

ИНФОРМАТИКА,  
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА  
И УПРАВЛЕНИЕ

INFORMATICS,  
COMPUTER ENGINEERING  
AND CONTROL

УДК 519.873

DOI: 10.17212/2782-2001-2021-2-95-120

## Модель минимизации дефицита мощности электроэнергетических систем с учетом ограничений по контролируемым сечениям<sup>\*</sup>

Д.В. ЯКУБОВСКИЙ<sup>а</sup>, Д.С. КРУПЕНЁВ<sup>б</sup>, Д.А. БОЯРКИН<sup>с</sup>

664033, Иркутская область, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 130, Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева Сибирского отделения Российской академии наук

<sup>а</sup> yakubovskii.dmit@mail.ru <sup>б</sup> krupenev@isem.irk.ru <sup>с</sup> boyarkin\_denis@mail.ru

Устойчивая тенденция к развитию электроэнергетических систем ведет к их постоянно-му укрупнению и усложнению, появляются новые способы их контроля. В связи с этим существующие модели и комплексы оценки надежности могут работать неполноценно и неэффективно с точки зрения адекватности получаемых результатов. Для оценки текущего состояния существующих моделей и комплексов был проведен обзор и анализ отечественных и зарубежных программно-вычислительных комплексов. В частности, рассматривались входящие в них математические модели минимизации дефицита мощности. В основе настоящей работы рассматривается задача модификации математических моделей минимизации дефицита мощности, используемых при оценке балансовой надежности электроэнергетических систем одного из рассматриваемых комплексов. В качестве модификации математических моделей предлагается отказаться от существующего способа учета пропускных способностей линий и использовать корректный учет максимально допустимого перетока активной мощности в контролируемых сечениях. Отраженная в работе экспериментальная часть касается тестирования вариантов моделей минимизации дефицита мощности, а также предлагаемых модификаций на различных системах, в том числе состоящих из трех и семи зон надежности с вариативным количеством контролируемых сечений и входящих в них линий электропередачи.

По результатам работы предлагаемые модификации показали свою работоспособность и могут быть в дальнейшем использованы, также авторами были получены наиболее адекватные результаты с позиции физических законов функционирования электроэнергетических систем за счет модели минимизации дефицита мощности с квадратичными потерями, которая учитывает ограничения передачи мощности по контролируемым сечениям.

**Ключевые слова:** электроэнергетическая система, надежность, математическая модель, минимизация дефицита мощности, максимальный допустимый переток, квадратичная модель, контролируемые сечения, балансовая надежность

---

<sup>\*</sup> Статья получена 19 февраля 2021 г.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-08-00550 А.

## ВВЕДЕНИЕ

Обеспечение требуемого уровня надежности электроэнергетических систем (ЭЭС) является одной из актуальных задач энергетики и, в свою очередь, способствует сбалансированному развитию экономики. Из-за постоянных изменений в сторону укрупнения и усложнения ЭЭС раннее планирование, своевременная корректировка изменений и резервирование ее элементов являются основными направлениями обеспечения надежности. Совокупность всех мер напрямую влияет на снижение ущерба из-за отказов энергетического оборудования и, как следствие, ограничения поставки электроэнергии потребителям. Однако мероприятия, связанные с формированием дополнительных резервов мощности и заменой устаревших или аварийных элементов системы, являются затратными и требуют квалифицированной оценки и объективного обоснования их проведения. Для решения представленной задачи необходимо проводить оценку балансовой надежности перспективных схем ЭЭС и на её основе корректировать планы развития. Результатом такой оценки является набор показателей балансовой надежности (ПБН) ЭЭС, которые также имеют экономическую интерпретацию и в дальнейшем подвергаются анализу.

К числу ПБН относят: вероятность бездефицитной работы; математическое ожидание (м.о.) дефицита мощности; м.о. недоотпуска электроэнергии как в зонах надежности (ЗН) – элементов расчетной модели ЭЭС, представляющий собой часть ЭЭС с набором генерирующих агрегатов и нагрузкой, ограничения по пропускной способности линий электропередачи внутри которой отсутствуют, так и системы в целом; вероятностно взвешенные двойственные оценки достаточности генерирующих мощностей и сетевой инфраструктуры. В международной практике используются близкие по смыслу ПБН, такие как ожидаемая величина недопоставленной энергии (Expected Unserved Energy, EUE); вероятность возникновения дефицита мощности (Loss of Load Probability, LOLP); среднее число дней дефицита мощности в год (Loss of Load Expectation, LOLE); среднее число часов дефицита мощности в год (Loss of Load Hours, LOLH).

Наиболее используемым в мировой практике методом для оценки БН является метод статистических испытаний (метод Монте-Карло) [1–8]. Метод Монте-Карло состоит из трех основных этапов. На первом этапе происходит формирование набора псевдослучайных состояний системы. На втором этапе для каждого сформированного псевдослучайного состояния системы происходит моделирование каждого такого состояния и вычисление дефицитов мощности у потребителей, а также фиксируются события, влияющие на дефицит мощности (например, максимальная загрузка генерирующих источников в зонах надёжности и линий электропередачи, входящих в межзональные связи). Происходящие в соседние моменты времени случайные события могут быть как зависимыми, так и независимыми. На третьем этапе по результатам статистической обработки определяются показатели балансовой надежности и другие характеристики, которые представляют интерес для дальнейшего анализа.

Отечественные и зарубежные программные комплексы оценки балансовой надежности ЭЭС [3–4, 8–26], работа которых основана на методе Монте-Карло, используют различные математические модели и преследуют разные цели – как технические, так и экономические. Несмотря на это, большинство

из них применяют линейные или линеаризованные в процессе решения модели, основанные на транспортной задаче потокораспределения. Однако следует отметить, что существующие линейные модели вносят достаточно существенную погрешность при определении дефицита мощности. В работе [1] было показано, что наиболее адекватной является постановка в нелинейной форме, где потери в линиях электропередачи имеют квадратичную зависимость от передаваемой мощности. В некоторых существующих отечественных решениях уже используются нелинейные модели с учетом квадратичных потерь, однако данные модели являются несовершенными и характеризуются излишним набором переменных и ограничений, которые в анализируемых схемах большой размерности могут приводить к искажению результата и необоснованно высокому времени счета.

Еще одним недостатком существующих моделей минимизации дефицита мощности (МДМ) является то, что в них ограничения на перетоки мощности должны задаваться по межзонам связям. Как правило, данные о пропускной способности каждой межзональной связи отсутствуют, а для анализа и управления используются контролируемые сечения с заданной характеристикой максимально допустимых перетоков активной мощности (МДП). На практике трудно получить полное соответствие межзонных связей и контролируемых сечений. Это обстоятельство необходимо учитывать при разработке математических моделей МДМ.

Таким образом, в представленной работе рассматриваются существующие зарубежные и отечественные варианты моделей, поднимается вопрос адекватности используемых моделей, а также представляются варианты их модификаций, соответствующие современным условиям функционирования ЭЭС.

Статья состоит из трех разделов. В первом разделе рассматриваются и анализируются существующие постановки задачи МДМ. Во втором разделе представлена модификация модели МДМ, в которой учтены особенности учета контролируемых сечений ЭЭС. В третьем разделе представлены результаты экспериментальных исследований предлагаемой модификации модели МДМ ЭЭС.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Второй этап методики оценки балансовой надежности ЭЭС методом Монте-Карло заключается в моделировании случайных состояний ЭЭС. Обычно в условиях оценки балансовой надежности решается транспортная задача, заключающаяся в нахождении потокораспределения при заданных параметрах сети, генерирующих мощностей и уровней потребления мощности в зонах надежности. Как в отечественных, так и в зарубежных программно-вычислительных комплексах (ПВК) применяется множество различных постановок задачи МДМ. Следует учесть, что с точки зрения расчета ПБН в первую очередь должна рассматриваться задача минимизации дефицита мощности с оптимальным и физически адекватным распределением генерации между источниками и потребителями. Однако практически все зарубежные ПВК в качестве основной рассматривают задачу минимизации различных затрат, т. е. упор делается на экономические критерии, что также влияет на последующее потокораспределение.

### 1.1. МОДЕЛИ МДМ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ В ЗАРУБЕЖНЫХ И ОТЕЧЕСТВЕННЫХ ПРОГРАММНО- ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ КОМПЛЕКСАХ

Модель ANTARES [9, 10, 13, 14] – это линейная модель, учитывающая множество различных параметров, а для работы с ЭЭС используется неориентированный граф. Целевая функция направлена на минимизацию суммы затрат различных видов мощности. Балансовые ограничения этой модели основаны на первом законе Кирхгофа, где учитываются нагрузка потребителей, генерация мощности и потоки мощности. Рассматриваемая модель включает и экономическую составляющую, т. е. при определении дефицита мощности учитываются затраты на производство мощности и ее передачу.

Модель Transmission Reliability Evaluation of Large-Scale Systems (TRELSS), применяемая в одноименном программном комплексе, в настоящее время полностью перенесена в программный комплекс Transmission Contingency Analysis Reliability Evaluation (TransCARE) [8, 15–17], основой которого является моделирование с помощью марковских процессов, а вычисление показателей надежности происходит несколькими разными способами. Один из них основан на мерах, ориентированных исключительно на системные проблемы компонентов сети, такие как перегрузка, нарушения или отклонения напряжения и разделение сети. Этот подход называется «подходом к системным проблемам» и обеспечивает информацию по показателям частоты, продолжительности и серьезности системных проблем. Стоит обратить внимание, что этот подход не учитывает возможность исправления проблем с помощью реакции системы и / или действий оператора. Следовательно, этот подход дает пессимистический взгляд на надежность и является индикатором наихудшего сценария. Другой подход, названный «подходом возможностей», предоставляет набор индикаторов отключения нагрузки в качестве показателя ненадежности ЭЭС. Целью данного подхода является оценка объема нагрузки, которую необходимо отключить, если проблемы в ЭЭС сохраняются даже после принятия корректирующих действий после отказа энергетического оборудования. Все используемые показатели надежности, такие как ожидаемая неиспользованная энергия (EUE), вероятность, частота и продолжительность отключения нагрузки, вычисляются для каждого нагрузочного узла, а также для системы в целом. Подход не учитывает время отклика корректирующих действий.

Модель Siemens PTI PSS/E TPLAN [8, 9, 18–21] предоставляет возможность расчета нескольких целевых функций, например, минимизация затрат на топливо, минимизация потерь активной мощности, минимизация потерь реактивной мощности, минимизация или максимизация передачи активной мощности и др. Ввиду того, что программное обеспечение является закрытым, отсутствует возможность полноценного знакомства с моделью, как, например, в программном комплексе Antares, однако существующие брошюры и упоминания о комплексе ясно дают понять, что частично используется линейная модель, а вышеописанные цели могут быть скомбинированы пользователем самостоятельно.

Программный комплекс CORAL [8, 9, 22] разработки PSR включает в себя такие модели, как SDDP, OPTGEN/NETPLAN, последняя отвечает за расчеты, связанные с планированием расширения производства / передачи с

ограничениями надежности поставок. За моделирование работы системы отвечает надстройка Coral, цель задается как максимум покрытия нагрузки (Expected Power Not Supplied (EPNS)), т. е. как максимальный ожидаемый дефицит мощности. Модель OptGen так же, как и модель Antares, учитывает гидро- и теплоэнергетические агрегаты ЭЭС, в том числе эксплуатационные затраты этих агрегатов.

Программный комплекс Grid Reliability and Adequacy Risk Evaluator (GRARE) [23] оценивает надежность и экономические эксплуатационные возможности с помощью метода Монте-Карло. Данный инструмент предназначен для анализа полной модели системы (линии, генераторы, трансформаторы и т. д.). Математическая модель, как и большинство вышеописанных комплексных моделей, учитывает эксплуатационные затраты для гидро- и теплогенерирующих агрегатов ЭЭС. Поддерживаются модели до 5000 узлов. Для расчета перетоков мощности и оценки уровня напряжения по модели постоянного тока применяется алгоритм Зауэра (Sauer). При моделировании учитывается удовлетворение спроса на энергию при минимальных затратах, максимизации доходов от производства энергии и оптимального потокораспределения с учетом пропускных способностей связей. Для решения задачи потокораспределения применяются Flow- или NTC-подходы. Уровень надежности ЭЭС определяется с помощью показателей ENS, LOLE, LOLP. Производство возобновляемых источников рассчитывается путем случайного отбора, исходя из статистически обработанных данных по производительности этих станций.

Программный комплекс PLEXOS [23-24], разрабатываемый Energy Exemplar, представляет собой сложный инструмент моделирования энергосистем. Он использует смешанные целочисленные методы оптимизации для определения минимальных затрат и решения задач диспетчеризации для удовлетворения спроса при соблюдении технико-экономических ограничений на генерирующих агрегатах. Расширенное смешанное целочисленное программирование (MIP) является основным алгоритмом моделирования и оптимизации. Задачи удовлетворения спроса на энергию при минимальных затратах, максимизации доходов от производства энергии и оптимального потокораспределения формулируются в линейном виде (после линеаризации) с целочисленными переменными, раскрывающими состояние генератора в сети.

В программном комплексе Multi-Area Reliability Simulation (MARS) [8, 25, 26] разработки General Electric уровень надежности оцениваемой системы определяется по показателям LOLE, LOEE, частота и длительность аварийных отключений, необходимость инициации процедур в экстренных ситуациях. Для решения поставленных задач используется транспортная модель, с помощью которой выполняется анализ потоков мощности, соединяющих энергозоны системы. Данный комплекс получил развитие в виде еще одной модели Multi-area Power System (MAPS) [26], предназначенной для решения задачи определения наименьших затрат, рассматриваемой и в других вышеупомянутых комплексах.

В отечественных программных комплексах применяются как линейные модели потокораспределения, так и нелинейные. Из линейных можно обратить внимание на модель МДМ, представленную в работе [4]. Целевая функция направлена на минимизацию разности мощности спроса нагрузки и обес-

печения потребности с учетом коэффициента, отражающего стоимостные показатели ограничений потребителей. В балансовых ограничениях учитывается разница обеспеченной потребности и используемой генерирующей мощности для каждой зоны надежности, где также принимается в расчет сумма перетоков, связанных с данной зоной, потери мощности не учитываются. При этом подобная линейная постановка имеет недостаток, заключающийся в возникающей неоднозначности в распределении дефицита мощности по отдельным зонам надежности. Устранение неоднозначности требует второго этапа решения задачи минимизации системного дефицита мощности. Для второго этапа меняется целевая функция, стоимостной коэффициент не применяется, балансовые ограничения не меняются. Значения переменных для различных по глубине дефицитов мощности разделенных частей объединения ЭЭС определяются по принципу пропорционального ограничения потребителей (принцип пропорциональности).

В работе [7] представлено несколько моделей, направленных на решение задачи минимизации дефицита мощности. В первую очередь рассматривается модель минимума суммарных по всем зонам электроэнергетической системы затрат, связанных с ограничением нагрузки, и затрат на производство электроэнергии. Эта модель характеризуется наличием ограничений на текущую величину нагрузки и генерации, мощности, передаваемой в зону по электрической сети (сетевые инъекции), а также на перетоки мощности по межсистемным связям. Соблюдаемый баланс мощностей соответствует первому закону Кирхгофа и определяется условием равенства нулю суммы инъекций и потерь мощности. Потоки мощности пропорциональны инъекциям, что частично учитывает второй закон Кирхгофа, а также в модели используются диагональная матрица проводимостей. Воздействие варьируемых переменных – генерации и нагрузки в какой-либо отдельной зоне на суммарный баланс мощности в системе – осуществляется через сетевые инъекции. Решение задачи оптимального распределения небаланса мощности узла между генерацией и ограничением нагрузки, которое можно рассматривать как дополнительную генерацию, не представляет каких-либо проблем и известно, как распределение по критерию равенства относительных приростов затрат на производство электроэнергии. Одним из вариантов решения данной задачи является квадратичное программирование, вследствие чего появляется необходимость в линейной форме представления всех ограничений – таким образом автор формулирует линейную задачу. Также автором рассматривается вариант данной модели с учетом затрат на генерацию, что говорит о возможности регулирования учета экономических показателей при расчетах. Еще в одной модели применяются сетевые инъекции в качестве управляющих переменных, при этом реализуется критерий минимума суммарных эксплуатационных затрат. Таким образом, целевая функция принимает вид квадратичной формы. Также автор рассматривает вариант линейной модели с учетом пропорциональности вынужденных ограничений нагрузки и генерации, где учитывается критерий оптимальности распределения дефицита мощности пропорционально нагрузкам. Данная модель представлена с учетом критерия минимума суммы квадратов отклонений от единого для всех зон идеального коэффициента, полученного без учета сетевых ограничений – таким образом задача сформулирована как нелинейная. Еще один вариант развития модели –

применение критерия минимального отклонения от идеальных значений, что в конечном итоге позволяет использовать в качестве целевой функции сумму взвешенных квадратов невязок.

В ИСЭМ СО РАН на протяжении длительного времени разрабатываются ПВК оценки балансовой надежности, это ПВК «КОРАЛ», «ПОТОК-3» и «ЯНТАРЬ» [3] которые включают в себя оригинальные математические модели, направленные на выявление минимума дефицита мощности. В настоящее время для оценки балансовой надежности применяется ПВК «Надежность», а также проводятся его постоянные улучшения. Изначально в разрабатываемых ПВК использовалась модель, основанная на потоковых алгоритмах и включающая в себя балансовые уравнения, а также модель, основанная на уравнениях сети в идеализации по постоянному току. Позднее стала применяться двухкритериальная модель оценки дефицита мощности ЭЭС, которая сводилась к классической задаче о максимальном потоке в сетях и была определена как линейная. Целевая функция обозначалась как минимум дефицита мощности, а балансовые ограничения включали в себя разницу мощности в самой зоне, а также входящий и исходящий переток мощности. В данной модели учитывался только 1-й закон Кирхгофа, а потери при этом не учитывались. Для распределения дефицита по всем потенциально дефицитным зонам надежности примерно пропорционально нагрузкам этих зон надежности был внедрен второй этап оптимизации по другой целевой функции. Таким образом была сформирована двухэтапная модель, которая впоследствии получила две модифицированные целевые функции. Далее были сформированы модели, учитывающие потери мощности на межузловых связях. Так появилась модель с потерями в ЛЭП, выражающимися в виде линейной функции от объемов передаваемой мощности. Данная модель была дополнительно модифицирована, а именно: были изменены балансовые линейные ограничения на нелинейные ограничения равенства. Также была сформирована аналогичная модель, но учитывающая особенности работы ЭЭС в условиях оптового рынка. Несмотря на обилие моделей, все они работали с учетом потокораспределения и наличия исходной информации о пропускной способности связей. На сегодняшний момент такая информация может быть получена не в полном объеме или может отсутствовать вовсе, а для учета сетевых ограничений используются МДП контролируемых сечений (КС).

На основании проведенного анализа математических моделей минимизации дефицита мощности, используемых в отечественных и зарубежных ПВК оценки балансовой надежности ЭЭС, можно сделать вывод, что актуальной задачей для развития модели является учет специфики задания корректных сетевых ограничений, соответствующих контролируемым сечениям ЭЭС.

#### **1.2. МОДЕЛИ МДМ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ В ЗАРУБЕЖНЫХ И ОТЕЧЕСТВЕННЫХ ПРОГРАММНО- ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ КОМПЛЕКСАХ**

В ПВК «Надежность» [2], который в настоящее время развивается в ИСЭМ СО РАН, используют линейные и нелинейные модели минимизации дефицита мощности. Задача минимизации дефицита мощности (МДМ) формулируется следующим образом: для известных значений работоспособных

генераторных мощностей, требуемых уровней потребления мощности, ограничений на передачу мощности по межзонам связям и коэффициентов потерь мощности в линиях электропередачи, необходимо определить минимальное значение дефицита мощности в ЭЭС.

Математически линейная задача формулируется следующим образом:

$$\sum_{i=1}^n (\bar{y}_i - y_i) \rightarrow \min_{y, x, z}, \quad (1)$$

при соблюдении балансовых ограничений

$$x_i - y_i + \sum_{j=1}^n (1 - a_{ji}) z_{ji} - \sum_{j=1}^n z_{ij} = 0, \quad (2)$$

а также ограничений на оптимизируемые переменные:

$$0 \leq y_i \leq \bar{y}_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (3)$$

$$0 \leq x_i \leq \bar{x}_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (4)$$

$$0 \leq z_{ij} \leq \bar{z}_{ij}, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, n, \quad i \neq j, \quad (5)$$

где  $x_i$  – используемая мощность в зоне надежности  $i$  (МВт);  $\bar{x}_i$  – располагаемая мощность в зоне надежности  $i$  (МВт);  $y_i$  – фактически потребляемая мощность в зоне надежности  $i$  (МВт);  $\bar{y}_i$  – максимальная потребляемая мощность в зоне надежности  $i$  (МВт);  $z_{ij}$  – поток мощности из зоны надежности  $i$  в  $j$  (МВт);  $\bar{z}_{ij}$  – суммарная пропускная способность ЛЭП между зонами надежности  $i$  и  $j$  (МВт);  $z_{ji}$  – поток мощности из зоны надежности  $j$  в  $i$  (МВт);  $\bar{z}_{ji}$  – суммарная пропускная способность ЛЭП между зонами надежности  $j$  и  $i$  (МВт);  $a_{ji}$  – коэффициенты удельных потерь мощности при ее передаче из зоны надежности  $j$  в  $i$ ,  $j \neq i$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $j = 1, \dots, n$ .

Модель (1)–(5) является распространенной моделью потокораспределения в области оценки балансовой надежности. Эта модель представляет собой транспортную задачу. Для решения представленной задачи оптимизации ввиду ее относительной простоты наиболее часто используется симплекс-метод и двойственный симплекс-метод в их разных вариациях.

### 1.3. МОДЕЛЬ МДМ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С КВАДРАТИЧНЫМИ ПОТЕРЯМИ

Модель МДМ ЭЭС с линейными потерями имеет допущения, касающиеся неполного учета потерь при перетоках мощности. Так, в [1] существует обоснованный вывод, что модель, где потери мощности зависят от квадрата передаваемой мощности, является более адекватной моделью, близкой по физическому смыслу к реальной работе ЭЭС. Для этого в модели (1)–(5) ис-



пользуются модифицированные балансовые ограничения, где ограничения вида (2) заменены на ограничения, представленные ниже:

$$x_i - y_i + \sum_{j=1}^n (1 - a_{ji} z_{ji}) z_{ji} - \sum_{j=1}^n z_{ij} = 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (6)$$

Таким образом, задачу МДМ можно представить в виде задачи нелинейного программирования. При исследовании моделей (1)–(5) и (1), (3)–(6) выявлено, что эти модели имеют ряд недостатков, в частности, в виде неверного потокораспределения, проявляющегося в одновременных встречных потоках мощности по одной межзональной связи.

#### 1.4. МОДЕЛЬ МДМ С УЧЕТОМ КВАДРАТИЧНЫХ ПОТЕРЬ МОЩНОСТИ И ОГРАНИЧЕНИЕМ ПЕРЕМЕННЫХ

В качестве улучшения существующей постановки задачи МДМ с квадратичными потерями рассматривается модель, представленная в [27], где были проведены улучшения с целью сокращения количества оптимизируемых переменных по перетокам, т. е. вместо использования двух переменных, обозначающих перетоки мощности по межзональным связям для каждого направления, используется одна переменная, что, в свою очередь, избавляет от проблемы наличия перетоков мощности в разные стороны по одной и той же связи. В качестве целевой функции используется выражение (1), а ограничения (3) принимают следующий вид:

$$\underline{z}_j \leq z_j \leq \bar{z}_j, \quad j = 1, \dots, m, \quad (7)$$

балансовые ограничения принимают вид

$$x_i - y_i + \sum_{j=1}^m t_{ij} z_j - \sum_{j=1}^m [\tilde{\alpha}_{ij}(z_j)] (z_j)^2 \geq 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad (8)$$

где  $m$  – число связей между узлами;  $t_{ij}$  – элементы матрицы связей размера  $n \times m$ ,

$$t_{ij} = \begin{cases} -1, & \text{если связь начинается в зоне надежности } j, \\ 1, & \text{если связь оканчивается в зоне надежности } j, \\ 0, & \text{если связь с зоной надежности отсутствует.} \end{cases} \quad (9)$$

При этом функции  $\tilde{\alpha}_{ij}(z_j)$  определяются следующим образом:

$$\tilde{\alpha}_{ij}(z_j) = \begin{cases} \alpha_j, & \text{если } t_{ij} z_j > 0, \\ 0, & \text{если } t_{ij} z_j \leq 0, \end{cases} \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m, \quad (10)$$

$$\underline{z}_j = -\bar{z}_j \quad \text{для всех } j, \quad (11)$$

В тех случаях, когда полученное в результате оптимизации значение  $z_j < 0$ , необходимо считать что переток направлен в обратную сторону отно-

сительно заданного направления обозначенного в матрице  $t$ . Однако данная модель не может быть полноценно использована для расчетов ввиду наличия ограничения (11), где пропускная способность связи задается с одним и тем же значением для прямого и обратного направления. Такой способ задания перетоков не совсем корректен по причине применения различных ограничений в прямом и обратном направлениях. Таким образом необходимо избавиться от ограничения (11), тем самым позволив использовать отличные пропускные способности связей по встречным направлениям. Ограничение (8) из-за перехода от равенства к неравенству не отвечает физике процесса и приводит к появлению неестественно больших значений генераторных мощностей, что фактически невозможно в реальных ЭЭС. Однако несмотря на наличие данных недостатков необходимо отметить, что снижение количества оптимизируемых переменных положительно сказывается на скорости и объеме расчетов.

## **2. МОДИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ МИНИМИЗАЦИИ ДЕФИЦИТА МОЩНОСТИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С КВАДРАТИЧНЫМИ ПОТЕРЯМИ**

Представленные модели (1)–(5) и (1), (3)–(6), а также (1), (7)–(11) имеют как минусы, так и плюсы своей постановки. В настоящей работе предлагается внедрить и экспериментально проверить модификации, направленные на решение существующих проблем.

### **2.1. РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ ВСТРЕЧНЫХ ПЕРЕТОКОВ МОЩНОСТИ ПО МЕЖЗОННЫМ СВЯЗЯМ**

Получаемые оптимальные значения с помощью моделей (1)–(5) и (1), (3)–(6) не обладают необходимой адекватностью с позиции физики процесса потокораспределения. В решении этой задачи могут присутствовать встречные перетоки мощности по межзонам связям. Также трудно найти единственное решение из-за наличия плато или множества оптимальных решений.

Результаты работы моделей (1)–(5) и (1), (3)–(6) при оценке балансовой надежности могут привести к искажению значений показателей надежности. Для устранения этой проблемы было сформулировано дополнительное ограничение для перетоков мощности, широко известное в оптимизации как «обнуление переменной», в данном случае ограничение представлено в следующем виде:

$$z_{ji} * z_{ij} = 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, n. \quad (12)$$

Таким образом, ограничение (12) преобразует рассматриваемую задачу в корректную с точки зрения моделирования работы перетоков мощности между ЗН и меняет поведение модели на более правильное с точки зрения физики процесса потокораспределения и формирует модель минимизации дефицита мощности с квадратичными потерями (1), (3)–(6), (12), далее МДМ<sub>1</sub>.

## 2.2. РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ НЕВЕРНОГО ПОТОКОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ МОЩНОСТИ

Экспериментальные исследования показали, что, несмотря на модификацию нелинейной модели и ее представление в виде (1), (3)–(7), ввиду наличия множества оптимальных решений существует неверное потокораспределение мощности. Иначе говоря, потокораспределение не является оптимальным, однако, исходя из содержательной постановки задачи, требуется найти не только минимум дефицита мощности, но и корректное потокораспределение. Некорректное потокораспределение заключается в появлении кольцевых перетоков мощности.

Для решения этой проблемы был предложен ряд модификаций модели, описанных в работе [2], в первую очередь путем изменения балансовых ограничений (6), – с ограничений типа равенств на ограничения типа неравенства. Данное ограничение предусматривало переход модели оценки дефицита мощности к виду задачи выпуклого программирования:

$$x_i - y_i + \sum_{j=1}^n (1 - a_{ji} z_{ji}) z_{ji} - \sum_{j=1}^n z_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (13)$$

Были проведены экспериментальные исследования данной модификации модели. В итоге было выявлено, что минимум дефицита мощности совпадает со значением модели МДМ<sub>1</sub>. При этом физически неверное распределение перетоков мощности осталось, однако повысилась загрузка генераторных мощностей, что физически невозможно, так как излишки генераторной мощности заперты и нет потребителей, которые могут удовлетворить такому предложению.

В качестве решения возникшей проблемы предложено использовать второй этап оптимизации. Так, на первом этапе проводится оптимизация выше обозначенной модели (1), (3)–(5), (12), (13), такой подход обеспечит выпуклое множество допустимых решений. Далее полученные оптимальные решения относительно переменной  $y_i$  необходимо зафиксировать и обозначить новую переменную как  $\widetilde{y}_i$ . После этого перейти ко второму этапу решения, сформировав новую целевую функцию, которая предполагает собой минимизацию суммы квадратов перетоков мощности:

$$\sum_{i=1}^n z_{ji}^2 \rightarrow \min, \quad (14)$$

а также модифицировать текущие балансовые ограничения (13) на балансовые ограничения, представленные ниже:

$$x_i - \widetilde{y}_i + \sum_{j=1}^n (1 - a_{ji} z_{ji}) z_{ji} - \sum_{j=1}^n z_{ij} = 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (15)$$

Данный подход был проверен в рамках экспериментов. Он включал в себя поочередную двухэтапную оптимизацию и взаимодействие двух моделей МДМ – с балансовыми ограничениями неравенствами (1), (3)–(5), (12), (13) и модели минимизации евклидовой нормы по перетокам (9), (3)–(5), (12), (13). Полученные результаты показали работоспособность такого подхода [2].

### 2.3. МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНТРОЛИРУЕМЫХ СЕЧЕНИЙ

В текущих условиях функционирования и развития ЭЭС данные о пропускной способности межзональных связей зачастую полностью или частично отсутствуют. В то же время для контроля передачи мощности между зонами надежности ЭЭС используются контролируемые сечения с заданной характеристикой МДП. Такие КС включают в себя до нескольких ветвей (ЛЭП) с обозначенным направлением перетока мощности. Таким образом, использование представленных выше моделей без внесения дополнительных изменений становится невозможным, в связи с чем предлагается рассмотреть необходимые корректировки и дополнения для постановки математической задачи с квадратичными потерями.

В первую очередь необходимо обозначить матрицу  $S$  контролируемых сечений, в которой обозначены присутствие ветвей в КС с учетом их направлений. Размерность матрицы  $l \times m$ , где  $l$  – число КС, а  $m$  – число ветвей, элементы матрицы обозначим как  $cs_{kf}$ :

$$cs_{kf} = \begin{cases} 1, & \text{если ветвь присутствует в контролируемом сечении,} \\ 0, & \text{если ветвь отсутствует в контролируемом сечении.} \end{cases} \quad (16)$$

Каждое контролируемое сечение имеет МДП в прямом и обратном направлениях, для их хранения необходима матрица  $M$  размерностью  $l \times 2$ , где первый элемент ( $md_{k1}$ ) в строке содержит значения прямого МДП, второй элемент ( $md_{k2}$ ) – обратного МДП. Для работы модели также потребуются внести ограничения по КС для прямого и обратного МДП:

$$\sum_{f=1}^m cs_{kf} z_f^{\text{прям}} \leq md_{k1}; \quad k = 1, \dots, l, \quad (17)$$

$$\sum_{f=1}^m cs_{kf} z_f^{\text{обр}} \leq md_{k2}; \quad k = 1, \dots, l, \quad (18)$$

где  $z_f^{\text{прям}}$  – прямой переток мощности  $z_{ij}$  (МВт), а  $z_f^{\text{обр}}$  – обратный переток мощности (МВт), т. е.  $z_{ji}$  определяются при формировании матрицы  $S$ . Таким образом, существующая модель (1), (3)–(6), (12) должна быть преобразована в модель (1), (3)–(6), (12), (16)–(18) для устранения проблемы двусторонней загрузки контролируемых сечений. Проблема была решена путем введения дополнительных ограничений на контролируемые сечения:

$$\left( \sum_{f=1}^m cs_{kf} z_f^{\text{прям}} \right) \left( \sum_{f=1}^m cs_{kf} z_f^{\text{обр}} \right) = 0; \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, n, \quad (19)$$

Это ограничение, помимо физически корректного распределения потоков мощности по сечениям в одном из направлений, позволяет также изъять из модели ограничение (12) ввиду дублирования действий по направлению

перетоков мощности. Итогом вышеописанных дополнений и изменений является следующая модель минимизации дефицита мощности с квадратичными потерями и с учетом контролируемых сечений: (1), (3)–(6), (16)–(19), далее МДМ<sub>2</sub>.

#### 2.4. МОДИФИЦИРОВАННАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ МИНИМИЗАЦИИ ДЕФИЦИТА МОЩНОСТИ

Учитывая то, что постановка (1), (7)–(11) имеет ряд преимуществ, а именно отсутствие встречных перетоков и снижение количества переменных, предлагается внести изменения, позволяющие убрать вероятную неоднозначность решения, а также сделать возможным использование данной модели в рамках расчетов с использованием реальных данных и ограничений по контролируемым сечениям. Предлагается рассмотреть следующую постановку математической задачи: целевая функция (1), а также верхние и нижние ограничения на переменные генерации и нагрузки (3) и (4), матрица, определяющая направление потоков мощности по связям (9), а также функции определения коэффициента потерь  $\tilde{\alpha}_{ij}(z_j)$  (10) остаются без изменений. Для исключения возможности появления запертой генерации балансовые ограничения (8) заменяются следующими ограничениями типа равенства:

$$x_i - y_i + \sum_{j=1}^m t_{ij} z_j - \sum_{j=1}^m [\tilde{\alpha}_{ij}(z_j)](z_j)^2 = 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (20)$$

Ограничение (11) не позволяет использовать разные пропускные способности перетоков мощности в прямом и обратном направлении и противоречит физике процесса работы ЭЭС. Таким образом, формируется модифицированная модель минимизации дефицита мощности следующего вида: (1), (3), (4), (9), (10), (20), далее МДМ<sub>3</sub>, которая является идентичной модели (1), (3)–(6), (12). Для учета контролируемых сечений в полученной модели, необходимо воспользоваться матрицей КС –  $S$ , элементы которой необходимо изменить, поэтому вместо элементов (16) необходимо использовать следующие:

$$cs_{kf} = \begin{cases} 1, & \text{если связь с прямым направлением относится к КС,} \\ -1, & \text{если связь с обратным направлением относится к КС,} \\ 0, & \text{если связь отсутствует в контролируемом сечении.} \end{cases} \quad (21)$$

Помимо преобразований элементов матрицы  $S$ , также необходимо заменить ограничения контролируемых сечений, приведенных в (17) и (18), на ограничения вида:

$$\text{если } (z_f) \geq 0, \text{ то } \sum_{f=1}^m (cs_{kf} z_f) \leq md_{k1}; \quad k = 1, \dots, l; \quad (22)$$

$$\text{если } (z_f) < 0, \text{ то } \sum_{f=1}^m (cs_{kf} z_f) \geq md_{k2}; \quad k = 1, \dots, l, \quad (23)$$

где  $z_f$  – переток мощности  $z_j$ , а его направление определяется в матрице  $S$ . Таким образом формируется модифицированная модель минимизации дефицита мощности с учетом контролируемых сечений, которая примет следующий вид: (1), (3), (4), (9), (10), (20)–(23), далее МДМ<sub>4</sub>.

### 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ РАЗЛИЧНЫХ МОДЕЛЕЙ МИНИМИЗАЦИИ ДЕФИЦИТА МОЩНОСТИ

Экспериментальные расчеты проводились для систем различной конфигурации с разными начальными параметрами. Были проанализированы результаты работы ранее рассмотренных моделей: МДМ<sub>1</sub>, МДМ<sub>2</sub> и МДМ<sub>3</sub>. Модифицированная модель МДМ<sub>4</sub> не принимала участия в эксперименте ввиду невозможности полноценно воспроизвести ограничения (22) и (23) и провести расчеты, так как целевая функция и ее градиент с учетом метода штрафных функций не может быть вычислена. Попытки определить формализованные ограничения не привели к успеху ввиду наличия разных знаков переменных перетоков, а также пересекающихся и противоречивых ограничений для разных контролируемых сечений. Таким образом, модифицированная модель МДМ<sub>4</sub> не может корректно работать с контролируемыми сечениями без ввода дополнительных переменных контроля направления перетоков.

Всего было проведено четыре этапа экспериментов, где для исследований было подготовлено три разных вида расчетов: расчет № 1 – для указанных исходных данных; расчет № 2, в котором из всех исходных данных меняются только удельные коэффициенты потерь на ЛЭП, все они приравниваются к значению 0,1; расчет № 3, в котором используются исходные данные с измененными характеристиками МДП КС.

На первом этапе экспериментальные исследования проводились для трехзонных систем, представленных на рис. 1. Схема ТС<sub>1</sub> состоит из трех зон надежности и трех ЛЭП. Схема ТС<sub>2</sub> состоит из трех зон надежности и шести ЛЭП, распределенных по трем разным контролируемым сечениям. Расчеты выполнялись в программном комплексе GAMS, который используется в некоторых отечественных и зарубежных ПВК оценки балансовой надежности.

На первом этапе серия расчетов проводилась для ТС<sub>1</sub>, исходные параметры для которой указаны на рис. 1, а также в табл. 1. В данном случае в каждое КС входит одна ЛЭП, а величина МДП КС совпадает с пропускной способностью входящей в КС ЛЭП. Исходя из результатов, полученных в расчете № 1, работа моделей МДМ<sub>1</sub> и МДМ<sub>3</sub> имеет идентичную логику распределения генерации по зонам надежности и загрузки контролируемых сечений. Основным результатом принято считать найденный дефицит мощности, в данном случае для модели МДМ<sub>1</sub> минимум дефицита мощности составляет 718,734 МВт, для модели МДМ<sub>3</sub> – 718,543 МВт. Разница составила 0,191 МВт, что входит в пределы погрешности исходных данных до 5 МВт,

однако для достижения меньшего дефицита моделью МДМ<sub>3</sub> были задействованы большие объемы генераторных мощностей 3-й зоны надежности и большей загрузки сечения С31.

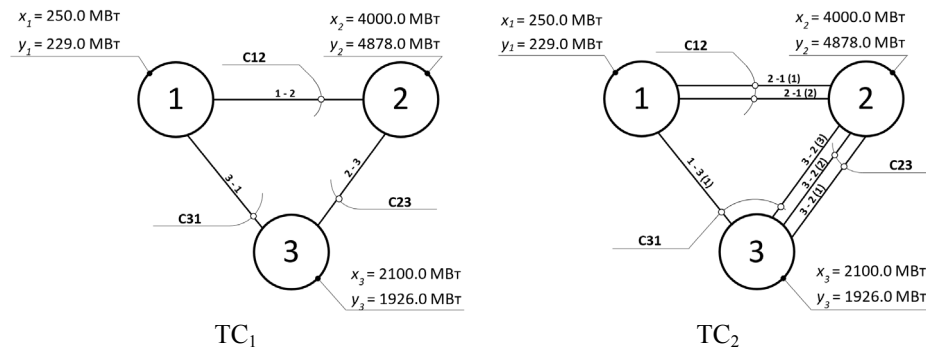


Рис. 1. Схемы анализируемых систем с тремя зонами надежности и с разным количеством ЛЭП в контролируемых сечениях, где С – контролируемое сечение

Fig. 1. Schemas of the analyzed systems with three reliability zones and different number of power lines in controlled sections, where C is the controlled section

Таблица 1

Table 1

Дополнительные исходные данные для ТС<sub>1</sub>

Additional initial data for TC<sub>1</sub>

Удельный коэффициент потерь ЛЭП		Обозначение ЛЭП		
		1–2	2–3	3–1
		0,0006033	0,0000113	0,0001729
МДП КС (МВт)	Прямое	30	150	20
	Обратное	45	130	40

Для подтверждения эффективности модели МДМ<sub>3</sub> с точки зрения найденного дефицита мощности был проведен расчет № 2, в котором удельные коэффициенты потерь для каждой из связей были установлены на уровне 0,1. В результате этого минимум дефицита мощности для расчета моделью МДМ<sub>1</sub> составил 873,0 МВт, а для модели МДМ<sub>3</sub> – 838,192 МВт. Таким образом, разница решений равна 31,808 МВт. Расчет № 3 включал в себя использование оригинальных исходных данных с измененными характеристиками пропускных способностей сечений, где были найдены идентичные дефициты мощности с разницей в 0,001 МВт.

В результате работы моделей МДМ<sub>1</sub> и МДМ<sub>3</sub> преимущество в поиске наименьших значений дефицита мощности показала модель МДМ<sub>3</sub>. Ввиду

того, что обе модели являются идентичными, дополнительно были проведены расчеты для определения факторов, влияющих на различие конечных результатов. В модели МДМ<sub>1</sub> используются балансовые ограничения равенства (6), в котором используются входящие и выходящие перетоки мощности, в том числе учитываются квадратичные потери для всех примыкающих к зоне надежности ЛЭП, что, в свою очередь, влияет на результат минимизации. В модели МДМ<sub>3</sub> квадратичные потери учитываются только для ЛЭП, направленных в конкретную зону надежности, в связи с этим потери при минимизации учитываются иначе. Для подтверждения данного вывода целевая функция модели МДМ<sub>3</sub> была заменена на следующую целевую функцию:

$$\sum_{i=1}^n (\bar{y}_i - y_i) + \sum_{j=1}^m [\tilde{\alpha}_{ij}(z_j)](z_j)^2 \rightarrow \min_{x,y,z}. \quad (24)$$

В результате была получена модель (24), (3), (4), (9), (10), (16)–(19), для нее были проведены расчеты № 1, № 2 и № 3, в результате были получены полностью идентичные с моделью МДМ<sub>1</sub> результаты расчетов. Это может говорить о том, что квадратичные потери в модели МДМ<sub>3</sub> учитываются неверно.

Для проверки корректности оптимизированных значений переменных полученные результаты расчетов № 1 и № 2 были напрямую подставлены в модели МДМ<sub>1</sub> и МДМ<sub>3</sub>, после этого были рассчитаны значения балансовых ограничений (БО).

Ввиду специфики хранения чисел в памяти ЭВМ, а также стандартных погрешностей методов, реализованных в программном обеспечении GAMS, полученные БО находятся в пределах нуля, но не всегда ему равны. Из табл. 2 видно, как изменяется порядок погрешности в зависимости от расчета. Для модели МДМ<sub>1</sub> наибольшей погрешностью можно считать результат расчета балансовых ограничений 2-й зоны надежности в расчете № 2, равный 4,98456 МВт, что входит в пределы погрешности по входным данным. Для модели МДМ<sub>3</sub> порядок погрешности превышен в БО для 3-го узла. Полученное значение, равное 141,6724 МВт, не входит в пределы погрешности исходных данных и не может считаться верным. По итогу работы моделей МДМ<sub>1</sub> и МДМ<sub>3</sub> можно заключить, что с помощью модели МДМ<sub>1</sub> можно получить более точные результаты, в то же время модель МДМ<sub>3</sub> показывает лучшие значения дефицита мощности, однако с большей погрешностью расчетов, что недопустимо при оценке балансовой надежности.

На втором этапе экспериментов серия расчетов осуществлялась для ТС<sub>2</sub>, где повторяющиеся исходные параметры полностью совпадают с предыдущей системой и указаны на рис. 1. В табл. 3 указаны дополнительные исходные данные. В результате расчета № 1 для модели МДМ<sub>2</sub> дефицит составил 811,148 МВт. Изменения исходных данных для расчета № 2 также затронули значения удельных коэффициентов потерь, они были приравнены к 0,1. В результате расчета № 2 были получены дефициты на уровне 865,5 МВт для МДМ<sub>2</sub>. Также проводился расчет № 3, где были изменены характеристики



пропускных способностей сечений. В результате этого для модели МДМ<sub>2</sub> было получено значение 822,045 МВт.

Таблица 2

Table 2

**Результаты подстановки полученных значений в балансовые ограничения**

**Results of using the obtained values in the balance constraints**

Балансовые ограничения	Расчет № 1		Расчет № 2	
	МДМ <sub>1</sub>	МДМ <sub>3</sub>	МДМ <sub>1</sub>	МДМ <sub>3</sub>
1-й узел	-5,7E-05	0	0,0479	0
2-й узел	0,0004	0,0003	4,9846	2,4849
3-й узел	1,24E-13	8,22E-05	-8,72635E-14	141,6724

Таблица 3

Table 3

**Дополнительные исходные данные для ТС<sub>2</sub>**

**Additional initial data for TC<sub>2</sub>**

Удельный коэффициент потерь ЛЭП		Обозначение ЛЭП		
		2-1(1); 2-1 (2)	3-2(1); 3-2 (2); 3-2 (3)	1-3
		0,0006033	0,0000113	0,0001729
МДП КС (МВт)	Прямое	188	15	40
	Обратное	175	10	36

На третьем и четвертом этапах экспериментальных исследований рассматривалась система, состоящая из семи зон надежности и семи линий электропередач, такая схема уже использовалась ранее в работах [1, 3, 27]. Система также рассматривалась в двух вариантах: в первом использовались линии, входящие в одноименные КС, что позволило сравнить эффективность поиска минимума дефицита мощности для моделей МДМ<sub>1</sub> и МДМ<sub>3</sub> на системе большего размера; во втором варианте использовались контролируемые сечения, включающие в себя как одну, так и несколько линий.

Эксперимент третьего этапа включал в себя расчеты для ТС<sub>3</sub>. Как видно из схемы на рис. 2, некоторые узлы являются избыточными, другие – дефицитными по балансам мощности. Контролируемые сечения С23 и С25 имеют разные пропускные способности для прямого и обратного направлений. Более подробное описание приведено в табл. 4.

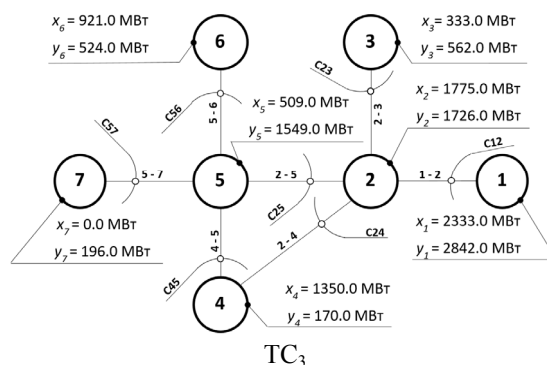


Рис. 2. Схема анализируемой системы с семью зонами надежности и семью ЛЭП, входящими в контролируемые сечения

Fig. 2. Diagram of the analyzed system with seven reliability zones and seven power lines, included into the controlled sections

Таблица 4

Table 4

**Начальные параметры ЛЭП и контролируемых сечений для ТС<sub>3</sub>**

**Initial parameters of the PTL and controlled sections for TS<sub>3</sub>**

Наименование контролируемого сечения	Номера зон надежности, примыкающих к ЛЭП	Удельные коэффициенты потерь на ЛЭП	Пропускные способности сечений в направлениях	
			прямое (МВт)	обратное (МВт)
C12	1–2	0,0004035	360	360
C23	2–3	0,0000216	150	100
C24	2–4	0,0001829	200	200
C25	2–5	0,0002255	800	1000
C45	4–5	0,0000114	1200	1200
C56	5–6	0,0005221	300	300
C57	5–7	0,0003116	150	150

По результатам расчетов системы с учетом моделей МДМ<sub>1</sub> и МДМ<sub>3</sub> направление потокораспределения полностью идентичное. Задействуются те же самые линии, однако различаются некоторые из значений загрузки. Результаты полученного расчета № 1 представлены ниже.

Таблица 5

Table 5

**Результаты расчета № 1 моделей МДМ<sub>1</sub> и МДМ<sub>3</sub> для ТС<sub>3</sub>**  
**Results of the first calculation of models MDM<sub>1</sub> and MDM<sub>3</sub> for TS<sub>3</sub>**

Требуемая генерация		Обеспеченная нагрузка		Загрузка ЛЭП		
МДМ <sub>1</sub> (МВт)	МДМ <sub>3</sub> (МВт)	МДМ <sub>1</sub> (МВт)	МДМ <sub>3</sub> (МВт)	Номера зон надежности, примыкающих к ЛЭП	МДМ <sub>1</sub> (МВт)	МДМ <sub>3</sub> (МВт)
2333,00	2333,00	2451,45	2492,97	1–2	–124,74	–159,97
1775,00	1775,00	1726,00	1726,00	2–3	150,00	150,00
333,00	333,00	482,50	482,50	2–4	–154,51	–178,45
1350,00	1350,00	170,00	170,00	2–5	–76,93	–92,86
509,00	509,00	1549,00	1549,00	4–5	1025,48	995,72
824,00	870,98	524,00	524,00	5–6	–300,00	–300,00
0	0	142,98	142,98	5–7	150,00	150,00

Исходя из полученных результатов расчета № 1 (табл. 5), основное различие заключается в значении минимума дефицита мощности. Так, для модели МДМ<sub>1</sub> оно составляет 523,056 МВт, а для МДМ<sub>3</sub> – 481,537. В предыдущих расчетах ощутимая разница в 31,808 МВт найденного значения минимума дефицита мощности была только при расчетах с учетом удельных коэффициентов потерь, равных 0,1. В данном случае при расчетах с использованием удельных коэффициентов потерь, не превышающих 0,0001, разница полученных дефицитов составляет 41,519 МВт, что не может входить в пределы погрешности исходных данных до 5 МВт. По результатам расчета № 2 минимум дефицита мощности для МДМ<sub>1</sub> был определен как 1961,5 МВт, а для МДМ<sub>3</sub> – 1875,128 МВт. Разница составила 86,372 МВт, что также выходит за пределы погрешностей. Для расчета № 3 была изменена пропускная способность ЛЭП 4–5 до уровня 300 МВт. В результате этого были получены следующие значения дефицита мощности: МДМ<sub>1</sub> – 1182,003 МВт, МДМ<sub>3</sub> – 1127,891 МВт; разница составила 54,112 МВт.

Для проверки работоспособности моделей с учетом контролируемых сечений была проведена иная серия расчетов для четвертого этапа. В данном случае ТС<sub>4</sub> включала от одной до трех линий на одно контролируемое сечение, как это показано на рис. 3.

Данная схема идентична по уровню доступной генераторной мощности и обеспеченной нагрузки в зонах надежности, а начальные параметры для ЛЭП, обозначенные в табл. 4, также используются в данном расчете. Изменения коснулись содержания контролируемых сечений и их МДП по направлениям, которые описаны в табл. 6.

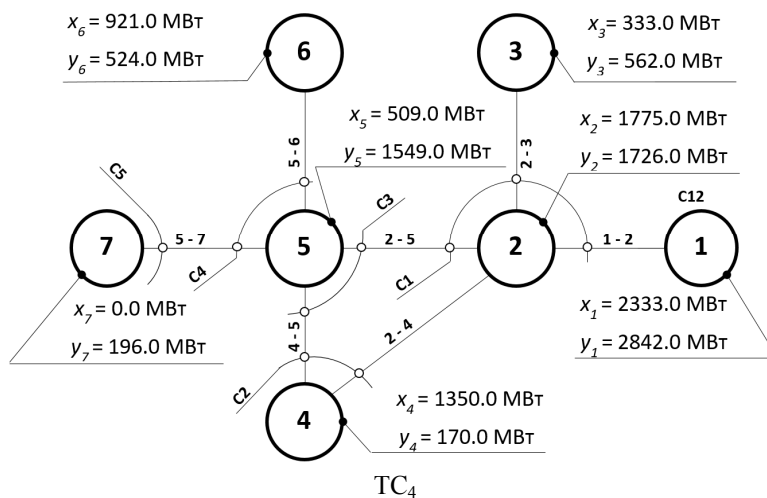


Рис. 3. Схема анализируемой системы с семью зонами надежности и семью ЛЭП входящих в пять контролируемых сечений

Fig. 3. Diagram of the analyzed system with seven reliability zones and seven power lines, included into the five controlled sections

В результате работы модели МДМ<sub>2</sub> в рамках расчета № 1 был определен дефицит мощности, равный 766,137 МВт. Распределение мощности по ЛЭП отличалось от результатов работы моделей МДМ<sub>1</sub> и МДМ<sub>3</sub>, в данном случае были загружены всего три линии. Генерация в 6-й зоне надежности ниже по сравнению с расчетами для схемы ТС<sub>3</sub>.

Таблица 6

Table 6

**Начальные параметры контролируемых сечений и ЛЭП для ТС<sub>4</sub>**

**Initial parameters of controlled sections and power lines for TS<sub>4</sub>**

Наименование контролируемого сечения	Номера зон надежности, примыкающих к ЛЭП	МДП сечений по направлениям	
		Прямое (МВт)	Обратное (МВт)
C1	1-2	1310	1460
	2-3		
	2-5		
C2	2-4	1400	1400
	4-5		
C3	4-5	2000	2200
	2-5		
C4	5-7	450	450
	5-6		
C5	5-7	150	150

Как видно из табл. 7, при работе модели МДМ<sub>2</sub> с ТС<sub>4</sub> наблюдаются отличия, а именно из семи линий задействуется только три, при этом идентично загружаются генераторные мощности шести из семи зон надежности, нагрузка также покрывается по-разному. В данном случае на распределение мощности повлияли направления связей внутри сечений, линии внутри не могут быть расставлены произвольно, их направления определяются экспертно.

Таблица 7

Table 7

**Результаты расчетов моделей МДМ<sub>1</sub> для ТС<sub>3</sub> и МДМ<sub>2</sub> для ТС<sub>4</sub>**

**Results of calculating models MDM<sub>1</sub> for TS<sub>3</sub> and MDM<sub>2</sub> for TS<sub>4</sub>**

Требуемая генерация		Обеспеченная нагрузка		Загрузка ЛЭП		
МДМ <sub>1</sub> (МВт)	МДМ <sub>2</sub> (МВт)	МДМ <sub>1</sub> (МВт)	МДМ <sub>2</sub> (МВт)	Номера зон надежности, примыкающих к ЛЭП	МДМ <sub>1</sub> (МВт)	МДМ <sub>2</sub> (МВт)
2333,00	2333,00	2451,45	2381,03	1–2	–124,74	–49,00
1775,00	1775,00	1726,00	1726,00	2–3	150,00	0
333,00	333,00	482,50	333,00	2–4	–154,51	0
1350,00	1350,00	170,00	170,00	2–5	–76,93	0
509,00	509,00	1549,00	1549,00	4–5	1025,48	1180,00
824,00	524,00	524,000	524,00	5–6	–300,00	0
0	0	142,98	119,83	5–7	150,00	124,68

Для подтверждения был проведен отдельный расчет, в котором направления перетоков по ЛЭП были выбраны такими же, как и в полученном решении расчета № 1 для МДМ<sub>1</sub>. Дефицит, полученный с помощью модели МДМ<sub>2</sub> и экспертно заданными направлениями перетоков по линиям в контролируемых сечениях, равен 473,171 МВт. В потокораспределении, в свою очередь, были задействованы идентичные ЛЭП, но с другими значениями.

Подводя итог, необходимо отметить, что по результатам проведенных экспериментов модифицированная модель минимизации дефицита мощности МДМ<sub>3</sub> является работоспособной. Данная модель использует меньшее количество ограничений равенств и меньшее количество оптимизируемых переменных, находит лучшие значения минимума дефицита мощности в системе, однако имеет погрешности, выходящие за пределы ошибки в исходных данных. На данном этапе эта модель не способна учитывать контролируемые сечения, вследствие чего не может быть использована для расчетов в программных комплексах, предназначенных для оценки балансовой надежности. В свою очередь, модель минимизации дефицита мощности с квадратичными потерями и учетом контролируемых сечений отвечает современным требованиям расчета дефицита мощности с учетом контролируемых сечений.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках проведенной работы были проанализированы математические модели, предназначенные для расчетов потокораспределения и используемые в отечественных и зарубежных программных комплексах оценки балансовой надежности ЭЭС. В ходе работы подверглись анализу математические модели из таких программных комплексов, как ANTARES, TRELSS, TransCARE, Siemens PTI PSS/E TPLAN, CORAL (включая SDDP, OPTGEN/NETPLAN), GRARE, PLEXOS, MARS, MAPS, «Орион», «Янтарь», «Надежность». В некоторых из перечисленных комплексах используется более одной модели с набором различных целевых функций. Были экспериментально исследованы модели МДМ<sub>1</sub>, МДМ<sub>2</sub> и МДМ<sub>3</sub> на системах разной размерности и топологии. Основным отличием анализируемых моделей от существующих постановок является учет сетевых ограничений, соответствующих контролируемым сечениям ЭЭС, а не ЛЭП. Экспериментальные исследования показали, что модель МДМ<sub>3</sub> находит лучшие значения минимума дефицита мощности по сравнению с МДМ<sub>1</sub>, однако ввиду наличия погрешностей, выходящих за пределы ошибки по входным данным, а также невозможности внедрения дополнительных ограничений, формирующих контролируемые сечения, модель МДМ<sub>3</sub> не может в дальнейшем использоваться для оценки балансовой надежности. В то же время сформированная модель МДМ<sub>2</sub> справилась с поставленной задачей поиска минимума дефицита мощности с учетом контролируемых сечений с заданной характеристикой МДП.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ковалев Г.Ф., Лебедева Л.М. Надежность систем электроэнергетики / отв. ред. Н.И. Воропай. – Новосибирск: Наука, 2015. – 224 с.
2. Yakubovskii D.V., Krupenev D.S., Boyarkin D.A. An analysis of shortage minimization models to assess power system adequacy // *Energy Systems Research*. – 2018. – Vol. 1, N 3. – P. 25–32. – DOI: 10.25729/esr.2018.03.0003J.
3. Ковалев Г.Ф., Лебедева Л.М. Модель оценки надежности электроэнергетических систем при долгосрочном планировании их работы // *Электричество*. – 2000. – № 11. – С. 17–24.
4. Чукреев Ю.Я. Модели обеспечения надежности электроэнергетических систем. – Сыктывкар: Коми НЦ УрО РАН, 1995. – 176 с.
5. Billinton R., Li W. Reliability assessment of electric power systems using Monte Carlo methods. – New York: Springer, 1994. – 352 p.
6. Li W. Probabilistic transmission system planning. – Hoboken, NJ: Wiley-IEEE Press, 2011. – 376 p.
7. Обоскалов В.П. Алгоритмические аспекты расчета вероятностных показателей дефицита мощности в задаче балансовой надежности ОЭС // *Известия Российской академии наук. Энергетика*. – 2020. – № 2. – С. 59–74. – DOI: 10.31857/S0002331020010094.
8. Working Group 601 of Study Committee C4. Review of the current status of tools and techniques for risk-based and probabilistic planning in power systems / *International Conference on Large High Voltage Electric Systems*, March 2010. – CIGRE, 2010.
9. Systematic mapping of power system models: Expert survey, EUR 28875 EN / R. Fernandez Blanco Carramolino, F. Careri, K. Kavvadias, I. Hidalgo Gonzalez, A. Zucker, E. Peteves. – Luxembourg: Publications Office of the European Union, 2017. – DOI: 10.2760/422399.
10. Assessment of underlying capacity mechanism studies for Greece: EUR 28611 EN / G. Antonopoulos, S. Chondrogiannis, K. Kanellopoulos, I. Papaioannou, A. Spisto, T. Efthimiadis, G. Fulli. – Luxembourg: Publications Office of the European Union, 2017. – DOI: 10.2760/51331.

11. Bertoldi O., Scalcino S., Salvaderi L. Adequacy avaluation: an application of ENEL's SICRET program to New Brunswick power system: WG 38/03/01 / CIGRE Symposium "Electric Power System Reliability". – Montreal; Canada, 1991.
12. Composite power system reliability analysis application to the New Brunswick Power Corporation System: the draft report of the CIGRE Symposium on Electric Power Systems Reliability. – Montreal; Canada, 1991.
13. RTE Antares. Antares Optimization problems formulation. – URL: <https://antares.rte-france.com> (accessed: 13.01.2021).
14. RTE Antares. Modelling of flow-based domains in Antares for adequacy studies. – URL: [https://antares.rte-france.com/?page\\_id=19&lang=en](https://antares.rte-france.com/?page_id=19&lang=en) (accessed: 04.05.2021).
15. A Study on probabilistic risk assessment for transmission and other resource planning / A. Gaikwad, S. Agarwal, K. Carden, N. Wintermantel, S. Meliopoulos, M. Kumbale / Electric Power Research Institute for EISPC and NARUC. – EPRI, 2015. – (NARUC-2013-RFP027-DE0316).
16. Urrego A.L. A novel method for the approximation of risk of Blackout in operational conditions: Doctoral thesis. – Paris, 2016.
17. Survey of tools for risk assessment of cascading outages / M. Papic, K. Bell, Y. Chen, I. Dobson, L. Fonte, E. Haq, P. Hines, D. Kirschen, X. Luo, S.S. Miller, N. Samaan, M. Vaiman, M. Varghese, P. Zhang // 2011 IEEE Power and Energy Society General Meeting. – Detroit, MI, 2011.
18. Hong Y.-Y., Lee L.-H. Reliability assessment of generation and transmission systems using fault-tree analysis // Energy Conversion and Management. – 2009. – Vol. 50. – P. 2810–2817.
19. Siemens AG and Siemens Industry, Inc. Model Management Module for PSS®E. – URL: <https://new.siemens.com/global/en/products/energy/energy-automation-and-smart-grid/pss-software/pss-e.html> (accessed: 15.12.2020).
20. Siemens AG and Siemens Industry, Inc. Optimal Power Flow PSS®E. – URL: <https://new.siemens.com/global/en/products/energy/energy-automation-and-smart-grid/pss-software/pss-e.html> (accessed: 21.01.2021).
21. Siemens AG and Siemens Industry, Inc. PSS®E. High-performance Transmission Planning and Operations Software for the Power Industry. – Art. EMDG-B10125-00-7600--PSSE Brochure. – URL: <https://new.siemens.com/global/en/products/energy/energy-automation-and-smart-grid/pss-software/pss-e.html> (accessed: 23.12.2020).
22. PSR – Energy consulting and analytics. OPTGEN User Manual, Version 7.4. – Rio de Janeiro: PSR, 2019.
23. ENTSO-E. Mid-term adequacy forecast 2018. Appendix 1: Methodology and detailed results. – URL: [https://eepublicdownloads.entsoe.eu/clean-documents/sdc-documents/MAF/MAF\\_2018\\_Methodology\\_and\\_Detailed\\_Results.pdf](https://eepublicdownloads.entsoe.eu/clean-documents/sdc-documents/MAF/MAF_2018_Methodology_and_Detailed_Results.pdf) (accessed: 04.05.2021).
24. PLEXOS Market Simulation Software. – URL: <https://energyexemplar.com/solutions/plexos/> (accessed: 01.02.2021).
25. Chu K. MARS. Multi-area reliability simulation. EOP – on demand feature. – General Electric Company, 2014.
26. Jirutitjaroen P., Singh C. Reliability and cost trade-off in multi-area power system generation expansion using dynamic programming and global decomposition // IEEE Transactions on Power Systems. – 2006. – Vol. 21, iss. 3. – P. 1432–1441.
27. Зоркальцев В.И., Пержабинский С.М. Модель оптимизации дефицита мощности электроэнергетической системы // Управление большими системами. – 2010. – № 30-1. – С. 300–318.

*Якубовский Дмитрий Викторович*, младший научный сотрудник лаборатории надежности топливо- и энергоснабжения № 32, Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева Сибирского отделения Российской академии наук. Основное направление научных исследований – математическое моделирование, оптимизация, параллельные вычисления. Имеет более 20 печатных работ. E-mail: yakubovskii.dmit@mail.ru

*Крупнев Дмитрий Сергеевич*, кандидат технических наук, заведующий лабораторией надежности топливо- и энергоснабжения № 32, Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева Сибирского отделения Российской академии наук. Основное направление научных исследований – надежность систем энергетики, оценка балансовой и режимной надежности электроэнергетических систем, методы оптимизации. Имеет более 45 печатных работ. E-mail: krupnev@isem.irk.ru

Бояркин Денис Александрович, младший научный сотрудник лаборатории надежности топливо- и энергоснабжения № 32, Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева Сибирского отделения Российской академии наук. Основное направление научных исследований – машинное обучение, имитационное моделирование, вероятностное моделирование. Имеет более 20 печатных работ. E-mail: boyarkin\_denis@mail.ru

Iakubovsky Dmitry V., junior researcher in the laboratory "Reliability of fuel and energy supply" No. 32, the Melentiev Energy Systems Institute of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences. His research interests are currently focused on mathematical modeling, optimization methods and parallel computing. He has more than 20 publications. E-mail: yakubovskii.dmit@mail.ru

Krupenev Dmitry S., PhD (Eng.), head of the laboratory "Reliability of fuel and energy supply" No. 32, Melentiev Energy Systems Institute of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences. His research interests are currently focused on the reliability of energy systems, assessment of the adequacy and operating reliability of electric power systems, and optimization methods. He has more than 45 publications. E-mail: krupenev@isem.irk.ru

Boyarkin Denis A., junior researcher of the laboratory "Reliability of fuel and energy supply" No. 32, Melentiev Energy Systems Institute of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences. His research interests are currently focused on machine learning, simulation modeling, and probabilistic modeling. He has more than 20 publications. E-mail: boyarkin\_denis@mail.ru

DOI: 10.1712/2782-2001-2021-2-95-120

### ***A minimization model of the power shortage of electric power systems with regard to restrictions on controlled sections\****

*D.Ya. IAKUBOVSKY<sup>a</sup>, D.S. KRUPENEV<sup>b</sup>, D.A. BOYARKIN<sup>c</sup>*

*Melentiev Energy Systems Institute of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, 130 Lermontov Street, Irkutsk, 664033, Russian Federation*

<sup>a</sup> yakubovskii.dmit@mail.ru    <sup>b</sup> krupenev@isem.irk.ru    <sup>c</sup> boyarkin\_denis@mail.ru

#### **Abstract**

A steady trend towards the development of electric power systems leads to their continuous enlargement and sophistication. As a result, new ways of their control appear. In this regard, the existing models and complexes for adequacy assessment may work inadequately and ineffectively in terms of the obtained results adequacy. To assess the current state of the existing models and complexes, we reviewed and analyzed the domestic and foreign software and computer systems. In particular, we considered mathematical models of minimizing the power shortage. This work is based on the problem of modifying mathematical models of minimizing the power shortage used in adequacy assessment of the electric power systems of one of the complexes under consideration. As a modification of mathematical models, it is proposed to exclude the existing method of using the line capacities and start use correct accounting for the maximum permissible active power flow in controlled sections. The experimental part reflected in the paper concerns the testing of options for models to minimize the power shortage, as well as the proposed modifications on various systems, including those consisting of three and seven reliability zones with a variable number of controlled sections and power lines included in them.

The results of the study have shown that the proposed modifications are efficient and can be used in the future. The authors also obtained the most adequate results in terms of the physical laws of electric power system operation due to the model of minimizing the power shortage with quadratic losses which takes into account the limitations of power transmission over controlled sections.

---

\* Received 19 February 2021.

The reported study was funded by RFBR, project number 20-08-00550 A.



**Keywords:** electric power system, reliability, mathematical model, minimization of power shortage, maximum permissible flow, quadratic model, controlled sections, adequacy assessment

## REFERENCES

1. Kovalev G.F., Lebedeva L.M. *Nadezhnost' sistem elektroenergetiki* [Reliability of electric power systems]. Novosibirsk, Nauka Publ., 2015. 224 p.
2. Iakubovskii D.V., Krupenev D.S., Boyarkin D.A. An analysis of shortage minimization models to assess power system adequacy. *Energy Systems Research*, 2018, vol. 1, no. 3, pp. 25–32. DOI: 10.25729/esr.2018.03.0003J.
3. Kovalev G.F., Lebedeva L.M. Model' otsenki nadezhnosti elektroenergeticheskikh sistem pri dolgosrochnom planirovanii ikh raboty [Model for assessing the reliability of power systems in the long-term planning of their work]. *Elektrichestvo = Electrical Technology Russia*, 2000, no. 11, pp. 17–24.
4. Chukreev Yu.Ya. *Modeli obespecheniya nadezhnosti elektroenergeticheskikh sistem* [Models of power system reliability support]. Syktyvkar, Komi NTs UrO RAN Publ., 1995. 176 p.
5. Billinton R., Li W. *Reliability assessment of electric power systems using Monte Carlo methods*. New York, Springer, 1994. 352 p.
6. Li W. *Probabilistic transmission system planning*. Hoboken, NJ, Wiley-IEEE Press, 2011. 376 p.
7. Oboskalov V.P. Algoritmicheskie aspekty rascheta veroyatnostnykh pokazatelei defitsita moshchnosti v zadache balansovoi nadezhnosti OES [Algorithmic aspects of probabilistic power shortage indices calculation in the interconnected power system adequacy problem]. *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Energetika = Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Power Engineering*, 2020, no. 2, pp. 59–74. DOI: 10.31857/S0002331020010094.
8. Working Group 601 of Study Committee C4. *Review of the current status of tools and techniques for risk-based and probabilistic planning in power systems*. International Conference on Large High Voltage Electric Systems, March 2010.
9. Fernandez Blanco Carramolino R., Careri F., Kavvadias K., Hidalgo Gonzalez I., Zucker A., Peteves E. *Systematic mapping of power system models: Expert survey*, EUR 28875 EN. Luxembourg, Publications Office of the European Union, 2017. DOI: 10.2760/422399.
10. Antonopoulos G., Chondrogiannis S., Kanellopoulos K., Papaioannou I., Spisto A., Efthimiadis T., Fulli G. *Assessment of underlying capacity mechanism studies for Greece*: EUR 28611 EN. Luxembourg, Publications Office of the European Union, 2017. DOI: 10.2760/51331.
11. Bertoldi O., Scalcino S., Salvaderi L. *Adequacy avaluation: an application of ENEL's SICRET program to New Brunswick power system*: WG 38/03/01. Montreal, CIGRE Symposium "Electric Power System Reliability". Montreal, Canada, 1991.
12. *Composite power system reliability analysis application to the New Brunswick Power Corporation System*: the draft report of the CIGRE Symposium on Electric Power Systems Reliability, Montreal; Canada, 1991.
13. RTE Antares. *Antares Optimization problems formulation*. Available at: <https://antares.rte-france.com> (accessed 13.01.2021).
14. RTE Antares. *Modelling of flow-based domains in Antares for adequacy studies*. Available at: [https://antares.rte-france.com/?page\\_id=19&lang=en](https://antares.rte-france.com/?page_id=19&lang=en) (accessed 04.05.2021).
15. Gaikwad A., Agarwal S., Carden K., Wintermantel N., Meliopoulos S., Kumbale M. *A study on probabilistic risk assessment for transmission and other resource planning*. Electric Power Research Institute for EISPC and NARUC. EPRI, 2015. (NARUC-2013-RFP027-DE0316).
16. Urrego A.L. *A novel method for the approximation of risk of Blackout in operational conditions*. Doctoral thesis. Paris, 2016.
17. Papic M., Bell K., Chen Y., Dobson I., Fonte L., Haq E., Hines P., Kirschen D., Luo X., Miller S.S., Samaan N., Vaiman M., Varghese M., Zhang P. Survey of tools for risk assessment of cascading outages. *2011 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, Detroit, MI, 2011.
18. Hong Y.-Y., Lee L.-H. Reliability assessment of generation and transmission systems using fault-tree analysis. *Energy Conversion and Management*, 2009, vol. 50, pp. 2810–2817.
19. Siemens AG and Siemens Industry, Inc. *Model Management Module for PSS®E*. Available at: <https://new.siemens.com/global/en/products/energy/energy-automation-and-smart-grid/pss-software/pss-e.html> (accessed 15.12.2020).

20. Siemens AG and Siemens Industry, Inc. *Optimal Power Flow PSS®E*. Available at: <https://new.siemens.com/global/en/products/energy/energy-automation-and-smart-grid/pss-software/pss-e.html> (accessed 21.01.2021).

21. Siemens AG and Siemens Industry, Inc. *PSS®E. High-performance Transmission Planning and Operations Software for the Power Industry*. Art. EMDG-B10125-00-7600--PSSE Brochure. Available at: <https://new.siemens.com/global/en/products/energy/energy-automation-and-smart-grid/pss-software/pss-e.html> (accessed 23.12.2020).

22. PSR – Energy consulting and analytics. *OPTGEN User Manual, Version 7.4*. Rio de Janeiro, PSR, 2019.

23. ENTSO-E. *Mid-term adequacy forecast 2018. Appendix 1: Methodology and detailed results*. Available at: [https://eepublicdownloads.entsoe.eu/clean-documents/sdc-documents/MAF/MAF\\_2018\\_Methodology\\_and\\_Detailed\\_Results.pdf](https://eepublicdownloads.entsoe.eu/clean-documents/sdc-documents/MAF/MAF_2018_Methodology_and_Detailed_Results.pdf) (accessed 04.05.2021).

24. *PLEXOS Market Simulation Software*. Available at: <https://energyexemplar.com/solutions/plexos/> (accessed 01.02.2021).

25. Chu K. *MARS. Multi-area reliability simulation. EOP – on demand feature*. General Electric Company, 2014.

26. Jirutitijaroen P., Singh C. Reliability and cost trade-off in multi-area power system generation expansion using dynamic programming and global decomposition. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2006, vol. 21, iss. 3, pp. 1432–1441.

27. Zorkaltsev V.I., Perzhabinsky S.M. Model' optimizatsii defitsita moshchnosti elektroenergeticheskoi sistemy [Model of power shortage optimization in electric power system]. *Upravlenie bol'shimi sistemami = Large-Scale Systems Control*, 2010, no. 30-1, pp. 300–318.

Для цитирования:

Якубовский Д.В., Крупенёв Д.С., Бояркин Д.А. Модель минимизации дефицита мощности электроэнергетических систем с учетом ограничений по контролируемым сечениям // Системы анализа и обработки данных. – 2021. – № 2 (82). – С. 95–120. – DOI: 10.17212/2782-2001-2021-2-95-120.

For citation:

Yakubovsky D.V., Krupenev D.S., Boyarkin D.A. Model' minimizatsii defitsita moshchnosti elektroenergeticheskikh sistem s uchetom ogranichenii po kontroliruemykh secheniyam [A minimization model of the power shortage of electric power systems with regard to restrictions on controlled sections]. *Sistemy analiza i obrabotki dannykh = Analysis and Data Processing Systems*, 2021, no. 2 (82), pp. 95–120. DOI: 10.17212/2782-2001-2021-2-95-120.