

ИНФОРМАТИКА,
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА
И УПРАВЛЕНИЕ

INFORMATICS,
COMPPUTER ENGINEERING
AND MANAGEMENT

УДК 681.5.865.8

DOI: 10.17212/1814-1196-2019-3-33-56

Аналитический синтез исполнительных систем микророботов в условиях неопределенности*

А.Р. ГАЙДУК^{1,а}, С.Г. КАПУСТЯН^{2,б}

¹ 347922, РФ, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44, Институт радиотехнических систем и управления, Южный федеральный университет

² 344006, РФ, г. Ростов-на-Дону, пр. Чехова, 41, Южный научный центр Российской академии наук

^а gaiduk_2003@mail.ru ^б kap56@mail.ru

В последние годы для решения различных задач всё более широко применяются роботы различных типов, в том числе и микророботы. В связи с этим задача разработки систем управления исполнительного уровня микророботов становится весьма актуальной. Особенно остро эта проблема встает в тех случаях, когда порядок и параметры подвижных элементов микророботов – объектов управления – являются априори неопределенными и могут изменяться в процессе эксплуатации. Для управления такими микророботами на исполнительном уровне наиболее целесообразно применять адаптивные системы с идентификацией. Известные методы решения задачи адаптивного управления чаще всего ориентированы на случай, когда порядок объекта известен и не изменяется.

Ниже предлагается новый метод решения задачи синтеза адаптивного управления микророботами в условиях неопределенности, в основе которого лежит марковский метод идентификации и метод аналитического синтеза систем с управлением по выходу и воздействию. Отличительной особенностью марковского метода идентификации является применение марковских параметров не непрерывного объекта, а марковских параметров виртуального дискретно-подобного объекта, являющегося совокупностью дискретных объектов различных порядков. При этом установлены условия разрешимости задачи идентификации микророботов этим методом. Метод аналитического синтеза систем с управлением по выходу и воздействию обеспечивает синтез управлений минимальной сложности за счет согласования полюсов замкнутой системы с нулями и полюсами полного объекта; также обеспечиваются порядки астатизма и прямые показатели качества не хуже заданных. Эти свойства достигаются за счет использования стандартных нормированных передаточных функций. Эффективность предложенного подхода подтверждается результатами компьютерного моделирования.

* Статья получена 15 февраля 2019 г.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 18–58–00051, № 17–29–07054, № 16–29–04194 и № 18–07–00637, а также в рамках реализации Программы фундаментальных исследований РАН по приоритетным направлениям, определяемым Президиумом РАН, № 7 «Новые разработки в перспективных направлениях энергетики, механики и робототехники», № гр. проекта АААА-А18-118020190041-1).

Разработанный подход может применяться для создания в условиях неопределенности как адаптивных исполнительных систем микророботов, так и адаптивных систем управления объектами промышленного, сельскохозяйственного производства, а также для решения специальных задач, в том числе задач управления в социальной сфере.

Ключевые слова: микроробот, объект, идентификация, марковские параметры, система управления, синтез, управление по выходу и воздействиям

ВВЕДЕНИЕ

Роботы, и в частности микророботы, применяются для решения всё более широкого круга задач. При этом происходит непрерывное повышение требований к качеству их систем управления. Решение задачи синтеза этих систем требует наличия математических моделей управляемых элементов роботов. Однако последние часто являются неопределенными из-за изменений свойств как роботов, так и микророботов в процессе эксплуатации, что обуславливает необходимость применения адаптивных систем управления [1–7]. Современные адаптивные системы с моделью или системы прямого адаптивного управления ориентированы на случай, когда изменяются параметры, а порядок неопределенного объекта не изменяется с течением времени [8, 9]. В этом плане более эффективными являются адаптивные системы управления с идентификацией, так как они могут применяться и при изменении порядка микророботов в некоторые моменты времени. Такие, по существу, самоорганизующиеся системы создаются с применением цифровых средств автоматизации и нуждаются в алгоритмическом и программном обеспечении специального типа. Это обеспечение может быть создано с применением только аналитических методов идентификации моделей микророботов и синтеза систем управления ими [7, 10–13].

К настоящему времени разработано достаточно много алгоритмов как идентификации объектов, так и синтеза систем управления [5–16], однако большая часть из них ориентирована, во-первых, на одномерные системы, а во-вторых, на применение «вручную». Кроме того, эти методы часто не учитывают дискретность цифровых методов обработки информации.

Одним из наиболее ранних аналитических методов идентификации, по-видимому, является метод Б. Хо [14]. Этот метод разработан в середине XX века и использует свойства марковских параметров динамических систем. Однако он не получил широкого применения, так как ориентирован на использование импульсных переходных функций, которые являются реакцией объектов на дельта-функции, формирование которых практически невозможно.

Известен также аналитический метод идентификации, который базируется на решении уравнения Винера–Хопфа [15]. Однако в этом методе предполагается применение статистической обработки данных, поэтому процесс идентификации этим методом имеет большую длительность. Эта особенность в значительной степени осложняет его применение в системах микророботов.

Существуют методы идентификации неопределенных объектов, представляющие собой процедуру совместного оценивания переменных состояния и параметров, в основе которых лежит алгоритм обобщенного филь-

тра Калмана–Бьюси [13, 14]. Но и в этом случае, как правило, порядок управляемых объектов предполагается известным. Идентификацию и порядка, и параметров объекта можно осуществить, используя наблюдатель, применяемый в самоорганизующемся оптимальном регуляторе с экстраполяцией (СОРЕ) А.А. Красовского [10]. Однако этот наблюдатель строится на основе цепочек интеграторов различных порядков без обратных связей, что снижает эффективность этого наблюдателя, поскольку реальные объекты, в том числе и микророботы, всегда содержат внутренние обратные связи.

В ряде работ применяется метод активной идентификации на основе специальных номограмм, которые строятся заранее экспериментальным путем [16]. При этом предполагается, что порядки и объекта, и системы не изменяются; заранее известны интервалы изменения параметров системы. Эти факторы существенно сужают область применения данного метода активной идентификации в исполнительных системах микророботов.

При адаптивном управлении с идентификацией математическая модель микроробота, необходимая для создания алгоритма управления, формируется в реальном времени путем подачи на него специальных пробных воздействий и фиксации его реакции [8, 11, 12, 15, 16]. Это приводит к необходимости оперативной обработки большого объема данных и решения значительного числа задач. За короткое время эти задачи могут быть решены только вычислительными средствами с высокой производительностью, что требует разработки специальных методов идентификации и синтеза, ориентированных на цифровую реализацию [10, 17].

В настоящей статье предлагается аналитический метод синтеза адаптивных исполнительных систем управления с идентификацией для микророботов в условиях неопределенности. Идентификацию предлагается проводить с применением марковских параметров, являющихся инвариантами динамических систем [17, 18]. Как известно, для экспериментального определения марковских параметров непрерывных объектов необходимо многократное дифференцирование выходных переменных, что практически невозможно. С целью преодоления этой сложности предлагается определять марковские параметры не непрерывных микророботов, а некоторых виртуальных дискретных объектов. Этим обеспечиваются значительные преимущества предлагаемого подхода, так как марковские параметры указанных дискретных объектов могут быть легко найдены по значениям реакций микророботов на постоянные воздействия без дифференцирования. Эта особенность данного подхода позволяет идентифицировать неопределенные микророботы в автоматическом режиме и в реальном времени. При этом синтез исполнительных систем проводится на основе получаемых моделей с применением принципа управления по выходу и воздействиям [19, 20]. Предлагаемый метод ориентирован на цифровую обработку экспериментальных данных и позволяет распараллелить как идентификацию, так и синтез и значительно уменьшить длительность переходных процессов адаптивных систем управления за счет использования многопроцессорных вычислительных средств [17].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Предположим, некоторый управляемый элемент микроробота (УЭМР) с несколькими каналами вход-выход описывается уравнениями

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = c^T x + d^T u, \quad (1)$$

где $x \in R^n$ – вектор состояния размерности n ; $u \in R^m$ – вектор управлений; $y \in R^1$ – выходная переменная этого элемента; A, B, c, d – числовые матрицы и векторы соответствующих размерностей [3, 17, 19]. Порядок УЭМР n и параметры его модели (1) заранее неизвестны и могут претерпевать скачкообразные изменения, оставаясь затем неизменными в течение достаточно длительного интервала времени. Причем во всех случаях УЭМР (1) является полным, а его порядок $n \leq n_{\max} - 1$, где n_{\max} – заранее известное значение [7, 9]. Выходная управляемая переменная $y = y(t)$ доступна измерению. Пробные воздействия имеют вид: $u_i(t) = u_{i0}1(t)$, $u_j(t) = 0$, $j \neq i$, $i, j = [1, m]$, значения $u_{i0} = \text{const}$ малы и допустимы.

Задача состоит в разработке метода цифровой идентификации текущей модели УЭМР (1) и синтеза адаптивного цифрового регулятора на основе этой модели. Идентификация должна осуществляться по результатам измерения реакции УЭМР на пробные воздействия. Адаптивный цифровой регулятор (АДЦР) должен быть физически реализуемым. Он должен обеспечивать заданные порядки астатизма к внешним воздействиям и прямые показатели качества замкнутой системы управления не хуже заданных [20, 21].

Переходя к решению поставленной задачи, введем вспомогательные определения. Пусть T_n – период дискретизации управляемой переменной $y = y(t)$ при идентификации, а $y_{ik} = y_i(kT_n)$ – дискретные значения отклонения переменной $y(t)$ объекта (1) на пробные воздействия $u_i(t) = u_{i0}1(t)$ при всех $i = [1, m]$ и $x(0) = x_0 = 0$.

2. ДИСКРЕТНО-ПОДОБНЫЙ ОБЪЕКТ

Рассмотрим сначала предлагаемый метод идентификации. Имея в виду цифровую обработку данных, введем виртуальный дискретно-подобный объект, соответствующий УЭМР (1), следующим образом.

Допустим, имеется совокупность систем уравнений различных порядков:

$$\tilde{x}_{k+1} = \tilde{A}\tilde{x}_k + \tilde{B}\tilde{u}_k, \quad \tilde{y}_k = \tilde{c}^T \tilde{x}_k + \tilde{d}^T \tilde{u}_k. \quad (2)$$

Здесь $\tilde{x}_k = [\tilde{x}_{1k} \ \tilde{x}_{2k} \ \dots \ \tilde{x}_{vk}]^T$ и $\tilde{u}_k = [\tilde{u}_{1k} \ \tilde{u}_{2k} \ \dots \ \tilde{u}_{mk}]^T$ – векторы отклонений переменных состояния и дискретных управлений, а \tilde{y}_k – вектор отклонений \tilde{y}_{ik} выходной переменной $y(t)$, $i = [1, m]$, вызванных m -вектором \tilde{u}_k ,

$k = 0, 1, 2, \dots$, от соответствующих значений в установившемся режиме; $\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{c}, \tilde{d}$ – числовые матрицы и векторы соответствующих размерностей виртуальных систем (2), порядок которых $v = [1, n_{\max}]$.

Пусть при $\tilde{x}_0 = 0$ и всех $t = kT_n$ выполняются условия:

$$\tilde{u}_{ik} = u_{i0}, \quad \tilde{y}_{ik} = y_{ik}, \quad i = [1, m], \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

Определение 1. Объект, описываемый системой уравнений (2), называется «дискретно-подобным объектом», соответствующим непрерывному УЭМР (1), если выполняются условия (3).

Подчеркнем, что дискретно-подобный объект (ДПО) (2), соответствующий приведенному определению, как и СОРЭ А.А. Красовского [9], включает n_{\max} систем уравнений (2) различных порядков $v = [1, n_{\max}]$ [16, 17, 20].

Виртуальный объект (2) возникает в результате рассмотрения непрерывного пробного воздействия $u_i(t) = u_{i0}1(t)$ (как последовательности прямоугольных импульсов) длительностью T_n и амплитудой u_{i0} . Поэтому передаточные функции (ПФ) $\tilde{W}_{\tilde{y}\tilde{u}_i}(z, T_n)$ и $W_{yu_i}(s)$ каждого канала $\tilde{u}_i \rightarrow \tilde{y}$ ДПО и $u_i \rightarrow y$ УЭМР связаны в силу условий (3) Z_T -преобразованиями:

$$\tilde{W}_{\tilde{y}\tilde{u}_i}(z, T_n, \tilde{n}_i) = Z_T \{W_{yu_i}(s)\} \quad \text{и} \quad W_{yu_i}(s) = Z_T^{-1} \{\tilde{W}_{\tilde{y}\tilde{u}_i}(z, T_n, \tilde{n}_i)\}, \quad n_i = \tilde{n}_i, \quad (4)$$

где \tilde{n}_i, n_i – степени знаменателей ПФ $\tilde{W}_{\tilde{y}\tilde{u}_i}(z, T_n, \tilde{n}_i)$ и $W_{yu_i}(s)$ соответственно; $i = [1, m]$.

Отметим, что функции «с2d» и «d2с» с расширением «'zoh'» пакета MATLAB осуществляют оба преобразования (4) [22]. Однако при наличии «левых» полюсов у элемента (1) и при некоторых значениях T_n информация о некоторых из этих полюсов теряется при формировании ДПО (2), и поэтому возможность идентификации такого элемента (1) на основе ДПО (2) исключается. В связи с этим вводится следующее определение. Пусть $\tilde{\eta}_0^{\tilde{n}_i}$ – свободный коэффициент знаменателя ПФ $\tilde{W}_{\tilde{y}\tilde{u}_i}(z, T_n, \tilde{n}_i)$, а $\tilde{\Delta}_0$ – погрешность вычислений на используемой ЭЦВМ.

Определение 2. Если период дискретизации $T_n = T_n^\circ$, и ПФ $\tilde{\Theta}_{\tilde{y}\tilde{u}_i}(z, T_n^\circ, v)$ такова, что

$$\tilde{\eta}_0^{\tilde{n}_i} \gg \tilde{\Delta}_0, \quad (5)$$

то ДПО (2) при $T_n = T_n^\circ$ является корректным. В противном случае, т. е. при $\tilde{\eta}_0^{\tilde{n}_i} \ll \tilde{\Delta}_0$, этот ДПО является некорректным [16, 17, 20].

3. МАРКОВСКИЕ ПАРАМЕТРЫ

В случае многомерных дискретных объектов типа (2) вводятся либо $1 \times m$ -матрицы марковских параметров $\tilde{\Pi}^\varsigma = [\tilde{\mu}_1^\varsigma \ \tilde{\mu}_2^\varsigma \ \dots \ \tilde{\mu}_m^\varsigma]$ формулами:

$$\tilde{\Pi}^0 = \tilde{d}^T, \quad \tilde{\Pi}^\varsigma = \tilde{c}^T \tilde{A}^{\varsigma-1} \tilde{B}, \quad \varsigma = 1, 2, \dots, \quad (6)$$

либо марковские параметры $\tilde{\mu}_i^\varsigma$ каждого канала $\tilde{u}_i \rightarrow \tilde{y}$ аналогичными выражениями:

$$\tilde{\mu}_i^0 = \tilde{d}_i, \quad \tilde{\mu}_i^\varsigma = \tilde{c}^T \tilde{A}^{\varsigma-1} \tilde{b}^i, \quad \varsigma = 1, 2, \dots \quad (7)$$

где \tilde{d}_i – элементы вектора-строки \tilde{d}^T ; \tilde{b}^i – столбцы $n \times m$ -матрицы \tilde{B} ; $i = [1, m]$ [17, 18].

Система уравнений (2) является дискретной, поэтому вектор \tilde{y}_k ее выходных переменных определяется выражениями:

$$\tilde{y}_0 = \tilde{c}^T \tilde{x}_0 + \tilde{\Pi}^0 \tilde{u}_0, \quad \tilde{y}_k = \tilde{c}^T \tilde{A}^k \tilde{x}_0 + \sum_{j=0}^k \tilde{\Pi}^{k-j} \tilde{u}_j, \quad k = 1, 2, \dots \quad (8)$$

Из выражений (8) с учетом $\tilde{x}_0 = 0$ и условий (3) выводим соотношения, которые определяют $1 \times m$ -матрицы $\tilde{\Pi}^\varsigma$ марковских параметров:

$$\tilde{\Pi}^0 = \begin{bmatrix} y_{10} & y_{20} & \dots & y_{m0} \\ u_{10} & u_{20} & \dots & u_{m0} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\Pi}^\varsigma = \begin{bmatrix} y_{1\varsigma} & y_{2\varsigma} & \dots & y_{m\varsigma} \\ u_{1\varsigma} & u_{2\varsigma} & \dots & u_{m\varsigma} \end{bmatrix} - \sum_{j=0}^{\varsigma-1} \tilde{\Pi}^j, \quad \varsigma = 1, 2, \dots \quad (9)$$

Марковские параметры $\tilde{\mu}_i^\varsigma$ ДПО (2) определяются аналогичными выражениями:

$$\tilde{\mu}_i^0 = y_{i0} / u_{i0}, \quad \tilde{\mu}_i^\varsigma = y_{i\varsigma} u_{i0}^{-1} - \sum_{j=0}^{\varsigma-1} \tilde{\mu}_i^j, \quad \varsigma = 1, 2, \dots, \quad (10)$$

где $i = [1, m]$.

Соотношения (9), (10) позволяют найти любое число N_μ $1 \times m$ -матриц $\tilde{\Pi}^\varsigma$ или марковских параметров $\tilde{\mu}_i^\varsigma$ каждого канала $\tilde{u}_i \rightarrow \tilde{y}$ виртуальной системы (2), используя экспериментальные дискретные значения отклонений y_{ik} УЭМР и значения u_{i0} , $i = [1, m]$, $k = 0, 1, 2, \dots$.

Подчеркнем, что в соответствии с определением ДПО значения входных и выходных переменных всех виртуальных систем (2) одни и те же, независимо от их порядка $v = [1, n_{\max}]$. Поэтому все векторы $\tilde{\Pi}^\varsigma$ и все марковские

параметры $\tilde{\mu}_i^\varsigma$, $i = [1, m]$, $\varsigma = 0, 1, 2, \dots$ тоже одни и те же для всех n_{\max} виртуальных систем (2), соответствующих непрерывному УЭМР (1).

Передаточная $1 \times m$ -матрица системы (2) v -го порядка [18, 19] определяется выражением:

$$\tilde{W}_{\tilde{y}\tilde{u}}(z, v) = \tilde{A}^{-1}(z, v) \left\{ \tilde{c}^T \operatorname{adj}(zE_v - \tilde{A})\tilde{B} + \tilde{d}^T \tilde{A}(z, v) \right\}, \quad (11)$$

где $\operatorname{adj}(zE_v - \tilde{A})$ – присоединенная матрица, а полином

$$\tilde{A}(z, v) = \det(zE_v - \tilde{A}) = \tilde{\eta}_v^v z^v + \tilde{\eta}_{v-1}^v z^{v-1} + \dots + \tilde{\eta}_1^v z + \tilde{\eta}_0^v, \quad \tilde{\eta}_v^v = 1. \quad (12)$$

Как известно, присоединенная $v \times v$ -матрица определяется выражением [23, с. 88]

$$\begin{aligned} \operatorname{adj}(zE - \tilde{A}) = \\ = \tilde{\eta}_v^v E z^{v-1} + \left(\tilde{\eta}_v^v \tilde{A} + \tilde{\eta}_{v-1}^v E \right) z^{v-2} + \dots + \left(\tilde{\eta}_v^v \tilde{A}^{v-1} + \tilde{\eta}_{v-1}^v \tilde{A}^{v-2} + \dots + \tilde{\eta}_1^v E \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Подставив выражение (13) в (11) и учтя равенства (6), получим

$$\begin{aligned} \tilde{W}_{\tilde{y}\tilde{u}}(z, v) = \tilde{A}^{-1}(z, v) \left\{ \tilde{\eta}_v^v \tilde{\Pi}^0 z^v + \left(\tilde{\eta}_v^v \tilde{\Pi}^1 + \tilde{\eta}_{v-1}^v \tilde{\Pi}^0 \right) z^{v-1} + \right. \\ \left. + \left(\tilde{\eta}_v^v \tilde{\Pi}^2 + \tilde{\eta}_{v-1}^v \tilde{\Pi}^1 + \tilde{\eta}_{v-2}^v \tilde{\Pi}^0 \right) z^{v-2} + \right. \\ \left. + \dots + \left(\tilde{\eta}_v^v \tilde{\Pi}^v + \tilde{\eta}_{v-1}^v \tilde{\Pi}^{v-1} + \tilde{\eta}_{v-2}^v \tilde{\Pi}^{v-2} + \dots + \tilde{\eta}_1^v \tilde{\Pi}^1 + \tilde{\eta}_0^v \tilde{\Pi}^0 \right) \right\}. \end{aligned} \quad (14)$$

Выражение (14) определяет передаточную $1 \times m$ -матрицу многомерной системы (2) v -го порядка. Из этого выражения следует, что $v + 1$ матриц $\tilde{\Pi}^\varsigma$ (6) или марковских параметров $\tilde{\mu}_i^\varsigma$, $\varsigma = \overline{0, v}$ системы (2) и v коэффициентов $\tilde{\eta}_\rho^v$, $\rho = \overline{0, v-1}$ характеристического полинома (12) полностью определяют все передаточные $1 \times m$ -матрицы $\tilde{W}_{\tilde{y}\tilde{u}}(z, T_i, v)$, так как $\tilde{\eta}_v^v = 1$.

Но передаточная $1 \times m$ -матрица $\tilde{W}_{\tilde{y}\tilde{u}}(z, T_i, v)$ (11) может быть разложена в ряд:

$$\begin{aligned} \tilde{W}_{\tilde{y}\tilde{u}}(z, T_i, v) = \\ = \tilde{A}^{-1}(z, v) \left\{ \tilde{G}_v^v z^v + \tilde{G}_{v-1}^v z^{v-1} + \dots + \tilde{G}_1^v z + \tilde{G}_0^v + \tilde{G}_{-1}^v z^{-1} + \tilde{G}_{-2}^v z^{-2} + \dots \right\}, \end{aligned} \quad (15)$$

где $\tilde{G}_\rho^v = [\gamma_{i,\rho}^v]$ – $1 \times m$ -матрицы постоянных коэффициентов. Сравнение выражений (14) и (15) приводит к равенствам:

$$\tilde{G}_{v-\rho}^v = \sum_{\varsigma=0}^{\rho} \tilde{\eta}_{v+\varsigma-\rho}^v \tilde{\Pi}^\varsigma, \quad \rho = 0, 1, 2, \dots, v-1, v, v+1, \dots \quad (16)$$

В частности, матрица $\tilde{G}_0^v = \tilde{\eta}_0^v \tilde{\Pi}^0 + \tilde{\eta}_1^v \tilde{\Pi}^1 + \dots + \tilde{\eta}_{v-1}^v \tilde{\Pi}^{v-1} + \tilde{\eta}_v^v \tilde{\Pi}^v$.

На основе выражений (14) и (15) заключаем, что элементы $\gamma_{i,j}^v$ $1 \times m$ -матриц $\tilde{G}_j^v = [\gamma_{i,j}^v]$ (16) при $j = [0, v]$ и $i = [1, m]$ фактически являются коэффициентами числителей скалярных передаточных функций $\tilde{W}_{\tilde{y}\tilde{u}_i}(z, T_n, v)$ каналов $\tilde{u}_i \rightarrow \tilde{y}$ виртуальных систем (2) порядка v . Эти функции имеют вид

$$\tilde{W}_{\tilde{y}\tilde{u}_i}(z, T_n, v) = \frac{\tilde{\gamma}_{i,0}^v + \tilde{\gamma}_{i,1}^v z + \dots + \tilde{\gamma}_{i,v}^v z^v}{\tilde{\eta}_{i,0}^v + \tilde{\eta}_{i,1}^v z + \dots + \tilde{\eta}_{i,v-1}^v z^{v-1} + z^v}, \quad (17)$$

а сами функции $\tilde{W}_{\tilde{y}\tilde{u}_i}(z, T_n, v)$ являются элементами передаточной $1 \times m$ -матрицы $\tilde{W}_{\tilde{y}\tilde{u}}(z, T_n, v)$ (11). Отметим, что степени полиномов в выражении (17) могут быть меньше v в частных случаях.

В тех случаях, когда передаточная $1 \times m$ -матрица $\tilde{W}_{\tilde{y}\tilde{u}}(z, T_n, v) \neq 0$, то в равенстве (15), как минимум, одна из $1 \times m$ -матриц $\tilde{G}_j^v \neq 0$, $j \in [0, v]$, и все $1 \times m$ -матрицы $\tilde{G}_j^v \equiv 0$ при $j = -1, -2, \dots$. Поэтому из выражений (14), (15) и (17) следует система алгебраических уравнений

$$\begin{bmatrix} \tilde{\Pi}^{\beta+1} & \tilde{\Pi}^{\beta+2} & \dots & \tilde{\Pi}^{\beta+v} \\ \tilde{\Pi}^{\beta+2} & \tilde{\Pi}^{\beta+3} & \dots & \tilde{\Pi}^{\beta+v+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\Pi}^{\beta+v} & \tilde{\Pi}^{\beta+v+1} & \dots & \tilde{\Pi}^{\beta+2v-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\eta}_0^v \\ \tilde{\eta}_1^v \\ \vdots \\ \tilde{\eta}_{v-1}^v \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \tilde{\Pi}^{\beta+v+1} \\ \tilde{\Pi}^{\beta+v+2} \\ \vdots \\ \tilde{\Pi}^{\beta+2v} \end{bmatrix}, \quad \beta \in [0, \beta_{\max}], \quad (18)$$

а также система равенств

$$\tilde{G}_v^v = \tilde{\Pi}^0, \quad \tilde{G}_{v-j}^v = \tilde{\Pi}^j + \sum_{\varsigma=0}^{j-1} \tilde{\eta}_{v+\varsigma}^v \tilde{\Pi}^\varsigma, \quad j = [1, v-1], \quad (19)$$

определяющих $1 \times m$ -матрицы \tilde{G}_j^v .

Порядок идентифицируемого непрерывного УЭМР (1) может быть определен по значению определителя матрицы из системы (18) при различных значениях v и β . Однако размер этой матрицы может быть довольно большим, поэтому вычислить его практически сложно, особенно учитывая

ограниченные возможности микророботов. В связи с этим более целесообразной представляется оценка непосредственно скалярных передаточных функций $\tilde{W}_{\tilde{y}\tilde{u}_i}(z, T_n, v)$ каналов $\tilde{u}_i \rightarrow \tilde{y}$. При этом порядок n УЭМР (1) оценивается по оценкам \hat{n}_i степеней знаменателей ПФ $\tilde{W}_{\tilde{y}\tilde{u}_i}(z, T_n, v)$ ДПО (2). Эти оценки вычисляются по формулам:

$$\hat{n}_i = \max \left\{ v \mid \tilde{\delta}_i^v \neq 0 \right\}, \quad \delta_i^v = \det \tilde{M}_i^{\beta, v}, \quad (20)$$

где

$$\tilde{M}_i^{\beta, v} = \begin{bmatrix} \tilde{\mu}_i^{\beta+1} & \tilde{\mu}_i^{\beta+2} & \dots & \tilde{\mu}_i^{\beta+v} \\ \tilde{\mu}_i^{\beta+2} & \tilde{\mu}_i^{\beta+3} & \dots & \tilde{\mu}_i^{\beta+v+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\mu}_i^{\beta+v} & \tilde{\mu}_i^{\beta+v+1} & \dots & \tilde{\mu}_i^{\beta+2v-1} \end{bmatrix}, \quad v = [1, m_{\max}], \quad \beta \in [0, \beta_{\max}]. \quad (21)$$

Учитывая ограниченные возможности вычислительных средств микророботов оценки коэффициентов знаменателя передаточной функции $\tilde{W}_{\tilde{y}\tilde{u}_i}(z, T_n, v)$ (17) при $v = \hat{n}_i$, ДПО целесообразнее вычислять не по (18), а по вытекающим из этого сложного матричного выражения формулам:

$$\tilde{\eta}_i^{\hat{n}_i} = - \left(\tilde{M}_i^{\beta, \hat{n}_i} \right)^{-1} \tilde{\Upsilon}_i^{\beta, \hat{n}_i}, \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{\eta}_i^{\hat{n}_i} &= \begin{bmatrix} \tilde{\eta}_{i,0}^{\hat{n}_i} & \tilde{\eta}_{i,1}^{\hat{n}_i} & \dots & \tilde{\eta}_{i,\hat{n}_i-1}^{\hat{n}_i} \end{bmatrix}^T; \\ \tilde{\Upsilon}_i^{\beta, \hat{n}_i} &= \begin{bmatrix} \tilde{\mu}_i^{\beta+\hat{n}_i+1} & \tilde{\mu}_i^{\beta+\hat{n}_i+2} & \dots & \tilde{\mu}_i^{\beta+\hat{n}_i+\hat{n}_i} \end{bmatrix}^T. \end{aligned} \quad (23)$$

По той же причине оценки коэффициентов $\tilde{\gamma}_{i,\rho}^v$ числителя передаточной функции ДПО (17) при $v = \hat{n}_i$ вычисляются по формулам:

$$\tilde{\gamma}_{i,j}^{\hat{n}_i} = \tilde{\mu}_i^{\hat{n}_i-j} + \sum_{\varsigma=0}^{\hat{n}_i-1-j} \tilde{\mu}_i^{\varsigma} \tilde{\eta}_i^{j+\varsigma}, \quad \rho = \overline{0, \hat{n}_i-1}, \quad \hat{\gamma}_{i,\hat{n}_i}^{\hat{n}_i} = \tilde{\mu}_i^0. \quad (24)$$

В выражениях (18)–(24) $i = [1, m]$, а β может принимать любое значение из интервала $[0, \beta_{\max}]$. После определения численных значений коэффициентов $\tilde{\eta}_{i,\rho}^{\hat{n}_i}$ и $\tilde{\gamma}_{i,j}^{\hat{n}_i}$ они подставляются в выражение (17) при $v = \hat{n}_i$, а полученная передаточная функция $\tilde{W}_{\tilde{y}\tilde{u}_i}(z, T_n, \hat{n}_i)$ подвергается обратному Z_T -преобразованию. В результате получается искомая передаточная функция $\hat{W}_{yu_i}(s) =$

$= \hat{B}_i(s) / \hat{A}_i(s)$ канала $u_i \rightarrow y$ УЭМР. Затем описанные операции повторяются для остальных его каналов.

Матрицы $\tilde{M}_i^{\beta, \nu}$ (21) можно представить с учетом (6) следующим образом:

$$\tilde{M}_i^{\beta, \nu} = \begin{bmatrix} \tilde{c}^T \\ \tilde{c}^T \tilde{A} \\ \vdots \\ \tilde{c}^T \tilde{A}^{\nu-1} \end{bmatrix} \tilde{A}^\beta \begin{bmatrix} b^i & \tilde{A}b^i & \dots & \tilde{A}^{\nu-1}b^i \end{bmatrix}, \quad i = [1, m]. \quad (25)$$

Из выражений (20) и (25) следует, что если $\beta = 0, 1, 2, \dots$ и $\det \tilde{M}_i^{\beta, \nu}$ при некотором ν^* не равен нулю, а при $\nu = \nu^* + 1$ равен нулю, то полная часть канала $\tilde{y}_i \rightarrow \tilde{y}$ ДПО имеет порядок $\tilde{n}_i = \nu^*$. Причем определитель матрицы $\tilde{M}_i^{\beta, \nu}$ пропорционален $\det \tilde{A}$, если $\beta \neq 0$, поэтому равенство (22) применимо при этом условии, если только $\det \tilde{A} \neq 0$. Это неравенство соответствует, очевидно, условию корректности ДПО (5) по отношению к идентифицируемому УЭМР (1), так как оно выполняется только при соответствующем значении периода дискретизации T_n° его выходных переменных.

Отдельные каналы даже полных многомерных УЭМР типа (1) или ДПО типа (2) могут быть неполными [7, 19, 24]. Поэтому в общем случае оценку \hat{n} порядка идентифицируемого полного УЭМР целесообразно определять по степени его характеристического полинома, пользуясь следующими соотношениями:

$$\hat{A}(s) = \text{НОК} \{ \hat{A}_i(s) \}_{i=[1, m]}, \quad \hat{n} = \deg \hat{A}(s), \quad (26)$$

где $\hat{A}_i(s)$ — знаменатели полученных по выражению (4) оценок $\hat{W}_{yu_i}(s) = \hat{B}_i(s) / \hat{A}_i(s)$. Тогда оценку искомой передаточной $1 \times m$ -матрицы $W_{yu}(s)$ неопределенного УЭМР (1) можно оценить, пользуясь выражением

$$\hat{W}_{yu}(s) = \hat{A}^{-1}(s) [\hat{B}_1(s) \hat{Q}_1(s) \dots \hat{B}_m(s) \hat{Q}_{1m}(s)], \quad (27)$$

где $\hat{Q}_{yu_i}(s) = \hat{A}(s) / \hat{A}_i(s)$, $i = [1, m]$.

Порядок применения к неопределенному УЭМР марковского алгоритма идентификации, вытекающего из приведенных выражений, будет показан ниже на численном примере. Этот алгоритм позволяет идентифицировать как одноканальные, так и многоканальные УЭМР и другие объекты, причем идентификацию отдельных каналов многомерных объектов можно осуществлять параллельно. Только выражения (26) и (27) реализуются совместно. Распараллеливание процесса идентификации позволяет значительно сократить его длительность за счет применения вычислительных средств, ориентированных на параллельную обработку информации.

Адаптивную систему управления многомерным неопределенным УЭМР с числом управлений, равным числу управляемых переменных, целесообразно синтезировать с применением декомпозирующего управления. Это управление позволяет создавать адаптивные регуляторы сепаратных каналов $u_i \rightarrow y_i$, $i = [1, m]$ как для одномерных, так и для многомерных объектов, но с учетом требуемых влияний на y_i других управлений u_j , $j \neq i$ [24]. В связи с этим метод аналитического синтеза систем с управлением по выходу и воздействиям (АССУВВ) [5, 19, 20] для наглядности излагается здесь применительно к двухканальному УЭМР с одной управляемой переменной.

4. ЗАДАЧА СИНТЕЗА АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Предположим, в результате идентификации некоторого УЭМР изложенным выше методом получена передаточная 1×2 -матрица $W_{yu}(s)$ типа (27). Эта матрица была подвергнута прямому Z_T -преобразованию (4) при $T = T_y \gg T_{\text{и}}$, в результате чего получено уравнение

$$\bar{A}(z)y(z) = \bar{B}(z)u(z) + \bar{F}(z)f(z), \quad (28)$$

где $y(z)$, $u(z)$ и $f(z)$ – z -изображения управляемой переменной, управления и внешнего неизмеряемого возмущения микроробота; $\bar{A}(z)$, $\bar{B}(z)$, $\bar{F}(z)$ – некоторые полиномы с известными значениями коэффициентов, причем полиномы $\bar{A}(z)$ и $\bar{B}(z)$ не имеют общих множителей.

Метод АССУВВ ориентирован на применение принципа «управления по выходу и воздействиям», поэтому уравнение адаптивного цифрового регулятора (АдЦР) для УЭМР (28) имеет вид

$$R(z)u(z) = Q(z)g(z) - L(z)y(z), \quad (29)$$

где $g(z)$ – z -изображение задающего воздействия; $R(z)$, $Q(z)$, $L(z)$ – искомые полиномы. Как видно, выход и задающее воздействие УЭМР подаются на АдЦР (29) в соответствии с принятым принципом управления, а возмущение f не подается, так как не измеряется. Величина

$$\mu_{\text{цр}} = \min \{r - q, r - l\}, \quad (30)$$

где $r = \deg R(z)$, $q = \deg Q(z)$, $l = \deg L(z)$, называется относительным порядком АдЦР [20]. Полиномы $R(z)$, $Q(z)$, $L(z)$ должны удовлетворять условию физической реализуемости

$$\mu_{\text{цр}} \geq \mu_{\text{цр}}^*, \quad (31)$$

где $\mu_{\text{цр}}^*$ – допустимое значение $\mu_{\text{цр}}$. Обычно $\mu_{\text{цр}}^* = 1$ или $\mu_{\text{цр}}^* = \tau_{\text{зап}} / T_y$, где $\tau_{\text{зап}}$ – суммарное запаздывание по времени в измерительной системе и в цифровом регуляторе.

Замкнутая система (28), (29) должна иметь заданные порядки астатизма ζ_g^* и ζ_f^* по задающему воздействию g и по возмущению f ; длительность переходного процесса не более $t_{\text{пп}}^*$, с; перерегулирование не более σ^* , %, и степень устойчивости не хуже $\beta^* < 1$ [20, 21].

5. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА

Условие на степень устойчивости синтезируемой системы

$$\beta_{\text{сис}} = \left(1 - \max_j |z_j| \right) > \beta^*, \quad (32)$$

где z_j – корни ее характеристического полинома, определяет на комплексной плоскости область Ω – допустимого расположения корней этого полинома. Полином $\bar{A}(z)$ из уравнения УЭМР (28) факторизуется относительно границы области Ω : $\bar{A}(z) = \bar{A}_{\Omega}(z)\bar{A}_{\bar{\Omega}}(z)$, где полином $\bar{A}_{\Omega}(z)$ включает все корни полинома $\bar{A}(z)$, удовлетворяющие условию (32), а $\bar{A}_{\bar{\Omega}}(z) = \bar{A}(z) / \bar{A}_{\Omega}(z)$, причем $\det \bar{A}(z) = n_{\bar{A}}$, $\det \bar{A}_{\Omega}(z) = n_{\Omega}$, а $\det \bar{A}_{\bar{\Omega}}(z) = n_{\bar{\Omega}}$.

Пусть в уравнении (28) $\bar{B}(z)$ является числом или полиномом степени ϑ , все корни которого удовлетворяют условию (32), т. е. $\bar{B}(z) = \beta_{\vartheta}$ или $\bar{B}(z) = \beta_{\vartheta} \prod_{j=1}^{\vartheta} (z - z_j^{\bar{B}})$. Другими словами, $\bar{B}(z) = \bar{B}_{\Omega}(z)$. В этом случае характеристический полином синтезируемой системы берется в виде $D(z) = \bar{A}_{\Omega}(z)B_0(z)\tilde{D}(z)$, где $B_0(z) = \beta_{\vartheta}^{-1}\bar{B}(z)$, а $\tilde{D}(z)$ – некоторый полином, причем $\tilde{D}(z) = \tilde{D}_{\Omega}(z)$ [20].

В общем случае полиномы $\bar{A}(z)$ и $\bar{F}(z)$ из (28) могут иметь вид $\bar{A}(z) = (z-1)^{n_{\bar{A}}} A_1(z)$, $\bar{F}(z) = (z-1)^{n_{\bar{F}}} F_1(z)$, где $A_1(1) \neq 0$, $F_1(1) \neq 0$. В этом случае дискретная система (28), (29) имеет требуемые порядки астатизма, если

$$\bar{\nu} = \max \left\{ \zeta_g^* - n_{\bar{A}}; \zeta_f^* - n_{\bar{F}}; 0 \right\} \quad (33)$$

сумматоров имеются в алгоритме АдЦР. С целью учета условия (33) и согласования полюсов системы с нулями и полюсами УЭМР (28) полиномы $R(z)$ и $L(z)$ выбираются в виде

$$R(z) = B_0(z)(z-1)^{\bar{\nu}} \tilde{R}(z), \quad L(z) = \tilde{A}_{\Omega}(z)\tilde{L}(z), \quad (34)$$

где $\tilde{R}(z)$, $\tilde{L}(z)$ – неопределенные полиномы степеней $\tilde{r} = r - \vartheta - \bar{\nu}$ и $\tilde{l} = r - \mu_{\text{цр}} - n_{\Omega}$.

С учетом равенств (29) и (34) характеристический полином $D(z)$ адаптивной системы управления УЭМР (28) определяется выражением

$$D(z) = \bar{A}_{\Omega}(z)B_0(z)\tilde{D}(z) = \bar{A}(z)B_0(z)(z-1)^{\bar{v}}\tilde{R}(z) + \beta_9 B_0(z)\bar{A}_{\Omega}(z)\tilde{L}(z). \quad (35)$$

Из равенства (35) вытекает расчетное полиномиальное уравнение

$$\tilde{D}(z) = \bar{A}_{\Omega}(z)(z-1)^{\bar{v}}\tilde{R}(z) + \beta_9 \tilde{L}(z), \quad (36)$$

минимальное решение которого с учетом условия (31) определяется следующей системой алгебраических уравнений:

$$\begin{bmatrix} \beta_9 & 0 & 0 & \eta_0 & 0 & \dots \\ 0 & \beta_9 & 0 & \eta_1 & \eta_0 & \dots \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots & \eta_1 & \ddots \\ \vdots & 0 & \ddots & \eta_{\tilde{n}} & \vdots & \ddots \\ 0 & \vdots & \ddots & 0 & \eta_{\tilde{n}} & \ddots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \vdots \\ \lambda_{\tilde{l}} \\ \rho_0 \\ \vdots \\ \rho_{\tilde{r}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_0 \\ \delta_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \delta_{n_{\tilde{D}}-1} \\ \delta_{n_{\tilde{D}}} \end{bmatrix}. \quad (37)$$

Матрица системы (37) имеет $\tilde{l} + 1$ столбцов, составленных из коэффициента h_9 , и $\tilde{r} + 1$ столбцов, составленных из коэффициентов η_p полинома

$$H(z) = (z-1)^{\bar{v}}\bar{A}_{\Omega}(z) = \sum_{p=0}^{\tilde{n}} \eta_p z^p.$$

Согласно уравнению (36) $\deg \tilde{D}(z) = n_{\tilde{D}} = \bar{v} + n_{\Omega} + \tilde{r}$, поэтому система (37) включает $N_y = n_{\tilde{D}} + 1$ уравнений и $N_k = \tilde{r} + 1 + \tilde{l} + 1$ неизвестных коэффициентов, т. е.

$$N_y = n_{\tilde{D}} + 1 = n_{\Omega} + \bar{v} + \tilde{r} + 1, \quad N_k = \tilde{r} + \tilde{l} + 2 = 2r - 9 - \bar{v} - \mu_{\text{цр}}^* - n_{\Omega} + 2.$$

Так как полиномы $\bar{A}(z)$ и $\bar{B}(z)$ не имеют общих множителей, то система (37) будет иметь единственное решение, если $N_k = N_y$, т. е. если

$$\begin{aligned} r &= n_{\bar{A}} + \bar{v} + \mu_{\text{цр}}^* - 1, & \tilde{r} &= n_{\bar{A}} + \mu_{\text{цр}}^* - 9 - 1, & \tilde{n} &= n_{\Omega} + \bar{v}, \\ \tilde{l} &= n_{\Omega} + \bar{v} - 1, & n_{\tilde{D}} &= n_{\bar{A}} + n_{\Omega} + \mu_{\text{цр}}^* + \bar{v} - 9 - 1. \end{aligned} \quad (38)$$

Коэффициенты полинома $\tilde{D}(z)$ степени $n_{\tilde{D}}$ из (36), (37) назначаются с использованием стандартных нормированных передаточных функций (СНПФ) [20, с. 258–260]. С этой целью коэффициенты некоторых СНПФ $V_{yg}(s)$ непрерывных систем хранятся в памяти микропроцессора АдЦР.

Как известно, функции $V(z)$, полученные в результате преобразования $Z_T\{V(s)\}$ (4), обычно имеют относительную степень $\mu_{V,z}$ равную нулю или единице. Поэтому степень знаменателя вспомогательной ПФ $V(s)$ берется равной $n_V = n_{\tilde{D}} - \mu_{\text{доп}}$, где $\mu_{\text{доп}} = \max\{\mu_{\text{оу}} + \mu_{\text{цр}}^* - \mu_{V,z}; 0\}$; $\mu_{\text{оу}} = n_{\bar{A}} - 9 -$

относительный порядок УЭМР (28). Коэффициенты Δ_p и величина $t_{p, \text{таб}}$ подходящей СНПФ $V(s)$ выбираются из памяти микропроцессора по значениям ζ_g^* , $n_{\text{таб}} = n_V$ и $\sigma < \sigma^*$, %. Затем коэффициенты знаменателя этой вспомогательной ПФ $V(s)$ вычисляются по формуле

$$\tilde{\delta}_j = \Delta_j \omega_r^{n_V - j}, \quad j = [n_V, 0], \quad (39)$$

где коэффициент $\omega_r = t_{\text{таб}} / (t_{\text{пп}}^* - T_y)$. В случае астатизма первого порядка передаточная функция имеет вид $V(s) = \tilde{\delta}_0 / (s^{n_V} + \tilde{\delta}_{n-1}s^{n_V-1} + \dots + \tilde{\delta}_1 s + \tilde{\delta}_0)$; она подвергается Z_T преобразованию (4) при $T = T_y$, что дает функцию $V(z) = \zeta_0(z) / \zeta(z)$. Подчеркнем: преобразование $V(s) \rightarrow V(z)$ (4) удобно выполнять с помощью функции «с2d» пакета MATLAB [22].

Далее находятся полиномы $\tilde{D}(z) = z^{\mu_{\text{доп}}} \zeta(z) = \delta_{n_{\tilde{D}}} z^{n_{\tilde{D}}} + \delta_{n_{\tilde{D}}-1} z^{n_{\tilde{D}}-1} \dots + \delta_1 z + \delta_0$ и $H(z) = (z-1)^{\bar{v}} \bar{A}_{\bar{\Omega}}(z) = \eta_{\bar{n}} z^{\bar{n}} + \dots + \eta_0$; их коэффициенты δ_j , η_j , а также β_g подставляются в систему (37); ее решение позволяет записать полиномы

$$\tilde{R}(z) = \sum_{j=0}^{\tilde{r}} \rho_j z^j \quad \text{и} \quad \tilde{L}(z) = \sum_{j=0}^{\tilde{l}} \lambda_j z^j. \quad (40)$$

Затем полиномы $R(z)$ и $L(z)$ записываются по формулам (34), а полином $Q(z)$ из уравнения АдЦР (29) определяется по формуле

$$Q(z) = h_g^{-1} \bar{A}_{\bar{\Omega}}(z) \zeta_0(z). \quad (41)$$

Найденные полиномы $\Delta(z)$, $Q(z)$ и $\Lambda(z)$ подставляются в уравнение (29), в результате чего находится уравнение искомого АдЦР для идентифицированного УЭМР. Корректность расчетов проверяется с помощью полиномов

$$D_1(z) = H_0(z) \bar{P}_{\bar{\Omega}}(z) \tilde{D}(z), \quad D_2(z) = \bar{P}(z) \Delta(z) + \bar{H}(z) \Lambda(z). \quad (42)$$

Результаты являются корректными, если коэффициенты при одинаковых степенях z этих полиномов являются близкими друг к другу.

В некоторых случаях при $\zeta_g^* = \zeta_f^* \geq 1$ полином $R(z) = (z-1)^{\bar{v}} R_1(z)$. В этом случае уравнение АдЦР (29) записывается в виде

$$R_1(z) \xi(z) = Q(z) g(z) - L(z) y(z), \quad (z-1)^{\bar{v}} u(z) = \xi(z), \quad (43)$$

где $\xi(z)$ – z -изображение вспомогательной переменной ξ_k . Алгоритм работы микроконтроллера по вычислению значений управляющего воздействия u_k , $k = 0, 1, 2, \dots$, формируется путем перехода в уравнениях (43) к оригиналам u_k , $u_{k-\bar{v}}$, $\xi_{k-\bar{v}}$, $g_{k-\bar{v}}$, $y_{k-\bar{v}}$.

Приведенные выражения (28)–(43) являются соотношениями аналитического алгоритма синтеза АдЦР для каждого канала $g_i \rightarrow y$ УЭМР (1). Для автоматической реализации этого алгоритма параметры необходимых СНПФ должны храниться в памяти микропроцессора АдЦР. Необходимые перекрестные связи между различными каналами УЭМР могут быть обеспечены, как показано в работе [24].

Покажем работоспособность предложенных алгоритмов на численном примере.

5. ПРИМЕР

Пусть в результате изучения некоторого неопределенного УЭМР установлено, что порядок его модели не превышает 4, т. е. $n_{\max} = 4$; он имеет один выход $y(t)$ и два входа: u_1 по управлению $u(t)$ и u_2 по возмущению $f(t)$. Если $\beta_{\max} = 2$, то $N_{\mu} = 2n_{\max} + \beta_{\max} = 10$; если $T_{\text{и}} = 1$ с, то время измерения $t_{\text{и}} = N_{\mu}T_{\text{и}} = 10$ с; допустимые значения пробных управлений $u_{10} = u_{20} = 3$; $\tilde{\Delta}_0 = 0,01$; величина $\xi_T = 10$.

Предлагаемый алгоритм идентификации и синтеза адаптивной системы управления включает следующие пункты.

П. 1. Пробное воздействие $u_1(t) = 3 \cdot 1(t)$ при $u_2(t) = 0$ подается на объект, который находится в установившемся режиме, несколько раз. Отклонения выходной переменной $y(t)$ измеряется с периодом $T_{\text{и}} = 1$ с, полученные значения усредняются. Усредненные значения $y(k) = y_{1k}$ при $u(t) = u_1(t)$ и значения марковских параметров $\tilde{\mu}_1^{\zeta}$, $\zeta = k$, вычисленные по выражениям (10), приведены в табл. 1. Там же приведены значения $y_2(k) = y_{2k}$ и $\tilde{\mu}_2^{\zeta}$, найденные при $u_2(t) = 3 \cdot 1(t)$ и $u_1(t) = 0$.

Таблица 1

Table 1

Отсчеты выходных переменных и марковские параметры, $T_{\text{и}} = 1$ с

Samples of output variables and Markov parameters, $T_{\text{и}} = 1$ s

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_{1k}	0	0,2017	0,3784	0,6547	1,0525	1,5988	2,3264	3,2755	4,4951	6,0452	7,9988
y_{2k}	4,2	5,2091	5,8091	6,4091	7,0091	7,6091	8,2091	8,8091	9,4091	10,209	10,609
$\tilde{\mu}_1^k$	0	0,0672	0,0589	0,0921	0,1326	0,1821	0,2425	0,3164	0,4065	0,5167	0,6512
$\tilde{\mu}_2^k$	1,4	0,3364	0,2000	0,2000	0,2000	0,2000	0,2000	0,2000	0,2000	0,2000	0,2000

П. 2. При $\tilde{\mu}_1^v = \tilde{\mu}_1^k$; $\beta = 0$, $v = 1, 2, 3, 4$ вычисляются определители матрицы $\tilde{M}_1^{\beta, v}$ по (21). Это дает $\det \tilde{M}_1^{0,1} = 0,0672$, $\det \tilde{M}_1^{0,2} = 0,0027$,

$\det \tilde{M}_1^{0,3} = -2,8868 \cdot 10^{-5}$, $\det \tilde{M}_1^{0,4} = -8,6722 \cdot 10^{-9} \approx 0$. Отсюда из формул (20) следует, что $\hat{n}_1 = 3$. **П. 3.** При $i=1$, $\hat{n}_1 = 3$, $\beta = 0$ по (22) и (23) вычисляется вектор $\tilde{\eta}_1^3 = [-3,4072 \cdot 10^{-10} \ 1,2214 \ -2,2214]^T$. Так как значение $|\tilde{\eta}_{1,0}^3| = 3,4072 \cdot 10^{-10} \ll \tilde{\Delta}_0 = 0,01$, то условие (5) не выполняется, поэтому ДПО (2) при $T = 1$ с является некорректным, в связи с чем выполняется переход на п. 7. **П. 7.** По формуле $T_n = T_n / \xi_T = 0,1$ с; переход на п. 1. **П. 1.** Так как время однократного измерения реакции УЭМР теперь $t_n = 10T_n = 1$ с, то принимаются $u_{10} = 15$, а $u_{20} = 0,5$. Повтор действий, описанных выше, дает новые округленные значения, приведенные в табл. 2.

Таблица 2

Table 2

Отсчеты выходных переменных и марковские параметры $T_n = 0,1$ с

Samples of output variables and Markov parameters, $T_n = 0,1$ s

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_{1k}	0	0,5045	0,5918	0,6360	0,6785	0,7241	0,7733	0,8262	0,8830	0,9436	1,0083
y_{2k}	0,7	0,7706	0,7873	0,7981	0,8082	0,8182	0,8282	0,8382	0,8482	0,8582	0,8682
$100 \cdot \tilde{\mu}_1^k$	0	3,3632	0,5821	0,2946	0,2837	0,1821	0,2425	0,3164	0,4065	0,5167	0,6512
$\tilde{\mu}_2^k$	1,4	0,1413	0,0334	0,0215	0,0202	0,0200	0,0200	0,0200	0,0200	0,0200	0,0200

П. 2. Определители матрицы $\tilde{M}_1^{\beta, \nu}$ теперь вычисляются по выражению (21) и данным табл. 2 при $\tilde{\mu}_1^5 = \tilde{\mu}_1^k$; $\beta = 0$, $\nu = 1, 2, 3, 4$. Это дает: $\det \tilde{M}_1^{0,1} = 0,0336$, $\det \tilde{M}_1^{0,2} = 6,5177 \cdot 10^{-5}$, $\det \tilde{M}_1^{0,3} = -8,5611 \cdot 10^{-10}$, $\det \tilde{M}_1^{0,4} = -2,7667 \cdot 10^{-26}$. Отсюда из формул (20) также следует, что $\hat{n}_1 = 3$.

П. 3. Вектор $\tilde{\eta}_1^3 = [-0,113 \ 1,244 \ -2,131]^T$ вычисляется по выражениям (23) при $i=1$, $\hat{n}_1 = 3$, $\beta = 0$. Значение $|\tilde{\eta}_{1,0}^3| = 0,113 > \tilde{\Delta}_0 = 0,01$, т. е. условие (5) выполняется, и соответствующий ДПО (2) при $T_n = 0,1$ с является корректным; переход на п. 4. **П. 4.** вычисляются по выражению (24) оценки коэффициентов: $\tilde{\gamma}_{1,0}^3 = 0,0324$, $\tilde{\gamma}_{1,1}^3 = -0,0658$, $\tilde{\gamma}_{1,2}^3 = 0,0336$, $\tilde{\gamma}_{1,3}^3 = 0$. Следовательно, по (17) оценка передаточной функции $\tilde{W}_1(z, T_n, \hat{n}_1)$ имеет вид

$$\tilde{W}_1(z; 0,1; 3) = \frac{0,0336z^2 - 0,0658z + 0,0324}{z^3 - 2,131z^2 + 1,244z - 0,113}.$$

П. 5. ПФ $\tilde{W}_1(z, 0, 1; 3)$ подвергается преобразованию Z_T^{-1} , используя функцию «d2c» из MATLAB с расширением «'zoh'» при $T = 0,1$ с. Для наглядности приведем соответствующие команды:

```
bz1 = [0.0336 -0.0658 0.0324];
dz1 = [1 -2.131 1.244 -0.113];
sysd11= tf(bz1,dz1,0.1);
sysc1 = d2c(sysd1,'zoh') Enter
```

По данным MATLAB записывается оценка

$$\hat{W}_1(s) = \frac{0,8s^2 + 0,3s + 0,4}{s^3 + 21,8s^2 - 4,4s + 3,54 \cdot 10^{-10}}. \quad (44)$$

П. 6. Аналогично выполняются шаги 2–5 при $T = 0,1$ с, $i = 2$ и данным табл. 2, что дает оценку

$$\hat{W}_2(s) = \frac{1,4s^2 - 27,03s - 7,8}{s^2 + 22s + 3,908 \cdot 10^{-13}}, \quad (45)$$

переход на п. 8.

П. 8. Оценки характеристического полинома $A(s)$, порядка n и передаточной матрицы $W(s)$ идентифицированного УЭМП определяются по формулам (26) и (27) при очевидных условиях $\hat{\eta}_{1,0}^3 = \hat{\eta}_{2,0}^3 = 0$ в выражениях (44) и (45):

$$\begin{aligned} \hat{A}(s) &= s^3 + 21,8s^2 - 4,4s, \quad \hat{n} = 3, \quad \text{а} \quad \hat{Q}_1(s) = s - 0,2; \\ W(s) &= \begin{bmatrix} \frac{0,8s^2 + 0,3s + 0,4}{s^3 + 21,8s^2 - 4,4s} & \frac{1,4s^3 - 27,31s^2 - 2,394s + 1,56}{s^3 + 21,8s^2 - 4,4s} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (46)$$

Синтез адаптивного регулятора. Найти разностные уравнения АдЦР (29) с периодом $T_y = 0,6$ с и $\mu_{цр}^* = 1$ для УЭМП (46). Система управления должна иметь $\zeta_g^* = \zeta_f^* = 1$, $\beta^* = 0,32$; длительность переходного процесса не более $t_{пп}^* = 5,6$ с; перерегулирование не более $\sigma^* = 5\%$; переменные y_k и g_k измеряются.

П. 9. Результат идентификации – текущая ПМ (46) объекта подвергается Z_T -преобразованию с помощью функции «c2d» MATLAB при $T_y = 0,6$, что дает

$$W(z) = \begin{bmatrix} \frac{0,05155z^2 - 0,08458z + 0,03998}{z^3 - 2,128z^2 + 1,128z - 2,087 \cdot 10^{-6}} \\ \frac{1,4z^3 - 5,804z^2 + 7,376z - 2,946}{z^3 - 2,128z^2 + 1,128z - 2,087 \cdot 10^{-6}} \end{bmatrix}^T. \quad (47)$$

В (47) малый коэффициент $-2,087 \cdot 10^{-6}$ заменяется нулем, и записываются полиномы уравнения (28):

$$\begin{aligned}\bar{A}(z) &= z^3 - 2,128z^2 + 1,128z, \quad \bar{B}(z) = 0,05155(z^2 - 1,6407z + 0,7756), \\ \bar{F}(z) &= 1,4z^3 - 5,804z^2 + 7,376z - 2,946.\end{aligned}\quad (48)$$

П. 10. В данном случае $|z_{1,2}^{\bar{B}}| = 0,6016$, $z_1^{\bar{A}} = 0$, $z_2^{\bar{A}} = 1,128$, $z_3^{\bar{A}} = 1,0$, $\bar{F}(1) \neq 0$, т. е. $n_{\bar{A}} = 3$, $n_{\Omega} = 1$, $n_{\bar{\Omega}} = 2$, $n_{\bar{F}} = 0$; $\vartheta = 2$, $\beta_g = 0,05155$, $\mu_{oy} = 3 - 2 = 1$; корни $z_i^{\bar{B}}$ условию (32) удовлетворяют; полином $\bar{A}(z)$ факторизуется, что дает $\bar{A}_{\Omega}(z) = z$, $\bar{A}_{\bar{\Omega}}(z) = z^2 - 2,128z + 1,128$, $n_{\bar{\Omega}} = 2$; $\bar{v} = \max\{1-1; 1-0; 0\} = 1$. Вычисления по формулам (38) и последующим дают: $r = 3 + 1 + 1 - 1 = 4$, $\tilde{r} = 3 + 1 - 2 - 1 = 1$, $\tilde{n} = 2 + 1 = 3$, $\tilde{l} = 2 + 1 - 1 = 2$, $n_{\bar{D}} = 3 + 2 + 1 + 1 - 2 - 1 = 4$. Пусть $\mu_{V,z} = 1$, тогда $\mu_{доп} = 1 + 1 - 1 = 1$, $n_V = 4 - 1 = 3$.

П. 11. Коэффициенты Δ_j и величина $t_{p,таб}$ выбираются из памяти микропроцессора по значениям $\zeta_g^* = 1$, $n_{таб} = n_V = 3$ и $\sigma \% = 0 \% < 5 \%$: $\Delta_0 = 1$, $\Delta_1 = 3$, $\Delta_2 = 3$, $\Delta_3 = 1$, $t_{p,таб} = 6,31$ с. Коэффициент $\omega_r = 6,31 / (5,6 - 0,6) \approx 1,262$, а коэффициенты $\tilde{\delta}_j$ вычисляются по (39): $\tilde{\delta}_3 = 1$, $\tilde{\delta}_2 = 3 \cdot 1,292 = 3,786$, $\tilde{\delta}_1 = 3 \cdot 1,292^2 = 4,7779$; $\tilde{\delta}_0 = 1 \cdot 1,292^3 = 2,0099$. Составленная по этим коэффициентам вспомогательная ПФ $V(s) = 2,0099 / (s^3 + 3,786s^2 + 4,7779s + 2,0099)$ подвергается Z_T преобразованию (4) при $T_y = 0,6$ с, что дает полиномы $\zeta_0(z) = 0,04147z^2 + 0,09497z + 0,01331$ и $\zeta(z) = z^3 - 1,40695z^2 + 0,6598z - 0,1031$. Коэффициенты знаменателя округлены по условию астатизма первого порядка [20, с. 151], причем $|z_j^{\zeta}| \leq 0,4861$, $j = \overline{1,3}$, т. е. $\zeta(z) = \zeta_{\Omega}(z)$ и $\tilde{D}(z) = z\zeta(z) = z^4 - 1,40695z^3 + 0,6598z^2 - 0,1031z$. В данном случае полином $H(z) = z^3 - 3,128z^2 + 3,256z - 1,128$ и $\beta_g = 0,05155$, $\tilde{l} = 2$, $\tilde{r} = 1$. Решение системы (37), составленной по полученным данным, позволяет с учетом (34), (40) и (41) записать полиномы: $\tilde{L}(z) = 54,0688z^2 - 88,8233z + 37,6594$; $\tilde{R}(z) = z + 1,7211$;

$$\begin{aligned}R(z) &= (z-1)(z^3 + 0,0804z^2 - 2,0482z + 1,3349), \\ L(z) &= 54,0688z^3 - 88,8233z^2 + 37,6594z, \\ Q(z) &= 0,8045z^3 + 1,8423z^2 + 0,2582z.\end{aligned}\quad (49)$$

Найденные полиномы $R(z)$, $Q(z)$ и $L(z)$ подставляются в (29), что дает уравнение искомого АдЦР. Корректность расчетов проверяется с помощью полиномов:

$$D_1(z) = z^7 - 3,0476z^6 + 3,7438z^5 - 2,2769z^4 + 0,6809z^3 - 0,08z^2;$$

$$D_2(z) = z^7 - 3,0476z^6 + 3,7436z^5 - 2,2765z^4 + 0,6805z^3 - 0,0796z^2 - 0,0001z.$$

Результаты являются корректными, так как коэффициенты при одинаковых степенях z этих полиномов являются близкими друг к другу.

П. 12. Уравнение АдЦР записывается по (29) с учетом $\bar{v} = 1$ и (49):

$$(z-1)u(z) = \xi(z), (z^3 - 0,0804z^2 - 2,0482z + 1,3349)\xi(z) = (0,8045z^3 + 1,8423z^2 + 0,2582z)g(z) - (54,0688z^3 - 88,8233z^2 + 37,6594z)y(z). \quad (50)$$

П. 13. Алгоритм работы микроконтроллера по вычислению значений управляющего воздействия u_k для УЭМР (46) формируется путем перехода в уравнениях (50) к оригиналам:

$$\xi_{k-1} = 0,0804\xi_{k-2} + 2,0482\xi_{k-3} - 1,3349\xi_{k-4} + 0,8045g_{k-1} + 1,8423g_{k-2} + 0,2582g_{k-3} - 54,0688y_{k-1} + 88,8233y_{k-2} - 37,6594y_{k-3};$$

$$u_k = u_{k-1} + \xi_{k-1}; \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Для краткости здесь приведены округленные значения коэффициентов. С целью получения корректных уравнений АдЦР необходимо при вычислениях учитывать не менее 13–15 значащих цифр после запятой.

На рисунке приведена переходная функция синтезированной дискретной системы управления (47) и (50). Как видно из выражения (50) и рисунка, относительный порядок АдЦР, порядки астатизма, перерегулирование и длительность переходного процесса синтезированной системы соответствуют заданным значениям.

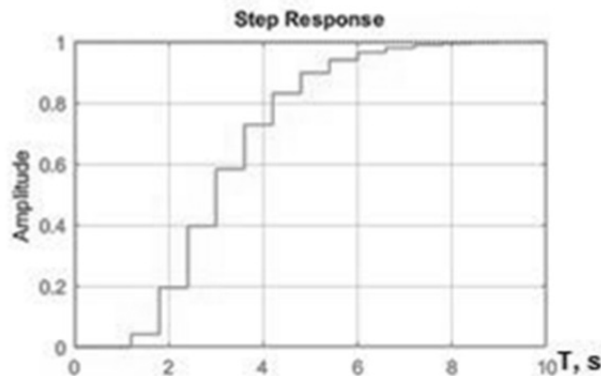


График переходной функции синтезированной системы

Synthesis system transition function graph

Приведенные выражения (28)–(43) позволяют по идентифицированным моделям аналитически синтезировать алгоритм АдЦР для каждого канала $g_i \rightarrow y_i$ УЭМР (1), если необходимые СНПФ хранятся в памяти микропроцессора АдЦР.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный в данной работе метод позволяет создавать адаптивные системы управления полными многомерными неопределенными элементами микророботов и другими объектами. Приведенные в статье расчетные соотношения охватывают как процедуру идентификации текущих значений порядка и параметров моделей, так и процедуру синтеза цифровых регуляторов по этим моделям. При этом разрешимость задачи идентификации обеспечивается автоматическим выбором периода дискретизации выходных переменных. Получаемые цифровые регуляторы имеют минимальную сложность за счет согласования полюсов системы с достаточно левыми нулями и полюсами микророботов и обеспечивают заданные порядки астатизма к задающим воздействиям и внешним возмущениям. Алгоритм расчета цифровых регуляторов является полностью аналитическим, и после настройки под конкретный микроробот реализуется автоматически. При этом используются минимальная информация о микророботах, а также стандартные нормированные передаточные функции, которые хранятся в памяти микроконтроллера.

Предложенный подход может применяться для создания адаптивных систем управления не только неопределенными исполнительными системами микророботов, но и неопределенными объектами промышленного, сельскохозяйственного и специальных производств, а также для решения различных задач управления в социальной сфере.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов А.В., Юревич Е.И. Мини- и микроробототехника: учебное пособие. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2011. – 96 с.
2. Еремин Е.Л., Теличенко Д.А., Чепак Л.В. Модели современных систем автоматического управления: учебное пособие. – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2014. – 66 с.
3. Acar C., Shkel A. MEMS vibratory gyroscopes: structural approaches to improve robustness. – New York: Springer Science & Business Media, 2008. – 260 p.
4. A neuromuscular interface for robotic devices control / I. Kastalskiy, V. Mironov, S. Lobov, N. Krilova, A. Pimashkin, V. Kazantsev // Computational and Mathematical Methods in Medicine. – 2018. – Art. 8948145. – P. 1–8. – doi: 10.1155/2018/8948145.
5. Concurrent learning adaptive control of linear systems with exponentially convergent bounds / G. Chowdhary, T. Yucelen, M. Muhlegg, E. Johnson // International Journal on Adaptive Control and Signal Processing. – 2013. – Vol. 27, N 4. – P. 280–301.
6. Круглов С.П. Адаптивное управление неминимально-фазовым скалярным объектом второго порядка с обеспечением заданных характеристик переходного процесса // Научный вестник НГТУ. – 2016. – № 4. – С. 33–53.
7. Гайдук А.Р., Плаксиенко Е.А. Адаптивные системы управления: учебное пособие / Южный федеральный университет. – Ростов н/Д.; Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2018. – 120 с.
8. Zhu Y., Hou Z. Controller Dynamic Linearisation-based model-free adaptive control framework for a class of non-linear system // IET Control Theory and Applications. – 2015. – Vol. 9, iss. 7. – P. 1162–1172.

9. Красовский А.А., Наумов А.И. Аналитическая теория самоорганизующихся систем управления с высоким уровнем искусственного интеллекта // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2001. – № 1. – С. 69–75.
10. Айда-заде К.Р., Рагимов А.Б. Идентификация кусочно-постоянных параметров процесса фильтрации и границ областей их постоянства // Автоматика и телемеханика. – 2017. – № 8. – С. 60–75.
11. Identification, estimation and control for linear systems using measurements of higher order derivatives / Z. Shao, C. Zheng, D. Efimov, W. Perruquetti // Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control. – 2017. – Vol. 139 (12). – P. 1–6.
12. Jayawardhana R.N., Ghosh B.K. Kalman filter based iterative learning control for discrete time MIMO systems // Proceedings of 30th Chinese Control and Decision Conference. – Shenyang, China, 2018. – P. 2257–2264.
13. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. – М.: Мир, 1971. – 237 с.
14. Воскобойников Ю.Е., Крысов Д.А. Двухэтапный устойчивый алгоритм непараметрической идентификации системы с высоким уровнем шума входного сигнала // Научный вестник НГТУ. – 2019. – № 1 (74). – С. 21–40. – DOI: 10.17212/1814-1196-2019-1-21-40.
15. Воевода А.А., Бобобеков К.М. Активная идентификация параметров модели перевернутого маятника по углу при подаче на вход синусоидальных сигналов // Сборник научных трудов НГТУ. – 2016. – № 2 (84). – С. 21–37.
16. Гайдук А.Р., Плаксиенко Е.А. Анализ и синтез систем управления с применением системных инвариантов. – Saarbrücken: Palmarium Academic Publishing, 2016. – 128 с.
17. Марковские параметры многомерных динамических систем управления / И.А. Каляев, А.Р. Гайдук, С.Г. Капустян, В.Н. Рябченко // Вестник ИГЭУ. – 2013. – Вып. 1. – С. 45–51.
18. Chen C.T. Linear systems theory and design. – New York: Oxford University Press, 1999. – 334 p.
19. Гайдук А.Р. Синтез систем автоматического управления по передаточным функциям // Автоматика и телемеханика. – 1980. – № 1. – С. 11–16.
20. Гайдук А.Р., Плаксиенко Е.А. Анализ и аналитический синтез цифровых систем управления: монография. – СПб.: Лань, 2018. – 199 с. – ISBN 978-5-8114-2813-7.
21. Гайдук А.Р., Капустян С.Г., Шаповалов И.О. Дискретное адаптивное управление движением группы мобильных роботов в неорганизованной среде // Системный анализ, управление и обработка информации: труды IX Международной научной конференции (Дивноморское, 20–26 сентября 2018 г.). – Ростов н/Д., 2018. – С. 56–67.
22. Дьяконов В.П. MATLAB R2006/2007/2008 + Simulink 5/6/7. Основы применения. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Солон-пресс, 2008. – 800 с.
23. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М.: Наука, 1989. – 549 с.
24. Гайдук А.Р., Колоколова К.В. Синтез систем автоматического управления неустойчивыми многомерными объектами // Научный вестник НГТУ. – 2017. – № 1 (66). – С. 26–40.

Гайдук Анатолий Романович, доктор технических наук, профессор Южного федерального университета, действительный член Академии инженерных наук имени А.М. Прохорова, член IEEE. Основное направление научных исследований – теория систем автоматического управления, анализ и синтез, робототехника. Имеет более 350 научных публикаций, в том числе 19 монографий. E-mail: gaiduk_2003@mail.ru

Капустян Сергей Григорьевич, доктор технических наук, ведущий научный сотрудник Южного научного центра РАН. Основное направление научных исследований – групповая робототехника, многопроцессорные информационно-управляющие и вычислительные системы. Имеет более 280 научных публикаций, в том числе 5 монографий. E-mail: kap56@mail.ru

Gaiduk Anatoly Romanovich, D.Sc. (Eng.), professor at the Southern Federal University; head of the department in the Kislovodsk Humanities Technical Institute; full member of the Academy of Engineering Sciences named after A.M. Prokhorov. The main field of his scientific research is the theory of automatic control systems and robotic systems, analysis and synthesis. He has over 330 scientific publications including 19 monographs. E-mail: gaiduk_2003@mail.ru

Kapustyan Sergey Grigorievich, PhD (Eng.), a leading research fellow in the UNSC RAS; head of the Research Institute of the MVS named after Academician A.V. Kalyaev in SFU. The main field of his scientific research is group robotics, multiprocessor information management and computer systems. He has over 280 scientific publications including 5 monographs. E-mail: kap56@mail.ru

DOI: 10.17212/1814-1196-2019-3-33-56

Analytical design of micro-robot executive systems under uncertainty*

A.R. GAIDUK¹, S.G. KAPUSTYAN²

¹ *Southern Federal University, 44 Nekrasovskiy lane, Taganrog, 347922; Russian Federation*

² *Federal Research Centre the Southern Scientific Center of the Russian Academy of Sciences, 41 Chekhov Street, Rostov-on-Don, 344006, Russian Federation*

^a *gaiduk_2003@mail.ru* ^b *kap56@mail.ru*

Abstract

Recently parallel structure mechanisms have been more and more often used instead of console type manipulators. These mechanisms allow achieving higher speeds, accelerations and accuracy of movements of work tools caused by such technological operations as laying- out and laser cutting of sheet materials, assembly, welding and many others. In this connection the problem of developing corresponding design methods of control becomes quite relevant. The known design methods results in rather complex control systems both from the point of view of their design and their realization. One of the challenges is taking into account the working area limitation of parallel structure mechanisms, especially when designing control optimal in terms of the square-law criteria. The design method of multi-agent control for parallel structure mechanisms is suggested on the example of tripod control. Control laws and algorithms are generated on the basis of a decoupled approach and a method of analytical system design with control by output and impacts (ASDCOI). Application of this analytical method allows creating multi-agent control systems for parallel structure mechanisms with the necessary quality parameters in transient and steady state modes.

In the given paper the known mathematical tripod model is used. It is shown that desirable trajectories of work tool movements should be formed based on the developed manipulator tasks. The computer simulation results confirm the efficiency of the suggested approach. The developed approach can be applied to create multi-agent manipulators with parallel structure mechanisms for solving a wide scope of problems such as application of fertilizers, environmental observations, improving quality of the system machine vision, and carrying out many industrial and technological operations.

Keywords: Console manipulator, parallel structure mechanism, tripod, movement trajectory, control, system, design, decoupled approach, control by output and impacts

* *Received 15 February 2019.*

The study was carried out with the financial support of the Russian Federal Property Fund in the framework of scientific projects No. 18 58 00051, No. 17 29 07054, No. 16-29-04194 and No. 18-07-00637, as well as in the framework of the implementation of the Basic Research Program of the Russian Academy of Sciences in priority areas determined by the Presidium of the Russian Academy of Sciences No. 7 "New developments in promising areas of energy, mechanics and robotics", No. gr. Project AAAA-A18-118020190041-1).

REFERENCES

1. Ivanov A.V., Yurevich E.I. *Mini- i mikrorobototekhnika* [Mini and microrobotics]. St. Petersburg, SPbPU Publ., 2011. 96 p.
2. Eremin E.L., Telichenko D.A., Chepak L.V. *Modeli sovremennykh sistem avtomaticheskogo upravleniya* [Models of modern automatic control systems]. Blagoveshchensk, AmSU Publ., 2014. 66 p.
3. Acar C., Shkel A. *MEMS vibratory gyroscopes: structural approaches to improve robustness*. New York, Springer Science & Business Media, 2008. 260 p.
4. Kastal'skiy I., Mironov V., Lobov S., Krilova N., Pimashkin A., Kazantsev V. A neuromuscular interface for robotic devices control. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, 2018, art. 8948145, pp. 1–8. doi: 10.1155/2018/8948145.
5. Chowdhary G., Yucelen T., Muhlegg M., Johnson E. Concurrent learning adaptive control of linear systems with exponentially convergent bounds. *International Journal on Adaptive Control and Signal Processing*, 2013, vol. 27, no. 4, pp. 280–301.
6. Kruglov S.P. Adaptivnoe upravlenie nemiminal'no-fazovym skalyarnym ob"ektom vtorogo poriyadka s obespecheniem zadannykh kharakteristik perekhodnogo protsessa [Adaptive control of a non-minimal-phase scalar object of the second order with the maintenance of the preset transient characteristics]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2016, no. 4, pp. 33–53.
7. Gaiduk A.R., Plaksienko E.A. *Adaptivnye sistemy upravleniya* [Adaptive management systems: a tutorial]. Rostov-on-Don, Taganrog, YuFU Publ., 2018. 120 p.
8. Zhu Y., Hou Z. Controller Dynamic Linearisation-based model-free adaptive control framework for a class of non-linear system. *IET Control Theory and Applications*, 2015, vol. 9, iss. 7, pp. 1162–172.
9. Krasovskii A.A., Naumov A.I. Analiticheskaya teoriya samoorganizuyushchikhsya sistem upravleniya s vysokim urovnem iskusstvennogo intellekta [Analytical theory of self-organizing control systems with a high level of artificial intelligence]. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Teoriya i sistemy upravleniya – Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2001, no. 1, pp. 69–75. (In Russian).
10. Aida-zade K.R., Rahimov A.B. Identifikatsiya kusochno-postoyannykh parametrov protsessa fil'tratsii i granits oblastei ikh postoyanstva [Identification of piecewise constant filtration parameters and boundaries of their constancy domains]. *Automation Remote Control*, 2017, vol. 78, iss. 8, pp. 1404–1416. Translated from *Avtomatika i telemekhanika*, 2017, no. 8, pp. 60–75.
11. Shao Z., Zheng C., Efimov D., Perruquetti W. Identification, estimation and control for linear systems using measurements of higher order derivatives. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2017, vol. 139 (12), pp. 1–6.
12. Jayawardhana R.N., Ghosh B.K. Kalman filter based iterative learning control for discrete time MIMO systems. *Proceedings of 30th Chinese Control and Decision Conference*, Shenyang, China, 2018, pp. 2257–2264.
13. Kalman R., Falb P., Arbib M. *Topics in mathematical system theory*. New York, McGraw-Hill, 1969 (Russ. ed.: Kalman R., Falb P., Arbib M. *Ocherki po matematicheskoi teorii sistem*. Moscow, Mir Publ., 1971. 237 p.).
14. Voskoboinikov Yu.E., Krysov D.A. Dvukhetapnyi ustoichivyi algoritm neparametricheskoi identifikatsii sistemy s vysokim urovnem shuma vkhodnogo signala [Two-step robust algorithm of nonparametric identification for a system with a high-noise input signal]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2019, no. 1 (74), pp. 21–40. DOI: 10.17212/1814-1196-2019-1-21-40.
15. Voevoda A.A., Bobobekov K.M. Aktivnaya identifikatsiya parametrov modeli perevernutogo mayannika po uglu pri podache na vkhod sinusoidal'nykh signalov [Active identification of the inverted pendulum model data on angle in applied to the input sinusoidal signal]. *Sbornik nauchnykh*

trudov Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Transaction of scientific papers of the Novosibirsk state technical university, 2016, no. 2 (84), pp. 21–37.

16. Gaiduk A.R., Plaksienko E.A. *Analiz i sintez sistem upravleniya s primeneniem sistemnykh invariantov* [Analyses and synthesis of control systems with application of system invariant in MATLAB]. Saarbrücken, Palmarium Academic Publishing, 2016. 128 p.

17. Kalyaev I.A., Gaiduk A.R., Kapustyan S.G., Ryabchenko V.N. Markovskie parametry mnogomernykh dinamicheskikh sistem upravleniya [Markov parameters of multivariable dynamic control systems]. *Vestnik Ivanovskogo gosudarstvennogo energeticheskogo universiteta – Vestnik of Ivanovo State Power Engineering University*, 2013, iss. 1, pp. 45–51.

18. Chen C.T. *Linear systems theory and design*. New York, Oxford University Press, 1999. 334 p.

19. Gaiduk A.R. Sintez sistem avtomaticheskogo upravleniya po peredatochnym funktsiyam [Synthesis of control systems on transfer functions]. *Automation and Remote Control*, 1980, vol. 41, iss. 1, pp. 6–11. Translated from *Avtomatika i telemekhanika*, 1980, no. 1, pp. 11–16.

20. Gaiduk A.R., Plaksienko E.A. *Analiz i analiticheskii sintez tsifrovyykh sistem upravleniya* [Analysis and analytical design of digital control systems]. St. Petersburg, Lan' Publ., 2018. 199 p. ISBN 978-5-8114-2813-7.

21. Gaiduk A.R., Kapustyan S.G., Shapovalov I.O. [Discrete adaptive control of a group of mobile robots motion in an unorganized environment]. *Sistemnyi analiz, upravlenie i obrabotka informatsii: trudy IX Mezhdunarodnoi nauchnoi konferentsii* [System analysis, control and information processing: Proceedings of the IX International Scientific Conference], Divnomorskoe, September 20–26, 2018. Rostov-on-Don, 2018, pp. 56–67. (In Russian).

22. D'yakonov V.P. MATLAB R2006/2007/2008 + Simulink 5/6/7. *Osnovy primeneniya* [MATLAB R2006/2007/2008 + Simulink 5/6/7. Application basics]. 2nd ed. Moscow, Solon-press Publ., 2008. 800 p.

23. Gantmakher F.R. *Teoriya matrits* [Matrix theory]. Moscow, Nauka Publ., 1989. 549 p.

24. Gaiduk A.R., Kolokolova K.V. Sintez sistem avtomaticheskogo upravleniya neustoychivymi mnogomernymi ob"ektami [Synthesis of control systems by unstable multivariable plants]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2017, no. 1 (66), pp. 26–40.

Для цитирования:

Гайдук А.Р., Капустян С.Г. Аналитический синтез исполнительных систем микророботов в условиях неопределенности // Научный вестник НГТУ. – 2019. – № 3 (76). – С. 33–56. – DOI: 10.17212/1814-1196-2019-3-33-56.

For citation:

Gaiduk A.R., Kapustyan S.G. Analiticheskii sintez ispolnitel'nykh sistem mikrorobotov v usloviyakh neopredelennosti [Analytical design of micro-robot executive systems under uncertainty]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2019, no. 3 (76), pp. 33–56. DOI: 10.17212/1814-1196-2019-3-33-56.