

УДК 681.51 + 004

Эталонные модели при решении задачи параметрической оптимизации систем с амплитудно-импульсной модуляцией*

Н.Н. КУЦЫЙ, ФИ ХЫУ ЛЫК

Представлена методика формирования алгоритмов автоматической параметрической оптимизации при улучшенных интегральных критериях качества. Показана возможность применения эталонных моделей. Использован метод сопряженного градиента Флетчера–Ривса в задачах автоматической параметрической оптимизации. Приведены результаты исследования алгоритмов параметрической оптимизации применительно к автоматическим системам с амплитудно-импульсной модуляцией.

Ключевые слова: алгоритм параметрической оптимизации, интегральный критерий качества, амплитудно-импульсная модуляция, эталонная модель, метод сопряженного градиента Флетчера – Ривса.

Автоматические системы регулирования (АСР) импульсного действия отличаются большим разнообразием, что не позволяет полученные результаты исследования для одного класса импульсных АСР распространить на другие. Автоматические системы регулирования с амплитудно-импульсной модуляцией (АИМ) имеют достаточно широкое распространение в практике регулирования, при этом можно указать ряд задач, которые необходимо решить при проектировании, наладке и эксплуатации таких систем. Среди них задача определения оптимальных исходя из принятого критерия значений настраиваемых параметров, которая достаточно успешно решается с помощью алгоритмов автоматической параметрической оптимизации (АПО), сформированных на базе методов теории чувствительности [1, 2, 3, 4].

Обеспечение повышенных требований к характеристикам АСР может быть достигнуто, в том числе и за счет применения так называемых улучшенных интегральных критериев вида:

$$I_k = \int_0^L (\varepsilon^2(\mathbf{q}, t) + \mu_1^2 \dot{\varepsilon}^2(\mathbf{q}, t) + \dots + \mu_k^2 (\varepsilon^{(k)}(\mathbf{q}, t))^2) dt, \quad (1)$$

которые можно представить в виде суммы критериев:

$$I_k = \int_0^L \varepsilon^2(\mathbf{q}, t) dt + \int_0^L \mu_1^2 \dot{\varepsilon}^2(\mathbf{q}, t) dt + \dots + \int_0^L \mu_k^2 (\varepsilon^{(k)}(\mathbf{q}, t))^2 dt, \quad (2)$$

где $\varepsilon(\mathbf{q}, t)$ – ошибка системы регулирования; $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_m)$ – m -мерный вектор настраиваемых параметров; L – интервал интегрирования, назначаемый с учетом длительности переходного процесса в исследуемой АСР; μ_1, \dots, μ_k – весовые коэффициенты, изменением значений которых формируют желаемый переходный процесс в АСР; $\dot{\varepsilon}, \dots, \varepsilon^{(k)}$ – производные ошибки регулирования соответственно первого, ..., k -го порядка.

В настоящей работе при решении задачи параметрической оптимизации для автоматических систем с амплитудно-импульсной модуляцией, исходя из принятых улучшенных интегральных критериев (1) применены и обеспечивающие их минимальное значение эталонные модели [5, 6].

* Получена 12 мая 2011 г.

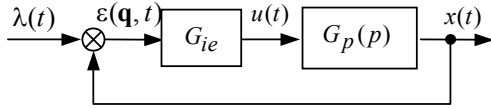


Рис. 1. Структурная схема АСР с АИМ

Одним из важных вопросов реализации алгоритмов параметрической оптимизации является выбор изменения составляющих вектора настраиваемых параметров \mathbf{q} . В настоящей работе применен метод, так называемый сопряженный градиент Флетчера–Ривса, который эффективен для уменьшения количества шагов при нахождении значения вектора настраиваемых параметров в процессе оптимизации [7].

Структурная схема исследуемой АСР может быть представлена на рис. 1.

Процессы в такой системе можно описать с помощью уравнений

$$\begin{cases} \varepsilon(\mathbf{q}, t) = \lambda(t) - x(t); \\ u(t) = G_{ie}(\varepsilon(\mathbf{q}, t), \mathbf{q}); \\ x(t) = G_p(p)u(t). \end{cases} \quad (3)$$

Здесь $\lambda(t)$ – задающее воздействие; $u(t)$ – регулирующее воздействие; $x(t)$ – выходная координата АСР; G_{ie} – оператор импульсного элемента; $G_p(p)$ – оператор объекта регулирования; $p = \frac{d}{dt}$ – оператор дифференцирования.

Характеристика импульсного элемента G_{ie} , осуществляющего амплитудно-импульсную модуляцию, может быть представлена в виде

$$u(t) = \begin{cases} \sum_{j=1}^m q_j |\varepsilon(kT)|^j & \text{при } kT \leq t < (k + \gamma)T; \\ 0 & \text{при } (k + \gamma)T \leq t < (k + 1)T, \end{cases} \quad (k = 0, 1, 2, \dots),$$

где T – период цикла импульсного элемента; γ , ($0 < \gamma \leq 1$) – скважность импульсов, которая остается постоянной; q_j , ($j = 1, 2, \dots, m$) – настраиваемые параметры, изменением которых можно получить желаемую модуляционную характеристику.

Оператор объект

$$G_p(p) = \left(\sum_{i=0}^{\mu} b_i p^i \right) \left(\sum_{i=0}^{\nu} a_i p^i \right)^{-1} \exp(-p\tau), \quad (\mu \leq \nu), \quad (4)$$

где a_i , b_i – действительные положительные коэффициенты; τ – время запаздывания.

Покажем решение задачи параметрической оптимизации без потери общности для оценок оптимальности, относящихся к улучшенным критериям качества:

$$I_1 = \int_0^L (\varepsilon^2(\mathbf{q}, t) + \mu_1^2 \dot{\varepsilon}^2(\mathbf{q}, t)) dt; \quad (5)$$

$$I_2 = \int_0^L (\varepsilon^2(\mathbf{q}, t) + \mu_1^2 \dot{\varepsilon}^2(\mathbf{q}, t) + \mu_2^2 \ddot{\varepsilon}^2(\mathbf{q}, t)) dt. \quad (6)$$

Каждый из критериев I_1 , I_2 представим в виде суммы:

$$I_1 = I_{11} + I_{12} = \int_0^L \varepsilon^2(\mathbf{q}, t) dt + \int_0^L \mu_1^2 \dot{\varepsilon}^2(\mathbf{q}, t) dt;$$

$$I_2 = I_{21} + I_{22} + I_{23} = \int_0^L \varepsilon^2(\mathbf{q}, t) dt + \int_0^L \mu_1^2 \dot{\varepsilon}^2(\mathbf{q}, t) dt + \int_0^L \mu_2^2 \ddot{\varepsilon}^2(\mathbf{q}, t) dt.$$

В конечном итоге решение задачи параметрической оптимизации сводится к нахождению экстремального значения каждой из составляющих:

$$\min I_1 = \min I_{11} + \min I_{12}; \quad \min I_2 = \min I_{21} + \min I_{22} + \min I_{23}.$$

Однако, как известно [8], задача одновременного достижения экстремума для двух и более критериев, зависящих от одних и тех же настраиваемых параметров, в общем случае не может быть решена, и тем самым перенос результатов исследований параметрической оптимизации относительно критерия (1) невозможен. В настоящей работе, которую следует рассматривать как развитие одной из методик, предложенной в [9], показано формирование алгоритма параметрической оптимизации (АПО) на основе методов теории чувствительности и приведены результаты исследования его работоспособности.

В [5] показано, что для квадратичных интегральных критериев вида (1) экстремалью служит решение линейного дифференциального уравнения

$$a_k \frac{d^k \varepsilon}{dt^k} + a_{k-1} \frac{d^{k-1} \varepsilon}{dt^{k-1}} + \dots + a_1 \frac{d\varepsilon}{dt} + a_0 \varepsilon = 0, \quad (7)$$

при $a_0 = 1$ и заданных начальных условиях. Обычно принимают $\varepsilon(0) = \varepsilon_0$; $\dot{\varepsilon}(0) = \ddot{\varepsilon}(0) = \dots = \varepsilon^{(k-1)}(0) = 0$.

Коэффициенты дифференциального уравнения определяют из системы уравнений

$$\begin{aligned} \mu_1^2 &= a_1^2 - 2a_0 a_2; & \mu_2^4 &= a_2^2 - 2a_1 a_3 + a_0 a_4; \\ \mu_3^6 &= a_3^2 - 2a_2 a_4 + a_1 a_5 - 2a_0 a_6; & \dots; & \mu_{2k}^{2k} = a_k^2. \end{aligned} \quad (8)$$

В настоящей работе предлагается использовать экстремаль в качестве эталона, к которому изменением настраиваемых параметров q_j , ($j = 1, 2, \dots, m$) подстраивается переходный процесс автоматической системы. Сама экстремаль формируется оператором эталонной модели $G_{\text{эт}}(p)$, а степень совпадения переходных процессов автоматической системы $x(t)$ и эталонной модели $x_{\text{эт}}(t)$ будем оценивать

$$I_{\text{эт}} = \int_0^L (x_{\text{эт}}(t) - x(t))^2 dt. \quad (9)$$

Для критерия (5) дифференциальное уравнение (7) принимает вид

$$\mu_1 \frac{d\varepsilon}{dt} + \varepsilon = 0,$$

при $\varepsilon(0) = \lambda(t) = \text{const}$.

Решение этого уравнения $\varepsilon(t) = \lambda(0) \cdot \exp\left(-\frac{1}{\mu_1} t\right)$. Принимая во внимание первое уравнение из системы (3), имеем $x(t) = \varepsilon(0) \left(1 - \exp\left(-\frac{1}{\mu_1} t\right)\right)$, что отвечает оператору

$$G_{\text{эт1}}(p) = \frac{k}{Tp + 1},$$

где $k = \varepsilon(0)$; $T = \mu_1$.

Для критерия (6) соответствующее дифференциальное уравнение

$$a_2 \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + a_1 \frac{d\varepsilon}{dt} + \varepsilon = 0,$$

при $\varepsilon(0) = \varepsilon_0 = \lambda(0) = \lambda(t) = \text{const}$; $\dot{\varepsilon}(0) = 0$, а его коэффициенты вычисляем, исходя из (8):

$$a_2 = \mu_2^2; \quad a_1 = \mu_1^2 + 2\mu_2^2.$$

Оператор эталонной модели в этом случае можно записать в виде:

$$G_{\text{эт2}}(p) = \frac{k}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1},$$

где $k = \varepsilon_0$; $T_2 = \mu_2$; $T_1 = \sqrt{\mu_1^2 + 2\mu_2^2}$. Как известно, при $T_1 < 2T_2$, т. е. при $\mu_1^2 < 2\mu_2^2$ характер переходного процесса у $G_{\text{эт2}}(p)$ колебательный; при $T_1 > 2T_2$, т. е. при $\mu_1^2 > 2\mu_2^2$ – аperiодический второго порядка.

При использовании методики формирования алгоритма АПО системы с АИМ, изложенной в [1], для рассматриваемого в настоящей работе случая применения эталонных моделей необходимо учесть переход от исходного критерия (5) или (6) к критерию (9).

В процессе оптимизации составляющие q_j , ($j = 1, 2, \dots, m$) вектора настраиваемых параметров \mathbf{q} изменяются в соответствии с методом сопряженного градиентного Флетчера–Ривса, а работу алгоритма АПО можно представить следующим образом:

1. В точке $q_j^{(0)}$, ($j = 1, 2, \dots, m$) вычисляется начальное направление движения $s_j^{(0)}$:

$$s_j^{(0)} = -\frac{\partial I}{\partial q_j}.$$

2. На l -м шаге с помощью одномерного поиска в направлении $s_j^{(l)}$, ($j = 1, 2, \dots, m$) находится минимум I . Это определяет точку $\mathbf{q}^{(l+1)}$.

3. Направление $s_j^{(l+1)}$ определяется из соотношения

$$s_j^{(l+1)} = -\frac{\partial I[l+1]}{\partial q_j} + s_j^{(l)} \frac{\left(\frac{\partial I[l+1]}{\partial q_j} \right)^T \left(\frac{\partial I[l+1]}{\partial q_j} \right)}{\left(\frac{\partial I[l]}{\partial q_j} \right)^T \left(\frac{\partial I[l]}{\partial q_j} \right)}, \quad (j = 1, 2, \dots, m).$$

4. Алгоритм заканчивается по критериям останова алгоритма АПО.

Значение составляющих q_j , ($j = 1, 2, \dots, m$) вектора настраиваемых параметров \mathbf{q} вычисляются следующим образом: $q_j[l] = q_j[l-1] + h[l]s_j^{(l)}$, где l – номер шага ($l = 1, 2, 3, \dots$); $h[l]$ – величина шага, стратегию изменения которого можно строить независимо от абсолютной величины градиента;

$\frac{\partial I}{\partial q_j}$, ($j = 1, 2, \dots, m$) – составляющие вектор-градиента, определяемые с учетом выражения (9) и независимости $x_{\text{эт}}(t)$ от настраиваемых параметров,

$$\frac{\partial I}{\partial q_j} = 2 \int_0^L (x - x_{\text{эт}}) \frac{\partial x}{\partial q_j} dt, \quad (j = 1, 2, \dots, m).$$

Частная производная $\frac{\partial x}{\partial q_j} = \xi_j$, ($j = 1, 2, \dots, m$), носит название функции чувствительности и для систем с АИМ определяется из уравнения чувствительности [2]:

$$\xi_j(t) = G_p(p) \frac{\partial u(\mathbf{q}, t)}{\partial q_j}, \quad (j = 1, 2, \dots, m).$$

Проведение исследований, относящихся к параметрической оптимизации систем с АИМ, требует конкретизации выражения (4). Его выбор определяется намерением придать исследованиям достаточную универсальность, что и обусловило выбор оператора $G_p(p)$ в виде

$$G_p(p) = \frac{k_{\text{им}}}{p} \frac{k_{\text{об}}}{(T_{\text{об}1}p + 1)(T_{\text{об}2}p + 1)} e^{-\tau_{\text{об}}p},$$

как оператора, с помощью которого можно описать значительное число реальных промышленных объектов регулирования [10].

Здесь $k_{\text{им}}$, $k_{\text{об}}$ – коэффициенты передачи исполнительного механизма и объекта регулирования, соответственно; $T_{\text{об}1}$, $T_{\text{об}2}$ – постоянные времени; $\tau_{\text{об}}$ – время запаздывания.

Исследования проведены в достаточно широком диапазоне изменения параметров объекта регулирования, что обуславливает значимость результатов исследования: $0,01 \leq k_{\text{им}} \leq 0,1$; $0,25 \leq \frac{T}{\tau_{\text{об}}} \leq 1$; $0,25 \leq \frac{T_{\text{об}}}{\tau_{\text{об}}} \leq 1,25$, где $T_{\text{об}} = \max[T_{\text{об}1}, T_{\text{об}2}]$.

В качестве иллюстрации работоспособности алгоритмов при вычислении значений настраиваемых параметров \mathbf{q}^* приведены результаты его исследования (рис. 2).

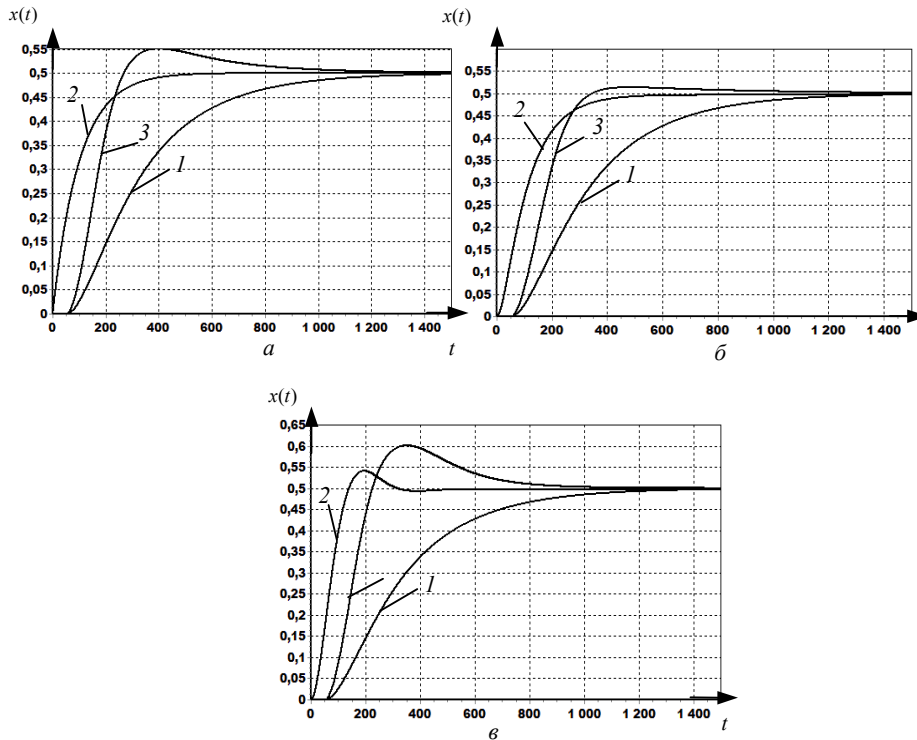


Рис. 2. Переходные процессы АСР и эталонной модели

На рис. 2, а кривая 1 – переходный процесс АСР с начальным вектором настраиваемых параметров; кривая 2 – эталонный процесс; кривая 3 – переходный процесс, отвечающий \mathbf{q}^* , которому соответствует экстремум критерия (5).

На рис. 2, б кривая 1 – переходный процесс АСР с начальным вектором настраиваемых параметров; кривая 2 – эталонный процесс при $\mu_1^2 > 2\mu_2^2$; кривая 3 – переходный процесс, отвечающий \mathbf{q}^* которому соответствует экстремум критерия (6).

На рис. 2, в кривая 1 – переходный процесс АСР с начальным вектором настраиваемых параметров; кривая 2 – эталонный процесс при $\mu_1^2 < 2\mu_2^2$; кривая 3 – переходный процесс, отвечающий \mathbf{q}^* , которому соответствует экстремум критерия (6).

Результаты исследований настоящей работы позволяют сделать вывод о применимости эталонных моделей при параметрической оптимизации по составным интегральным критериям автоматических систем с амплитудно-импульсной модуляцией. Показана возможность применения метода сопряженного градиента Флетчера–Ривса при решении задачи параметрической оптимизации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Костюк В.И., Широков Л.А. Автоматическая параметрическая оптимизация систем регулирования. – М.: Энергоиздат, 1981. – 96 с.
- [2] Розенwasser Е.Н., Юсупов Р.М. Чувствительность систем управления. – М.: Наука, 1981. – 464 с.
- [3] Измаилов А. Ф. Чувствительность в оптимизации. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 248 с.
- [4] Каинов В. А., Бойко И. М. Параметрическая чувствительность и точность динамических систем: учеб. пособие. – Тула: ТулПИ, 1988. – 100 с.
- [5] Гольдфарб Л.С., Балтрушевич А.В., Круг Г.К. и др. Теория автоматического управления / под ред. А.В. Нетушила. – М.: Высш. шк., 1967. – Ч. 1.
- [6] Громыко В.Д., Санковский Е.А. Самонастраивающиеся системы с моделью. – М.: Энергия, 1974.
- [7] Д. Химмельблау. Прикладное нелинейное программирование / Пер. с англ. – М.: Мир, 1975.
- [8] Фельдбаум А.А. Основы теории оптимальных автоматических систем. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1966. – 624 с.
- [9] Куций Н.Н. Параметрическая оптимизация автоматических систем с улучшенными интегральными критериями // Математические методы в технике и технологиях – ММТТ-14: сб. трудов 14 Междунар. науч. конф. В 6 т. Т. 2 / Смоленский филиал Московск. энергетич. ин-та (Техн. ун-та). – Смоленск. – 2001. – С. 25–26.
- [10] Куций Н. Н. Автоматическая параметрическая оптимизация дискретных систем регулирования: Автореферат дис... д-ра техн. наук : 05.13.07. / Н. Н. Куций. – М., 1997. – 44 с.

Куций Николай Николаевич, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры автоматизированных систем Иркутского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – автоматическая параметрическая оптимизация сложных дискретных систем, линейное программирование, многоиндексные и многокритериальные задачи. Имеет более 150 публикаций, в том числе 1 монографию. Тел. 7 (914) 917-85-20. E-mail: kucyinn@mail.ru.

Фи Хыу Лык, аспирант кафедры автоматизированных систем Иркутского государственного технического университета. Основное направление научных исследований – автоматическая параметрическая оптимизация сложных дискретных систем. Имеет 3 публикаций. Тел. 7 (924) 635-15-23. E-mail: haumimcuoi@mail.ru.

N.N. Kucyi, Phi Huu Luc

Etalon models in parametric optimization for systems with the pulse-amplitude modulation

Represented the method of forming automatic parametric optimization algorithms for improved integral criteria of quality. The possibility of using the etalon models. The method of the conjugate gradient Fletcher–Reeves to the problem of automatic parameter optimization. Bring results of research the parametric optimization algorithms for automatic systems with pulse-amplitude modulation.

Key words: Parametric optimization algorithm; improved integral criteria of quality; pulse-amplitude modulation; etalon model, conjugate gradient method Fletcher–Reeves.