

ИНФОРМАЦИОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ
И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

INFORMATION
TECHNOLOGIES
AND TELECOMMUNICATIONS

УДК 53.088, 521.3

DOI: 10.17212/2782-2001-2022-3-37-58

Прогнозирование расхождения шкал времени на основе скорректированной линейной модели*

О.С. ЧЕРНИКОВА^{1,a}, Т.А. МАРАЕСКУЛ^{2,b}

¹ 630073, Новосибирская область, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет

² 662972, Красноярский край, г. Железногорск, ул. Ленина, 52, АО «Информационные спутниковые системы» имени академика М.Ф. Решетнёва»

^a chernikova@corp.nstu.ru ^b mta@iss-reshetnev.ru

В работе приводятся результаты исследования точности двухэтапного алгоритма построения линейной модели, используемой для прогнозирования расхождения шкал времени космических аппаратов ГЛОНАСС относительно системной шкалы времени на интервалы длительно-стью до двух часов. На первом этапе двухэтапного алгоритма на основе метода наименьших квадратов по результатам измерительных данных расхождения шкал времени на выбранном мерном интервале строится линейная модель. На втором этапе определяется смещение сглаженной оценки расхождения шкал времени в конце мерного интервала (оценка на основе измерений последнего сеанса) относительно линейного тренда, найденного по всему мерному интервалу, и уточняется постоянный член построенной линейной модели на основе последних измерений. Приводится сравнительный анализ точности прогноза расхождения шкал времени, построенного на основе линейной модели и линейной модели со скорректированным постоянным коэффициентом на разных интервалах прогноза. Анализ результатов, полученных при использовании скорректированной линейной модели, применяемой для прогнозирования расхождения шкал времени ГЛОНАСС, построенной с использованием описанного двухэтапного алгоритма, для всех космических аппаратов ГЛОНАСС на рассмотренных интервалах прогнозирования обеспечивает меньшую погрешность прогноза по сравнению с линейной моделью без коррекции. Также можно выделить группу космических аппаратов, для которых погрешность прогноза заметно выше, чем для остальных (наихудшие по точности прогнозы расхождения шкал времени получены для космических аппаратов R02, R13, R22).

Предложенный подход может использоваться как для прогнозирования расхождения шкал времени космических аппаратов, так и для восстановления пропущенных данных на мерном интервале, что является актуальным для расширения класса применяемых математических моделей для описания расхождения шкал времени.

Ключевые слова: расхождение шкал времени, бортовая шкала времени, синхронизация, измерение времени, метод наименьших квадратов, частотно-временные поправки, линейный тренд, прогнозирование

* Статья получена 18 июля 2022 г.

ВВЕДЕНИЕ

Синхронизация разнесенных в пространстве стандартов частоты является одной из важных задач для различных научно-технических приложений и особую актуальность приобретает для космических навигационных систем. Часто при решении различных задач в области космической навигации не требуется приводить шкалы времени в состояние синхронных физическими методами, достаточно определить с заданной точностью значение разности между числовыми выражениями положения любого события. Одним из актуальных вопросов при решении этой задачи является выбор математической модели, описывающей расхождения шкал времени (РШВ) и обеспечивающей необходимую точность при использовании ее для прогнозирования на заданный интервал времени [1].

В настоящее время для построения модели и прогнозирования РШВ применяются различные подходы [2–8], такие как экстраполяция степенным полиномом [9, 10], основанная на применении метода наименьших квадратов (МНК); экстраполяция степенным полиномом с экспоненциальным сглаживанием; построение моделей авторегрессии и интегрированного скользящего среднего [11]; прогнозирование на основе фильтра Калмана [12, 13].

Для ряда приложений представляет интерес определение возможности прогнозирования РШВ космических аппаратов ГЛОНАСС на интервал от 0.5 часа до 2 часов с погрешностью не более 0.3...0.5 нс с доверительной вероятностью 0.95, а также выбор математической модели, имеющей указанные точностные характеристики.

В работе приводятся результаты исследования точности двухэтапного алгоритма построения линейной модели для прогнозирования РШВ космических аппаратов (КА) ГЛОНАСС относительно системной шкалы времени на интервалы длительностью до двух часов на основе сравнительного анализа линейной модели и линейной модели со скорректированным постоянным коэффициентом.

1. ДВУХЭТАПНЫЙ ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ДОЛГОСРОЧНОГО ЛИНЕЙНОГО ТРЕНДА

В качестве информации о поведении бортовой шкалы времени (БШВ) относительно системной шкалы использовались апостериорные данные, предоставляемые системой высокоточного определения эфемерид и временных поправок (СВОЭВП) [14].

Апостериорные частотно-временные поправки, формируемые центром СВОЭВП, представляющие собой величины расхождения шкалы времени КА относительно системной шкалы времени, описываются временным рядом $y(t_k)$, $k = 0, 1, \dots$

Определение расхождения БШВ КА относительно системной шкалы времени на мерном интервале предполагает выявление трендовой составляющей, анализ случайных ошибок измерений и систематических ошибок обработки измерительных данных. Как показано в [3], систематические ошибки измерений исключаются методами непосредственной и относительной калибровки [15], а основными составляющими ухода БШВ для цезиевых часов является линейный тренд, обусловленный отклонением частоты генератора от

номинального значения, для рубидиевых часов – квадратичный тренд, связанный с отклонением частоты генератора от номинального значения и линейным дрейфом частоты.

Задача прогнозирования нестационарного временного ряда РШВ КА с требуемой точностью 0.3...0.5 нс требует не только расширения класса применяемых в настоящее время математических моделей, но и применения современных алгоритмов для прогнозирования недетерминированной (остаточной) составляющей.

Отметим, что эффективность применения современного аппарата калмановской фильтрации, регрессионного анализа, нейронных сетей для выявления и прогноза остаточной составляющей существенно повышается при отсутствии пропусков измерений в исходных обрабатываемых данных.

При разработке алгоритма учитывалось, что в апостериорных данных могут отсутствовать значения РШВ КА относительно шкалы времени системы за одни или несколько суток, а также в некоторый момент времени или интервал времени для определенного КА. В табл. 1 приведены сведения о доле пропущенных значений РШВ за 2021 год относительно общего количества (1 051 200 значений).

Таблица 1

Table 1

Процент пропущенных значений РШВ для КА ГЛОНАСС за 2021 год

Percentage of missed time scales divergence values for GLONASS spacecraft for 2021

Номер спутника	Количество пропусков	Пропуски, %	Номер спутника	Количество пропусков	Пропуски, %
R02, R05, R07, R08, R14	1879	0.18	R20	2111	0.20
R03	1923		R22	2068	0.22
R12	1880		R19	2319	
R13	1898		R01	3673	0.35
R15	1940		R04	4039	0.38
R17	1907		R09	7069	0.67
R21	1935		R11	14197	1.35
R24	1882		R16	20581	1.96
R18	2035	0.19	R06, R10, R23 – данные отсутствуют		

Предлагаемый алгоритм определения линейного тренда РШВ может использоваться не только для дальнейшего прогнозирования РШВ, но и для первичной обработки измерений, для восстановления пропущенных данных.

Предлагаемый алгоритм заключается в следующем. На первом этапе на основе метода наименьших квадратов (МНК) по результатам измерений РШВ на выбранном мерном интервале строится линейная модель. На втором этапе определяется смещение сглаженной оценки РШВ в конце мерного интервала (оценка на основе измерений последнего сеанса) относительно линейного тренда, найденного по всему мерному интервалу, и уточняется постоянный член построенной линейной модели на основе последних измерений.

Этап 1. Построение линейной модели на основе МНК

Шаг 1. Задать мерный интервал $I_{\text{опред}} = [t_0, t_N]$, N – количество измерений на мерном интервале.

Шаг 2. Вычислить по измерительным данным $y(t_0), \dots, y(t_N)$ методом наименьших квадратов коэффициенты a_0, a_1 и записать модель, описывающую РШВ на мерном интервале в виде

$$y(t) = a_0 + a_1(t - t_0), \quad t \in I_{\text{опред}}. \quad (1)$$

Этап 2. Определение смещения текущей сеансной оценки РШВ на основе измерений последнего сеанса

Шаг 3. Задать интервал для уточнения коэффициента a_0 модели (1) $I_{\text{уточ}} = [t_{N-M}, t_N]$.

Шаг 4. Представить линейной комбинацией полиномов Чебышева РШВ на $I_{\text{уточ}}$:

$$\tilde{y}(t) = \alpha_1 T_1(t) + \alpha_2 T_2(t) + \dots + \alpha_m T_m(t), \quad t \in I_{\text{уточ}}, \quad (2)$$

$$T_0(t) = 1, \quad T_1(t) = t, \quad T_2(t) = 2t^2 - 1, \dots, \quad T_m(t) = 2tT_{m-1}(t) - T_{m-2}(t)$$

и найти МНК-коэффициенты α_i в соотношении (2). Отметим, что количество полиномов m в (2) может оцениваться одновременно с коэффициентами линейной комбинации для достижения требуемой точности.

Шаг 5. Скорректировать постоянный член линейной модели по формуле

$$\tilde{a}_0 = \bar{y} - a_1(t_{\tilde{N}} - t_0), \quad \tilde{N} = N - \frac{M}{2}, \quad \bar{y} = \tilde{y}(t_{\tilde{N}})$$

и записать уточненную модель для прогнозирования РШВ в виде

$$y(t) = \tilde{a}_0 + a_1(t - t_0), \quad t \in I_{\text{прог}}. \quad (3)$$

**2. ЧИСЛЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ
ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РШВ**

Для исследования эффективности построения долгосрочного линейного тренда использовались годовые апостериорные данные РШВ, предоставленные СВОЭВП для КА R01-R24 (за исключением R06, R10, R23).

Были заданы:

- интервал наблюдения: с 00:00 01.01.2021 до 23:59 31.12. 2021;
- мерный интервал $I_{\text{опред}}$: 6 ч;
- интервал $I_{\text{уточ}}$ для уточнения коэффициента a_0 : 0.25 ч;
- интервал прогноза $I_{\text{прог}}$: 0.5 ч, 1 ч, 2 ч.

Для построения линейной модели (1) годовой интервал наблюдения разбивался на k некоррелированных мерных интервалов $I_{\text{опред}}$. В качестве характеристик точности построения модели на интервале наблюдения использо-

ваны максимальная, средняя и минимальная погрешности по уровню доверительной вероятности 0.67 ($\Delta_{1\min}^m, \Delta_{1\text{cp}}^m, \Delta_{1\max}^m$ соответственно) и 0.95 ($\Delta_{2\min}^m, \Delta_{2\text{cp}}^m, \Delta_{2\max}^m$ соответственно), определяемые по всем k мерным интервалам.

Таблица 2

Table 2

Погрешность определения линейной модели

Error in determining the linear model

Номер спутника	$\Delta_{1\max}^m / \Delta_{2\max}^m$, нс	$\Delta_{1\text{cp}}^m / \Delta_{2\text{cp}}^m$, нс	$\Delta_{1\min}^m / \Delta_{2\min}^m$, нс
R01	1.37/2.61	0.29/0.35	0
R02	2.49/3.53	0.59/0.69	1.16e-10
R03	1.22/1.89	0.27/0.32	1.09e-11
R04	1.14/1.94	0.24/0.30	0
R05	1.22/1.93	0.28/0.33	1.46e-11
R07	1.39/2.30	0.31/0.37	1.46e-11
R08	1.71/2.75	0.39/0.46	0
R09	1.24/2.51	0.26/0.32	0
R11	1.47/2.85	0.28/0.38	0
R12	1.17/2.06	0.26/0.30	8.73e-11
R13	3.02/4.62	0.69/0.82	7.28e-12
R14	1.11/ 1.90	0.25/ 0.30	0
R15	1.09/1.90	0.24/0.30	1.60e-10
R16	1.69/3.32	0.36/0.44	3.64e-12
R17	1.14/1.87	0.24/0.29	0
R18	1.31/2.10	0.30/0.35	1.46e-11
R19	1.82/3.05	0.41/0.49	2.91e-11
R20	1.53/2.86	0.32/0.39	0
R21	1.16/2.12	0.24/0.29	1.75e-10
R22	2.70/5.85	0.44/0.55	0
R24	1.48/2.38	0.32/0.39	0

Заметим, что результаты, приведенные в табл. 2, показывают, что в зависимости от номера КА максимальная погрешность определения линейной модели (1) лежит в интервале от 1.09 нс до 3.02 нс, средняя погрешность – в интервале 0.24 нс до 0.69 нс, а минимальная погрешность достигает нулевого значения, все погрешности не зависят от количества пропущенных измерительных данных.

Для оценки точности прогнозирования РШВ были построены прогнозы с помощью найденных моделей (1) и (3) на различные интервалы $I_{\text{прог}}$

на каждом из k некоррелированных мерных интервалов и вычислены минимальная, средняя и максимальная погрешность по уровням доверительной вероятности 0.67 ($\Delta_{1\min}^{\text{прог}}$, $\Delta_{1\text{ср}}^{\text{прог}}$, $\Delta_{1\max}^{\text{прог}}$ соответственно) и 0.95 ($\Delta_{2\min}^{\text{прог}}$, $\Delta_{2\text{ср}}^{\text{прог}}$, $\Delta_{2\max}^{\text{прог}}$ соответственно).

Численные результаты оценки точности прогнозирования РШВ для различных интервалов прогноза с доверительной вероятностью 0.95 приведены в табл. 3–5 и для более наглядного представления – на рис. 1–9.

Таблица 3

Table 3

Минимальная, средняя и максимальная погрешность прогнозирования по уровню вероятности 0.95 ($I_{\text{прог}} = 0.5$ ч)

The minimum, average and maximum prediction errors by the probability level is 0.95 ($I_{\text{predict}} = 0.5$ h)

Номер спутника	Модель (1)			Модель (3)		
	$\Delta_{1\max}^{\text{прог}}$	$\Delta_{1\text{ср}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{1\min}^{\text{прог}}$	$\Delta_{1\max}^{\text{прог}}$	$\Delta_{1\text{ср}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{1\min}^{\text{прог}}$
R01	2.28	0.60	1.60e-10	1.61	0.34	4.37e-11
R02	4.07	1.15	1.16e-09	2.87	0.64	1.86e-09
R03	2.03	0.52	1.82e-11	1.36	0.31	2.22e-10
R04	2.08	0.56	2.91e-11	1.32	0.28	1.46e-11
R05	2.05	0.55	0	1.46	0.32	1.89e-10
R07	2.18	0.60	7.28e-12	1.56	0.35	6.11e-10
R08	2.79	0.75	1.38e-10	1.94	0.45	2.40e-10
R09	2.42	0.56	6.64e-11	1.58	0.32	7.28e-12
R11	2.55	0.62	4.55e-12	1.84	0.32	1.36e-11
R12	1.95	0.52	3.89e-09	1.31	0.29	1.43e-09
R13	4.88	1.36	7.28e-11	3.38	0.77	1.82e-10
R14	1.89	0.48	4.22e-10	1.23	0.27	3.06e-10
R15	1.76	0.47	1.41e-09	1.29	0.27	3.59e-09
R16	2.76	0.73	7.28e-12	2.09	0.42	7.28e-12
R17	2.01	0.52	5.82e-10	1.35	0.27	2.91e-10
R18	2.08	0.58	5.82e-10	1.46	0.33	1.16e-10
R19	2.92	0.79	5.24e-10	2.06	0.47	4.37e-10
R20	2.66	0.66	1.96e-10	1.92	0.37	3.13e-10
R21	1.29	0.38	4.95e-10	0.97	0.25	2.59e-09
R22	2.90	0.95	2.91e-10	2.03	0.52	8.73e-11
R24	2.34	0.65	1.24e-10	0.92	0.37	1.96e-10

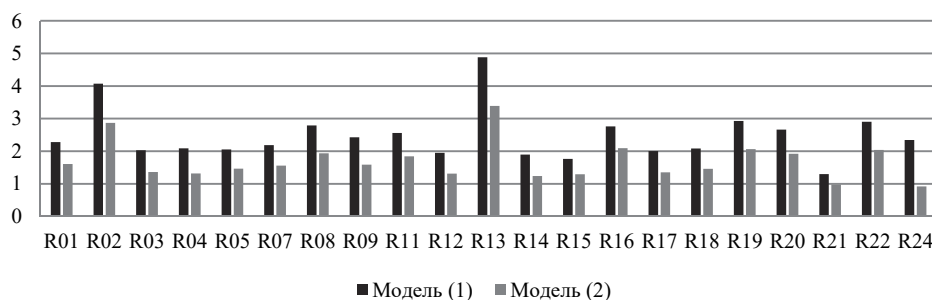


Рис. 1. Максимальная погрешность прогнозирования по уровню вероятности 0.95, нс ($I_{\text{прог}} = 0.5$ ч)

Fig. 1. The maximum prediction error by the probability level is 0.95, ns ($I_{\text{predict}} = 0.5$ h)

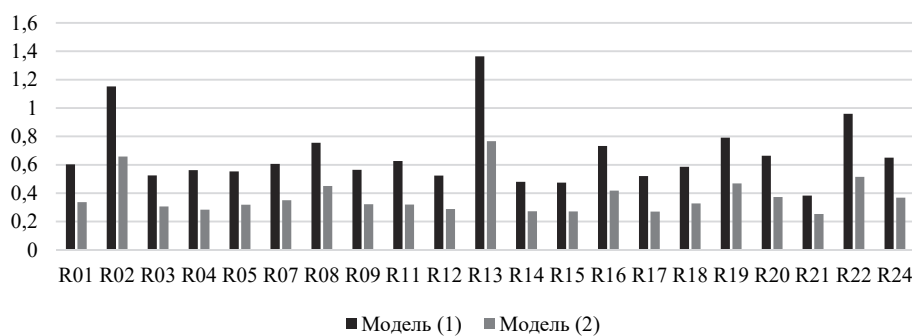


Рис. 2. Средняя погрешность прогнозирования по уровню вероятности 0.95, нс ($I_{\text{прог}} = 0.5$ ч)

Fig. 2. The average prediction error by the probability level is 0.95, ns ($I_{\text{predict}} = 0.5$ h)

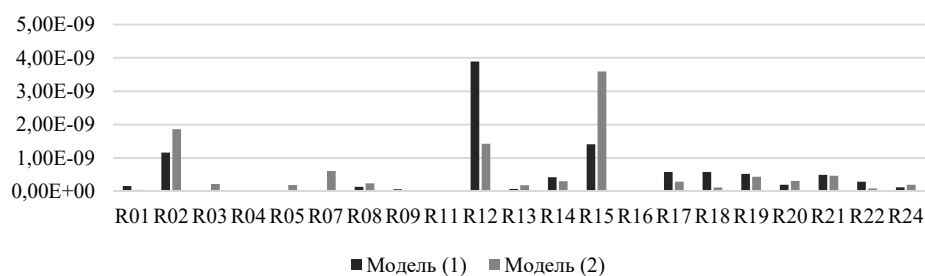


Рис. 3. Минимальная погрешность прогнозирования по уровню вероятности 0.95, нс ($I_{\text{прог}} = 0.5$ ч)

Fig. 3. The minimum prediction error by the probability level is 0.95, ns ($I_{\text{predict}} = 0.5$ h)

Таблица 4

Table 4

**Минимальная, средняя и максимальная погрешность прогнозирования
по уровню вероятности 0.95 ($I_{\text{прог}} = 1$ ч)**

**The minimum, average and maximum prediction errors by the probability level
is 0.95 ($I_{\text{predict}} = 1$ h)**

Номер спутника	Модель (1)			Модель (3)		
	$\Delta_{l_{\text{max}}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{l_{\text{cp}}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{l_{\text{min}}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{l_{\text{max}}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{l_{\text{cp}}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{l_{\text{min}}}^{\text{прог}}$
R01	1.54	0.45	7.28E-11	1.14	0.31	4.37E-11
R02	2.83	0.86	7.57E-10	2.24	0.60	1.86E-09
R03	1.34	0.4	1.82E-11	1.05	0.28	9.46E-11
R04	1.38	0.42	2.91E-11	1.03	0.26	1.46E-11
R05	1.41	0.42	0	1.09	0.29	1.16E-10
R07	1.54	0.46	7.28E-12	1.21	0.33	4.22E-10
R08	1.86	0.57	1.38E-10	1.51	0.41	1.16E-10
R09	1.41	0.41	2.55E-11	1.12	0.29	0
R11	1.54	0.45	4.55E-12	1.22	0.28	2.73E-12
R12	1.33	0.39	1.75E-10	1.01	0.27	1.02E-09
R13	3.34	1.02	5.09E-11	2.62	0.70	5.09E-11
R14	1.21	0.36	1.16E-10	0.97	0.26	1.53E-10
R15	1.23	0.36	1.41E-09	0.96	0.25	4.37E-11
R16	1.88	0.54	7.28E-12	1.44	0.38	7.28E-12
R17	1.29	0.38	5.82E-10	0.97	0.25	2.91E-10
R18	1.45	0.44	2.62E-10	1.11	0.30	7.28E-11
R19	2.04	0.61	4.37E-10	1.63	0.43	1.16E-10
R20	1.68	0.50	1.96E-10	1.30	0.34	3.13E-10
R21	1.79	0.50	4.95E-10	1.51	0.37	5.82E-11
R22	4.29	1.28	1.16E-10	3.51	0.86	8.73E-11
R24	1.69	0.50	1.24E-10	1.30	0.35	1.96E-10

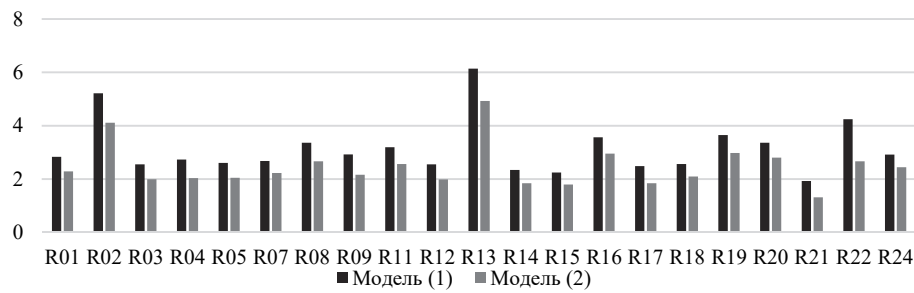


Рис. 4. Максимальная погрешность прогнозирования по уровню вероятности 0.95, нс ($I_{\text{прог}} = 1 \text{ ч}$)

Fig. 4. The maximum prediction error by the probability level is 0.95, ns ($I_{\text{predict}} = 1 \text{ h}$)

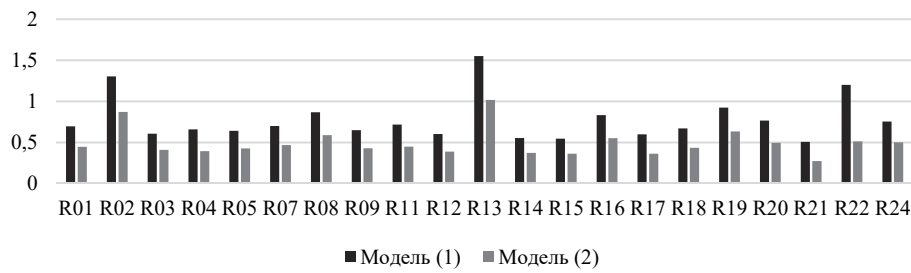


Рис. 5. Средняя погрешность прогнозирования по уровню вероятности 0.95, нс ($I_{\text{прог}} = 1 \text{ ч}$)

Fig. 5. The average prediction error by the probability level is 0.95, ns ($I_{\text{predict}} = 1 \text{ h}$)

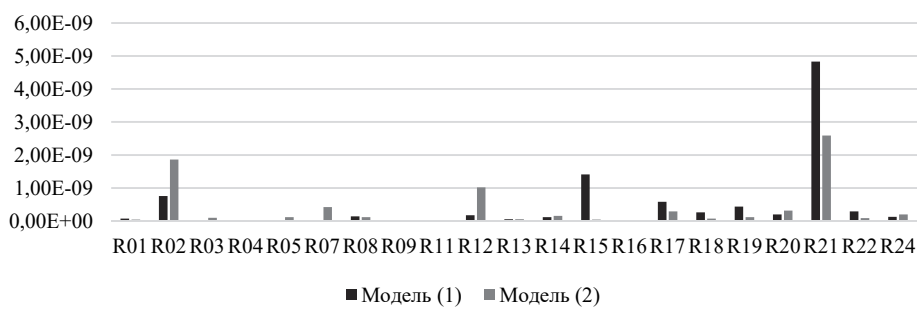


Рис. 6. Минимальная погрешность прогнозирования по уровню вероятности 0.95, нс ($I_{\text{прог}} = 1 \text{ ч}$)

Fig. 6. The minimum prediction error by the probability level is 0.95, ns ($I_{\text{predict}} = 1 \text{ h}$)

Таблица 5

Table 5

**Минимальная, средняя и максимальная погрешность прогнозирования
по уровню вероятности 0.95 ($I_{\text{прог}} = 2$ ч)**

**The minimum, average and maximum prediction errors by the probability level
is 0.95 ($I_{\text{predict}} = 2$ h)**

Номер спутника	Модель (1)			Модель (3)		
	$\Delta_{\text{Imax}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{\text{Icp}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{\text{Imin}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{\text{Imax}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{\text{Icp}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{\text{Imin}}^{\text{прог}}$
R01	2.06	0.5	5.82E-11	1.73	0.44	4.37E-11
R02	3.67	1.07	7.57E-10	3.18	0.85	1.86E-09
R03	1.82	0.52	1.82E-11	1.56	0.41	7.28E-11
R04	1.99	0.56	2.91E-11	1.68	0.41	1.46E-11
R05	1.86	0.53	0	1.61	0.42	4.37E-11
R07	2.00	0.57	7.28E-12	1.75	0.46	5.82E-11
R08	2.51	0.71	7.28E-12	2.14	0.58	5.09E-11
R09	1.88	0.53	2.18E-11	1.68	0.42	0
R11	2.10	0.58	4.09E-12	1.79	0.45	2.73E-12
R12	1.78	0.50	8.73E-11	1.53	0.38	6.99E-10
R13	4.49	1.27	5.09E-11	3.87	0.99	5.09E-11
R14	1.64	0.47	1.16E-10	1.44	0.36	1.02E-10
R15	1.63	0.68	7.28E-11	1.42	0.35	4.37E-11
R16	2.48	0.68	3.64E-12	2.19	0.53	7.28E-12
R17	1.73	0.48	1.16E-10	1.45	0.35	2.91E-10
R18	1.98	0.56	1.31E-10	1.69	0.43	7.28E-11
R19	2.75	0.77	2.91E-11	2.41	0.62	1.16E-10
R20	2.26	0.63	1.24E-10	1.95	0.48	7.28E-12
R21	2.47	0.58	4.95E-10	1.89	0.36	4.66E-10
R22	5.48	1.43	2.91E-10	4.16	0.76	8.73E-11
R24	2.26	0.63	3.64E-11	1.96	0.51	1.67E-10

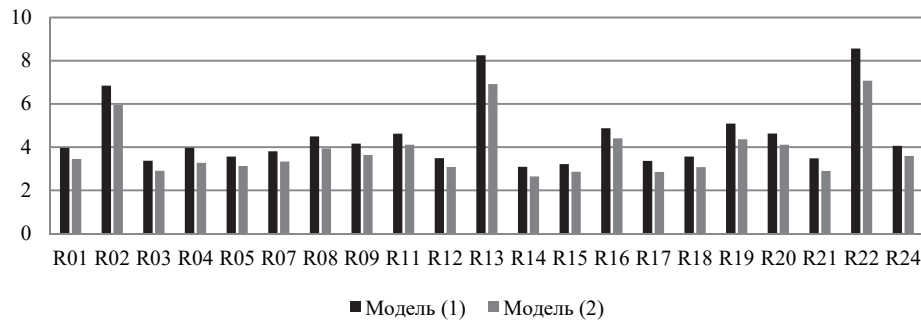


Рис. 7. Максимальная погрешность прогнозирования по уровню вероятности 0.95, нс ($I_{\text{прог}} = 2$ ч)

Fig. 7. The maximum prediction error by the probability level is 0.95, ns ($I_{\text{predict}} = 2$ h)

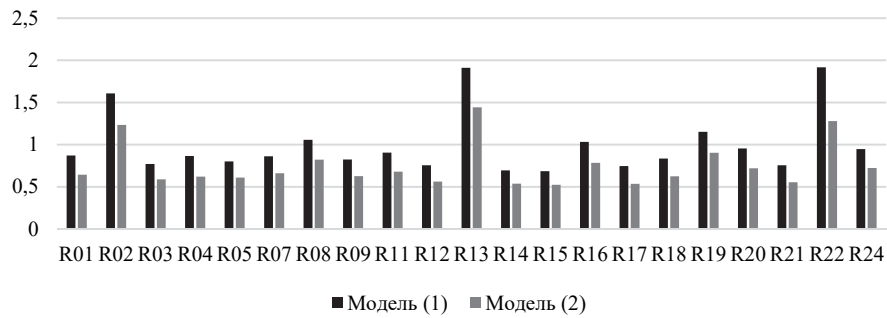


Рис. 8. Средняя погрешность прогнозирования по уровню вероятности 0.95, нс ($I_{\text{прог}} = 2$ ч)

Fig. 8. The average prediction error by the probability level is 0.95, ns ($I_{\text{predict}} = 2$ h)

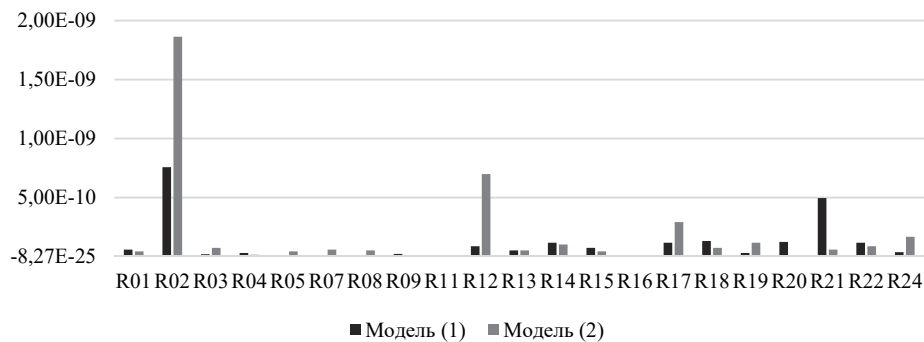


Рис. 9. Минимальная погрешность прогнозирования по уровню вероятности 0.95, нс ($I_{\text{прог}} = 2$ ч)

Fig. 9. The minimum prediction error by the probability level is 0.95, ns ($I_{\text{predict}} = 2$ h)

Приведем аналогичные результаты оценки точности прогнозирования РШВ при доверительной вероятности 0.67 для различных интервалов прогноза в табл. 6–9 и на рис. 10–18.

Таблица 6

Table 6

**Минимальная, средняя и максимальная погрешность прогнозирования
по уровню вероятности 0.67 ($I_{\text{прог}} = 0.5$ ч)**

**The minimum, average and maximum prediction errors by the probability level
is 0.67 ($I_{\text{predict}} = 0.5$ h)**

Номер спутника	Модель (1)			Модель (2)		
	$\Delta_{\text{Imax}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{\text{Icp}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{\text{Imin}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{\text{Imax}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{\text{Icp}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{\text{Imin}}^{\text{прог}}$
R01	1.22	0.38	1.60E-10	0.82	0.23	4.37E-11
R02	2.32	0.75	1.16E-09	1.61	0.46	1.86E-09
R03	1.07	0.33	1.819E-11	0.75	0.21	2.22E-10
R04	1.08	0.35	2.91E-11	0.69	0.19	1.46E-11
R05	1.14	0.36	0	0.78	0.22	1.89E-10
R07	1.21	0.39	7.28E-12	0.85	0.24	6.11E-10
R08	1.53	0.49	1.38E-10	1.09	0.31	2.40E-10
R09	1.11	0.35	6.64E-11	0.79	0.22	7.28E-12
R11	1.19	0.39	4.55E-12	0.82	0.19	1.36E-11
R12	1.07	0.34	3.89E-09	0.72	0.2	1.43E-09
R13	2.71	0.88	7.28E-11	1.85	0.52	1.82E-10
R14	0.97	0.31	4.22E-10	0.68	0.19	3.06E-10
R15	0.96	0.30	1.41E-09	0.67	0.18	3.59E-09
R16	1.51	0.46	7.28E-12	1.04	0.28	7.28E-12
R17	1.04	0.33	5.82E-10	0.69	0.18	2.91E-10
R18	1.17	0.38	5.82E-10	0.80	0.22	1.16E-10
R19	1.59	0.51	5.24E-10	1.16	0.32	4.37E-10
R20	1.36	0.42	1.96E-10	0.91	0.25	3.13E-10
R21	1.02	0.32	4.83E-09	0.68	0.18	2.59E-09
R22	2.18	0.79	2.91E-10	1.26	0.34	8.73E-11
R24	1.32	0.42	1.24E-10	0.91	0.25	1.96E-10

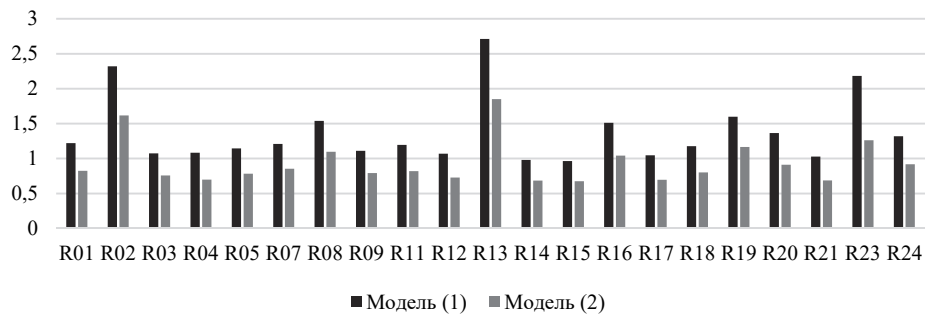


Рис. 10. Максимальная погрешность прогнозирования по уровню вероятности 0.67, нс ($I_{\text{прог}} = 0.5$ ч)

Fig. 10. The maximum prediction error by the probability level is 0.67, ns ($I_{\text{predict}} = 0.5$ h)

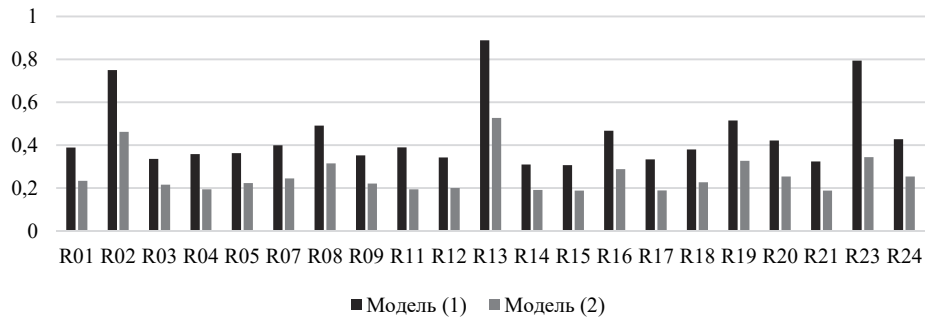


Рис. 11. Средняя погрешность прогнозирования по уровню вероятности 0.67, нс ($I_{\text{прог}} = 0.5$ ч)

Fig. 11. The average prediction error by the probability level is 0.67, ns ($I_{\text{predict}} = 0.5$ h)

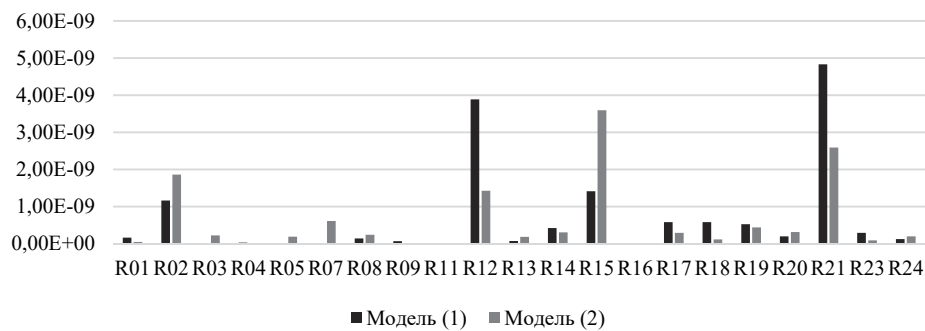


Рис. 12. Минимальная погрешность прогнозирования по уровню вероятности 0.67, нс ($I_{\text{прог}} = 0.5$ ч)

Fig. 12. The minimum prediction error by the probability level is 0.67, ns ($I_{\text{predict}} = 0.5$ h)

Таблица 7

Table 7

**Минимальная, средняя и максимальная погрешность прогнозирования
по уровню вероятности 0.67 ($I_{\text{прог}} = 1$ ч)**

**The minimum, average and maximum prediction errors by the probability level
is 0.67 ($I_{\text{predict}} = 1$ ч)**

Номер спутника	Модель (1)			Модель (2)		
	$\Delta_{\text{Imax}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{\text{Icp}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{\text{Imin}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{\text{Imax}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{\text{Icp}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{\text{Imin}}^{\text{прог}}$
R01	1.54	0.45	7.28E-11	1.14	0.31	4.37E-11
R02	2.83	0.86	7.57E-10	2.24	0.60	1.86E-09
R03	1.34	0.4	1.82E-11	1.05	0.28	9.46E-11
R04	1.38	0.42	2.91E-11	1.03	0.26	1.46E-11
R05	1.41	0.42	0	1.09	0.29	1.16E-10
R07	1.54	0.46	7.28E-12	1.21	0.33	4.22E-10
R08	1.86	0.57	1.38E-10	1.51	0.41	1.16E-10
R09	1.41	0.41	2.55E-11	1.12	0.29	0
R11	1.54	0.45	4.55E-12	1.22	0.28	2.73E-12
R12	1.33	0.39	1.75E-10	1.01	0.27	1.02E-09
R13	3.34	1.02	5.09E-11	2.62	0.70	5.09E-11
R14	1.21	0.36	1.16E-10	0.97	0.26	1.53E-10
R15	1.23	0.36	1.41E-09	0.96	0.25	4.37E-11
R16	1.88	0.54	7.28E-12	1.44	0.38	7.28E-12
R17	1.29	0.38	5.82E-10	0.97	0.25	2.91E-10
R18	1.45	0.44	2.62E-10	1.11	0.30	7.28E-11
R19	2.04	0.61	4.37E-10	1.63	0.43	1.16E-10
R20	1.68	0.50	1.96E-10	1.30	0.34	3.13E-10
R21	1.79	0.50	4.95E-10	1.51	0.37	5.82E-11
R22	4.29	1.28	1.16E-10	3.51	0.86	8.73E-11
R24	1.69	0.50	1.24E-10	1.30	0.35	1.96E-10

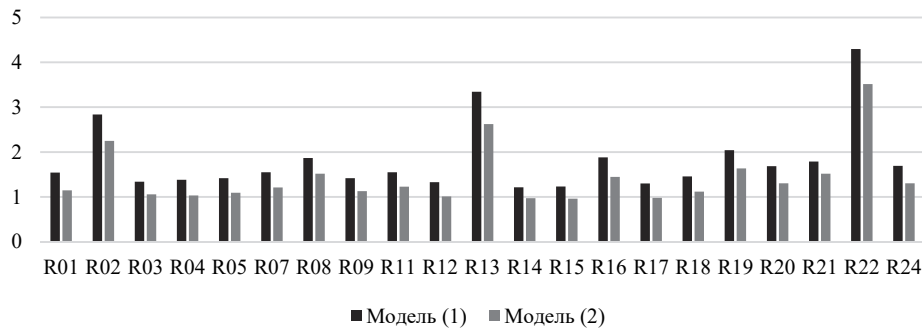


Рис. 13. Максимальная погрешность прогнозирования по уровню вероятности 0.67, нс ($I_{\text{прог}} = 1 \text{ ч}$)

Fig. 13. The maximum prediction error by the probability level is 0.67, ns ($I_{\text{predict}} = 1 \text{ h}$)

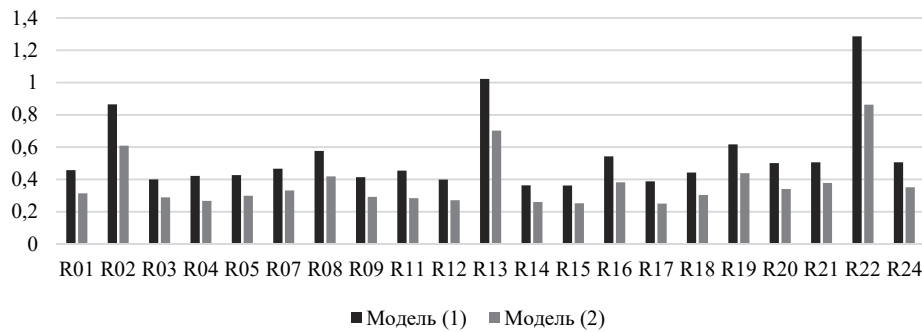


Рис. 14. Средняя погрешность прогнозирования по уровню вероятности 0.67, нс ($I_{\text{прог}} = 1 \text{ ч}$)

Fig. 14. The average prediction error by the probability level is 0.67, ns ($I_{\text{predict}} = 1 \text{ h}$)

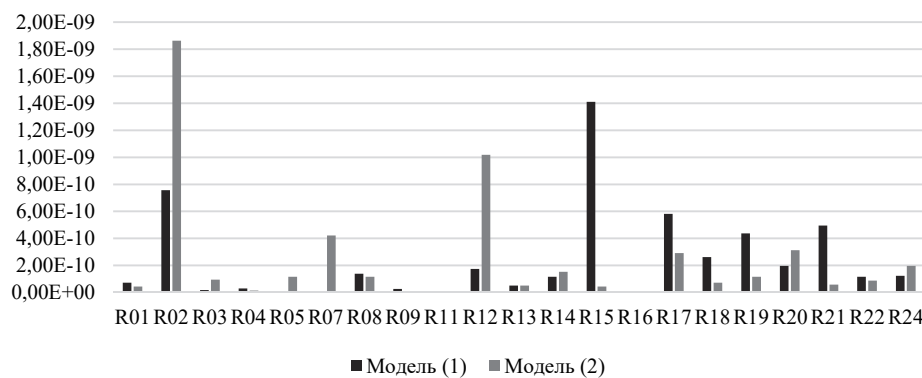


Рис. 15. Минимальная погрешность прогнозирования по уровню вероятности 0.67, нс ($I_{\text{прог}} = 1 \text{ ч}$)

Fig. 15. The minimum prediction error by the probability level is 0.67, ns ($I_{\text{predict}} = 1 \text{ h}$)

Таблица 8

Table 8

**Минимальная, средняя и максимальная погрешность прогнозирования
по уровню вероятности 0.67 ($I_{\text{прог}} = 2$ ч)**

**The minimum, average and maximum prediction errors by the probability level
is 0.67 ($I_{\text{predict}} = 2$ h)**

Номер спутника	Модель (1)			Модель (3)		
	$\Delta_{\text{Imax}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{\text{Icp}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{\text{Imin}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{\text{Imax}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{\text{Icp}}^{\text{прог}}$	$\Delta_{\text{Imin}}^{\text{прог}}$
R01	2.06	0.5	5.82E-11	1.73	0.44	4.37E-11
R02	3.67	1.07	7.57E-10	3.18	0.85	1.86E-09
R03	1.82	0.52	1.82E-11	1.56	0.41	7.28E-11
R04	1.99	0.56	2.91E-11	1.68	0.41	1.46E-11
R05	1.86	0.53	0	1.61	0.42	4.37E-11
R07	2.00	0.57	7.28E-12	1.75	0.46	5.82E-11
R08	2.51	0.71	7.28E-12	2.14	0.58	5.09E-11
R09	1.88	0.53	2.18E-11	1.68	0.42	0
R11	2.10	0.58	4.09E-12	1.79	0.45	2.73E-12
R12	1.78	0.50	8.73E-11	1.53	0.38	6.99E-10
R13	4.49	1.27	5.09E-11	3.87	0.99	5.09E-11
R14	1.64	0.47	1.16E-10	1.44	0.36	1.02E-10
R15	1.63	0.68	7.28E-11	1.42	0.35	4.37E-11
R16	2.48	0.68	3.64E-12	2.19	0.53	7.28E-12
R17	1.73	0.48	1.16E-10	1.45	0.35	2.91E-10
R18	1.98	0.56	1.31E-10	1.69	0.43	7.28E-11
R19	2.75	0.77	2.91E-11	2.41	0.62	1.16E-10
R20	2.26	0.63	1.24E-10	1.95	0.48	7.28E-12
R21	2.47	0.58	4.95E-10	1.89	0.36	4.66E-10
R22	5.48	1.43	2.91E-10	4.16	0.76	8.73E-11
R24	2.26	0.63	3.64E-11	1.96	0.51	1.67E-10

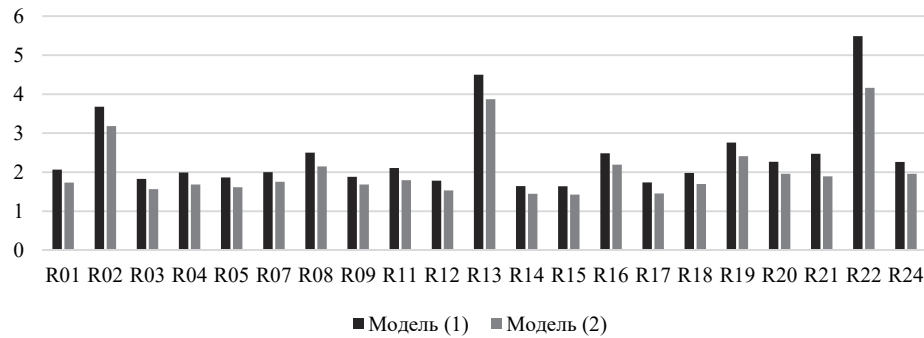


Рис. 16. Максимальная погрешность прогнозирования по уровню вероятности 0.67, нс ($I_{\text{прог}} = 2$ ч)

Fig. 16. The maximum prediction error by the probability level is 0.67, ns ($I_{\text{predict}} = 2$ h)

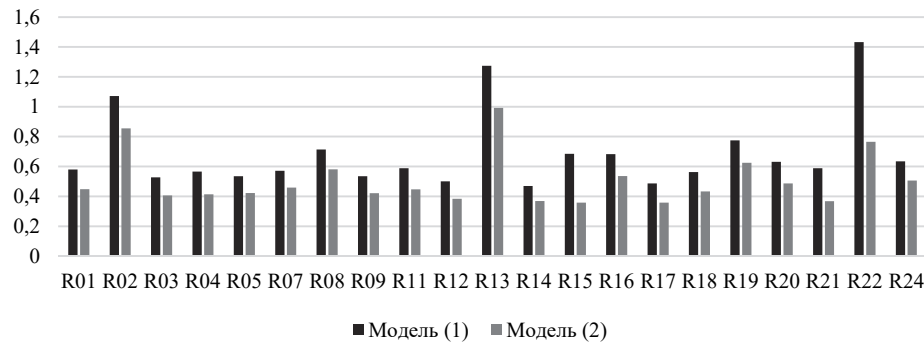


Рис. 17. Средняя погрешность прогнозирования по уровню вероятности 0.67, нс ($I_{\text{прог}} = 2$ ч)

Fig. 17. The average prediction error by the probability level is 0.67, ns ($I_{\text{predict}} = 2$ h)

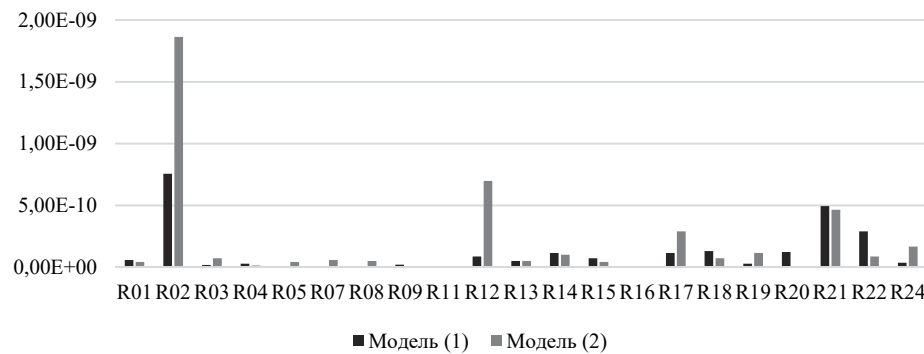


Рис. 18. Минимальная погрешность прогнозирования по уровню вероятности 0.67, нс ($I_{\text{прог}} = 2$ ч)

Fig. 18. The maximum prediction error by the probability level is 0.67, ns ($I_{\text{predict}} = 2$ h)

Анализ полученных результатов оценки погрешности линейной модели прогнозирования РШВ КА ГЛОНАСС, построенной с использованием описанного двухэтапного алгоритма, позволяет сделать следующие выводы:

– для всех космических аппаратов ГЛОНАСС скорректированная линейная модель (3) на рассмотренных интервалах прогнозирования обеспечивает меньшую погрешность прогноза по сравнению с линейной моделью без коррекции (1);

– можно выделить группу КА, для которых погрешность прогноза заметно выше, чем для остальных (наихудшие по точности прогнозы РШВ получены для КА R02, R13, R22).

Следует отметить, что наблюдаемые пропуски данных в апостериорных рядах РШВ практически не влияют ни на точность линейной модели на мерном интервале, ни на точность прогноза на интервалах до двух часов, что позволяет говорить о применимости данного подхода без восстановления отсутствующих значений РШВ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен двухэтапный алгоритм построения модели прогнозирования РШВ КА ГЛОНАСС относительно системной шкалы времени на основе определения линейного тренда по МНК с коррекцией постоянного члена, который обладает более высокой точностью прогноза на различных интервалах до двух часов по сравнению с линейной моделью, построенной с помощью МНК без коррекции.

Данный подход может использоваться для восстановления пропущенных данных РШВ на мерном интервале, что является актуальным для расширения класса применяемых математических моделей для описания РШВ.

В то же время вопрос возможности построения единой для всех КА математической модели расхождения шкал времени, погрешность которой не превышает 0.3...0.5 нс на мерном интервале (и интервале прогноза), остается открытым.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сальцберг А.В., Шупен К.Г. Роль синхронизации времени в ГНСС и особенности построения высокоточного прогноза расхождения шкал времени // Системный анализ, управление и навигация: XXV Международная научная конференция: тезисы докладов. – М., 2021. – С. 50–51.
2. Скобелин А.А., Баушев С.В. Метод и алгоритм определения погрешности прогнозирования расхождения шкал времени // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 2019. – Т. 62, № 4. – С. 301–311.
3. Сальцберг А.В., Шупен К.Г. Методические аспекты высокоточного прогнозирования расхождения шкал времени в ГНСС // Метрология времени и пространства: IX Международный симпозиум: материалы симпозиума. – М., 2018. – С. 93–94.

4. Сальцберг А.В., Шупен К.Г. Расширенная схема прогнозирования частотно-временных поправок с использованием неравноточных данных // Труды Института прикладной астрономии РАН. – 2020. – № 52. – С. 51–56.
5. Tryon P.V., Jones R.K. Estimation of parameters in models for cesium beam atomic clocks // Journal of Research of the National Bureau of Standards. – 1983. – Vol. 88. – N 1. – P. 17–24.
6. Сальцберг А.В., Шупен К.Г. Возможности использования фильтра Калмана для синхронизации и прогнозирования частотно-временных поправок бортовых шкал времени космических аппаратов системы ГЛОНАСС // Альманах современной метрологии. – 2017. – № 10. – С. 167–179.
7. Huang G.W., Zhang Q., Xu G.Ch. Real-time clock offset prediction with an improved model // GPS Solutions. – 2014. – N 18. – P. 95–104. – DOI: 10.1007/s10291-013-0313-0.
8. Применение аддитивной регрессионной модели для прогнозирования расхождения шкал времени / А.С. Чирихина, И.Г. Данченко, О.С. Черникова, Т.А. Марарескул // Наука. Технологии. Инновации: XV Всероссийская научная конференция молодых ученых, посвященная Году науки и технологий в России: сборник научных трудов. – Новосибирск, 2021. – Ч. 2. – С. 91–95.
9. Liu X., Wu X., Tian Y. Study on atomic prediction of time based on interpolation model with Tchebychev polynomials // Journal of Geodesy and Geodynamics. – 2010. – Vol. 30, N 1. – P. 77–82.
10. Zhu L., Li C., Liu L. Research on methods for prediction clock error based on domestic hydrogen atomic clock // Journal of Geodesy and Geodynamics. – 2009. – Vol. 29, N 1. – P. 148–151.
11. Research on high accuracy prediction model of satellite clock bias / X. Xu, X. Hu, Y. Zhou, Y. Song // Lecture Notes in Electrical Engineering. – 2014. – Vol. 305. – P. 155–163. – DOI: 10.1007/978-3-642-54740-9_14.
12. Xu J.Y., Zeng A.M. Application of ARIMA (0, 2, q) model to prediction of satellite clock error // Journal of Geodesy and Geodynamics. – 2009. – Vol. 29, N 5. – P. 116–120.
13. Analysis of long-term clock bias forecast effects of several time prediction models / X. Liu, X. Wu, R. Zhao et. al. // J. Surveying Mapp. – 2011. – N 1. – P. 15–18.
14. Система высокоточного определения эфемерид и временных поправок. – URL: <http://www.glonass-svoevp.ru> (дата обращения: 25.08.2022).
15. Ганжа В.С., Марарескул Т.А., Муратов Д.С. Калибровка бортовой аппаратуры измерения псевдодалности между космическими аппаратами для повышения точности определения расхождения их шкал времени // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2021. – № 12 (741). – С. 100–106.

Черникова Оксана Сергеевна, кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической и прикладной информатики, старший научный сотрудник Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – идентификация динамических систем, планирование и анализ экспериментов. Имеет более 40 печатных работ. E-mail: chernikova@corp.nstu.ru.

Марарескул Татьяна Александровна, кандидат технических наук, начальник сектора отдела разработки баллистического и навигационного обеспечения космических аппаратов и космических систем АО «Информационные спутниковые системы» имени академика М.Ф. Решетнёва». Основное направление научных исследований – баллистическое и навигационное обеспечение космических аппаратов. Имеет более 25 печатных работ. E-mail: mta@iss-reshetnev.ru.

Chernikova Oksana S., PhD. (Eng.), associate professor at the department of theoretical and applied computer science, senior researcher, Novosibirsk State Technical University. Her research interests are currently focused on identification dynamic system, experiment design, and aerospace applications. She has more than 40 publication. E-mail: chernikova@corp.nstu.ru.

Marareskul Tatyana A., PhD (Eng.), head of the sector of the department of development of ballistic and navigation support of spacecraft and space systems, Joint-Stock Company

“Academician M.F. Reshetnev Information Satellite System”. Her research interests are currently focused on ballistic and navigation support of spacecraft. She has more than 25 publications. E-mail: mta@iss-reshetnev.ru.

DOI: 10.17212/2782-2001-2022-3-37-58

Prediction of time scale divergence based on an adjusted linear model*

O.S. CHERNIKOVA^{1,a}, T.A. MARARESKUL^{2,b}

¹ Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospect, Novosibirsk, 630073, Novosibirsk, Russian Federation

² Joint-Stock Company “Academician M.F. Reshetnev Information Satellite System”, 52 Lenin Street, 662972, Zheleznogorsk, Russian Federation

^a chernikova@corp.nstu.ru ^b mta@iss-reshetnev.ru

Abstract

The paper presents the results of a study of the accuracy of a two-stage algorithm for constructing a linear model for predicting the divergence of the time scales of GLONASS spacecraft relative to the system time scale for intervals of up to two hours. At the first stage of the two-stage algorithm, a linear model is constructed based on the least squares method based on the results of the measurement data of the discrepancy of the time scales at the selected dimensional interval. At the second stage, the offset of the smoothed estimate of the discrepancy of the time scales at the end of the dimensional interval (the current session estimate) is determined relative to the linear trend found throughout the dimensional interval, and the constant term of the constructed linear model is refined based on the latest measurements. A comparative analysis of the accuracy of the forecast of the divergence of time scales based on a linear model and a linear model with an adjusted constant coefficient at different forecast intervals is also provided. The analysis of the obtained results of the error estimation of the corrected linear prediction model of the divergence of the GLONASS time scales, constructed using the described two-stage algorithm, allows for all GLONASS spacecraft at the considered prediction intervals to provide a smaller prediction error compared to the linear model without correction. It is also possible to distinguish a group of spacecraft for which the forecast error is noticeably higher than for the rest (the worst forecasts in terms of accuracy were obtained for spacecraft R02, R13, R22). The proposed approach can be used both to predict the divergence of spacecraft time scales and to recover the missing data on a dimensional interval, which is relevant for expanding the class of mathematical models used to describe the divergence of time scales.

Keywords: time scale divergence, onboard time scale, synchronization, time measurement, least squares method, time-frequency correction, linear trend, prediction

REFERENCES

1. Saltsberg A.V., Shupen K.G. [The role of time synchronization in GNSS and the features of constructing a high-precision forecast of time scale divergence]. *Sistemnyi analiz, upravlenie i navigatsiya* [Theses of reports of the XXV International Scientific Conference "System analysis, management and navigation"]. Moscow, 2021, pp. 50–51. (In Russian).

* Received 18 July 2022.

2. Skobelin A.A., Baushev S.V. Metod i algoritm opredeleniya pogreshnosti prognozirovaniya raskhozhdeniya shkal vremeni [Method and algorithm for determining the error in predicting the of time scales divergence]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Priborostroenie = Journal of Instrument Engineering*, 2019, vol. 62, no. 4, pp. 301–311.
3. Saltsberg A.V., Shupen K.G. [Methodological aspects of high-precision prediction of the time scale divergence in GNSS]. *Metrologiya vremeni i prostranstva: IX Mezhdunarodnyi simpozium* [Proceedings of the IX International Symposium "Metrology of Time and Space"]. Moscow, 2018, pp. 93–94. (In Russian).
4. Saltsberg A.V., Shupen K.G. Rasshirennaya skhema prognozirovaniya chastotno-vremennykh popravok s ispol'zovaniem neravnotochnykh dannykh [Extended scheme of satellite clock time offset prediction using the unequal accuracy data]. *Trudy Instituta prikladnoi astronomii RAN = Transactions of the Institute of Applied Astronomy RAS*, 2020, no. 52, pp. 51–56.
5. Tryon P.V., Jones R.K. Estimation of parameters in models for cesium beam atomic clocks. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, 1983, vol. 88, no. 1, pp. 17–24.
6. Saltsberg A.V., Shupen K.G. Vozmozhnosti ispol'zovaniya fil'tra Kalmana dlya sinkhronizatsii i prognozirovaniya chastotno-vremennykh popravok bortovykh shkal vremeni kosmicheskikh apparatov sistemy GLONASS [The possibility of using the Kalman filter for synchronization and prediction of the time and frequency correction of the on-board time scale of GLONASS system spacecraft]. *Al'manakh sovremennoi metrologii = Al'manac of Modern Metrology*, 2017, no. 10, pp. 167–179.
7. Huang G.W., Zhang Q., Xu G.Ch. Real-time clock offset prediction with an improved model. *GPS Solutions*, 2014, no. 18, pp. 95–104. DOI: 10.1007/s10291-013-0313-0.
8. Chirikhina A.S., Danchenko I.G., Chernikova O.S., Marareskul T.A. [Application of an additive regression model to predict the divergence of time scales]. *Nauka. Tekhnologii. Innovatsii* [Science. Technologies. Innovations]. *Materials of the XV All-Russian Scientific Conference*, Novosibirsk, 2021, pt. 2, pp. 91–95. (In Russian).
9. Liu X., Wu X., Tian Y. Study on atomic prediction of time based on interpolation model with Tchebychev polynomials. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2010, vol. 30, no. 1, pp. 77–82.
10. Zhu L., Li C., Liu L. Research on methods for prediction clock error based on domestic hydrogen atomic clock. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2009, vol. 29, no. 1, pp. 148–151.
11. Xu X., Hu X., Zhou Y., Song Y. Research on high accuracy prediction model of satellite clock bias. *Lecture Notes in Electrical Engineering*, 2014, vol. 305, pp. 155–163. DOI: 10.1007/978-3-642-54740-9_14.
12. Xu J.Y., Zeng A.M. Application of ARIMA (0, 2, q) model to prediction of satellite clock error. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2009, vol. 29, no. 5, pp. 116–120.
13. Liu X., Wu X., Zhao R. et. al. Analysis of long-term clock bias forecast effects of several time prediction models. *J. Surveying Mapp.*, 2011, no. 1, pp. 15–18.
14. Point of metrological control SVOEVP (PMC SVOEVP). Available at: <http://www.glonass-svoevp.ru> (accessed 25.08.2022).
15. Ganzha V.S., Marareskul T.A., Muratov D.S. Kalibrovka bortovoi apparatury izmereniya psevdodal'nosti mezhdru kosmicheskimi apparatami dlya povysheniya tochnosti opredeleniya raskhozhdeniya ikh shkal vremeni [Calibration of on-board equipment for measuring pseudodality between spacecraft to improve the accuracy of determining the discrepancy of their time scales]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Mashinostroenie = BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2021, no. 12 (741), pp. 100–106.

Для цитирования:

Черникова О.С., Марарескул Т.А. Прогнозирование расхождения шкал времени на основе скорректированной линейной модели // Системы анализа и обработки данных. – 2022. – № 3 (87). – С. 37–58. – DOI: 10.17212/2782-2001-2022-3-37-58.

For citation:

Chernikova O.S., Marareskul T.A. Prognozirovanie raskhozhdeniya shkaly vremeni na osnove skorrektirovannoi lineinoi modeli [Prediction of time scale divergence based on an adjusted linear model]. *Sistemy analiza i obrabotki dannykh = Analysis and Data Processing Systems*, 2022, no. 3 (87), pp. 37–58. DOI: 10.17212/2782-2001-2022-3-37-58.