

ИНФОРМАТИКА,
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА
И УПРАВЛЕНИЕ

INFORMATICS,
COMPPUTER ENGINEERING
AND MANAGEMENT

УДК 681.5.037.4

DOI: 10.17212/2782-2001-2022-1-7-24

Расчет регулятора для многоканального объекта с нестационарными параметрами, содержащего звенья запаздывания^{*}

А.А. ВОЕВОДА^а, В.И. ШИПАГИН^б

630073, Новосибирская область, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибир-
ский государственный технический университет

^а ucit@ucit.ru ^б shipagin@mail.ru

Нестационарными линейными системами или линейными системами с переменными параметрами называют системы, которые описываются линейными дифференциальными уравнениями с переменными коэффициентами. Рассмотрение задач синтеза регулятора для таких систем может быть продиктовано необходимостью удовлетворения некоторого запаса устойчивости системы автоматического управления к незначительным возмущениям как со стороны датчиков, считывающих состояние системы, так и со стороны изменения параметров самого объекта с течением времени. Кроме того, реальный объект управления по сравнению с его математической моделью довольно часто содержит некоторые неопределенности, которые не должны существенно повлиять на качество управления.

Настоящая работа посвящена рассмотрению примера синтеза многоканального регулятора, который обеспечивал бы хорошее качество управления (запас устойчивости), если объект управления содержит некоторые неопределенности или его математическая модель неизвестна с точностью до определенных параметров. Кроме того, задача управления усложнена звеном запаздывания в структуре объекта (то есть существует некоторый промежуток времени отсутствия реакции со стороны объекта регулирования на управляющее воздействие).

В качестве метода синтеза регулятора выбран модифицированный алгоритм полиномиального матричного разложения матричной передаточной функции системы с учетом сохраненных полюсов звена запаздывания. Для наглядности демонстрации работы алгоритма взята линейная модель неустойчивого объекта управления с многоканальной структурой, состоящая из двух входных и двух выходных каналов. Описание объекта используется в виде матричной передаточной функции, которая показывает взаимодействие в многоканальной системе управления и взаимосвязь между каналами. Модель объекта содержит перекрестные связи, представляющие собой прямые связи «вход – выход». Звенья запаздывания присутствуют во всех каналах и аппроксимированы с помощью ряда Паде с ограниченным числом членов. Нестационарные параметры объекта получены благодаря мультипликативной помехе, смоделированной в пакете Simulink Matlab.

^{*} Статья получена 16 июня 2021 г.

Необходимо добиться определенных показателей качества выходного векторного процесса при управлении двумя входными воздействиями. Для обеспечения устойчивого переходного процесса от системы потребуем сохранения полюсов звена запаздывания. Затем регулятор, рассчитанный для системы со звеном задержки в виде ряда Паде, используем для системы с «идеальным» запаздыванием.

Ключевые слова: параметрическая система, нестационарная система, система с переменными параметрами, многоканальная система, звено запаздывания, полиномиальный метод синтеза регулятора, система автоматического управления, робастное управление

ВВЕДЕНИЕ

В связи со сложностью современных технических систем для обеспечения заданного уровня регулирования несколькими выходными величинами в них модели технических систем в некоторых случаях представляются в многоканальном виде. При этом в некоторых случаях только многоканальные регуляторы могут обеспечить необходимые качественные характеристики регулирования для многоканального объекта. Вычисление параметров многоканального регулятора – нетривиальная задача, и ее решению посвящено большое количество работ [1–5].

В настоящей работе рассмотрена задача синтеза системы автоматического управления (САУ) с использованием метода полиномиального матричного разложения системы (polynomial matrix fraction decomposition method – метод PMFD). В отличие от предыдущих работ по синтезу многоканальных регуляторов методом PMFD [1, 8–10], в данном случае рассматривается система, содержащая в своей структуре также звенья запаздывания. И, с другой стороны, в работах по синтезу регулятора методом PMFD для систем с запаздыванием рассматриваются только одноканальные системы [11, 12]. Актуальность выбранной темы обусловлена тем, что в реальных технических многоканальных системах учет звеньев запаздывания и неопределенностей бывает необходим, так как это отразится на динамике переходных процессов [13–16].

Полученная САУ проверяется на робастность¹. При этом наличие неопределенностей может быть связано как с невозможностью точного описания объекта, так и с изменением его свойств вследствие влияния неизмеряемых параметров окружающей среды. Неопределенности могут принимать любые формы, однако наиболее существенными являются шумы, нелинейности и неточности в знании передаточной функции (ПФ) объекта управления [6, 7]. В данной работе осознанно взят случай повышенной сложности для расчета регулятора аналитическим путем для систем с таким типом неопределенностей. В дальнейших работах будут опубликованы результаты повышения диапазона робастной устойчивости для данного примера с помощью САУ, содержащего нейрорегулятор.

¹ В ТАУ [2, с. 172] робастной системой обычно называют такую систему, у которой при малом изменении ее параметров свойство системы качественно не меняется, однако в данной статье для удобства изложения будем иметь ввиду сохранение выходных переменных системы в заданных допустимых пределах несмотря на наличие нестационарных неопределенностей в структуре объекта управления.

Предлагается решать проблему синтеза регулятора для многоканальной системы с запаздыванием в канале управления с помощью метода PMFD, описанного в [8, 9] (в частности, его модификации, описанной в [12]). Данный алгоритм позволяет добиваться необходимой динамики переходных процессов системы путем сохранения полюсов и нулей ПФ звена задержки. При этом математическая модель звена запаздывания будет реализована аппроксимацией звена задержки рядом Паде с ограниченным числом членов (далее – рядом Паде)². Далее симитируем «неполноту знаний об аналитической структуре уравнений объекта управления», для этого внедрим в его структуру непараметрические мультипликативные неопределенности, изменяющиеся во времени³. Применим полученный регулятор для такой системы и выясним границы устойчивости к возмущениям.

В настоящей статье работа алгоритма демонстрируется на линейной модели объекта с числом входов, равным числу выходов. Особенностью рассматриваемого в настоящей работе примера является наличие перекрестных связей внутри объекта и безынерционная связь между некоторыми входами и выходами).

Статья состоит из трех разделов. В первом разделе описывается выбранный многоканальный объект в виде ПФ, а затем и в виде левого полиномиального матричного разложения. Приводится аппроксимированное рядом Паде звено задержки. Определяется постановка задачи синтеза системы регулирования для многоканальной системы с задержкой. Выполняется одно из условий, необходимых для синтеза многоканального регулятора, – приведение матриц «числителя» и «знаменателя» ПФ объекта к взаимно простому виду. Демонстрируется процедура перехода от левого полиномиального разложения к взаимно простому правому.

Во втором разделе статьи приводится ПФ и характеристическая матрица замкнутой системы (ХМЗС), определяется порядок регулятора, выбираются корни диагональных элементов желаемой ХМЗС. После приравнивания ХМЗС к желаемой составляется система уравнений. С помощью модифицированного метода PMFD понижается порядок полученной системы уравнений и «числителя» ПФ регулятора, а значит, уменьшается количество неизвестных параметров ПФ регулятора. Приводятся матричные ПФ полученных регуляторов.

Третий раздел статьи посвящен демонстрации полученных результатов работы многоканальной САУ. При этом вместо звеньев запаздывания, аппроксимированных рядом Паде, используются идеальные задержки. Затем

² Здесь и в дальнейшем под рядом Паде понимается ряд с ограниченным числом членов, представленный в работе: *Лапето А. В.* Особенности формирования проматриц и синтеза регуляторов для систем с запаздыванием / *А. В. Лапето* // Труды БГТУ. Минск: БГТУ, 2012. № 6 (153). 2012. С. 122–126.

³ Сведения о моделировании непараметрических нестационарных неопределенностей взяты из работы: *Целигоров Н. А.* Математические модели неопределенностей систем управления и методы, используемые для их исследования / *Н. А. Целигоров, Е. Н. Целигорова, Г. М. Мафура* // ИВД. 2012. № 4-2.

в систему вводится динамический мультипликативный шум, имитирующий неопределенности в объекте управления и нестационарность параметров объекта. Выясняются границы устойчивости полученной САУ. В качестве программного обеспечения, реализующего моделирование объекта и блока регулирования, была выбрана программа Matlab с пакетом расширения Simulink. Приведены переходные процессы выхода систем с идеальным запаздыванием, содержащих стационарные и нестационарные параметры.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Многоканальный объект выбран с учетом удобства демонстрации расчетов синтеза САУ с помощью метода PMFD. Подобный пример рассматривался в работе [10] с той разницей, что в данном случае в многоканальный объект включены звенья запаздывания, аппроксимированные рядом Паде. Это значительно усложняет задачу синтеза регулятора.

1.1. ОПИСАНИЕ ОБЪЕКТА РЕГУЛИРОВАНИЯ

Рассмотрим иллюстрированный пример правильного, но не строго правильного неустойчивого объекта с числом выходов $y(s) = (y_1(s), y_2(s))^T$, равным числу входов $u(s) = (u_1(s), u_2(s))^T$. Объект содержит перекрестные связи, как показано на рис. 1.

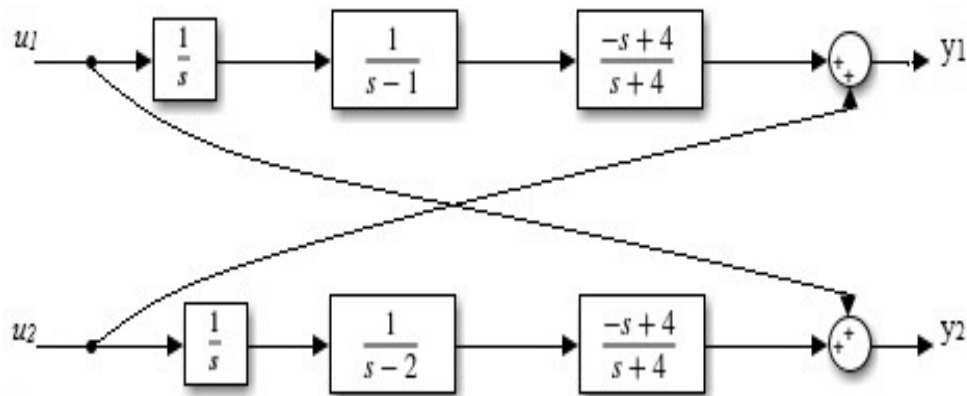


Рис. 1. Структурная схема объекта

Fig. 1. Block diagram of the object

Описание объекта со звеном запаздывания в матричном виде можно представить в виде матричной ПФ:

$$\begin{pmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4-s}{s(s-1)(s+4)} & 1 \\ 1 & \frac{4-s}{s(s-2)(s+4)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Здесь в качестве звена запаздывания используем звено, полученное аппроксимацией рядом Паде по формуле⁴

$$W_{delay}(s) = \frac{\sum_{k=1}^n \left(\frac{(n+k)!}{k!(n-k)!} (-\tau s)^{n-k} \right)}{\sum_{k=1}^n \left(\frac{(n+k)!}{k!(n-k)!} (\tau s)^{n-k} \right)},$$

где n – порядок аппроксимации (влияет на качество полученной системы автоматического регулирования); τ – время задержки; s – оператор Лапласа. Тогда звено запаздывания (при времени запаздывания $\tau = 0,5$ с), полученное аппроксимацией рядом Паде 1-го порядка, можно выразить следующей формулой:

$$W_{delay}(s) = \frac{4-s}{s+4}. \quad (2)$$

Умножим (1) на наименьшее общее кратное слева:

$$\begin{aligned} & \underbrace{\begin{pmatrix} s(s-1)(s+4) & 0 \\ 0 & s(s-2)(s+4) \end{pmatrix}}_{D_I(s)} \begin{pmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \end{pmatrix} = \\ & = \underbrace{\begin{pmatrix} 4-s & s(s-1)(s+4) \\ s(s-2)(s+4) & 4-s \end{pmatrix}}_{N_I(s)} \begin{pmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

и получим матричные ПФ левого полиномиального разложения объекта (1):

$$W_{plant} = D_I^{-1}(s) N_I(s),$$

⁴ Данная формула приведена в работе: Лането А. В. Особенности формирования проматриц и синтеза регуляторов для систем с запаздыванием / А. В. Лането // Труды БГТУ. Минск: БГТУ, 2012. № 6 (153). 2012. С. 122–126.

где $N_l(s), D_l(s) \in R[s]^{2 \times 2}$ – «числитель» и «знаменатель» ПФ объекта, при этом здесь и далее $R[s]^{n \times m}$ – обозначение множества полиномиальных матриц размером $n \times m$ с вещественными коэффициентами (n – число строк, m – число столбцов). В качестве цели регулирования обозначим следующее: с помощью блока регулирования необходимо добиться заданного расположения полюсов замкнутой системы и астатизма по выходам $y_1(s), y_2(s)$. Как было показано в [8], для гарантированного существования решения при синтезе регуляторов предпочтительна работа с взаимно простыми матрицами ПФ объекта.

1.2. ПРОВЕРКА ВЗАИМНОЙ ПРОСТОТЫ МАТРИЦ ПОЛИНОМИАЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ ОБЪЕКТА

Взаимная простота матриц «числителя» и «знаменателя» объекта необходима для исключения сокращаемых корней системы, лежащих в правой (замкнутой) полуплоскости. Наличие таких корней приводит к появлению внутренней неустойчивости системы даже при достаточно малых изменениях параметров объекта. Для проверки взаимной простоты матриц воспользуемся алгоритмом, приведенным в [17].

Выпишем блочную матрицу $M = [D_l \mid N_l]$:

$$\begin{bmatrix} s(s-1)(s+4) & 0 & \vdots & 4-s & s(s-1)(s+4) \\ 0 & s(s-2)(s+4) & \vdots & s(s-2)(s+4) & 4-s \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Затем посредством элементарных строчных операций приведем ее к нижнетреугольному виду. Это соответствует умножению матрицы M справа на некоторую унимодальную матрицу W :

$$MW = [D_l \mid N_l] \begin{bmatrix} V_l & \vdots & -N_r \\ \hline U_l & \vdots & D_r \end{bmatrix} = [L \mid 0],$$

где N_r, D_r – взаимно простые матрицы правого полиномиального разложения объекта:

$$N_r = \begin{pmatrix} 4-s & s(s-2)(s+4) \\ s(s-1)(s+4) & 4-s \end{pmatrix}; \quad D_r = \begin{pmatrix} s(s-1)(s+4) & 0 \\ 0 & s(s-2)(s+4) \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Передачная функция правого полиномиального разложения будет выглядеть следующим образом:

$$W_{ob} = N_r(s)D_r^{-1}(s). \quad (6)$$

Для удобства расчета представим запись (5) в полиномиальном виде с коэффициентами полинома в виде матриц:

$$N_r = N_1 s + N_0; D_r = D_1 s + D_0, \quad (7)$$

где $D_1, D_0, N_1, N_0 \in R^{2 \times 2}$. Кроме этого, был получен наибольший общий левый делитель

$$L = \begin{pmatrix} 96 & 0 \\ 0 & 64 \end{pmatrix}.$$

Как видно, матрица L унимодулярная, а значит, левое полиномиальное разложение ПФ объекта (3) взаимно простое. Переход к правому взаимно простому разложению был необходим для решения задачи синтеза регулятора в случае многоканального объекта с запаздыванием. Взаимная простота матриц «числителя» и «знаменателя» ПФ объекта необходима для исключения сокращения общих корней матриц, которые могут привести к внутренней неустойчивости системы.

2. СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРА

Прежде чем начать процедуру синтеза блока регулирования объектом с помощью метода PMFD, необходимо выбрать порядок и вид матриц «числителя» и «знаменателя» ПФ регулятора, а также саму желаемую ХМЗС. Затем после приравнивания ХМЗС к желаемой составляется система уравнений с неизвестными – параметрами ПФ регулятора. Решение этой системы позволит найти ПФ регулятора, обеспечивающего необходимые динамические характеристики на выходе системы.

2.1. ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ И ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКАЯ МАТРИЦА ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ

Для удобства расчета ХМЗС по формуле, представленной в статьях [10, 18], покажем систему регулирования в виде левого полиномиального представления

$$W_{reg} = Y_l^{-1}(s)X_l(s),$$

где $X_l(s), Y_l(s) \in R[s]^{2 \times 2}$ – матрицы «числителя» и «знаменателя» ПФ регулятора. Блок регулирования $W_{reg}(s)$ построим таким образом, чтобы по схеме он находился перед объектом $W_{plant}(s)$.

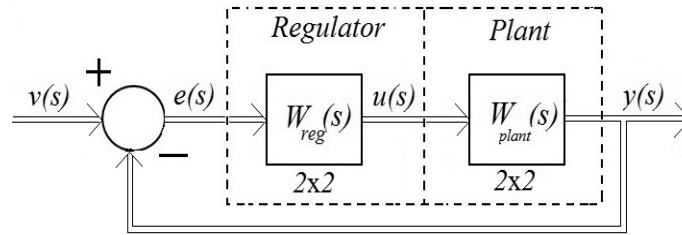


Рис. 2. Структурная схема системы

Fig. 2. Block diagram of the system

Таким образом, на блок регулирования поступает величина ошибки $e(s) \in R[s]^{2 \times 1}$ между задающим воздействием $v(s) \in R[s]^{2 \times 1}$ и выходом объекта $y(s) \in R[s]^{2 \times 1}$. На выходе блока регулирования формируется управляющий сигнал $u(s) \in R[s]^{2 \times 1}$. В случае полиномиального матричного разложения ПФ объекта и регулятора система будет выглядеть следующим образом:

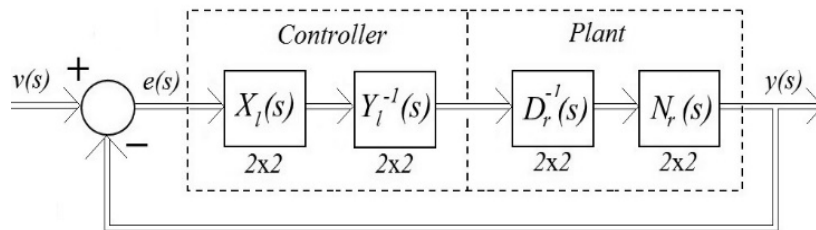


Рис. 3. Структурная схема системы в развернутом виде

Fig. 3. Block diagram of the system in the expanded form

В этом случае согласно [10, 18] ПФ замкнутой системы может быть описана следующим выражением:

$$W_{cl} = N_r(s) (Y_l(s) D_r(s) + X_l(s) N_r(s))^{-1} X_l(s).$$

Тогда ХМЗС

$$C(s) = Y_l(s) D_r(s) + X_l(s) N_r(s), \quad (8)$$

где $C(s), Y_l(s), X_l(s) \in R[s]^{2 \times 2}$. Далее необходимо определить структуру и порядок матриц «числителя» и «знаменателя» ПФ регулятора.

2.2. ВЫБОР ВИДА ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ РЕГУЛЯТОРА

Для обеспечения астатизма выхода системы и согласно рекомендациям [1] выберем регулятор полного порядка. Так как столбцовые степени матриц «знаменателя» объекта $m_1 = m_2 = m = 3$, согласно алгоритму синтеза

регулятора полного порядка возьмем столбцовые степени матриц «числителя» и «знаменателя» регулятора на единицу меньше: $\mu_1 = \mu_2 = \mu = m - 1 = 2$. В соответствии с этим полиномиальные матрицы «числителя» и «знаменателя» ПФ регулятора соответственно принимают следующий вид:

$$X_I(s) = \begin{pmatrix} x_{11}^2 s^2 + x_{11}^1 s + x_{11}^0 & x_{12}^2 s^2 + x_{12}^1 s + x_{12}^0 \\ x_{21}^2 s^2 + x_{21}^1 s + x_{21}^0 & x_{22}^2 s^2 + x_{22}^1 s + x_{22}^0 \end{pmatrix},$$

$$Y_I(s) = \begin{pmatrix} y_{11}^2 s^2 + y_{11}^1 s + y_{11}^0 & y_{12}^2 s^2 + y_{12}^1 s + y_{12}^0 \\ y_{21}^2 s^2 + y_{21}^1 s + y_{21}^0 & y_{22}^2 s^2 + y_{22}^1 s + y_{22}^0 \end{pmatrix}.$$

Здесь у элементов x_{ij}^k , y_{ij}^k нижние индексы i, j показывают положение элемента в числовой матрице при переходе к полиномиальному виду с элементами полинома в виде числовых матриц (9), а верхний индекс k соответствует порядковому номеру числовой матрицы, являющейся элементом полинома (9). Для удобства расчета запишем матрицы «числителя» и «знаменателя» ПФ регулятора соответственно в виде полинома с элементами в виде числовых матриц:

$$X_I(s) = X_2 s^2 + X_1 s + X_0; \quad Y_I(s) = Y_2 s^2 + Y_1 s + Y_0, \quad (9)$$

где $X_1, X_0, Y_1 \in R^{2 \times 2}$. Для обеспечения требуемой динамики переходных процессов на выходе системы (1) необходимо выбрать корни желаемой ХМЗС.

2.3. ВЫБОР ЖЕЛАЕМЫХ КОРНЕЙ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ МАТРИЦЫ ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ

Для выбора полюсов замкнутой системы необходимо определиться с размерностью матрицы желаемой ХМЗС. Размерность желаемой ХМЗС $\bar{C}(s)$ должна совпадать с ХМЗС (8). Таким образом, $\bar{C}(s) \in R[s]^{2 \times 2}$. Для удобства в качестве желаемой ХМЗС взята матрица диагонального вида.

Исходя из уравнения (8) порядок желаемой ХМЗС определяется суммой столбцовой степени матрицы «знаменателя» объекта $m = 3$ и столбцовой степени матрицы «знаменателя» регулятора $\mu = 2$. Таким образом, порядок желаемой ХМЗС $m + \mu = 5$.

Необходимо задать желаемые полюса системы, которые будут являться корнями полиномов на главной диагонали желаемой ХМЗС – $\bar{C}(s)$. Они должны удовлетворять следующим условиям:

– один из корней берется равным полюсу ПФ (2) звена запаздывания $W_{delay}(s)$, аппроксимированной рядом Паде.

Обозначим его через полиномиальную матрицу:

$$\bar{C}''(s) = \begin{pmatrix} s+4 & 0 \\ 0 & s+4 \end{pmatrix}; \quad (10)$$

– остальные корни выбираются произвольно с учетом их нахождения в левой полуплоскости (это необходимо для устойчивости всей системы согласно [8, 9]) и несовпадения с полюсами объекта (это необходимо для исключения сокращений, которые приводят к неустойчивости управления):

$$\bar{C}'(s) = \begin{pmatrix} (s+1)^4 & 0 \\ 0 & (s+1)^4 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, желаемая ХМЗС приобретает следующий вид:

$$\bar{C}(s) = \bar{C}'(s)\bar{C}''(s) = \begin{pmatrix} (s+4)(s+1)^4 & 0 \\ 0 & (s+4)(s+1)^4 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Отсюда получим полиномиальное матричное представление желаемой ХМЗС:

$$\bar{C}(s) = \sum_{i=0}^5 C_i s^i, \quad (12)$$

где $C_i \in R^{2 \times 2}$ – числовые матрицы, $i = 0, \dots, 5$.

Для нахождения ПФ регулятора приравняем ХМЗС к желаемой и получим систему уравнений с неизвестными в виде параметров ПФ регулятора.

2.4. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ МАТРИЦЫ ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ

Для нахождения параметров регулятора приравняем ХМЗС (8) к желаемой (11):

$$Y_l(s)D_r(s) + X_l(s)N_r(s) = \bar{C}(s). \quad (13)$$

С учетом полиномиального представления ПФ объекта (7), регулятора (9) и желаемой ХПЗС (12) из выражения (13) получим систему уравнений:

$$\mathfrak{Z} \cdot \mathfrak{R}^T = \bar{C}(s), \quad (14)$$

где $\mathfrak{Z} = (Y_0 \ X_0 \ Y_1 \ X_1 \ Y_2 \ X_2)$ – вектор с элементами в виде числовых матриц – коэффициентов полиномов «числителя» и «знаменателя» ПФ регулятора из уравнения (9); \mathfrak{R} – матрица Сильвестра с элементами в виде числовых

матриц – коэффициентов полиномов «числителя» и «знаменателя» ПФ объекта из уравнения (7):

$$\mathfrak{R} = \begin{pmatrix} D_0 & N_0 & O & O & O & O \\ D_1 & N_1 & D_0 & N_0 & O & O \\ D_2 & N_2 & D_1 & N_1 & D_0 & N_0 \\ D_3 & N_3 & D_2 & N_2 & D_1 & N_1 \\ O & O & D_3 & N_3 & D_2 & N_2 \\ O & O & O & O & D_3 & N_3 \end{pmatrix},$$

где $O \in R^{2 \times 2}$ – нулевая матрица.

С учетом сохранения полюса звена запаздывания в желаемой ХМЗС проведем некоторые преобразования выражения (13) с целью уменьшения размерности и порядка полученной системы уравнений (14). Передаточную функцию объекта (6) можно выразить с учетом нахождения в ней матрицы полюсов звена запаздывания $\bar{C}''(s)$:

$$N_r(s)D_r^{-1}(s) = N_r(s)(D'_r(s)C''(s))^{-1},$$

где $D'_r(s)$ – матрица «знаменателя» объекта без полюса звена запаздывания $C''(s)$. А значит,

$$D_r(s) = D'_r(s)\bar{C}''(s). \quad (15)$$

С учетом преобразований (11) и (15) уравнение ХМЗС (8) можно записать в виде

$$Y_l(s)D'_r(s)\bar{C}''(s) + X_l(s)N_r(s) = \bar{C}'(s)\bar{C}''(s). \quad (16)$$

Как видно из выражения (16), в правой и левой части уравнения (в одном из слагаемых) присутствует $\bar{C}''(s)$. Значит, в левой части уравнения (16) во втором слагаемом $X_l(s)N_r(s)$ он также присутствует. Из полинома числителя объекта $N_l(s)$ известно, что элементов $\bar{C}''(s)$ в нем нет. Следовательно, он содержится в $X_r(s)$. Значит, уравнение (4) может быть преобразовано к виду

$$Y_l(s)D'_r(s)\bar{C}''(s) + X'_l(s)\bar{C}''(s)N_r(s) = \bar{C}'(s)\bar{C}''(s). \quad (17)$$

С учетом того, что по двум каналам используется одинаковое звено запаздывания и матрица $\bar{C}''(s)$ диагонального вида (10), можно применить следующее преобразование: $\bar{C}''(s) = \bar{c}''(s)I$, где $I \in R^{2 \times 2}$ – единичная матрица,

$\overline{c''}(s) = s + 4$ – полином элемента матрицы (10). С учетом этого преобразования в выражении (17) можно провести сокращения левой и правой части на $\overline{c''}(s)$:

$$Y_l(s)D_r'(s) + X_l'(s)N_r(s) = \overline{C'}(s).$$

Таким образом, система уравнений (14) также может быть преобразована к виду

$$\mathfrak{Z}' \cdot \mathfrak{R}'^T = \overline{C'}(s), \quad (18)$$

где $\mathfrak{Z}' = (Y_0' \ X_0' \ Y_1' \ X_1' \ Y_2')$ – вектор с элементами в виде числовых матриц – коэффициентов полиномов «числителя» и «знаменателя» ПФ регулятора, преобразованных с учетом нахождения в матрице «числителя» ПФ регулятора полюса звена запаздывания; \mathfrak{R}' – преобразованная матрица Сильвестра:

$$\mathfrak{R}' = \begin{pmatrix} D_0 & N_0 & O & O & O \\ D_1 & N_1 & D_0 & N_0 & O \\ D_2 & N_2 & D_1 & N_1 & D_0 \\ O & N_3 & D_2 & N_2 & D_1 \\ O & O & O & N_3 & D_2 \end{pmatrix}.$$

Решим эту систему уравнения с помощью умножения левой и правой части уравнения (18) справа на $(\mathfrak{R}'^T)^{-1}$ и найдем неизвестные параметры вектора \mathfrak{Z}' , а значит, найдем матрицы «числителя» и «знаменателя» ПФ регулятора:

$$X_l = \begin{pmatrix} 5s^2 + 20s + 0,2 & 0 \\ 0 & 20s^2 + 80s + 1 \end{pmatrix}, \quad Y_l = \begin{pmatrix} s^2 + 5s + 16 & -5s^2 - 20s - 1 \\ -20s^2 - 80s - 1 & s^2 + 6s + 38 \end{pmatrix}.$$

Для проверки работоспособности полученного регулятора смоделируем полученную систему и покажем получившиеся переходные процессы.

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для моделирования полученных результатов использовался программный продукт Matlab с пакетом расширения Simulink. Покажем соответствие построенной системы управления заявленным характеристикам, полюса которой выбраны кратными (например, равными -1). В качестве входных воздействий зададим $v_1(s) = 1$, $v_2(s) = -1$. Для проверки результатов работы регулятора в объекте используем «транспортное запаздывание» (Transport Delay) вместо звена запаздывания, аппроксимированного рядом Паде (2). Это необходимо для более точного моделирования звена задержки в объекте.

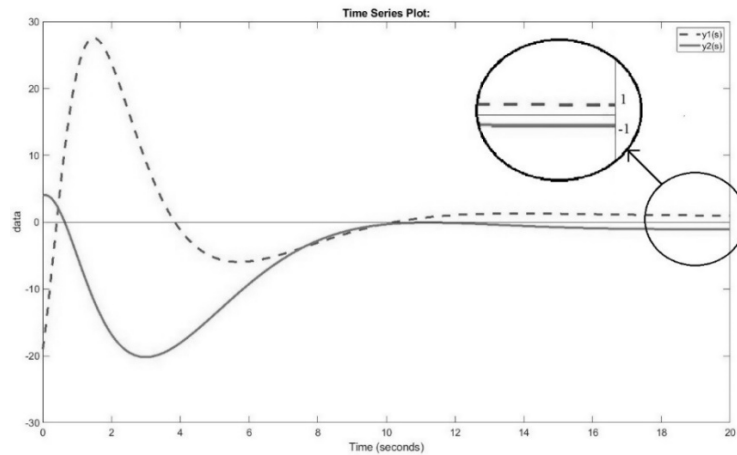


Рис. 4. График переходных процессов системы

Fig. 4. Timeline of the system transients

Как видно из рис. 4, система устойчивая и астатическая. Переходный процесс занимает около 14 с. Для других входных воздействий выход системы также будет астатическим.

С целью апробации работы полученной САУ для объекта с нестационарными непараметрическими неопределенностями в его структуре добавим в систему, представленную на рис. 2, мультипликативную помеху с равномерным законом распределения так, как это показано на рис. 5. Для этих целей в программном пакете Simulink было выбрано звено Uniform Random Number. При этом шум воздействует на оба канала, и на каждом из них он различный. Мультипликативная помеха выбрана с целью удобства определения относительной величины помехи относительно параметров объекта. В качестве величины шума были выбраны различные значения: от $\pm 3\%$ до $\pm 10\%$. Частота обновления сигнала помехи 0,1 с.

Как видно из рис. 5, мультипликативная помеха находится в прямой связи с объектом. Смоделируем полученную систему с регулятором, рассчитанным для системы со стационарными параметрами. Для наглядности в качестве входных воздействий зададим также $v_1(s) = 1$, $v_2(s) = -1$.

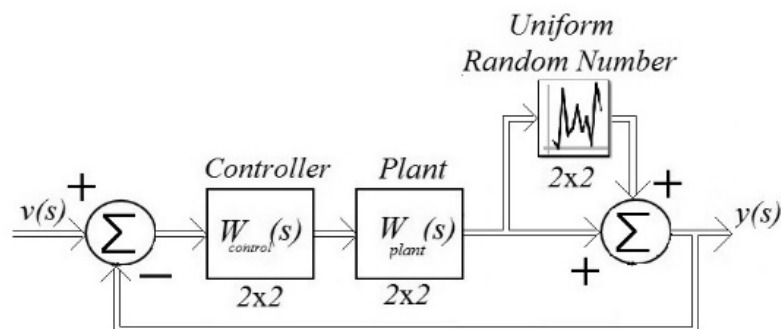


Рис. 5. Структурная схема системы с нестационарными параметрами

Fig. 5. Block diagram of the system with non-stationary parameters

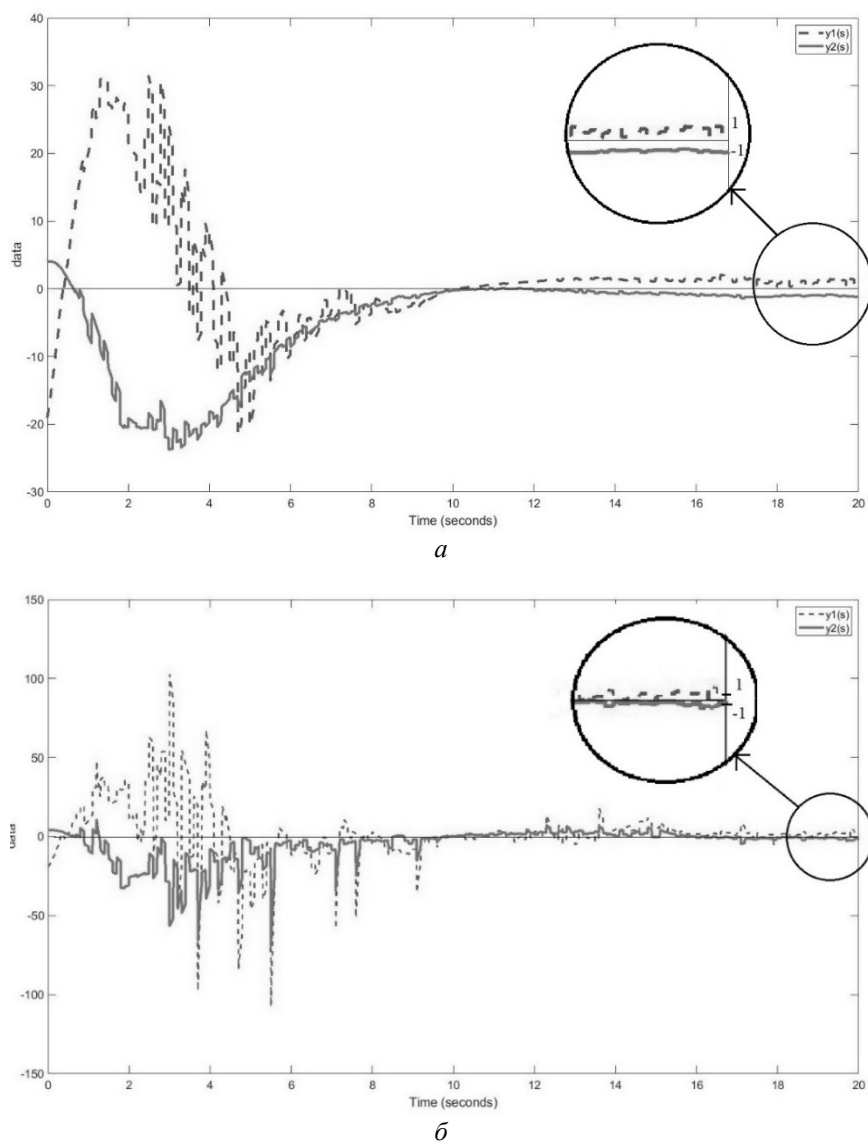


Рис. 6. Переходные процессы для функции выхода системы с нестационарными параметрами:

а – с 3 %-м шумом; б – с 10 %-м шумом

Fig. 6. Transients for the output function of the system with non-stationary parameters:

a is with 3 % noise; b is with 10 % noise

Как видно из рис. 6, САУ справляется с наличием в системе помехи, имитирующей нестационарные параметры объекта в виде непараметрических неопределенностей. Продемонстрированные переходные процессы говорят о построении робастной САУ для заданного объекта с нестационарными параметрами. Граница устойчивости для данной системы определена (11 %-я мультипликативная помеха / шум). При дальнейшем увеличении мультипликативного шума переходные процессы системы неустойчивы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках проведенной работы была синтезирована робастная САУ для многоканального объекта, содержащего звенья запаздывания, а именно:

- получены левый и правый взаимно простые разложения матриц «числителя» и «знаменателя» ПФ объекта;
- применен модифицированный алгоритм PMFD для многоканальной системы, содержащей звенья запаздывания. Это позволило уменьшить размерность полученной системы уравнений;
- полученный регулятор применен для системы, содержащей мультипликативные неструктурные неопределенности и идеальные звенья задержки (Transport Delay) вместо аппроксимированных рядом Паде;
- экспериментальные исследования позволили определить границы устойчивости системы с переменными параметрами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бобобеков К.М., Воевода А.А., Шипагин В.И. Полиномиальный метод синтеза автоматического управления для одноканальных и многоканальных объектов: монография. – Душанбе: ТТУ им. М.С. Осими, 2021. – 192 с.
2. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т. 2. Многомерные, нелинейные и оптимальные системы. – М.: Физматлит, 2004. – 464 с.
3. Симаков Г.М., Филюшов Ю.П., Филюшов В.Ю. Многомерное управление синхронной машиной электромагнитного возбуждения быстродействующего электропривода // Электротехника: сетевой электронный научный журнал. – 2018. – Т. 5, № 1. – С. 50–54.
4. Albertos P., Sala A. Multivariable control systems: an engineering approach. – London: Springer, 2004. – 340 p.
5. Costa N., Haykin S. Multiple-input multiple-output channel models: theory and practice. – New York, NJ: Wiley, 2010. – 230 p.
6. Блауберг И.В., Юдин Э.Г. Становление и сущность системного подхода. – М.: Наука, 1973. – 270 с.
7. Фуртат И.Б. Адаптивные и робастные системы управления в условиях возмущений и запаздывания: 05.11.16: дис. ... д-ра техн. наук. – СПб., 2012. – 297 с.
8. Chen C.T. Linear system theory and design. – 2nd ed. – New York: Oxford, 1999. – 334 p.
9. Antsaklis P.J., Michel A.N. Linear systems. – Switzerland: Birkhauser, 1997. – 669 p.
10. Воевода А.А., Шипагин В.И. Синтез многоканального регулятора для объекта с двумя входными и двумя выходными каналами с использованием полиномиального матричного разложения // Proceedings 2021 International Russian Automation Conference (RusAutoCon). – Sochi, 2021. – P. 823–828. – DOI: 10.1109/RusAutoCon52004.2021.9537350.
11. Воевода А.А., Шипагин В.И. Синтез регулятора для систем с запаздыванием // Proceedings of the XV International Scientific and Technical Conference "Actual Problems of Electronic Instrument Engineering" (APEIE). – Novosibirsk, 2021. – P. 559–563. – DOI: 10.1109/APEIE52976.2021.9647686.
12. Воевода А.А., Шипагин В.И., Филюшов В.Ю. Расчет регулятора для объекта с запаздыванием // Безопасность цифровых технологий. – 2021. – № 3 (102). – С. 9–20. – DOI: 10.17212/2782-2230-2021-3-9-20.
13. Николаев Е.В. Технологические объекты второго порядка с запаздыванием // Молодой ученый. – 2017. – № 23 (157). – С. 149–152.
14. Леонов Р.Е. Объекты управления с переменным транспортным запаздыванием // Известия высших учебных заведений. Горный журнал. – 2021. – № 1. – С. 122–130. – DOI: 10.21440/0536-1028-2021-1-122-130.
15. Фуртат И.Б., Нехороших А.Н. Робастный алгоритм управления линейными объектами с запаздыванием по состоянию // Навигация и управление движением: материалы XVIII конференции молодых ученых с международным участием, Санкт-Петербург, 15–18 марта 2016 года. – СПб.: Электроприбор, 2016. – С. 224–229.

16. Шариков Ю.В., Шариков Ф.Ю. Системы управления с использованием математических моделей технологических объектов в контуре управления // Math Designer. – 2016. – № 1. – С. 4–8.

17. Воевода А.А. Матричные передаточные функции (основные понятия): конспект лекций по курсу «Проектирование систем управления» для 4–5 курсов АВТФ (спец. 2101). – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1994. – 94 с.

18. Воевода А.А., Филюшов В.Ю. Полиномиальное матричное разложение при синтезе неквадратных САУ // Системы анализа и обработки данных. – 2021. – № 1 (81). – С. 21–38. – DOI: 10.17212/2782-2001-2021-1-21-38.

Воевода Александр Александрович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры автоматики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – управление многоканальными объектами. Имеет более 300 публикаций. E-mail: ucit@ucit.ru

Шипагин Виктор Игоревич, аспирант кафедры автоматики Новосибирского государственного технического университета. В настоящее время специализируется в области синтеза систем управления техническими системами. E-mail: shipagin@mail.ru

Voevoda Aleksandr A., D.Sc. (Eng.), professor, professor, the automation department, Novosibirsk State Technical University. The main field of his scientific research is the management of multi-channel objects. He has more than 300 publications. E-mail: ucit@ucit.ru

Shipagin Victor I., postgraduate student at the automation department, Novosibirsk State Technical University. Currently he specializes in the field of synthesis of regulators for technical systems. E-mail: shipagin@mail.ru

DOI: 10.17212/2782-2001-2022-1-7-24

Calculation of a controller for a multi-channel object with non-stationary parameters containing delay links*

A.A. VOEVODA^a, V.I. SHIPAGIN^b

Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation

^a ucit@ucit.ru ^b shipagin@mail.ru

Abstract

Nonstationary linear systems or linear systems with variable parameters are systems that are described by linear differential equations with variable coefficients. Consideration of the controller synthesis problems for such systems may be dictated by the need to satisfy a certain margin of the automatic control system stability to minor disturbances both from sensors reading the state of the system and from changes in the parameters of the controlled object itself over time. In addition, a real controlled object, in comparison with its mathematical model, quite often contains some uncertainties that should not significantly affect the quality of control.

This work considers an example of synthesizing a multichannel controller that would provide a good control quality (stability margin) if the controlled object contains some uncertainties or if its mathematical model with accuracy up to certain parameters is unknown. In addition, the control task is complicated by a link of delay in the structure of the object (that is, there is a certain period of time when there is no reaction from the regulated object to the control action).

A modified algorithm of polynomial matrix decomposition of the matrix transfer function of the system, taking into account the conservation of the delay link poles, is chosen as a method of controller synthesis. To demonstrate the algorithm operation, a linear model of the unstable controlled object with a multi-channel structure consisting of two input and two output channels is taken. The description of the object is used in the form of the matrix transfer function, which

* Received 16 June 2021.

shows the interaction in the multi-channel control system and the relationship between channels. The object model contains cross-links representing direct input-output connections. The delay links are present in all channels and are approximated using the Pade series with a limited number of terms. The non-stationary parameters of the object were obtained due to the multiplicative interference modeled in the Simulink Matlab package.

It is necessary to achieve certain quality indicators of the output vector process when controlling two input influences. To ensure a stable transition process from the system, the poles preservation of the delay link will be necessary. Then the controller calculated for the system with the delay link in the form of the Pade series is applied to the system with an "ideal" delay.

Keywords: parametric system, non-stationary system, system with variable parameters, multi-channel system, delay link, polynomial method of controller synthesis, automatic control system, robust control

REFERENCES

1. Bobobekov K.M., Voevoda A.A., Shipagin V.I. *Polinomial'nyi metod sinteza avtomaticheskogo upravleniya dlya odnokanal'nykh i mnogokanal'nykh ob'ektov* [Polynomial method for the synthesis of automatic control systems for single-channel and multi-channel objects]. Dushanbe, Tajik Technical University named after academician M.S. Osimi Publ., 2021. 192 p. (In Russian).
2. Kim D.P. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. T. 2. Mnogomernye, nelineinye i optimal'nye sistemy* [Theory of automatic control. Vol. 2. Nonlinear and optimal systems]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2004. 464 p.
3. Simakov G.M., Filyushov Yu.P., Filyushov V.Yu. *Mnogomernoe upravlenie sinkhronnoi mashinoy elektromagnitnogo возбуждения бистродействующего электропривода* [Control of the synchronous machine of electromagnetic excitation of electric drive]. *Elektrotehnika: setevoy elektronnyi nauchnyi zhurnal = Russian Internet Journal of Electrical Engineering*, 2018, vol. 5, no. 1, pp. 50–54.
4. Albertos P., Sala A. *Multivariable control systems: an engineering approach*. London, Springer, 2004. 340 p.
5. Costa N., Haykin S. *Multiple-input multiple-output channel models: theory and practice*. New York, NJ, Wiley, 2010. 230 p.
6. Blauberger I.V., Yudin E.G. *Stanovlenie i sushchnost' sistemnogo podhoda* [Formation and essence of the system approach]. Moscow, Nauka Publ., 1973.
7. Furtat I.B. *Adaptivnye i robustnye sistemy upravleniya v usloviyakh vozmushchenii i zapazdyvaniya*. Diss. dokt. tekhn. nauk [Adaptive and robust control systems in conditions of disturbances and delays. Dr. eng. sci. diss.]. St. Petersburg, 2012. 297 p.
8. Chen C.T. *Linear system theory and design*. 2nd ed. New York, Oxford, 1999. 334 p.
9. Antsaklis P.J., Michel A.N. *Linear systems*. Switzerland, Birkhauser, 1997. 669 p.
10. Voevoda A., Shipagin V. Synthesis of a multichannel controller for plant with two input and two output channels using polynomial matrix fraction. *Proceedings 2021 International Russian Automation Conference (RusAutoCon)*, Sochi, 2021, pp. 823–828. DOI: 10.1109/RusAutoCon 52004.2021.9537350.
11. Voevoda A.A., Shipagin V.I. Synthesis of a controller for a system with a delay. *Proceedings of the XV International Scientific and Technical Conference "Actual Problems of Electronic Instrument Engineering" (APEIE)*, Novosibirsk, 2021, pp. 559–563, DOI: 10.1109/APEIE52976.2021.9647686.
12. Voevoda A.A., Shipagin V.I., Filiushov V.Yu. *Raschet regulatora dlya ob'ekta s zapazdyvaniem* [Calculation of the regulator for the object with a delay]. *Bezopasnost' tsifrovoykh tekhnologii = Digital Technology Security*, 2021, no. 3 (102), pp. 9–20. DOI: 10.17212/2782-2230-2021-3-9-20.
13. Nikolaev E.V. *Tekhnologicheskie ob'ekty vtorogo poryadka s zapazdyvaniem* [Technological objects of the second order with a delay]. *Molodoi uchenyi = Young Scientist*, 2017, no. 23 (157), pp. 149–152.
14. Leonov R.E. *Ob'ekty upravleniya s peremennym transportnym zapazdyvaniem* [Control objects with variable transport delay]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Gornyi zhurnal = News of the Higher Institutions. Mining Journal*, 2021, no. 1, pp. 122–130. DOI: 10.21440/0536-1028-2021-1-122-130.
15. Furtat I.B., Nekhoroshikh A.N. *Robastnyj algoritm upravleniya linejnymi ob'ektami s zapazdyvaniem po sostoyaniyu* [Robust algorithm for controlling linear objects with a delay in the state].

Navigation and traffic control : proceedings of the XVIII Conference of Young Scientists with International participation, Saint-Petersburg, 2016, pp. 224–229. (In Russian).

16. Sharikov Yu.V. Sharikov F.Yu. Sistemy upravleniya s ispol'zovaniem matematicheskikh modelei tekhnologicheskikh ob"ektov v konture upravleniya [Automation control systems with use of mathematical models of technological objects in a control circuit]. *Math Designer*, 2016, no. 1, pp. 4–8. (In Russian).

17. Voevoda A.A. *Matrichnye peredatochnye funktsii (osnovnye ponyatiya): konspekt lektsii po kursu "Proektirovanie sistem upravleniya"* [Matrix transfer functions (Basic concepts): a summary of lectures on the course "Designing of control systems"]. Novosibirsk, NSTU Publ., 1994. 94 p.

18. Voevoda A.A., Filyushov V.Yu. Polinomial'noe matrichnoe razlozhenie pri sinteze nekvadratnykh SAU [Polynomial matrix decomposition for the synthesis of non-square control systems]. *Sistemy analiza i obrabotki dannykh = Analysis and Data Processing Systems*, 2021, no. 1 (81), pp. 21–38. DOI: 10.17212/2782-2001-2021-1-21-38.

Для цитирования:

Воевода А.А., Шипагин В.И. Расчет регулятора для многоканального объекта с нестационарными параметрами, содержащего звенья запаздывания // Системы анализа и обработки данных. – 2022. – № 1 (85). – С. 7–24. – DOI: 10.17212/2782-2001-2022-1-7-24.

For citation:

Voevoda A.A., Shipagin V.I. Raschet regul'yatora dlya mnogokanal'nogo ob"ekta s nestacionarnymi parametrami, sodержashchego zven'ya zapazdyvaniya [Calculation of a controller for a multi-channel object with non-stationary parameters containing delay links]. *Sistemy analiza i obrabotki dannykh = Analysis and Data Processing Systems*, 2022, no. 1 (85), pp. 7–24. DOI: 10.17212/2782-2001-2022-1-7-24.