Научный вестник НГТУ. – 2013. – № 2(51)

УДК 519.24

Активная параметрическая идентификация стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем на основе планирования входных сигналов*. Ч. I

В.М. ЧУБИЧ, Е.В. ФИЛИППОВА

Рассмотрены теоретические и прикладные аспекты проблемы активной параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем, описывающихся моделями в пространстве состояний. Рассмотрен случай вхождения подлежащих оцениванию параметров в уравнения состояния и наблюдения, начальные условия и ковариационные матрицы помех динамики и ошибок измерений. Представлены оригинальные результаты. Приведен пример оптимального оценивания параметров одной модельной структуры.

Ключевые слова: линеаризация, оценивание параметров, метод максимального правдоподобия, планирование оптимальных входных сигналов, информационная матрица, критерий оптимальности.

ВВЕДЕНИЕ

Процедура активной идентификации систем с предварительно выбранной модельной структурой предполагает выполнение следующих этапов.

1. Вычисление оценок параметров по измерительным данным, соответствующим определенному пробному сигналу.
2. Синтез на основе полученных оценок оптимального по некоторому выбранному критерию сигнала (планирование эксперимента).
3. Пересчет оценок неизвестных параметров по измерительным данным, соответствующим синтезированному сигналу.

Целесообразность применения концепции активной идентификации при построении математических моделей стохастических динамических систем в настоящий момент не вызывает сомнений: модели в форме передаточных функций рассматривались, например, в [1, 2], а детерминированные и стохастические модели в пространстве состояний, соответственно, в [3, 4] и [5–9]. Не смотря на то, что данная область исследований интенсивно развивается, возможности применения в ней методов оптимального планирования экспериментов выявлены еще далеко не полностью. В настоящей статье приведены результаты последних исследований авторов применительно к стохастическим нелинейным непрерывно-дискретным системам, описывающимся моделями в пространстве состояний.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Описание моделей в пространстве состояний позволяет с единых методологических позиций рассматривать различные системы (нелинейные и линейные, нестационарные и стационарные) и создавать мощные программные средства для анализа и синтеза динамических систем.

---

*Статья получена 1 февраля 2013 г.
Работа выполнена при финансовой поддержке Интеграционного проекта Министерства образования и науки РФ в 2013 г. (регистр. № 01201256089).*

Рассмотрим следующую управляемую, наблюдаемую, идентифицируемую модель динамической системы в пространстве состояний:

$$\frac{d}{dt}x(t)=f\left[x(t),u(t),t\right]+\Gamma(t)w(t),\ t\in\left[t_0,t_N\right], \tag{1}$$

$$y(t_{k+1})=h\left[x(t_{k+1}),t_{k+1}\right]+v(t_{k+1}),\ k=0,1,...,N-1. \tag{2}$$

Здесь $x(t)$ – n-вектор состояния; $u(t)$ – детерминированный r – вектор управления (входа); $w(t)$ – p-вектор возмущения; $y(t_{k+1})$ – m-вектор измерения (выхода); $v(t_{k+1})$ – m-вектор ошибки измерения. Априорные предположения:

• $\left\{w(t),\ t\in\left[t_0,t_N\right]\right\}$ и $\left\{v(t_{k+1}),k=0,1,...,N-1\right\}$ образуют стационарные белые гауссовские шумы, для которых

$$\mathrm{E}\left[w(t)\right]=0,\ \mathrm{E}\left[w(t)w^T(\tau)\right]=Q\delta(t-\tau),\ \mathrm{E}\left[v(t_{k+1})\right]=0,$$

$$\mathrm{E}\left[v(t_{k+1})v^T(t_{i+1})\right]=R\delta_{ki},\ \mathrm{E}\left[\nu(t_{k+1})w^T(\tau)\right]=0,\ k,i=0,1,\ldots,N-1,\ \tau\in\left[t_0,t_N\right],$$

(здесь и далее $\mathrm{E}[\bullet]$ – оператор математического ожидания, $\delta(t-\tau)$ – дельта-функция, δ_{ki} – символ Кронекера);

• начальное состояние $x(t_0)$ имеет нормальное распределение с параметрами

$$\mathrm{E}\left[x(t_0)\right]=\bar{x}_0,\ \mathrm{E}\left\{\left[x(t_0)-\bar{x}_0\right]\left[x(t_0)-\bar{x}_0\right]^T\right\}=\mathrm{P}_0$$

и не коррелирует с $w(t)$ и $v(t_{k+1})$ при любых значениях переменных t и k;

• неизвестные параметры сведены в s-вектор Θ, включающий в себя элементы вектор-функций $f\left[x(t),u(t),t\right]$, $h\left[x(t_{k+1}),t_{k+1}\right]$, матриц $\Gamma(t)$, Q, R, P_0 и вектора $\bar{x}_0$ в различных комбинациях.

Необходимо для математической модели (1), (2) с учетом высказанных априорных предположений разработать процедуру активной параметрической идентификации, принципиальное содержание которой рассматривается во введении.

2. ЛИНЕАРИЗАЦИЯ МОДЕЛИ

Поставленную задачу будем решать для соответствующей линеаризованной модели

$$\frac{d}{dt}x(t)=a(t)+F(t)x(t)+\Gamma(t)w(t),\ t\in\left[t_0,t_N\right]; \tag{3}$$

$$y(t_{k+1})=A(t_{k+1})+H(t_{k+1})x(t_{k+1})+v(t_{k+1}),\ k=0,1,...,N-1, \tag{4}$$

которую получим, применяя либо временную, либо статистическую линеаризацию.

Линеаризация во временной области возможна, если вектор-функции $f\left[x(t),u(t),t\right]$ и $h\left[x(t_{k+1}),t_{k+1}\right]$ непрерывны и дифференцируемы по $x(t)$, $u(t)$ и $x(t_{k+1})$ (см., например, [10, 11]). В этом случае

$$a(t)=f\left[x_н(t),u_н(t),t\right]-\frac{\partial f\left[x_н(t),u_н(t),t\right]}{\partial x(t)}x_н(t)+\frac{\partial f\left[x_н(t),u_н(t),t\right]}{\partial u(t)}\times$$

$$\times\left[u(t)-u_н(t)\right]+\Gamma(t)w(t);$$

$$A(t_{k+1})=h\left[x_н(t_{k+1}),t_{k+1}\right]-\frac{\partial h\left[x_н(t_{k+1}),t_{k+1}\right]}{\partial x(t_{k+1})}x_н(t_{k+1});$$

$$F(t)=\frac{\partial f\left[x_н(t),u_н(t),t\right]}{\partial x(t)};\ \mathrm{H}(t_{k+1})=\frac{\partial h\left[x_н(t_{k+1}),t_{k+1}\right]}{\partial x(t_{k+1})}.$$

Номинальная траектория $\left\{x_н(t),\ t\in\left[t_0,t_N\right]\right\}$ определяется при помощи равенства

$$\begin{cases}\dfrac{d}{dt}x_н(t)=f\left[x_н(t),u_н(t),t\right],\ \ t\in[t_0,t_N];\\ x_н(t_0)=\overline{x}(t_0).\end{cases}$$

В отличие от временной, статистическая линеаризация применима в том числе к неоднозначным функциям и к существенным нелинейностям, имеющим характеристики с угловыми точками и разрывами. Она заключается в замене нелинейной характеристики эквивалентной (в вероятностной смысле) линеаризованной функциональной зависимостью.

В соответствии с [12],

$$a\left[\overline{x}(t),P(t),u(t),t\right]=f_0\left[\overline{x}(t),P(t),u(t),t\right]-f_1\left[\overline{x}(t),P(t),u(t),t\right]\overline{x}(t);$$

$$F\left[\overline{x}(t),P(t),u(t),t\right]=f_1\left[\overline{x}(t),P(t),u(t),t\right];$$

$$A\left[\overline{x}(t_{k+1}),P(t_{k+1}),t_{k+1}\right]=h_0\left[\overline{x}(t_{k+1}),P(t_{k+1}),t_{k+1}\right]-$$

$$-h_1\left[\overline{x}(t_{k+1}),P(t_{k+1}),t_{k+1}\right]\overline{x}(t_{k+1});$$

$$\mathrm{H}\left[\overline{x}(t_{k+1}),P(t_{k+1}),t_{k+1}\right]=h_1\left[\overline{x}(t_{k+1}),P(t_{k+1}),t_{k+1}\right],$$

где

$$f_0\left[\overline{x}(t),P(t),u(t),t\right]=\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n\det\left[P(t)\right]}}\int_{-\infty}^{+\infty}f\left[x(t),u(t),t\right]\times$$

$$\times\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[x(t)-\overline{x}(t)\right]^T P^{-1}(t)\left[x(t)-\overline{x}(t)\right]\right\}dx(t);\ (5)$$

$$f_1\left[\overline{x}(t),P(t),u(t),t\right]=\frac{\partial f_0\left[\overline{x}(t),P(t),u(t),t\right]}{\partial\overline{x}(t)};$$

$$h_0\left[\overline{x}(t_{k+1}),P(t_{k+1}),t_{k+1}\right]=\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n\det\left[P(t_{k+1})\right]}}\int_{-\infty}^{+\infty}h\left[x(t_{k+1}),t_{k+1}\right]\times$$

$$\times\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[x(t_{k+1})-\overline{x}(t_{k+1})\right]^T P^{-1}(t_{k+1})\left[x(t_{k+1})-\overline{x}(t_{k+1})\right]\right\}dx(t_{k+1}); \qquad (6)$$

$$h_1\left[\bar{x}\left(t_{k+1}\right), P\left(t_{k+1}\right), t_{k+1}\right] = \frac{\partial h_0\left[\bar{x}\left(t_{k+1}\right), P\left(t_{k+1}\right), t_{k+1}\right]}{\partial \bar{x}\left(t_{k+1}\right)},$$

причем $\bar{x}(t) = E\left[x(t)\right]$ и $P(t) = E\left\{\left[x(t) - \bar{x}(t)\right]\left[x(t) - \bar{x}(t)\right]^T\right\}$ определяются из *следующих* дифференциальных уравнений (ДУ):

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\bar{x}(t) = f_0\left[\bar{x}(t), P(t), u(t), t\right], \quad t \in \left[t_0, t_N\right], \\ \bar{x}(t_0) - \text{дано}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{dP(t)}{dt} = f_1\left[\bar{x}(t), P(t), u(t), t\right]P(t) + P(t) f_1^T\left[\bar{x}(t), P(t), u(t), t\right] + \\ \qquad + \Gamma(t) Q \Gamma^T(t), \ t \in \left[t_0, t_N\right], \\ P(t_0) - \text{дано}. \end{cases}$$

Подчеркнем, что при вычислении интегралов в формулах (5), (7) может оказаться полезным использование выражений из [12–14] для коэффициентов статистической линеаризации типовых одномерных нелинейностей.

В целях упрощения обозначений в выражениях для $a[\bullet]$, $F[\bullet]$, $A[\bullet]$ и $H[\bullet]$ будем опускать зависимость от $\bar{x}(\bullet)$, $P(\bullet)$, $u(\bullet)$.

Априорные предположения позволяют воспользоваться непрерывно-дискретным фильтром Калмана и выписать функцию правдоподобия, необходимую для оценивания параметров и информационную матрицу Фишера, необходимую при планировании эксперимента.

3. ОЦЕНИВАНИЕ НЕИЗВЕСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ

Оценивание неизвестных параметров математической модели осуществляется по данным наблюдений Ξ в соответствии с критерием идентификации $\chi(\theta)$. Сбор числовых данных происходит в процессе проведения идентификационных экспериментов, которые выполняются по некоторому плану ξ_ν.

Предположим, что экспериментатор может произвести ν запусков системы, причем сигнал U_1 он подает на вход системы k_1 раз, сигнал U_2 – k_2 раза и т. д., наконец, сигнал U_q – k_q раз. В этом случае дискретный (точный) нормированный план эксперимента ξ_ν представляет собой совокупность точек $U_1, U_2, \ldots, U_q$, называемых спектром плана, и соответствующих им долей повторных запусков:

$$\xi_\nu = \begin{Bmatrix} U_1, \ U_2, \ \ldots, \ U_q \\ \dfrac{k_1}{\nu}, \ \dfrac{k_2}{\nu}, \ \ldots, \ \dfrac{k_q}{\nu} \end{Bmatrix}, \ U_i \in \Omega_U, \ i = 1, 2, \ldots, q.$$

Множество планирования Ω_U задает ограничения на условия проведения эксперимента. Будем считать, что входной сигнал $u(t)$ является кусочно-постоянным и сохраняет свои значения на интервале между соседними измерениями. Таким образом, для каждой точки U_i спектра плана ξ_ν справедливо

$$U_i^T = \left\{ \left[u^i(t_0)\right]^T, \left[u^i(t_1)\right]^T, ..., \left[u^i(t_{N-1})\right]^T \right\} \text{ и } \Omega_U \subset R^{Nr}.$$

Обозначим через $Y_{i,j}$ j-ю реализацию выходного сигнала ($j = 1, 2, \ldots, k_i$), соответствующую i-му входному сигналу U_i ($i = 1, 2, \ldots, q$). Тогда в результате проведения по плану ξ_ν идентификационных экспериментов будет сформировано множество

$$\Xi = \left\{ \left(U_i, Y_{i,j}\right), j = 1, 2, ..., k_i, i = 1, 2, ..., q \right\}, \quad \sum_{i=1}^{q} k_i = \nu.$$

Уточним структуру $Y_{i,j}$:

$$Y_{i,j}^T = \left\{ \left[y^{i,j}(t_1)\right]^T, \left[y^{i,j}(t_2)\right]^T, ..., \left[y^{i,j}(t_N)\right]^T \right\}, \; j = 1, 2, ..., k_i, \; i = 1, 2, ..., q,$$

и заметим, что в случае пассивной параметрической идентификации, как правило, $q = \nu = 1$.

В соответствии с методом максимального правдоподобия необходимо найти такие значения параметров $\widehat{\Theta}$, для которых

$$\widehat{\Theta} = \arg \min_{\Theta \in \Omega_\Theta} \left[\chi(\Theta) \right],$$

где (см. [15, 16])

$$\chi(\theta) = -\ln L(\Xi; \Theta) = \frac{Nm\nu}{2} \ln 2\pi +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{q} \sum_{j=1}^{k_i} \sum_{k=0}^{N-1} \left[\varepsilon^{i,j}(t_{k+1})\right]^T \left[B^i(t_{k+1})\right]^{-1} \left[\varepsilon^{i,j}(t_{k+1})\right] + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{q} k_i \sum_{k=0}^{N-1} \ln \det B^i(t_{k+1}),$$

причем

$$\varepsilon^{i,j}(t_{k+1}) = y^{i,j}(t_{k+1}) - \widehat{y}^{i,j}(t_{k+1} | t_k),$$

а $\widehat{y}^{i,j}(t_{k+1} | t_k)$ и $\mathrm{B}^i(t_{k+1})$ определяются по следующим рекуррентным уравнениям непрерывно-дискретного фильтра Калмана [17]:

$$\frac{d}{dt} \widehat{x}^{i,j}(t | t_k) = F^i(t) \widehat{x}^{i,j}(t | t_k) + a^i(t), \quad t_k \le t \le t_{k+1};$$

$$\frac{d}{dt} \mathrm{P}^i(t | t_k) = F^i(t) \mathrm{P}^i(t | t_k) + \mathrm{P}^i(t | t_k) \left[F^i(t)\right]^T + \Gamma(t) Q \Gamma^T(t), \quad t_k \le t \le t_{k+1};$$

$$\mathrm{B}^i(t_{k+1}) = \mathrm{H}^i(t_{k+1}) \mathrm{P}^i(t_{k+1} | t_k) \left[\mathrm{H}^i(t_{k+1})\right]^T + R;$$

$$K^i(t_{k+1}) = \mathrm{P}^i(t_{k+1} | t_k) \left[\mathrm{H}^i(t_{k+1})\right]^T \left[\mathrm{B}^i(t_{k+1})\right]^{-1};$$

$$\widehat{x}^{i,j}(t_{k+1} | t_{k+1}) = \widehat{x}^{i,j}(t_{k+1} | t_k) + \mathrm{K}^i(t_{k+1}) \varepsilon^{i,j}(t_{k+1});$$

$$\mathrm{P}^i(t_{k+1} | t_{k+1}) = \left[\mathrm{I} - \mathrm{K}^i(t_{k+1}) \mathrm{H}^i(t_{k+1})\right] \mathrm{P}^i(t_{k+1} | t_k);$$

$$\hat{y}^{i,j}(t_{k+1} \mid t_k) = A^i(t_{k+1}) + \mathrm{H}^i(t_{k+1})\hat{x}^{i,j}(t_{k+1} \mid t_k)$$

для $k = 0,1,...,N-1$, $j = 1,2,...,k_i$, $i = 1,2,...,q$ с начальными условиями $\hat{x}(t_0 \mid t_0) = \overline{x}_0$, $P(t_0 \mid t_0) = P_0$. Вычисление условного минимума $\chi(\Theta)$ будем осуществлять либо симплекс-ным методом, либо методом проекции градиента ([18, 19]). В последнем случае вычисляется градиент критерия максимального правдоподобия:

$$\frac{\partial \chi(\Theta)}{\partial \theta_l} = \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{k_i}\sum_{k=0}^{N-1}\left\{\left[\frac{\partial \varepsilon^{i,j}(t_{k+1})}{\partial \theta_l}\right]^T \left[\mathrm{B}^i(t_{k+1})\right]^{-1}\left[\varepsilon^{i,j}(t_{k+1})\right] - \right.$$

$$\left. -\frac{1}{2}\left[\varepsilon^{i,j}(t_{k+1})\right]^T \left[\mathrm{B}^i(t_{k+1})\right]^{-1} \frac{\partial \mathrm{B}^i(t_{k+1})}{\partial \theta_l}\left[\mathrm{B}^i(t_{k+1})\right]^{-1} \varepsilon^{i,j}(t_{k+1})\right\} +$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{q} k_i \sum_{k=0}^{N-1} Sp\left\{\left[\mathrm{B}^i(t_{k+1})\right]^{-1}\frac{\partial \mathrm{B}^i(t_{k+1})}{\partial \theta_l}\right\}, \quad l = 1,2,...,s.$$

Здесь $\dfrac{\partial \varepsilon^{i,j}(t_{k+1})}{\partial \theta_l}$ и $\dfrac{\partial \mathrm{B}(t_{k+1})}{\partial \theta_l}$ определяются по следующим выражениям, вытекающим из уравнений фильтра Калмана:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \hat{x}^{i,j}(t \mid t_k) \\ \dfrac{\partial \hat{x}^{i,j}(t \mid t_k)}{\partial \theta_l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F^i(t)\hat{x}^{i,j}(t \mid t_k) + a^i(t) \\ \dfrac{\partial F^i(t)}{\partial \theta_l}\hat{x}^{i,j}(t \mid t_k) + F^i(t)\dfrac{\partial \hat{x}^{i,j}(t \mid t_k)}{\partial \theta_l} + \dfrac{\partial a^i(t)}{\partial \theta_l} \end{bmatrix}, \quad t_k \le t \le t_{k+1};$$

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \mathrm{P}^i(t \mid t_k) \\ \dfrac{\partial P^i(t \mid t_k)}{\partial \theta_1} \\ \dots \\ \dfrac{\partial P^i(t \mid t_k)}{\partial \theta_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F^i(t) & 0 & \dots & 0 \\ \dfrac{\partial F^i(t)}{\partial \theta_1} & F^i(t) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dfrac{\partial F^i(t)}{\partial \theta_s} & 0 & \dots & F^i(t) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathrm{P}^i(t \mid t_k) \\ \dfrac{\partial P^i(t \mid t_k)}{\partial \theta_1} \\ \dots \\ \dfrac{\partial P^i(t \mid t_k)}{\partial \theta_s} \end{bmatrix} +$$

$$+\begin{bmatrix} \mathrm{P}^i(t \mid t_k) & \dfrac{\partial P^i(t \mid t_k)}{\partial \theta_1} & \dots & \dfrac{\partial P^i(t \mid t_k)}{\partial \theta_s} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \left(F^i(t)\right)^T & \dfrac{\partial \left(F^i(t)\right)^T}{\partial \theta_1} & \dots & \dfrac{\partial \left(F^i(t)\right)^T}{\partial \theta_s} \\ 0 & \left(F^i(t)\right)^T & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \left(F^i(t)\right)^T \end{bmatrix} +$$

$$+\begin{bmatrix} \Gamma(t) \\ \dfrac{\partial\Gamma(t)}{\partial\theta_1} \\ \dots \\ \dfrac{\partial\Gamma(t)}{\partial\theta_s} \end{bmatrix} Q\Gamma^T(t)+\Gamma(t)\begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{\partial Q(t)}{\partial\theta_1} \\ \dots \\ \dfrac{\partial Q(t)}{\partial\theta_s} \end{bmatrix}\Gamma^T(t)+\Gamma(t)Q\begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{\partial\Gamma^T(t)}{\partial\theta_1} \\ \dots \\ \dfrac{\partial\Gamma^T(t)}{\partial\theta_s} \end{bmatrix},\ t_k \le t \le t_{k+1};$$

$$\frac{\partial \mathrm{B}^i(t_{k+1})}{\partial\theta_l}=\frac{\partial \mathrm{H}^i(t_{k+1})}{\partial\theta_l}\mathrm{P}^i(t_{k+1}|t_k)\left[\mathrm{H}^i(t_{k+1})\right]^T+\mathrm{H}^i(t_{k+1})\frac{\partial \mathrm{P}^i(t_{k+1}|t_k)}{\partial\theta_l}\left[\mathrm{H}^i(t_{k+1})\right]^T+$$

$$+\mathrm{H}^i(t_{k+1})\mathrm{P}^i(t_{k+1}|t_k)\frac{\partial\left[\mathrm{H}^i(t_{k+1})\right]^T}{\partial\theta_l}+\frac{\partial R}{\partial\theta_l};$$

$$\frac{\partial \mathrm{K}^i(t_{k+1})}{\partial\theta_l}=\left\{\frac{\partial \mathrm{P}^i(t_{k+1}|t_k)}{\partial\theta_l}\left[\mathrm{H}^i(t_{k+1})\right]^T+\mathrm{P}^i(t_{k+1}|t_k)\frac{\partial\left[\mathrm{H}^i(t_{k+1})\right]^T}{\partial\theta_l}-\right.$$

$$\left.-\mathrm{P}^i(t_{k+1}|t_k)\left[\mathrm{H}^i(t_{k+1})\right]^T\left[\mathrm{B}^i(t_{k+1})\right]^{-1}\frac{\partial \mathrm{B}^i(t_{k+1})}{\partial\theta_l}\right]\left[\mathrm{B}^i(t_{k+1})\right]^{-1};$$

$$\frac{\partial \mathrm{P}^i(t_{k+1}|t_{k+1})}{\partial\theta_l}=\left[\mathrm{I}-\mathrm{K}^i(t_{k+1})\mathrm{H}^i(t_{k+1})\right]\frac{\partial \mathrm{P}^i(t_{k+1}|t_k)}{\partial\theta_l}-$$

$$-\left[\frac{\partial \mathrm{K}^i(t_{k+1})}{\partial\theta_l}\mathrm{H}^i(t_{k+1})+\mathrm{K}^i(t_{k+1})\frac{\partial \mathrm{H}^i(t_{k+1})}{\partial\theta_l}\right]\mathrm{P}^i(t_{k+1}|t_k);$$

$$\frac{\partial\varepsilon^{i,j}(t_{k+1})}{\partial\theta_l}=-\frac{\partial \mathrm{H}^i(t_{k+1})}{\partial\theta_l}\hat{x}^{i,j}(t_{k+1}|t_k)-\mathrm{H}^i(t_{k+1})\frac{\partial\hat{x}^{i,j}(t_{k+1}|t_k)}{\partial\theta_l}-\frac{\partial A^i(t_{k+1})}{\partial\theta_l};$$

$$\frac{\partial\hat{x}^{i,j}(t_{k+1}|t_{k+1})}{\partial\theta_l}=\frac{\partial\hat{x}^{i,j}(t_{k+1}|t_k)}{\partial\theta_l}+\frac{\partial \mathrm{K}^i(t_{k+1})}{\partial\theta_l}\varepsilon^{i,j}(t_{k+1})+\mathrm{K}^i(t_{k+1})\frac{\partial\varepsilon^{i,j}(t_{k+1})}{\partial\theta_l}$$

для $l=1,2,\dots,s$, $k=0,1,\dots,N-1$, $j=1,2,\dots,k_i$, $i=1,2,\dots,q$ с начальными условиями $\dfrac{\partial\hat{x}^{i,j}(t_0|t_0)}{\partial\theta_l}=\dfrac{\partial\bar{x}_0}{\partial\theta_l}$, $\dfrac{\partial P^i(t_0|t_0)}{\partial\theta_l}=\dfrac{\partial P_0}{\partial\theta_l}$.

Подчеркнем, что для вычисления $\left\{ \frac{\partial a^i(t)}{\partial \theta_l}, \frac{\partial F^i(t)}{\partial \theta_l}, \frac{\partial A^i(t_{k+1})}{\partial \theta_l}, \frac{\partial H^i(t_{k+1})}{\partial \theta_l} \right\}$ в случае применения временной линеаризации необходимо решать систему ДУ:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x_н^i(t) \\ \frac{\partial x_н^i(t)}{\partial \theta_l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f\left[x_н^i(t),\ u_н^i(t),\ t\right] \\ \frac{\partial f\left[x_н^i(t),\ u_н^i(t),\ t\right]}{\partial \theta_l} \end{bmatrix}; \\ \begin{bmatrix} x_н^i(t_0) \\ \frac{\partial x_н^i(t_0)}{\partial \theta_l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{x}_0 \\ \frac{\partial \bar{x}_0}{\partial \theta_l} \end{bmatrix}, \end{cases}$$

а в случае применения статистической линеаризации решать следующие системы ДУ:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \bar{x}^i(t) \\ \frac{\partial \bar{x}^i(t)}{\partial \theta_l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_0\left[\bar{x}^i(t), P(t), u^i(t), t\right] \\ \frac{\partial f_0\left[\bar{x}^i(t), P(t), u^i(t), t\right]}{\partial \theta_l} \end{bmatrix}; \\ \begin{bmatrix} \bar{x}^i(t_0) \\ \frac{\partial \bar{x}^i(t_0)}{\partial \theta_l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{x}_0 \\ \frac{\partial \bar{x}_0}{\partial \theta_l} \end{bmatrix}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} P^i(t) \\ \frac{\partial P^i(t)}{\partial \theta_l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1\left[\bar{x}^i(t), P(t), u^i(t), t\right] P^i(t) + P^i(t) f_1^T\left[\bar{x}^i(t), P(t), u^i(t), t\right] + \Gamma(t) Q \Gamma^T(t) \\ \frac{\partial f_1\left[\bar{x}^i(t), P(t), u^i(t), t\right]}{\partial \theta_l} P^i(t) + f_1\left[\bar{x}^i(t), P(t), u^i(t), t\right] \frac{\partial P^i(t)}{\partial \theta_l} + \\ + \frac{\partial P^i(t)}{\partial \theta_l} f_1^T\left[\bar{x}^i(t), P(t), u^i(t), t\right] + P^i(t) \frac{\partial f_1^T\left[\bar{x}^i(t), P(t), u^i(t), t\right]}{\partial \theta_l} + \\ + \frac{\partial \Gamma(t)}{\partial \theta_l} Q \Gamma^T(t) + \Gamma(t) \frac{\partial Q}{\partial \theta_l} \Gamma^T(t) + \Gamma(t) Q \frac{\partial \Gamma^T(t)}{\partial \theta_l} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} P^i(t_0) \\ \frac{\partial P^i(t_0)}{\partial \theta_l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_0 \\ \frac{\partial P_0}{\partial \theta_l} \end{bmatrix}, \end{cases}$$

Конец Ч. 1.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] **Hjalmarsson H.** From experiment design to closed-loop control / H. Hjalmarsson //Automatica. – 2005. – V. 41. – P. 393–438.

[2] **Gevers M.** Identification of multi-input systems: variance analysis and input design issues / M. Gevers, L. Miskovic, D. Bonvin, A. Karimi // Automatica. – 2006. – V. 42. – P. 559–572.

[3] **Овчаренко В.Н.** Планирование идентифицирующих входных сигналов в линейных динамических системах / В.Н. Овчаренко // АиТ. – 2001. – № 2. – С. 75–87.

[4] **Jauberthie C.** An optimal input design procedure / C. Jauberthie, L. Denis-Vidal, P. Coton, G. Joly-Blanchard // Automatica. – 2006. – V. 42. – P. 881–884.

[5] **Mehra R.K.** Optimal input signals for parameter estimation in dynamic systems - survey and new results / R.K. Mehra // IEEE Trans. Automat. Control. – 1974. – V. 19. – № 6. – P. 753–768.

[6] **Чубич В.М.** Оптимальная идентификация дискретных систем на основе метода статистической линеаризации / В.М. Чубич // Информационные технологии и вычислительные системы. – 2010. – № 4. – С. 47–56.

[7] **Чубич В.М.** Информационная технология активной параметрической идентификации стохастических квазилинейных дискретных систем / В.М. Чубич // Информатика и ее применения. – 2011. – Т. 5. – Вып. 1. – С. 46–57.

[8] **Денисов В.И.** Активная параметрическая идентификация стохастических линейных систем / В.И. Денисов, В.М. Чубич, О.С. Черникова, Д.И. Бобылева. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2009. – 192 с.

[9] **Чубич В.М.** Активная параметрическая идентификация нелинейных дискретных систем на основе линеаризации во временной области и оптимального управления / В.М. Чубич, О.С. Черникова // Проблемы управления. – 2011. – № 2. – С. 9–15.

[10] **Чубич В.М.** Применение методов теории планирования экспериментов при параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем / В.М. Чубич, Е.В. Филиппова // АПЭП 2010. Актуальные проблемы электронного приборостроения: материалы 10 Международной конф. – Новосибирск. – 2010. – Т. 6. – С. 85–93.

[11] **Чубич В.М.** Особенности вычисления информационной матрицы Фишера в задаче активной параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем / В.М. Чубич // Научный вестник НГТУ. – 2009. – № 1 (34). – С. 41–54.

[12] **Синицын И.Н.** Фильтры Калмана и Пугачева / И.Н. Синицын. – М.: Логос, 2007. – 776 с.

[13] **Казаков И.Е.** Статистическая динамика нелинейных автоматических систем / И.Е. Казаков, Б.Г. Доступов. – М.: Физматгиз, 1962. – 332 с.

[14] **Пугачев В.С.** Основы статистической теории автоматических систем / В.С. Пугачев, И.Е. Казаков, Л.Г.Евланов. – М.: Машиностроение, 1974. – 400 с.

[15] **Gupta N.K.** Computational aspects of maximum likelihood estimation and reduction in sensitivity function calculations / N.K. Gupta, R.K. Mehra // IEEE Trans. Automat. Control. – 1974. – V. 19. – № 6. – P. 774–783.

[16] **Astrom K.J.** Maximum likelihood and prediction errors methods / K.J. Astrom // Automatica. – 1980. – V. 16. – P. 551–574.

[17] **Огарков М.А.** Методы статистического оценивания параметров случайных процессов / М.А. Огарков. – М.: Энергоатомиздат, 1980. – 208 с.

[18] **Базара М.** Нелинейное программирование / М. Базара, К. Шетти. – М.: Мир, 1982. – 583 с.

[19] **Сухарев А.Г.** Курс методов оптимизации / А.Г. Сухарев, В.В. Тимохов, В.В. Федоров. – М.: Наука, 1986. – 328 с.

[20] **Чубич В.М.** Алгоритм вычисления информационной матрицы Фишера в задаче активной параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем / В.М. Чубич // Науч. вест. НГТУ. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2009. – № 3 (36). – С. 15–22.

[21] **Денисов В.И.** Математическое обеспечение системы ЭВМ-экспериментатор / В.И. Денисов. – М.: Наука, 1977. – 250 с.

[22] **Чубич В.М.** Вычисление производных информационной матрицы Фишера по компонентам входного сигнала в задаче активной параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем / В.М. Чубич, Е.В. Филиппова // Науч. вест. НГТУ. – 2010. – № 2 (39). – С. 53–63.

[23] **Чубич В.М.** Нахождение производных от информационной матрицы Фишера по компонентам входного сигнала для стохастических непрерывно-дискретных моделей, полученных в результате применения статистической идентификации / В.М. Чубич, Е.В. Филиппова // Науч. вест. НГТУ. – 2011. – № 4 (45). – С. 35–48.

[24] **Денисов В.И.** Алгоритм вычисления производных от информационной матрицы Фишера по компонентам входного сигнала для стохастических непрерывно-дискретных моделей, полученных в результате применения статистической идентификации / В.И. Денисов, В.М. Чубич, Е.В. Филиппова // Науч. вест. НГТУ. – 2012. – № 1 (46). – С. 29–46.

[25] **Ермаков С.М.** Математическая теория оптимального эксперимента / С.М. Ермаков, А.А. Жиглявский. – М.: Наука, 1987. – 320 с.

[26] **Чубич В.М.** Программный комплекс активной параметрической идентификации стохастических нелинейных непрерывно-дискретных систем (ПК-II) / В.М. Чубич, Е.В. Филиппова // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2011612718. – М.: Роспатент, 2011.

[27] **Чубич В.М.** Интерактивная программная система активной параметрической идентификации стохастических динамических систем (APIS 1.0) / В.М. Чубич, О.С. Черникова, Е.В. Филиппова // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2012617399. – М.: Роспатент, 2012.

Чубич Владимир Михайлович, кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований: анализ и планирование экспериментов для стохастических динамических систем. Имеет более 40 публикаций, в том числе 5 учебных пособий и монографию. Тел. 346-27-76, e-mail: chubich_62@ngs.ru.

Филиппова Елена Владимировна, магистр прикладной математики и информатики, аспирантка кафедры прикладной математики Новосибирского государственного технического университета. E-mail: alena-filippova@mail.ru.

V.M. Chubich, E.V. Filippova

Active parametrical identification of stochastic continuous-discrete systems on basis of design input signals

For stochastic nonlinear continuous-discrete systems are described of models in the state space the theoretical and applied aspects of the active parametrical identification are considered. The case that the parameters of mathematical models to be estimated appear in the state and control equations, as well as the initial condition and the covariance matrices of the dynamic noise and measurement errors is considered. Original results are shown. An example of optimal parameter estimation for one model structure is considered.

Key words: linearization, parameter estimation, maximum likelihood method, design of optimal input signals, information matrix, optimality criteria.