

ИНФОРМАЦИОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ
И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

INFORMATION
TECHNOLOGIES
AND TELECOMMUNICATIONS

УДК 681.5

DOI: 10.17212/2782-2001-2024-1-7-20

К выбору периода дискретизации нелинейных гибридных систем управления*

М.Д. АЛМАШААЛ^а, А.Р. ГАЙДУК^б

347922, РФ, г. Таганрог, Некрасовский переулок, 44, Южный федеральный университет

^а Almashaal.jalal@gmail.com ^б gaiduk_2003@mail.ru

Гибридные системы часто используются в различных технических приложениях, таких как робототехника, авиация, космос, энергетика и др. Возникновение гибридных систем управления обусловлено применением вычислительных средств для реализации законов управления, в том числе и нелинейных. Цифровые средства не могут реализовывать непрерывные законы управления. Однако известные методы синтеза, особенно нелинейных систем, приводят именно к непрерывным управлениям, что и вызвало необходимость дискретизации последних с возможно большим периодом. Решение задачи определения максимально допустимого периода дискретизации нелинейной системы управления является довольно сложным этапом ее создания. Эта проблема рассматривалась во многих публикациях, целью которых был поиск наиболее подходящего метода определения максимального периода дискретизации. В настоящей статье также рассматривается задача определения максимально допустимого периода дискретизации управления нелинейной гибридной системы и его зависимость от модуля максимального собственного числа функциональной матрицы квазилинейной модели непрерывной системы. Нелинейная гибридная система создается путем дискретизации управления нелинейной непрерывной системы. Эта непрерывная система синтезируется с применением алгебраического полиномиально-матричного метода синтеза нелинейных систем управления, в котором используются квазилинейные модели. Установлено, что значение максимально допустимого периода дискретизации зависит не только от модуля максимального собственного числа, но и от начальных условий и внешних воздействий. Эти зависимости сложны, и их трудно найти теоретически. Экспериментально на примере конкретной нелинейной гибридной системы управления показано, что меньшие по модулю собственные числа приводят к большим значениям максимально допустимого периода дискретизации. Аналогичный подход может быть использован при решении задачи выбора периода дискретизации законов управления реальных гибридных систем управления на основе компромисса между быстродействием системы и периодом дискретизации.

Ключевые слова: нелинейная система, квазилинейная модель, дискретизация управления, гибридная система, период дискретизации, максимальное собственное число, устойчивость, положение равновесия

* Статья получена 10 ноября 2023 г.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время большое внимание уделяется нелинейным системам управления, так как линейные системы не позволяют удовлетворить современным требованиям к качеству процессов управления [1]. При этом реализация законов управления, в том числе и нелинейных, как правило, осуществляется с помощью компьютерной техники [2–4]. Это приводит к образованию гибридных систем управления (ГСУ), характерная особенность которых заключается в том, что объект управления в них функционирует во времени непрерывно, а измерение переменных объекта, формирование и оказание управляющих воздействий на объект происходит в дискретные моменты времени [5].

Несмотря на значительный прогресс, достигнутый в последнее время в разработке общих подходов к исследованию гибридных систем, интеграция соответствующих подходов и создание эффективного метода синтеза этих систем всё еще является актуальной [6–8]. Известно несколько подходов к решению этой задачи:

- дискретизация объекта – построение дискретной модели непрерывного объекта и последующий синтез дискретного регулятора методами теории дискретных систем;
- прямой синтез цифрового регулятора для непрерывного объекта без каких-либо упрощений и аппроксимаций модели системы управления;
- подход, основанный на совместном использовании методов численной оптимизации для поиска оптимальных параметров регулятора и моментов его срабатывания. Обычно этот подход базируется на достаточных условиях оптимальности с применением аналитической процедуры поиска оптимального закона управления с обратной связью по состоянию [9, 10].

Основной проблемой создания ГСУ является выбор периода дискретизации. Эта проблема изучалась многими исследователями, и были предложены различные методы для ее решения. Так в [11, 12] анализируется на качественном уровне влияние изменений периода дискретизации на функциональные свойства цифровых систем управления, в которых чем меньше период дискретизации, тем больше требуется циклов для расчета управления и, следовательно, необходимы цифровые устройства управления с более высоким быстродействием. В [13] был предложен метод, предполагающий использование непрерывного ПИД-регулятора в качестве аналога. Сначала тем или иным способом рассчитываются параметры непрерывного ПИД-регулятора, а затем, в зависимости от выбранного метода аппроксимации интеграла, определяются параметры дискретного ПИД-регулятора по уравнению непрерывного регулятора. Однако при переходе от непрерывного управления к дискретному возникает погрешность, и погрешность тем больше, чем больше период дискретизации T . Таким образом, выбор периода дискретизации T зависит от погрешности, рассчитанной по параметрам дискретного ПИД-регулятора. В [14] автор совместил итерационный выбор возможно большего значения T с определением минимально необходимого порядка и вида передаточной функции цифрового корректирующего устройства (ЦКУ). Предложенный в этой работе метод основан на многоступенчатом усложнении выражения для передаточной функции ЦКУ и уточнении величины периода дискретизации T на каждом итерационном шаге. Количество таких шагов обычно невелико и зависит от порядка передаточной функции непрерывной части цифровой системы управления,

а также от количества и значений ее «малых» постоянных времени. Тем не менее итерационная процедура достаточно сильно затрудняет процесс синтеза ГСУ [15, 16].

Важно отметить, что большинство предложенных методов основано на выборе тем или иным способом периода дискретизации непрерывных законов управления с целью реализации их цифровыми средствами, такими как микроконтроллер, микропроцессор, ПЛИС и т. п.

В настоящей статье исследуется зависимость максимально допустимого по устойчивости периода дискретизации также непрерывного управления от собственных чисел системной матрицы квазилинейной модели нелинейной непрерывной системы управления. Существенное отличие рассматриваемого подхода состоит в том, что нелинейная непрерывная система управления синтезируется алгебраическим полиномиально-матричным методом с применением квазилинейной модели заданного объекта с дифференцируемыми нелинейностями. Искомую зависимость предполагается найти путем моделирования гибридной системы управления.

Статья состоит из трех разделов. В первом разделе рассматривается алгебраический полиномиально-матричный (АПМ) метод синтеза нелинейных систем управления на основе квазилинейных моделей нелинейных объектов. Во втором разделе ставится основная задача статьи – исследование связи допустимого по устойчивости ГСУ периода дискретизации с собственными числами системной матрицы квазилинейной модели нелинейной системы управления. В третьем разделе представлено решение этой задачи на примере нелинейной системы, полученное методом имитационного моделирования в MATLAB.

1. АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ ПОЛИНОМИАЛЬНО-МАТРИЧНЫЙ МЕТОД СИНТЕЗА НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

Предполагается, что уравнения нелинейного аффинного по управлению одномерного объекта в переменных состояния имеют вид

$$\dot{x} = \varphi(x, u), \quad y = \psi(x), \quad (1)$$

где x – n -вектор состояния; u – управление; y – управляемая выходная переменная; $\varphi(x, u) = [\varphi_1(x, u) \ \varphi_2(x, u) \ \dots \ \varphi_n(x, u)]^T$ – нелинейная дифференцируемая вектор-функция такая, что $\partial^2 \varphi_i(x, u) / \partial u^2 = 0$, $i = 1, 2, \dots, n$; $\psi(x)$ – скалярная дифференцируемая функция. Вектор x предполагается измеряемым.

Как показано в [17, 18], с применением квазилинейных моделей (КЛМ) уравнения (1) совершенно точно можно представить в виде

$$\dot{x} = A(x)x + b(x)u, \quad y = c^T(x)x, \quad (2)$$

где $A(x)$, $b(x)$ и $c(x)$ – $n \times n$ -матрица и n -векторы; их элементы $a_{ij}(x)$, $b_i(x)$, $c_i(x)$ являются известными нелинейными функциями переменных x_i или постоянными коэффициентами.

В соответствии с принципом управления по состоянию и воздействиям управление $u(x, g)$ ищется в виде его квазилинейной модели:

$$u(x, g) = l_g(x)g - l^T(x)x, \quad (3)$$

где $g = g(t)$ – измеряемое задающее воздействие; $l_g(x)$, $l^T(x)$ – функциональные коэффициент и n -вектор, которые определяются АПМ-методом, предложенным в работе [19]. При этом ставится задача обеспечения асимптотической устойчивости положения равновесия замкнутой системы (1), (3), требуемой длительности переходного процесса и нулевой статической ошибки по задающему воздействию при нулевых начальных условиях и $g(t) = 1(t)$.

Из уравнений (2) и (3) следует, что замкнутая система описывается уравнением

$$\dot{x} = D(x)x + b(x)l_g(x)g, \quad y = c^T(x)x, \quad (4)$$

где матрица $D(x)$ определяется выражением

$$D(x) = A(x) - b(x)l^T(x). \quad (5)$$

Задача синтеза АПМ-методом имеет решение, если выполняется условие управляемости по состоянию КЛМ (2) [20], т. е.

$$\det U(x) = \det[b(x) \ A(x)b(x) \dots A^{n-1}(x)b(x)] \neq 0, \quad x \in \Omega_U, \quad (6)$$

где Ω_U – некоторая окрестность точки $x = 0$. Эта окрестность может быть конечной или совпадать со всем пространством R^n . Кроме того, примем, что в окрестности Ω_U выполняется и условие управляемости выходом объекта [21], необходимое для обеспечения нулевого значения статической ошибки. В данном случае это условие имеет вид

$$\gamma_{об}(x) = -c^T(x) \operatorname{adj} A(x) b(x) \neq 0, \quad x \in \Omega_U. \quad (7)$$

При выполнении условий (6) и (7) находятся полиномы:

$$A(p, x) = \det(pE - A(x)) = p^n + \alpha_{n-1}(x)p^{n-1} + \dots + \alpha_0(x), \quad (8)$$

$$V_i(p, x) = e_i^T \operatorname{adj}(pE - A(x)) = \sum_{j=0}^{n-1} v_{i,j}(x)p^j, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (9)$$

где e_i – i -й столбец единичной $n \times n$ -матрицы E . Далее формируется гурвицев полином

$$D^*(p) = \prod_{i=1}^n (p - p_i^*) = p^n + \delta_{n-1}^* p^{n-1} + \dots + \delta_1^* p + \delta_0^*. \quad (10)$$

Здесь p_i^* – желаемые корни характеристического полинома (собственные числа) системной матрицы $D(x)$ (5), которые удовлетворяют следующим условиям:

$$p_i^* = \text{const}, \quad p_i^* < 0, \quad p_i^* \neq p_j^*, \quad i \neq j, \quad i, j = 1, 2, \dots, n. \quad (11)$$

Кроме того, корни p_i^* должны удовлетворять условиям, при которых синтезируемая нелинейная система будет удовлетворять требованиям к ее качеству в переходном и в установившемся режимах при нулевых начальных условиях и $g(t) = 1(t)$.

Находится разность полиномов $D^*(p)$, $A(p, x)$ и ее коэффициенты:

$$R(p, x) = D^*(p) - A(p, x) = \rho_{n-1}p^{n-1} + \dots + \rho_1(x)p + \rho_0(x). \quad (12)$$

На основе полиномов $V_i(p, x)$ и $R(p, x)$ составляется следующая система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\begin{bmatrix} v_{1,0} & v_{2,0} & \dots & v_{n,0} \\ v_{1,1} & v_{2,1} & \dots & v_{n,1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{1,n-1} & v_{2,n-1} & \dots & v_{n,n-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_0 \\ \rho_1 \\ \vdots \\ \rho_{n-1} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Аргументы коэффициентов СЛАУ опущены для краткости. Решением системы (13) определяется вектор

$$l(x) = [l_1(x) \ l_2(x) \ \dots \ l_n(x)]^T, \quad x \in \Omega_U, \quad (14)$$

из управления (3), при котором собственные числа матрицы $D(x)$ (5) будут равны корням полинома $D^*(p)$ (10), т. е. будут постоянными, вещественными различными и отрицательными.

Коэффициент $l_g(x)$ вычисляется по формуле

$$l_g(x) = (-1)^n \delta_0^* / \gamma_{0\delta}(x), \quad x \in \Omega_U. \quad (15)$$

Таким образом, все коэффициенты управления (3) определены, тем самым получена замкнутая непрерывная система (4), которая включает непрерывные объект (1) и устройство управления (УУ) (3), (14), (15). Если уравнения (1) и (3) реализовать с применением непрерывных элементов, например операционных усилителей, или с помощью микроконтроллера с очень малым периодом дискретизации (порядка $dt = t_{\text{пп}} / (1000 \dots 3000)$, где $t_{\text{пп}}$ – расчетная длительность переходного процесса), то замкнутая система будет устойчивой, ее статическая ошибка по $g(t) = g_0 1(t)$ – нулевой, а длительность ее переходного процесса при нулевых начальных условиях и $g_0 = 1$ будет определяться выбором корней (11) полинома $D^*(p)$ (10).

В работе [22] представленным здесь АПМ-методом для перевернутого маятника, который описывается уравнениями

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = 5 \sin(x_1) + 2x_3 + 2u, \quad \dot{x}_3 = 7 \sin(x_1) + x_3 + u, \quad (16)$$

было получено стабилизирующее управление

$$u = - \begin{bmatrix} 0,5\delta_1^* + 2,5w(x_1) & 0,5\delta_2^* - \delta_0^*/18w(x_1) & 1 + \delta_0^*/9w(x_1) \end{bmatrix} x_k, \quad (17)$$

где δ_0^* , δ_1^* , δ_2^* – положительные числа из полинома (10), $w(x_1) = x_1^{-1} \sin(x_1)$.

Переходные процессы, полученные путем интегрирования системы (16), (17) в MATLAB функцией ode45 с автоматическим выбором шага интегрирования dt , показаны на рис. 1.

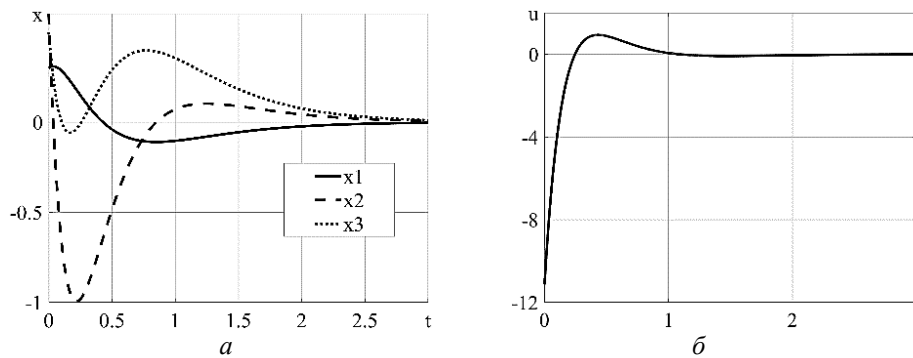


Рис. 1. Переходные процессы непрерывной системы

Fig. 1. Transients of the continuous system

Графики переменных состояния (рис. 1, а) свидетельствуют, что синтезированная система асимптотически устойчива, причем ее переменные состояния и управление (рис. 1, б) являются непрерывными.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В настоящее время, как отмечалось выше, УУ чаще всего реализуется с помощью микроконтроллеров, период функционирования T которых обычно значительно больше указанного выше значения dt . В этом случае управление становится дискретным [5, 11, 16]; соответствующий закон управления обычно находится путем замены непрерывных значений $g(t)$, $x(t)$, $u(t)$ их дискретными значениями $g_k = g(kT)$, $x_k = x(kT)$, $u_k = u(kT)$. В случае дискретизации управления, например, нелинейной гурвицевой системы (2), (3) ее уравнения принимают вид:

$$\dot{x} = A(x)x + b(x)u_k, \quad kT \leq t < (k+1)T, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad y = c^T(x)x, \quad (18)$$

$$u_k = l_g(x_k)g_k - l^T(x_k)x_r, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (19)$$

Как видно, результирующая система фактически оказывается дискретно-непрерывной, т. е. гибридной. Очевидно, если $T \approx dt$, то свойства гибридной

системы будут близки к свойствам непрерывной. По мере увеличения периода T свойства системы изменяются и, как показывают численные эксперименты, при некотором значении $T > dt$ гибридная система становится неустойчивой.

Для определенности обозначим $T_{\max}$ такое значение T , при котором гибридная система (18), (19) устойчива, т. е. $\lim x(t, 0, 1) = 0$, а при $T = T_{\max} + \Delta_T$ система (18), (19) становится неустойчивой, т. е. $\lim x(t, 0, 1) \neq 0$. Здесь $x(t, 0, 1)$ – вектор переменных состояния системы (18), (19) при $x_0 = 0$; $g(t) = 1(t)$; Δ_T – малое положительное число, при котором четко устанавливается факт: положение равновесия системы устойчивое или неустойчивое.

Задача настоящей статьи заключается в исследовании зависимости $T_{\max}$ от модуля максимального собственного числа p_m матрицы $D(x)$ (5) при условии, что относительное расположение остальных собственных чисел относительно друг друга не меняется. При изменении максимального собственного числа все они смещаются вдоль вещественной отрицательной оси на одно и то же значение, как показано в таблице.

Корни полинома коэффициентов δ_i^*

Roots of coefficient polynomial δ_i^*

N	1	2	3	4	5	6	8	10	11
Корни	–0,01	–0,25	–0,5	–1,5	–2,5	–3,5	–6	–9	–11
	–2,01	–2,25	–2,5	–3,5	–4,5	–5,5	–8	–11	–13
	–4,01	–4,25	–4,5	–5,5	–6,5	–7,5	–10	–13	–15
δ_0^*	0,08	2,39	5,62	28,87	73,12	144,3	480	1287	2145
δ_1^*	8,12	11,18	14,75	32,75	56,75	86,75	188	359	503
δ_2^*	6,03	6,75	7,50	10,5	13,5	16,5	24	33	39

3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Исследование зависимости $T_{\max}(|p_m|)$ проводится на примере нелинейной гибридной системы (18), (19), построенной на основе уравнений (16), (17). Объект управления описывается уравнением (18), т. е. остается непрерывным и моделируется при малом шаге. В результате дискретизации управления (17) с шагом T получаем дискретное управление

$$u_k = - \begin{bmatrix} 0,5\delta_1^* + 2,5w(x_{1,k}) & 0,5\delta_2^* - \delta_0^*/18w(x_{1,k}) & 1 + \delta_0^*/9w(x_{1,k}) \end{bmatrix} x_k. \quad (20)$$

Система (18), (20) очевидно является гибридной, так как объект описывается непрерывным уравнением (18), а управление (20) является дискретным, причем его вид не меняется при изменении корней полинома (10). Изменяются лишь численные значения коэффициентов δ_i^* . Значения корней и соответствующие значения коэффициентов δ_i^* приведены в таблице.

Для решения поставленной выше задачи при каждом варианте корней из таблицы интегрировалось уравнение (18) функцией ode45 с автоматическим

выбором шага на некотором малом начальном интервале $T = T_0$, при котором положение равновесия замкнутой системы управления является устойчивым. Через каждые T секунд вычислялось новое значение управления по формуле (20) и продолжалось интегрироваться уравнение (18) функцией ode45 при новых начальных условиях и новом управлении. Этот процесс продолжался до получения установившегося режима. Затем значение $T = T_0$ увеличивалось от начального значения T_0 , при котором система была устойчивой, до такого значения, при котором она становилась неустойчивой, т. е. $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) \neq 1$, при $t \rightarrow \infty$. После этого определялось несколько меньшее значение T , при котором выполнялось условие $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 1$ при $t \rightarrow \infty$. Это значение и принималось в качестве $T_{\max}$ при данном варианте корней из таблицы.

На рис. 2, а и б показаны графики изменения переменных x_1 , x_2 , x_3 , и график управления u при значениях корней $-0,5$; $-2,6$; $-4,5$ и $T = 0,2$ с, при которых система устойчива, а на рис. 2, в и г показаны графики тех же переменных и управления при $T = 0,2 + 0,001$ с, при котором система становится неустойчивой. Здесь принято $T_{\max} = 0,2$ с. Хорошо видно, что переменные состояния объекта являются непрерывными, а управление – дискретным, точнее, кусочно-постоянным, что всегда имеет место при цифровой реализации дискретных управлений.

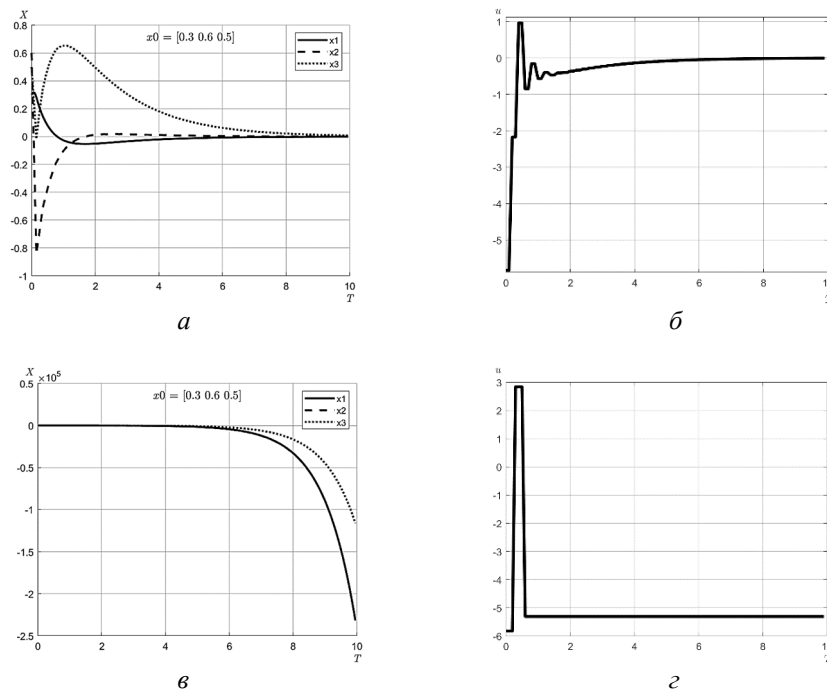


Рис. 2. Графики переменных состояния и управления перевернутого маятника при $p_m = -0,3$

Fig. 2. Graphs of state variables and control of the inverted pendulum when $p_m = -0,3$

Аналогичным способом было установлено, что при значениях корней $-10, -8, -6$ (рис. 3 и 4) максимально допустимый период $T_{\max}$ составляет всего лишь $0,04$ с.

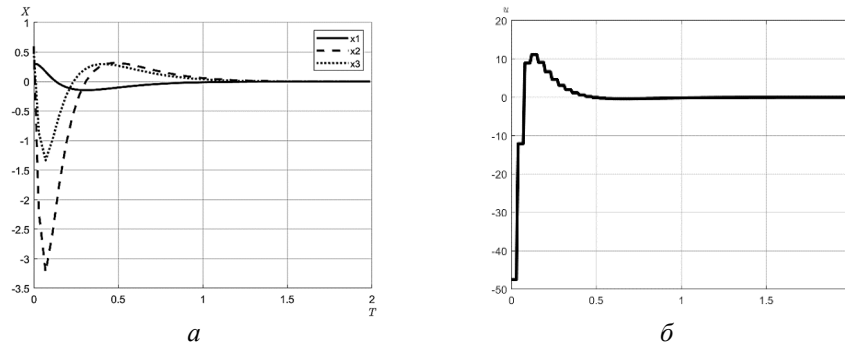


Рис. 3. Графики переменных состояния и управления перевернутого маятника при $p_m = -6$ и $T = 0,04$ с

Fig. 3. Graphs of state variables and control of the inverted pendulum when $p_m = -6$ and $T = 0,04$ sec

На основе графиков, представленных на рис. 2–4, следует вывод: с изменением модулей собственных чисел матрицы квазилинейной модели замкнутой системы изменяются максимально допустимый период дискретизации управления и быстродействие гибридной системы управления.

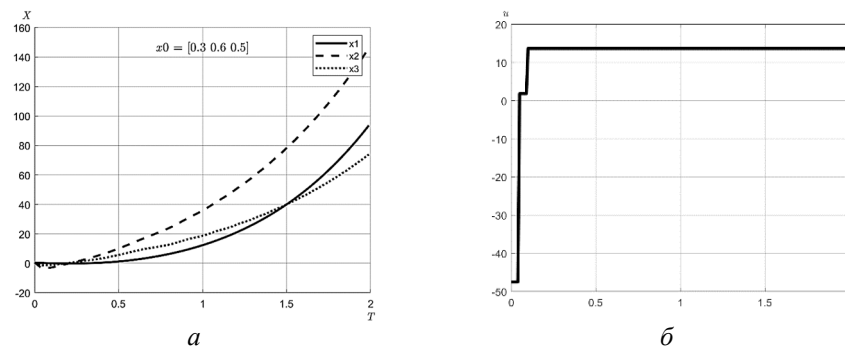
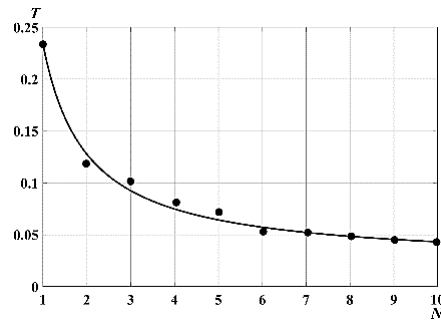


Рис. 4. Графики переменных состояния и управления перевернутого маятника при $p_m = -6$ и $T = 0,05$ с

Fig. 4. Graphs of state variables and control of the inverted pendulum when $p_m = -6$ and $T = 0,05$ sec

Используя описанный выше алгоритм для всех вариантов корней, приведенных в таблице, была получена зависимость максимально допустимого по устойчивости периода дискретизации от модуля максимального собственного числа системной матрицы квазилинейной модели, приведенная на рис. 5. Как видно, при увеличении модулей собственных чисел системной матрицы максимальный допустимый период дискретизации уменьшается.

Рис. 5. Зависимость $T_{\max}(|p_m|)$ Fig. 5. Dependence $T_{\max}(|p_m|)$

Из рис. 5 видно, что зависимость $T_{\max}(|p_m|)$ является близкой к гиперболической, т. е. с увеличением модуля максимального собственного числа p_m матрицы $D(x)$ квазилинейной модели системы максимально допустимый по устойчивости период дискретизации $T_{\max}$ уменьшается, а быстродействие системы повышается. Другими словами, увеличение p_m приводит к повышению быстродействия системы и уменьшению $T_{\max}$, и наоборот. Полученный график позволяет выбрать период дискретизации исходя из некоторого компромисса между требуемым быстродействием системы и периодом дискретизации, обусловленным возможностями используемого микроконтроллера.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Максимально допустимый период дискретизации $T_{\max}$ зависит от различных параметров системы: от модуля наибольшего собственного числа матрицы квазилинейной модели нелинейной системы, от начальных условий и внешних воздействий. Причем эта зависимость в целом неизвестна и весьма сложна. В общем можно сказать, что «чем меньше корни по модулю, тем большим может быть $T_{\max}$, но будет большей длительность переходных процессов». Однако определить значение периода $T_{\max}$ в каждом конкретном случае нелинейной гибридной системы теоретически пока не удастся. Это достаточно просто установить путем компьютерного моделирования синтезированной предложенным методом гибридной нелинейной системы. Очевидно, необходим новый метод синтеза нелинейных ГСУ, при котором гарантировалась бы устойчивость положения равновесия нелинейной гибридной системы и требуемые показатели качества при том или ином достаточно большом периоде дискретизации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поляков К.Ю. Основы теории цифровых систем управления. – СПб.: СПбГМУ, 2006. – 161 с.
2. Branicky M.S. Introduction to hybrid systems // Handbook of networked and embedded control systems. – Boston: Birkhauser, 2005. – P. 91–116. – DOI: 10.1007/0-8176-4404-0_5.

3. *Antsaklis P.J., Nerode A.* Hybrid control systems: an introductory discussion to the special issue // *IEEE Transactions on Automatic Control*. – 1998. – Vol. 43 (4). – P. 457–460. – DOI: 10.1109/TAC.1998.664148.
4. *Lygeros J.* An overview of hybrid systems control // *Handbook of networked and embedded control systems*. – Boston: Birkhauser, 2005. – P. 519–537. – DOI: 10.1007/0-8176-4404-0_22.
5. Алгоритмы и S-модели гибридных систем адаптивного управления (практикум в среде SIMULINK) / Е.Л. Еремин, В.В. Еремина, Н.П. Семичевская, Д.Г. Шевко. – Благовещенск: Амур. гос. ун-т, 2005. – 205 с.
6. *Рогачев Г.Н., Егоров В.А.* Численно-аналитическая процедура оптимального синтеза гибридных систем // *Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки*. – 2010. – № 7 (28). – С. 32–37.
7. *Еремин Е.Л., Лебянов Б.Н., Шеленок Е.А.* Дискретные алгоритмы робастного управления нелинейно-нестационарным объектом в периодических режимах // *Вестник ТОГУ*. – 2010. – № 1 (16). – С. 45–54.
8. *Кван Н.В., Семичевская Н.П.* Гибридные системы робастного управления нелинейными объектами // *Вестник Амурского государственного университета. Серия: Естественные и экономические науки*. – 2010. – № 51. – С. 33–37.
9. *Масленников А.* Дискретные системы автоматического управления: учебное пособие: лекции / Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана. – М.: Изд-во МГТУ, 2019. – 257 с.
10. *Шевко Д.Г., Козюра В.Е., Павельчук А.В.* Способы построения гибридных систем управления // *Молодой ученый*. – 2015. – № 7 (87), ч. 2. – С. 225–226.
11. *Карташов В.Я., Самойленко С.С.* Влияние вариаций периода дискретизации на свойства цифровых систем управления // *Вестник Кемеровского государственного университета*. – 2013. – № 4-1 (56). – С. 39–44.
12. *Муромцев Д.Ю., Яшин Е.Н.* Анализ и синтез дискретных систем. – Тамбов: Изд-во ТГТУ, 2011. – 108 с.
13. Система автоматического управления с дискретным ПИД-регулятором: методические указания / сост. О.С. Вадутов. – Томск: Изд-во Том. политехн. ун-та, 2014. – 10 с.
14. *Вадутов О.С.* Синтез дискретных систем с ПИД-регулятором // *Известия Томского политехнического университета*. – 2008. – Т. 312, № 5. – С. 48–52.
15. *Ощепков А.Ю., Жужгов М.В.* Проектирование цифровых систем управления. Моделирование систем управления физико-техническими объектами: учебно-методическое пособие. – Пермь: Перм. гос. нац. исслед. ун-т, 2023. – 136 с.
16. *Зырянов Г.В.* О выборе максимального периода дискретности в частотном методе синтеза цифровой САР // *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника*. – 2010. – № 2 (178). – С. 33–36.
17. *Gaiduk A. R.* Nonlinear control systems design by transformation method // *Mekhatronica, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, – Vol. 19, N 12. –P. 755–761.
18. *Almashaal M.J., Gaiduk A.R., Kapustyan S.G.* Tracked robot motion control system // *Cyber-Physical Systems Engineering and Control* / ed. by A.G. Kravets, A.A. Bolshakov, M.V. Shcherbakov. – Springer Nature, 2023. – P. 87–97. – (Studies in Systems, Decision and Control; vol. 477). – DOI: 10.1007/978-3-031-33159-6_7.
19. *Гайдук А.Р., Плаксиенко В.С., Кабала А.Е.А.* Алгебраический полиномиально-матричный метод синтеза нелинейных астатических систем // *Математические методы в технологиях и технике*. – 2022. – № 1. – С. 41–45. – DOI: 10.52348/2712-8873_MMTT_2022_1_41.
20. *Гайдук А.Р.* Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (полиномиальный подход). – М.: Физматлит, 2012. – 360 с.
21. *Гайдук А.Р.* Синтез дискретных и гибридных нелинейных систем управления // *Мехатроника, управление, автоматизация*. – 2023. – Т. 24, № 10. – С. 507–518. – DOI: 10.17587/mau.24.507-518.
22. *Гайдук А.Р., Капустян С.Г., Алмашаал М.Д.* Сравнение методов синтеза нелинейных систем управления // *Вестник Ивановского государственного энергетического университета*. – 2021. – № 6. – С. 54–61. – DOI: 10.17588/2072-2672.2021.6.054-061.

Гайдук Анатолий Романович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры систем автоматического управления Южного федерального университета; действительный член Академии инженерных наук имени А.М. Прохорова. Основное направление научных исследований: методы анализа и синтеза линейных и нелинейных непрерывных и дискретных систем управления и робототехнических комплексов. Имеет более 500 публикаций, в том числе 25 монографий, более 30 учебных пособий. E-mail: gaiduk_2003@mail.ru

Алмашаал Мохаммад Джалаль, аспирант кафедры электротехники и мехатроники Южного федерального университета. Основное направление научных исследований – робототехника и системы управления. E-mail: Almashaal.jalal@gmail.com

Gaiduk Anatoly R., PhD (Eng.), professor, professor at the Automatic Control Systems Department, Southern Federal University; full member of the Academy of Engineering Sciences named after f A.M. Prokhorov. His research interests include methods of analysis and design of linear and nonlinear, continuous and discrete control systems and robotic complexes. He has more than 500 publications including 25 monographs and 30 teaching manuals. E-mail: gaiduk_2003@mail.ru

Almashaal Mohammad J., graduate student at the electrical equipment and mechatronics department of the Southern Federal University. The main direction of his scientific research is robotics and control systems. E-mail: Almashaal.jalal@gmail.com.

DOI: 10.17212/2782-2001-2024-1-7-20

On the choice of the sample period of nonlinear hybrid control systems*

M.D. ALMASHAAL^a, A.R. GAIDUK^b

347922, Southern Federal University, 44 Nekrasovsky lane, Taganrog, Russian Federation

^a Almashaal.jalal@gmail.com ^b gaiduk_2003@mail.ru

Abstract

Hybrid systems are often used in various technical applications, such as robotics, aviation, space, energy, etc. The emergence of hybrid control systems is due to the use of computers to implement control laws, including nonlinear ones. Digital means cannot implement continuous control laws. However, the known methods of design, especially of nonlinear systems, lead precisely to continuous controls, which caused the need to discretize the continuous control with the largest possible period. Solving the problem of determining the maximum permissible sampling period of a nonlinear control system is a rather complex stage of its creation. In this article the problem of definition of the maximum allowed sample period of the nonlinear hybrid system control and its dependence on the module of the maximum eigenvalue of the functional matrix of quasilinear model of the continuous system is also considered. The nonlinear hybrid system is created by discretizing the control of the nonlinear continuous system. This continuous system is synthesized using the algebraic polynomial and matrix method of the nonlinear control systems design in which quasilinear models are used. It has been established that the value of the maximum permissible sample period depends not only on the module of the maximum eigenvalue, but also on initial conditions and external influences. These dependences are complex and it is difficult to find them theoretically. Experimentally, based on the example of the specific nonlinear hybrid control system it is shown that eigenvalues smaller on the module lead to larger values of the maximum of the permissible sample period. The problem of choosing the sample period of control laws of the real hybrid control systems can be solved in the similar way based on a compromise between the system high-speed performance and the sample period.

Keywords: nonlinear system, quasilinear model, control discretization, hybrid system, sample period, maximal eigenvalue, stability, equilibrium

* Received 10 November 2023.

REFERENCES

1. Polyakov K.Yu. *Osnovy teorii tsifrovyykh sistem upravleniya* [Fundamentals of the theory of digital control systems]. St. Petersburg, SPbGMTU Publ., 2006. 161 p.
2. Branicky M.S. Introduction to hybrid systems. *Handbook of networked and embedded control systems*. Boston, Birkhauser, 2005, pp. 91–116. DOI: 10.1007/0-8176-4404-0_5.
3. Antsaklis P.J., Nerode A. Hybrid control systems: an introductory discussion to the special issue. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, vol. 43 (4), pp. 457–460. DOI: 10.1109/TAC.1998.664148.
4. Lygeros J. An overview of hybrid systems control. *Handbook of networked and embedded control systems*. Boston, Birkhauser, 2005, pp. 519–537. DOI: 10.1007/0-8176-4404-0_22.
5. Eremin E.L., Eremina V.V., Semichevskaya N.P., Shevko D.G. *Algoritmy i S-modeli gibridnykh sistem adaptivnogo upravleniya (praktikum v srede SIMULINK)* [Algorithms and S-models of hybrid adaptive control systems]. Blagoveshchensk, Amur State University Publ., 2005. 205 p.
6. Rogachev G.N., Egorov V.A. Chislenno-analiticheskaya protsedura optimal'nogo sinteza gibridnykh sistem [Numerical analytic procedure of the optimal synthesis of hybrid systems]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Tekhnicheskie nauki = Vestnik of Samara State Technical University. Technical Sciences Series*, 2010, no. 7 (28), pp. 32–37.
7. Eremin E.L., Lelyanov B.N., Shelenok E.A. Diskretnye algoritmy robustnogo upravleniya nelineino-nestatsionarnym ob"ektom v periodicheskikh rezhimakh [Discrete algorithms for robust control of a nonlinear non-stationary object in periodic modes]. *Vestnik Tikhookeanskogo gosudarstvennogo universiteta = Bulletin of Pacific national university*, 2010, no. 1 (16), pp. 45–54.
8. Kvan N.V., Semichevskaya N.P. Gibridnye sistemy robustnogo upravleniya nelineinymi ob"ektami [Hybrid systems for robust control of nonlinear objects]. *Vestnik Amurskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Estestvennye i ekonomicheskie nauki*, 2010, no. 51, pp. 33–37. (In Russian).
9. Maslennikov A. *Diskretnye sistemy avtomaticheskogo upravleniya* [Discrete automatic control systems]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2019. 257 p.
10. Shevko D.G., Kozyura V.E., Pavel'chuk A.V. Sposoby postroeniya gibridnykh sistem upravleniya [Methods for building hybrid control systems]. *Molodoi uchenyi = Young Scientist*, 2015, no. 7 (87), pt. 2, pp. 225–226.
11. Kartashov V.Ya., Samoilenko S.S. Vliyanie variatsii perioda diskretizatsii na svoystva tsifrovyykh sistem upravleniya [Influence of variations of the period of sampling on the properties of digital control systems]. *Vestnik Kemerovskogo gosudarstvennogo universiteta = Bulletin of Kemerovo State University*, 2013, no. 4-1 (56), pp. 39–44.
12. Muromtsev D.Yu., Yashin E.N. *Analiz i sintez diskretnykh sistem* [Analysis and synthesis of discrete systems]. Tambov, TGTU Publ., 2011. 108 p.
13. Vadutov O.S., comp. *Sistema avtomaticheskogo upravleniya s diskretnym PID-regulyatorom* [Automatic control system with discrete PID controller]. Tomsk, Tomsk Polytechnic University Publ., 2014. 10 p.
14. Vadutov O.S. Sintez diskretnykh sistem s PID-regulyatorom [Synthesis of discrete systems with PID-regulator]. *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta = Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2008, vol. 312, no. 5, pp. 48–52.
15. Oshchepkov A.Yu., Zhuzhgov M.V. *Proektirovanie tsifrovyykh sistem upravleniya. Modelirovanie sistem upravleniya fiziko-tekhnicheskimi ob"ektami* [Design of digital control systems. Modeling of control systems for physical and technical objects]. Perm, Perm National Research Polytechnic University Publ., 2023. 136 p.
16. Ziryaynov G.V. O vybere maksimal'nogo perioda diskretnosti v chastotnom metode sinteza tsifrovoy SAR [On the selection of maximum period of discretization during frequency synthesis of a digital controller]. *Vestnik YuUrGU. Seriya: Komp'yuternye tekhnologii, upravlenie, radioelektronika = Bulletin of the South Ural State University. Series: Computer Technologies, Automatic Control, Radioelectronics*, 2010, no. 2 (178), pp. 33–36.
17. Gaiduk A. R., Nonlinear control systems design by transformation method, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 12, pp. 755–761.
18. Almashaal M.J., Gaiduk A.R., Kapustyan S.G. Tracked robot motion control system. *Cyber-Physical Systems Engineering and Control*. Ed. by A.G. Kravets, A.A. Bolshakov, M.V. Shcherbakov. Springer Nature, 2023, pp. 87–97. DOI: 10.1007/978-3-031-33159-6_7.

19. Gaiduk A.R., Plaksienko V.S., Kabalan A.E.A. Algebraicheskie polinomial'no-matrichnyi metod sinteza nelineinykh astaticeskikh sistem [Algebraic polynomial-matrix design method of nonlinear astatic systems]. *Matematicheskie metody v tekhnologiyakh i tekhnike*, 2022, no. 1, pp. 41–45. DOI: 10.52348/2712-8873_MMTT_2022_1_41. (In Russian).

20. Gaiduk A.R. *Teoriya i metody analiticheskogo sinteza sistem avtomaticheskogo upravleniya (polinomial'nyi podkhod)* [Theory and methods of analytical synthesis of automatic control systems (polynomial approach)]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2012. 360 p.

21. Gaiduk A.R. Sintez diskretnykh i gibridnykh nelineinykh sistem upravleniya [Design of discrete and hybrid nonlinear control systems]. *Mekhatronika, upravlenie, avtomatizatsiya = Mechatronics, automation, control*, 2023, vol. 24, no. 10, pp. 507–518. DOI: 10.17587/mau.24.507-518.

22. Gaiduk A.R., Kapustyan S.G., Almashaal M.D. Sravnenie metodov sinteza nelineinykh sistem upravleniya [Comparison of methods for the synthesis of nonlinear control systems]. *Vestnik Ivanovskogo gosudarstvennogo energeticheskogo universiteta = Vestnik of Ivanovo State Power Engineering University*, 2021, no. 6, pp. 54–61. DOI: 10.17588/2072-2672.2021.6.054-061.

Для цитирования:

Алмашаал М.Д., Гайдук А.Р. К выбору периода дискретизации нелинейных гибридных систем управления // Системы анализа и обработки данных. – 2024. – № 1 (93). – С. 7–20. – DOI: 10.17212/2782-2001-2024-1-7-20.

For citation:

Almashaal M.D., Gaiduk A.R. K vyboru perioda diskretizatsii nelineinykh gibridnykh sistem upravleniya [On the choice of the sample period of nonlinear hybrid control systems]. *Sistemy analiza i obrabotki dannykh = Analysis and Data Processing Systems*, 2024, no. 1 (93), pp. 7–20. DOI: 10.17212/2782-2001-2024-1-7-20.