

ИНФОРМАТИКА,  
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА  
И УПРАВЛЕНИЕ

INFORMATICS,  
COMPPUTER ENGINEERING  
AND MANAGEMENT

УДК 681.5.013

DOI: 10.17212/1814-1196-2019-4-45-54

## **Метод формирования траектории для группы подвижных объектов с помощью кластеризации в двумерной среде\***

**М.Ю. МЕДВЕДЕВ<sup>а</sup>, В.С. ЛАЗАРЕВ<sup>б</sup>**

347928, РФ, Ростовская обл., г. Таганрог, ул. Шевченко, 2, Южный федеральный университет

<sup>а</sup> [medvmihal@sfedu.ru](mailto:medvmihal@sfedu.ru)    <sup>б</sup> [vlazarev@sfedu.ru](mailto:vlazarev@sfedu.ru)

Рассматривается проблема планирования траекторий движения группы подвижных объектов, функционирующей в двумерной среде с неподвижными препятствиями, с учетом максимизации минимального расстояния между объектами в группе. Среда содержит препятствия, расположение которых заранее не известно. Актуальность этой проблемы многократно подчеркивалась в работах отечественных и зарубежных ученых. Метод основан на использовании максиминной задачи для решения уравнений, представляющих собой расстояние от каждого подвижного объекта до границы области функционирования и препятствий, а также между самими подвижными объектами в группе. Для сокращения количества решаемых уравнений расстояние рассчитывается только для соседних объектов, для чего используется кластеризация на основе триангуляции Делоне. Таким образом, система управления группой подвижных объектов имеет два уровня. На первом осуществляется решение кластеризация на основе триангуляции Делоне. На втором уровне решается максиминная задача, позволяющая расположить подвижные объекты в среде так, чтобы максимизировать минимальное расстояние между любыми объектами среды: между подвижными объектами, между подвижными объектами и препятствиями, а также между подвижными объектами и границами области функционирования. Проведено численное моделирование группы, состоящей из пяти подвижных объектов в среде с неподвижными препятствиями. Произведено сравнение результатов моделирования работы предложенного метода и метода без кластеризации. Обсуждается дальнейшее развитие предлагаемого метода планирования траекторий движения, включающее адаптацию метода под трехмерную среду.

**Ключевые слова:** групповое управление, подвижный объект, максиминная задача, триангуляция Делоне, планирование траектории

---

\* Статья получена 20 сентября 2019 г.

Работа выполнена при поддержке проекта РНФ 16-19-0001 и НИР СП-4658.2018.5 (Конкурс СП-2018) (раздел 3), выполняемых Южным федеральным университетом.

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время актуальна тематика планирования движения групп подвижных объектов в различных средах. В связи со сложностью проблем планирования и группового взаимодействия единого подхода, дающего эффективное решение в различных условиях, не существует [1].

Для решения задач группового управления в условиях неопределенности применяются мультиагентные подходы [2, 3], технологии искусственного интеллекта [4, 5], а также методы потенциальных полей и методы неустойчивых режимов.

Большинство из перечисленных методов предполагает использование картографирования, требует большого объема передаваемых данных и отличается вычислительной сложностью.

Метод потенциальных полей [6, 7] не требует мощных вычислителей и большого объема передаваемых данных, однако имеет проблему попадания в локальные минимумы. Помимо того, в данном методе не учитываются скорости подвижных объектов и препятствий, что является критичным для обхода подвижных препятствий.

Метод неустойчивых режимов [8–10] основан на применении теоремы Ляпунова о неустойчивости. Метод является родственным методу потенциальных полей и также не требует мощных вычислителей и большого объема передаваемых данных. Наличие в методе условия перехода из устойчивого режима в неустойчивый и постоянная проверка условия делает возможным оперативно реагировать на изменения среды. Таким образом, данный метод является предпочтительным для движения в неопределенной среде.

Важно отметить перспективность гибридных методов управления. Такие методы сочетают несколько простых методов воедино. Многочисленные результаты исследований указывают эффективность гибридизации алгоритмов и методов в задачах планирования и управления движением [11–14]. В работе [14] показано, что гибридизация различных методов при решении задач планирования пути приводит к увеличению интегрального критерия качества до 50 %.

В настоящей статье рассматривается проблема планирования траекторий движения группы подвижных объектов, функционирующей в двумерной среде с неподвижными препятствиями, с учетом максимизации минимального расстояния между объектами в группе. Для этой цели предлагается использовать гибридный метод планирования траектории группы подвижных объектов, отличающийся использованием кластеризации объектов, а также имеющий оптимизационную компоненту для распределения подвижных объектов в области функционирования.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть имеется группа из  $n$  подвижных объектов, которые функционируют в двумерной среде (рис. 1).

Подвижные объекты группы (на рис. 1 обозначены  $O_i$ ) должны распределиться в области, ограниченной точками  $B1, B2, B3, B4$ . После распределения группа должна двигаться вдоль оси  $Y$ . Среда содержит препятствия  $Obs$ , расположение которых заранее не известно.

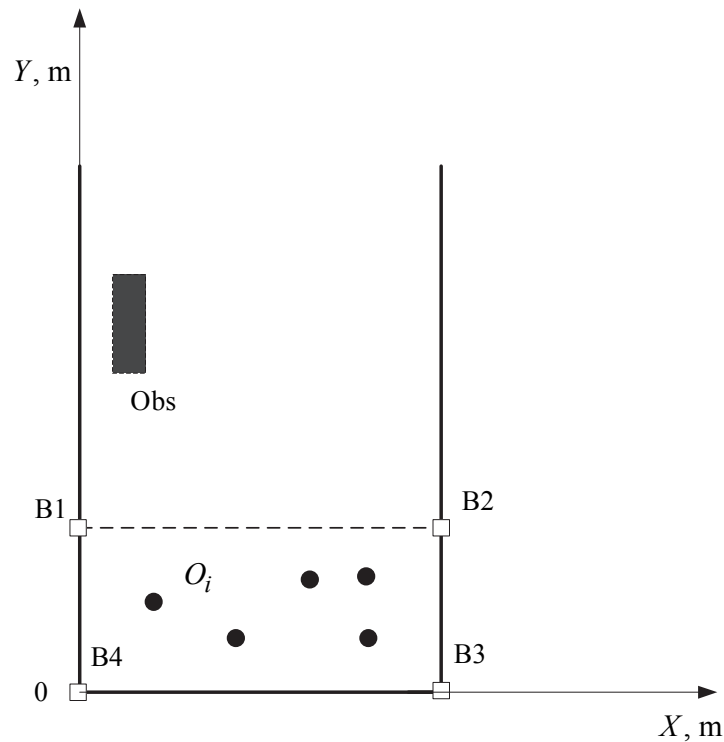


Рис. 1. Постановка задачи

Fig. 1. Problem statement

Необходимо спланировать траекторию для каждого подвижного объекта в группе так, чтобы максимизировать минимальное расстояние между любыми объектами среды, а также обеспечить обход препятствий, встречающихся на пути. Под объектами среды понимаются подвижные объекты группы  $O_i$ , границы области функционирования B1–B4, а также препятствия Obs.

## 2. МАКСИМИЗАЦИЯ МИНИМАЛЬНОГО РАССТОЯНИЯ

Расстояние между всеми объектами среды вычисляется по формуле

$$r_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}, \quad (1)$$

где  $r_{ij}$  – расстояние от  $i$ -го объекта до  $j$ -го;  $x$  и  $y$  – координаты объектов по осям  $X$  и  $Y$  (рис. 1);  $i$  – номер подвижного объекта;  $j$  – номер объекта среды.

Требуется рассчитать расстояния от  $i$ -го объекта до всех объектов среды, определить минимальное, а затем оптимизировать положение подвижных объектов таким образом, чтобы оно могло максимизировать минимальное расстояние:

$$\min r_{ij} \rightarrow \max. \quad (2).$$

В результате выполнения первого шага (1) создается матрица  $R$ :

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & \dots & r_{1n} & \dots & r_{1m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & r_{nn} & \dots & r_{nm} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где  $r_{ij}$  – расстояние от  $i$ -го объекта до  $j$ -го;  $n$  – число объектов в группе;  $m$  – число объектов среды. Матрица до  $n$ -го столбца имеет треугольный вид, так как расстояние от  $i$ -го объекта до  $j$ -го равно расстоянию от  $j$ -го объекта до  $i$ -го.

После заполнения матрицы  $R$  запускается оптимизационная процедура  $F_{\min \max}$ . В качестве ограничений выступают координаты точек В1–В4, а в качестве уравнений для оптимизации – элементы матрицы  $R$ .

### 3. КЛАСТЕРИЗАЦИЯ ОБЪЕКТОВ СРЕДЫ

С увеличением числа препятствий на  $h$  число элементов матрицы  $R$  (3) будет расти на величину равную  $n \times h$ . Для того чтобы снизить число расчетов, предлагается использовать кластеризацию подвижных объектов на основе триангуляции Делоне.

Кластеризация осуществляется следующим образом. Совокупность подвижных объектов и препятствий представляет собой обобщенную группу объектов среды (см. рис. 1).

На первом этапе осуществляется кластеризация объектов среды с помощью триангуляции Делоне. В результате триангуляции для каждого робота  $O_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , получается множество объектов, с которыми  $i$ -й робот связан ребрами. На рис. 2 приведен результат кластеризации для группы из пяти подвижных объектов в среде Matlab.

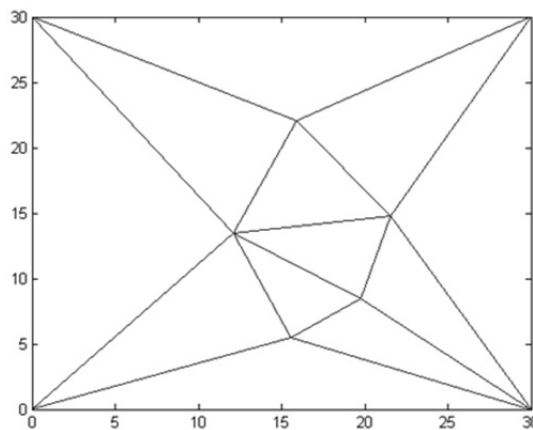


Рис. 2. Пример применения триангуляции Делоне

Fig. 2. An example of the Delaunay triangulation application

Встроенная в Matlab функция Delaunay позволяет получить матрицу триангуляции, каждая строчка в которой есть перечисление порядковых номеров объектов, образующих треугольник, число строчек соответственно равно числу треугольников.

Для дальнейшей работы для каждого подвижного объекта выделяются его соседи. Для решения этой задачи вначале строится массив связей каждого объекта, а затем из этого массива исключаются повторяющиеся элементы.

Для создания массива связей подвижных объектов группы разработан алгоритм, блок-схема которого представлена на рис. 3.

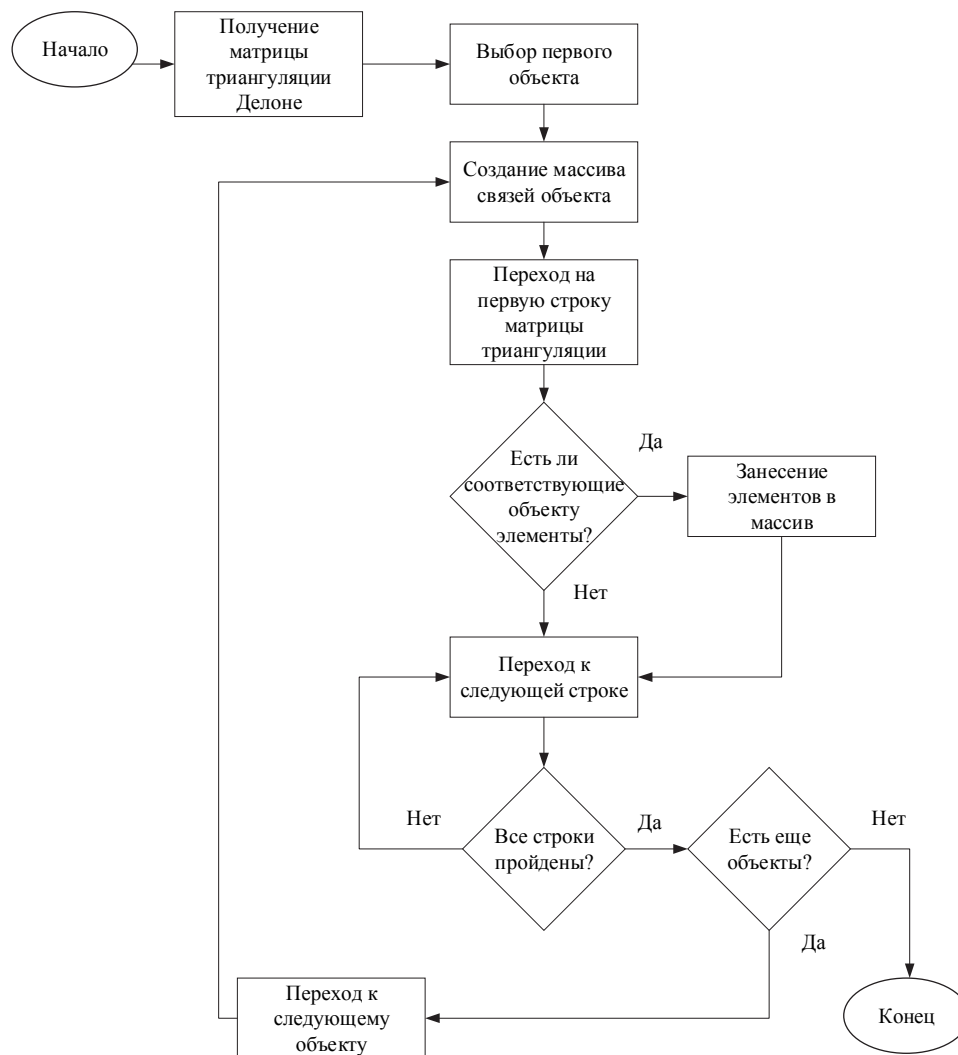


Рис. 3. Блок-схема алгоритма создания массива связей

Fig. 3. A flow chart of the creation algorithm of a relation array

Входными данными алгоритма, представленного на рис. 3, является матрица триангуляции Делоне, а на выходе алгоритма формируется массив свя-

зей подвижных объектов группы, полученных путем анализа всех строк матрицы триангуляции.

Далее производится обработка и сортировка массива связей, в ходе которой убираются повторяющиеся элементы и соседние элементы выстраиваются в порядке возрастания. В результате получаем матрицу соседей каждого подвижного объекта. В ней по одному разу перечислены номера соседей для данного подвижного объекта в порядке возрастания их порядковых номеров.

#### 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ

В этой главе будет проведено в Matlab численное моделирование группы, состоящей из пяти подвижных объектов в среде с неподвижными препятствиями. Также необходимо сравнить результаты моделирования работы предложенного метода и метода без кластеризации.

Параметры моделирования следующие:

- число подвижных объектов  $n = 5$ ;
- начальные координаты подвижных объектов (1; 1), (5; 2), (10; 1), (12; 3), (15; 4);
- точки ограничений B1–B4 (0; 0), (0; 5), (20; 0), (20; 5);
- препятствие в виде стенки, ограниченной координатами (12; 8), (12,2; 8), (12,4; 8), (12,6; 8), а также точечное препятствие с координатами (2; 8).

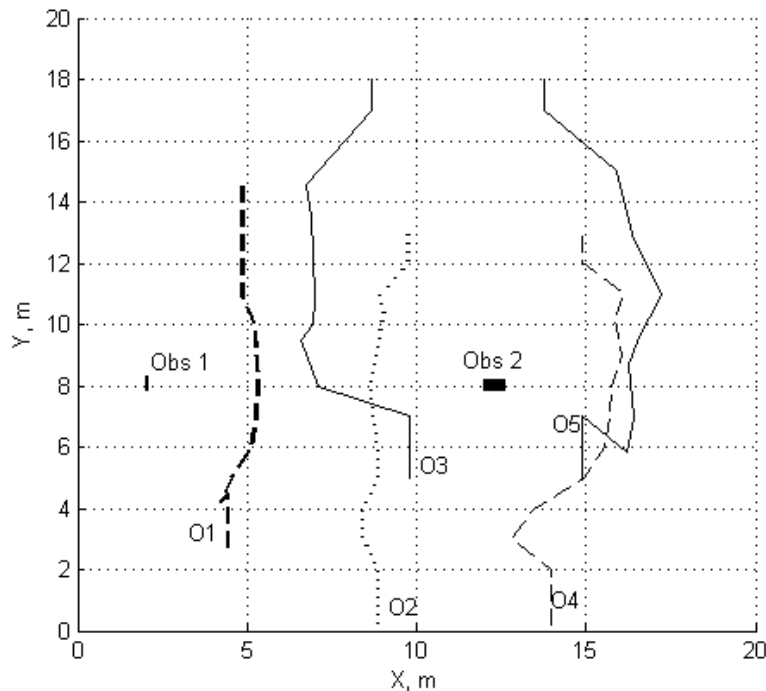


Рис. 4. Результаты моделирования без использования кластеризации

Fig. 4. Results of modeling without clustering

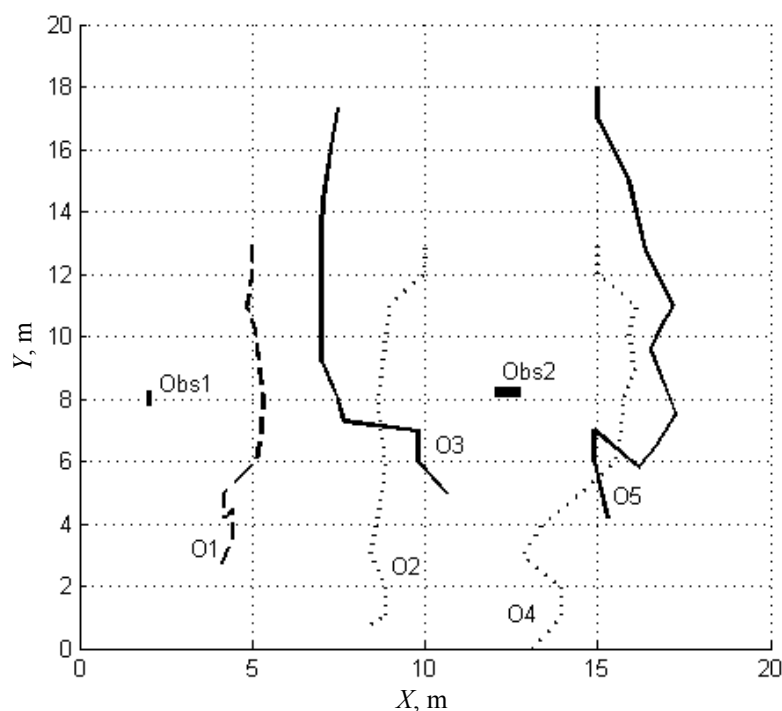


Рис. 5. Результаты моделирования с использованием кластеризации

Fig. 5. Results of modeling with clustering

Из рис. 4 и 5 можно сделать вывод о том, что полученные траектории отличаются незначительно. При этом использование триангуляции помогает сократить число вычислений, так как в данном случае рассчитываются только расстояния до ближайших к данному подвижному объекту соседей.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье предложен метод планирования траекторий движения для группы подвижных объектов, функционирующей в двумерной среде с неподвижными препятствиями, с учетом максимизации минимального расстояния между объектами в группе.

Метод основан на использовании максиминной задачи для решения уравнений, представляющих собой расстояния от каждого подвижного объекта до границы области функционирования и препятствий, а также между самими подвижными объектами в группе. Для сокращения количества решаемых уравнений расстояние рассчитывается только для соседних объектов, для чего используется кластеризация на основе триангуляции Делоне.

Проведено численное моделирование группы, состоящей из пяти подвижных объектов в среде с неподвижными препятствиями. Также приведено сравнение результатов моделирования работы предложенного метода и метода без кластеризации. Обсуждается дальнейшее развитие предлагаемого метода для планирования траекторий движения в трехмерной среде.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Пишихов В.Х., Медведев М.Ю.* Групповое управление движением мобильных роботов в неопределенной среде с использованием неустойчивых режимов // Труды СПИИРАН. – 2018. – Вып. 5 (60). – С. 39–63.
2. *Тимофеев А.В.* Адаптивное управление и интеллектуальный анализ информационных потоков в компьютерных сетях. – М.: Анатолия, 2012. – 280 с.
3. Мультиагентные технологии в эргатических системах управления / К.В. Петрин, Е.Д. Теряев, А.Б. Филимонов, Н.Б. Филимонов // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2010. – № 3. – С. 7–13.
4. *Джунусов И.А., Фрадков А.Л.* Синхронизация в сетях линейных агентов с обратными связями по выходам // Автоматика и телемеханика. – 2011. – № 8. – С. 41–52.
5. *Зенкевич С.Л., Болотин Е.И.* Задача кластеризации распределенных систем на примере групповой кооперации // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2013. – № 8. – С. 28–33.
6. *Платонов А.К., Кирильченко А.А., Колганов М.А.* Метод потенциалов в задаче выбора пути: история и перспективы. – М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2001. – 32 с.
7. Overview of path planning and obstacle avoidance algorithms for UAVs: a comparative study / M. Radmanesh, M. Kumar, P.H. Guentert, M. Sarim // Unmanned Systems. – 2018. – Vol. 6 (2). – P. 95–118.
8. *Пишихов В.Х.* Аттракторы и репеллеры в конструировании систем управления подвижными объектами // Известия ТРТУ. – 2006. – № 3 (58). – С. 117–123.
9. *Пишихов В.Х.* Организация репеллеров при движении мобильных роботов в среде с препятствиями // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2008. – № 2. – С. 34–41.
10. *Медведев М.Ю., Лазарев В.С.* Алгоритм формирования траектории группы подвижных объектов в двумерной среде с использованием неустойчивых режимов // Научный вестник НГТУ. – 2016. – № 3 (64). – С. 17–29.
11. Distributed sampled-data control of nonholonomic multi-robot systems with proximity networks / Z. Liu, L. Wang, J. Wang, D. Dong, X. Hu // Automatica. – 2017. – Vol. 77. – P. 170–179.
12. Coordination control of wheeled mobile robots – a hybrid approach / R.M.K. Chetty, M. Singaperumal, T. Nagarajan, I. Tetsunari // International Journal of Computer Applications in Technology. – 2011. – Vol. 41 (3/4). – P. 195–204.
13. *Williams R.K., Sukhatme G.S.* Constrained interaction and coordination in proximity-limited multiagent systems // IEEE Transactions on Robotics. – 2013. – Vol. 29, iss. 4. – P. 930–944.
14. Интеллектуальные технологии планирования перемещений подвижных объектов в трехмерных недетерминированных средах / Д.А. Белоглазов, В.Ф. Гузик, М.Ю. Медведев, В.Х. Пишихов, А.О. Пявченко, Р.В. Сапрыкин, В.В. Соловьев, В.И. Финаев ; под ред. В.Х. Пишихова. – М.: Наука, 2017. – 232 с. – ISBN 978-5-2-39996-9.

*Лазарев Владимир Сергеевич*, преподаватель-исследователь, ассистент кафедры электротехники и мехатроники Южного федерального университета. Основное направление научных исследований – групповое управление подвижными объектами. Имеет более 50 публикаций. E-mail: vlazarev@sfedu.ru

*Медведев Михаил Юрьевич*, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой электротехники и мехатроники Южного федерального университета. Основное направление научных исследований – теория автоматического управления, робототехника. Имеет более 100 публикаций. E-mail: medvmihal@sfedu.ru

*Lazarev Vladimir Sergeevich*, a teacher-researcher, an assistant professor at the department of electrical engineering and mechatronics, Southern Federal University. The main field of his research is group control of mobile objects. He is the author of more than 50 publications. E-mail: vlazarev@sfedu.ru

*Medvedev Mikhail Yurievich*, D.Sc. (Eng.), professor, head of the department of electrical engineering and mechatronics, Southern Federal University. His research interests are focused on the theory of automatic control and robotics. He is the author of more than 100 publications. E-mail: medvmihal@sfedu.ru



***A path planning method for a moving object group using clustering in a two-dimensional environment\*****M.Yu. MEDVEDEV<sup>a</sup>, V.S. LAZAREV<sup>b</sup>**Southern Federal University, 2 Shevchenko Street, Taganrog, 347928, Russian Federation**<sup>a</sup> medvmihal@sfedu.ru    <sup>b</sup> vlazarev@sfedu.ru***Abstract**

The problem of planning trajectories of a moving object group functioning in a two-dimensional environment with fixed obstacles is considered taking into account the maximization of the minimum distance between objects in the group. The environment contains obstacles whose location is not known in advance. The relevance of this problem was repeatedly emphasized in the papers of Russian and foreign scientists. The method is based on the use of the max-min problem for solving equations representing the distance from each moving object to the boundary of the functioning area and obstacles, as well as between the moving objects themselves in the group. To reduce the number of equations to be solved, the distance is calculated only for neighboring objects, for which clustering based on the Delaunay triangulation is used. Thus, the control system of a group of moving objects has two levels. The first is a clustering solution based on the Delaunay triangulation. At the second level, the max-min problem is solved, which allows one to arrange moving objects in the environment so as to maximize the minimum distance between any objects of the group: between moving objects, between moving objects and obstacles, as well as between moving objects and the boundaries of the functioning area. A numerical simulation of a group consisting of five moving objects in an environment with fixed obstacles is carried out. The results of modeling the operation of the proposed method and the method without clustering are compared. Further development of the proposed method for planning motion paths, including the adaptation of the method to a three-dimensional environment, is discussed.

**Keywords:** group control, moving object, max-min task, Delaunay triangulation, path planning

**REFERENCES**

1. Pshikhov V.Kh., Medvedev M.Yu. Gruppovoe upravlenie dvizheniem mobil'nykh robotov v neopredelennoi srede s ispol'zovaniem neustoichivyykh rezhimov [Group control of autonomous robots motion in uncertain environment via unstable modes]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*, 2018, iss. 5 (60), pp. 39–63.
2. Timofeev A.V. *Adaptivnoe upravlenie i intellektual'nyi analiz informatsionnykh potokov v komp'yuternykh setyakh* [Adaptive control and intellectual analysis of information flows in computer networks]. Moscow, Anatoliya Publ., 2012. 280 p.
3. Petrin K.V., Teryaev E.D., Filimonov A.B., Filimonov N.B. Mul'tiagentnye tekhnologii v ergaticheskikh sistemakh upravleniya [Multiagent technologies in the ergatic control systems]. *Izvestiya Yuzhnogo federal'nogo universiteta. Tekhnicheskie nauki – Izvestiya Southern Federal University. Engineering sciences*, 2010, no. 3, pp. 7–13.
4. Dzhunusov I.A., Fradkov A.L. Sinkhronizatsiya v setyakh lineinykh agentov s obratnymi svyazyami po vykhodam [Synchronization in networks of linear agents with output feedbacks]. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Remote Control*, 2011, no. 8, pp. 41–52. (In Russian).

---

\* Received 20 September 2019.

This research is supported by Russian Science Foundation (grant 16-19-00001) and research work SP-4658.2018.5 (competition SP-2018)(part 3).

5. Zenkevich S.L., Bolotin E.I. Zadacha klasterizatsii raspredelennykh sistem na primere gruppovoi kooperatsii [Clusterization of distributed systems]. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie – Mechatronics, Automation, Control*, 2013, no. 8, pp. 28–33.
6. Platonov A.K., Kiril'chenko A.A., Kolganov M.A. *Metod potentsialov v zadache vybora puti: istoriya i perspektivy* [The potential field approach in the path finding problem: history and perspectives]. Moscow, Keldysh Institute of Applied Mathematics Publ., 2001. 32 p.
7. Radmanesh M., Kumar M., Guentert P.H., Sarim M. Overview of path planning and obstacle avoidance algorithms for UAVs: a comparative study. *Unmanned Systems*, 2018, vol. 6 (2), pp. 95–118.
8. Pshikhopov V.Kh. Attraktory i repellery v konstruirovaniy sistem upravleniya podvizhnymi ob"ektami [Attractors and repellers in the design of control systems of mobility-governmental entities]. *Izvestiya TRTU – Izvestiya TSURE*, 2006, no. 3 (58), pp. 117–123.
9. Pshikhopov V.Kh. Organizatsiya repellerov pri dvizhenii mobil'nykh robotov v srede s prepyatstviyami [Repellers forming in the process of mobile robots movements in environment with obstacles]. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie – Mechatronics, Automation, Control*, 2008, no. 2, pp. 34–41.
10. Medvedev M.Yu., Lazarev V.S. Algoritmy formirovaniya traektorii gruppy podvizhnykh ob"ektov v dvumernoi srede s ispol'zovaniem neustoychivykh rezhimov [Movement control algorithm for a vehicle group in 2-D environments using unstable modes]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2016, no. 3 (64), pp. 17–29.
11. Liu Z., Wang L., Wang J., Dong D., Hu X. Distributed sampled-data control of nonholonomic multi-robot systems with proximity networks. *Automatica*, 2017, vol. 77, pp. 170–179.
12. Chetty R.M.K., Singaperumal M., Nagarajan T., Tetsunari I. Coordination control of wheeled mobile robots – a hybrid approach. *International Journal of Computer Applications in Technology*, 2011, vol. 41 (3/4), pp. 195–204.
13. Williams R.K., Sukhatme G.S. Constrained interaction and coordination in proximity-limited multiagent systems. *IEEE Transactions on Robotics*, 2013, vol. 29, iss. 4, pp. 930–944.
14. Beloglazov D.A., Guzik V.F., Medvedev M.Yu., Pshikhopov V.Kh., Pyavchenko A.O., Saprykin R.V., Solov'ev V.V., Finaev V.I. *Intellektual'nye tekhnologii planirovaniya peremeshchenii podvizhnykh ob"ektov v trekhmernykh nedeterminirovannykh sredakh* [Intelligent technologies for planning the movement of moving objects in three-dimensional non-deterministic environments]. Ed. by V.Kh. Pshikhopov. Moscow, Nauka Publ., 2017. 232 p. ISBN 978-5-2-39996-9.

Для цитирования:

Медведев М.Ю., Лазарев В.С. Метод формирования траектории для группы подвижных объектов с помощью кластеризации в двумерной среде // Научный вестник НГТУ. – 2019. – № 4 (77). – С. 45–54. – DOI: 10.17212/1814-1196-2019-4-45-54.

For citation:

Medvedev M.Yu., Lazarev V.S. Method formirovaniya traektorii dlya gruppy podvizhnykh ob"ektov s pomoshch'yu klasterizatsii v dvumernoi srede [A path planning method for a moving object group using clustering in a two-dimensional environment]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2019, no. 4 (77), pp. 45–54. DOI: 10.17212/1814-1196-2019-4-45-54.