

ЭЛЕКТРОНИКА, ФОТОНИКА,  
ПРИБОРОСТРОЕНИЕ  
И СВЯЗЬ

ELECTRONICS, PHOTONICS,  
INSTRUMENT MAKING  
AND COMMUNICATIONS

УДК 621.317.361

DOI: 10.17212/2782-2001-2024-4-59-77

## Измерение гравитационного смещения частоты в водородных часах при передаче сигнала через оптический и радиочастотный каналы связи\*

А.К. ДМИТРИЕВ<sup>1,2,a</sup>, А.П. КАРПИК<sup>1,b</sup>, А.С. ТОЛСТИКОВ<sup>1,2,3,c</sup>,  
Н.Н. ГОЛОВИН<sup>1,2,d</sup>, К.Н. САВИНОВ<sup>1,2,e</sup>, В.С. БОЛДЫРЕВ<sup>1,f</sup>, Д.Ф. ГУСАР<sup>3</sup>,  
С.А. АЛЕКСЕЙЦЕВ<sup>1,3,g</sup>, А.С. ТОМИЛОВ<sup>3,h</sup>, А.В. ИВАНЕНКО<sup>4,i</sup>

<sup>1</sup> 630108, г. Новосибирск, ул. Плеханова, 10, Сибирский государственный университет геосистем и технологий

<sup>2</sup> 630073, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20, Новосибирский государственный технический университет

<sup>3</sup> 630004, г. Новосибирск, пр. Димитрова, 4, Западно-Сибирский филиал ФГУП «ВНИИФТРИ»

<sup>4</sup> 630090, г. Новосибирск, ул. Пирогова, 2, Новосибирский государственный университет

<sup>a</sup> [dmitriev@corp.nstu.ru](mailto:dmitriev@corp.nstu.ru)

<sup>b</sup> [rector@ssga.ru](mailto:rector@ssga.ru)

<sup>c</sup> [tolstikov@sniim.ru](mailto:tolstikov@sniim.ru)

<sup>d</sup> [n.golovin@corp.nstu.ru](mailto:n.golovin@corp.nstu.ru)

<sup>e</sup> [k.n.savinov@yandex.ru](mailto:k.n.savinov@yandex.ru)

<sup>f</sup> [simplemail2019@mail.ru](mailto:simplemail2019@mail.ru)

<sup>g</sup> [aleksejtsev.94@mail.ru](mailto:aleksejtsev.94@mail.ru)

<sup>h</sup> [tomber1@yandex.ru](mailto:tomber1@yandex.ru)

<sup>i</sup> [ivanenko.aleksey@gmail.com](mailto:ivanenko.aleksey@gmail.com)

Реализована схема измерения гравитационного смещения частоты водородных часов при их перемещении между двумя точками, расположенными на разных ортометрических высотах с одновременной передачей сигнала через радио- и оптоволоконную линии связи.

Практический интерес к исследованиям гравитационного смещения частоты квантовых стандартов связан с необходимостью его учета для повышения точности в навигационных спутниковых системах. Такие измерения выполнялись с помощью космического канала синхронизации по сигналам глобальных навигационных спутниковых систем. Особенно это стало актуальным при повышении метрологических характеристик квантовых стандартов частоты и времени, в частности, с использованием транспортируемых часов на основе оптических решеток при передаче сигнала через волоконно-оптические линии связи. С другой стороны, с использованием квантовых часов выполняются измерения разности ортометрических высот с использованием метода релятивистской синхронизации и одновременного использования эффекта крас-

\* Статья получена 29 августа 2024 г.

Работа выполнена в рамках проекта «Разработка и исследование прорывных технологий в области физической и релятивистской геодезии в интересах развития фундаментального обеспечения системы ГЛОНАСС» (НИР «ГЕОТЕХ-Квант»).

ного смещения стандарта частоты вследствие замедления времени в гравитационном поле и эффекта красного смещения фотонов, преодолевающих гравитационное поле.

В настоящей работе представлены результаты измерения гравитационного смещения частоты водородных часов при их перемещении между двумя точками, расположенными на разных ортометрических высотах с передачей сигнала через оптоволоконную линию связи и по радиоканалу. В первом случае по оптоволоконной линии связи передавалось излучение диодного лазера на длине волны 1,5 мкм, амплитудно-модулированное сигналом от транспортируемых водородных часов на частоте 10 МГц, когда в качестве репера использовались стационарные водородные часы. Передача по радиоканалу осуществлялась по коаксиальному радиочастотному кабелю. Измерения проводились на территории Западно-Сибирского филиала ФГУП «ВНИИФТРИ».

Ключевые слова: волоконно-оптические линии связи, атомные часы, водородный стандарт частоты, ортометрическая высота, гравитационное смещение частоты, относительная разность частот, передача частоты, фазовое компарирование

## ВВЕДЕНИЕ

Первые измерения гравитационного смещения частоты были выполнены в серии экспериментов Паунда, Ребки и Шнайдера (Pound – Rebka – Snider) в начале 1960-х годов с использованием эффекта Мессбауэра [1–3].

В настоящей работе были проведены измерения гравитационного смещения частоты водородных часов при их перемещении между двумя точками, расположенными на разных ортометрических высотах. Исходя из полученных значений средней относительной разностной частоты был проведен расчет разности ортометрических высот в зависимости от положений перевозимых квантовых часов. Измерения проводились при одновременной передаче сигнала по радиочастотному кабельному и по волоконно-оптическому каналам. При этом измерения, проводимые по оптическому каналу, имеют большую погрешность. Это было связано с тем, что выходной сигнал модулятора сильно искажался с течением времени вследствие нестабильности его рабочей характеристики.

## 1. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

В общем случае с учетом поправочного коэффициента  $\alpha$  к общей теории относительности Эйнштейна разница частоты часов  $\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2$  при помещении их в двух различных гравитационных потенциалах  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  вычисляется по формуле

$$\Delta\nu = \nu_0(1 + \alpha) \frac{\Delta\Phi}{c^2}. \quad (1)$$

Здесь  $\nu_0$  – частота генератора в отсутствие гравитационного поля, а  $\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$ . В серии различных экспериментов с использованием транспортируемых часов на основе оптических решеток значение  $\alpha$  с точностью до погрешности измерений не превышало величину  $10^{-4}$  [13]. В связи с этим

в настоящей работе будем рассматривать задачу в рамках общей теории относительности, когда  $\alpha = 0$ . Отметим, что частота часов с увеличением гравитационного потенциала будет уменьшаться, поскольку величина  $\Phi$  является отрицательной величиной. «Покраснение» частоты часов можно упрощенно интерпретировать как наличие дополнительного «трения», которое испытывают квантовые осцилляторы, помещенные в гравитационное поле. С ростом высоты влияние гравитационного поля будет падать, а частота квантовых часов будет возрастать и стремиться к невозмущенному значению  $\nu_0$ .

Для измерения разности гравитационных потенциалов необходимо выполнить измерения разности частот часов как в одной и той же точке, так и при перемещении одного из стандартов в другую точку.

Примем, что стационарные часы будут располагаться только в одной точке 1, где частота

$$\nu_{s1} = \nu_{s0} \left( 1 + \frac{\Phi_1}{c^2} \right), \quad (2)$$

а вторые транспортируемые часы могут располагаться как в точке 1, так и в точке 2. При этом их частоты будут равны:

$$\nu_{t1} = \nu_{t0} \left( 1 + \frac{\Phi_1}{c^2} \right); \quad (3)$$

$$\nu_{t2} = \nu_{t0} \left( 1 + \frac{\Phi_2}{c^2} \right). \quad (4)$$

Здесь  $\nu_{s0}$  и  $\nu_{t0}$  – виртуальные частоты стационарных и транспортируемых часов в отсутствие гравитационного поля. Введем обозначение:

$$\nu_{t0} = \nu_{s0}(1-x). \quad (5)$$

После простых преобразований, вводя обозначение разности частот часов, помещенных в первую точку  $\Omega_{11} = \nu_{s1} - \nu_{t1}$ , получим

$$\Omega_{11} = \nu_{s0}x \left( 1 + \frac{\Phi_1}{c^2} \right). \quad (6)$$

При перемещении транспортируемых часов во вторую точку их частота будет равна

$$\nu_{t2} = \nu_{s0}(1-x) \left( 1 + \frac{\Phi_2}{c^2} \right). \quad (7)$$

Вместе с тем для измерения разности частот квантовых часов, расположенных в двух различных точках, необходимо передать сигнал одних часов в точку расположения других. Обычно для этого учитывается фазовый набег электромагнитной волны, распространяющейся в направлении от центра Земли через заданные точки 1 и 2 [1–3].

Здесь рассмотрим это явление с несколько другой стороны. Как известно, масса фотона пропорциональна его частоте:

$$E = h\nu = mc^2. \quad (8)$$

Над поверхностью Земли сила воздействия гравитационного поля на фотон будет направлена к центру Земли и равна

$$F = -gm = -\frac{GM_E}{r^2} m. \quad (9)$$

Тогда изменение энергии фотона  $dE$  будет определяться совершаемой работой в гравитационном поле:

$$dE = -\frac{GM_E}{r^2} mdr. \quad (10)$$

Поскольку энергия фотона связана с его частотой, то при перемещении фотона из точки 2 в точку 1 в предположении  $\nu_{12}^1 \approx \nu_{12}^2 = \nu$  можно записать следующее равенство:

$$\frac{\nu_{12}^1 - \nu_{12}^2}{\nu} = \frac{E_1 - E_2}{h\nu}. \quad (11)$$

Интегрируя (10), получим

$$\frac{\nu_{12}^1 - \nu_{12}^2}{\nu} = \frac{\mu}{c^2} \left( \frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2} \right). \quad (12)$$

Здесь  $\nu_{12}^1$  – значение частоты транспортируемых часов, переданной из точки 2 в точку 1. Из представленного выражения следует, что при движении фотонов от центра планеты будет происходить их «покраснение», а при направлении излучения к центру Земли частота фотонов будет возрастать.

Эффективный гравитационный потенциал  $\Phi$  во вращающейся системе координат включает статический гравитационный потенциал  $V$  и центробежный потенциальный член, который определяется угловой скоростью вращения Земли  $\omega_E = 7,2921151467 \cdot 10^{-5}$  рад  $\cdot$  с $^{-1}$ , радиусом до центра Земли  $r$

и полярным углом  $\theta$ , измеренным вниз от оси вращательной симметрии. В первом порядке по малости  $V/c^2$  справедливо соотношение [5]

$$\frac{\Phi}{c^2} = \frac{V}{c^2} - \frac{1}{2} \left( \frac{\omega_E r \sin \Theta}{c} \right)^2. \quad (13)$$

Центростремительный потенциальный член будет иметь нулевые значения на полюсах и максимальные на экваторе, где вблизи поверхности Земли ( $r \approx a$ ) его значение не будет превышать величины  $10^{-11}$ .

В случае, когда часы расположены над поверхностью Земли ( $r > a$ ), статический потенциал определяется выражением [5]

$$V = -\frac{\mu}{r} \left[ 1 - J_2 \left( \frac{a}{r} \right)^2 P_2(\cos \Theta) \right]. \quad (14)$$

Тогда гравитационный потенциал в заданной точке

$$\Phi = -\frac{\mu}{r^2} \left[ 1 - J_2 \left( \frac{a}{r} \right)^2 P_2(\cos \Theta) \right] - \frac{1}{2} (\omega_E r \sin \Theta)^2, \quad (15)$$

а разность потенциалов будет равна

$$\begin{aligned} \Phi_1 - \Phi_2 = & -\frac{\mu}{r_2} + \frac{\mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} J_2 \left( \frac{a}{r} \right)^2 P_2(\cos \Theta_2) - \\ & - \frac{\mu}{r_1} J_2 \left( \frac{a}{r} \right)^2 P_2(\cos \Theta_1) - \frac{\omega_E^2}{2} \left[ (r_2 \sin \Theta_2)^2 - (r_1 \sin \Theta_1)^2 \right]. \end{aligned}$$

Геоцентрическая гравитационная постоянная  $\mu = GM_E$ , значение которой равно  $3,986004418 \cdot 10^{14} \text{ м}^3/\text{с}^2$  ( $G$  – гравитационная постоянная Ньютона,  $M_E$  – масса Земли), коэффициент квадрупольного момента Земли  $J_2 = 1,0826300 \cdot 10^{-3}$ , экваториальный радиус Земли  $a = 6,3781370 \cdot 10^6 \text{ м}$ , полином Лежандра второй степени  $P_2(\cos \theta) = [3 \cos^2 \theta - 1]/2$ , значение которого может меняться от  $-1/2$  на Южном полюсе до 1 на Северном полюсе и равно нулю в «особых» точках при  $\theta = \arccos 3^{-1/2}$ , когда  $\theta_1 = 54,73550$  и  $\theta_2 = \pi - 54,73550$  (а соответствующие широты равны  $\pm 35,2645^\circ$ ).

Найдем изменение гравитационного потенциала  $\Delta\Phi$  при  $\Delta r / r$ ,  $\Delta\theta \ll 1$ :

$$\Delta\Phi = \frac{\Delta r}{r} \frac{\mu}{r} \left[ 1 - \frac{3J_2 \left(\frac{a}{r}\right)^2 (3\cos^2\Theta - 1)}{2} - \frac{\omega_E^2 r^3 \sin^2\Theta}{\mu} \right] - \Delta\theta \left[ \frac{3\mu}{2r} J_2 \left(\frac{a}{r}\right)^2 \sin 2\Theta - \frac{\omega_E^2}{2} (r^2 \sin 2\Theta) \right].$$

В общем случае для любых  $\theta$  как второй, так и третий слагаемые в первой квадратной скобке не превышают величины доли процента, а членом с множителем  $\Delta\theta$  при  $\Delta\theta < \Delta r / r$  с такой же погрешностью можно пренебречь. В результате в первом приближении разность гравитационных потенциалов будет пропорциональна разности ортометрических высот:

$$\Delta\Phi = \frac{\mu\Delta r}{r^2}. \quad (16)$$

После подстановки выражения (9) в (15), оставляя члены первого порядка малости, получим

$$v_{t2}^1 = v_{s0} \left[ 1 - x + \frac{\Phi_2}{c^2} - \frac{\mu}{c^2} \left( \frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2} \right) \right]. \quad (17)$$

В этом случае разность частот между стационарными часами и излучением транспортируемых часов будет равна

$$\Omega_{12} = v_{s0} \left[ x + 2 \frac{\mu}{c^2} \left( \frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2} \right) \right]. \quad (18)$$

Здесь введено обозначение  $\Omega_{12} = v_{s1} - v_{t2}^1$ .

Если из выражения (9) вычесть равенство (16), то можно получить

$$\Omega_{11} - \Omega_{12} = -v_{s0} \left[ x + 2 \frac{\mu}{c^2} \left( \frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2} \right) \right]. \quad (19)$$

Из представленного выражения следует, что разность ортометрических высот пропорциональна разности измеренных значений биений частот стационарных и транспортируемых часов  $\Omega_{11} - \Omega_{12}$ , когда стационарные часы установлены в точке 1, а транспортируемые – в точках 1 и 2, причем это значение складывается из двух равных величин, связанных с влиянием гравитационного поля как на частоту часов, так и на частоту фотонов.

## 2. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ ГРАВИТАЦИОННОГО СМЕЩЕНИЯ ЧАСТОТЫ ПО РАДИОКАНАЛУ

Измерения проводились на территории Западно-Сибирского филиала ФГУП «ВНИИФТРИ». Стационарный активный водородный стандарт Ч1-75А расположен на 4-м этаже, а пассивные транспортируемые водородные часы Ч1-1006 могли перемещаться с –2-го этажа до 10-го этажа. Разница высот между этими точками составила 41,26 м.

Хронологически измерения проводились по следующей схеме: 10-й этаж → подвал → 10-й этаж. Начальная фаза измерений предполагала исследование температурной зависимости выходной частоты стандарта с целью максимально исключить частотный тренд, вызванный флуктуацией температуры.

Для обработки экспериментальных данных может быть использован алгоритм фильтрации с применением сглаживающих кубических сплайнов, описанный в работе [15].

На рис. 1 приведены результаты измерений по результатам 18 суток наблюдений на 10-м этаже. Температура в помещении дислокации роверного стандарта фиксировалась с периодом 6 часов, и данные считывались с сервера мониторинга климатических показателей Zabbix. Измерения температуры показаны на рис. 2.

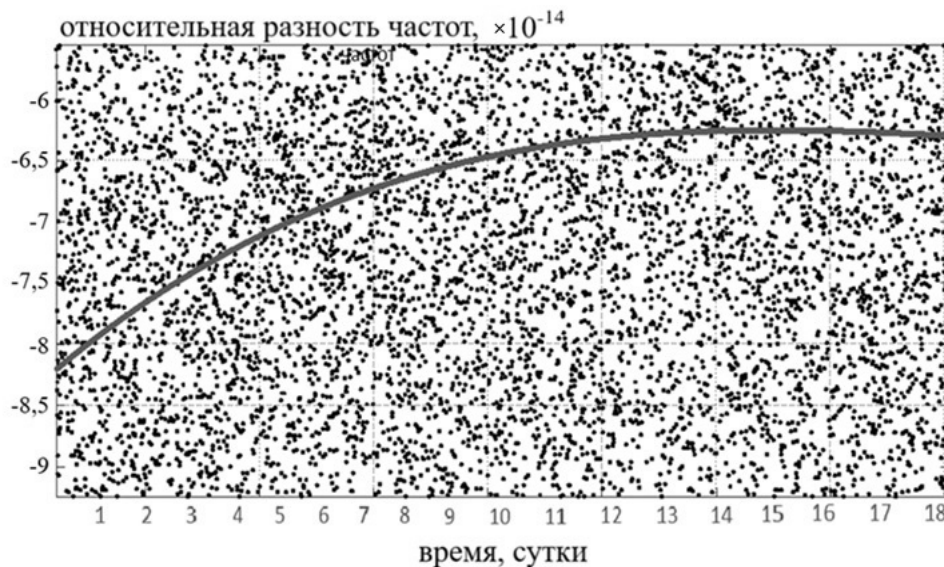


Рис. 1. Сглаженные данные

Fig. 1. Smoothed (fitted) data

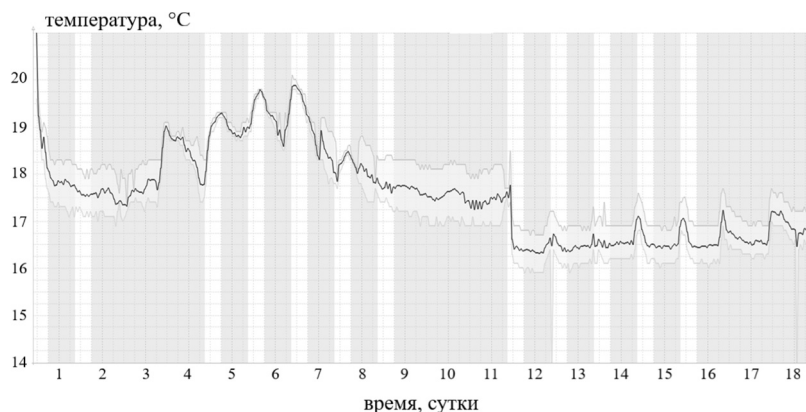


Рис. 2. График изменения температуры на 10-м этаже

Fig. 2. Graph of a temperature change on the 10th floor

Посуточное усреднение данных показано на рис. 3.

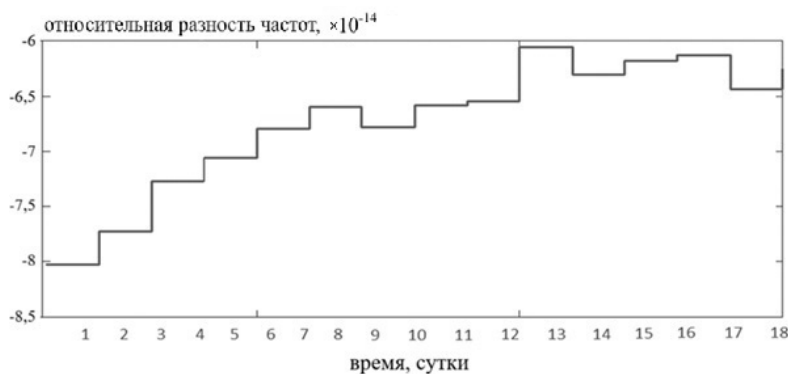


Рис. 3. Посуточное усреднение

Fig. 3. Daily averaging

Выход кривой относительной разности частот на плато наблюдается в период с 12-х по 18-е сутки наблюдений. В данный интервал времени кривая температуры также выходила на плато с соответствующим уменьшением флуктуаций (см. рис. 2). Таким образом, рабочая точка по температуре должна находиться на относительно горизонтальном участке кривой температуры.

При сохранении температуры постоянной около 18,2 °C с флуктуацией 0,2 °C были сняты измерения на четырех периодах наблюдений на 1-м этаже (рис. 4–7). Средние относительные разности частот измерялись с интервалом 1 с. Также для каждого интервала были посчитаны средние по ансамблю  $m(f)$ :

$$10\text{-й этаж, } 3\text{--}9 \text{ июня, } m(f) = -7,7876 \cdot 10^{-14};$$

$$10\text{-й этаж, } 8\text{--}9 \text{ июля, } m(f) = -8,6576 \cdot 10^{-14};$$

$$10\text{-й этаж, } 9\text{--}13 \text{ июля, } m(f) = -8,3343 \cdot 10^{-14};$$

$$10\text{-й этаж, } 15\text{--}19 \text{ июля, } m(f) = -8,2108 \cdot 10^{-14};$$

$$\text{подвал, } 28 \text{ июня} - 5 \text{ июля, } m(f) = -9,1905 \cdot 10^{-14};$$

подвал, 7–8 июля,  $m(f) = -9,1165 \cdot 10^{-14}$ ;

подвал, 5–7 июля,  $m(f) = -9,2814 \cdot 10^{-14}$ .

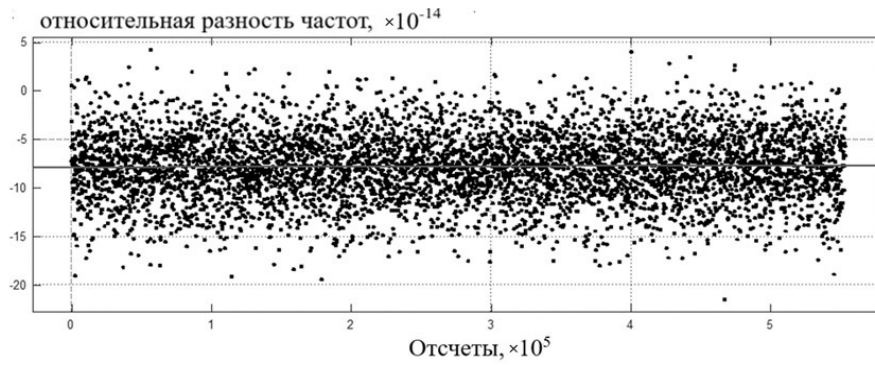


Рис. 4. Относительная разность частот на период 3–9 июня на 10-м этаже

Fig. 4. Relative frequency difference on the 10th floor for the period 3–9 June

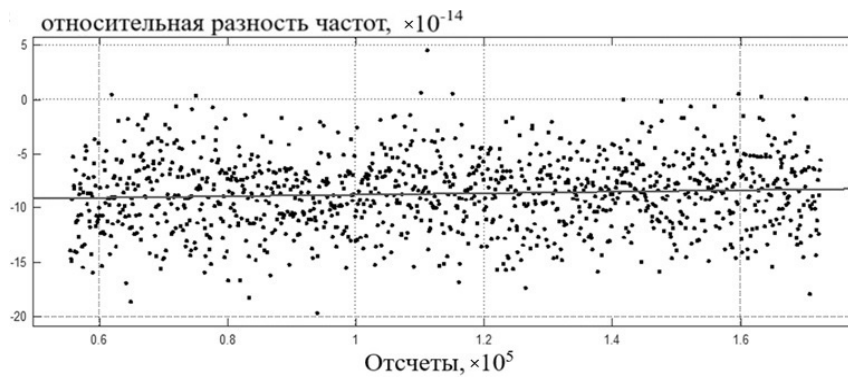


Рис. 5. Относительная разность частот на период 8–9 июня на 10-м этаже

Fig. 5. Relative frequency difference on the 10th floor for the period 8–9 June

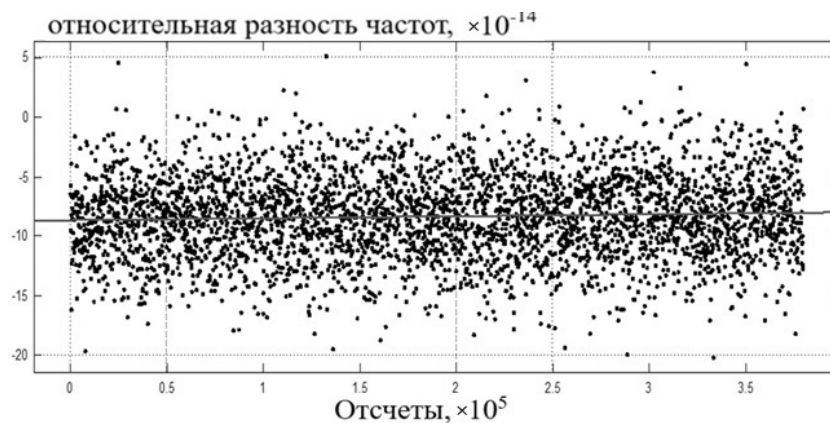


Рис. 6. Относительная разность частот на период 9–13 июля на 10-м этаже

Fig. 6. Relative frequency difference on the 10th floor for the period 9–13 July

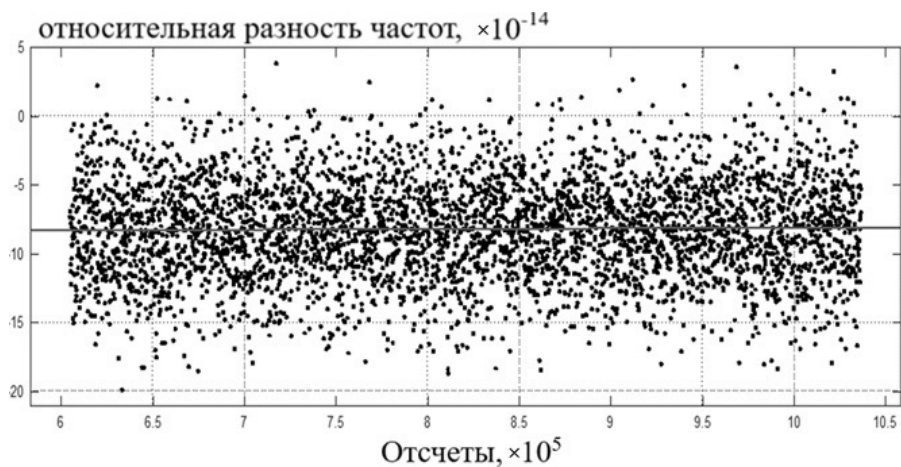


Рис. 7. Относительная разность частот на период 15–19 июля на 10-м этаже

Fig. 7. Relative frequency difference on the 10th floor for the period 15–19 July

Усреднение данных (рис. 4–7) дает значение относительной разности частот на 10-м этаже ( $-8,2475 \cdot 10^{-14}$ ).

Среднеквадратическое отклонение разности частот на 10-м этаже составило  $\sigma = 0,3117$ . На основании несмещенной оценки дисперсии  $\sigma = 0,3599$ .

В подвальном помещении на –2-м этаже естественное термостатирование позволило уменьшить флуктуацию температуры до  $0,05 \text{ }^\circ\text{C}$ , поэтому были сняты данные за три периода измерений (рис. 8–10). Средние относительные разности частот измерялись с интервалом 1 с.

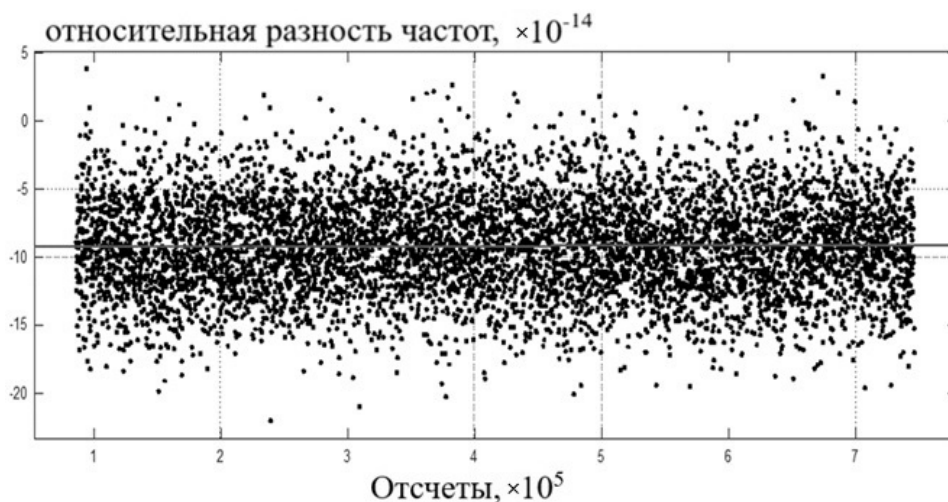


Рис. 8. Относительная разность частот на период 28 июня – 5 июля на –2-м этаже

Fig. 8. Relative frequency difference on the –2 floor for the period 28 June – 5 July

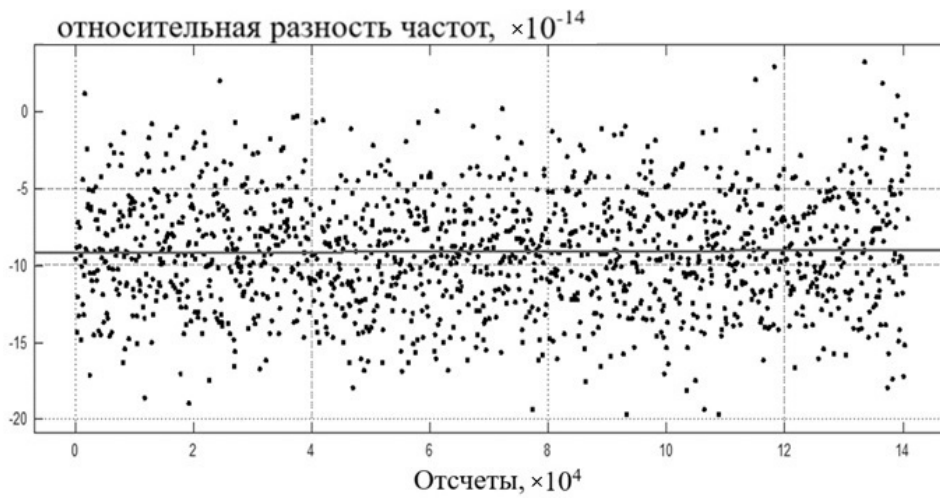


Рис. 9. Относительная разность частот на период 7–8 июля на –2-м этаже

Fig. 9. Relative frequency difference on 7–8 July on –2 floor

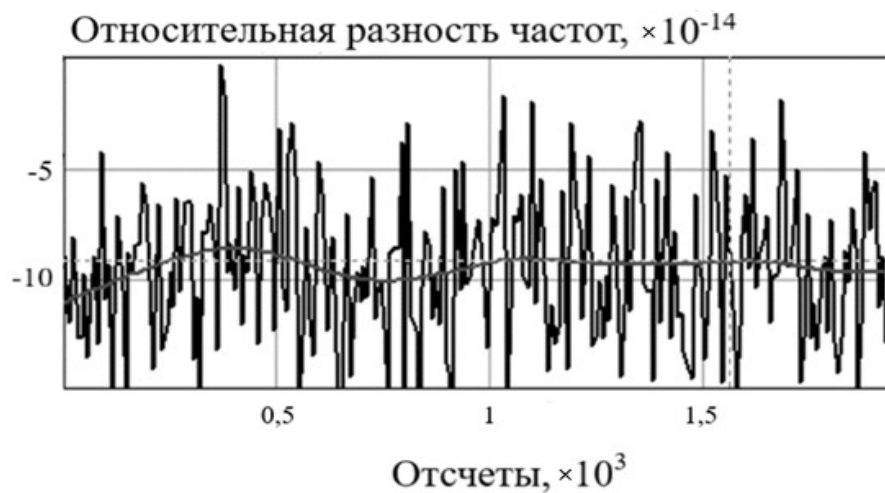


Рис. 10. Относительная разность частот на период 5–7 июля на –2-м этаже

Fig. 10. Relative frequency difference on the –2 floor for the period 5–7 July

Усреднение данных (рис. 8–10) дает значение относительной разности частот на –2-м этаже ( $-9,1961 \cdot 10^{-14}$ ).

Среднеквадратическое отклонение разности частот на –2-м этаже составило  $\sigma = 0,0674$ . На основании несмещенной оценки дисперсии  $\sigma = 0,0826$ .

Исходя из полученных данных частотное смещение между 10-м и –2-м этажом составило  $-8,2475 \cdot 10^{-14} - (-9,1961 \cdot 10^{-14}) = 9,4863 \cdot 10^{-15}$ .

### 3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ ГРАВИТАЦИОННОГО СМЕЩЕНИЯ ЧАСТОТЫ ПО ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКОМУ КАНАЛУ

#### 3.1. СХЕМА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Измерения проводились на территории Западно-Сибирского филиала ФГУП «ВНИИФТРИ». Стационарный активный водородный стандарт Ч1-75А расположен на 4-м этаже, а пассивные транспортируемые водородные часы Ч1-1006 могли перемещаться с –2-го этажа до 10-го этажа. Разница высот между этими точками составила 41,26 м. Схема измерений представлена на рис. 11.

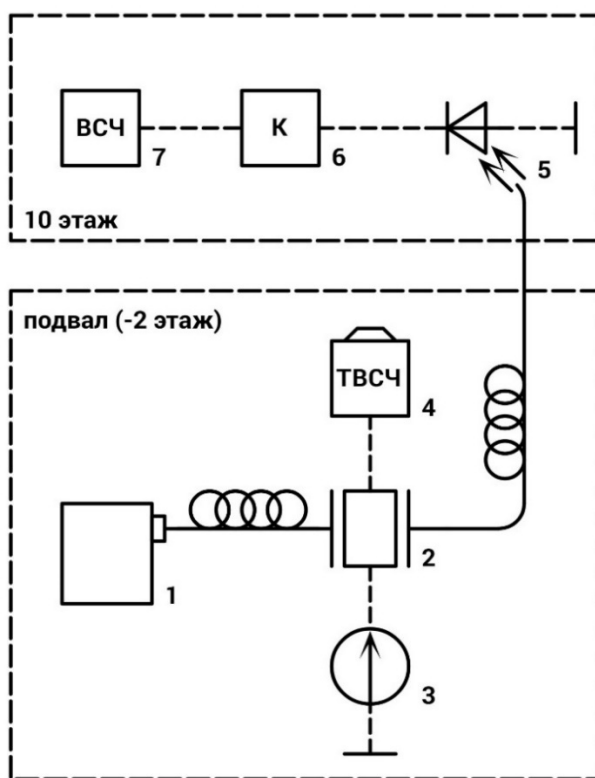


Рис. 11. Схема экспериментальной установки:

1 – волоконный лазер; 2 – электрооптический модулятор; 3 – источник постоянного напряжения; 4 – транспортируемый водородный стандарт частоты; 5 – стационарный стандарт частоты; 6 – компаратор; 7 – фотоприемник (сплошными линиями обозначены оптоволоконные связи, штриховыми – электрические)

Fig. 11. Experimental installation scheme:

1 is a fiber laser; 2 is an electro-optical modulator; 3 is a DC voltage source; 4 is a transported hydrogen frequency standard; 5 is a stationary frequency standard; 6 is a comparator; 7 is a photodetector (fiber wires are solid, electric wires are dashed)

Сигналы с выхода фотоприемника направлялись на фазовый многоканальный компаратор Ч7-315, где их частота сравнивалась с частотой стационарного эталона. Время установления рабочего режима компаратора 2 ч (7200 с), поэтому в работе представлены результаты, записанные после этого интервала. Нестабильность частоты, вносимая прибором, не превышает  $3,0 \cdot 10^{-16}$  Гц.

В месте проведения наших экспериментов значение полярного угла  $\theta = 35,26^\circ$ . При размещении часов вблизи поверхности Земли второй член в фигурных скобках будет равен  $-1,62 \cdot 10^{-3}$ , а третий равен  $-7,3 \cdot 10^{-5}$ .

Это означает, что с точностью до третьего значащего числа можно пользоваться простым соотношением

$$\frac{\delta\nu}{\nu_1} = \frac{\mu}{c^2 a^2} H, \quad (20)$$

где разность частот часов, помещенных на перепаде высот  $H$ , будет равна  $\delta\nu = \nu_2 - \nu_1$ , а частота стандарта будет иметь минимальное значение на поверхности Земли, когда  $r = a$ :

$$\nu = \nu_0 \left( 1 - \frac{\mu}{a^2 c^2} \right). \quad (21)$$

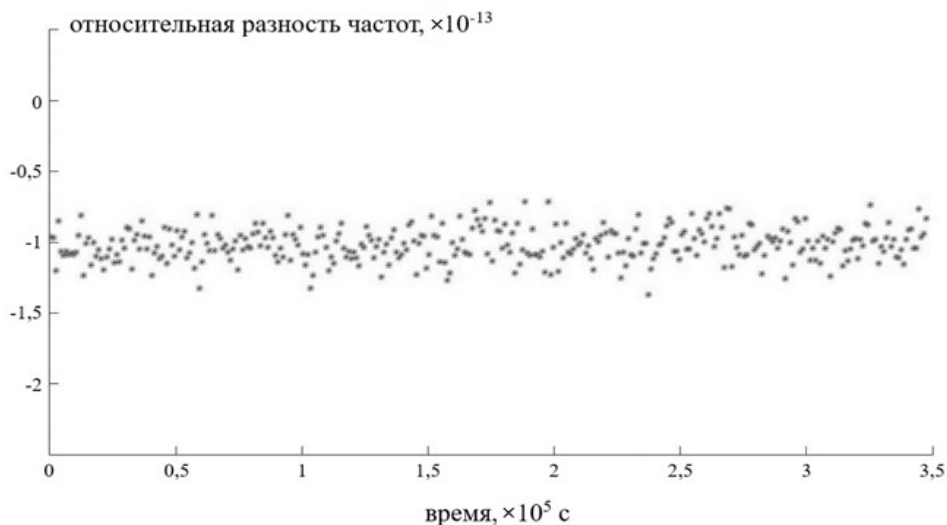
На поверхности Земли величина  $\mu / (ca)^2 = 1,09 \cdot 10^{-16} \text{ м}^{-1}$ .

### 3.2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

На первом этапе эксперимента транспортируемый стандарт частоты устанавливался рядом с эталоном (на 10-м этаже), чтобы установить разность частот между ними. Данные непрерывно записывались фазовым компаратором на протяжении 360 069 с, результаты измерений приведены на рис. 12.

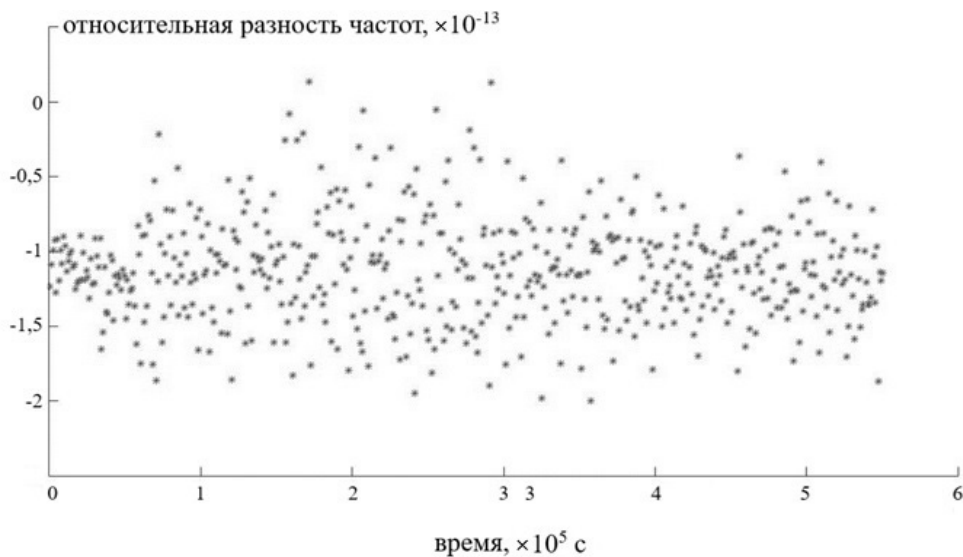
Среднее значение относительной разности частот  $(\nu_1^t - \nu_1^s) / \nu_1^s$  составило  $-1,0161 \cdot 10^{-13}$ , а измеренное среднее квадратическое относительное двухвыборочное отклонение (СКДО) за 50 000 с равно  $8,1219 \cdot 10^{-15}$ . При наложении линейного тренда на экспериментальные данные коэффициент наклона составляет  $1,28 \cdot 10^{-20}$ . На временном интервале измерений это позволяет оценить погрешность в  $2,30 \cdot 10^{-15}$ .

На следующем этапе транспортируемый стандарт частоты перемещался на 41,26 м ниже, а его частота наверху сравнивалась с частотой эталона. Измерения проводились непрерывно в течение 563 612 с. На рис. 13 представлены данные усредненных значений разности частот за каждые 1000 с. Масштаб соответствует рис. 13.



*Рис. 12.* Результат сравнения частот эталона и транспортируемого стандарта при их расположении в одной точке

*Fig. 12.* The result of comparing the frequencies of the reference and transported standard when they are located at the same point



*Рис. 13.* Измеренная разность частот с усреднением за каждые 1000 с

*Fig. 13.* Measured frequency difference with averaging every 1000 sec

Среднее значение относительной разности частот  $\left[ \left( v_2^t \right)_1 - v_1^s \right] / v_1^s$  составило  $-1,1224 \cdot 10^{-13}$ , измеренное СКДО за 100 000 с равно  $3,2814 \cdot 10^{-15}$ . Также погрешность измерений можно оценить, накладывая линейный тренд на экспериментальные данные. Коэффициент наклона в этом случае составил

$9,36 \cdot 10^{-21}$ , что при интервале измерения около  $5 \cdot 10^5$  с позволяет оценить погрешность измерений за счет дрейфа частоты стандарта на уровне  $2,33 \cdot 10^{-15}$ .

Полученная на двух этапах разность средних значений  $1,063 \cdot 10^{-14}$  позволяет оценить разность ортометрических высот в  $48,8 \pm 9,8$  м, что согласуется с измерениями, выполненными с помощью поверенного тахеометра (41,26 м).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Были проведены измерения гравитационного смещения частоты водородных часов, разнесенных на 41,26 м при одновременной передаче сигнала по радиоканалу и волоконно-оптической линии связи.

Сравнивая результаты измерения относительной разностной частоты по двум каналам, отметим, что они отличаются на  $1,1437 \cdot 10^{-15}$ . При этом измерения, проводимые по оптическому каналу, имели более низкие значения СКДО. При изучении источников дополнительных погрешностей измерения при передаче сигнала через волоконно-оптическую линию связи было выявлено, что выходной сигнал модулятора сильно искажался с течением времени (начинали появляться дополнительные гармоники и происходило удвоение частоты). Такое поведение обусловлено нестабильностью рабочей характеристики модулятора. Для уменьшения погрешности измерения относительной разностной частоты стационарного и транспортируемого водородных стандартов необходимо введение обратной связи для стабилизации рабочей точки модулятора.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Pound R.V., Rebka Jr. G.A.* Gravitational red-shift in nuclear resonance // *Physical Review Letters*. – 1959. – Vol. 3 (9). – P. 439–441.
2. *Pound R.V., Rebka Jr. G.A.* Apparent weight of photons // *Physical Review Letters*. – 1960. – Vol. 4 (7). – P. 337–341.
3. *Pound R.V., Snider J.L.* Effect of gravity on nuclear resonance // *Physical Review Letters*. – 1964. – Vol. 13 (18). – P. 539–540.
4. *Ashby N.* Relativity in the global positioning system // *Living Reviews in Relativity*. – 2003. – Vol. 6. – Art. 1. – P. 1–42. – DOI: 10.12942/lrr-2003-1.
5. Test of general relativity by a pair of transportable optical lattice clocks / M. Takamoto, I. Ushijima, N. Ohmae, T. Yahagi, K. Kokado, H. Shinkai, H. Katori // *Nature Photonics*. – 2020. – Vol. 14 (7). – P. 411–415. – DOI: 10.1038/s41566-020-0619-8.
6. Real-time geopotentiometry with synchronously linked optical lattice clocks / T. Takano, M. Takamoto, I. Ushijima, N. Ohmae, T. Akatsuka, A. Yamaguchi, Y. Kuroishi, H. Munekane, B. Miyahara, H. Katori. – ArXiv preprint. – URL: <https://arxiv.org/pdf/1608.07650> (accessed: 28.11.2024).
7. Delivery of high-stability optical and microwave frequency standards over an optical fiber network / J. Ye, J.-L. Peng, R.J. Jones, K.W. Holman, J.L. Hall, D.J. Jones, S.A. Diddams, J. Kitching, S. Bize, J.C. Bergquist // *Journal of the Optical Society of America B*. – 2003. – Vol. 20 (7). – P. 1459–1467.
8. Geopotential measurements with synchronously linked optical lattice clocks / T. Takano, M. Takamoto, I. Ushijima, N. Ohmae, T. Akatsuka, A. Yamaguchi, Y. Kuroishi, H. Munekane, B. Miyahara, H. Katori // *Nature Photonics*. – 2016. – Vol. 10. – P. 662–666. – DOI: 10.1038/nphoton.2016.159.
9. Geopotential difference measurement using two transportable optical clocks' frequency comparisons / D. Liu, L. Wu, Ch. Xiong, L. Bao // *Remote Sensing*. – 2024. – Vol. 16. – P. 2462–2477.

10. Geodesy and metrology with a transportable optical clock / J. Grotti, S. Koller, S. Vogt, et al. // *Nature Physics*. – 2018. – Vol. 14. – P. 437–441. – DOI: 10.1038/s41567-017-0042-3.

11. A clock network for geodesy and fundamental science / C. Lisdat, G. Grosche, N. Quintin, et al. // *Nature Communications*. – 2015. – Vol. 7. – P. 1038–1051. – DOI: 10.1038/ncomms12443.

12. High-accuracy coherent optical frequency transfer over a doubled 642-km fiber link / D. Calonico, E.K. Bertacco, C.E. Calosso, C. Clivati, G.A. Costanzo, M. Frittelli, A. Godone, A. Mura, N. Poli, D.V. Sutyurin, G. Tino, M.E. Zucco, F. Levi // *Applied Physics B*. – 2014. – Vol. 117. – P. 979–986.

13. *Фатеев В.Ф., Рыбаков Е.А.* Экспериментальная проверка квантового нивелира на мобильных квантовых часах // Доклады Российской академии наук. Физика, технические науки. – 2021. – Т. 496. – С. 41–44. – DOI: 10.31857/S2686740020060097.

14. *Фатеев В.Ф.* Релятивистская теория и применение квантового нивелира и сети «Квантовый футшток» // Альманах современной метрологии. – 2020. – № 3. – С. 11–52.

15. *Воскобойников Ю.Е.* Частотная модель сглаживающего кубического сплайна и ее характеристики // Современные наукоемкие технологии. – 2020. – № 5-1. – С. 18–23.

*Дмитриев Александр Капитонович*, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры лазерных систем, главный научный сотрудник лаборатории квантовой криогенной электроники Новосибирского государственного технического университета. Ведущий научный сотрудник НИР ГЕОТЕХ, Сибирский государственный университет геосистем и технологий. Основное направление научных исследований: лазерная физика, спектроскопия, фемтосекундные лазеры, метрология. Имеет более 200 печатных работ. E-mail: dmitriev@corp.nstu.ru

*Карпик Александр Петрович*, доктор технических наук, профессор, ректор Сибирского государственного университета геосистем и технологий. Имеет более 300 печатных работ. Основное направление научных исследований: геодезия, спутниковая навигация. E-mail: kaf.astronomy@ssga.ru

*Толстик Александр Сергеевич*, доктор технических наук, ведущий научный сотрудник отдела 8 «Государственная служба времени, частоты и определения параметров вращения Земли» Западно-Сибирского филиала ФГУП «ВНИИФТРИ». Профессор кафедры специальных устройств, инноватики и метрологии Сибирского государственного университета геосистем и технологий. Профессор кафедры систем сбора и обработки данных Новосибирского государственного технического университета. Имеет более 100 печатных работ. Основное направление научных исследований: метрология, навигация. E-mail: tolstikov@sniim.ru

*Головин Николай Николаевич*, кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры лазерных систем, младший научный сотрудник лаборатории квантовой криогенной электроники Новосибирского государственного технического университета. Младший научный сотрудник НИР ГЕОТЕХ, Сибирский государственный университет геосистем и технологий. Основное направление научных исследований: лазерная физика, спектроскопия, фемтосекундные лазеры. Имеет более 35 печатных работ. E-mail: n.golovin@corp.nstu.ru

*Савинов Константин Николаевич*, ассистент кафедры лазерных систем, младший научный сотрудник лаборатории квантовой криогенной электроники Новосибирского государственного технического университета. Младший научный сотрудник НИР ГЕОТЕХ, Сибирский государственный университет геосистем и технологий. Основное направление научных исследований: лазерная физика, стандарты частоты, КПН резонансы. Имеет более 20 печатных работ. E-mail: k.n.savinov@yandex.ru

*Болдырев Вячеслав Сергеевич*, студент физико-технического факультета Новосибирского государственного технического университета. Основное направление научных исследований: лазерная физика, спектроскопия. Имеет одну печатную работу. E-mail: simplemail2019@mail.ru

*Гусар Дмитрий Федорович*, кандидат технических наук, начальник сектора 811 отдела 8 «Государственная служба времени, частоты и определения параметров вращения Земли» Западно-Сибирского филиала ФГУП «ВНИИФТРИ». Основное направление научных исследований: метрология, электроника.

*Алексейцев Сергей Александрович*, кандидат технических наук, доцент кафедры систем сбора и обработки данных Новосибирского государственного технического университета. Имеет более 40 печатных работ. Основное направление научных исследований: геодезия, навигация, СВЧ-техника. E-mail: aleksejtsev.94@mail.ru

*Томилов Андрей Сергеевич*, начальник отдела 8 «Государственная служба времени, частоты и определения параметров вращения Земли» Западно-Сибирского филиала ФГУП «ВНИИФТРИ». Имеет 9 печатных работ. Основное направление научных исследований: метрология, навигация. E-mail: tomler1@yandex.ru

*Иваненко Алексей Владимирович*, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории нелинейной фотоники Новосибирского государственного университета. Основное направление научных исследований: лазерная физика, квантовая криптография. Имеет более 100 печатных работ. E-mail: ivanenko.aleksey@gmail.com

*Dmitriev Alexander K.*, D.Sc. (Phys.&Math.), professor at the Department of Laser Systems, chief researcher in the Laboratory of Quantum Cryogenic Electronics, Novosibirsk State Technical University. Leading researcher of R&D GEOTECH, Siberian State University of Geosystems and Technology. His research interests are currently focused on laser physics, spectroscopy, and femtosecond lasers. He has more than 200 publications. E-mail: dmitriev@corp.nstu.ru

*Karpik Alexander P.*, D.Sc. (Eng.), professor, Rector, Siberian State University of Geosystems and Technologies. He has more than 300 publications. His research interests are currently focused on geodesy, satellite navigation. E-mail: kaf.astronomy@ssga.ru

*Tolstikov Alexander S.*, D.Sc. (Eng.), leading researcher at the Department "State Service of Time, Frequency and Determination of the Parameters of the Earth's Rotation", West Siberian Branch of the Federal State Unitary Enterprise VNIIFTRI. Professor at the Department of Special Devices, Innovation and Metrology, Siberian State University of Geosystems and Technologies. Professor at the Department of Data Collection and Processing Systems, Novosibirsk State Technical University. He has more than 100 publications. His research interests are currently focused on metrology, satellite navigation. E-mail: tolstikov@sniim.ru

*Golovin Nikolai N.*, PhD (Eng.), senior lecturer at the Department of Laser Systems, junior researcher in the Laboratory of Quantum Cryogenic Electronics, Novosibirsk State Technical University. junior researcher of R&D GEOTECH, Siberian State University of Geosystems and Technology. His research interests are currently focused on laser physics, spectroscopy, and femtosecond lasers. He has more than 35 publications. E-mail: n.golovin@corp.nstu.ru

*Savinov Konstantin N.*, assistant at the Department of Laser Systems, junior researcher in the Laboratory of Quantum Cryogenic Electronics, Novosibirsk State Technical University. junior researcher at R&D GEOTECH, Siberian State University of Geosystems and Technology. His research interests are currently focused on laser physics, frequency standard, and CPT resonances. He has more than 20 publications. E-mail: k.n.savinov@yandex.ru

*Boldyrev Vyacheslav S.*, student at the Physical Engineering Faculty, Novosibirsk State Technical University. His research interests are currently focused on laser physics and spectroscopy. He has 1 publication. E-mail: simplemail2019@mail.ru

*Gusar Dmitry F.*, PhD (Eng.), Head of Sector 811, Department 8 "State Service of Time, Frequency and Determination of the Parameters of the Earth's Rotation", West Siberian Branch of the Federal State Unitary Enterprise VNIIFTRI. His research interests are currently focused on metrology and electronics

*Aleksejtsev Sergey A.*, PhD (Eng.), assistant professor at the Department of Data Collection and Processing Systems, Novosibirsk State Technical University. He has more than 100 publications. His research interests are currently focused on geodesy, satellite navigation, and microwave technology. E-mail: aleksejtsev.94@mail.ru

*Tomilov Andrey S.*, Head of Department 8 "State Service of Time, Frequency and Determination of the Parameters of the Earth's Rotation", West Siberian Branch of the Federal State Unitary Enterprise VNIIFTRI. He has 9 publications. His research interests are currently focused on geodesy and satellite navigation. E-mail: tomler1@yandex.ru

*Ivanenko Alexey V.*, PhD (Phys.&Math.), senior researcher at the Laboratory of Nonlinear Photonics, Novosibirsk State University. He has more than 100 publications. His research interests are currently focused on laser physics and quantum cryptography. E-mail: ivanenko.aleksey@gmail.com

***Measuring the gravitational frequency shift in a hydrogen clock when transmitting a signal via optical and radio frequency communication channels\****

*A.K. DMITRIEV<sup>1,2,a</sup>, A.P. KARPIK<sup>1,b</sup>, A.S. TOLSTIKOV<sup>1,2,3,c</sup>, N.N. GOLOVIN<sup>1,2,d</sup>, K.N. SAVINOV<sup>1,2,e</sup>, V.S. BOLDYREV<sup>1,f</sup>, D.F. GUSAR<sup>3</sup>, S.A. ALEKSEITSEV<sup>1,3,g</sup>, A.S. TOMILOV<sup>3,h</sup>, A.V. IVANENKO<sup>4,i</sup>*

<sup>1</sup> *Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10 Plakhotnogo Street, Novosibirsk, 630108, Russian Federation*

<sup>2</sup> *Novosibirsk State Technical University, 20 K. Marks Prospekt, Novosibirsk, 630073, Russian Federation*

<sup>3</sup> *West Siberian Branch of the Russian Metrological Institute of Technical Physics and Radio Engineering, 4 Dimitrova Prospekt, Novosibirsk, 630004, Russian Federation*

<sup>4</sup> *Novosibirsk State University, 2 Pirogova Street, Novosibirsk, 630090, Russian Federation*

<sup>a</sup> *dmitriev@corp.nstu.ru*    <sup>b</sup> *rector@ssga.ru*    <sup>c</sup> *tolstikov@sniim.ru*

<sup>d</sup> *n.golovin@corp.nstu.ru*    <sup>e</sup> *k.n.savinov@yandex.ru*    <sup>f</sup> *simplemail2019@mail.ru*

<sup>g</sup> *alekseitsev.94@mail.ru*    <sup>h</sup> *tomber1@yandex.ru*    <sup>i</sup> *ivanenko.aleksey@gmail.com*

**Abstract**

A scheme for measuring the gravitational frequency shift of hydrogen clocks during their movement between two points located at different orthometric altitudes with simultaneous signal transmission via radio and fiber-optic communication lines has been implemented.

Practical interest in studying the gravitational frequency shift of quantum standards is associated with the need to take it into account to improve accuracy in navigation satellite systems. Such measurements were performed using a space synchronization channel using signals from global navigation satellite systems. This became especially relevant when improving the metrological characteristics of quantum frequency and time standards, in particular, using transportable clocks based on optical lattices when transmitting a signal via fiber-optic communication lines. On the other hand, using quantum clocks, measurements of the difference in orthometric heights are performed using the relativistic synchronization method and the simultaneous use of the frequency standard redshift effect due to time dilation in a gravitational field and the redshift effect of photons overcoming the gravitational field.

This paper presents the results of measuring the gravitational frequency shift of a hydrogen clock when it is moved between two points located at different orthometric heights with signal transmission via a fiber-optic communication line and via a radio channel. In the first case, the radiation of a diode laser at a wavelength of 1.5  $\mu\text{m}$  amplitude-modulated by a signal from the transported hydrogen clock at a frequency of 10 MHz, was transmitted via a fiber-optic communication line when a stationary hydrogen clock was used as a reference. Transmission via a radio channel was carried out via a coaxial radio frequency cable. The measurements were carried out on the territory of the West Siberian branch of the FSUE "VNIIFTRI".

**Keywords:** fiber optic communication lines, atomic clock, hydrogen frequency standard, orthometric altitude/height, gravitational frequency shift, relative frequency difference, frequency transfer, phase comparison

\* Received 29 August 2024.

*This research was carried out within the framework of the project "Development and Research of breakthrough technologies in the field of physical and relativistic geodesy in the interests of developing fundamental support for the GLONASS system" (R&D "GEOTECH-Kvant").*

## REFERENCES

1. Pound R.V., Rebka Jr. G.A. Gravitational red-shift in nuclear resonance. *Physical Review Letters*, 1959, vol. 3 (9), pp. 439–441.
2. Pound R.V., Rebka Jr. G.A. Apparent weight of photons. *Physical Review Letters*, 1960, vol. 4 (7), pp. 337–341.
3. Pound R.V., Snider J.L. Effect of gravity on nuclear resonance. *Physical Review Letters*, 1964, vol. 13 (18), pp. 539–540.
4. Ashby N. Relativity in the global positioning system. *Living Reviews in Relativity*, 2003, vol. 6, art. 1, pp. 1–42. DOI: 10.12942/lrr-2003-1.
5. Takamoto M., Ushijima I., Ohmae N., Yahagi T., Kokado K., Shinkai H., Katori H. Test of general relativity by a pair of transportable optical lattice clocks. *Nature Photonics*, 2020, vol. 14 (7), pp. 411–415. DOI: 10.1038/s41566-020-0619-8.
6. Takano T., Takamoto M., Ushijima I., Ohmae N., Akatsuka T., Yamaguchi A., Kuroishi Y., Munekane H., Miyahara B., Katori H. *Real-time geopotentiometry with synchronously linked optical lattice clocks*. ArXiv preprint. Available at: <https://arxiv.org/pdf/1608.07650> (accessed 28.11.2024).
7. Ye J., Peng J.-L., Jones R.J., Holman K.W., Hall J.L., Jones D.J., Diddams S.A., Kitching J., Bize S., Bergquist J.C. Delivery of high-stability optical and microwave frequency standards over an optical fiber network. *Journal of the Optical Society of America B*, 2003, vol. 20 (7), pp. 1459–1467.
8. Takano T., Takamoto M., Ushijima I., Ohmae N., Akatsuka T., Yamaguchi A., Kuroishi Y., Munekane H., Miyahara B., Katori H. Geopotential measurements with synchronously linked optical lattice clocks. *Nature Photonics*, 2016, vol. 10, pp. 662–666. DOI: 10.1038/nphoton.2016.159.
9. Liu D., Wu L., Xiong Ch., Bao L. Geopotential difference measurement using two transportable optical clocks' frequency comparisons. *Remote Sensing*, 2024, vol. 16, pp. 2462–2477.
10. Grotti J., Koller S., Vogt S., et al. Geodesy and metrology with a transportable optical clock. *Nature Physics*, 2018, vol. 14, pp. 437–441. DOI: 10.1038/s41567-017-0042-3.
11. Lisdar C., Grosche G., Quintin N., et al. A clock network for geodesy and fundamental science. *Nature Communications*, 2015, vol. 7, pp. 1038–1051. DOI: 10.1038/ncomms12443.
12. Calonico D., Bertacco E.K., Calosso C.E., Clivati C., Costanzo G.A., Frittelli M., Godone A., Mura A., Poli N., Sutyryn D.V., Tino G., Zucco M.E., Levi F. High-accuracy coherent optical frequency transfer over a doubled 642-km fiber link. *Applied Physics B*, 2014, vol. 117, pp. 979–986.
13. Fateev V.F., Rybakov E.A. Eksperimental'naya proverka kvantovogo nivelira na mobil'nykh kvantovykh chasakh [Experimental verification of a quantum level on a mobile quantum clock]. *Doklady Rossiiskoi akademii nauk. Fizika, tekhnicheskie nauki = Doklady Physics*, 2021, vol. 496, pp. 41–44. DOI: 10.31857/S2686740020060097. (In Russian).
14. Fateev V.F. Relyativistskaya teoriya i primeneniye kvantovogo nivelira v seti «Kvantovyi fut-shtok» [Relativistic theory and application of the quantum level and the Quantum Footstock network]. *Al'manakh sovremennoi metrologii = Al'manac of modern metrology*, 2020, no. 3, pp. 11–52.
15. Voskoboynikov Yu.E. Chastotnaya model' sglazhivayushchego kubicheskogo splaina i ee kharakteristiki [Frequency model of a smoothing cubic spline and its characteristics]. *Sovremennye naukoemkie tekhnologii = Modern High Technologies*, 2022, no. 5-1, pp. 18–23.

Для цитирования:

Измерение гравитационного смещения частоты в водородных часах при передаче сигнала через оптический и радиочастотный каналы связи / А.К. Дмитриев, А.П. Карпик, А.С. Толстик, Н.Н. Головин, К.Н. Савинов, В.С. Болдырев, Д.Ф. Гусар, С.А. Алексейцев, А.С. Томилов, А.В. Иваненко // Системы анализа и обработки данных. – 2024. – № 4 (96). – С. 59–77. – DOI: 10.17212/2782-2001-2024-4-59-77.

For citation:

Dmitriev A.K., Karpik A.P., Tolstikov A.S., Golovin N.N., Savinov K.N., Boldyrev V.S., Gusar D.F., Alekseitsev S.A., Tomilov A.S., Ivanenko A.V. Izmerenie gravitatsionnogo smeshcheniya chastoty v vodorodnykh chasakh pri peredache signala cherez opticheskii i radiochastotnyi kanaly svyazi [Measuring the gravitational frequency shift in a hydrogen clock when transmitting a signal via optical and radio frequency communication channels]. *Sistemy analiza i obrabotki dannykh = Analysis and Data Processing Systems*, 2024, no. 4 (96), pp. 59–77. DOI: 10.17212/2782-2001-2024-4-59-77.