

## Инверсия простой ординарной сети Петри\*

А.В. МАРКОВ, А.А. ВОЕВОДА

В данной работе приводится описание аппарата сетей Петри, предлагается математическое определение простой ординарной сети Петри, как наиболее простого вида из всех возможных вариантов сетей. Перечислены способы анализа, как традиционные: построение дерева достижимости, матричное представление сети, генерация отчёта о пространстве состояний, так и нетрадиционные: *sweep-line method*, *bitstate hashing*. Описано одно из основных свойств сетей Петри – достижимость. Обоснована его актуальность и необходимость подтверждения данного свойства у определенных состояний.

Доказательство достижимости предлагается реализовать при помощи инверсии системы, которая заключается в изменении структуры сети и приводит к получению начальной маркировки, что свидетельствует о достижимости маркировки, с которой началась инверсия.

Реализацию инверсии сети с последующим построением дерева достижимости, предлагается осуществить по предложенному алгоритму. В заключении представлены основные результаты работы и её последующее развитие: разработка правил для реализации инверсии у простых сетей Петри.

**Ключевые слова:** сети Петри, простая ординарная сеть Петри, дерево достижимости, пространство состояний, достижимость, начальная маркировка, инверсия, прямая инверсия.

### ВВЕДЕНИЕ

Сетью Петри – двудольный ориентированный граф, состоящий из вершин двух типов: мест и переходов, взаимосвязанных между собой дугами [1]. По сети могут передвигаться метки при срабатывании переходов, которые символизируют всевозможные ресурсы системы.

Самыми первыми и самыми простыми являются простые ординарные сети Петри<sup>1</sup> (ПОСП) – упорядоченное множество  $\mathcal{N} = (P, T, F, m_I)$ , где  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  – множество мест, а  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$  – множество переходов, таких что  $P \cap T = \emptyset$ ,  $F \subseteq P \times T \cup T \times P$  – взаимосвязь вершин<sup>2</sup>, и  $m_I : P \rightarrow \mathbb{N}$  [2].

На сегодняшний день разработаны следующие виды анализа спроектированных сетей: построение дерева достижимости, матричное представление сети, а также генерация отчета о пространстве состояний при помощи среды моделирования CPN Tools (version 3.4.0) [3–6].

Также существуют нестандартные подходы к анализу систем, т. е. методики, использующие иные алгоритмы по отношению к традиционному. К ним относятся *sweep-line method*<sup>3</sup>, *bitstate hashing*<sup>4</sup> и их возможные модификации. Достоинством представленных методов является анализ систем с пространством состояний огромных размеров, но явный недостаток – это возможность частичного покрытия пространства состояний<sup>5</sup>.

\* Статья получена 01 июля 2013 г.

<sup>срн</sup> Снимок экрана, сделанный в приложении CPN Tools (version 3.4.0).

<sup>1</sup> Простая ординарная сеть Петри (ПОСП) – сети, имеющие единственный цвет (тип данных) у меток и кратность дуг не больше единицы. Между узлами прокладывается ровно одна связь.

<sup>2</sup> Взаимосвязь вершин – flow relation (англ.) [2].

<sup>3</sup> Метод плавающей линии – sweep-line method (англ.) [7].

<sup>4</sup> Хеширование битового состояния – bitstate hashing (англ.) [8].

<sup>5</sup> Частичное покрытие пространства состояний: исследована часть всей модели пространства состояний.

Во время моделирования может встать вопрос о проверке достижимости<sup>6</sup> полученной маркировки с целью начать анализ системы с выбранного состояния или исследовать граф достижимости по частям [5]. Следовательно, доказательство данного свойства является актуальной задачей.

В данной работе предлагается способ доказательства достижимости выбранного состояния, если заранее неизвестно попадает ли оно в пространство состояний всей системы, а известна только начальная маркировка сети.

### 1. ИНВЕРСИЯ<sup>7</sup>

Для доказательства достижимости маркировки предлагается реализовать инверсию сети, которая заключается в изменении направления всех взаимосвязей системы на противоположное. Это приведёт к движению фишек в обратном направлении и тем самым к начальному состоянию сети.



Рис. 1. Система, состоящая из двух мест: слева – сеть Петри и её дерево достижимости, справа – инвертированная сеть Петри и её дерево достижимости<sup>српн</sup>

Покажем данную операцию на системе, состоящей из двух мест  $P = \{A, B\}$  и одного перехода  $T = \{a\}$  (рис. 1, слева). После чего инвертируем представленную модель (рис. 1, справа). В инвертированной модели система попадает в состояние № 2 (рис. 1, справа), которое является начальной маркировкой системы.

Алгоритм 1. Инверсия простой ординарной сети Петри и вычисление дерева достижимости:

- 1) while  $F \subseteq P \times T \cup T \times P$ ,
- 2) select  $p \rightarrow p'$ ,
- 3)  $F := F \setminus \left\{ \left( \begin{matrix} t \\ p \rightarrow p' \end{matrix} \right) \right\}$ ,
- 4) for all  $(t, p')$  such that  $p \rightarrow p'$  do invert  $p' \rightarrow p$ ,
- 5) return  $(P, T)$ ,
- 6)  $V := \{S_i\}$ ,
- 7)  $W := \{S_i\}$ ,
- 8)  $E := \emptyset$ ,
- 9) while  $W \neq \{S_I\}$  do,
- 10) select any  $s \in W$ ,
- 11)  $W := W \setminus \{s\}$ ,
- 12) for all  $t, s'$  such that  $s \rightarrow s'$  do,
- 13)  $E := E \cup \{(s, t, s')\}$ ,
- 14) if  $s' \notin V$  then,
- 15)  $V := V \cup \{s'\}$ ,
- 16)  $W := W \cup \{s'\}$ ,
- 17) return  $(V, E, W)$ .

<sup>6</sup> Достижимость сети Петри – возможность перехода сети из одного заданного состояния (характеризуемого распределением меток) в другое.

<sup>7</sup> Инверсия – изменение расположения либо ориентации элементов сети Петри в особом порядке, нарушающем обычный (прямой) порядок, с целью изменить движение меток на обратное.

Реализацию инверсии ПОСП с вычислением пространства состояний можно представить в виде последовательности действий (алгоритм 1).

Используя алгоритм, представленный выше, нужно помнить, что прямая инверсия<sup>8</sup> возможна только для ПОСП. При наличии условий у переходов и дуг (простая сеть Петри) стоит ввести определенный набор правил.

Несмотря на усложнение сети Петри (рис. 2, слева), структура которой  $P = \{A, B, C, D, E, F\}$ ,  $T = \{a, b\}$ ,

$m_I = (1, 1, 1, 0, 0, 0)$ ,  $\{A, B\} \left[ a \right] \{B, D, E\}$ ,  $\{B, F\} \left[ b \right] \{B, C\}$ , а

дерево достижимости:  $V = \{m_1, m_2, m_3, m_4\}$ ,  $E = \{(m_1, a, m_3),$

$(m_1, b, m_2), (m_3, b, m_4), (m_2, a, m_4)\}$ , возможна прямая инверсия сети. После чего получаем систему (рис. 2, справа):

$P = \{A, B, C, D, E, F\}$ ,  $T = \{a, b\}$ ,  $m_I = (0, 1, 0, 1, 1, 1)$ ,  $\{B, D, E\} \left[ a \right] \{A, B\}$ ,  $\{C, B\} \left[ b \right] \{B, F\}$ , в которой сохраняется

структура пространстве состояний:  $V_i = \{m_1, m_2, m_3, m_4\}$ ,  $E_i = \{(m_1, a, m_2), (m_1, b, m_3), (m_2, b, m_4), (m_3, a, m_4)\}$ , и присутствует

возможность нахождения начального состояния системы:  $m_I = m_4 = (1, 1, 1, 0, 0, 0)$ .

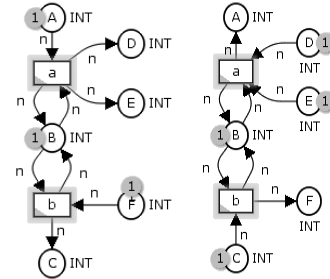


Рис. 2. Небольшая простая сеть Петри (слева), после инвертирования (справа)

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе приводится описание свойства достижимости – одного из основных свойств сетей Петри, которое необходимо для проверки нахождения выбранного состояния во всём пространстве состояний системы. Для доказательства достижимости предлагается применить инверсию системы, которая заключается в изменении ориентации дуг между вершинами сети. Инверсия реализована на примере простой ординарной и простой сетях Петри.

Стоит уточнить, что для простой ординарной сети подходит прямая инверсия. Для простых сетей Петри, в свою очередь, стоит добавить ряд правил, описание которых будет предложено в последующих работах. Проверка предложенных правил будет реализована на сети, которая является классической задачей, а именно «Протокола передачи данных».

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование: пер. с англ. / Дж. Питерсон. – М.: Мир, 1984.
- [2] Westergaard M. Behavioral verification and visualization of formal models of concurrent systems: PhD dissertation / M. Westergaard. – Aarhus: University of Aarhus, 2007.
- [3] Марков А.В. Моделирование процесса поиска пути в лабиринте при помощи сетей Петри / А.В. Марков. // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2010. – № 4(62). – С. 133–141.
- [4] Романников Д.О. Пример применения методики разработки ПО с использованием UML-диаграмм и сетей Петри / Д.О. Романников, А.В. Марков // Научный вестник НГТУ. – 2012. – № 1(67). – С. 175–181.
- [5] Марков А.В. Анализ сетей Петри при помощи деревьев достижимости / А.В. Марков, А.А. Воевода // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2013. – № 1(71). – С. 78–95.
- [6] Марков А.В. Матричное представление сетей Петри / А.В. Марков // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2013. – № 2(71). – С. 61–67.
- [7] Christensen S. A sweep-line method for state space exploration / S. Christensen, L.M. Kristensen, T. Mailund // Springer-Verlag Berlin Heidelberg. – 2001. – P. 450–464.
- [8] Holzmann G.J. An analysis of bitstate hashing / G.J. Holzmann // Symposium on Protocol Specification. – 1995. – № 15. – P. 301–314.

<sup>8</sup> Прямая инверсия – инверсия, при которой происходит только смена ориентации дуг между вершинами сети.

## REFERENCES

- [1] Piterson Dzh. Teorija setej Petri i modelirovanie: per. s angl. M.: Mir, 1984.
- [2] Westergaard M. Behavioral verification and visualization of formal models of concurrent systems: PhD dissertation. M. Westergaard. Aarhus: University of Aarhus, 2007.
- [3] Markov A.V. Modelirovanie processa poiska puti v labirinte pri pomoshhi setej Petri. Sbornik nauchnyh trudov NGTU, 2010, no 4(62), pp. 133–141.
- [4] Romannikov D.O., Markov A.V. Primer primeneniya metodiki razrabotki PO s ispol'zovaniem UML-diagramm i setej Petri. Nauchnyj vestnik NGTU, 2012, no 1(67), pp. 175–181.
- [5] Voevoda A.A., Markov A.V. Analiz setej Petri pri pomoshhi derev'ev dostizhimosti. Sbornik nauchnyh trudov NGTU, 2013, no 1(71), pp. 78–95.
- [6] Markov A.V. Matrichnoe predstavlenie setej Petri. Sbornik nauchnyh trudov NGTU, 2013, no 2(71), pp. 61–67.
- [7] Christensen S., Kristensen L., Mailund T. A sweep-line method for state space exploration. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2001, pp. 450–464.
- [8] Holzmann G.J. An analysis of bitstate hashing. Symposium on Protocol Specification, 1995, no 15 pp. 301–314.

*Марков Александр Владимирович*, магистр техники и технологии, аспирант кафедры автоматки Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – сети Петри. Имеет более 20 публикаций. E-mail: ucit@ucit.ru

*Воевода Александр Александрович*, доктор технических наук, профессор. Основное направление научных исследований – теория автоматического управления, сети Петри. Имеет более 200 публикаций. E-mail: ucit@ucit.ru

**A.V. Markov, A.A. Voevoda**

*Inversion of simple ordinary Petri nets*

In this paper we describe Petri nets, proposed is a mathematical definition of simple ordinary Petri nets, as the most simple form of all possible nets. Methods of analysis are listed as traditional: tree building reachability, matrix representation of the net, report generation space states and non-traditional: sweep-line method, bit-state hashing. Described one of the fundamental properties of Petri nets – reachability. Proved its relevance and the need to confirm this property in certain states.

Reachability proof offered implemented using the inversion system, which is to change the structure and results in the initial marking, indicating that the attainability of the mark, which began inversion. Terms of inversion are shown in a net consisting of two places, one of which contains a single chip, and one transition Implementation of net inversion followed by the construction of tree reachability, are proposed by the proposed algorithm. In conclusion, the main results of the work and its subsequent development: the development of rules for the implementation of the inversion from ordinary Petri nets.

**Key words:** Petri nets, Petri net just any tree reachable state space, accessibility, initial marking, inversion, direct inversion.