

ИНФОРМАТИКА,
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА
И УПРАВЛЕНИЕ

INFORMATICS,
COMPPUTER ENGINEERING
AND MANAGEMENT

УДК 621.865.8+62-503.53

DOI: 10.17212/2782-2001-2022-1-93-108

Полиномиальный метод синтеза регуляторов по задающему и возмущающим воздействиям*

В.Ю. ФИЛЮШОВ

630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный
технический университет

filiushov.vladislav@gmail.com

Линейные объекты управления с одним входом и одним выходом (single input – single output, SISO) и объекты с несколькими входами и несколькими выходами (multi input – multi output, MIMO) имеют различные формализованные алгоритмы синтеза регуляторов. При этом объекты с неравным количеством входов и выходов во многих случаях строятся разработчиком интуитивно при изменении существующих алгоритмов расчета под каждый объект управления, поэтому разработка формализованного алгоритма расчета для такого типа объектов является актуальной. В рамках настоящей работы предлагается распространить методику синтеза для многоканальных объектов, которой является полиномиальная методика синтеза, на объекты с меньшим количеством входов по сравнению с количеством выходов, а именно на объекты с одним входом и несколькими выходами (single input – multi output, SIMO).

Приводится пример расчета электромеханической системы регулирования натяжения в зоне транспортирования материала поточной линии, которая имеет один вход – напряжение, подаваемое на электродвигатель, и пять выходов: ток якоря, скорость вращения вала электродвигателя, скорость вращения вала, натяжение в рассматриваемой зоне и упругий момент. Натяжение в рассматриваемой зоне является регулируемой координатой. Использование полиномиального метода синтеза для объектов с неквадратной матричной функцией позволило расположить полюса замкнутой системы в заданном положении, передаточная функция по заданию не содержит нулей. Также удалось задать нули замкнутой системы по возмущению таким образом, что получен астатизм второго порядка.

Ключевые слова: полиномиальный метод синтеза, полиномиальное матричное разложение, синтез, многоканальный регулятор, электромеханическая система, компенсация возмущений, астатизм, компенсация возмущений

* Статья получена 18 августа 2021 г.

ВВЕДЕНИЕ

Полиномиальный метод синтеза изначально применялся для объектов с одним входом и одним выходом, далее нашел свое развитие в синтезе многоканальных регуляторов, в работах [1–4] рассмотрены объекты с равным количеством входов и выходов. В работе [5] рассмотрено математическое описание, а также анализ областей применимости и вопросы синтеза объектов с избыточным вектором управления, которые относятся к объектам с большим количеством входов по сравнению с выходами. Целью настоящей работы является синтез регуляторов для объектов с неквадратной матричной передаточной функцией с меньшим количеством входов по сравнению с количеством выходов.

Возрастающие требования к качеству систем управления вынуждают использовать более продвинутые методы синтеза. Основными элементами производственного процесса являются электродвигатели различных производственных механизмов. Несмотря на повышение интенсификации производства, основными используемыми видами управления являются П, ПИ, ПИД-регуляторы, а также системы подчиненного регулирования [6], которые для относительно простых объектов невысокого порядка справляются с выполнением поставленных требований системы управления, но для более сложных объектов необходимо разрабатывать алгоритмы синтеза регуляторов, учитывающие внутреннюю связь объекта.

Одним из подходов, используемых для более сложных объектов, является метод аналитического синтеза систем с управлением по выходу и воздействиям (задающим и возмущающим) [7], который позволяет рассчитывать регуляторы для многоканальных объектов с использованием полиномиального матричного разложения матричных передаточных функций. Данный метод позволяет рассчитывать регуляторы для объектов с равным количеством входов и выходов, а также для объектов с одним входом и несколькими выходами. В работе [8] рассмотрен вопрос реализации селективной инвариантности системы управления объектом с одним входом и несколькими выходами к регулярным возмущениям. Это достигается за счет нахождения преобразования Лапласа регулярного возмущения и расчета регулятора с его учетом, что повышает точность синтезируемой системы. Для схожего объекта в работах [9–11] рассмотрен вопрос робастности системы управления, которая при модальном регуляторе заключается в выборе желаемого расположения полюсов системы в соответствии с полюсами и нулями объекта.

В работе [12] рассмотрен вопрос применения полиномиального метода синтеза для объектов с одним входом и несколькими выходами на примерах одного перевернутого маятника на тележке и двух перевернутых маятников на тележке. Задачей синтеза ставилась стабилизация нулевого положения маятников при перемещении тележки в заданное положение. Эта задача была успешно решена путем перехода от неквадратной матричной передаточной функции к полиномиальному разложению. В работах [13, 14] показано преобразование системы подчиненного регулирования к виду многоканальной системы, что позволило повысить порядок астатизма по возмущению после применения полиномиального метода синтеза.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Существуют различные виды описания объектов управления. По аналогии с [7] покажем процедуру перехода от описания объекта в пространстве состояний к описанию в виде полиномиального матричного разложения. В отличие от [7], объект имеет неравное количество входов и выходов. Рассмотрим многоканальный объект управления с количеством входов m и количеством выходов p , описываемый в пространстве состояний в виде, где для удобства последующих преобразований, в отличие от [7], где вектор возмущения разделен на две части (одна в уравнении состояний, другая в уравнении выхода), используем один вектор состояния для обоих уравнений:

$$\dot{x} = Ax + Bu + G_1 f, \quad y = Cx + G_2 f, \quad (1)$$

где $x \in R^{n \times 1}$ – вектор состояния; $u \in R^{m \times 1}$ – вектор входа; $y \in R^{p \times 1}$ – вектор выхода; $f \in R^{r \times 1}$ – вектор неизмеряемых возмущений; n – порядок объекта; r – количество возмущений; $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$, $C \in R^{p \times n}$ – матрицы коэффициентов объекта; $G_1 \in R^{n \times r}$, $G_2 \in R^{p \times r}$ – матрицы коэффициентов возмущающих сигналов.

Выполним переход от записи объекта в пространстве состояний (1) к записи в операторном виде:

$$y(s) = W_u(s)u(s) + W_f(s)f(s), \quad (2)$$

$$W_u(s) = C(sI - A)^{-1}B, \quad W_f(s) = C(sI - A)^{-1}G_1 + G_2,$$

где $W_u(s) \in R(s)^{p \times m}$ – матричная передаточная функция (МПФ) между входом и выходом объекта; $W_f(s) \in R(s)^{p \times r}$ – МПФ между возмущением и выходом объекта; $R(s)^{p \times m}$ – множество матриц размером $p \times m$, элементы которых – рациональные функции от s с вещественными коэффициентами. Заметим, что при $p \neq m$ матрица $W_u(s)$ неквадратная.

Построим систему автоматического управления с двухпараметрическим регулятором [7], показанным на рис. 1, в которой задающее воздействие $v(s)$ имеет размерность, равную размерности вектора выхода p . При меньшем количестве входов по сравнению с количеством выходов некоторые элементы вектора задания необходимо сделать равными нулю, иными словами, не задавать вовсе. Помимо задающего воздействия присутствует возмущающее воздействие, которое влияет на вектор состояния и на выход, что показано в формуле (1).

Приведем уравнения замкнутой системы по заданию $W_y^v(s) = (I + W_u(s)R_2(s))^{-1}W_u(s)R_1(s)$ и по возмущению $W_y^f(s) = (I + W_u(s) \times R_2(s))^{-1}W_f(s)$.

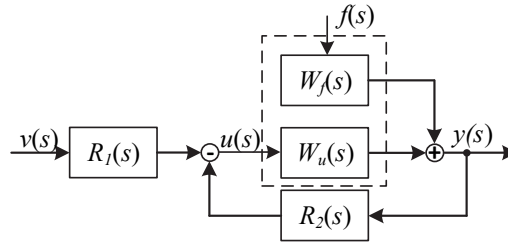


Рис. 1. Структурная схема «объект – регулятор»

Fig. 1. An object-controller structural scheme

Построение системы управления выполним с использованием полиномиальной методики синтеза [15]. Для этого необходимо найти полиномиальное матричное разложение матричной передаточной функции объекта и регулятора, то есть найти полиномиальное матричное описание (ПМО) объекта и регулятора. Это позволит представить многоканальную МПФ аналогично одноканальной с матричным «числителем»¹ и «знаменателем», что приводит к потере свойства коммутативности и необходимости использования двух вариантов записи разложения МПФ – левого и правого. У левого разложения «знаменатель» слева, у правого – справа. Например, для объекта и регулятора описания следующие:

$$W_u(s) = \tilde{D}^{-1}(s)\tilde{N}(s) = N(s)D^{-1}(s), \quad R_1(s) = \tilde{Y}^{-1}(s)\tilde{Z}(s) = Z(s)Y^{-1}(s),$$

$$R_2(s) = \tilde{Y}^{-1}(s)\tilde{X}(s) = X(s)Y^{-1}(s),$$

где $\tilde{D}(s) \in R[s]^{p \times p}$, $D(s) \in R[s]^{m \times m}$ – «знаменатели» полиномиального описания объекта; $\tilde{N}(s)$, $N(s) \in R[s]^{p \times m}$ – «числители»; $\tilde{Y}(s) \in R[s]^{m \times m}$, $Y(s) \in R[s]^{p \times p}$ – «знаменатели» полиномиального описания регулятора (для удобной записи замкнутых систем у обоих регуляторов «знаменатели» должны быть равны); $\tilde{Z}(s)$, $Z(s)$, $\tilde{X}(s)$, $X(s) \in R[s]^{m \times p}$ – «числители», знак « \sim » ставится над полиномиальной матрицей для обозначения принадлежности к левому полиномиальному описанию, $R[s]^{m \times p}$ – множество матриц размером $m \times p$, элементы которых – полиномы от s с вещественными коэффициентами. Полиномиальная матрица является полиномом с матричными коэффициентами. Например, дана некоторая полиномиальная матрица $M(s) \in R[s]^{q \times d}$, ее можно записать в виде $M(s) = \sum_{i=1}^k M_i s^i$, где k – старшая степень при s у элементов $M_i \in R^{q \times d}$ полиномиальной матрицы $M(s)$.

Покажем уравнения замкнутой системы по заданию и по возмущению в полиномиальном матричном описании для правого ПМО объекта и левого ПМО регулятора, которое далее будет использовано при расчете регуляторов

¹ У матричных передаточных функций нет числителя и знаменателя, но для введения аналогии с одноканальными системами эти термины используются в кавычках.

для объекта с меньшим количеством входов по сравнению с количеством выходов:

$$y_v(s) = N(s)C^{-1}(s)\tilde{Z}(s)v(s); \quad (3)$$

$$y_f(s) = (I - N(s)C^{-1}(s)\tilde{X}(s))N_f(s)D_f^{-1}(s)f(s), \quad (4)$$

где МПФ по возмущению разложена на $W_f(s) = N_f(s)D_f^{-1}(s)$, а матричное полиномиальное уравнение (МПУ) $C(s) = \tilde{Y}(s)D(s) + \tilde{X}(s)N(s)$ описывает уравнение характеристической матрицы, имеющей размер $m \times m$.

В матричном полиномиальном уравнении известными являются полиномиальные матрицы объекта и желаемая характеристическая матрица (задается из условий требований качества системы управления), а неизвестными – полиномиальные матрицы второго регулятора. В результате решения этого уравнения характеристическая матрица будет равна желаемой характеристической матрице, которая задается диагональной, тогда полюса замкнутой системы являются корнями полиномов диагональных элементов. Полученное решение может содержать свободные параметры (параметры регулятора, без которых решение МПУ – единственное), которые являются коэффициентами при операторе s в элементах полиномиальных матриц «числителя» и «знаменателя» регулятора, изменение которых не влияет на $C(s)$. Определенный выбор свободных параметров за счет изменения нулей позволяет достичь дополнительных требований к САУ (например, астатизм по заданию, компенсация возмущения, задание ограничения на структуру регулятора [16] и другие). В данном исследовании с помощью свободных параметров зададим знаменатель регулятора, содержащий элемент $Q(s) = (s^2 + \omega^2)$.

Задачей синтеза ставим выполнение следующих требований к замкнутой системе автоматического управления:

- задание требуемого расположения полюсов;
- астатизм по заданию $W_{y_p}^{vp}(0) = 1$;
- астатизм по возмущению $\sum_{i=1}^r W_{y_p}^{fi}(0) = 0$.

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА

Рассмотрим задачу требуемого расположения полюсов замкнутой системы. Объект имеет меньшее количество входов, чем выходов ($p > m$), поэтому характеристическая матрица $C(s)$ имеет меньшую размерность по сравнению с $\tilde{C}(s)$. Для решения задачи расположения полюсов замкнутой системы следует решать МПУ, соответствующее меньшей характеристической матрице. Решим его:

$$C(s) = \tilde{Y}(s)D(s) + \tilde{X}(s)N(s). \quad (5)$$

Одним из способов решения уравнения (5) является переход к системе линейных алгебраических уравнений, где матрицей системы является матрица Сильвестра \mathfrak{Z} [17–20]

$$\mathfrak{R}\mathfrak{Z} = \mathfrak{N}, \quad (6)$$

где $\mathfrak{Z} = \text{diag}(G, G, \dots, G)$, $G = \begin{pmatrix} D_k & D_{k-1} & \dots & D_1 & D_0 \\ N_k & N_{k-1} & \dots & N_1 & N_0 \end{pmatrix}$, $\mathfrak{N} = (C_{k+q} \ C_{k+q-1} \dots C_0)$,

$\mathfrak{R} = \begin{pmatrix} Y_q & X_q & Y_{q-1} & X_{q-1} \dots Y_0 & X_0 \end{pmatrix}$, k – старшая степень полиномиальной матрицы «знаменателя» взаимно простого ПМО объекта, q – старшая степень полиномиальной матрицы «знаменателя» взаимно простого ПМО регулятора (порядок полиномиального регулятора). Если матрица Сильвестра квадратная и полного ранга, то система уравнений (6) имеет единственное решение. При большем количестве неизвестных параметров регулятора, чем требуется для решения матричного полиномиального уравнения, решение будет содержать свободные параметры. В этом случае необходимо выбрать один из базисных миноров (минор, определяющий ранг матрицы) матрицы Сильвестра \mathfrak{Z}_1 , составить матрицу основных параметров регулятора \mathfrak{R}_1 , тогда система уравнений (6) преобразуется к виду $\mathfrak{R}_1\mathfrak{Z}_1 + \bar{\mathfrak{R}}\bar{\mathfrak{Z}} = \mathfrak{N}$, где $\bar{\mathfrak{R}}$ – матрица свободных параметров регулятора, $\bar{\mathfrak{Z}}$ – столбцы матрицы Сильвестра, не вошедшие в базисный минор. Следовательно, систему уравнений (6) можно переписать в виде $\mathfrak{R}_1\mathfrak{Z}_1 = \mathfrak{N}_1$, где $\mathfrak{N}_1 = \mathfrak{N} - \bar{\mathfrak{R}}\bar{\mathfrak{Z}}$. Запишем общее решение:

$$\mathfrak{R}_1 = \mathfrak{N}_1\mathfrak{Z}_1^{-1}. \quad (7)$$

Как видим, основные параметры регулятора \mathfrak{R}_1 зависят от свободных $\bar{\mathfrak{R}}$, поэтому далее необходимо их определить. Самым простым решением является приравнивание их к нулю, тогда в регуляторе останутся только основные параметры. Но в этом случае нет возможности добиваться дополнительных свойств САУ, в рамках настоящей работы это второе и третье требования к поставленной задаче синтеза.

Для достижения астатизма по заданию необходимо из \mathfrak{R}_1 составить полиномиальные матрицы регулятора $\tilde{Y}(s)$ и $\tilde{X}(s)$, также «числитель» первого регулятора $\tilde{Z}(s)$ подставить в $y_v(s) = N(s)C^{-1}(s)\tilde{Z}(s)v(s)$, где $W_y^v(s) = N(s)C^{-1}(s)\tilde{Z}(s)$, далее для выполнения условия $W_{y_p}^{vp}(0) = 1$ необходимо вычислить требуемые свободные параметры.

Для достижения астатизма по возмущению необходимо решить уравнение (4), где находятся такие свободные параметры регулятора, при которых среди корней полиномов числителей передаточных функций по возмущению были корни, равные нулю. Этого можно добиться, например, задавая коэффициенты при свободных членах полиномов равными нулю. Рассмотрим полином

$$w(s) = s^3 + w_2s^2 + w_1s + w_0.$$

При $w_0 = 0$ полином $w(s)$ имеет один нулевой корень $w(s) = (s^2 + w_2s + w_1)s$.

3. РЕШЕНИЕ ЧИСЛЕННОГО ПРИМЕРА

Рассмотрим процесс синтеза регулятора полиномиальным методом для электромеханической системы регулирования натяжения в зоне транспортирования материала поточной линии [6, 8]. Эта система имеет один вход – напряжение u , подаваемое на электродвигатель, и четыре измеряемых выхода: ток якоря $i_{\text{я}}$, скорость вращения вала электродвигателя ω_1 , скорость вращения вала ω_2 , натяжение в рассматриваемой зоне F . Регулируемой величиной является натяжение F . На объект воздействуют три возмущения: момент сопротивления на вал электродвигателя M_c , скорость транспортирования V_1 , натяжение в соседней зоне F_c . В работах [7, 8] натяжение F_c содержит в себе постоянную составляющую и периодическую $F_c(s) = M_0 + M_1 \sin(\omega t)$ с частотой $\omega = \sqrt{0.125}$, которые компенсируются далее за счет построения системы управления с селективной инвариантностью к гармонической составляющей возмущения. В рамках настоящей работы такая задача решаться не будет, поэтому в этом случае $F_c(s) = M_0$. Если обозначить вектор состояния как $x = (i_{\text{я}} \ \omega_1 \ M_y \ \omega_2 \ F)^T$, где M_y – упругий момент, а вектор возмущений как $f = (M_c \ V_1 \ F_c)$, то в пространстве состояний (1) исследуемый объект примет следующий вид:

$$A = \begin{pmatrix} -20 & -280 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & -0.357 & 0 & 0 \\ 0 & 2000 & 0 & -2000 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -205 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 200 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$G_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 5000 & 0 \end{pmatrix}, \quad G_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Численные значения матриц взяты из работы [7], но изменено математическое представление с теми же параметрами объекта, более удобными для последующего рассуждения. Для применения полиномиального метода синтеза необходимо найти полиномиальное разложение матричной передаточной функции объекта. Выполним переход по формуле (2) от описания объекта в пространстве состояний к описанию в виде МПФ, при «знаменателе» ПМО объекта $D(s) = s^5 + 22s^4 + 1094s^3 + 20388s^2 + 64560s + 56000$ получим МПФ вида

$$W_u(s) = (200s(s^2 + 914)(s + 2)100(s^2 + 200)(s + 2)20\,000(s + 2)4\,100\,000)^T D^{-1}(s).$$

$$W_f(s) = \begin{pmatrix} \frac{19\,992}{s^4 + 20s^3 + 1054s^2 + 18\,280s + 28\,000} & 0 & 0 \\ \frac{-0.2(357s + 7140)}{s^4 + 20s^3 + 1054s^2 + 18\,280s + 28\,000} & 0 & 0 \\ \frac{-0.1(s^3 + 20s^2 + 854s + 14\,280)}{s^4 + 20s^3 + 1054s^2 + 18\,280s + 28\,000} & 0 & 0 \\ \frac{0.5(41s^3 + 820s^2 + 35\,014s + 585\,480)}{s^5 + 22s^4 + 1094s^3 + 20\,388s^2 + 64\,560s + 56\,000} & \frac{5000}{s + 2} & 1 \end{pmatrix}.$$

Объект управления имеет один вход $m=1$ и четыре выхода $p=4$, поэтому для задания полюсов замкнутой системы используем характеристическую матрицу $C(s)$ меньшей размерности. Для одного входа характеристическая матрица скалярная, т. е. является характеристическим полиномом. Для решения матричного полиномиального уравнения (5) найдем правое ПМО объекта, в данном случае $W_u(s) = N(s)D^{-1}(s)$, где «числитель» ПМО объекта

$$N(s) = (200s(s^2 + 914)(s + 2)100(s^2 + 200)(s + 2)20\,000(s + 2)4\,100\,000)^T.$$

Найдем решение *первой поставленной задачи* – задание требуемого расположения полюсов. Минимальный порядок полиномиального регулятора, необходимый для решения матричного полиномиального уравнения (5), – первый, т. е. $q=1$. Для того чтобы регулятор содержал полином $Q(s) = s^2 + \sqrt{\omega}$, его порядок должен быть вторым, т. е. $q=2$, что больше минимального и, следовательно, допустимо. Составим систему уравнений (6) при порядке объекта («знаменатель» ПМО скалярный, поэтому его порядок совпадает с порядком объекта) $k=5$ и порядке регулятора $q=2$:

$$D_5=1, \quad D_4=22, \quad D_3=1094, \quad D_2=20\,388, \quad D_1=64\,560, \quad D_0=56\,000;$$

$$N_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad N_4 = \begin{pmatrix} 200 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad N_3 = \begin{pmatrix} 400 \\ 100 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad N_2 = \begin{pmatrix} 182\,800 \\ 200 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$N_1 = \begin{pmatrix} 365\,600 \\ 20\,000 \\ 20\,000 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad N_0 = 10^5 \begin{pmatrix} 0 \\ 0.4 \\ 0.4 \\ -41 \end{pmatrix}.$$

Составим матрицу Сильвестра $\mathfrak{S} = \text{diag}(G, G, G)$. Матрица коэффициентов регулятора $\mathfrak{R} = (\tilde{Y}_2 \ \tilde{X}_2 \ \tilde{Y}_1 \ \tilde{X}_1 \ \tilde{Y}_0 \ \tilde{X}_0)$, $\tilde{Y}_i = \tilde{y}_i^{1,1}$, $\tilde{X}_i = (\tilde{x}_i^{1,1} \ \tilde{x}_i^{1,2} \ \tilde{x}_i^{1,3} \ \tilde{x}_i^{1,4})$, где $i = 0, 1, 2$. Характеристический полином замкнутой системы седьмого порядка $k + n = 7$, зададим его с кратными корнями $C(s) = (s + q)^7$, тогда

$$\aleph = (1 \ 7q \ 21q^2 \ 35q^3 \ 35q^4 \ 21q^5 \ 7q^6 \ q^7).$$

В системе уравнений (6) матрица Сильвестра \mathfrak{S} имеет размер 15×8 , а ее ранг равен $\text{rank}(\mathfrak{S}) = 8$, поэтому она содержит семь линейно зависимых строк, которые соответствуют свободным параметрам регулятора в матрице \mathfrak{R} . Так как матрица Сильвестра содержит линейно зависимые строки, то найдем общее решение матричного полиномиального уравнения (5) путем перехода к решению системы линейных алгебраических уравнений (7). Для этого выберем один из возможных базисных миноров (например, состоящий из строк $\{1, 2, 5, 7, 10, 12, 13, 15\}$), тогда

$$\mathfrak{S}_1 = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 5 \\ 7 \\ 10 \\ 12 \\ 13 \\ 15 \end{array} \left| \begin{array}{cccccccc} 1 & 22 & 1094 & 20388 & 64560 & 56000 & 0 & 0 \\ 0 & 200 & 400 & 182800 & 365600 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4100000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 200 & 400 & 182800 & 365600 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4100000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 200 & 400 & 182800 & 365600 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 200 & 20000 & 40000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4100000 \end{array} \right\},$$

где для наглядности слева от матрицы показаны номера строк \mathfrak{S} . Тогда матрица линейно зависимых строк будет следующая:

$$\bar{\mathfrak{S}} = \begin{array}{c} 3 \\ 4 \\ 6 \\ 8 \\ 9 \\ 11 \\ 14 \end{array} \left| \begin{array}{cccccccc} 0 & 0 & 100 & 200 & 20000 & 40000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 20000 & 40000 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 22 & 1094 & 20388 & 64560 & 56000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 & 200 & 20000 & 40000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 20000 & 40000 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 22 & 1094 & 20388 & 64560 & 56000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 20000 & 40000 \end{array} \right\}.$$

Матрица коэффициентов регулятора

$$\mathfrak{R} = (y_2^{1,1} \ x_2^{1,1} \ x_2^{1,2} \ x_2^{1,3} \ x_2^{1,4} \ y_1^{1,1} \ x_1^{1,1} \ x_1^{1,2} \ x_1^{1,3} \ x_1^{1,4} \ y_0^{1,1} \ x_0^{1,1} \ x_0^{1,2} \ x_0^{1,3} \ x_0^{1,4}).$$

Составим из нее матрицы основных и свободных параметров регулятора

$$\mathfrak{R}_1 = \begin{pmatrix} y_2^{1,1} & x_2^{1,1} & x_2^{1,4} & x_1^{1,1} & x_1^{1,4} & x_0^{1,1} & x_0^{1,2} & x_0^{1,4} \end{pmatrix}, \quad \bar{\mathfrak{R}} = \begin{pmatrix} x_2^{1,2} & x_2^{1,3} & y_1^{1,1} & x_1^{1,2} & x_1^{1,3} & y_0^{1,1} & x_0^{1,3} \end{pmatrix}.$$

В качестве части свободных параметров были выбраны $y_1^{1,1}$ и $y_0^{1,1}$ целенаправленно для того, чтобы была возможность задать полюса знаменателю регулятора в соответствии с $Q(s)$.

Так как $Q(s) = s^2 + \omega$, а знаменатель регулятора равен $Y(s) = y_2^{1,1}s^2 + y_1^{1,1}s + y_0^{1,1}$, то для их равенства необходимо взять при $y_2^{1,1} = 1$ свободные параметры $y_1^{1,1} = 0$ и $y_0^{1,1} = \omega$. Таким образом, получим $Y(s) = Q(s)$. Подставим в $\bar{\mathfrak{R}}$ найденные свободные параметры знаменателя регулятора, тогда

$$\bar{\mathfrak{R}} = \begin{pmatrix} x_2^{1,2} & x_2^{1,3} & 0 & x_1^{1,2} & x_1^{1,3} & \omega & x_0^{1,3} \end{pmatrix}.$$

Далее решим уравнение (7), в результате получим регулятор со свободными параметрами, который подставим в (5) и получим желаемую характеристическую матрицу $C(s) = (s + q)^7$. Сам регулятор, зависящий от свободных параметров, приводить не будем из-за громоздкости. Полученный регулятор решает первую поставленную задачу, а именно выполняет требуемое расположение полюсов в замкнутой системе.

Найдем решение **второй задачи** – астатизм по заданию. В уравнении (3) неизвестным является только числитель регулятора в прямой связи $Z(s)$, который зададим таким образом, чтобы числитель передаточной функции между четвертым заданием и четвертым выходом равнялся единице $\text{num}\left(W_{y_4}^{v_4}(s)\right) = 1$. Так как знаменатель регулятора $R_1(s)$ уже известен и равен $Y(s)$, то числитель найдем из вектора-столбца $N(s)C^{-1}(s)$, где элемент четвертой строки и первого столбца равен $-4100\,000C^{-1}(s)$, тогда при $Z(s) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -4100\,000^{-1}q^7 \end{pmatrix}^T$ получим $\text{num}\left(W_{y_4}^{v_4}(s)\right) = 1$. Полученный регулятор решает задачу астатизма по заданию.

Найдем решение **третьей задачи** – астатизм по возмущению. В матрице коэффициентов свободных параметров $\bar{\mathfrak{R}}$ осталось пять неиспользуемых свободных параметров, откуда можно предположить, что удастся изменить пять коэффициентов в числителях трех передаточных функций по возмущению. Матричная передаточная функция по возмущению может быть получена по формуле (4). Полиномы числителей передаточных функций по возмущению и

четвертому выходу запишем в следующем виде: $\text{num}\left(W_{f_j}^{y_4}(s)\right) = \sum_{i=0}^{n_j} w_i^{f_j} s^i$, где

$$n_1 = 5, \quad n_2 = n_3 = 7.$$

Составим систему линейных алгебраических уравнений, состоящую из младших коэффициентов полиномов числителей $w_i^{f_k}$:

$$\left\{ \begin{array}{l} w_1^{f_1} = 0 \rightarrow 1\,024\,590q^3 - 1\,229\,508q^2 - 186\,475\,380q + \\ + 53\,278\,680 - 2\,927\,400x_1^{1,2} = 0, \\ w_1^{f_2} = 0 \rightarrow 10^7 \left(\begin{array}{l} 7q^4 - 14q^3 - 3822q^2 + 18\,6343.2 + \\ + 20x_0^{1,3} + 14\,280x_2^{1,2} - 4000x_2^{1,3} \end{array} \right) = 0, \\ w_1^{f_3} = 0 \rightarrow 10^3 \left(\begin{array}{l} 14q^4 - 28q^3 - 7644q^2 + 5096q + \\ + 372\,686.4 + 40x_0^{1,3} + 28\,560x_2^{1,2} \end{array} \right) = 0, \\ w_0^{f_1} = 0 \rightarrow 1435q^4 - 2870q^3 - 168\,756q^2 + 112\,504q + \\ + 7\,462\,656 - 82 \cdot 10^4 x_2^{1,3} = 0, \\ w_0^{f_2} = 0 \rightarrow 10^5 \left(\begin{array}{l} 350q^4 + 2499q^3 - 194\,938.8q^2 - 45\,818q + \\ + 9\,483\,508 + 1000x_0^{1,3} - 7140x_1^{1,2} + \\ + 2000x_1^{1,3} + 714\,000x_2^{1,2} - 200\,000x_2^{1,3} \end{array} \right) = 0, \\ w_0^{f_3} = 0 \rightarrow 20 \left(\begin{array}{l} 350q^4 + 2499q^3 - 194\,938.8q^2 - \\ - 45\,818q + 9\,483\,508 + 1000x_0^{1,3} - \\ - 7140x_1^{1,2} + 2000x_1^{1,3} + 714\,000x_2^{1,2} - 200\,000x_2^{1,3} \end{array} \right) = 0. \end{array} \right.$$

В полученной системе уравнений пятое и шестое уравнения линейно зависимы. Решив ее, получим

$$x_2^{1,2} = 0.21q^2 - 0.14q - 10.5,$$

$$x_2^{1,3} = 5 \cdot 10^{-5} (35q^4 - 70q^3 - 4116q^2 + 2744q + 182\,016),$$

$$x_1^{1,2} = 7 \cdot 10^{-2} (5q^3 - 6q^2 - 910q + 260), \quad x_1^{1,3} = -x_1^{1,2}, \quad x_0^{1,3} = 0.$$

Таким образом, получен астатизм второго порядка по всем возмущениям. Астатизм по заданию и возмущению является решением третьей поставленной

задачи. Приведем передаточные функции синтезированных регуляторов, которые для краткости приведены в следующем виде:

$$Z(s) = (Z_1(s) \ Z_2(s) \ Z_3(s) \ Z_4(s)), \quad X(s) = (X_1(s) \ X_2(s) \ X_3(s) \ X_4(s)),$$

где $Z_1(s) = Z_2(s) = Z_3(s) = 0$, $Z_4(s) = -4 \cdot 100\,000^{-1} q^7$,

$$X_1(s) = 200^{-1}((22 - 7q)s^2 + (s + 20)\omega),$$

$$X_2(s) = -0.07((-3q^2 + 2q + 150)s^2 + (-5q^3 + 6q^2 + 910q - 260)s + 20\omega),$$

$$X_3(s) = \frac{(7(5q^4 - 10q^3 - 588q^2 + 392q) + 182\,016)s^2 - 7 \cdot 10^3(q^3 - 1.2q^2 - 182q + 52)s}{20\,000},$$

$$X_4(s) = -41^{-1}10^{-5}((21q^5 - 70q^4 + 140q^3 - 168q^2 + 112q - 32)s^2 + 7q^6s + q^7).$$

Ниже приведем структурную схему синтезированной системы управления в среде Matlab Simulink, показанную на рис. 2. Реакцию на задание проверим, подав на вход v_4 единичный ступенчатый сигнал. На входы, соответствующие возмущающим сигналам, подадим единичные ступенчатые сигналы, а также линейно нарастающие сигналы.

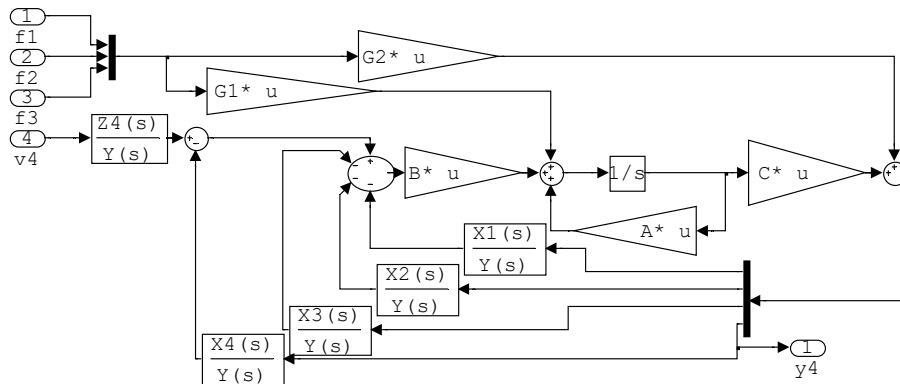


Рис. 2. Структурная схема синтезированной системы управления в пакете Matlab Simulink

Fig. 2. Structural scheme of the control system synthesized in the Matlab Simulink package

Приведем графики переходных процессов синтезированной системы автоматического управления при кратных вещественных полюсах на удалении от мнимой оси, равном $q = 10$.

На рис. 3 показаны графики переходных процессов. На рис. 3, б видно, что достигнут астатизм по задающему сигналу, на рис. 3, б, в – что достигнут астатизм второго порядка по всем трем возмущениям. Следовательно, все поставленные задачи были выполнены.

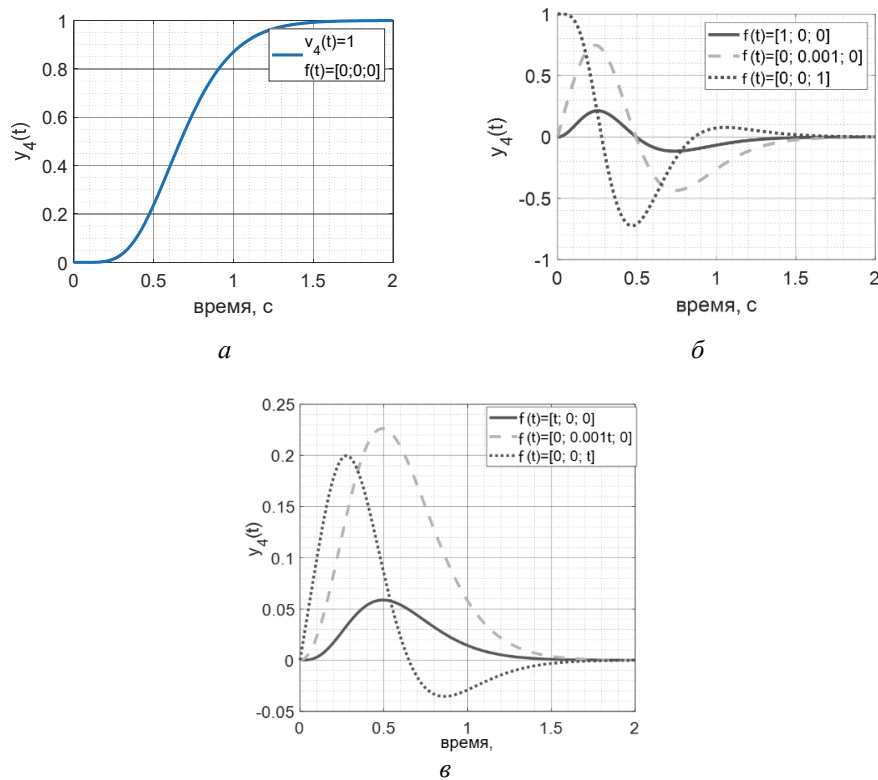


Рис. 3. Реакция выхода $y_4(s)$ на задающее и возмущающее воздействия:

a – реакция на единственный ступенчатый сигнал задания; b – реакция на ступенчатый сигнал возмущения; c – реакция на линейно возрастающий сигнал возмущения

Fig. 3. Output response $y_4(s)$ to reference and disturbing signals:

a – response to a unit reference step signal; b – response to a step by step disturbing signal; c – response to a ramp disturbing signal

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнен синтез системы автоматического управления электромеханической системы регулирования натяжения в зоне транспортирования материала поточной линии с применением полиномиального метода синтеза для объектов с меньшим количеством входов по сравнению с количеством выходов. Это позволило рассчитать регулятор второго порядка, обеспечивающий астатизм по заданию и астатизм второго порядка по возмущению. Для этого синтезируемая система управления рассматривалась как многоканальная с четырьмя заданиями v_1, v_2, v_3, v_4 и четырьмя выходами y_1, y_2, y_3, y_4 . При этом регулируемой величиной был только выход y_4 – натяжение в зоне транспортирования, а задания – $v_1 = v_2 = v_3 = 0$. Четыре сигнала задания при одной регулируемой величине обусловлены применением методики синтеза регуляторов, разработанной для многоканальных объектов, к одноканальному объекту, что позволяет учитывать внутренние связи объекта более полно и повышать качественные характеристики

системы управления. Передаточная функция по заданию на натяжение не содержит нулей, а полюса – кратные в соответствии с желаемыми. Передаточные функции по всем возмущениям содержат по два корня полиномов числителя, равных нулю, что придает системе астатизм второго порядка по возмущению. Также все регуляторы получены аналитически и имеют явную зависимость от переменной q , определяющей желаемое расположение кратных полюсов замкнутой системы, что позволяет изменить динамические параметры системы управления без дополнительных расчетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воевода А.А., Чехонадских А.В., Шоба Е.В. Модальный метод синтеза с использованием полиномиального разложения: разделение движений при стабилизации трехмассовой системы // Научный вестник НГТУ. – 2011. – № 2 (43). – С. 39–46.
2. Шоба Е.В. Модальный метод синтеза многоканальных динамических систем с использованием полиномиального разложения: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01. – Новосибирск, 2013. – 192 с.
3. Вороной В.В. Полиномиальный метод расчета многоканальных регуляторов пониженного порядка: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01. – Новосибирск, 2013. – 173 с.
4. Бобобеков К.М. Полиномиальный метод синтеза многоканальных регуляторов с использованием матрицы Сильвестра: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01. – СПб., 2019. – 168 с.
5. Малышенко А.М. Системы автоматического управления с избыточной размерностью вектора состояния. – Томск: Изд-во ТПУ, 2005. – 302 с.
6. Шрейнер Р.Т. Системы подчиненного регулирования электроприводов. В 2 ч. Ч. 1. – Екатеринбург: Изд-во УГТУ-УПИ, 1997. – 279 с.
7. Гайдук А.Р. Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (полиномиальный подход). – М.: Физматлит, 2012. – 360 с.
8. Гайдук А.Р. Синтез селективно инвариантных систем // Вестник ИГЭУ. – 2017. – № 1. – С. 46–54.
9. Тютиков В.В., Тарарыкин С.В. Робастное модальное управление технологическими объектами. – Иваново: ИГЭУ, 2006. – 255 с.
10. Тарарыкин С.В., Тютиков В.В. Робастное модальное управление динамическими системами // Автоматика и телемеханика. – 2002. – № 5. – С. 41–55.
11. Модальное управление взаимосвязанными электроприводами с упругими звеньями и зазорами в кинематических передачах / В.А. Иванков, С.В. Тарарыкин, В.В. Тютиков, Е.В. Красильникьянц // Вестник ИГЭУ. – 2006. – № 3. – С. 43–48.
12. Воевода А.А., Филушов В.Ю., Шипагин В.И. Полиномиальный метод синтеза регуляторов для частного случая многоканальных объектов с одной входной переменной и несколькими выходными // Безопасность цифровых технологий. – 2021. – № 3 (102). С. 21–42. – DOI: 10.17212/2782-2230-2021-3-21-42.
13. Воевода А.А., Филушов В.Ю. Многоконтурная система подчиненного регулирования в многоканальном неквадратном представлении // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2021. – № 2 (76). – С. 90–101.
14. Voevoda A.A., Filiushov V.Yu., Bobobekov K.M. Polynomial matrix and multiloop control methods synthesis comparison for a DC Drive // 2021 International Russian Automation Conference (RusAutoCon). – Sochi, Russian Federation, 2021. – P. 917–923.
15. Воевода А.А., Филушов В.Ю. Полиномиальное матричное разложение при синтезе неквадратных САУ // Системы анализа и обработки данных. – 2021. – № 1 (81). – С. 21–38.
16. Воевода А.А., Вороной В.В. Полиномиальный метод расчета многоканальных регуляторов заданной структуры // Научный вестник НГТУ. – 2013. – № 2 (51). – С. 214–218.
17. Chen C.T. Linear system theory and design. – 2nd ed. – New York: Oxford University Press, 1999. – 334 p.
18. Vidyasagar M. Control system synthesis: a factorization approach. Pt. 1. – San Rafael, CA: Morgan and Claypool Publ., 2011. – 184 p.
19. Vidyasagar M. Control system synthesis: a factorization approach. Pt. 2. – San Rafael, CA: Morgan and Claypool Publ., 2011. – 227 p.
20. Antsaklis P.J., Michael A.N. Linear systems. – New York: McGraw-Hill, 1997. – 670 p.

Филишов Владислав Юрьевич, ассистент Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – синтез многоканальных систем. Имеет более 30 печатных работ. E-mail: filiushov.vladislav@gmail.com

Filyushov Vladislav Yu., teaching assistant, Novosibirsk State Technical University. His research interests include multichannel systems synthesis. He has more than 30 publications. E-mail: filiushov.vladislav@gmail.com

DOI: 10.17212/2782-2001-2022-1-93-108

The polynomial method of controller synthesis based on reference and disturbing signals*

V. Yu. FILIUSHOV

Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation

filiushov.vladislav@gmail.com

Abstract

Linear controlled objects with one input and one output (single input - single output, SISO), and objects with multiple inputs and multiple outputs (multi-input – multi-output, MIMO) have different formalized controller synthesis algorithms. At the same time, objects with an unequal number of inputs and outputs, in many cases, are built by the developer intuitively, when changing the existing calculation algorithms for each control object, therefore, the development of a formalized calculation algorithm for this type of objects is relevant. Within the framework of this work, it is proposed to extend the synthesis technique for multichannel objects, which is the polynomial synthesis technique, to objects with a smaller number of inputs compared to the number of outputs, namely, to objects with one input and several outputs (single input – multi-output, SIMO).

The reasoning developed in the work is an example of calculating an electromechanical tension control system in the material transportation zone of the production line, which has one input – the voltage supplied to the electric motor and four outputs – the armature current, the rotation speed of the electric motor shaft, the rotation speed of the roll, the tension in the zone under consideration and the elastic moment. The tension in the considered zone is an adjustable coordinate. The use of the polynomial synthesis method for objects with a non-square matrix function made it possible to place the poles of a closed system in a given position, and the transfer function does not contain zeros according to the assignment. It was also possible to set the disturbance-stimulated zeros of the closed system in such a way that a second-order astatism is obtained.

Keywords: polynomial synthesis method, polynomial matrix decomposition, synthesis, multichannel controller, electromechanical system, disturbing rejection, astatism, disturbing compensation

REFERENCES

1. Voevoda A.A., Chekhonadskikh A.V., Shoba E.V. Modal'nyi metod sinteza s ispol'zovaniem polinomial'nogo razlozheniya: razdelenie dvizhenii pri stabilizatsii trekhmassovoi sistemy [Modal synthesis method using a polynomial decomposition: the separation of motions in the stabilization of the three-mass plant]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2011, no. 2 (43), pp. 39–46.
2. Shoba E.V. *Modal'nyi metod sinteza mnogokanal'nykh dinamicheskikh sistem s ispol'zovaniem polinomial'nogo razlozheniya*. Diss. kand. tekhn. nauk [The modal method for the synthesis of multi-channel dynamic systems using a polynomial expansion. PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2013. 192 p.
3. Voronoi V.V. *Polinomial'nyi metod rascheta mnogokanal'nykh regulyatorov ponizhennogo poryadka*. Diss. kand. tekhn. nauk [Design of multi-channel reduced degree controllers. PhD eng. sci. diss.]. Novosibirsk, 2013. 173 p.
4. Bobobekov K.M. *Polinomial'nyi metod sinteza mnogokanal'nykh regulyatorov s ispol'zovaniem matritsy Sil'vestra*. Diss. kand. tekhn. nauk [Polynomial control method for multi-channel dynamic system by Sylvester matrix. PhD eng. sci. diss.]. St. Petersburg, 2019. 168 p.

* Received 18 August 2021.

5. Malysenko A.M. *Sistemy avtomaticheskogo upravleniya s izbytochnoi razmernost'yu vektora upravleniya* [Automatic control systems with redundant dimension of control vector]. Tomsk, Tomsk Polytechnic University Publ., 2005. 302 p.
6. Shreiner R.T. *Sistemy podchinennogo regulirovaniya elektroprivodov*. V 2 ch. Ch. 1 [Subordinate control systems. In 2 pt. Pt. 1]. Ekaterinburg, UGTU-UI Publ., 1997. 279 p.
7. Gaiduk A.R. *Teoriya i metody analiticheskogo sinteza sistem avtomaticheskogo upravleniya (polinomial'nyi podkhod)* [The theory and methods of analytical synthesis of automatic control systems (polynomial approach)]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2012. 360 p.
8. Gaiduk A.R. Sintez selektivno invariantnykh sistem [Design of selectively invariant control systems]. *Vestnik Ivanovskogo gosudarstvennogo energeticheskogo universiteta = Vestnik of Ivanovo State Power Engineering University*, 2017, no. 1, PP. 46–54.
9. Tyutikov V.V., Tararykin S.V. *Robustnoe modal'noe upravlenie tekhnologicheskimi ob"ektami* [Robust modal control of the technological plants]. Ivanovo, ISPU Publ., 2006. 255 p.
10. Tararykin S.V., Tyutikov V.V. A robust model control for dynamic systems. *Automation and Remote Control*, 2002, vol. 63, no. 5, pp. 730–742. DOI: 10.1023/A:1015489719323. Translated from *Avtomatika i telemekhanika*, 2002, no. 5, pp. 41–55.
11. Ivankov V.A., Tararykin S.V., Tyutikov V.V., Krasilnikyants E.V. Modal'noe upravlenie vzaimosvyazannymi elektroprivodami s uprugimi zven'yami i zazorami v kinematicheskikh peredachakh [Modal control of interconnected electrical drives with bumping links and gaps in kinematic transmissions]. *Vestnik Ivanovskogo gosudarstvennogo energeticheskogo universiteta = Vestnik of Ivanovo State Power Engineering University*, 2006, no. 3, pp. 43–48.
12. Voevoda A.A., Filiushov V.Yu., Shipagin V.I. Polinomial'nyi metod sinteza regulyatorov dlya chastnogo sluchaya mnogokanal'nykh ob"ektov s odnoi vkhodnoi peremennoi i neskol'kimi vykhodnymi [Polynomial method for the synthesis of regulators for the special case of multichannel objects with one input variable and several output values]. *Bezopasnost' tsifrovyykh tekhnologii = Digital Technology Security*, 2021, no. 3 (102), pp. 21–42. DOI: 10.17212/2782-2230-2021-3-21-42.
13. Voevoda A.A., Filiushov V.Yu. Mnogokonturnaya sistema podchinennogo regulirovaniya v mnogokanal'nom nekvadratnom predstavlenii [Multiloop subordinate control system in the non-square multivariable representation]. *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta = Vestnik of Ryazan State Radio Engineering University*, 2021, no. 2 (76), pp. 90–101.
14. Voevoda A.A., Filiushov V.Yu., Bobobekov K.M. Polynomial matrix and multiloop control methods synthesis comparison for a DC Drive // 2021 International Russian Automation Conference (RusAutoCon), Sochi, Russian Federation, 2021, pp. 917–923.
15. Voevoda A.A., Filiushov V.Yu. Polinomial'noe matrichnoe razlozhenie pri sinteze nekvadratnykh SAU [Polynomial matrix decomposition for the synthesis of non-square control systems]. *Sistemy analiza i obrabotki dannykh = Analysis and Data Processing Systems*, 2021, no. 1 (81), pp. 21–38.
16. Voevoda A.A., Voronoi V.V. Polinomial'nyi metod rascheta mnogokanal'nykh regulyatorov zadannoi struktury [Polynomial method for calculating multi-channel controllers of a given structure]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Science bulletin of the Novosibirsk state technical university*, 2013, no. 2 (51), pp. 214–218.
17. Chen C.T. *Linear system theory and design*. 2nd ed. New York, Oxford University Press, 1999. 334 p.
18. Vidyasagar M. *Control system synthesis: a factorization approach*. Pt. 1. San Rafael, CA, Morgan and Claypool Publ., 2011. 184 p.
19. Vidyasagar M. *Control system synthesis: a factorization approach*. Pt. 2. San Rafael, CA, Morgan and Claypool Publ., 2011. 227 p.
20. Antsaklis P.J., Michael A.N. *Linear systems*. New York, McGraw-Hill, 1997. 670 p.

Для цитирования:

Филушов В.Ю. Полиномиальный метод синтеза регуляторов по задающему и возмущающим воздействиям // Системы анализа и обработки данных. – 2022. – № 1 (85). – С. 93–108. – DOI: 10.17212/2782-2001-2022-1-93-108.

For citation:

Filiushov V.Yu. Polynomial'nyi metod sinteza regulyatorov po zadayushchemu i vozmushchayushchim vozdeystviya [The polynomial method of controller synthesis based on reference and disturbing signals]. *Sistemy analiza i obrabotki dannykh = Analysis and Data Processing Systems*, 2022, no. 1 (85), pp. 93–108. DOI: 10.17212/2782-2001-2022-1-93-108.