

УДК 519.246:627.832

Анализ дефектов строительных конструкций методом эмпирического моста^{*}

А.П. КОВАЛЕВСКИЙ^{1,2}, А.М. ШАХРАМАНЬЯН³

¹ 630073, РФ, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет, к. ф.-м. н., доцент, e-mail: randorra@ngs.ru

² 630090, РФ, г. Новосибирск, ул. Пирогова, 2, Новосибирский государственный университет, к. ф.-м. н., доцент

³ 117556, г. Москва, ул. Болотниковская, д. 11, корпус 1, ООО «НПО СОДИС», к. т. н., e-mail: andrantic@nposodis.ru

Приведены результаты исследований по обнаружению и локализации дефекта строительной конструкции в пространстве и времени на основе статистического анализа эмпирического моста, построенного по квадратам приращений временного ряда. Статистический анализ подразумевает, что в качестве основной гипотезы предполагается отсутствие неоднородности. Возникновение неоднородности должно быть обнаружено внешними средствами в результате математической обработки записей колебаний датчиков, расположенных на фиксированных этажах. Специфика изучаемых в работе процессов состоит в том, что на периодические колебания накладывается случайный шум. В этой ситуации распределение эмпирического моста отличается от распределения для модели простой случайной выборки. Этот вопрос специально изучался в предыдущих статьях, где были установлены границы применимости и различия между моделями. Момент разладки определяется как абсцисса наибольшего отклонения эмпирического моста от оси абсцисс. Алгоритм статистического обнаружения дефекта включает вычисление кумулятивных сумм значений по осям координат, их ортогонализацию с управляющим воздействием, численное дифференцирование, суммирование квадратов приращений, выделение интервала стационарности, построение эмпирических мостов по квадратам приращений процесса на каждом этаже и по каждой координате, обнаружение неоднородности на основании их анализа.

Ключевые слова: локализация дефекта, гипотеза об однородности, статистический критерий, гармонические колебания, аддитивный шум, ортогонализация, эмпирический мост, распределение Колмогорова

ВВЕДЕНИЕ

Локализация дефекта строительной конструкции во времени и в пространстве имеет определяющее значение для его своевременного устранения и предотвращения разрушения. В настоящее время разработаны методы контроля колебаний строительных конструкций и их математического моделирования методом конечных элементов [1].

В нашей работе исследуется статистический критерий, позволяющий по собранным данным делать вывод о моменте образования дефекта, а также о его пространственной локализации. Этот критерий основан на изучении эмпирического моста – случайной ломаной, введенной в статье [2]. Основная гипотеза предполагает, что неоднородности нет. Возникновение неоднородности должно быть обнаружено внешними средствами – результатами математической обработки записей колебаний датчиков, расположенных на фиксированных этажах.

^{*} Статья получена 03 марта 2014 г.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 13-01-00661).

Исходные данные, на основании которых надо принять решение о наличии неоднородности, – это результаты моделирования колебаний здания, которые физически описываются как мгновенные значения ускорений, а математически – как связанные между собой временные ряды колебаний с аддитивным шумом на выбранных этажах по каждой из осей координат. Исследуется модельная задача искусственного введения неоднородности путем утяжеления одного из этажей вдвое.

Специфика изучаемых в работе процессов состоит в том, что на периодические колебания накладывается случайный шум. В этой ситуации распределение эмпирического моста отличается от распределения для модели простой случайной выборки. Этот вопрос специально изучался в статье [3]. Как показано там, логарифмические асимптотики распределения максимального отклонения эмпирического моста от оси абсцисс в этих двух ситуациях совпадают, а при практическом вычислении вероятности следует вводить поправки, не превосходящие 29 %. В связи с этим достигаемые уровни значимости вычисляются в данной работе на основании распределения Колмогорова с точностью до одной значащей цифры. Момент разладки определяется как абсцисса наибольшего отклонения эмпирического моста от оси абсцисс на основании работы [4].

В параграфе 2 проведен предварительный анализ исходных данных. В параграфе 3 предварительно обработанные записи колебаний анализируются на наличие разладки. В заключении сформулирован алгоритм обнаружения разладки по результатам записи колебаний строительной конструкции.

1. АНАЛИЗ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

Исходные данные – это результаты моделирования колебаний здания для уровней –2 (минус второго), 10, 20, 30 и 40 этажа. Используются два режима моделирования: без дефекта и с дефектом. В качестве дефекта рассматривается здание, в котором масса одного из этажей (а именно, 25-го этажа) в два раза больше, чем в исходной модели. Колебания (значения ускорений) измеряются по 3 координатам с временным шагом 0,01 с в течение четырех минут (всего 24000 отсчетов).

В качестве колебаний на уровне –2 взяты результаты записи, осуществленные на реальном объекте и описанные в работе [1]. Колебания здания возникают из-за колебаний основания. Моделирование колебаний под этим воздействием начинается из состояния покоя. Оси координат привязаны к осям здания: ось x направлена вдоль фронтальной оси здания.

Графики колебаний приведены в работе [1]. Для модели без дефекта характерны более быстрый рост и более медленное затухание колебаний, чем для модели с дефектом. Особенно велики отличия для колебаний вдоль вертикальной оси.

На рис. 1 приведены графики для оси z . Они сильно различаются для разных режимов, но изучение графиков не дает ответа на вопрос, какой этаж имеет массу, вдвое превышающую массу остальных.

Через x_d, y_d, z_d будем обозначать координаты колебаний на соответствующем уровне при наличии дефекта, а через x_n, y_n, z_n – при отсутствии дефекта.

Для каждого уровня от 10 до 40 вычислим квадраты амплитуд колебаний и найдем их разности

$$r = x_d^2 + y_d^2 + z_d^2 - (x_n^2 + y_n^2 + z_n^2).$$

Для минус второго этажа эти вычисления не проводятся, так как для него нагруженный и ненагруженный случаи не отличаются – разности равны нулю.

Вычислим кумулятивные суммы $r_L = \text{cumsum}(r)$.

Разделим кумулятивные суммы на выборочное стандартное отклонение и на корень квадратный из числа отсчетов $n = 24000$. Получим нормированные кумулятивные суммы

$$r_N = (\text{var}(r))^{-1/2} r_L.$$

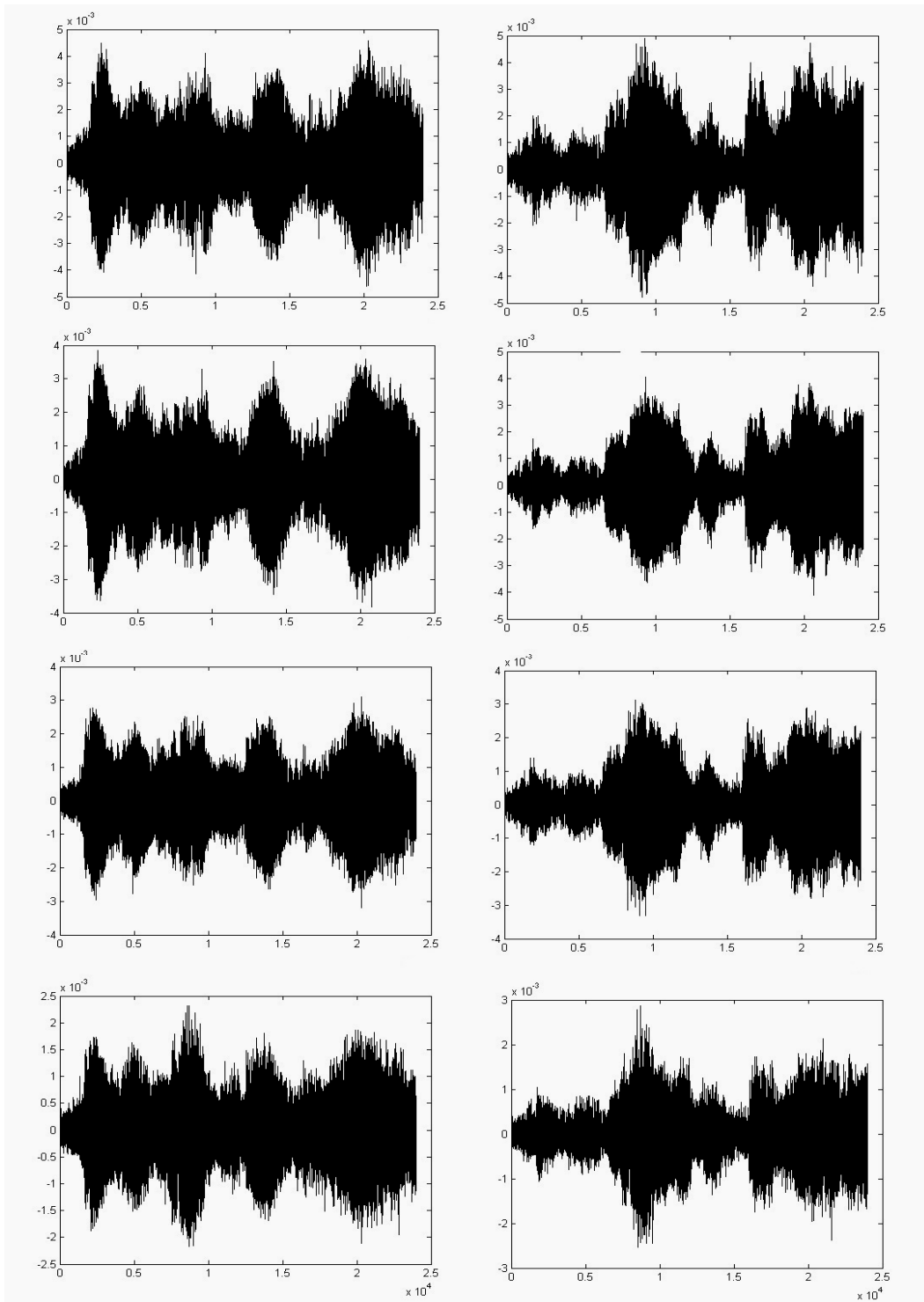


Рис. 1. Графики колебаний по оси z на 10-м, 20-м, 30-м и 40-м этажах (снизу вверх) без дефекта (слева) и с дефектом (справа)

График нормированных кумулятивных сумм на уровне 10 приведен на рис. 2. Для других уровней графики имеют сходный вид. Для графика характерно убывание в среднем (отри-

цательный снос), т. е. накопленные квадраты амплитуд колебаний растут медленнее в случае наличия нагруженного этажа, что соответствует положениям общей теории колебаний.

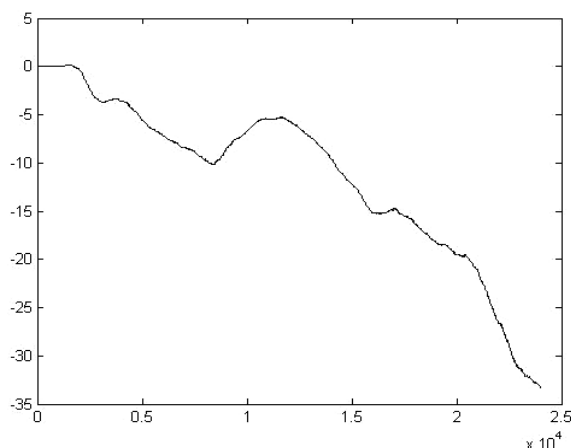


Рис. 2. Нормированные кумулятивные суммы разностей квадратов амплитуд на уровне 10 этажа

Были изучены амплитуды спектров сигналов по каждой оси координат на каждом уровне от 10 до 40. По горизонтальной оси откладывается частота в герцах. Так как замеры произведены в течение 240 секунд с дискретностью 0,01 с, то дискретное преобразование Фурье дает частоты от 1/240 Гц до 50 Гц с шагом 1/240 Гц. Амплитуды вычисляются делением значений дискретного преобразования Фурье на число отсчетов (24000).

Анализ показывает расщепление пиковой частоты, приблизительно равной 5 Гц, для колебаний по оси Z в моделях с дефектом: между двумя максимумами амплитуд образуется минимум. В результате существенно понижается высота спектрального пика. Кроме того, происходит сдвиг (уменьшение) пиковой частоты. Так, на уровне 20-го этажа значение пиковой частоты изменилось с 5.07 Гц в модели без дефекта до 4.99 Гц в модели с дефектом (рис. 3). Эти отличия определяют возможность детектирования дефекта (нагруженного этажа) спектральным методом.

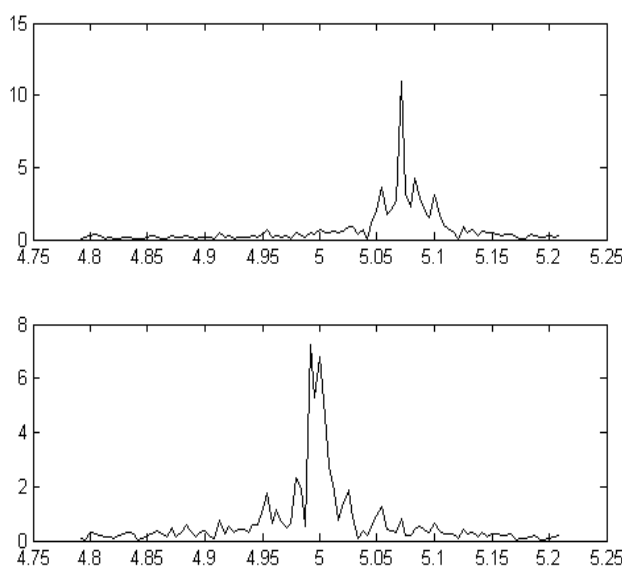


Рис. 3. Амплитуды спектра колебаний на уровне 20 в модели без дефекта (сверху) и с дефектом (снизу). По горизонтальной оси отложена частота в герцах

2. ЭМПИРИЧЕСКИЙ МОСТ И СТАТИСТИЧЕСКИЙ КРИТЕРИЙ

Анализ кумулятивных сумм на разных уровнях показывает рост зашумления с ростом высоты. Для того, чтобы анализировать зашумление, осуществим ортогонализацию кумулятивных сумм S по соответствующим координатам с кумулятивными суммами S_0 на уровне -2 по формуле

$$S^0 = S - \langle S, S_0 \rangle / \langle S_0, S_0 \rangle.$$

От ортогонализированных сумм S^0 перейдем к их приращениям, т. е. к исправленным значениям процесса x^0, y^0, z^0 , а затем к приращениям процесса dx^0, dy^0, dz^0 .

Просуммируем квадраты приращений по всем координатам и по всем уровням:

$$v(i) = \sum_j ((dx_j^0)^2 + (dy_j^0)^2 + (dz_j^0)^2).$$

Здесь суммирование ведется по всем уровням $j > 0$.

По этим суммам построим эмпирический мост [2]: ломаную с узлами в точках

$$(k/n, (\sum_{i \leq k} v(i) - k \sum_{i \leq n} v(i)/n) b^{-1} n^{-1/2}).$$

Здесь b – выборочное среднее квадратическое отклонение для $\{v(i)\}_{i \leq n}$.

На рис. 4 приведены эмпирические мосты для моделей без дефекта и с дефектом.

Эмпирические мосты кажутся визуально почти не различимыми, однако между ними есть принципиальные отличия, которые и являются предметом последующего анализа. Эти отличия будут выявляться нахождением интервала стационарности и анализом эмпирических мостов, построенных на нем. Для интервала стационарности характерно линейное поведение эмпирического моста, что соответствует постоянному среднему значению (в данном случае квадратов приращений).

Из рисунка видно, что можно выделить четыре интервала линейного поведения эмпирического моста как для модели без дефекта, так и для модели с дефектом. Границы интервалов – это точки, в которых происходит излом эмпирического моста – одна аппроксимирующая линейная функция сменяется другой. Эти интервалы отыскиваются аналитически как моменты наибольшего отклонения эмпирического моста от горизонтальной оси. В эти моменты временной ряд разрезается на две части, и процедура выполняется снова. В результате этой процедуры найдены следующие границы интервалов: в модели без дефекта – 1, 7304, 9392, 16816, 24000; в модели с дефектом – 1, 7312, 9388, 16284, 24000. При этом величина отклонения на последнем интервале составляет 4.54 для модели без дефекта и 4.31 – для модели с дефектом. Для дальнейшего анализа берется пересечение этих интервалов, т. е. интервал от 16816 до 24000, содержащий 7185 значений. Этот интервал соответствует стационарному режиму, когда система, стартовавшая из неподвижного состояния, пришла в состояние стохастической стабильности.

Построим эмпирические мосты по квадратам приращений на каждом положительном уровне по каждой координате. Проанализируем поведение эмпирического моста соответствующим статистическим критерием [2]: достигнутый уровень значимости вычисляется как «хвост» распределения Колмогорова.

Таким образом, критерий эмпирического моста (при выборе критического уровня 0,01) принимает гипотезу об однородности наблюдений для всех этажей в модели без дефекта, и отвергает для всех этажей, начиная с 20-го, в модели с дефектом. Наиболее сильное отличие зафиксировано для модели с дефектом на 40-м этаже. Итак, возможно использовать данный статистический критерий для выявления наличия дефектов и их пространственного положения.

Таблица 1

Значения статистики максимального отклонения эмпирического моста и соответствующие достигнутые уровни значимости

Номер этажа	Для модели без дефекта		Для модели с дефектом	
	Значение статистики	Достигнутый уровень значимости	Значение статистики	Достигнутый уровень значимости
10	1,284	0,07	1,381	0,04
20	1,136	0,2	1,879	0,002
30	1,370	0,05	1,794	0,003
40	1,540	0,02	2,633	0,000002

Проанализируем работу этого критерия в задаче обнаружения времени возникновения дефекта. Для этого склеим данные (квадраты ортогонализированных приращений) для моделей без дефекта и с дефектом на каждом этаже с 10-го по 40-й. Это соответствует последовательной записи колебаний в удаленные моменты времени, между которыми произошло возникновение дефекта конструкции. Так как выбранные данные насчитывают по 7185 значений для каждого ряда, то в результате склеивания получим ряды длиной 14370 значений.

Построим эмпирические мосты и изучим их с помощью статистического критерия. Результаты анализа приведены в табл. 2.

Оценка момента разладки отыскивается как момент наибольшего отклонения эмпирического моста от оси абсцисс [3]. Так как истинная разладка (склейка данных для ненагруженного и нагруженного режимов) происходит в момент 7185, то ошибка в определении момента разладки определяется как разность между оценкой момента разладки и истинным моментом разладки, умноженная на 0,01. Здесь учтено, что интервал времени между отсчетами составляет 0,01 с.

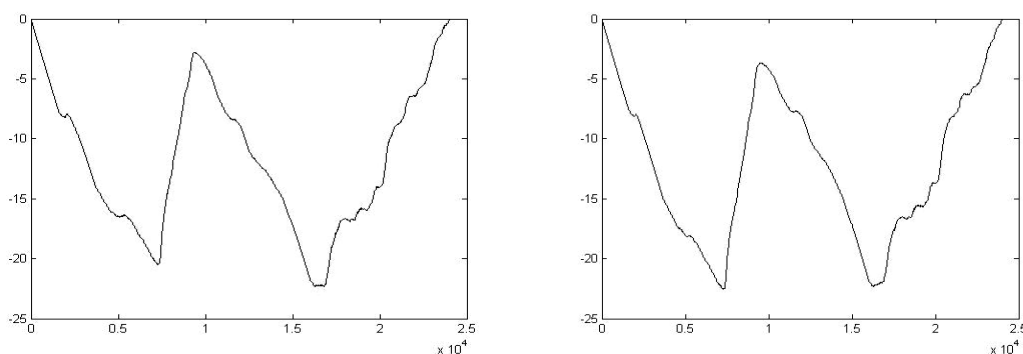


Рис. 4. Эмпирические мосты сумм квадратов приращений ортогонализированных процессов в модели без дефекта (слева) и в модели с дефектом (справа)

Разладка по оси x фиксируется с точностью до 10 с, причем на очень низком уровне значимости (меньше 0,0001). По оси y разладка также фиксируется с точностью до 10 с за исключением 30-го этажа, где ошибка составляет 58 с. Достигнутый уровень значимости не превосходит 10^{-6} . По оси z разладка на этажах 10, 20 является незначимой – гипотеза о разладке от-

вергается на уровне 0,1. На 30-м, 40-м этажах разладка значима на уровне 0,0001, ошибка (запаздывание) в определении момента разладки составляет 26 с.

Таблица 2

Результаты анализа разладки

Ось координат	Этаж	Оценка момента разладки	Ошибка в определении момента разладки, с	Значение статистики	Достигнутый уровень значимости
X	10	7579	3,94	3,37	$<10^{-6}$
	20	7596	4,11	7,48	$<10^{-6}$
	30	7601	4,16	2,40	$2 \cdot 10^{-5}$
	40	8119	9,34	3,40	$<10^{-6}$
Y	10	6862	-3,23	7,74	$<10^{-6}$
	20	6830	-3,55	5,37	$<10^{-6}$
	30	12965	57,8	2,70	$<10^{-6}$
	40	8091	9,06	4,83	$<10^{-6}$
Z	10	5800	-13,85	1,08	0,2
	20	7127	-0,58	1,10	0,2
	30	9784	25,99	2,74	$<10^{-6}$
	40	9782	25,97	2,37	$3 \cdot 10^{-5}$

Согласно общей теории, развитой в статье [3], максимальное отклонение эмпирического моста при основной гипотезе имеет распределение, близкое к распределению Колмогорова, а при альтернативной растет пропорционально величине неоднородности (в нашем случае – изменению массы этажа). Поэтому при снижении величины отклонения от нормы со 100 % до 50 % и 25 % следует ожидать, что применяемая статистика критерия уменьшится приблизительно в два и четыре раза соответственно. Так как для распределения Колмогорова достигнутый уровень значимости имеет асимптотику $\alpha \sim 2 \exp(-2x^2)$, то в случае, когда для 100 %-го отклонения он достаточно мал, для 50 % и 25 % он будет соответственно составлять примерно $\alpha^{1/4}$ и $\alpha^{1/16}$. В частности, если (как в большинстве строк таблицы 2) $\alpha < 10^{-6}$, то для отклонения в 50 % гипотеза об однородности отвергается на уровне значимости 0,032, а для отклонения в 25 % – лишь на уровне 0,42. Таким образом, следует считать разработанный подход приемлемым при 50% отклонения массы этажа от номинала и малопримемым при 25 %.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенного анализа проведены исследования по возможности обнаружения дефекта, состоящие из следующих шагов.

1. Вычисляются кумулятивные суммы значений по осям координат.
2. Кумулятивные суммы ортогонализуются с кумулятивными суммами в подвале (на минус втором этаже), то есть с управляющим воздействием.
3. От ортогонализированных кумулятивных сумм переходим к значениям процесса, а затем к приращениям процесса.
4. Квадраты приращений процесса суммируются по всем координатам и этажам.
5. По этим суммированным данным строится эмпирический мост и определяется интервал стационарности (на этом интервале максимум модуля эмпирического моста не должен превышать 5).
6. На интервале стационарности строятся эмпирические мосты по квадратам приращений процесса на каждом этаже и по каждой координате.

7. Процесс считается неоднородным, если достигнутый уровень значимости принимает значения меньше 0,01, т. е. максимум модуля эмпирического моста больше 1,63.

8. Момент появления неоднородности определяется как момент наибольшего отклонения эмпирического моста от оси абсцисс.

Пункты 1–2 обосновываются необходимостью изучать не управляющее воздействие, а реакцию конструкции на него. Пункты 3–4 необходимы в силу того, что процесс представляет собой быстрые колебания, и отличия нагруженного и ненагруженного режимов могут быть найдены только при анализе динамики амплитуд этих колебаний. Пункт 5 необходим для определения интервала стационарности процесса, так как вне этого интервала методы обнаружения разладки не работают. Пункты 6–7 описывают методику применения эмпирического моста к анализу однородности [3]. Пункт 8 описывает процедуру отыскания состоятельной оценки момента разладки [4]. Различные методы обнаружения разладки регрессионных моделей (в том числе в условиях сильной зависимости) обсуждаются также в [5–12], их применения к экономическим, медицинским и электроэнергетическим временным рядам рассматриваются в [13–16].

Отметим, что для практического применения предлагаемого алгоритма требуется отладка на данных, полученных не в результате моделирования, а в результате прямой записи наблюдений. Проблема здесь состоит в том, что трудно получить наблюдения с наличием дефекта: как описано выше, на модельных данных чувствительность метода позволяет обнаруживать, что масса этажа увеличилась на 50 %, но для реальных объектов такое увеличение массы просто недопустимо или крайне трудоемко. Есть предположение (следующее из всей логики статистического анализа), что по более длинной записи наблюдений удастся обнаружить значительно меньшие отклонения массы, однако (ввиду трудоемкости загрузки здания) опыты следует начать либо с масштабных моделей зданий, либо с наблюдений за естественным изменением массы (выпадение снега на крышу, возможно, дает неоднородность требуемого масштаба).

Авторы благодарят Н.С. Аркашова и В.А. Селезнёва за многочисленные полезные обсуждения методов и результатов исследований, помощь в вычислении и анализе спектральных преобразований. Авторы благодарят рецензентов за ряд полезных замечаний, позволивших существенно пересмотреть изложение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шахраманьян А.М. Системы мониторинга и прогноза технического состояния зданий и сооружений. Теория и практика // Русский инженер. – 2011. – № 1 (28). – С. 54–64.
2. Гусарова Г.В., Ковалевский А.П., Макаренко А.Г. Критерии наличия разладки // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2005. – Т. 8, № 4. – С. 18–33.
3. Ковалевский А.П. Статистические критерии обнаружения разладки регрессии с циклическим трендом // Научный вестник НГТУ. – 2013. – № 3 (52). – С. 55–62.
4. Carlstein E. Nonparametric change-point estimation // The Annals of Statistics. – 1988. – Vol. 16, № 1. – P. 188–197.
5. Hibbs D.A. Problems of Statistical Estimation and Causal Inference in Time-Series Regression Models // Sociological Methodology. – 1974. – Vol. 5. – P. 252–308.
6. Gray H.L., Zhang N.-F., Woodward W.A. On Generalized Fractional Processes // Journal of Time Series Analysis. – 1989. – Vol. 10, iss. 3. – P. 233–257.
7. Artiach M., Arteche J. Doubly fractional models for dynamic heteroscedastic cycles // Computational Statistics & Data Analysis. – 2012. – Vol. 56, iss. 6. – P. 2139–2158.
8. Demetrescu M., Kuzin V., Hassler U. Long Memory Testing in the Time Domain // Econometric Theory. – 2008. – Vol. 24, iss. 1. – P. 176–215.
9. Bianchi M., Boyle M., Hollingsworth D. A comparison of methods for trend estimation // Applied Economics Letters. – 1999. – Vol. 6, iss. 2. – P. 103–109.
10. Recurrence-based time series analysis by means of complex network methods / R.V. Donner, M. Small, J.F. Donges, N. Marwan, Y. Zou, R. Xiang, J. Kurths // International Journal of Bifurcation and Chaos. – 2011. – Vol. 21, iss. 4. – P. 1019–1046.
11. Xia Y., Tong H. Feature Matching in Time Series Modeling // Statistical Science. – 2011. – Vol. 26, № 1. – P. 21–46.
12. Little M.A., Jones N.S. Generalized methods and solvers for noise removal from piecewise constant signals. I. Background theory // Proceedings of the Royal Society. A. – 2011. – Vol. 467, № 2135. – P. 3088–3114.

13. Morley J., Piger J. The Asymmetric Business Cycle // The Review of Economics and Statistics. – 2012. – Vol. 94, iss. 1. – P. 208–221.
14. Dordonnat V., Koopman S.J., Ooms M. Dynamic factors in periodic time-varying regressions with an application to hourly electricity load modeling // Computational Statistics and Data Analysis. – 2012. – Vol. 56, iss. 11. – P. 3134–3152.
15. Wang T., Kamath H., Willard S. Control and Optimization of Grid-Tied Photovoltaic Storage Systems Using Model Predictive Control // IEEE Transactions on Smart Grid. – 2014. – Vol. 5, iss. 2. – P. 1010–1017.
16. Nonlinear time series analysis of electrocardiograms / A. Bezerianos, T. Bountis, G. Papaioannou and P. Polydoropoulos // Chaos. – 1995. – Vol. 5, iss. 1. – P. 95–101.

Ковалевский Артем Павлович, кандидат физико-математических наук, доцент Новосибирского государственного технического университета, доцент Новосибирского государственного университета. Основное направление научных исследований – теория вероятностей и математическая статистика. Имеет более 60 публикаций. E-mail: pandorra@ngs.ru

Шахраманьян Андрей Михайлович, кандидат технических наук, Генеральный директор ООО «НПО СОДИС». Основное направление научных исследований – мониторинг и прогноз технического состояния зданий. Имеет более 20 публикаций. E-mail: andranic@nposodis.ru

Analysis of defects of buildings by the method of Empirical Bridge *

A.P. KOVALEVSKII^{1,2}, A.M. SHAKHRAMANYAN³

¹ Novosibirsk State Technical University, 20 Karla Marksa str., Novosibirsk, 630073, Russian Federation, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, e-mail: pandorra@ngs.ru

² Novosibirsk State University, 2 Pirogova str., Novosibirsk, 630090, Russian Federation, associate professor

³ SODIS, 11/1 Bolotnikovskaya str., Moscow, 117556, Russian Federation, candidate of technical sciences, General Director, e-mail: andranic@nposodis.ru

Article includes researching results of possibility of detection and space-time localization of a building's defect based on statistical analysis of an empirical bridge of squares of increments of the time series. Statistical analysis assumes homogeneity under basic hypothesis. One must detect appearance of non-homogeneity by the external analysis on the base of mathematical processing of data from detectors on fixed floors of the building. Specific nature of signals under study is superposition of waves and noise. Distribution of Empirical Bridge in this case differs from one in the model of simple random sample. We have studied this problem in previous papers and stated rules for applications and differences between models. A time of change point is estimated as a time of maximal deviation of the Empirical Bridge from a horizontal axis. Algorithm of statistical search of a defect includes calculation cumulative sums on coordinate axes, finding their components which are orthogonal to control, numerical differentiation, summing squares of differences, finding stationary interval, construction of empirical bridges of differences on each floor and coordinate, evaluation of non-homogeneity on its analysis.

Keywords: localization of a defect, homogeneity hypothesis, statistical test, harmonic waves, additive noise, orthogonal component, Empirical Bridge, Kolmogorov distribution

REFERENCES

1. Shakhraman'yan A.M. Sistemy monitoringa i prognoza tekhnicheskogo soctoyaniya zdanii i sooruzhenii. Teoriya i praktika [Systems of monitoring and forecasting of technical state of buildings and constructions. Theory and practice]. *Russkii inzhener – Russian Engineer*, 2011, no. 1 (28), pp. 54-64.
2. Gusarova G.V., Kovalevskii A.P., Makarenko A.G. Kriterii nalichiya razladki [Criteria of change point]. *Sibirskii zhurnal industrial'noi matematiki – Siberian Journal of Industrial Mathematics*, 2005, vol. 8, no. 4, pp. 8-33.
3. Kovalevskii A.P. Statisticheskie kriterii obnaruzheniya razladki regressii s tsiklicheskim trendom [Statistical criteria of change point of a regression with a cyclic trend]. *Nauchnyi vestnik NGTU – Scientific Bulletin of Novosibirsk State Technical University*, 2013, no. 3 (52), pp. 55-62.
4. Carlstein E. Nonparametric change-point estimation. *Annals of Statistics*, 1988, vol. 16, no. 1, pp. 188-197.
5. Hibbs D.A. Problems of Statistical Estimation and Causal Inference in Time-Series Regression Models. *Sociological Methodology*, 1974, vol. 5, pp. 252-308.
6. Gray H.L., Zhang N.-F., Woodward W.A. On Generalized Fractional Processes. *Journal of Time Series Analysis*, 1989, vol. 10, iss. 3, pp. 233-257.

* Received 03 March 2014.

The work was supported by the Russian Foundation for Fundamental Research, project no 13-01-00661.

7. Artiach M., Arteche J. Doubly fractional models for dynamic heteroscedastic cycles. *Computational Statistics & Data Analysis*, 2012, vol. 56, iss. 6, pp. 2139-2158.
8. Demetrescu M., Kuzin V., Hassler U. Long Memory Testing in the Time Domain. *Econometric Theory*, 2008, vol. 24, iss.1, pp. 176-215.
9. Bianchi M., Boyle M., Hollingsworth D. A comparison of methods for trend estimation. *Applied Economics Letters*, 1999, vol. 6, iss. 2, pp. 103-109.
10. Donner R.V., Small M., Donges J.F., Marwan N., Zou Y., Xiang R., Kurths J. Recurrence-based time series analysis by means of complex network methods. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2011, vol. 21, iss. 4, pp. 1019-1046.
11. Xia Y., Tong H. Feature Matching in Time Series Modeling. *Statistical Science*, 2011, vol. 26, no. 1, pp. 21-46.
12. Little M.A., Jones N.S. Generalized methods and solvers for noise removal from piecewise constant signals. I. Background theory. *Proceedings of the Royal Society. A*, 2011, vol. 467, no. 2135, pp. 1471-2946.
13. Morley J., Piger J. The Asymmetric Business Cycle. *The Review of Economics and Statistics*, 2012, vol. 94, iss. 1, pp. 208-221.
14. Dordonnat V., Koopman S.J., Ooms M. Dynamic factors in periodic time-varying regressions with an application to hourly electricity load modeling. *Computational Statistics & Data Analysis*, 2012, vol. 56, iss. 11, pp. 3134-3152.
15. Wang T., Kamath H., Willard S. Control and Optimization of Grid-Tied Photovoltaic Storage Systems Using Model Predictive Control. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2014, vol. 5, iss. 2, pp. 1010-1017.
16. Bezerianos A., Bountis T., Papaioannou G. and Polydoropoulos P. Nonlinear time series analysis of electrocardiograms. *Chaos*, 1995, vol. 5, iss. 1, pp. 95-101.