

Исследование эффективности методов постобработки потоков при решении задач многофазной фильтрации*

А.М. ГРИФ^а, Ю.Г. СОЛОВЕЙЧИК^б

630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный
технический университет

^а alexgrif@inbox.ru ^б soloveychik@ami.nstu.ru

Рассматриваются методы постобработки конечноэлементных решений при моделировании многофазных течений. Для моделирования процессов фильтрации используется специальный метод, основанный на неявном расчете поля давления и явном расчете насыщенностей. Постобработка потоков выполняется с помощью двух технологий – метода балансировки и метода проецирования. Метод балансировки численных потоков смеси обеспечивает выполнение локальных законов сохранения за счет нахождения поправок к вычисленным с помощью МКЭ потокам смеси. Для близости модифицированных потоков смеси к исходным численным параметрам регуляризации в методе балансировки вычисляются с помощью осредненного небаланса. В методе проецирования сбалансированные значения потоков через грани конечных элементов корректируются путем добавления постоянных поправок (константа на элементе).

Вычислительные эксперименты проведены на тестовой задаче, модели месторождения простой структуры и модели реального нефтяного месторождения Республики Татарстан. При моделировании задач с соответствующей коррекцией известных потоков смеси на границах скважин полученные с помощью метода балансировки и метода проецирования решения имеют малое различие. Результаты исследований на задачах показали, что обе технологии обеспечивают получение консервативных решений, для которых выполняются законы сохранения. При этом применение метода балансировки численных потоков смеси обеспечивает выше точность, чем метод проецирования, когда в процессе постобработки корректируются потоки на скважинах (то есть фактически эмулируется отбор/закачка при выдерживании фиксированного давления). Метод проецирования может быть улучшен за счет использования весовых функций, предложенных для метода балансировки. Однако даже в этом случае метод балансировки позволяет получать более точные решения.

Ключевые слова: многофазная фильтрация, нефтяные месторождения, нефтедобыча, метод конечных элементов, закон сохранения массы, постобработка потоков, метод балансировки потоков, метод проецирования потоков

* Статья получена 10 мая 2022 г.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (НИЛ «Моделирование и обработка данных наукоемких технологий», проект FSUN-2020-0012).

ВВЕДЕНИЕ

Математическое моделирование в настоящее время является важным инструментом решения задач нефтедобычи и построения цифровых моделей месторождений углеводородов [1–3].

Высокая точность узлового метода конечных элементов и его возможности по локальному повышению порядков элемента не дает большого эффекта, потому что при его использовании закон локального сохранения веществ лишь аппроксимируется [4–7]. Поэтому приходится выполнять расчеты на очень подробных сетках для аппроксимационного приближения к этому закону, что существенно ухудшает вычислительную эффективность.

При этом в последнее время ряд исследователей стали предлагать специальные методы постобработки потоков, которые гарантируют выполнение локальных законов сохранения. Например, такие методы были предложены в работах [8–10] как метод проецирования. Однако эти методы рассматривались только для переноса концентрации, а для моделирования многофазных потоков в пористых средах в этих работах не были рассмотрены.

В данной работе рассматривается специальная технология постобработки потоков, которую мы будем называть методом балансировки [11–15]. Она основывается на выполнении баланса объемов втекающей и вытекающей смеси для всех конечных элементов. При этом будет показано сравнение метода балансировки потоков с методом проецирования.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Метод балансировки численных потоков смеси обеспечивает выполнение локальных законов сохранения за счет нахождения поправок $\delta V'_{\Gamma_i}$ к вычисленным с помощью МКЭ потокам смеси V'_{Γ_i} .

Поправки $\delta V'_{\Gamma_i}$ находятся в результате минимизации следующего функционала:

$$\sum_{e=1}^{N^e} \beta_e \left(\sum_{i \in I_{\Omega_e}} \left(\tilde{\gamma}_{\Gamma_i, \Omega_e} \cdot |V'_{\Gamma_i}| + \gamma_{\Gamma_i, \Omega_e} \cdot \delta V'_{\Gamma_i} \right) \right)^2 + \sum_{i=1}^{N^f} \alpha_i \left(\delta V'_{\Gamma_i} \right)^2 \rightarrow \min_{\delta V'_{\Gamma_i}}, \quad (1)$$

в котором N^e и N^f – число конечных элементов и граней в сетке; e – номер элемента; I_{Ω_e} – номера граней Γ_i элемента Ω_e ; β_e и α_i – регуляризирующие параметры, а множители $\tilde{\gamma}_{\Gamma_i, \Omega_e}$ определяют знак потока V'_{Γ_i} относительно элемента Ω_e .

В результате дифференцирования функционала (1) по искомым параметрам и приравнивания соответствующих производных к нулю поправки $\delta V'_{\Gamma_i}$ могут быть найдены в результате решения СЛАУ

$$(\mathbf{B} + \boldsymbol{\alpha})\mathbf{q} = \mathbf{d}, \quad (2)$$

в которой α – матрица, составленная из элементов α_i на главной диагонали; \mathbf{q} – вектор, содержащий поправки $\delta V'_{\Gamma_i}$, а элементы матрицы \mathbf{B} и вектора правой части \mathbf{d} задаются следующими соотношениями:

$$B_{ij} = \begin{cases} \beta_e \gamma_{\Gamma_i, \Omega_e} \gamma_{\Gamma_j, \Omega_e}, & i, j \in I_{\Omega_e}, \quad i \neq j, \quad e = 1 \dots N^e, \\ \sum_{k \in I_{\Gamma_i}} \beta_k, & i = j, \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \quad (3)$$

$$d_i = - \sum_{e=1}^{N^e} \left(\beta_e \gamma_{\Gamma_i, \Omega_e} \left(\sum_{j \in I_{\Omega_e}} \tilde{\gamma}_{\Gamma_j, \Omega_e} |V'_{\Gamma_j}| \right) \right).$$

Здесь I_{Γ_i} – номера содержащих грань Γ_i конечных элементов.

Дисбаланс смеси на элементах задается с помощью значений:

$$\delta_{\Omega_e} = \left| \sum_{i \in I_{\Omega_e}} \left(\tilde{\gamma}_{\Gamma_i, \Omega_e} |V'_{\Gamma_i}| + \gamma_{\Gamma_i, \Omega_e} \delta V'_{\Gamma_i} \right) \right|. \quad (4)$$

Для близости модифицированных потоков смеси к исходным численным параметры регуляризации α_i вычисляются с помощью осредненного небаланса на грани $\Gamma_i = \partial\Omega_e \cap \partial\Omega_k$ по соотношению

$$\alpha_i = \frac{\delta_{\Omega_e} + \delta_{\Omega_k}}{2\delta_{\Omega_e} \delta_{\Omega_k}}. \quad (5)$$

Известен другой метод вычисления модифицированных потоков смеси, в котором численные потоки корректируются добавлением кусочно-постоянных добавок (*метод проецирования*). Подробное описание этого метода дано в работах [8–10]. Вектор $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{N^e}$, содержащий кусочно-постоянные добавки, вычисляется в результате решения СЛАУ

$$\mathbf{B}\mathbf{y} = \mathbf{d}, \quad (6)$$

где элементы матрицы $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{N^e \times N^e}$ и вектора правой части $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^{N^e}$ задаются с помощью соотношений

$$B_{ek} = \begin{cases} -\omega_l^{-1} \text{mes}(\Gamma_l), & e \neq k, \Gamma_l = \partial\Omega_e \cap \partial\Omega_k, \\ \sum_{l \in I_{\Omega_e}} \omega_l^{-1} \text{mes}(\Gamma_l), & e = k, \end{cases} \quad (7)$$

$$d_e = \sum_{l \in I_{\Omega_e}} \tilde{\gamma}_{\Gamma_l, \Omega_e} |V'_{\Gamma_l}|.$$

Поправки к численным потокам смеси вычисляются с помощью соотношений

$$\delta V'_{\Gamma_i} = \omega_i^{-1} \text{mes}(\Gamma_i) \sum_{e \in I_{\Gamma_i}} \gamma_{\Gamma_i, \Omega_e} y_e. \quad (8)$$

Веса для граней определяются путем осреднения абсолютной проницаемости

$$\omega_i = \frac{\delta_{\Omega_e} + \delta_{\Omega_k}}{2\delta_{\Omega_e} \delta_{\Omega_k}}, \quad (9)$$

где $\delta_{\Omega_p} = \mathbf{n}_l^T \mathbf{K}_{\Omega_p} \mathbf{n}_l$.

2. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Исследование метода балансировки численных потоков и метода проецирования проведем на модельных задачах и модели реального месторождения высоковязкой нефти Республики Татарстан. В первую очередь рассмотрим задачу переноса концентрации (однофазная фильтрация), представленную в работе [10]. В качестве расчетной области задана проницаемая зона размерностью 1 м^2 с включением в нее слабопроницаемого объекта. Через нижнюю и верхнюю границы задано условие отсутствия потока, а на левой и правой границе задан перепад давления в 1 Па. В начальный момент времени в области задана нулевая концентрация. Расчетная сетка содержит 1024 элемента (равномерное разбиение). Моделирование происходит с шагом $\Delta t = 0.01$ суток до 2 суток.

На рис. 1 показаны поля концентрации, представленные в статье [10] и рассчитанные как с помощью метода проецирования, так и без коррекции численных потоков.

Видно, что результаты, представленные в статье [10] и рассчитанные с помощью метода проецирования, совпадают, из чего следует корректность

реализации этого метода. При этом решение, полученное без использования технологии постобработки численных потоков (применяется математическая модель из работы [11]), уже является довольно точным, в то время как соответствующее решение, представленное в работе [10], является некорректным.

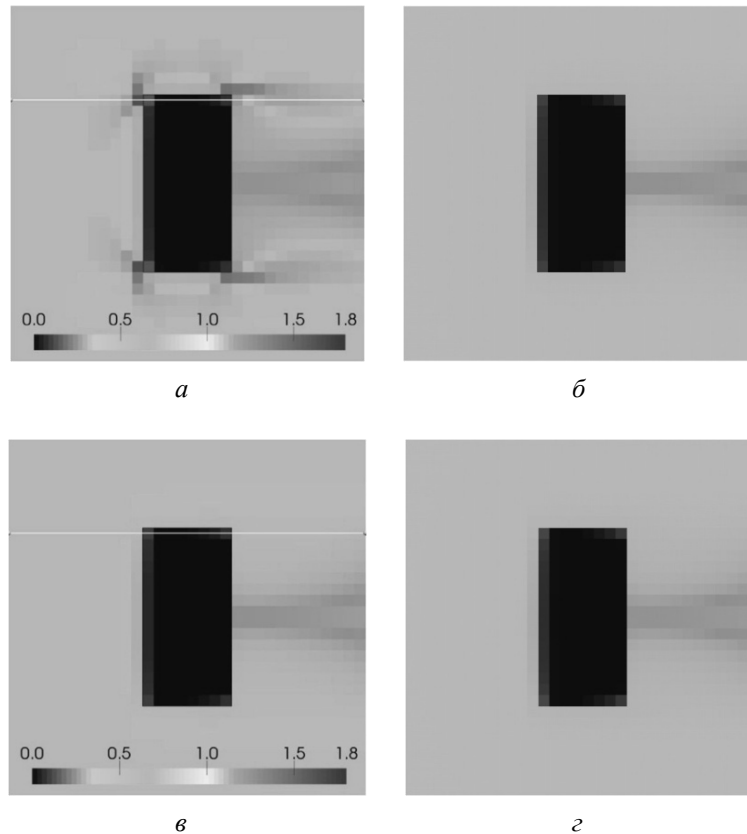


Рис. 1. Концентрации на конец расчета:

a – без постобработки [10]; *б* – без постобработки; *в* – метод проецирования [10]; *г* – метод проецирования

Fig. 1. Concentrations at the end of the calculation:

a – without post-processing [10]; *b* – no post-processing; *c* – projection method [10]; *d* – projection method

На рис. 2 приведена концентрация вдоль прямой $y = 0.735$, рассчитанная без применения постобработки потоков, с помощью метода балансировки потоков и метода проецирования, а также представленная в работе [10].

Очевидно, что полученные с помощью метода балансировки и метода проецирования решения имеют малое различие.

Рассмотрим теперь задачу, представляющую собой моделирование нефтяного месторождения простой структуры, включающее одну добывающую (№ 1) и три нагнетательные скважины (№ 2, 3, 4). Подробное описание этой модели приведено в работе [11].

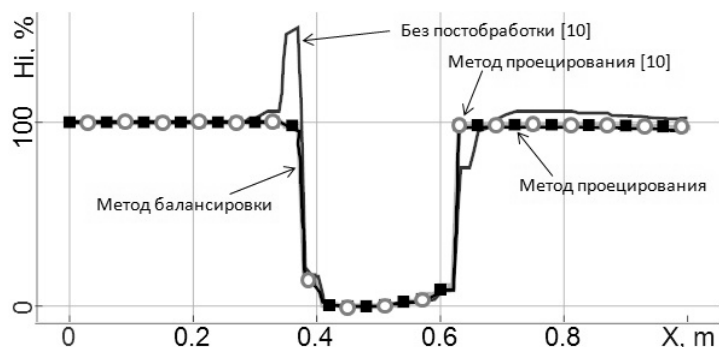


Рис. 2. Концентрации вдоль прямой

Fig. 2. Concentrations along a line

При моделировании, как и ранее, будет использоваться как метод балансировки потоков, так и метод проецирования. На рис. 3 представлено отклонение добычи нефти при расчете методом балансировки и методом проецирования.

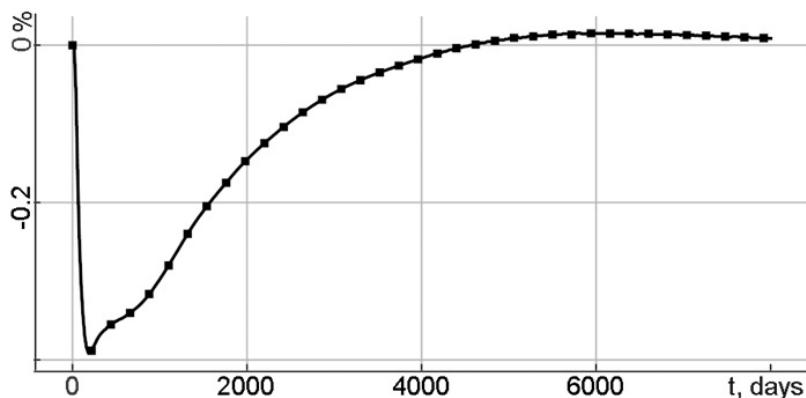


Рис. 3. Отклонение добычи нефти при расчете с использованием постобработки

Fig. 3. Deviation of oil production when calculating using post-processing

Из результатов видно малое различие решений, полученных с использованием метода балансировки потоков и метода проецирования (менее 0.4 %).

Для оценки точности метода балансировки и метода проецирования модифицируем рассмотренную ранее задачу таким образом, что в процессе постобработки будут корректироваться потоки на некоторых скважинах, а не присваиваться в соответствии с известным краевым условием. В этом случае точность метода определяется по близости скорректированных в процессе постобработки потоков на скважинах к известным, заданным в краевых условиях. В качестве таких выберем скважины № 1, 3, 4. Фактически эмулируется ситуация, когда скважины добывают/нагнетают при заданном давлении.

Рассчитанные отборы / нагнетания при использовании метода балансировки и метода проецирования представлены в табл. 1. Из данных видно, что метод балансировки позволил восстановить на скважинах довольно точные потоки; метод проецирования из работы [10] хоть и приблизил потоки к истинным, но в результате погрешность составила на два порядка больше, чем при использовании метода балансировки.

Таблица 1

Table 1

Известные и рассчитанные отборы / нагнетания, м³/сутKnown and calculated productions / injections, m³/day

Отбор, нагнетание / скважина	№ 1	№ 3	№ 4
Известный	40	13.3	13.3
Численный	29.74	9.46	9.46
Метод балансировки потоков	39.99	13.33	13.32
Метод проецирования [10]	36.11	11.82	11.75

Рассмотрим теперь модель нефтяного месторождения Республики Татарстан. Подробное описание модели приводится в работе [2]. Исследование вычислительной эффективности метода балансировки и метода проецирования будем проводить на пяти скважинах: № 7, 20, 24, 36, 47. Для расчетов использованы вложенные сетки H и H/2.

На рис. 4 представлены совокупные отборы нефти для анализируемых скважин при использовании метода балансировки и метода проецирования. В табл. 2 приведены соответствующие различия отборов относительно решений, рассчитанных на подробной сетке с использованием метода балансировки потоков.

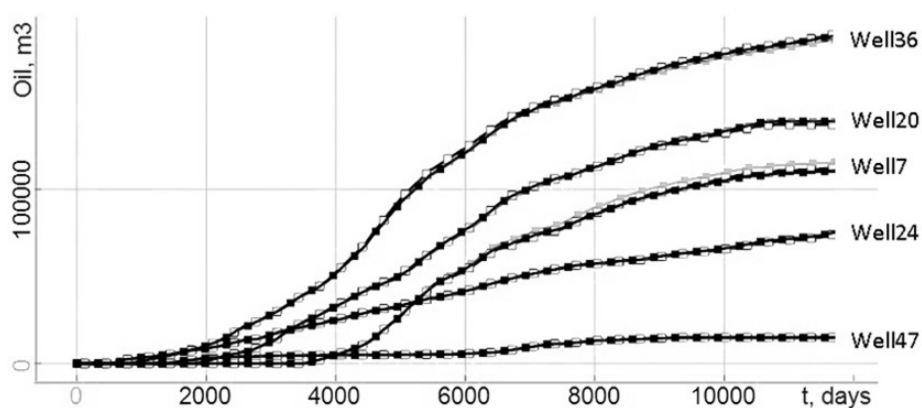


Рис. 4. Совокупная добыча нефти: балансировки на сетке H (черные маркеры), H/2 (пустые маркеры), и метод проецирования на сетке H (серые маркеры)

Fig. 4. Graphs of accumulated oil volumes obtained using the balancing method for mesh H (black markers), H/2 (empty markers), and projection method for mesh H (gray markers)

Таблица 2

Table 2

Отклонения отборов нефти при использовании методов постобработки, %**Deviations of oil recovery when using various post-processing methods, %**

Метод / скважина	№ 7	№ 20	№ 24	№ 36	№ 47
Балансировка	0.62	0.7	0.59	0.69	0.56
Проецирование	1.94	0.51	0.75	0.45	0.39

Из представленных в табл. 2 значений видно хорошую согласованность решений при расчете с помощью метода балансировки и метода проецирования на сетках H относительно решения, полученного с помощью метода балансировки на сетке $H/2$.

Проанализируем точность обоих методов постобработки так же, как рассматривали для предыдущего примера: на некоторых скважинах месторождения (исследуемые скважины) не будем фиксировать истинный поток. При этом для метода проецирования из работы [10] будут использованы как весовые функции (9), так и весовые функции (5), предложенные для метода балансировки.

В табл. 3 представлена погрешность в рассчитанных отборах при использовании метода балансировки потоков и метода проецирования (в качестве истинных взяты практические данные нефтедобычи).

Таблица 3

Table 3

Погрешность отборов при использовании метода балансировки потоков и метода проецирования, %**Errors when the flow balancing method and the projection method are used, %**

Метод / скважина	№ 7	№ 20	№ 24	№ 36	№ 47
Численный поток, H	25.71	42.7	29.1	30.3	40.7
Численный поток, $H/2$	16.6	25.2	20.1	22.6	30.34
Балансировка, H	1.48	2.16	3.69	0.95	3.7
Проецирование, H , веса (9)	14.6	26.3	17.1	14.6	27.4
Проецирование, $H/2$, веса (9)	8.2	16.3	10.4	9.9	17.4
Проецирование, H , веса (5)	6.2	10.9	6.8	3.11	14.9
Проецирование, $H/2$, веса (5)	2.5	7.8	4.5	2.7	5.3

Из результатов, представленных в табл. 3, видно, что погрешность численного потока даже на подробной сетке составляет примерно 25 %; метод проецирования (предложенный в работе [10]) при расчете на подробной сетке $H/2$ с использованием стандартных весовых функций (9) позволяет снизить эту погрешность в два раза; метод проецирования при расчете на подроб-

ной сетке H/2 с использованием весовых функций (5), предложенных для метода балансировки в данной работе, позволяет снизить погрешность в четыре раза, в то время как метод балансировки при расчете даже на грубой сетке H позволяет снизить погрешность более чем на порядок.

На рис. 5 представлены соответствующие совокупные отборы нефти. Погрешность при использовании метода балансировки и метода проецирования приведена в табл. 4 (в качестве истинных значений взяты отборы нефти, рассчитанные на сетке H/2 с использованием метода балансировки).

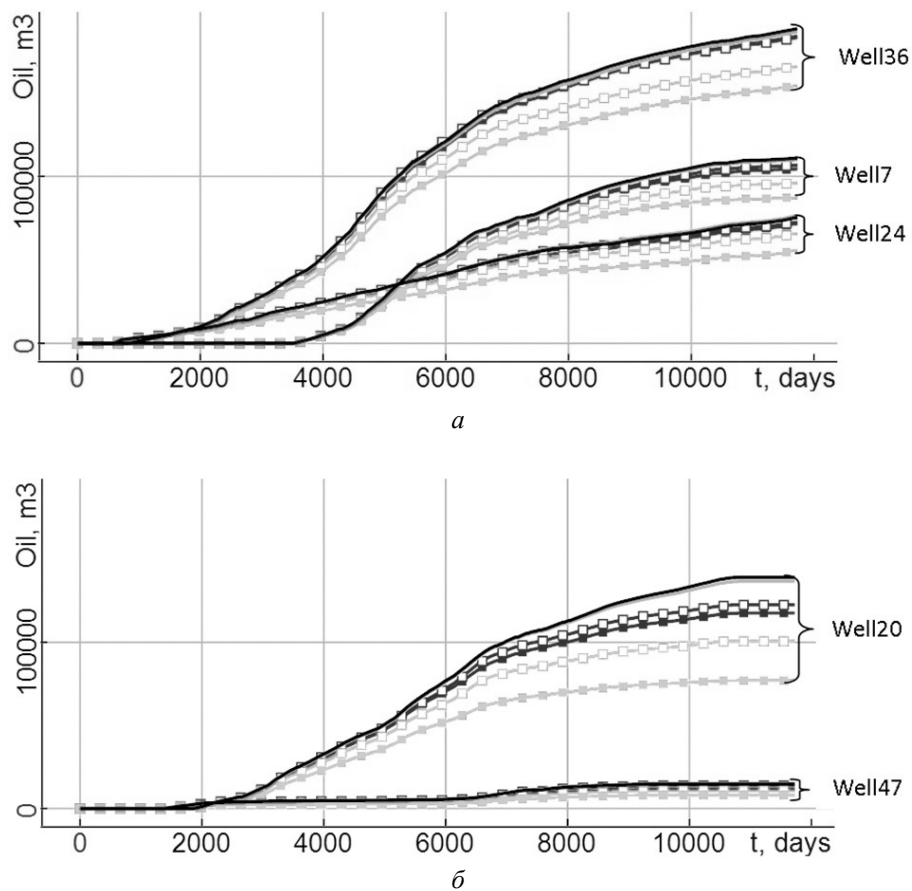


Рис. 5. Совокупные отборы нефти: истинные (черным цветом), рассчитанные с помощью метода балансировки (серые без маркеров практически совпадают с истинными), рассчитанные с помощью метода проецирования для стандартных весов (9) (светло-серые с маркерами) и предложенные для метода балансировки весов (5) (темно-серые с маркерами); для сетки H маркеры закрашены, для H/2 – пустые

Fig. 5. Cumulative oil recovery: true (in black), calculated using the balancing method (gray without markers – almost the same as true) and calculated using the projection method for standard weights (9) (light gray with markers) and proposed for the weight balancing method (5) (dark gray with markers); for grid H the markers are filled, for H/2 they are empty

Таблица 4

Table 4

Погрешность отборов нефти, %**Errors of oil recovery, %**

Метод / скважина	№ 7	№ 20	№ 24	№ 36	№ 47
Балансировка, Н	0.74	1.23	1.52	0.87	0.82
Проецирование, Н, веса (9)	13.4	29.2	21.3	14.9	40.0
Проецирование, Н/2, веса (9)	6.9	15.9	9.3	9.7	25.9
Проецирование, Н, веса (5)	3.3	9.1	6.5	3.1	19.9
Проецирование, Н/2, веса (5)	2.5	5.8	2.2	1.8	6.7

Видно, что точность применения метода балансировки относительно метода проецирования еще более возрастает. При этом затраты вычислительного времени при расчете методом балансировки на сетке Н составили порядка 0.5 часа, в то время как для получения менее точного решения с использованием метода проецирования на сетке Н/2 потребовалось уже более 8.5 часа (для расчетов использовался ПК с процессором Intel Core I7 3.7ГГц).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассматриваются методы постобработки конечноэлементных решений при моделировании многофазных течений. Для моделирования процессов фильтрации используется специальный метод, основанный на неявном расчете поля давления и явном расчете насыщенностей. Постобработка потоков выполняется с помощью двух технологий – метода балансировки и метода проецирования. Оба метода обеспечивают получение консервативного решения, что очень важно при решении практических задач нефтедобычи.

Вычислительные эксперименты показали, что применение метода балансировки численных потоков смеси обеспечивает выше точность, чем метод проецирования. Для рассмотренных моделей месторождений его точность практически на два порядка выше. При этом временные затраты, необходимые на выполнение процедуры балансировки потоков, не превышают 15 % от общих затрат на моделирование.

Метод проецирования может быть улучшен за счет использования весовых функций, предложенных для метода балансировки потоков. При этом метод балансировки даже в этом случае обеспечивает точность на порядок выше.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Aziz K., Settari A.* Petroleum reservoir simulation. – London: Applied Science Publ., 1979. – 476 p.
2. The design of high-viscosity oil reservoir model based on the inverse problem solution / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, D.V. Vagin, A.M. Grif, D.S. Kiselev, I.I. Patrushev, A.V. Nasybullin, B.G. Ganiev // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. – 2021. – Vol. 199. – P. 108245.
3. *Shirangi M.G., Durlafsky L.J.* Closed-loop field development under uncertainty by use of optimization with sample validation // *SPE Journal*. – 2015. – Vol. 20, N 5. – P. 908–922.
4. Interface control volume finite element method for modelling multi-phase fluid flow in highly heterogeneous and fractured reservoirs / A.S. Abushaikh, M.J. Blunt, O.R. Gosselin, C.C. Pain, M.D. Jackson // *Journal of Computational Physics*. – 2015. – Vol. 298. – P. 41–61.
5. *Schmid K.S., Geiger S., Sorbie K.S.* Higher order FE-FV method on unstructured grids for transport and two-phase flow with variable viscosity in heterogeneous porous media // *Journal of Computational Physics*. – 2013. – Vol. 241. – P. 416–444.
6. *Nick H.M., Matthäi S.K.* A hybrid finite-element finite-volume method with embedded discontinuities for solute transport in heterogeneous media // *Vadose Zone Journal*. – 2011. – Vol. 10, N 1. – P. 299–312.
7. Numerical simulation of water flooding in natural fractured reservoirs based on control volume finite element method / R.-h. Zhang, L.-h. Zhang, J.-x. Luo, Z.-d. Yang, M.-y. Xu // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. – 2016. – Vol. 146. – P. 1211–1225.
8. *Sun S., Wheeler M.F.* Projections of velocity data for the compatibility with transport // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. – 2006. – Vol. 195, N 7–8. – P. 653–673.
9. *Lee S., Lee Y.J., Wheeler M.F.* A locally conservative enriched Galerkin approximation and efficient solver for elliptic and parabolic problems // *SIAM Journal on Scientific Computing*. – 2016. – Vol. 38, N 3. – P. A1404–A1429.
10. Postprocessing of non-conservative flux for compatibility with transport in heterogeneous media / L.H. Odsæter, M.F. Wheeler, T. Kvamsdal, M.G. Larson // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. – 2017. – Vol. 315. – P. 799–830.
11. A method of FE modeling multiphase compressible flow in hydrocarbon reservoirs / Y.G. Soloveichik, M.G. Persova, A.M. Grif, A.S. Ovchinnikova, I.I. Patrushev, D.V. Vagin, D.S. Kiselev // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. Elsevier. – 2022. – Vol. 390. – P. 114468.
12. Flow balancing in FEM modelling of multi-phase flow in porous media / M.G. Persova, Y.G. Soloveichik, A.M. Grif, I.I. Patrushev // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП-2018): труды. 14 Международной научно-технической конференции, Новосибирск, 2–6 окт. 2018 г.: в 8 т. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2018. – Т. 1, ч. 4. – С. 205–211.
13. Ovchinnikova A.S. Computational scheme of temperature field calculation during modeling multiphase flow in porous media // *Proceedings of the XV International Scientific and Technical Conference «Actual problems of electronic instrument engineering»*, Novosibirsk, 19–21 Novtmbler 2021. – Novosibirsk, 2021. – P. 564–567. – DOI: 10.1109/APEIE52976.2021.9647473.
14. *Персова М.Г., Соловейчик Ю.Г., Гриф А.М.* Балансировка потоков на неконформных конечноэлементных сетках при моделировании многофазной фильтрации // *Программная инженерия*. – 2021. – Т. 12, № 9. – С. 450–458.
15. Конечноэлементное моделирование многофазных потоков с их балансировкой при фиксировании рабочего давления на скважинах в процессе нефтедобычи / А.С. Овчинникова, И.И. Патрушев, А.М. Гриф, М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик // *Вычислительные методы и программирование*. – 2022. – Т. 23, № 1. – С. 60–74.

Гриф Александр Михайлович, аспирант Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – математическое моделирование процессов многофазной фильтрации. Является автором 20 публикаций. E-mail: alexgrif@inbox.ru

Соловейчик Юрий Григорьевич, заведующий кафедрой прикладной математики факультета прикладной математики и информатики Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – моделирование с использованием метода конечных элементов и решение обратных задач математической физики. Является автором более 170 научных и учебно-методических публикаций. E-mail: soloveychik@ami.nstu.ru

Grif Alexander M., a post-graduate student, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on mathematical modeling of multiphase filtration processes in porous media. He is the author of 20 scientific papers. E-mail: alexgrif@inbox.ru

Soloveichik Yuri G., head of the Department of Applied Mathematics, Faculty of Applied Mathematics and Computer Science, Novosibirsk State Technical University. His research interests cover finite element modeling and solution of inverse problems of mathematical physics. He is the author of more than 170 scientific and educational publications. Email: soloveychik@ami.nstu.ru

DOI: 10.17212/2782-2001-2022-4-75-88

Investigation of the efficiency of post-processing methods in solving problems of multi-phase filtration^{*}

A.M. GRIF^a, YU.G. SOLOVEICHIK^b

Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marx Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation

^a alexgrif@inbox.ru ^b soloveychik@ami.nstu.ru

Abstract

Methods for post-processing of finite element solutions in the simulation of multiphase flows are considered. To simulate filtration processes, a special method based on the implicit calculation of the pressure field and the explicit calculation of saturations is used. Post-processing of flows is performed using two technologies - the balancing method and the projection method. The method of balancing the numerical flows of the mixture ensures the fulfillment of local conservation laws by finding corrections to the flows of the mixture calculated using the FEM. For the closeness of the modified mixture flows to the original numerical ones, the regularization parameters in the balancing method are calculated using the averaged unbalance. In the projection method, the balanced values of fluxes through the faces of finite elements are corrected by adding constant corrections (constant per element).

Computational experiments were carried out on a test problem, a model of a field with a simple structure, and a model of a real oil field in the Republic of Tatarstan. When modeling problems with the appropriate correction of the known mixture flows on the faces of the wells, the solutions obtained using the balancing method and the projection method have little differ-

^{*} Received 10 May 2022.

This work was financially supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (Research Laboratory “Modeling and data processing of high technologies”, the project code is FSUN-2020-0012).

ence. The results of research on problems have shown that both technologies provide conservative solutions for which conservation laws are satisfied. At the same time, the use of the method of balancing the numerical flows of the mixture provides a higher accuracy than the projection method, when the flows in the wells are corrected in the post-processing process (that is, in fact, production/injection is emulated while maintaining a fixed pressure). The projection method can be improved by using the weight functions proposed for the balancing method. However, even in this case, the balancing method allows obtaining more accurate solutions.

Keywords: multiphase flow, oil fields, oil production, finite element method, mass conservation law, flow post-processing, flow balancing method, flow projection method

REFERENCES

1. Aziz K., Settari A. *Petroleum reservoir simulation*. London, Applied Science Publ., 1979. 476 p.
2. Persova M.G., Soloveichik Y.G., Vagin D.V., Grif A.M., Kiselev D.S., Patrushev I.I., Nasybullin A.V., Ganiev B.G. The design of high-viscosity oil reservoir model based on the inverse problem solution. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2021, vol. 199, p. 108245.
3. Shirangi M.G., Durlofsky L.J. Closed-loop field development under uncertainty by use of optimization with sample validation. *SPE Journal*, 2015, vol. 20, no. 5, pp. 908–922.
4. Abushaikh A.S., Blunt M.J., Gosselin O.R., Pain C.C., Jackson M.D. Interface control volume finite element method for modelling multi-phase fluid flow in highly heterogeneous and fractured reservoirs // *Journal of Computational Physics*, 2015, vol. 298, pp. 41–61.
5. Schmid K.S., Geiger S., Sorbie K.S. Higher order FE-FV method on unstructured grids for transport and two-phase flow with variable viscosity in heterogeneous porous media. *Journal of Computational Physics*, 2013, vol. 241, pp. 416–444.
6. Nick H.M., Matthäi S.K. A hybrid finite-element finite-volume method with embedded discontinuities for solute transport in heterogeneous media. *Vadose Zone Journal*, 2011, vol. 10, no. 1. pp. 299–312.
7. Zhang R.-h., Zhang L.-h., Luo J.-x., Yang Z.-d., Xu M.-y. Numerical simulation of water flooding in natural fractured reservoirs based on control volume finite element method. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2016, vol. 146, pp. 1211–1225.
8. Sun S., Wheeler M.F. Projections of velocity data for the compatibility with transport. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2006, vol. 195, no. 7–8, pp. 653–673.
9. Lee S., Lee Y.J., Wheeler M.F. A locally conservative enriched Galerkin approximation and efficient solver for elliptic and parabolic problems. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2016, vol. 38, no. 3, pp. A1404–A1429.
10. Odsæter L.H., Wheeler M.F., Kvamsdal T., Larson M.G. Postprocessing of non-conservative flux for compatibility with transport in heterogeneous media. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2017, vol. 315, pp. 799–830.
11. Soloveichik Y.G., Persova M.G., Grif A.M., Ovchinnikova A.S., Patrushev I.I., Vagin D.V., Kiselev D.S. A method of FE modeling multiphase compressible flow in hydrocarbon reservoirs. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2022, vol. 390, p. 114468.
12. Persova M.G., Soloveichik Y.G., Grif A.M., Patrushev I.I. Flow balancing in FEM modelling of multi-phase flow in porous media. *14th International Scientific-Technical Conference on Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE 2018): proceedings*, Novosibirsk, 2–6 October 2018, vol. 1, pt. 4, pp. 205–211.
13. Ovchinnikova A.S. Computational scheme of temperature field calculation during modeling multiphase flow in porous media. *Proceedings of the XV International Scientific and Technical Conference «Actual problems of electronic instrument engineering»*, Novosibirsk, 19–21 November 2021, pp. 564–567. DOI: 10.1109/APEIE52976.2021.9647473.
14. Persova M.G., Soloveichik Yu.G., Grif A.M. Balansirovka potokov na nekonformnykh konechnoelementnykh setkakh pri modelirovanii mnogofaznoi fil'tratsii [Flow balancing in modeling

of multi-phase flow using non-conformal finite element meshes]. *Programmnaya inzheneriya = Software Engineering*, 2021, vol. 12, no. 9, pp. 450–458.

15. Ovchinnikova A.S., Patrushev I.I., Grif A.M., Persova M.G., Soloveichik Y.G. Konechno-elementnoe modelirovanie mnogofaznykh potokov s ikh balansirovkoj pri fiksirovanii rabochego davleniya na skvazhinakh v protsesse nefteдобычи [Finite element modeling of multiphase flows with their balancing while setting the working pressure on wells during oil production]. *Vychislitel'nye metody i programmirovaniye = Numerical Methods and Programming*, 2022, vol. 23 (1), pp. 60–74. (In Russian).

Для цитирования:

Гриф А.М., Соловейчик Ю.Г. Исследование эффективности методов постобработки потоков при решении задач многофазной фильтрации // Системы анализа и обработки данных. – 2022. – № 4 (88). – С. 75–88. – DOI: 10.17212/2782-2001-2022-4-75-88.

For citation:

Grif A.M., Soloveichik Yu.G. Issledovanie effektivnosti metodov postobrabotki potokov pri reshenii zadach mnogofaznoi fil'tratsii [Investigation of the efficiency of post-processing methods in solving problems of multi-phase filtration]. *Sistemy analiza i obrabotki dannykh = Analysis and Data Processing Systems*, 2022, no. 4 (88), pp. 75–88. DOI: 10.17212/2782-2001-2022-4-75-88.