

ИНФОРМАТИКА,
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА
И УПРАВЛЕНИЕ

INFORMATICS,
COMPUTER ENGINEERING
AND CONTROL

УДК 681.5.865.8

DOI: 10.17212/1814-1196-2020-2-3-37-56

Управление группой БЛА при неопределенных запаздываниях в каналах связи*

А.Р. ГАЙДУК^{1,a}, С.Г. КАПУСТЯН^{2,b}, В.С. ПЛАКСИЕНКО^{1,c},
А.Э.А. КАБАЛАН^{1,d}

¹ 347922, РФ, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44, Институт радиотехнических систем и управления, Южный федеральный университет

² 344006, РФ, г. Ростов-на-Дону, пр. Чехова, 41, Южный научный центр Российской академии наук

^a gaiduk_2003@mail.ru ^b kap56@mail.ru ^c vsp46_2003@mail.ru

^d ali.kabalan.92@gmail.com

Группы БЛА и других безэкипажных роботов всё шире используются для решения производственных и специальных задач ввиду их большей эффективности по сравнению с одинокими роботами. Эффективность группы во многом определяется возможностями средств коммуникаций между членами группы и ее лидером, влияющих на оперативность принимаемых решений. Часто управление группой БЛА осуществляется многомерной системой управления, алгоритмы которой реализуются вычислительным комплексом БЛА-лидера группы. Проблема здесь заключается в том, что в индивидуальных каналах обмена информацией БЛА-лидера с остальными БЛА группы возникает запаздывание по времени. Произвольное пространственное распределение БЛА в окрестности лидера обуславливает существенно разные, неопределенные запаздывания в каналах его связи с БЛА группы, что может приводить к потере устойчивости управления. Для преодоления этой трудности предлагается применить робастную к запаздыванию многомерную систему управления. Синтез этой системы осуществляется на основе матричного декомпозирующего управления и метода аналитического синтеза систем с управлением по выходу и воздействиям (АССУВВ) с учетом условий реализуемости управлений на цифровых вычислительных элементах.

В статье получены аналитические соотношения, включающие решение линейной системы алгебраических уравнений и процедуру построения алгоритмов цифрового управления группой БЛА, при котором обеспечивается робастная к запаздываниям в каналах связи устойчивость ее движений. Эффективность предложенного подхода иллюстрируется численным примером синтеза многомерной цифровой системы группового управления БЛА. Полученные результаты могут применяться при создании цифровых систем управления как одномерными,

* Статья получена 21 января 2020 г.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 17-29-07054 и № 19-08-01226, а также в рамках реализации гос. задания ЮНЦ РАН, № г. проекта АААА-А19-119011190173-6.

так и многомерными объектами с неопределенным запаздыванием в сельскохозяйственных, пищевых, энергетических машиностроительных и других производствах.

Ключевые слова: группа БЛА, многомерная система, синтез, канал связи, запаздывание по времени, матричное декомпозирующее управление, робастность, управление по выходу и воздействиям, устойчивость

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время автономные роботы, в частности беспилотные летательные аппараты (БЛА), находят всё более широкое применение для решения задач производственной, социальной и оборонной направленности. Многие задачи, такие как доставка индивидуальных заказов, мониторинг отдельных автомобильных или железнодорожных трасс, состояния линий электропередач, трубопроводов, ледовой обстановки на реках, инспектирование государственной границы и другие аналогичные задачи, могут быть успешно решены одиночными БЛА [1–4]. Однако решение таких задач, как мониторинг больших лесных массивов, картографирование административных территорий, обследование морских акваторий, а также оборонных задач одиночными БЛА весьма затруднительно и чаще всего оказывается экономически неэффективным. Поэтому в этих и многих других аналогичных случаях применяются группы, состоящие из нескольких БЛА [5–10]. Поскольку автономные роботы являются безэкипажными, они снабжаются специальными системами управления, которые обеспечивают движение роботов и выполнение их миссий. При создании соответствующих систем используются практически все известные подходы: классический [1, 3, 4], оптимальное управление [6], коллективное и многоагентное [10–2], интеллектуальное управление [2, 5, 8, 9] и другие. Наличие нескольких БЛА в группе обуславливает необходимость применения многомерного, группового управления [9, 10, 13].

Эффективность решения задач группового управления существенно зависит от коммуникационных возможностей средств связи между членами группы [5, 14, 15]. Если в группу объединяются БЛА, имеющие системы управления с ограниченными возможностями, то задача управления группой возлагается на систему группового управления (СГУ), располагающуюся на БЛА-лидере, являющемся членом этой же группы. В рамках выполнения этой роли СГУ лидера формирует управление каждым БЛА группы с учетом его ответных сигналов, поступающих по каналам связи. Из-за произвольного распределения группы в пространстве сигналы принимаются лидером от БЛА, а также БЛА от лидера с некоторой задержкой по времени. Причем сигналы распространяются по каналам связи с различной задержкой из-за использования различных способов связи [5, 12, 14]. Если БЛА находится в пределах радиуса действия средств связи, то связь осуществляется по прямому каналу «лидер – БЛА – лидер». Но так как радиус действия средств связи всех типов ограничен, то связь с БЛА, которые находятся вне радиуса прямого действия связи, осуществляется через промежуточные БЛА, выполняющие роль ретрансляторов, т. е. используются каналы типа «лидер – БЛА – ... – БЛА – лидер». В этих случаях число БЛА-ретрансляторов в разные моменты времени и для разных БЛА является различным в зависимости от простран-

ственного расположения БЛА, что и приводит к неопределенности значений задержки от различных БЛА в различные моменты времени [5, 14].

С другой стороны, область пространства, в которой распределены БЛА одной группы, всегда является ограниченной, следовательно, и максимально возможное запаздывание не превышает некоторого значения. Это значение зависит от числа БЛА в группе и от расстояния, которое они должны поддерживать между собой с тем, чтобы обеспечивалось их безопасное движение в одной группе. Другими словами, временная задержка сигналов управления в каналах связи БЛА-лидера с другими БЛА группы может изменяться в некоторых пределах, но не превышать некоторого значения.

Как известно, временная задержка в системах управления оказывает существенное влияние на их свойства, в частности на устойчивость [16–21]. Наибольшие трудности в обеспечении устойчивости замкнутых систем управления возникают в тех случаях, когда запаздывание является неопределенным [18, 19, 21]. Для преодоления этой трудности представляется целесообразным использование робастных систем управления с запаздыванием [22–25]. Применительно к управлению движением группы БЛА системы этого типа могут обеспечить асимптотическую устойчивость ее движений при любых ограниченных значениях запаздывания в каналах связи БЛА-лидера с другими БЛА.

Задача синтеза робастных многомерных дискретных систем управления непрерывными объектами рассматривалась в работах [22, 23]. В настоящей работе рассматривается задача синтеза цифровой робастной СГУ с запаздыванием, так как системы управления БЛА, как правило, реализуются на основе вычислительных средств. Наличие нескольких БЛА в группе превращает СГУ в многомерную, что существенно осложняет ее синтез. Решение задачи синтеза получено на основе матричного декомпозирующего управления и метода аналитического синтеза систем с управлением по выходу и воздействиям (АССУВВ) с применением результатов по устойчивости дискретных возмущенных систем [13, 23].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Предположим, управляемое движение группы БЛА с лидером описывается системой дифференциальных уравнений

$$\dot{x}(t) = A_c x(t) + B_c u(t, \tau_c), \quad y(t) = Cx(t), \quad (1)$$

где $x(t)$ – n -вектор состояния группы; A_c, B_c, C – числовые матрицы соответствующих размерностей; $u(t, \tau_c) = [u_1(t, \tau_{c1}) \dots u_\chi(t, \tau_{c\chi})]^T$ и $y(t) = [y_1(t) \dots y_\chi(t)]$ – χ -вектор управления $u_i(t, \tau_{ci})$ и выходных переменных $y_i(t)$ БЛА группы; χ – число БЛА в группе; τ_{ci} – запаздывание в канале связи i -го БЛА с лидером, $i = \overline{1, \chi}$; τ_{\min} – минимальное, τ_{\max} – максимальное время информационного обмена одного БЛА группы с ее лидером, а τ_{cc} – время расчета управляющих воздействий; $T = (\chi \tau_{\max} + \tau_{cc})$ – период работы вычислительного комплекса лидера (ВКЛ), который осуществляет расчет управляющих воздействий.

Значения запаздываний τ_{ci} , $i = \overline{1, \chi}$, заранее неизвестны, так как определяются текущим расположением БЛА относительно БЛА-лидера. Группа БЛА (1), как объект управления, является, во-первых, многомерной, а во-вторых, полной, т. е. пара матриц A_c и B_c является вполне управляемой, а пара A_c и C – вполне наблюдаемой [13]. При этом предполагается, что матрица A_c является устойчивой. Реализация алгоритмов управления группой БЛА осуществляется многомерным цифровым устройством управления (МЦУУ), которое реализуется ВКЛ. Задача синтеза системы группового управления (СГУ), включающей группу БЛА и МЦУУ, очевидно, заключается в разработке векторного дискретного управления, которое обеспечивает робастную устойчивость к неопределенным значениям запаздывания в каналах связи каждого БЛА с лидером, а также алгоритмов функционирования МЦУУ.

2. ПОСТРОЕНИЕ ДИСКРЕТНОЙ МОДЕЛИ

Так как разрабатываемая СГУ является цифровой, а объект управления описывается непрерывной моделью (1), то прежде всего необходимо найти ее соответствующую дискретную модель [5, 10, 23]. С этой целью, учитывая, что запаздывания в каналах управления каждым БЛА являются неопределенными и не превышают одного периода T , введем расчетное время запаздывания $\tau_0 = 0,5\tau_{\max}\chi + \tau_{cc}$. В этом случае отклонения $\tau_i = \tau_0 - \tau_{ci}$ запаздываний τ_{ci} удовлетворяют следующему условию:

$$\tau_0 - \tau_{\max} < |\tau_{ci}| < \tau_0 - \tau_{\min}, \quad i = \overline{1, \chi}. \quad (2)$$

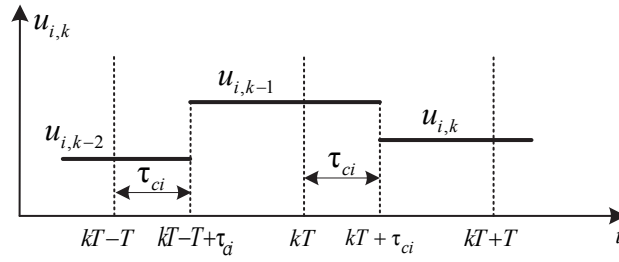
Для большей ясности процесса определения дискретной модели группы БЛА рассмотрим предварительно уравнения одиночного i -го БЛА, управляемого от ЭВМ с запаздыванием τ_{ci} и периодом T . На рис. 1 показано распределение во времени тактовых моментов времени kT и управляющих сигналов $u_{ik} = u_i(kT, \tau_{ci})$, $k = 1, 2, 3, \dots$ при $0 < \tau_{ci} < T$. В этом случае разностные уравнения, описывающие поведение этого БЛА [26, 27], имеют вид

$$x_{i,k+1} = e^{A_{ci}T} x_{ik} + b_{ai}(\tau_{ci}) u_{i(k-1)} + b_{bi}(\tau_{ci}) u_{ik}, \quad y_{ik} = c_i x_{ik}, \quad (3)$$

где $x_{i,k} = x_i(kT)$ – вектор дискретных значений вектора состояния, рассматриваемого i -го БЛА; $u_{i,k-1}$, u_{ik} и $y_{i,k-1}$, y_{ik} – значения его управления и выходной величины в соответствующие моменты времени $t = (k-1)T$ и $t = kT$, $k = 0, 1, 2, \dots$. Векторы $b_{ai}(\tau_{ci})$ и $b_{bi}(\tau_{ci})$ определяются выражениями

$$b_{ai}(\tau_{ci}) = (e^{A_{ci}T} - e^{A_{ci}(T-\tau_{ci})}) A_{ci}^{-1} b_{ci}, \quad b_{bi}(\tau_{ci}) = (e^{A_{ci}(T-\tau_{ci})} - E) A_{ci}^{-1} b_{ci}; \quad (4)$$

A_{ci} , b_{ci} , c_i – матрица и векторы уравнений рассматриваемого одиночного i -го БЛА, аналогичных (1); E – единичная матрица соответствующей размерности.



Дискретное управление с запаздыванием

Discrete control with a delay

Учитывая в формулах (4) равенство $\tau_{ci} = \tau_0 - \tau_i$, получим выражения

$$b_{ai}(\tau_{ci}) = b_{ai}(\tau_0) + \bar{b}_{ai}(\tau_i), \quad b_{bi}(\tau_{ci}) = b_{bi}(\tau_0) + \bar{b}_{bi}(\tau_i), \quad (5)$$

где

$$b_{ai}(\tau_0) = \left(e^{A_{ci}T} - e^{A_{ci}(T-\tau_0)} \right) A_{ci}^{-1} b_{ci}, \quad (6)$$

$$\bar{b}_{ai}(\tau_i) = \left(e^{A_{ci}(T-\tau_0)} - e^{A_{ci}(T-\tau_0-\tau_i)} \right) A_{ci}^{-1} b_{ci};$$

$$b_{bi}(\tau_0) = \left(e^{A_{ci}(T-\tau_0)} - E \right) A_{ci}^{-1} b_{ci}, \quad (7)$$

$$\bar{b}_{bi}(\tau_i) = \left(e^{A_{ci}(T-\tau_0-\tau_i)} - e^{A_{ci}(T-\tau_0)} \right) A_{ci}^{-1} b_{ci}.$$

Подставляя выражения (4)–(7) в (3) и переходя к z -изображениям, приходим к уравнению

$$y_i(z) = c_i(zE - A_i)^{-1} \left[z^{-1} [b_{ai}(\tau_0) + \bar{b}_{ai}(\tau_i)] + b_{bi}(\tau_0) + \bar{b}_{bi}(\tau_i) \right] u_i(z), \quad (8)$$

где $A_i = e^{A_{ci}T}$. Из вторых выражений (6) и (7) следует, что $\bar{b}_{bi}(\tau) = -\bar{b}_{ai}(\tau)$. Это позволяет уравнение (8), описывающее поведение одиночного БЛА при цифровом управлении с запаздыванием, представить следующим образом:

$$y_i(z) = z^{-1} c_i(zE - A_i)^{-1} \{ [b_{ai}(\tau_0) + z b_{bi}(\tau_0)] + (1 - z) \bar{b}_{ai}(\tau_i) \} u_i(z). \quad (9)$$

На основе уравнения (9) можно заключить, что дискретная математическая модель группы, включающей χ БЛА, движение которой описывается системой уравнений (1), (2), где $i = \overline{1, \chi}$, имеет следующий вид:

$$y(z) = z^{-1} C(zE - A)^{-1} \{ [b_{a,1}(\tau_0) u_1(z) \dots b_{a,\chi}(\tau_0) u_\chi(z)] + z [(b_{b,1}(\tau_0) u_1(z) \dots$$

$$\dots b_{b,\chi}(\tau_0) u_\chi(z)] + (1 - z) [\bar{b}_{a,1}(\tau_1) u_1(z) \dots \bar{b}_{a,\chi}(\tau_\chi) u_\chi(z)] \}, \quad (10)$$

Как известно, $(zE - A)^{-1} = A^{-1}(z) \text{adj}(zE - A)$, где $A(z) = \det(zE - A)$, а $\text{adj}(\bullet)$ – присоединенная матрица [28]. Поэтому уравнение (10) с использованием дискретных передаточных матриц перепишем в виде

$$y(z) = [W_{yu}(z, \tau_0) + \bar{W}_{yu}(z, \tau)]u(z), \quad (11)$$

где вектор $u(z) = [u_1(z) \ u_2(z) \ \dots \ u_\chi(z)]^T$,

$$W_{yu}(z, \tau_0) = \frac{C \text{adj}(zE - A)B(\tau_0)}{zA(z)} = \frac{1}{zA(z)} H(z, \tau_0), \quad (12)$$

$$\bar{W}_{yu}(z, \tau) = \frac{(1-z)C \text{adj}(zE - A)\bar{B}(\tau)}{zA(z)} = \frac{1}{zA(z)} \bar{H}(z, \tau), \quad (13)$$

$$B(\tau_0) = [b_{a,1}(\tau_0) \ \dots \ b_{a,\chi}(\tau_0)] + z[b_{b,1}(\tau_0) \ \dots \ b_{b,\chi}(\tau_0)], \quad (14)$$

$$\bar{B}(\tau) = [\bar{b}_{a,1}(\tau) \ \dots \ \bar{b}_{a,\chi}(\tau)]. \quad (15)$$

Столбцы матриц (14), (15) определяются выражениями (6), (7), в которых матрица A_{ci} заменяется на A_c .

Таким образом, задача синтеза искомой многомерной СГУ состоит в определении закона формирования векторного дискретного управления $u(z)$ так, чтобы система управления объектом (11)–(15) была робастно устойчивой к неопределенным значениям τ_i , $i = \bar{1}, \chi$.

3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА СГУ

Для решения поставленной задачи синтеза воспользуемся матричным декомпозирующим управлением и методом аналитического синтеза систем с управлением по выходу и воздействиям (АССУВВ) [13, 27, 29]. В этом случае многомерное цифровое устройство управления МЦУУ описывается уравнением

$$u(z) = \text{adj} W_{yu}(z, \tau_0) R^{-1}(z) [Q(z)g(z) - z^\chi L(z)E y(z)], \quad (16)$$

где $R(z)$ и $L(z)$ – полиномы степеней r и l ; $Q(z)$ – полиномиальная $\chi \times \chi$ матрица, подлежащая определению; $g(z)$ – вектор задающих воздействий, посредством которого вышестоящая система управления задает движения БЛА группы.

В соответствии с выражениями (12), (14) передаточная матрица $W_{yu}(z, \tau_0) = H(z, \tau_0) / zA(z)$, причем $H(z, \tau_0)$ – $\chi \times \chi$ матрица, элементы которой – полиномы степени n . Поэтому присоединенная матрица $\text{adj} W_{yu}(z, \tau_0) = Ad(z, \tau_0) / z^{\chi-1} A^{\chi-1}(z)$, а $\det W_{yu}(z, \tau_0) = V(z, \tau_0) A(z) / z^\chi A^\chi(z)$, где $Ad(z, \tau_0)$ – матрица размером $\chi \times \chi$, причем ее элементами являются полиномы степени $n(\chi - 1)$, а $V(z, \tau_0)$ – полином той же степени $n(\chi - 1)$.

Исключив из уравнений (11) и (16) вектор управления $u(z)$ с учетом свойств присоединенной матрицы и ее определителя $W_{yu}(z, \tau_0)$, получим следующее выражение:

$$y(z) = \left[\frac{V(z, \tau_0)A(z)}{z^\chi A^\chi(z)} E + \frac{\Delta(z, \tau)}{z^\chi A^\chi(z)} \right] R^{-1}(z) [Q(z)g(z) - z^\chi L(z)Ey(z)]. \quad (17)$$

Отметим, что в выражении (17) $\Delta(z, \tau)$ – полиномиальная $\chi \times \chi$ матрица, степени элементов которой не более $n \cdot \chi$. Из этого выражения вытекает матричное уравнение «вход–выход» замкнутой системы (11), (16):

$$z^\chi A^\chi(z) [D_0(z)E + \Delta(z, \tau)L(z)]y(z) = [V(z, \tau_0)A(z)Q(z) + \Delta(z, \tau)Q(z)]g(z), \quad (18)$$

где

$$D_0(z) = A^{\chi-1}(z)R(z) + V(z, \tau_0)L(z), \quad (19)$$

$$\Delta(z, \tau) = \bar{H}(z, \tau)Ad(z, \tau_0). \quad (20)$$

Полиномиальное уравнение (19) имеет решение относительно полиномов $R(z)$ и $L(z)$, так как полиномы $A(z)$ и $V(z, \tau_0)$ известны и не имеют общих корней, поскольку группа БЛА, как объект управления, является полной [13, 27]. При указанных свойствах полиномов $A(z)$ и $V(z, \tau_0)$ полиномиальное уравнение (19) позволяет найти такие единственные полиномы $R(z)$ и $L(z)$, при которых полином $D_0(z)$ имеет заранее заданный вид. Если запаздывание в каналах связи всех БЛА с лидером равно τ_0 , т. е. $\tau_{ci} = \tau_0$, $i = \overline{1, \chi}$, то, как видно из выражений (6), (7) и (15), матрица $\bar{H}(z, \tau) \equiv 0$, при этом согласно (18) полином $D_0(z)$ является множителем характеристического полинома $D(z) = z^\chi A^\chi(z)D_0^\chi(z)$ замкнутой дискретной системы (11), (16).

Полином $A(z)$ по постановке задачи является устойчивым, поэтому, применяя метод АССУВВ, будем синтезировать СГУ как систему с согласованными полюсами. С целью понижения ее сложности на комплексной плоскости z выделяется область Ω_z , в которой с точки зрения устойчивости замкнутой системы допускается расположение корней ее характеристического полинома [13, 27]. Если все корни некоторого полинома $\tilde{M}(z)$ располагаются в области Ω_z , то он будет обозначаться $\tilde{M}_\Omega(z)$, в противном случае $\tilde{M}_{\bar{\Omega}}(z)$. При решении уравнения (18) целесообразно осуществлять факторизацию относительно области Ω_z обоих полиномов $A(z)$ и $V(z, \tau_0)$, т. е. целесообразно находить представления $A(z) = A_\Omega(z)A_{\bar{\Omega}}(z)$, $V_0(z, \tau_0) = V_\Omega(z, \tau_0)V_{\bar{\Omega}}(z, \tau_0)$. При этом естественно необходимо полагать: $D_0(z) = A_\Omega(z)V_\Omega(z, \tau_0)\tilde{D}_\Omega(z)$; $R(z) = V_\Omega(z, \tau_0)\tilde{R}(z)$; $L(z) = A_\Omega(z)\tilde{L}(z)$, где $\tilde{D}_\Omega(z)$, $\tilde{R}(z)$, $\tilde{L}(z)$ – полиномы

более низкого порядка, определяемые решением следующего полиномиального уравнения:

$$\tilde{D}_\Omega(z) = A_\Omega(z)\tilde{R}(z) + V_\Omega(z, \tau_0)\tilde{L}(z). \quad (21)$$

Здесь $\tilde{D}_\Omega(z)$ – полином, назначаемый исходя из условий устойчивости и качества синтезируемой системы.

Полагая в (16) $Q(z) = z^3 A_\Omega(z)V_\Omega(z, \tau)\tilde{Q}(z)$, из выражений (18)–(20) можно найти, что передаточная матрица СГУ по задающим воздействиям при $\tau_{ci} = \tau_0$, $i = \overline{1, \chi}$, определяется выражением

$$W_{yg}(z, \tau_0) = \frac{V_\Omega(z, \tau_0)\tilde{Q}(z)}{A^{\chi-1}(z)\tilde{D}_\Omega(z)}. \quad (22)$$

Основная сложность данной задачи синтеза заключается в обеспечении робастной устойчивости к неопределенным значениям запаздываний в каналах связи. Эта неопределенность проявляется в неопределенности полиномиальной матрицы размером $\chi \times \chi$ $\Delta(z, \tau) \neq 0$ в (18) и (20) при $\tau_{ci} \neq \tau_0$, $i \in [1, \chi]$. Из выражения (18) следует, что характеристический полином произведения $\Delta(z, \tau)L(z) = \bar{H}(z, \tau)Ad(z, \tau_0)L(z)$ является «возмущением» устойчивого характеристического полинома $D(z) = z^\chi A^\chi(z)D_0^\chi(z)$, который имеет синтезируемая СГУ при $\tau_{ci} = \tau_0$, $i = \overline{1, \chi}$.

В данном случае решение задачи робастной устойчивости достигается на основе следующего свойства системы (21). Как показано в работе [23], если корни полинома $A_\Omega(z)$ меньше единицы, то с увеличением степени полинома $\tilde{R}(z)$ значения коэффициентов λ_i полинома $\tilde{L}(z)$ уменьшаются. Поэтому при достаточно высоком порядке МЦУУ корни возмущенного характеристического полинома замкнутой системы (18) будут мало отличаться от корней невозмущенного характеристического полинома $D(z) = z^\chi A^\chi(z)D_0^\chi(z)$ при всех значениях запаздываний во всех каналах связи. Этим и будет обеспечиваться робастность к запаздыванию замкнутой системы.

Для определения соответствующего значения степени полинома $\tilde{R}(z)$ можно использовать метод оценок норм полиномиальных матриц, предложенный в работе [27]. Однако этот подход приводит к завышенным значениям порядка МЦУУ, поэтому более предпочтительным является численный метод решения уравнения (21) при различных значениях степени полинома $\tilde{R}(z)$ и определения минимального значения этой величины, при котором обеспечивается устойчивость характеристического полинома рассматриваемой системы при максимальном значении отклонений τ_i запаздываний τ_{ci} от расчетного значения τ_0 при всех $i \in [1, \chi]$.

С целью упрощения реализации полученного МЦУУ целесообразно его математическую модель (16) представить в виде двух моделей: модели «де-

композирующей части» и модели «качества» [13]. Первая часть при $\tau_{ci} = \tau_0$ обеспечивает декомпозицию модели группы БЛА на χ автономных каналов, а вторая служит для обеспечения робастной устойчивости и желаемого качества переходных процессов соответствующих подсистем. Как показано выше, матрица $Ad_j \text{ adj} W_{yu}(z, \tau_0) = [Ad_{ij}(z, \tau_0)] / (zA(z))^{\chi-1}$. Это позволяет уравнения МЦУУ (16) представить следующим образом:

$$(zA(z))^{\chi-1} u_i(z) = Ad_{i1}(z, \tau_0) v_1(z) + \\ + Ad_{i2}(z, \tau_0) v_2(z) + \dots + Ad_{i\chi}(z, \tau_0) v_\chi(z), \quad (23)$$

$$R(z) v_i(z) = \sum_{j=1}^{\chi} Q_{ij}(z) g_j(z) - z^\chi L(z) E y_i(z), \quad i = \overline{1, \chi}, \quad (24)$$

где $v_i(z)$ – промежуточные переменные. Очень часто полиномы $(zA(z))^{\chi-1}$, $L(z)$, а также $R(z)$ и $Q_{ij}(z)$, $i, j = \overline{1, \chi}$, могут иметь общие множители, что позволяет их сократить и тем самым существенно снизить сложность (порядок) МЦУУ. Результирующие выражения (23), (24) позволяют путем перехода к разностным уравнениям легко получить соответствующие алгоритмы МЦУУ для вычисления значений управляющих воздействий.

Подчеркнем, что порядок робастной СГУ, синтезированной на основе данного подхода, является довольно высоким из-за высокого порядка модели группы БЛА. Поэтому расчет параметров МЦУУ и реализацию соответствующего алгоритма необходимо осуществлять с высокой точностью. Однако современные вычислительные комплексы обладают довольно большой разрядностью и производительностью, что обеспечивает достаточно точную реализацию алгоритмов управления, соответствующих уравнениям (23), (24). Как отмечалось выше, при $\tau_{ci} = \tau_0$, $i = \overline{1, \chi}$, матрица $\Delta(z, \tau) \equiv 0$ в уравнении (18), поэтому при диагональной матрице $Q(z)$ замкнутая цифровая система (11), (16) является автономной по И.Н. Вознесенскому, т. е. каждое задающее воздействие $g_i(t)$ влияет только на «свою» управляемую переменную $y_i(t)$. При $\tau_{ci} \neq \tau_0$, $i = \overline{1, \chi}$, это свойство системы теряется из-за влияния матрицы $\Delta(z, \tau)$. Однако элементы этой матрицы обычно малы, так что взаимовлияние каналов управления отдельными БЛА незначительно.

4. ПРИМЕР СИНТЕЗА СГУ

Рассмотрим группу, состоящую из трех БЛА, один из которых является лидером. Движения этой группы описываются системой уравнений (1), где

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -3 & -6,5 & -4,5 \end{bmatrix}, \quad B_c = \begin{bmatrix} 0 & 0,3 & 0 \\ 0,2 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0,1 & 0 \\ 0 & 2 & 0,2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Запаздывания в каналах связи $0,5 \text{ с} < \tau_{ci} < 1,4 \text{ с}$; $i = 1, 2, 3$, т. е. $\chi = 3$; расчетное значение $\tau_0 = 1 \text{ с}$; период работы ВКЛ $T = 1,5 \text{ с}$.

Выполнив с учетом равенств (25) преобразования, соответствующие выражениям (3)–(14), получим дискретную модель группы в виде уравнения в изображениях (10) и уравнение замкнутой системы (18). Передаточные матрицы в уравнении (10) для компактности представим следующим образом:

$$W_{yu}(z, \tau_0) = \frac{1}{zA(z)}[h_{ij}(z)], \quad \bar{W}_{yu}(z, \tau)_{\tau=-0,5} = \frac{1}{zA(z)}[\bar{h}_{ij}(z)]. \quad (26)$$

Полиномы, содержащиеся в этих выражениях, имеют вид:

$$A(z) = z^3 - 0,3783z^2 + 0,03987z - 0,001171,$$

$$h_{11}(z) = 0,1029z^3 + 0,7998z^2 + 0,1746z + 0,001446,$$

$$h_{12}(z) = 0,4578z^3 + 1,7295z^2 + 0,2026z + 0,000239,$$

$$h_{13}(z) = 0,4656z^3 + 2,2065z^2 + 0,3003z - 0,000254,$$

$$h_{21}(z) = 0,4326z^3 - 0,1484z^2 - 0,2985z - 0,00302,$$

$$h_{22}(z) = 0,6431z^3 - 0,6762z^2 - 0,4303z - 0,000981,$$

$$h_{23}(z) = 0,9970z^3 - 0,7903z^2 - 0,6045z + 0,00160,$$

$$h_{31}(z) = 0,5141z^3 - 1,1363z^2 + 0,4491z + 0,04105,$$

$$h_{32}(z) = -0,8972z^3 - 1,7504z^2 + 0,8777z + 0,03343,$$

$$h_{33}(z) = -1,2660z^3 - 1,9584z^2 + 1,1968z + 0,04654,$$

$$\bar{h}_{11}(z) = 0,2574z^3 - 0,1365z^2 - 0,1195z - 0,001414,$$

$$\bar{h}_{12}(z) = 0,6789z^3 - 0,5210z^2 - 0,1577z - 0,000232,$$

$$\bar{h}_{13}(z) = 0,8214z^3 - 0,5921z^2 - 0,2293z + 3,71 \cdot 10^{-7},$$

$$\bar{h}_{21}(z) = 0,1598z^3 - 0,3449z^2 + 0,1818z + 0,003288,$$

$$\bar{h}_{22}(z) = 0,0685z^3 - 0,3578z^2 + 0,2889z + 0,000429,$$

$$\bar{h}_{23}(z) = 0,1785z^3 - 0,5829z^2 + 0,4039z + 0,000486,$$

$$\bar{h}_{31}(z) = -0,4498z^3 + 0,6039z^2 - 0,1203z - 0,03379,$$

$$\bar{h}_{32}(z) = -1,0300z^3 + 1,4730z^2 - 0,4136z - 0,02937,$$

$$\bar{h}_{33}(z) = -1,4710z^3 + 2,0745z^2 - 0,5627z - 0,04085.$$

Здесь приведены полиномы матрицы $\bar{H}(z, \tau)$ при $\tau = -0,5$, так как это наибольшее отклонение запаздываний в каналах связи. Эта матрица будет использоваться при оценке робастной устойчивости СГУ, синтезированной в данном примере.

Предполагая синтез системы с согласованными полюсами, область Ω определим условием $|z_\Omega| < 0,45$ и представим полином $V(z, \tau_0)$ – числитель $\det W_{yu}(z, \tau_0)$ (12) при $\tau_0 = 1$ (см. уравнения (17)–(19)) в виде произведения: $V(z, 1) = V_\Omega(z, 1) V_{\bar{\Omega}}(z, 1)$, где $V_\Omega(z, 1) = z^3 + 0,08042z^2 - 0,01559z - 0,000504$, $V_{\bar{\Omega}}(z, 1) = 0,15899z^3 + 0,23162z^2 + 0,01481z - 0,12899$. Для обеспечения указанного выше свойства полиномиального уравнения (21) необходимо, чтобы $\deg A_{\bar{\Omega}}(z) \geq V_{\bar{\Omega}}(z, \tau)$, поэтому полином $A_{\bar{\Omega}}(z)$ берется таким: $A_{\bar{\Omega}}(z) = (z^2 - 0,3285z + 0,235)^2$, тогда $A_\Omega(z) = (z - 0,0498)^2$. В этом случае из условия минимальности решения полиномиального уравнения (21) при указанных полиномах $A_{\bar{\Omega}}(z)$, $V_{\bar{\Omega}}(z, \tau_0)$ и условия реализуемости управления (16) на цифровых элементах [27] следуют равенства $\deg \tilde{D}_\Omega(z) = 10$, $\deg \tilde{R}(z) = 6$ и $\deg \tilde{L}(z) = 3$. Так как полином $\tilde{D}_\Omega(z)$ подвергается возмущениям из-за неопределенности запаздываний в каналах связи системы, то он принимается в виде $\tilde{D}_\Omega(z) = z^{10}$.

Степень полинома $\tilde{R}(z)$ довольно высокая, поэтому целесообразно оценить робастную устойчивость системы минимальной сложности, т. е. без увеличения порядка МЦУУ. С этой целью составляется и решается линейная алгебраическая система уравнений, эквивалентная полиномиальному уравнению (21). В данном случае эта система имеет 11-й порядок и весьма громоздкая. Форму этой системы и порядок ее составления можно найти в [27, с. 222] или в [29, с. 34], поэтому здесь она не приводится. Ее решение позволяет записать полиномы:

$$\tilde{L}(z) = 10^{-2}(-0,57218z^3 + 0,22872z^2 - 0,029152z + 0,0012016),$$

$$\begin{aligned} \tilde{R}(z) = & z^6 + 0,65697z^5 + 0,27669z^4 + \\ & + 0,09545z^3 + 0,03034z^2 + 0,01002z + 0,002805. \end{aligned}$$

Отметим, что если при $\deg \tilde{R}(z) = 6$ максимальное значение модуля коэффициентов λ_i полинома $\tilde{L}(z)$: $\max_{i=0 \div 3} |\lambda_i| \approx 0,00572$, то при увеличении этой степени до $\deg \tilde{R}(z) = 8$ величина $\max_{i=0 \div 3} |\lambda_i| \approx 0,0000592$. Это подтверждает указанное выше свойство полиномиального уравнения (21): с увеличением

степени полинома $\tilde{R}(z)$ значения коэффициентов λ_i полинома $\tilde{L}(z)$ уменьшаются, если корни полинома $A_\Omega(z)$ по модулю меньше единицы.

С целью обеспечения автономности по И.Н. Вознесенскому при запаздываниях во всех каналах связи, равных расчетному $\tau_0 = 1$ с, матрица $\tilde{Q}(z)$ в (22) принимается диагональной, т. е. $\tilde{Q}(z) = \tilde{Q}_i(z)E$, где $\tilde{Q}_i(z)$ – некоторый полином. В этом случае передаточные функции СГУ по задающим воздействиям $g_i(t)$ в соответствии с (22) определяются выражением

$$W_{y_i g_i}(z, 1) = \frac{(0,15899z^3 + 0,23162z^2 + 0,01481z - 0,12899)\tilde{Q}_i(z)}{(z^3 - 0,3783z^2 + 0,03987z - 0,001171)^2 z^{10}}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (27)$$

Коэффициенты полиномов $\tilde{Q}_i(z)$ целесообразно выбрать из условия нулевой статической ошибки по всем задающим воздействиям [27, с. 151]. Для обеспечения этого условия, очевидно, достаточно взять $\tilde{Q}_i(z) = 1,57771$.

Для оценки робастной устойчивости синтезируемой системы при $\tau_{ci} \neq 1$, $\chi = 3$ и при $\deg \tilde{R}(z) = 6$, т. е. при $\tilde{D}_\Omega(z) = z^{10}$, найдем ее характеристический полином при отсутствии внешних воздействий. В этом случае ее уравнение (18) с учетом полученных выше выражений принимает вид $z^2 A^2(z) A_\Omega(z) V_\Omega(z) [\tilde{D}_\Omega(z, 1)E + \Delta(z, 1)\tilde{L}(z)] y(z) = 0$. Следовательно, возмущенная часть характеристического полинома описывается выражением

$$D_{cd}(z, \tau) = \det \left[\begin{bmatrix} z^{10} & 0 & 0 \\ 0 & z^{10} & 0 \\ 0 & 0 & z^{10} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{h}_{11}(z, \tau) & \bar{h}_{12}(z, \tau) & \bar{h}_{13}(z, \tau) \\ \bar{h}_{21}(z, \tau) & \bar{h}_{22}(z, \tau) & \bar{h}_{23}(z, \tau) \\ \bar{h}_{31}(z, \tau) & \bar{h}_{32}(z, \tau) & \bar{h}_{33}(z, \tau) \end{bmatrix} \tilde{L}(z) \right]. \quad (28)$$

Коэффициенты полиномов $\bar{h}_{ij}(z, \tau)$ согласно (6), (10), (13), (15) зависят от отклонений запаздываний в каналах связи и при $\tau_i = 0$, $i = 1, 2, 3$, обращаются в нуль. В этом случае все корни полинома (28) равны нулю. С увеличением $|\tau_i|$ коэффициенты полиномов $\bar{h}_{ij}(z, \tau)$ увеличиваются, что вызывает отклонения корней полинома $D_{cd}(z, \tau)$ (28) от нулевых значений. Так как наибольшее значение отклонений запаздываний в данном случае равно $-0,5$, то были вычислены приведенные выше полиномы $\bar{h}_{ij}(z) = \bar{h}_{ij}(z, \tau)$ при $\tau_i = -0,5$ с. Модули корней полинома $D_{cd}(z, \tau)$ (28) при этих полиномах $\bar{h}_{ij}(z)$ лежат в пределах от 0,0363 до 0,3796. При меньших значениях $|\tau_i|$ отклонения корней меньше. Поэтому можно заключить, что синтезированная при $\deg \tilde{R}(z) = 6$ СГУ является робастно устойчивой к неопределенным запаздываниям в каналах связи, т. е. необходимости в увеличении порядка МЦУУ нет.

Переходя к реализации полученного МЦУУ, подставим полученные выше выражения в уравнения (23), (24) и сократим общий множитель

$z^2 A_{\Omega}(z)$, имеющийся в данном случае у полиномов $(zA(z))^{\chi-1} = z^2 A^2(z)$ и $L(z)$, $Q_{ij}(z)$. В результате получим

$$A(z)A_{\Omega}(z)u_i(z) = Ad_{i1}(z,1)v_1(z) + Ad_{i2}(z,1)v_2(z) + Ad_{i3}(z,1)v_3(z), \quad (29)$$

$$V_{\Omega}(z,1)\tilde{R}(z)v_i(z) = \sum_{j=1}^3 [1,5777zV_{\Omega}(z,1)g_j(z) - z\tilde{L}(z)y_i(z)], \quad i=1, 2, 3. \quad (30)$$

В процессе функционирования МЦУУ сначала вычисляет значения промежуточных переменных v_{ik} , а затем уже определяются значения u_{ik} . Поэтому приведем сначала алгоритм вычисления промежуточных переменных v_{ik} , соответствующий уравнению (30), а затем алгоритм вычисления управлений u_{ik} в соответствии с уравнением (29). С учетом численных значений коэффициентов полиномов уравнение (30) имеет вид

$$\begin{aligned} & (z^9 + 0,7374z^8 + 0,3139z^7 + 0,108z^6 + 0,03404z^5 + 0,01111z^4 + 0,003186z^3 + \\ & + 0,00008466z^2 - 0,00003867z + 0,000001414)v_i(z) = \\ & = (1,5777z^4 + 0,12688z^3 - 0,0246z^2 + 0,0007953z)g_i(z) + \\ & + 10^{-2}(0,57218z^4 - 0,22872z^3 + 0,029152z^2 - 0,0012016z)y_i. \end{aligned}$$

Этому уравнению при $i=1, 2, 3$ соответствуют следующие алгоритмы:

$$\begin{aligned} v_{i,k} = & -0,7374v_{i,k-1} - 0,3139v_{i,k-2} - 0,108v_{i,k-3} - 0,03404v_{i,k-4} - 0,01111v_{i,k-5} - \\ & - 0,003186v_{i,k-6} - 0,00008466v_{i,k-7} + 0,00003867v_{i,k-8} + 1,5777g_{i,k-5} + \\ & + 0,12688g_{i,k-6} - 0,024596g_{i,k-7} + 0,0007953g_{i,k-8} + 10^{-2}(0,57218y_{i,k-5} - \\ & - 0,22872y_{i,k-6} + 0,029152y_{i,k-7} - 0,0012016y_{i,k-8}). \end{aligned} \quad (31)$$

Как видно, эти алгоритмы имеют одни и те же коэффициенты при всех $i=1, 2, 3$ и отличаются друг от друга лишь переменными. В то же время уравнения (29), соответствующие различным управлениям u_{ik} , имеют различные коэффициенты, и переменные. В данном случае их коэффициенты соответствуют коэффициентам следующих полиномов:

$$\begin{aligned} A_{\Omega}(z)A(z) = & z^7 - 1,0353z^6 + 0,4433z^5 - 0,1014z^4 + 0,01334z^3 - \\ & - 0,001006z^2 + 0,00004011z - 0,000000647; \\ Ad_{i1}(z,1) = & 0,08034z^6 + 0,6327z^5 - 0,162z^4 - 0,3342z^3 + \\ & + 0,01141z^2 - 0,00005218z - 0,000007952; \end{aligned}$$

$$Ad_{12}(z,1) = 0,16184z^6 + 0,2914z^5 - 0,6273z^4 - 0,2672z^3 + \\ + 0,01526z^2 + 0,00010z - 0,0000196;$$

$$Ad_{13}(z,1) = 0,1570z^6 + 0,2584z^5 + 0,05776z^4 - 0,05237z^3 + \\ + 0,006989z^2 - 0,0002233z + 0,000000632;$$

$$Ad_{21}(z,1) = 1,0602z^6 - 0,8798z^5 - 0,15128z^4 - 0,05726z^3 + \\ + 0,05252z^2 - 0,006587z + 0,00020635;$$

$$Ad_{22}(z,1) = -0,3696z^6 - 1,8194z^5 + 0,4796z^4 - 0,05047z^3 + \\ + 0,01761z^2 - 0,002356z + 0,00007771;$$

$$Ad_{23}(z,1) = 0,09883z^6 + 0,1694z^5 + 0,1837z^4 - 0,08493z^3 + \\ + 0,009131z^2 - 0,0002367z - 0,000001554;$$

$$Ad_{31}(z,1) = -0,7187z^6 + 0,4543z^5 + 0,07132z^4 + 0,19726z^3 - \\ - 0,03957z^2 + 0,004594z - 0,0001412;$$

$$Ad_{32}(z,1) = 0,3277z^6 + 1,2666z^5 - 0,1892z^4 + 0,16685z^3 - \\ - 0,01572z^2 + 0,001319z - 0,00003852;$$

$$Ad_{33}(z,1) = -0,13187z^6 - 0,23547z^5 - 0,16716z^4 + \\ + 0,08645z^3 - 0,009578z^2 + 0,000232z + 0,000002141.$$

Подставляя первые 4 предыдущих полинома в уравнение (29) и переходя к оригиналам, после небольших преобразований получим следующий алгоритм вычисления управления u_{1k} :

$$u_{1k} = 1,0353u_{1,k-1} - 0,4433u_{1,k-2} + 0,1014u_{1,k-3} - 0,01334u_{1,k-4} + \\ + 0,001006u_{1,k-5} - 0,0000411u_{1,k-6} + 0,000000647u_{1,k-7} + 0,08034v_{1,k-1} + \\ + 0,6327v_{1,k-2} - 0,162v_{1,k-3} - 0,3342v_{1,k-4} - 0,0000522v_{1,k-6} + \\ + 0,01141v_{1,k-5} - 0,00000795v_{1,k-7} + 0,1618v_{2,k-1} + 0,2914v_{2,k-2} - \\ - 0,6273v_{2,k-3} - 0,0000196v_{2,k-7} + 0,01526v_{2,k-5} + 0,0001v_{2,k-6} +$$

$$\begin{aligned}
& + 0,157v_{3,k-1} + 0,2584v_{3,k-2} + 0,05776v_{3,k-3} + 0,000000632v_{3,k-7} - \\
& - 0,05237v_{3,k-4} + 0,0006989v_{3,k-5} - 0,0002233v_{3,k-6}.
\end{aligned} \quad (32)$$

Алгоритмы вычисления управлений u_{2k} и u_{3k} записываются совершенно аналогично, но с использованием соответствующих полиномов $Ad_{ij}(z, 1)$.

В приведенных выше выражениях численные коэффициенты указаны с небольшим количеством цифр. Подчеркнем, что это обусловлено исключительно компактностью записи выражений. Практически, они вычислялись в MATLAB в формате `format long`, т. е. с 15 знаками после запятой. При реализации алгоритмов (31), (32) при $i = 1, 2, 3$ соответствующие коэффициенты должны реализовываться с такой же точностью.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показана возможность обеспечения робастно устойчивого движения группы БЛА с лидером, осуществляющим управление движением, несмотря на наличие неопределенного, ограниченного запаздывания по времени во всех каналах связи БЛА-лидера с другими БЛА группы. Это достигается применением системы группового управления, многомерное цифровое устройство управления которой имеет достаточно высокий порядок. Алгоритмы вычисления значений управляющих воздействий получены с применением матричного декомпозирующего управления и метода аналитического синтеза систем с управлением по выходу и воздействиям (АССУВВ). Свойство робастности к отклонениям неопределенных запаздываний в каналах связи каждого БЛА с лидером достигается за счет использования свойства полиномиальных уравнений типа $D(z) = A(z)R(z) + V(z)L(z)$. Это свойство заключается в том, что если корни полинома $A(z)$ по модулю меньше единицы, то с увеличением степеней полинома $R(z)$ и соответственно $D(z)$ значения коэффициентов полинома $L(z)$ минимально необходимой степени уменьшаются. Полученные результаты могут применяться при создании цифровых систем управления как одномерными, так и многомерными объектами с неопределенным запаздыванием сельскохозяйственных, пищевых, энергетических, машиностроительных и других производств.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Комплексы с беспилотными летательными аппаратами. В 2 кн. Кн. 1. Принципы и особенности построения комплексов с БЛА / под ред. В.С. Вербы, Б.Г. Татарского. – М.: Радиотехника, 2016. – 512 с.
2. Morales R.S. de, Freitas E.P. de. Distributed control for groups of unmanned aerial vehicles performing surveillance missions and providing relay communication network services // Journal of Intelligent & Robotic Systems. – 2018. – N 92. – P. 645–656.
3. Абрамов Н.С., Хачумов М.В. Моделирование проводки по маршруту беспилотного летательного аппарата как задачи преследования цели // Авиакосмическое приборостроение. – 2013. – № 9. – С. 9–22.

4. *Ta Duc A., Fantoni I., Lozano R.* Modeling and control of a convertible mini-UAV // Preprints of the 18th IFAC World Congress. – Milano, Italy, 2011. – P. 1492–1497.
5. Комплексы с беспилотными летательными аппаратами. В 2 кн. Кн. 2. Робототехнические комплексы на основе БЛА / под ред. В.С. Вербы, Б.Г. Татарского. – М.: Радиотехника, 2016. – 824 с.
6. *Верба В.С., Меркулов В.И., Михеев В.А.* Оптимизация группового управления беспилотными летательными аппаратами в составе локальной сети // XIII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2019: сборник трудов. – М.: ИПУ РАН, 2019. – С. 279–284.
7. *Kapustyan S.G., Gaiduk A.R., Shapovalov I.O.* Self-organization in groups of intelligent robots // *Advances in Intelligent Systems and Computing*. – 2015. – Vol. 345. – P. 171–181.
8. *Utkin L.V., Zaborovsky V.S., Popov S.G.* Siamese neural network for intelligent information security control in multi-robot systems // *Automatic Control and Computer Sciences*. – 2017. – N 8 (51). – P. 881–887.
9. Нейросетевая система управления группой роботов в неопределенной двумерной среде / А.Р. Гайдук, О.В. Мартыанов, М.Ю. Медведев, В.Х. Пшихопов, Н. Хамдан, А. Фархун // *Мехатроника, автоматизация, управление*. – 2020. – № 21 (8). – С. 470–479. – DOI: 10.17587/mau.21.470-479.
10. *Гайдук А.Р., Капустян С.Г.* Концепция построения систем коллективного управления беспилотными летательными аппаратами // *Системы радиоуправления* / под ред. В.И. Меркулова. – М.: Радиотехника, 2018. – Кн. 4: Оптимизация алгоритмов управления. – С. 39–46.
11. Мультиагентное управление механизмом параллельной структуры на основе декомпозирующего подхода / А.Р. Гайдук, С.Г. Капустян, Е.А. Плаксиенко, К.В. Колоколова // *Научный вестник НГТУ*. – 2018. – № 1 (70). – С. 51–66.
12. Алгоритмы автономного группового управления горизонтальными движениями БЛА / А.Р. Гайдук, А.А. Дьяченко, С.Г. Капустян, Е.А. Плаксиенко // *Научный вестник НГТУ*. – 2017. – № 2 (67). – С. 120–134. – DOI: 10.17212/1814-1196-2017-2-120-134.
13. *Гайдук А.Р.* Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (полиномиальный подход). – М.: Физматлит, 2011. – 419 с.
14. *Gerla M., Yi Y.* Team communications among autonomous sensor swarms // *SIGMOD Record*. – 2004. – Vol. 33. – P. 20–25.
15. *Гайдук А.Р., Плаксиенко В.С., Кабалан А.Э.А.* Синтез систем с учетом ограничений на управление и переменные состояния // *Математические методы в технике и технологиях*. – 2020. – Т. 2. – С. 27–30.
16. *Zhu Y., Su H.-Y., Krstic M.* Adaptive backstepping control of uncertain linear systems under actuator delay // *Automatica*. – 2015. – Vol. 345, N 54. – P. 256–265.
17. *Stojanović S.B., Debeljković D.Lj., Antić D.S.* Finite-time stability and analysis of discrete time-delay systems using discrete convolution of delayed states // *Facta Universitatis. Series: Automatic Control and Robotics*. – 2015. – Vol. 14, N 3. – P. 147–158.
18. Global adaptive stabilization and tracking control for high-order stochastic nonlinear systems with time-varying delays / L. Xue, T. Zhang, W. Zhang, X.-J. Xie // *IEEE Transaction on Automatic Control*. – 2018. – Vol. 63, N 9. – P. 2928–2943.
19. *Xiao F., Shi Y., Ren W.* Robustness analysis of asynchronous sampled-data multiagent networks with time-varying delays // *IEEE Transaction on Automatic Control*. – 2018. – Vol. 63, N 7. – P. 2145–2152.
20. *Zhang D., Shen Y.* Continuous sampled-data observer design for nonlinear systems with time delay larger or smaller than the sampling period // *IEEE Transaction on Automatic Control*. – 2018. – Vol. 62, N 11. – P. 5822–5829.
21. *Имангазиева А.В.* Компенсация возмущений в задаче робастного управления сетью объектов с распределенным и дискретным запаздыванием // *Научный вестник НГТУ*. – 2018. – № 3 (72). – С. 59–72. – DOI: 10.17212/1814-1196-2018-3-59-72.
22. *Джурри Э.И.* Робастность дискретных систем // *Автоматика и телемеханика*. – 1990. – № 1. – С. 3–28.
23. *Гайдук А.Р.* Синтез робастных систем управления с запаздыванием // *Автоматика и телемеханика*. – 1997. – № 5. – С. 90–99.
24. *Furtat I.B., Vrazhevsky S.A., Kremlev A.S.* Robust control algorithm under mismatched disturbances // 9th International Congress on Ultra-Modern Telecommunications and Control Systems (ICUMT). – Munich, Germany, 2017. – P. 61–66.

25. Vilanova R., Arrieta O. Robust PI/PID controllers for load disturbance based on direct synthesis // ISA Transactions. – 2018. – Vol. 81. – P. 177–196.
26. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. – СПб.: Профессия, 2004. – 902 с.
27. Гайдук А.Р., Плаксиенко Е.А. Анализ и аналитический синтез цифровых систем управления: монография. – СПб.: Лань, 2018. – 272 с.
28. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – 4-е изд., доп. – М.: Наука, 1988. – 549 с.
29. Гайдук А.Р., Колоколова К.В. Синтез систем автоматического управления неустойчивыми многомерными объектами // Научный вестник НГТУ. – 2017. – № 1 (66). – С. 26–40. – DOI: 10.17212/1814-1196-2017-1-26-40.

Гайдук Анатолий Романович, доктор технических наук, профессор кафедры систем автоматического управления Южного федерального университета, действительный член Академии инженерных наук имени А.М. Прохорова. Основное направление научных исследований – теория систем автоматического управления и робототехнических комплексов, анализ и синтез. Имеет более 350 научных публикаций, в том числе 19 монографий. E-mail: gaiduk_2003@mail.ru

Капустян Сергей Григорьевич, доктор технических наук, ведущий научный сотрудник Южного научного центра Российской академии наук. Основное направление научных исследований – групповая робототехника, многопроцессорные информационно-управляющие и вычислительные системы. Имеет более 300 научных публикаций, в том числе 5 монографий. E-mail: kap56@mail.ru

Плаксиенко Владимир Сергеевич, доктор технических наук, профессор кафедры встраиваемых и радиоприемных систем Южного федерального университета, действительный член Академии инженерных наук имени А.М. Прохорова. Основное направление научных исследований – прием и обработка сигналов. Имеет более 300 научных публикаций, в том числе 3 монографии. E-mail: vsp46@mail.ru

Кабалан Али Эль Акбар, аспирант кафедры систем автоматического управления Южного федерального университета. Основное направление научных исследований – теория робототехнических систем. Имеет 3 научные публикации. E-mail: ali.kabalan.92@gmail.com

Gaiduk Anatoly R., D.Sc. (Eng.), professor at the Southern Federal University; full member of the Academy of Engineering Sciences named after A.M. Prokhorov. The main field of his scientific research is the theory of automatic control systems and robotic complexes, analysis and design. He has over 350 scientific publications, including 19 monographs. E-mail: gaiduk_2003@mail.ru

Kapustyan Sergey G., D.Sc. (Eng.), leading researcher at the Southern scientific center of the Russian Academy of Sciences. The main fields of his scientific research are group robotics, multiprocessor, control-information and computing systems. He has over 300 scientific publications, including 5 monographs. E-mail: kap56@mail.ru

Plaksienko Vladimir S., D.Sc. (Eng.), professor at the Southern Federal University; full member of the Academy of Engineering Sciences named after A.M. Prokhorov. The main field of his scientific research is reception and processing of signals. He has over 300 scientific publications, including 3 monographs.

Kabalan Ali El A., graduate student at the Southern Federal University. The main field of his scientific research is the theory of robotic systems. He has 3 scientific publications. E-mail: ali.kabalan.92@gmail.com.

Control of the UAV group at uncertain delays in communication channels*

A.R. GAIDUK^{1,a}, S.G. KAPUSTYAN^{2,b}, V.S. PŁAKSIENKO^{1,c}, A.E.A. KABALAN^{1,d}

¹ Southern Federal University, 44, Nekrasovsky Lane, Taganrog, 347922, Russian Federation

² Federal State Budgetary Institution of Science, 41, st. Chehova, Rostov-on-Don, 344006, Russian Federation

^agaiduk_2003@mail.ru ^bkap56@mail.ru ^cvsp46_2003@mail.ru

^dali.kabalan.92@gmail.com

Abstract

The UAV groups and other unmanned robots are more and more widely used to solve production and special problems in view of their bigger efficiency in comparison with single robots. The efficiency of a group in many respects is defined by the opportunities of the communications means between members of the group and its leader, which influences the efficiency of the decisions made. The control of the UAV group is often exercised by a multivariable control system whose algorithms are implemented by a computer complex of the group UAV leader. The problem here is that in individual channels of information exchanges between the UAV-leader and other UAVs of the group there is a time delay. Any space distributions of the UAV in the neighborhood of the leader cause significantly different, uncertain delays in channels of its contact with the UAV group that can lead to a loss of control stability. It is proposed to apply a multivariable, robust to delay control system to overcome this difficulty. The design of this system is carried out on the basis of the matrix decoupling control and the method of an analytical design of systems with control on output and impact (ADSCOI) taking into account conditions of feasibility of controls on digital computing elements.

Analytical expressions including the solution to the linear system algebraic equations and the creation procedure of the digital control algorithms are found in the article. This control provides robustness of the system to delays in communication channels. The efficiency of the proposed approach is illustrated by a numerical design example of the multivariable group control system of the UAV. The results obtained can be applied to create digital control systems by both single input-single-output and multi-input-multi-output objects with an uncertain delay in agricultural, food, power, machine-building and other industries.

Keywords: UAV group, multivariable control system, communication channel, time delay, matrix decoupling control, robustness, control on output and impacts, stability

REFERENCES

1. Verba V.S., Tatarskii B.G., eds. *Kompleksy s bespilotnymi letatel'nymi apparatami*. V 2 kn. Kn. 1. *Printsipy i osobennosti postroyeniya kompleksov s BLA* [Complexes with unmanned aerial vehicles. In 2 bk. Bk. 1. The principles and features of complexes creation with UAV]. Moscow, Radio-tehnika Publ., 2016. 512 p.
2. Morales R.S. de, Freitas E.P. de. Distributed control for groups of unmanned aerial vehicles performing surveillance missions and providing relay communication network services. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2018, no. 92, pp. 645–656.
3. Abramov N.S., Khachumov M.V. Modelirovanie provodki po marshrutu bespilotnogo letatel'nogo apparata kak zadachi presledovaniya tseli [Modeling of wiring along route of unmanned aerial vehicle as problems of purpose prosecution]. *Aviakosmicheskoe priborostroenie = Aerospace Instrument-Making*, 2013, no. 9, pp. 9–22.

* Received 21 January 2020.

4. Ta Duc A., Fantoni I., Lozano R. Modeling and control of a convertible mini-UAV. *Preprints of the 18th IFAC World Congress*, Milano, Italy, August 28 – September 2, 2011, pp. 1492–1497.
5. Verba V.S., Tatarskii B.G., eds. *Kompleksy s bespilotnymi letatel'nyimi apparatami*. V 2 kn. Kn. 2. *Robototekhnicheskie komplekсы na osnove BLA* [Complexes with unmanned aerial vehicles. In 2 bk. Bk. 2. Robotic complexes on UAV basis]. monograph / Under editorship of V.S. Verba, B.G. Tatarsky]. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2016. 824 p.
6. Verba V.S., Merkulov V.I., Mikheev V.A. [Optimization of group control of unmanned aerial vehicles as a part of local network]. *XIII Vserossiiskoe soveshchanie po problemam upravleniya VSPU-2019* [XIII All-Russian meeting on problems of control VSPC-2019]. Moscow, ICS RAS Publ., 2019, pp. 279–284.
7. Kapustyan S.G., Gaiduk A.R., Shapovalov I.O. Self-organization in groups of intelligent robots. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 2015, vol. 345, pp. 171–181.
8. Utkin L.V., Zaborovsky V.S., Popov S.G.: Siamese neural network for intelligent information security control in multi-robot systems. *Automatic Control and Computer Sciences*, 2017, no. 8 (51), pp. 881–887.
9. Gaiduk A.R., Martjanov O.V., Medvedev M.Yu., Pshikhopov V.K., Hamdan N., Farhood A. Neural network based control system for robots group operating in 2-d uncertain environment. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie = Mechatronics, Automation, Control*, 2020, no. 21 (8), pp. 470–479. DOI: 10.17587/mau.21.470-479.
10. Gaiduk A.R., Kapustyan S.G. Kontseptsiya postroeniya sistem kollektivnogo upravleniya bespilotnymi letatel'nyimi apparatami [Concept of collective control systems creation of unmanned aerial vehicles]. *Sistemy radioupravleniya*. Kn. 4. *Optimizatsiya algoritmov upravleniya* [Systems of radio control. Bk. 4. Optimization of control algorithms]. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2018, pp. 39–46.
11. Gaiduk A.R., Kapustyan S.G., Plaksienko E.A., Kolokolova K.V. Mul'tiagentnoe upravlenie mekhanizmom parallel'noi struktury na osnove dekompoziruyushchego podkhoda [Multiagent control by parallel structure mechanisms based on the decoupled approach]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2018, no. 1 (70), pp. 51–66. DOI: 10.17212/1814-1196-2018-1-51-66.
12. Gaiduk A.R., Dyachenko A.A., Kapustyan S.G., Plaksienko E.A. Algoritmy avtonomnogo gruppovogo upravleniya gorizonta'nnyimi dvizheniyami BLA [Algorithms of autonomous group control of UAV horizontal motion]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2017, no. 2 (67), pp. 120–134. DOI: 10.17212/1814-1196-2017-2-120-134.
13. Gaiduk A.R. *Teoriya i metody analiticheskogo sinteza sistem avtomaticheskogo upravleniya (polinomial'nyi podkhod)* [Theory and methods of analytical design of automatic control systems (polynomial approach)]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2011. 419 p.
14. Gerla M., Yi Y. Team communications among autonomous sensor swarms. *SIGMOD Record*, 2004, vol. 33, pp. 20–25.
15. Gaiduk A.R., Plaksienko V.S., Kaban A.E.A. Sintez sistem s uchetoм ogranichenii na upravlenie i peremennye sostoyaniya [Systems design with restrictions on control and state variables]. *Matematicheskie metody v tekhnike i tekhnologiyakh – MMTT = Mathematical Methods in Technique and Technologies – MMTT*, 2020, vol. 2, pp. 27–30.
16. Zhu Y., Su H.-Y., Krstic M. Adaptive backstepping control of uncertain linear systems under actuator delay. *Automatica*, 2015, vol. 345, no. 54, pp. 256–265.
17. Stojanović S.B., Debeljković D.Lj., Antić D.S. Finite-time stability and analysis of discrete time-delay systems using discrete convolution of delayed states. *Facta Universitatis. Series: Automatic Control and Robotics*, 2015, vol. 14, no. 3, pp. 147–158.
18. Xue L., Zhang T., Zhang W., Xie X.-J. Global adaptive stabilization and tracking control for high-order stochastic nonlinear systems with time-varying delays. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 2018, vol. 63, no. 9, pp. 2928–2943.
19. Xiao F., Shi Y., Ren W. Robustness analysis of asynchronous sampled-data multiagent networks with time-varying delays. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 2018, vol. 63, no. 7, pp. 2145–2152.
20. Zhang D., Shen Y. Continuous sampled-data observer design for nonlinear systems with time delay larger or smaller than the sampling period. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 2018, vol. 62, no. 11, pp. 5822–5829.
21. Imangazieva A.V. Kompensatsiya vozmushchenii v zadache robustnogo upravleniya set'yu ob"ektov s raspredelennym i diskretnym zapazdyvaniem [Compensation of disturbances in the problem of robust control of a plant network with distributed and discrete delays]. *Nauchnyi vestnik Novo-*

sibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university, 2018, no. 3 (72), pp. 59–72. DOI: 10.17212/1814-1196-2018-3-59-72.

22. Dzhuri E.I. Robastnost' diskretnykh sistem [Robustness of discrete systems]. *Avtomatika i telemekhanika = Automation and Remote Control*, 1990, no. 1, pp. 3–28. (In Russian).

23. Gaiduk A.R. Sintez robastnykh sistem upravleniya s zapazdyvaniem [Design of robust control systems with delay]. *Avtomatika i telemekhanika = Automation and Remote Control*, 1997, no. 5, pp. 90–99. (In Russian).

24. Furtat I.B., Vrazhevsky S.A., Kremlev A.S. Robust control algorithm under mismatched disturbances. *9th International Congress on Ultra-Modern Telecommunications and Control Systems (ICUMT)*, Munich, Germany, 2017, pp. 61–66.

25. Vilanova R., Arrieta O. Robust PI/PID controllers for load disturbance based on direct synthesis. *ISA Transactions*, 2018, vol. 81, pp. 177–196.

26. Besekerskii V.A., Popov E.P. *Teoriya sistem avtomaticheskogo upravleniya* [Theory of automatic control systems]. St. Petersburg, Professiya Publ., 2004. 902 p.

27. Gaiduk A.R., Plaksienko E.A. *Analiz i analiticheskii sintez tsifrovyykh sistem upravleniya* [Analysis and analytical design of digital control systems]. St. Petersburg, Lan' Publ., 2018. 272 p.

28. Gantmakher F.R. *Teoriya matrits* [Theory of matrixes]. 4th ed. Moscow, Nauka Publ., 1988. 549 p.

29. Gaiduk A.R., Kolokolova K.V. Sintez sistem avtomaticheskogo upravleniya neustoiichivymi mnogomernymi ob'ektami [Synthesis of control systems by unstable multivariable plants]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2017, no. 1 (66), pp. 26–40. DOI: 10.17212/1814-1196-2017-1-26-40.

Для цитирования:

Управление группой БЛА при неопределенных запаздываниях в каналах связи / А.Р. Гайдук, С.Г. Капустян, В.С. Плаксиенко, А.Э.А. Кабалан // Научный вестник НГТУ. – 2020. – № 2–3 (79). – С. 37–56. – DOI: 10.17212/1814-1196-2020-2-3-37-56.

For citation:

Gaiduk A.R., Kapustyan S.G., Plaksienko V.S., Kabalan A.E.A. Upravlenie gruppoy BLA pri neopredelennykh zapazdyvaniyakh v kanalakh svyazi [Control of the UAV group at uncertain delays in communication channels]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2020, no. 2–3 (79), pp. 37–56. DOI: 10.17212/1814-1196-2020-2-3-37-56.