ISSN 2782-2001
Системы анализа
и обработки данных
том 86, № 2, 2022, с. 95–104

http://journals.nstu.ru/vestnik
Analysis and data
processing systems
Vol. 86, No. 2, 2022, pp. 95–104

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

INFORMATION TECHNOLOGIES AND TELECOMMUNICATIONS

УДК 519.854.3-6 DOI: 10.17212/2782-2001-2022-2-95-104

Анализ функции, формирующей алгебраическую систему в параметрической идентификации*

Г.П. ЧИКИЛЬДИН[a], **А.А. МИЗЮКАНОВА**[b]

630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет

[a] *chikildin@gmail.com* [b] *mizyukanova.anna@gmail.com*

Постановка многих задач для современных промышленных систем полностью или частично сводится к задаче параметрической идентификации динамических объектов. Успешность решения таких задач во многом зависит от наличия и объема информации, в качестве которой используются измеренные, как правило, с помехами входные и выходные сигналы объекта управления. Однако решение задачи идентификации требует наличия и производных измеренных сигналов, получение которых при помощи численного дифференцирования представляет собой некорректно поставленную задачу.

В настоящей статье рассматривается задача параметрической идентификации, в которой оценивание параметров математической модели линейного динамического объекта по экспериментально полученным значениям входного и выходного сигналов сводится к решению линейной алгебраической системы, формируемой посредством интегральных операторов свертки с аналитически заданными формирующими функциями.

Предлагается подход к решению проблемы численного дифференцирования путем использования в процессе формирования системы линейных алгебраических уравнений операции интегрирования по частям. Однако чтобы указанная операция с точки зрения идентификации была корректна, необходимо, чтобы используемые формирующие функции удовлетворяли определенным требованиям поведения как во временной, так и в частотной областях.

Таким образом, ключевой задачей при формировании системы линейных алгебраических уравнений является выбор линейно независимых функций, формирующих эту систему.

В работе предлагается такая формирующая функция. Проведен детальный анализ ее свойств и свойств ее производных. Получены результаты тестирования, иллюстрирующие корректность использования операции интегрирования по частям вместо численного дифференцирования измеренных сигналов применительно к задаче идентификации.

Целью работы является исследование особенностей формирования алгебраической системы уравнений в параметрической идентификации, детальный анализ свойств функций, формирующих данную систему алгебраических уравнений, в том числе исследование влияния корректирующих параметров этих функций для установления рекомендаций по их выбору.

* *Статья получена 13 января 2022 г.*

Ключевые слова: параметрическая идентификация, объект управления, дифференцирование сигналов, алгебраическая система уравнений, формирующая функция, численные методы, интегрирование по частям, метод наименьших квадратов

ВВЕДЕНИЕ

Основной проблемой в решении задачи параметрической идентификации динамических объектов является измерение производных входного и выходного сигналов идентифицируемого объекта, представляющих собой априорную информацию.

Теоретически существует возможность получения производных сигнала посредством нерекурсивных дифференцирующих фильтров. Однако эти фильтры физически нереализуемы, и их искусственное использование предполагает наличие полной конечной реализации сигнала, подлежащего дифференцированию, что не всегда возможно.

Для замены операции дифференцирования сигналов при формировании алгебраической системы уравнений предлагается использовать известную в математике операцию интегрирования по частям. Многократное применение этой операции позволяет заменить процедуры явного вычисления производных сигналов аналитическим дифференцированием некоторых линейно независимых формирующих функций. Но для корректности использования операции интегрирования по частям формирующие функции и их производные (с точки зрения идентификации) должны удовлетворять определенным свойствам: на концах интервала интегрирования они должны быть равны нулю, а их амплитудные спектры должны быть близки к амплитудно-частотным характеристикам полосовых фильтров с разнесенными полосами пропускания, что дополнительно позволяет сглаживать помехи, искажающие измеренные сигналы входа и выхода идентифицируемого объекта.

В работе помимо выбора вида формирующей функции представлено исследование свойств этой функции и ее производных для корректного использования операции интегрирования по частям при формирования алгебраической системы в параметрической идентификации.

1. СОДЕРЖАТЕЛЬНАЯ И ФОРМАЛЬНАЯ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧИ

При решении задачи параметрической идентификации динамических объектов априорной информацией являются только измеренные с помехами $\delta x(t)$ и $\delta y(t)$ сигналы входа $x_*(t) = x(t) + \delta x(t)$ и выхода $y_*(t) = y(t) + \delta y(t)$ идентифицируемого объекта [1–3]. Возникает проблема многократного дифференцирования измеренных с помехами сигналов, что представляет собой некорректно поставленную задачу [4–6].

Теоретически существует возможность получения производных, например, посредством нерекурсивных дифференцирующих фильтров [7–9]. Однако эти фильтры физически нереализуемы, и их искусственное использование предполагает наличие полной конечной реализации сигнала, подлежащего дифференцированию, что не всегда имеет место быть.

Рассмотрим математическую модель объекта в виде дифференциального уравнения с известными порядками левой и правой частей [10]

$$y^{(l)}(t)+\sum_{j=1}^{l}a_j y^{(j-1)}(t)=\sum_{j=1}^{r+1}b_j x^{(j-1)}(t). \tag{1}$$

Задача параметрической идентификации сводится к определению (оцениванию) параметров a_j, $j\in[1,\ l]$, и b_j, $j\in[1,\ r+1]$ [1, 3, 11].

С учетом обозначений

$$a_j u_j(t)=a_j y^{(j-1)}(t),\quad j\in[1,\ l],$$

$$a_j u_j(t)=b_j[-x^{(j-1)}(t)],\quad j\in[l+1,\ r+1],\ \ u_0(t)=-y^{(l)}(t)$$

уравнение (1) преобразуем к виду

$$\sum_{j=1}^{n}a_j\cdot u_j(t)=u_0(t),\quad n=l+r+1, \tag{2}$$

где $u_j(t),\ j\in[1,\ n]$, $u_0(t)$ назовем координатами объекта [2].

В уравнении (2) необходимо определить n неизвестных коэффициентов a_j, $j\in[1,\ n]$, что требует формирования, как минимум, системы n алгебраических уравнений.

Умножим каждое слагаемое уравнения (2) на линейно независимые формирующие функции (ФФ) $w_i(t-\tau)$, $i\in[1,\ m_u]$, $m_u\ge n$ и проинтегрируем по τ в пределах $[0,\ t]$, получим

$$u_{ij}(t)=\int_0^t w_i(t-\tau)y^{(j-1)}(\tau)\,d\tau,\ \ i\in[1,\ m_u],\ j\in[1,\ n]. \tag{3}$$

Выражение (3) представляет собой систему $m_u\ge n$ линейных алгебраических уравнений относительно n искомых параметров a_j, $j\in[1,\ n]$, которую с учетом помех $\delta x(t)$ и $\delta y(t)$ можно записать в виде

$$\mathbf{U}_*\mathbf{a}=\mathbf{u}_{*0}+\delta\mathbf{v}, \tag{4}$$

где $\mathbf{U}_*=\left[u_{*ij},\ i\in[1,\ m_u],\ j\in[1,\ n]\right]$ – матрица координат объекта;

$\mathbf{a}=\left[a_j,\ j\in[1,\ n]\right]$ – вектор искомых параметров объекта;

$\mathbf{u}_{*0}=\left[u_{*0i},\ i\in[1,\ m_u]\right]$ – вектор правой части системы уравнений;

$\delta\mathbf{v}=\left[\delta v_i,\ i\in[1,\ m_u]\right]$ – неизмеримый вектор помехи.

2. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Применим в выражении (3) известную в математике операцию интегрирования по частям [12–14]. Суть ее в следующем. Если подынтегральная функция представлена в виде произведения двух дифференцируемых функций, то справедливо

$$\int_a^b u dv = uv_a^b - \int_a^b v du.$$

Многократная операция интегрирования по частям применительно к выражению (3) в общем случае выглядит следующим образом [3]:

$$u_{ij}(t) = \int_0^T w_i(T-\tau) y^{(j)}(\tau)\, d\tau =$$

$$= \sum_{r=0}^{j-1} w_i^{(r)}(T-\tau) y^{(j-1-r)}(\tau)\Big|_0^T + \int_0^T w_i^{(j)}(T-\tau) y(\tau)\, d\tau. \qquad (5)$$

Однако с точки зрения идентификации данный подход будет корректен, если в (5) слагаемое

$$\sum_{r=0}^{j-1} w_i^{(r)}(T-\tau) y^{(j-1-r)}(\tau)\Big|_0^T = 0\,,$$

что возможно лишь при условии

$$w_i^{(r)}(0) = w_i^{(r)}(T) = 0, \;\; i \in [1,\, m_u], \;\; r \in [0,\, j-1]. \qquad (6)$$

Из вышесказанного можно сделать вывод, что качество алгоритма идентификации во многом зависит от вида функций $w_i(t),\; i \in [1,\, m_u]$, формирующих алгебраическую систему уравнений; от длительности T интервала интегрирования, а также от количества m_u формируемых уравнений.

Поскольку в общем случае $m_u \geq n$, то после первой трансформации Гаусса алгебраическая система (4) преобразуется к виду

$$\mathbf{U}_*^{\mathbf{T}} \mathbf{U}_* \mathbf{a} = \mathbf{U}_*^{\mathbf{T}} \mathbf{u}_{*0} + \mathbf{U}_*^{\mathbf{T}} \delta \mathbf{v}\,. \qquad (7)$$

Для корректности описанного способа интегрирования по частям необходимо выполнение условия (6), что накладывает на ФФ и ее производные требование равенства нулю их значений на концах интервала интегрирования. В этом плане определенный интерес вызывает функция вида

$$w(t) = \left(\alpha^{(m+1)} \big/ m!\right) t^m e^{-\alpha t}, \quad m > l, \quad \alpha > 0, \qquad (8)$$

удовлетворяющая условиям $w(0) = 0, \;\; \lim\limits_{t \to \infty} w(t) = 0$.

Если ввести уровень усечения δ_w (например, $\delta_w = 0{,}01$ от $w_{\max}$), то можно определить эффективную длительность T_w функции (8) и положить $w(T_w) \approx 0$.

Производные функции (8) записывается в форме

$$w^{(r-1)}(t) = \alpha^{(r-1)} \sum_{i=1}^{r} b_{ri} v_i(t),\ r \in [1,\ l+1], \qquad (9)$$

где $b_{ri} = (-1)^{(r-1)}(r-1)!/[(r-1)! \cdot (i-1)!]$,

$v_i(t) = \left[\alpha^{(m+2-i)} / (m+1-i)!\right] t^{(m+1-i)} e^{-\alpha t}$.

Корректирующими параметрами функции (8) и ее производных (9), влияющими на их вид и расположение во временной и частотной областях, являются параметры α и m.

3. ХАРАКТЕРИСТИКИ ФОРМИРУЮЩИХ ФУНКЦИЙ И РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕСТИРОВАНИЯ

Для использования (8) и (9) в качестве ФФ в параметрической идентификации было исследование влияние корректирующих параметров на свойства ФФ во временной и в частотной областях. На рис. 1 приведены временные характеристики функции (9) и ее 4 производные на интервале определения при различных значениях корректирующих параметров α и m.

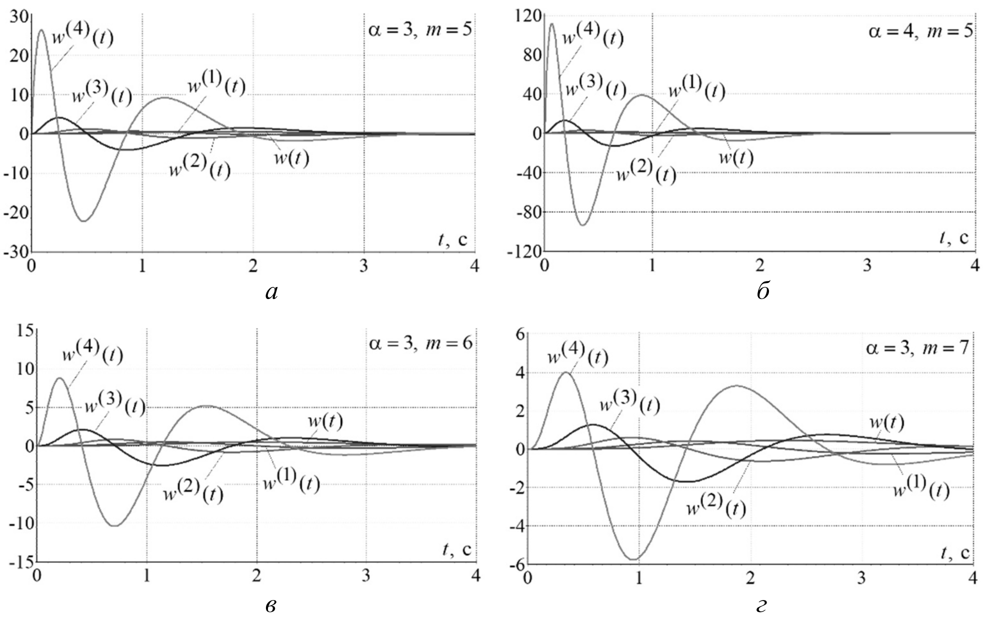

Рис. 1. Временные характеристики ФФ и ее производных

Fig. 1. Time response of the forming function and its derivatives

Рисунок 2 показывает влияние корректирующих параметров α и m функции (9) на спектральные характеристики.

Корректность использования операции интегрирования по частям с ФФ $w_i(t),\ i \in [1,\ m_u]$ для формирования алгебраической системы в параметрической идентификации (и, в частности, выполнение условий (6)) проиллюстрируем на следующем тесте.

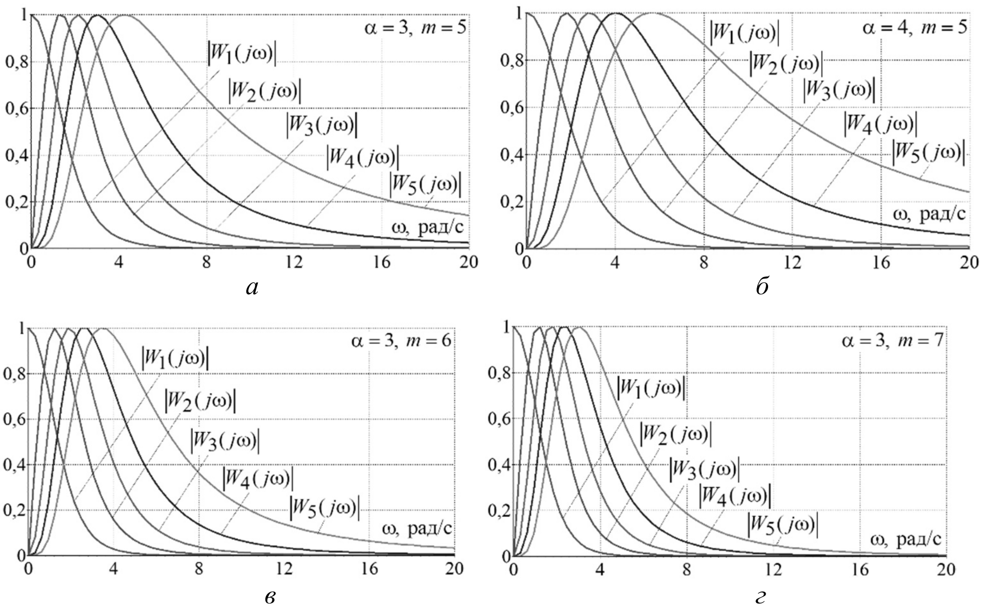

Рис. 2. Спектральные характеристики ФФ и ее производных

Fig. 2. Spectral response of the forming function and its derivatives

Рассмотрим некоторый сигнал $x(t)$, измеренный без помех, аналитическое выражение которого $x(t) = \sin(2t)$.

Согласно выражению (5) значения интегралов

$$F_{1r} = \int_0^T w(T-\tau)x^{(r)}(\tau)\,d\tau, \qquad F_{2r} = \int_0^T w^{(r)}(T-\tau)x(\tau)\,d\tau, \tag{10}$$

где r – номер производной, должны совпадать при выполнении условия (6).

Пусть длительность интервала интегрирования $T = T_x = T_w = (K_w - 1)\Delta t$, где T_x – длительность сигнала $x(t)$, T_w – эффективная длительность ФФ, Δt – шаг дискретизации по времени.

Выполнение условия (6) требует предварительного оценивания эффективной длительности ФФ.

Ввиду того, что старшая производная ФФ $w^{(n)}(t)$ имеет минимальную скорость затухания (см. рис. 1), представляется целесообразным эффективную длительность всех $w^{(r)}(t),\ r \in [0,\ n]$, определять по n-й производной.

Положим $n = 4$. Зададим $\Delta t = 0.01$ с, $\alpha = 3$, $m = 5$.

В табл. 1 приведены значения только $\left| w^{(r)}(T_w) \right|$, $r \in [0,\ 4]$, определяемые соответствующими уровнями усечения δ_w, поскольку известно, что $w^{(r)}(0) = 0,\ r \in [0,\ n]$.

Таблица 2 показывает выполнение равенств (10), где значения интегралов F_{1r} и F_{2r}, $r \in [1,\ 4]$, сравнивались в зависимости от уровня усечения δ_w для первых четырех производных сигнала $x^{(r)}(t)$ и ФФ $w^{(r)}(t)$, $r \in [0,\ 4]$.

Таблица 1

Table 1

Влияние δ_w на $\left|w^{(r)}(T_w)\right|$, $r \in [0,\ 4]$

The δ_w impact on $\left|w^{(r)}(T_w)\right|$, $r \in [0,\ 4]$

δ_w	T_w	$\left|w(T_w)\right|$	$\left|w^{(1)}(T_w)\right|$	$\left|w^{(2)}(T_w)\right|$	$\left|w^{(3)}(T_w)\right|$	$\left|w^{(4)}(T_w)\right|$
0.01	3.670	0.6688E-01	0.1095E+00	0.1545E+00	0.1582E+00	0.9458E-02
0.001	5.590	0.1728E-02	0.3638E-02	0.7383E-02	0.1428E-01	0.2585E-01
0.0001	6.840	0.1115E-03	0.2529E-03	0.5619E-03	0.1217E-02	0.2557E-02
0.00001	7.930	0.8873E-05	0.2102E-04	0.4911E-04	0.1128E-03	0.2543E-03

Из табл. 1 следует, что уменьшение уровня усечения δ_w приводит к росту эффективной длительности ФФ T_w, тем самым улучшая выполнение условия (6).

Таблица 2

Table 2

Влияние δ_w на значения интегралов F_{1r} и F_{2r}, $r \in [1,\ 4]$

The δ_w impact on integral values F_{1r} и F_{2r}, $r \in [1,\ 4]$

r	$\delta_{w1} = 0.01$		$\delta_{w2} = 0.001$		$\delta_{w3} = 0.0001$		$\delta_{w4} = 0.00001$	
	F_{1r}	F_{2r}	F_{1r}	F_{2r}	F_{1r}	F_{2r}	F_{1r}	F_{2r}
1	–0.55396	–0.55462	0.13229	0.13227	–0.49581	–0.49581	0.64548	0.64548
2	0.74786	0.88161	–1.30188	–1.29843	0.88225	0.88247	0.30824	0.30826
3	2.21583	1.99946	–0.52914	–0.53635	1.98324	1.98274	–2.58193	–2.58197
4	–2.99143	–3.22268	5.20753	5.21445	–3.52900	–3.53421	–1.23298	–1.23203

Из табл. 2 следует подтверждение того факта, что при использовании ФФ для обеспечения равенств (10) необходимо ориентироваться на поведение старшей производной. Так, при $r = 1$ и $\delta_w \le 0.001$ F_{1r} и F_{2r} совпадают с точностью до четырех знаков после запятой. В то же время при $r = 4$ наилучший вариант имеем для $\delta_w = 0.00001$.

ВЫВОДЫ

Приведенные временные характеристики показывают, что увеличение α приводит к их сжатию вдоль оси абсцисс, что и следовало ожидать, так как величина этого параметра определяет скорость затухания $(e^{-\alpha t})$. Увеличение m, наоборот, растягивает временную характеристику функции вдоль оси абсцисс.

По приведенным частотным характеристикам видно, что увеличение параметров α и m приводит к уменьшению диапазона расположения спектров ФФ.

По частотным характеристикам, подобно временным, видно, что чем меньше порядок производной ФФ n, тем быстрее приближается к нулю ее значение.

Таким образом, результаты тестового примера практически иллюстрируют выполнение условия (6), и, следовательно, функции (8) и (9) могут использоваться в качестве формирующих систему линейных алгебраических уравнений в параметрической идентификации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Эйкхофф П.* Основы идентификации систем управления: оценивание параметров и состояния. – М.: Мир, 1975. – 680 с.

2. *Гроп Д.* Методы идентификации систем: пер. с англ. – М.: Мир, 1979. – 302 с.

3. *Чикильдин Г.П.* Идентификация динамических объектов: учебное пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2017. – 88 с.

4. *Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.* Численные методы. – 6-е изд. – М.: БИНОМ, 2008. – 636 с.

5. *Демидович Б.И., Марон И.А.* Основы вычислительной математики. – М.: Наука, 1966. – 664 с.

6. *Чикильдин Г.П.* Вычислительная математика: учебное пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2004. – 112 с.

7. *Каппелини В., Константинидис А.Дж., Эмилиани П.* Цифровые фильтры и их применение: пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 360 с.

8. *Анисимов А.С.* Методы цифровой фильтрации: учебное пособие. – Новосибирск: НЭТИ, 1992. – 82 с.

9. *Кононов В.Т., Худяков Д.С., Чикильдин Г.П.* Цифровая фильтрация сигналов: учебное пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2008. – 64 с.

10. *Райбман Н.С., Чадеев В.М.* Построение моделей процессов производства. – М.: Энергия, 1975. – 376 с.

11. *Льюнг Л.* Идентификация систем. Теория для пользователя: пер. с англ. – М.: Наука, 1991. – 432 с.

12. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 2. – М.: Наука, 1966. – 800 с.

13. *Мышкис А.Д.* Лекции по высшей математике. – М.: Наука, 1964. – 608 с.

14. *Корн Г, Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1970. – 720 с.

15. *Двайт Г.Б.* Таблицы интегралов и другие математические формулы. – М.: Наука, 1973. – 228 с.

Чикильдин Геннадий Павлович, кандидат технических наук, доцент кафедры автоматики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – идентификация динамических объектов, вычислительная математика, цифровая обработка сигналов. E-mail: chikildin@gmail.com

Мизюканова Анна Александровна, магистрант первого года обучения кафедры автоматики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – параметрическая идентификация, численные методы. E-mail: mizyukanova.anna@gmail.com

Chikildin Gennady P., PhD (Eng.), associate professor, Department of Automation, Novosibirsk State Technical University. The main field of his scientific research is identification of dynamic objects, numerical mathematics, and digital signal processing. E-mail: chikildin@gmail.com

Mizyukanova Anna A., 1st year graduate student at the Automation Department, Novosibirsk State Technical University. The main field of her scientific research is parametric identification and numerical methods. E-mail: mizyukanova.anna@gmail.com

DOI: 10.17212/2782-2001-2022-2-95-104

*Analysis of the function that forms an algebraic system in parametric identification**

G.P. CHIKILDIN[a], *A.A. MIZYUKANOVA*[b]

Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation

[a] *chikildin@gmail.com* [b] *mizyukanova.anna@gmail.com*

Abstract

Problems formulation for modern industrial systems is completely or partially reduced to the problem of parametric identification of dynamic objects. Success of solving such problems largely depends on the availability and volume of a priori information, such as input and output signals of the control object measured with noise. However, the solution of identification problem also requires derivatives of measured signals, and the obtaining of its values by numerical differentiation is an ill-posed problem.

This paper considers the parametric identification problem, in which parameters estimation of a mathematical model of a linear dynamic object from experimentally obtained values of input and output signals is reduced to solving a linear algebraic system formed by integral convolution operators with analytically given forming functions.

An approach to solve the numerical differentiation problem by using integration by parts in a system of linear algebraic equations forming is proposed. However, for this operation to be correct from the point of view of identification it is necessary that the forming functions should satisfy certain requirements of behavior in both the time and frequency domains.

Thus, key task in the formation of a linear algebraic equation system is the choice of linearly independent functions that form this system.

The paper proposes such a forming function. A detailed analysis of its properties and properties of its derivatives is presented. Experimental results obtained illustrate the correctness of using an operation of integration by parts instead of numerical differentiation of measured signals relating to the identification problem.

The aim of the work is to study features of the formation of an algebraic system of equations, to analyze properties of the functions that form this system in detail, including the impact of correcting parameters of these functions and also to produce recommendations for their choice in parametric identification.

Keywords: parametric identification, plant, signal differentiation, algebraic system of equations, forming function, numerical methods, integration by parts, least square method

* *Received 13 January 2022.*

REFERENCES

1. Eykhoff P. *System identification: Parameter and state estimation*. London, John Wiley & Sons, 1974. 555 p. (Russ. ed.: Eikkhoff P. *Osnovy identifikatsii sistem upravleniya: otsenivanie parametrov i sostoyaniya*. Moscow, Mir Publ., 1975. 680 p.).

2. Graupe D. *Identification of systems*. Huntington, New York, Robert E. Krieger Publ., 1976. 287 p. (Russ. ed.: Grop D. *Metody identifikatsii sistem*. Moscow, Mir Publ., 1979. 302 p.).

3. Chikildin G.P. *Identifikatsiya dinamicheskikh ob"ektov* [Identification of dynamic objects]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2017. 88 p.

4. Bakhvalov N.S., Zhidkov N.P., Kobel'kov G.M. *Chislennye metody* [Numerical methods]. 6th ed. Moscow, BINOM Publ., 2008. 636 p.

5. Demidovich B.I., Maron I.A. *Osnovy vychislitel'noi matematiki* [Fundamentals of numerical mathematics]. Moscow, Nauka Publ., 1966. 664 p.

6. Chikildin G.P. *Vychislitel'naya matematika* [Numerical mathematics]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2004. 112 p.

7. Cappellini V., Constantinides A.G., Emilani P. *Digital filters and their applications*. London, 1978 (Russ. ed.: .Kappelini V., Konstantinidis A.Dzh., Emiliani P. *Tsifrovye fil'try i ikh primenenie*. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1983. 360 p.).

8. Anisimov A.S. *Metody tsifrovoi fil'tratsii* [Methods of digital filtering]. Novosibirsk, NETI Publ., 1992. 82 p.

9. Kononov V.T., Khudyakov D.S., Chikildin G.P. *Tsifrovaya fil'tratsiya signalov* [Digital signal filtering]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2008. 64 p.

10. Raibman N.S., Chadeev V.M. *Postroenie modelei protsessov proizvodstva* [Construction of models of production processes]. Moscow, Energiya Publ., 1975. 376 p.

11. Ljung L. *System identification: theory for the user*. New Jersey, Prentice Hall, 1987. 384 p. (Russ. ed.: L'yung L. *Identifikatsiya sistem. Teoriya dlya pol'zovatelya*. Moscow, Nauka Publ., 1991. 432 p.).

12. Fikhtengol'ts G.M. *Kurs differentsial'nogo i integral'nogo ischisleniya*. T. 2 [Course of differential and integral calculus. Vol. 2]. Moscow, Nauka Publ., 1966. 800 p.

13. Myshkis A.D. *Lektsii po vysshei matematike* [Lectures on mathematics]. Moscow, Nauka Publ., 1964. 608 p.

14. Korn G.A., Korn T.M. *Mathematical handbook for scientists and engineers: Definitions, theorems and formulas for reference and review*. New York, McGraw-Hill, 1961. (Russ. ed.: Korn G., Korn T. *Spravochnik po matematike dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov*. Moscow, Nauka Publ., 1970. 720 p.).

15. Dwight H.B. *Tables of integrals and other mathematical data*. New York, 1961 (Russ. ed.: Dvait G.B. *Tablitsy integralov i drugie matematicheskie formuly*. Moscow, Nauka Publ., 1973. 228 p.).

Для цитирования:

Чикильдин Г.П., Мизюканова А.А. Анализ функции, формирующей алгебраическую систему в параметрической идентификации // Системы анализа и обработки данных. – 2022. – № 2 (86). – С. 95–104. – DOI: 10.17212/2782-2001-2022-2-95-104.

For citation:

Chikildin G.P., Mizyukanova A.A. Analiz funktsii, formiruyushchei algebraicheskuyu sistemu v parametricheskoi identifikatsii [Analysis of the function that forms an algebraic system in parametric identification]. *Sistemy analiza i obrabotki dannykh = Analysis and Data Processing Systems*, 2022, no. 2 (86), pp. 95–104. DOI: 10.17212/2782-2001-2022-2-95-104.