska E., Cadorniga C., Tenorio J.L., Testa G., Scordia D. Potential land availability for energy crops production in Europe. *Biofuels Bioproducts and Biorefining*, 2010, vol. 4, pp. 658–673.
2. Nordborg M., Berndes G., Dimitriou I., Henriksson A., Mola-Yudego B. Energy analysis of poplar production for bioenergy in Sweden. *Biomass and Bioenergy*, 2018, vol. 112, pp. 110–120.
3. Driels M.R., Shin Y.S. *Determining the number of iterations for Monte Carlo simulations of weapon effectiveness*. Monterey, CA, Naval Postgraduate School, 2004. 31 p.
4. Bulygina O.N., Razuvaev V.N., Aleksandrova T.M. *Opisanie massiva dannykh sutochnoi temperatury vozdukha i kolichestva osadkov na meteorologicheskikh stantsiyakh Rossii i byvshego SSSR (TTTR)* [Description of the data array on the daily air temperature and precipitation at meteorological stations in Russia and the former USSR]. Moscow: Gidrometizdat, 1998. 100 p.

* Received 12 October 2019.

The study was carried out as part of the research project III.17.4.4 of the basic research program of the SB RAS, reg. No. AAAA-A17-117030310436-7 and with the financial support of the Russian Foundation for Basic Research and the Government of the Irkutsk Region (grant No. 17-410-380003).

logical stations in Russia and the former USSR (TTTR)]. Available at: <http://meteo.ru/data/162-temperature-precipitation#opisanie-massiva-dannykh> (accessed 4.10.2018).

5. Velikanov M.A., Nekrasov A.S., Reznikovskii A.Sh. Otsenka asinkhronnosti mnogoletnikh kolebaniy raskhoda topliva pod deistviem geofizicheskikh faktorov [The evaluation of the asynchrony of many-year fluctuations in fuel consumption under the influence of geophysical factors]. *Izvestiya Akademii nauk SSSR – Proceedings of Academy of Sciences. Power Engineering and Transport*, 1988, no. 2, pp. 151–157.

6. Zorkal'tsev V.I. *Mnogoletnie kolebaniya temperatur i problemy nadezhnosti toplivosnabzheniya* [Long-term temperature fluctuations and problems of reliability of fuel supply]. Irkutsk, ESI SB RAS Publ., 2015. 84 p.

7. Mazur Yu.A. *Problemy manevrennosti v razvitiy energetiki* [Maneuverability problems in the development of energy]. Moscow, Nauka Publ., 1986. 94 p.

8. Hrilev L.S. O vliyaniy klimaticheskogo faktora na perspektivnyuyu strukturu toplivno-energeticheskogo balansa [The impact of the climatic factor on the future configuration of the fuel and energy balance]. *Teploenergetika – Thermal Engineering*, 1960, no. 2, pp. 16–20. (In Russian).

9. Gubiy E.V., Zorkal'tsev V.I., Khazheev I.I. Analysis long-term of variation of air temperature for the purpose of energy reliability. *International conference "Advanced Mathematics, Computations and Applications – 2014": abstracts*, Novosibirsk, 2014, pp. 56–57.

10. Gubiy E.V., Zorkal'tsev V.I. [Analysis of reliability of settlement fuel supply with biofuel from energy plantations]. *Materialy Mezhdunarodnogo nauchnogo seminara im. Yu.N. Rudenko "Metodicheskie voprosy issledovaniya nadezhnosti bol'shikh sistem energetiki"* [Materials of the International scientific seminar named after Yu.N. Rudenko "Methodological issues of reliability study of large energy systems"], Irkutsk, 2014, iss. 64, pp. 267–274. (In Russian).

11. Gubiy E.V., Zorkal'tsev V.I. *Effektivnost' energeticheskikh plantatsii* [Energy plantation efficiency]. Novosibirsk, Nauka Publ., 2018. 96 p.

12. Bendat J.S., Piersol A.G. *Measurement and analysis of random data*. New York, Wiley, 1967 (Russ. ed.: Bendat Dzh., Pirsol A. *Izmerenie i analiz sluchainykh protsessov*. Moscow, Mir Publ., 1971. 408 p.).

13. Gikhman I.I., Skorokhod A.V. *Teoriya sluchainykh protsessov*. T. 1 [Theory of random processes. Vol. 1]. Moscow, Mir Publ., 1971. 666 p.

14. Feller W. *An introduction to probability theory and its applications*. Vol. 1. 3rd ed., rev. New York, Wiley, 1970 (Russ. ed.: Feller V. *Vvedenie v teoriyu veroyatnostei i ee prilozheniya*. T. 1. Moscow, Mir Publ., 1984. 528 p.).

15. Gubiy E.V. Matematicheskaya model' analiza nadezhnosti toplivosnabzheniya otdalennykh naselennykh punktov biomasso s energeticheskikh plantatsii [Mathematical model to analyze reliability of remote settlement fuel supply with biomass from energy plantation]. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Bulletin of Irkutsk State Technical University*, 2018, vol. 22, no. 7, pp. 102–113.

Для цитирования:

Губий Е.В., Зоркальцев В.И. Марковская последовательность переходящих запасов топлива // Научный вестник НГТУ. – 2019. – № 1 (74). – С. 181–196. – DOI: 10.17212/1814-1196-2019-1-181-196.

For citation:

Gubiy E.V., Zorkal'tsev V.I. Markovskaya posledovatel'nost' perekhodyashchikh zapasov topliva [Markov sequence of carryover fuel resources]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2019, no. 1 (74), pp. 181–196. DOI: 10.17212/1814-1196-2019-1-181-196.